

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DİELEKTRİK YÜKLÜ KALINLIKLI
BİR EMPEDANS YARIĞINDAN
ELEKTROMAGNETİK DALGALARIN KIRINIMI**

İsmail Hakkı TAYYAR
DOKTORA TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİMDALI

GEBZE
2003

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DİELEKTRİK YÜKLÜ KALINLIKLI
BİR EMPEDANS YARIĞINDAN
ELEKTROMAGNETİK DALGALARIN KIRINIMI

İsmail Hakkı TAYYAR
DOKTORA TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI
Prof. Dr. Alinur BÜYÜKAKSOY

GEBZE
2003

ÖZET

Düzlemsel dalga ile aydınlatılan dielektrik yüklü kalınlıklı bir empedans yarığında E_z -polarize (TM) düzlemsel dalgaların kırınımı Wiener-Hopf tekniği kullanarak tam olarak incelenecek ve kırınım katsayıları açık olarak elde edilecektir. Saçılan alanı belirleyebilmek için gelen alanı tek (asimetrik) ve çift (simetrik) uyarma şeklinde iki parçaya ayırabiliriz. Fourier dönüşümü aracılığı ile ilgili eşdeğer sınır değer problemleri bir çift üçüncü türden modifiye Wiener-Hopf denklem sistemine indirgenir. Bu denklemlere klasik Wiener-Hopf çözüm tekniği uygulanarak bir çift ikinci türden Fredholm denklem sistemi elde edilir. Bu denklemlerin çözümü ise sonsuz sayıda bilinmeyen içeren sonsuz denklem sistemine indirgenerek sayısal olarak bulunur. Eşdeğer problemler ayrı ayrı çözüldükten sonra toplam saçılan alan iki çözümün süperpozisyonu ile bulunacaktır. Sonuçta yarık genişliği ve kalınlığı, malzemenin elektrik (ϵ_r) ve magnetik (μ_r) geçirgenliği, farklı yüzey empedansları v.b. parametrelerin kırınım olayına etkisi grafiklerle ortaya konmuştur.

SUMMARY

A uniform asymptotic high-frequency solution is developed for the problem of diffraction of TM polarized plane waves by a dielectric loaded slit in an impedance screen of finite thickness. Relying on the image bisection principle, the original problem is split up into two simpler ones and each individual boundary-value problem is formulated into a pair of simultaneous modified Wiener-Hopf equations of the third kind which are decoupled and solved approximately. Several numerical results illustrating the effects of the surface impedances, material properties of the dielectric load, slit width and slit thickness on the diffraction phenomenon are presented.

TEŞEKKÜR

Bu alıŐma sırasında kıymetli yardımlarını benden esirgemeyen değerli hocam sayın Prof.Dr. Alınur Bykaksay'a teŐekkr bir bor bilirim.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ÖZET	IV
SUMMARY	V
TEŞEKKÜR	VI
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	VII
ŞEKİLLER DİZİNİ	VIII
1. GİRİŞ	1
1.1. Konu ve Önemi	1
1.2. Tezin Amacı ve İçeriği	7
1.3. Tezde Kullanılan Notasyon	9
2. PROBLEMİNİN FORMÜLASYONU VE ÇÖZÜMÜ	11
2.1. Wiener-Hopf Probleminin Formülasyonu	11
2.2. $\psi > \delta$, $\xi \in (-\infty, \infty)$ Bölgesi İçin Kırınan Alan	14
2.3. $\psi \in (0, \delta)$, $\xi \in (0, \lambda)$ Bölgesi İçin Kırınan Alan	16
2.4. Modifiye Wiener-Hopf Denklemine İndirgeme	20
2.5. Modifiye Wiener-Hopf Denkleminin Yaklaşık Çözümü	21
2.6. $f_n^{e,o}$ ve $g_n^{e,o}$ Bilinmeyen Katsayılarının Hesaplanması	32
3. FİZİK OPTİK VE STANDART EMPEDANS MODELLEMESİ	34
3.1. Fizik Optik Yaklaşımı	34
3.2. Standart Empedans Modeli	36
4. SAÇILAN ALANIN ANALİZİ	40
4.1. $\psi > \delta$ Bölgesi İçin Saçılan Alanın Analizi	40
4.1.1. (4.4a) integralinin hesabı	41
4.1.2. (4.4b) integralinin hesabı	43
5. SAYISAL UYGULAMALAR VE SONUÇLAR	45
5.1. Örnek Uygulamalar	45
6. SONUÇLAR VE GELECEĞE YÖNELİK ÇALIŞMALAR	55
KAYNAKLAR	56
ÖZGEÇMİŞ	60

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil	Sayfa
1.1. Kalınlıksız düzlemsel yarık probleminin geometrisi	3
1.2a. İkincil kırınımın oluşumu	3
1.2b. Üçüncül kırınımın oluşumu	3
2.1. Problemin geometrisi	11
2.2. Çift ve tek uyarımlar ve eşdeğerleri	12
2.3. Kesilmiş kompleks α -düzlemi	16
3.1a. Dielektrik tabaka ile kaplı mükemmel elektrik/magnetik iletken düzlem	37
3.1b. Empedans yüzeyi simülasyonu	37
3.2. Üç parçalı empedans düzlem eşdeğer geometrisi	38
4.1. Kompleks t -düzlemi	41
4.2. $y > d$ bölgesinde toplan alan ifadesinin gösterimi	44
5.1. Kesim sayısının yarığın kalınlığı δ ile değişimi	46
5.2. Toplam kırınan alan genliğinin yarığın kalınlığı δ ile değişimi	47
5.3. Toplam geçen alan genliğinin yarığın kalınlığı δ ile değişimi	47
5.4. Toplam kırınan alan genliğinin yarığın genişliği λ ile değişimi	48
5.5. Toplam geçen alan genliğinin yarığın genişliği λ ile değişimi	48
5.6. Toplam kırınan alan genliğinin η_1 ile değişimi	49
5.7. Toplam geçen alan genliğinin η_1 ile değişimi	49
5.8. Toplam kırınan alan genliğinin η_2 ile değişimi	50
5.9. Toplam geçen alan genliğinin η_2 ile değişimi	50
5.10. Toplam kırınan alan genliğinin ϵ_r ile değişimi	51
5.11. Toplam geçen alan genliğinin ϵ_r ile değişimi	51
5.12. Toplam kırınan alan genliğinin μ_r ile değişimi	52
5.13. Toplam geçen alan genliğinin μ_r ile değişimi	52
5.14. Kırınan alan Wiener-Hopf, Fizik Optik ve Empedans modeli karşılaştırması	53
5.15. Geçen alan Wiener-Hopf, Fizik Optik ve Empedans modeli karşılaştırması	53
5.16. Kırınan alan Wiener-Hopf, Fizik Optik ve Empedans modeli karşılaştırması	54
5.17. Geçen alan Wiener-Hopf, Fizik Optik ve Empedans modeli karşılaştırması	54

1.GİRİŞ

1.1.Konu ve Önemi

Mikrodalga haberleşme sistemlerindeki son gelişmeler yüksek frekanslı elektromagnetik dalgaların gittikçe artan bir hızla günlük hayatımıza girmesine neden olmuştur. Bunun doğal bir sonucu olarak söz konusu dalgaların değişik geometrik ve fiziksel yapıya sahip cisimlerden saçılması hem bilimsel hem de uygulama açısından son derece önemli bir konu haline gelmiştir.

Monokromatik elektromagnetik dalgaların bir yüzey üzerindeki geometrik ya da fiziksel süreksizliklerin oluşturduğu "ayrıt"lardan kırınımının analitik olarak incelenmesi, genellikle Helmholtz denkleminin bir karışık sınır-değer probleminin çözümüne indirgenmesiyle mümkün olur. Bu tür problemler, adi sınır-değer problemlerinde olduğu gibi öz fonksiyon açılımları, integral dönüşümler v.b. klasik yöntemlerle çözülemezler. Bu nedenle çözüm için özel tekniklerin geliştirilmesi ve uygulanması gerekir. Bunun için izlenen yol, olayı mümkün olduğunca geniş kapsamlı fakat teorik incelemeye elverişli "ideal" parçalara ayrılmış düşündürmek, öyle ki; esas olay bu ideal olayların kombinezonu şeklindedir. Bu türden bir ideal olaya "kanonik olay", buna ilişkin yapıya "kanonik yapı", böylece kurulmuş olan ideal probleme de "kanonik problem" adı verilir.

Ayrıt kırınımına ilişkin ilk sistematik incelemelerin Sommerfeld'e kadar uzanan bir geçmişi vardır [Sommerfeld, 1896]. Sommerfeld, üzerinde Dirichlet ya da Neumann tipinde sınır koşulunun sağlandığı bir yarım düzlem ayrıtından kırınım problemini, dalga denkleminin iki değerli gösterimlerini ve çok değerli fonksiyonlara ilişkin Riemann yüzeylerini kullanarak çözmüş ve böylece ayrıt kırınımına ilişkin ilk bilgilerin sağlanmasına öncülük etmiştir. Daha sonra aynı problem Schwinger [Schwinger, 1944] ve Copson [Copson, 1946] tarafından tekrar ele alınarak bir düal integral denklem takımına indirgenmiş ve Fourier integrallerinin analitik özelliklerinden yararlanılarak bir Wiener-Hopf problemine [Wiener and Hopf, 1931] dönüştürülmüştür.

1952 yılında Jones [Jones, 1952] yarım düzlem problemine ilişkin Wiener-Hopf

denklemini doğrudan elde etmeye yönelik daha basit bir yöntem öne sürmüştür. Bu yöntemin temeli; indirgenmiş dalga denkleminin kompleks Fourier dönüşümünü aldıktan sonra sınır koşullarını kompleks domende uygulayarak Wiener-Hopf denklemini elde etmeye dayanmaktadır. "Jones metodu" olarak adlandırılan bu formülasyon reel uzayda integral denklemleri elde etme aşamasını ortadan kaldırmıştır.

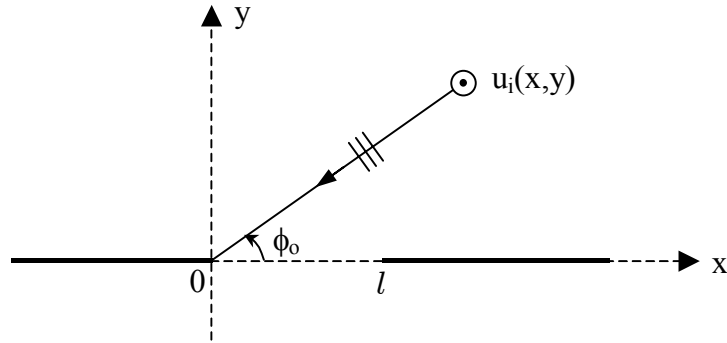
Yarım düzlem ve iki parçalı düzlem problemlerini sistematik bir şekilde incelemeye imkan veren Wiener-Hopf tekniği, daha sonra değişik fiziksel yapıya sahip problemlerin çözümünde de başarıyla uygulanmıştır.

Sommerfeld'in yarım düzlem problemi için elde ettiği sonuçlar, yarım yüzyıl kadar sonra, yüksek frekanslı dalgaların kırınımının yerel bir olay olduğu varsayımına dayanan Kırınımın Geometrik Teorisi (KGT) [Keller, 1962] ortaya atıldığında, herhangi bir yüzey parçasının ayrıtında oluşan olayın birinci mertebeden yaklaşımı olarak değerlendirilmiş ve mühendisler tarafından yaygın bir biçimde kullanılmıştır.

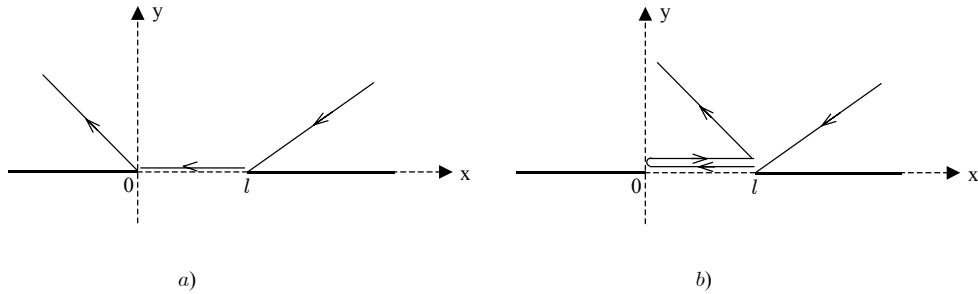
Yüksek frekanslı elektromagnetik dalgaların, birden fazla ayrıt içeren geometrik yapıya sahip cisimlerden saçılması ve ardışık kırınımı, hem kırınım teorisi hem de mühendislik uygulamaları bakımından büyük önem taşımaktadır. Karmaşık geometriye sahip cisimlerden yüksek frekanslı dalgaların saçılmasını açıklamak amacıyla Keller tarafından geliştirilmiş bulunan KGT en yaygın olarak kullanılan asimptotik yöntemler arasındadır.

KGT uyarınca sonlu boyutlu cisimlerin ayrıtlarında oluşan birinci mertebeden kırınımı incelemek için yarım düzlem probleminin çözümünden yararlanmak mümkündür. Ancak gölge bölgesinde elektromagnetik dalgaların ayrıtlardan ardışık kırınımı da önem kazanır. Elektromagnetik dalgaların, birden fazla ayrıt içeren düzlemsel yapılardan ardışık kırınım olayını aydınlatmak bakımından en basit geometrilerden birisi de, şüphesiz, üç parçalı düzlem süreksizlikleri veya düzlemsel yarıktır (Şekil 1.1). Bu tür geometrilerde çözüm iki parçalı düzlem süreksizlik problemlerine göre daha karmaşıktır. Çünkü köşelerin karşılıklı etkileşimi sözkonusudur. Yüksek frekanslarda bir yarıktan kırınan toplam alan, birinci ve daha yüksek mertebeden kırınan alanların toplamı biçiminde ifade edilebilir. Birinci ayrıttan kırınan alanın bir kısmı, yarık boyunca ilerleyerek diğer ayrıtta ikincil kırınan alanın oluşmasına neden olur (Şekil 1.2a). İkincil

kırınan alanın da bir bölümü, yarık boyunca birinci ayrıta ilerleyerek üçüncül kırınan alanı doğurur (Şekil 1.2b). Daha yüksek mertebeden kırınan alan terimleri de benzer şekilde oluşur.



Şekil 1.1. Kalınlıksız düzlemsel yarık probleminin geometrisi



Şekil 1.2. a) ikincil kırınımın oluşumu b) üçüncül kırınımın oluşumu

Düzlemsel dalgaların bu tür saçıcılardan kırınımı, birçok araştırmaya konu olmuş ve problem kesin ve yaklaşık yöntemlerle incelenmiştir. Mükemmel iletken bir düzlemsel yarıktan kırınım problemini ciddi olarak ele alan ilk araştırmacı Schwarzschild [Schwarzschild, 1902] olmuştur. Çalışmasında Green fonksiyonları yardımıyla bir çift kuple integral denklem sistemi elde etmiştir. Çözüm için iteratif bir metot önermiş, buna göre Sommerfeld yarım düzlem probleminin kesin çözümünden türetilen elektromagnetik potansiyel yardımıyla birincil kırınan alan terimini elde edip bulduğu sonucu integral denklemlerde yerine yazarak ikincil kırınan alan ifadesini elde etmiştir. İkincil kırınan alan terimi için yapılan yaklaşım, ikinci ayrıttın ortamda bulunması sonucu doğan ara etkileşimi hesaba katarken birincil kırınan alan terimi için yapılan yaklaşımda sadece bir ayrıttan kırınım hesaplanır. Bu seri yaklaşımı tüm yarık genişlikleri için kullanılırken geniş yarıklar için serilerin yavaş yakınsaması pratik uygulamalar açısından dezavantaj oluşturmaktadır. Daha sonraki yıllarda birçok araştırmacı farklı

yaklaşımlarla yarık problemini çözmüşlerdir [Leontovich, 1946], [Skavrum, 1951], [Meixner, 1954]. Örneğin Meixner, kırınım probleminin çözümünü alan büyüklüklerini Mathieu fonksiyonları cinsinden ifade ederek bulmuştur.

Karp ve Russek [Karp and Russek, 1956] dalga boyuna oranla geniş yarıklar için yaklaşık bir çözüm metodu geliştirerek Schwarzchild'ın çözümündeki serilerin yavaş yakınsama dezavantajını yenmiştir. Eşdeğer çizgisel kaynak olarak isimlendirilen teknik, bir ayırıtın diğer ayırta etkisini sözkonusu ayırta ilişkin yarı düzlemin kenarına yerleştirilmiş bir çizgisel kaynağın potansiyeli ile temsil edilebileceğini varsayarak kırınım probleminin yaklaşık çözümünü elde etmişlerdir.

Şekil 1.1 deki yarık geometrisi üç parçalı bir karma sınır değer problemi oluşturur ve Fourier dönüşümü aracılığı ile

$$G(\alpha)P(\alpha) + F_-(\alpha) + e^{i\alpha l}F_+(\alpha) = f(\alpha) \quad (1.1)$$

şeklinde birinci çeşit bir modifiye Wiener-Hopf denklemine indirgenebilir. τ_+ ve τ_- birer reel sayı olmak üzere $f_+(\alpha) \sim Ae^{\tau_+x}$ ve $f_-(\alpha) \sim Ae^{\tau_-x}$ gibi üstel mertebeden oluyorsa $F_+(\alpha)$ ve $F_-(\alpha)$ sırasıyla, $\text{Im}\{\alpha\} > \tau_+$ ve $\text{Im}\{\alpha\} < \tau_-$ ile belirli yarım düzlemlerde regüler olan ve henüz bilinmeyen fonksiyonlar, $P(\alpha)$ ise bilinmeyen bir tam fonksiyondur. Burada $G(\alpha)$ ve $f(\alpha)$, $\tau_+ < \text{Im}\{\alpha\} < \tau_-$ şeridinde regüler olan bilinen fonksiyonlardır. (1.1) denklemi $1/(\alpha + \beta)$ çekirdekli iki kuple integral denklem takımının çözümüne indirgenebilir [Jones, 1964], [Noble, 1958]. Bu tür integral denklemlerin kesin çözümünü elde etmeye yönelik tek çalışma, İdemen [İdemen, 1974] tarafından yapılmıştır. Söz konusu integral denklemlerin yaklaşık bir çözümünü elde edebilmek için Büyükaksoy ve arkadaşları [Büyükaksoy et. al., 1989] tarafından bir iteratif yöntem önerilmiş ve spektral iterasyon tekniği (SİT) olarak isimlendirilmiştir. Bu teknik, yüksek frekanslı dalgaların kırınımının yerel bir olay olduğunu gözönünde tutarak, örneğin l ayırıtından kırınmış alanın, O ayırıtından ikinci kırınımı sonucu oluşan alanın belirlenmesi ayrı iki yarı düzlem probleminin çözümüne indirgenebilir. Şöyleki, bu iki yarım düzlem O ayırıtının $(-\infty)$ 'a, l ayırıtının $(+\infty)$ 'a uzatılmasıyla elde edilir. Böylece l ayırıtından kırınmış alan O ayırıtının $(-\infty)$ 'a uzatılmasıyla elde edilecek olan yarım düzlem probleminin çözümü, O ayırıtında uyarılan ikinci mertebe kırınım

terimi ise birinci kırınan alan terimini kaynak kabul ederek çözülecek yeni bir Wiener-Hopf problemi ile belirlenir. Kolayca görüleceği üzere, bu yöntemi ardarda kullanarak, yani bir önceki ayırttan kırınan alanın Fourier integral gösterilimini bir sonraki ayırt için gelen alan kabul ederek, istenilen mertebeden kırınmış alan terimini elde etmek mümkündür.

Anisotropik ortamda yarık problemi için yaklaşık bir çözüm ilk olarak Jull [Jull, 1967] tarafından önermiştir. Yüzeyleri empedans özelliği gösteren kalınlıksız yarıktan düzlemsel dalgaların kırınımını ilk olarak Hongo [Hongo, 1972] incelemiştir. Ancak Hongo incelemesinin sonunda sayısal örnek verirken yarık yüzeylerini mükemmel iletken olarak almıştır. İlerleyen yıllarda ise farklı ortamları birbirinden ayıran mükemmel iletken kalınlıksız yarık problemi birçok araştırmacı tarafından ele alınmıştır [Butler and Umashankar, 1976], [Butler and Wilton, 1980], [Kabalan et. al., 1990]. Butler ve Umashankar çalışmalarında elektromagnetik özellikleri farklı iki ortamı birbirinden ayıran yarık problemini çözmek için eşdeğerlilik prensibini kullanarak yarıktaki bilinmeyen magnetik yüzey akımını yazmış ve bir integro-diferansiyel denklem elde etmiştir. Hem TE hem de TM aydınlatma için integro-diferansiyel denklemler sayısal olarak çözümlenerek yarık problemi ile ilgili tüm istenenler hesaplanmıştır. Sonraki çalışmada Butler ve Wilton, yarık probleminden kırınımın genel çözümünü, Chebyshev polinomlarının bir serisi ile ayırt koşulunu içeren bir fonksiyonun çarpımı olarak ifade etmiştir. Hem TE hem de TM aydınlatma için yarık genişliğinin dalgaboyuna oranla küçük olduğunu varsayarak problemi çözmüştür. Kabalan ve arkadaşları, yine farklı ortamları ayıran yarık problemini karakteristik mod teorisi ve moment metodunu kullanarak çözmüştür.

Son zamanlarda ise kalınlıklı yarık problemleri araştırmacıların ilgisini çekmiş ve değişik analitik ve sayısal yaklaşımlarla problem çözülmüştür. Yapılan teorik incelemelerin büyük bir çoğunluğunda yarık içerisinde alan ifadeleri paralel-plakalı dalga kılavuzu modları cinsinden yazılır. Yarı-düzlemlere ilişkin alanlar integral gösterime sahiptir. Elektrik ve magnetik alanın yarık yüzeylerindeki sürekliliğinden hareketle bir kuple integral denklem sistemi elde edilir [Hongo and Ishii, 1978], [Auckland and Harrington, 1978]. Problemin bu türden ifade edilmesine "modal formülasyon" denir. Lehman [Lehman, 1970] sonlu Fourier dönüşümünün analitik özelliklerini kul-

lanarak problemi kapsamlı olarak incelemiştir. Kashyap ve Hamid [Kashyap and Hamid, 1971] ise Wiener-Hopf metodu ve genelleştirilmiş saçılma matrisini birlikte kullanarak problemi çözmüşlerdir. Araştırmalarında iki paralel plakalı açık uçlu dalga kılavuzu tandem yarık oluşturacak şekilde yerleştirilip aralarındaki etkileşim bulunmuştur. Daha sonra dalga kılavuzları içindeki malzemenin elektrik geçirgenliği sonsuz yapılarak kalınlıklı yarık problemine ilişkin kırınan alan ifadesi elde edilmiştir. Küçük yarık genişliklerinde Wittaker fonksiyonları, Fresnel integralleri cinsinden yazılmış ve sonuçlar Yu ve Rudduck [Yu and Rudduck, 1967] tarafından incelenen tamamlayıcı şerit problemiyle aynı çıkmıştır. Yarık genişliği dalgaboyuna oranla büyük olduğunda ise Wittaker fonksiyonlarının asimptotik değerleri kullanılarak bulunan kırınan alan ifadesi Keller'in [Keller, 1957] çözümleriyle aynı çıkmıştır. Hongo ve Ishii [Hongo and Ishii, 1978] kalınlıklı bir yarıktan düzlemsel dalgaların kırınımını Weber-Schafheitlin süreksiz integralleri kullanarak çözmüştür. Problem sonsuz sayıda bilinmeyen içeren sonsuz doğrusal denklem sistemine indirgenmiş ve bu sistem uygun bir üst kesim bulunarak sayısal olarak çözülmüş ve sonuçlar deneysel verilerle de desteklenmiştir. Aynı tarihlerde Auckland ve Harrington [Auckland and Harrington, 1978] içi homojen bir malzemeyle dolu kalınlıklı bir yarıktan elektromagnetik dalgaların kırınım ve ışınımını incelemiştir. Yarık problemleri için Harrington ve Mautz [Harrington and Mautz, 1976] tarafından geliştirilmiş genelleştirilmiş ağ formülasyonu kullanılarak yarık yüzeylerinde magnetik akımlar tanımlanır ve yarığın ayırdığı iki bölgede admitans matrisleri yazılmıştır. Magnetik akımlarını bilinmeyen olarak içeren kuple integral denklemler elde edilerek moment metodu kullanılarak bulunan kuple integral denklemler sayısal olarak çözülmüştür. Daha sonraları Auckland ve Harrington [Auckland and Harrington, 1980] kalınlıklı, içerisi homojen malzeme ile dolu fakat kesiti simetrik yapıya sahip olmayan yarıklar için problemi ele almış ve modal olmayan bir yolla problemi çözmüştür. Şöyleki eşdeğerlilik ilkesi kullanılarak esas problem üç parçaya bölünmüş ve her üç parça için eşdeğer akımları içeren bir integral denklem elde edilmiştir. Daha sonra bu kuple integral denklemler moment metodu kullanılarak sayısal olarak çözülmüştür. Fakat Auckland ve Harrington'un yaptığı her iki çalışmada da içi homojen malzemeyle dolu yarık incelenmiş, sayısal çözümlerde sonuç matrisi yoğun çıkmış ve tersinin alınmasında aşırı hafızaya ihtiyaç duyulmuştur. Jin ve Volakis [Jin and Volakis, 1990] sonlu elemanlar ve yüzey integral yöntemlerini kullanarak içi

homojen olmayan materyalle dolu, kalınlıklı mükemmel iletken bir yarıktan TE polarize elektromagnetik dalgaların kırınımı ve radyasyonunu incelemiştir. Sonlu elemanlar yöntemi, homojen olmayan materyaller ve geometrik süreksizliklere uygulanabilen ve sonuçta seyrek matris veren bir metottur. Yarık içerisindeki alan bileşenlerini formüle etmek için sonlu elemanlar yöntemi kullanılmış ve bu ifadeler açık bölge ile süreklilik bağıntıları kullanılarak ilişkilendirilmiştir. Açık bölgede alan ifadeleri yüzey integral denklemleri ile ifade edilerek sayısal olarak çözülmüştür. Kang ve arkadaşları [Kang et. al., 1993], [Kang et. al., 1994] kalınlıklı mükemmel iletken ve içerisi kayıplı malzeme ile dolu yarıktan TE ve TM polarize elektromagnetik dalgaların saçılmasını incelemiştir. Yarık genişliğinin dalgaboyuna oranla çok büyük ve içi boş olduğu durumda yarık geçirme katsayısı yaklaşık olarak hesaplanmış ve ilginç bir şekilde yarık kalınlığından bağımsız çıkmıştır.

Yukarıda anlatılan kalınlıklı yarık incelemelerin hepsinde ekranın mükemmel iletken olduğu varsayılmıştır. Yarığın olduğu ekranın yatay ve dikey yüzeylerinin farklı empedanslara sahip olduğu durumda tek ayrıntılı inceleme Birbir ve Büyükaksoy [Birbir and Büyükaksoy, 1996] tarafından yapılmıştır. TM polarize düzlem dalga ile aydınlatılan kalınlıklı empedans yarığında kırınım problemi Fourier dönüşüm tekniği kullanılarak ilgili sınır-değer problemi bir çift üçüncü tip modifiye Wiener-Hopf denklemine indirgenmiş ve bu denklemler birtakım elementer dönüşümler sonrasında ikinci tip kuple Fredholm integral denklem sistemine dönüştürülüp yaklaşık olarak çözülmüştür.

Bu çalışmanın amacı daha önce F. Birbir ve A. Büyükaksoy tarafından ele alınmış bulunan kalınlıklı ve yüzeyleri empedans özelliği gösteren yarıktan saçılma problemini yarığın içerisindeki dielektrik malzeme ile dolu olduğu duruma genişletmektir. Bu durumda elde edilen Modifiye Wiener-Hopf denklemlerinin çekirdekleri daha kompakte olmakta ve çekirdeğin Wiener-Hopf anlamında çarpanlara ayrılması için bilinen analitik teknikler yeterli olmayıp sayısal tekniklerin de kullanılması gerekmektedir.

1.2. Tezin Amacı ve İçeriği

Bu çalışmanın amacı, önemi yukarıda belirtilmiş olan kırınım problemini analitik yöntemlere dayanarak çözmek ve yarık genişliği ve kalınlığı, dielektrik malzemenin

elektrik (ϵ_r) ve magnetik (μ_r) geçirgenliği, farklı yüzey empedansları v.b. gibi parametrelerin kırınım olayına etkisini açığa çıkarmaktır. Saçılan alanı belirleyebilmek için gelen alanı tek (asimetrik) ve çift (simetrik) uyarma şeklinde iki parçaya ayırabiliriz. Böyle bir yapıyı aydınlatan düz-lemsel dalga, regüler noktalarda yansımaya, geometrik ve fizik özelliklerde süreksiz-liğin olduğu yerde ise kırınımına uğrar. Bu çalışmadaki kırınım problemine ilişkin sınır-değer problemi Fourier dönüşümü aracılığı ile bir çift üçüncü türden modifiye Wiener-Hopf denklem sistemine indirgenir. Bu denklemlere klasik Wiener-Hopf çözüm tekniği uygulanarak bir çift ikinci türden Fredholm denklem sistemi elde edilir. Bu denklemlerin çözümü ise sonsuz sayıda bilinmeyen içeren sonsuz denklem sistemine indirgenerek sayısal olarak bulunur. Eşdeğer problemler ayrı ayrı çözüldükten sonra toplam saçılan alan iki çözümün süperpozisyonu ile bulunacaktır.

Bölüm-2’de problem formüle edilmiş, indirgenmiş dalga denkleminin kompleks Fourier dönüşümü alındıktan sonra sınır, süreklilik ve radyasyon koşulları kompleks domende uygulanmıştır.

Bölüm-2.4’te, tek ve çift uyarımlara ilişkin modifiye Wiener-Hopf denklemlerinin elde edilmesi anlatılmıştır.

Bölüm-2.5’te, Wiener-Hopf denklemlerinin klasik olarak ayrıştırılması, tek ve çift uyarımlar için ortaya çıkan ikinci tipten iki adet kuple Fredholm integral denklem sisteminin elde edilmesi verilmiştir. Bu kuple integral denklemler iterasyon yöntemi kullanılarak hesaplamaya uygundur. kl , yarığın elektriksel genişliği, yeterince büyük olduğunda denklemlerdeki integraller ihmal edilebilir ve bulunan çözümler geniş bir yarığa ilişkin birinci mertebeden kırınım terimlerini vermiştir. İkinci (üçüncü,...) mertebe çözümler, birinci (ikinci,...) mertebeden çözümlerin ilgili denklemlerin sağ taraflarında yerine konarak elde edilmiştir. İkinci ve daha yüksek mertebeden çözümlerde karşımıza çıkan kesim çizgisi üzerindeki integraller bir takım düzenlemelerden sonra asimptotik olarak değerlendirilmiştir.

Bölüm-2.6’da $f_n^{e,o}$ ve $g_n^{e,o}$ bilinmeyen katsayıları hesaplanmıştır. Bu aşamada sonsuz bilinmeyenli sonsuz lineer cebrik denklem sistemi karşımıza çıkmış ve sayısal olarak çözülmüştür.

Bölüm-3, problemin fizik optik ve standart empedans model yaklaşımlarıyla çözülmesine ayrılmıştır.

Bölüm-4'te, ikinci bölümde bulunan çözüme dayanılarak saçılan alanın ayrıntılı analizi yapılmıştır. Sener noktası (saddle-point) yönteminden faydalanılarak yapılan bu analiz $y > d$ bölgesi için kırınan alanın, $y < -d$ bölgesi için ise geçen alanın açık ifadelerinin bulunmasını sağlamıştır.

Bölüm-5'te, ayırıt etkileşimlerinin ortaya çıkarılması doğrultusunda, yarık genişlik ve kalınlığı, malzemenin elektrik ve magnetik geçirgenliği ve yüzey empedanslarının kırınım olayına etkisini gösteren grafiklerin bir kısmı verilmiştir. Ayrıca üçüncü bölümde sözü edilen yaklaşımlar ile Wiener-Hopf çözümü grafiksel olarak karşılaştırılmış ve yorumlanmıştır.

Son olarak, Bölüm-6'da, analitik ve sayısal sonuçlara dayanılarak yapılan incelemeler ele alınmış ve gelecek çalışmaların ne yönde olması gerektiği ifade edilmiştir.

1.3. Tezde Kullanılan Notasyon

Tezde kullanılan notasyon, uluslararası literatürde yaygın olarak kullanılmakta olan notasyondur. Örneğin iki boyutlu uzayın herhangi bir noktasının kartezyen koordinatları (x, y) ile, kutupsal koordinatları da (ρ, ϕ) ile gösterilmektedir. Gelen dalgayı belirtmek için (i) , toplam dalgayı belirtmek için (T) , yansıyan dalgayı belirtmek için (r) , kırınmış olan alanı belirtmek için (d) alt indisleri kullanılacaktır.

İncelemelerimizde, gelen dalgayı, zamana bağımlılığın $e^{-i\omega t}$ çarpanıyla karakterize edildiği monokromatik bir düzlemsel dalga olarak kabul edeceğiz ve yayılma doğrultusunun yarığın z -ksenine paralel olan ayırıtına dik olduğunu varsayacağız. Bu kısıtlama bütün büyüklüklerin z değişkeninden bağımsız olmasını sağlayacak ve ortaya çıkacak olan sınır değer problemlerinin çözümünü büyük ölçüde kolaylaştıracaktır. Ayrıca kompleks büyüklüklerin reel ve sanal kısımları, sırasıyla, $\text{Re}(\cdot)$ ve $\text{Im}(\cdot)$ ile gösterilecek ve, örneğin,

$$z = \text{Re}(z) + i \text{Im}(z) \quad (1.2)$$

yazılacaktır.

Tezde çok yaygın olarak kullanılan Fourier dönüşümü,

$$\widehat{u}(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} u(z)e^{i\alpha z} dz, \quad (1.3)$$

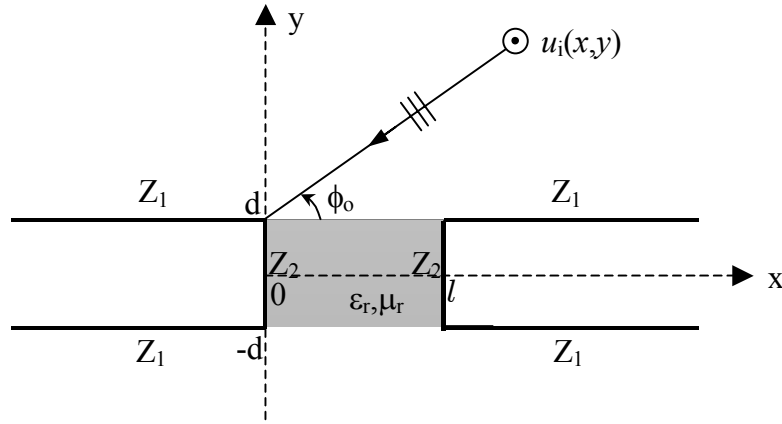
şeklinde, bunun tersi de

$$u(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{u}(\alpha)e^{-i\alpha z} d\alpha \quad (1.4)$$

olarak tanımlanmıştır. $u_+(z)$ ve $u_-(z)$ sırasıyla kompleks z -düzleminin $(-\infty, 0)$ ve $(0, \infty)$ aralıklarında özdeşleyin sıfır olan fonksiyonları göstermek üzere, (1.3) tanımını gözönüne alalım. $\widehat{u}_+(\alpha)$ fonksiyonu $u_+(z)$ 'in $\widehat{u}_-(\alpha)$ ise $u_-(z)$ 'in Fourier dönüşümleri olmak üzere sırasıyla üst ve alt yarı düzlemlerin belirli bir yarısında, örneğin $b, b' \in \mathfrak{R}$ olmak üzere $\text{Im}(\alpha) > b$ ve $\text{Im}(\alpha) < b'$ üst ve alt yarılarında α 'nın regüler fonksiyonlarını ifade ederler. Kompleks α -düzleminin bir sonlu aralığı, mesela $b' < \text{Im}(\alpha) < b$, dışında her yerde özdeşleyin sıfır olan $u_1(z)$ gibi fonksiyonların Fourier dönüşümleri ise α 'nın tam fonksiyonlarını ifade ederler.

2.PROBLEMİN FORMÜLASYONU VE ÇÖZÜMÜ

2.1.Wiener-Hopf Probleminin Formülasyonu

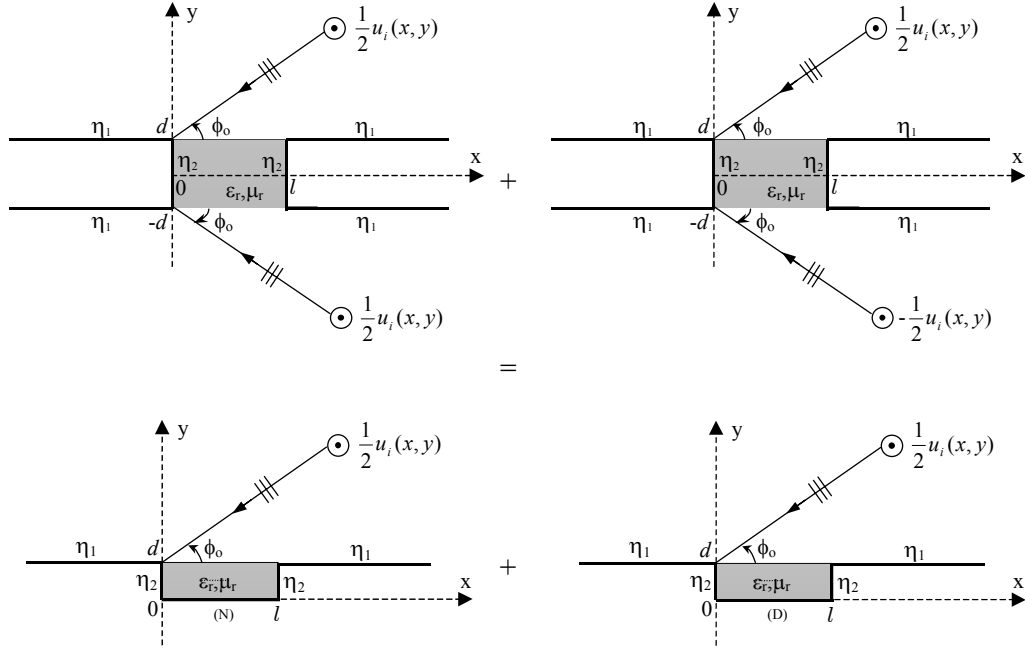


Şekil 2.1. Problemin geometrisi

Gelen dalga E_z -polarize (TM) düzlem dalga olarak aşağıdaki gibi verilsin,

$$E_z = u_i = e^{-ik_0(x \cos \phi_0 + y \sin \phi_0)} \quad (2.1)$$

burada k_0 boşluğun dalga sayısıdır. Problem böyle bir dalga ile aydınlatılan dielektrik yüklü empedans yarığında saçılmayı incelemektir (Şekil 2.1). Empedans yarığının yatay yüzeyleri $y = \pm d$, $x \in \{(l, \infty) \cup (-\infty, 0)\}$ $Z_1 = \eta_1 Z_0$ yüzey empedansına, $y \in (-d, d)$, $x = 0$, ve $x = l$ ile tanımlı yarığın dik yüzeyleri ise $Z_2 = \eta_2 Z_0$ yüzey empedansına sahip olsun. $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}$ boş uzayın karakteristik empedansı, ϵ_0 ve μ_0 ise sırasıyla boş uzayın elektrik ve magnetik geçirgenlik sabitleridir. Yarığı dolduran dielektrik malzemenin elektrik geçirgenliği ve magnetik geçirgenliği sırasıyla $\epsilon_1 = \epsilon_r \epsilon_0$ ve $\mu_1 = \mu_r \mu_0$ dir. Saçılan alanı belirleyebilmek için gelen alanı çift ve tek uyarma şeklinde iki parçaya ayırabiliriz. Çift uyarma ve tek uyarmaya ilişkin şekiller ve bunların eşdeğerleri Şekil 2.2’de verilmiştir. Çift uyarma için eşdeğer problem empedans yarığın simetri eksenine bir magnetik iletken duvar konması, tek uyarma için eşdeğer problem ise empedans yarığın simetri eksenine bir elektrik iletken duvar konması ile elde edilir (Şekil 2.2).



Şekil 2.2. Çift ve tek uyarmalar ve eşdeğerleri

Problemin geometrisi göz önüne alındığında, toplam elektrik alan aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$u_T(x, y) = \left\{ \begin{array}{l} u_i(x, y) + u_r(x, y) + u_1^{(e,o)}(x, y), \quad x \in (-\infty, \infty), \quad y > d \\ u_2^{(e,o)}(x, y), \quad x \in (0, l), \quad y \in (0, d) \end{array} \right\}. \quad (2.2a)$$

burada

$$u_i(x, y) = e^{-ik_0(x \cos \phi_0 + y \sin \phi_0)} \quad (2.2b)$$

ve u_r ise $y = d$ noktasına konulan η_1 empedansına sahip düzlemde yansıyan alanı göstermektedir:

$$u_r(x, y) = \frac{\eta_1 \sin \phi_0 - 1}{\eta_1 \sin \phi_0 + 1} e^{-ik_0[x \cos \phi_0 - (y-2d) \sin \phi_0]}. \quad (2.2c)$$

Üst indis (e) çift uyarma, (o) tek uyarma için kullanılmıştır. Problem $u_{1,2}^{(e,o)}(x, y)$ nin belirlenmesi ve analizinden ibarettir. (2.2a) da ifade edilen $u_n^{(e,o)}(x, y)$ ($n = 1, 2$) fonksiyonları, yüzey haricindeki her yerde, x ve y nin sürekli fonksiyonlarıdır ve ikinci mertebeye kadar sürekli türevlere sahip olup

$$\Delta u_n^{(e,o)} + k_{n-1}^2 u_n^{(e,o)} = 0, \quad n = 1, 2 \quad (2.3)$$

homojen Helmholtz denklemini sağlarlar. Problemi çözerken göz önüne alacağımız Fourier integrallerinin yakınsaması için dalga sayısı k_0 'nın ortamdaki iletkenlikten dolayı çok küçük bir sanal bileşene sahip olduğunu varsayacağız. Elde edilecek olan sonuçlarda sanal kısım $\text{Im}(k_0) \rightarrow +0$ alınırsa iletkenliği ihmal edilebilecek ortamlara ilişkin sonuçlar elde edilir. Burada $u_n(x, y)$ fonksiyonları Helmholtz denklemi ile aşağıdaki sınır, süreklilik ve radyasyon koşullarını sağlar.

Sınır koşulları:

$$\left(1 + \frac{\eta_1}{ik_0} \frac{\partial}{\partial y}\right) u_1^{(e,o)}(x, d) = 0, \quad x \in \{(-\infty, 0) \cup (l, \infty)\}, \quad (2.4a)$$

$$\left(1 + \frac{\eta_2}{ik_1} \frac{\partial}{\partial x}\right) u_2^{(e,o)}(0, y) = 0, \quad y \in (0, d), \quad (2.4b)$$

$$\left(1 - \frac{\eta_2}{ik_1} \frac{\partial}{\partial x}\right) u_2^{(e,o)}(l, y) = 0, \quad y \in (0, d), \quad (2.4c)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} u_2^{(e)}(x, 0) = 0, \quad x \in (0, l), \quad (2.4d)$$

$$u_2^{(o)}(x, 0) = 0, \quad x \in (0, l). \quad (2.4e)$$

Süreklilik koşulları:

$$u_1^{(e,o)}(x, d) + u_i(x, d) + u_r(x, d) = u_2^{(e,o)}(x, d), \quad x \in (0, l), \quad (2.4f)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} u_1^{(e,o)}(x, d) + \frac{\partial}{\partial y} u_i(x, d) + \frac{\partial}{\partial y} u_r(x, d) = \frac{1}{\mu_r} \frac{\partial}{\partial y} u_2^{(e,o)}(x, d), \quad x \in (0, l). \quad (2.4g)$$

Radyasyon koşulu:

$$\sqrt{r} \left[\frac{\partial u}{\partial r} - iku \right] \rightarrow 0, \quad r \rightarrow \infty \quad (2.4h)$$

burada $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ dir.

2.2. $y > d, x \in (-\infty, \infty)$ Bölgesi İçin Kırınan Alan

$u_1^{(e,o)}(x, y)$ fonksiyonunun $x \in (-\infty, \infty)$ aralığında Fourier dönüşümünü alır Helmholtz denkleminde yerine yazarsak

$$\left[\frac{d^2}{dy^2} + K_0^2(\alpha) \right] F^{(e,o)}(\alpha, y) = 0, \quad (2.5)$$

elde edilir. Burada $F^{(e,o)}(\alpha, y)$ fonksiyonları aşağıdaki gibi yazılır:

$$F^{(e,o)}(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{\infty} u_1^{(e,o)}(x, y) e^{i\alpha x} dx. \quad (2.6a)$$

$K_0(\alpha)$ karekök fonksiyonu kompleks α -düzleminde aşağıdaki gibi tanımlanmıştır (Şekil 2.3)

$$K_0(\alpha) = \sqrt{k_0^2 - \alpha^2}, \quad K_0(0) = k_0. \quad (2.6b)$$

(2.5) denkleminin (2.4h) radyasyon koşulu altındaki çözümü

$$F^{(e,o)}(\alpha, y) = A^{(e,o)}(\alpha) e^{iK_0(\alpha)(y-d)} \quad (2.7a)$$

olarak bulunur. Burada $A^{(e,o)}(\alpha)$ bilinmeyen spektral katsayılar olup (2.4a-2.4g) bağıntıları kullanılarak hesaplanacaktır. (2.6a) da verilen $F^{(e,o)}(\alpha, y)$ aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$F^{(e,o)}(\alpha, y) = F_-^{(e,o)}(\alpha, y) + F_1^{(e,o)}(\alpha, y) + e^{i\alpha d} F_+^{(e,o)}(\alpha, y), \quad (2.7b)$$

$$F_+^{(e,o)}(\alpha, y) = \int_l^{\infty} u_1^{(e,o)}(x, y) e^{i\alpha(x-l)} dx, \quad (2.8a)$$

$$F_-^{(e,o)}(\alpha, y) = \int_{-\infty}^0 u_1^{(e,o)}(x, y) e^{i\alpha x} dx, \quad (2.8b)$$

$$F_1^{(e,o)}(\alpha, y) = \int_0^l u_1^{(e,o)}(x, y) e^{i\alpha x} dx. \quad (2.8c)$$

(2.8a-b) ile verilen $F_+^{(e,o)}(\alpha, y)$ ve $F_-^{(e,o)}(\alpha, y)$ fonksiyonları Fourier integralinin bilinen analitik özellikleri nedeniyle, sırasıyla $\text{Im}\{\alpha\} > \text{Im}\{k_0 \cos \phi_0\}$ ve $\text{Im}\{\alpha\} < \text{Im}\{k_0\}$ α düzleminin üst-yarı ve alt-yarısında regüler olan fonksiyonlar iken (2.8c) ile verilen $F_1^{(e,o)}(\alpha, y)$ ise tam fonksiyondur.

Şimdi, (2.7b) denkleminin y 'ye göre türevi alınırsa

$$\dot{F}_-(\alpha, y) + \dot{F}_1(\alpha, y) + e^{i\alpha l} \dot{F}_+(\alpha, y) = iK(\alpha)A(\alpha)e^{iK(\alpha)(y-d)} \quad (2.9)$$

bulunur. Burada (\bullet) , $\frac{\partial}{\partial y}$ türev operatörüdür. (2.7b) ve (2.9) ifadeleri (2.4a) sınır koşulunda yerine yazılırsa

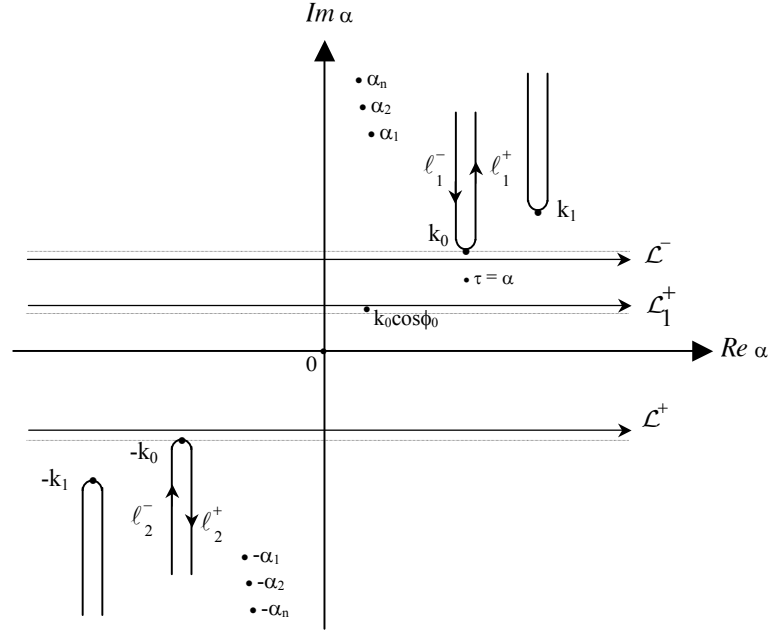
$$P^{(e,o)} = A^{(e,o)}(\alpha) \left[1 + \eta_1 \frac{K_0(\alpha)}{k_0} \right] \quad (2.10)$$

elde edilir. Burada

$$P^{(e,o)}(\alpha) = F_1^{(e,o)}(\alpha, d) + \frac{\eta_1}{ik_0} \dot{F}_1^{(e,o)}(\alpha, d) \quad (2.11)$$

dir. (2.10) denkleminden $A^{(e,o)}(\alpha)$ aşağıdaki gibi elde edilir:

$$A^{(e,o)}(\alpha) = \frac{P^{(e,o)}}{\left[1 + \eta_1 \frac{K_0(\alpha)}{k_0} \right]}. \quad (2.12)$$

Şekil 2.3. Kesilmiş kompleks α –düzlemi

2.3. $y \in (0, d)$, $x \in (0, l)$ Bölgesi İçin Kıрман Alan

Şimdi ise $y \in (0, d)$ bölgesini göz önüne alalım. (2.3) denkleminde $n = 1$ konup Fourier dönüşümü alınırsa aşağıdaki homojen olmayan diferansiyel denklem elde edilir:

$$\left[\frac{d^2}{dy^2} + K_1^2(\alpha) \right] G_1^{(e,o)}(\alpha, y) = \left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1} \right) f^{(e,o)}(y) + e^{i\alpha l} \left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1} \right) g^{(e,o)}(y). \quad (2.13)$$

Burada $G_1^{(e,o)}(\alpha, y)$ fonksiyonu

$$G_1(\alpha, y) = \int_0^l u_2^{(e,o)}(x, y) e^{i\alpha x} dx \quad (2.14)$$

şeklinde tanımlanmış olup bilinmeyen fonksiyonlar olan $f^{(e,o)}(y)$ ve $g^{(e,o)}(y)$ aşağıdaki gibidir:

$$f^{(e,o)}(y) = \frac{\partial}{\partial x} u_2^{(e,o)}(0, y), \quad (2.15a)$$

$$g^{(e,o)}(y) = -\frac{\partial}{\partial x} u_2^{(e,o)}(l, y). \quad (2.15b)$$

(2.13) de görülen ikinci yanlı diferansiyel denklemin çözümü çift ve tek uyarmalar için sabitlerin değişimi yöntemi kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} G_1^{(e)}(\alpha, y) &= B^{(e)}(\alpha) \cos K_1 y \\ &+ \frac{1}{K_1} \int_0^y \left[\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f^{(e)}(t) + e^{i\alpha t} \left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g^{(e)}(t) \right] \sin K_1(y-t) dt, \end{aligned} \quad (2.16a)$$

$$\begin{aligned} G_1^{(o)}(\alpha, y) &= B^{(o)}(\alpha) \sin K_1 y \\ &+ \frac{1}{K_1} \int_0^y \left[\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f^{(o)}(t) + e^{i\alpha t} \left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g^{(o)}(t) \right] \sin K_1(y-t) dt. \end{aligned} \quad (2.16b)$$

Yukarıdaki denklemlerde $B^{(e,o)}(\alpha)$ henüz bilinmeyen ve ileride belirlenecek olan katsayılar olup karekök fonksiyonu $K_1(\alpha) = \sqrt{k_1^2 - \alpha^2}$, $K_1(0) = k_1$ şeklinde tanımlanmıştır (Şekil 2.3). (2.16a-b) ifadeleri y değişkenine göre türetildiğinde,

$$\begin{aligned} \dot{G}_1^{(e)}(\alpha, y) &= -B^{(e)}(\alpha) K_1(\alpha) \sin K_1 y \\ &+ \int_0^y \left[\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f^{(e)}(t) + e^{i\alpha t} \left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g^{(e)}(t) \right] \cos K_1(y-t) dt, \end{aligned} \quad (2.17a)$$

$$\begin{aligned} \dot{G}_1^{(o)}(\alpha, y) &= B^{(o)}(\alpha) K_1(\alpha) \cos K_1 y \\ &+ \int_0^y \left[\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f^{(o)}(t) + e^{i\alpha t} \left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g^{(o)}(t) \right] \cos K_1(y-t) dt \end{aligned} \quad (2.17b)$$

elde edilir. Şimdi ise (2.4f-g) ile verilen süreklilik koşullarının Fourier dönüşümü uygulanmış alan bileşenlerine uygular ve (2.11) ifadesini de gözönünde bulundurursak $P^{(e,o)}(\alpha)$ aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$P^{(e,o)}(\alpha) = G_1^{(e,o)}(\alpha, d) + \frac{\eta_1}{ik_0 \mu_r} G_1^{(e,o)}(\alpha, d). \quad (2.18)$$

(2.16a-b) ve (2.17a-b) ifadeleri (2.18) ifadesinde $y = d$ için yerine yazılır ve düzenlenirse,

$$P^{(e,o)}(\alpha) = B^{(e,o)}(\alpha)K_1^o(\alpha)M^{(e,o)}(\alpha) + \int_0^d \left[\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f^{(e,o)}(t) + e^{i\alpha l} \left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g^{(e,o)}(t) \right] \times \left[\frac{\sin K_1(d-t)}{K_1} + \frac{\eta_1}{ik_0\mu_r} \cos K_1(d-t) \right] dt \quad (2.19a)$$

ve

$$M^{(e)}(\alpha) = \cos K_1 d - \frac{\eta_1}{ik_0\mu_r} K_1 \sin K_1 d, \quad (2.19b)$$

$$M^{(o)}(\alpha) = \frac{\sin K_1 d}{K_1} + \frac{\eta_1}{ik_0\mu_r} \cos K_1 d \quad (2.19c)$$

bulunur. (2.19a) ifadesinden $B^{(e,o)}(\alpha)$ aşağıdaki gibi elde edilir:

$$B^{(e,o)}(\alpha) = \frac{1}{M^{(e,o)}(\alpha)} \left\{ P^{(e,o)}(\alpha) - \int_0^d \left[\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f^{(e,o)}(t) + e^{i\alpha l} \left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g^{(e,o)}(t) \right] \times \left[\frac{\sin K_1(d-t)}{K_1} + \frac{\eta_1}{ik_0\mu_r} \cos K_1(d-t) \right] dt \right\}. \quad (2.20)$$

Şimdi ise (2.20) ifadesi ile belirlediğimiz çift ve tek probleme ait spektral katsayıları (2.16a-b) denklemlerinde yerine yazarak ve düzenlersek,

$$G_1^{(e)}(\alpha, y) = \frac{\cos K_1 y}{M^{(e)}(\alpha)} \left\{ P^{(e)}(\alpha) - \int_0^d \left[\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f^{(e)}(t) + e^{i\alpha l} \left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g^{(e)}(t) \right] \times \left[\frac{\sin K_1(d-t)}{K_1} + \frac{\eta_1}{ik_0\mu_r} \cos K_1(d-t) \right] dt \right\} + \frac{1}{K_1} \int_0^y \left[\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f^{(e)}(t) + e^{i\alpha l} \left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g^{(e)}(t) \right] \sin K_1(y-t) dt \quad (2.21a)$$

ve

$$G_1^{(o)}(\alpha, y) = \frac{\frac{\sin K_1 y}{K_1}}{M^{(o)}(\alpha)} \left\{ P^{(o)}(\alpha) - \int_0^d \left[\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f^{(o)}(t) + e^{i\alpha t} \left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g^{(o)}(t) \right] \times \left[\frac{\sin K_1(d-t)}{K_1} + \frac{\eta_1}{ik_0\mu_r} \cos K_1(d-t) \right] dt \right\} \\ + \frac{1}{K_1} \int_0^y \left[\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f^{(o)}(t) + e^{i\alpha t} \left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g^{(o)}(t) \right] \sin K_1(y-t) dt \quad (2.21b)$$

bulunur. (2.21a) ve (2.21b) eşitliklerinin sol yanları α düzleminin bütününde (mutemelen sonsuz hariç) regüler olan tam fonksiyonlardır. Sağ yanlarında ise regülerliği bozabilecek olan $M^{(e)}(\alpha)$ ve $M^{(o)}(\alpha)$ fonksiyonlarının sıfırlarıdır. $\alpha = \pm\alpha_n^{(e,o)}$, ($n = 1, 2, 3, \dots$) ile gösterebileceğimiz bu sıfırlar $G_1^{(e,o)}(\alpha, y)$ fonksiyonlarının kutup noktalarını oluşturur ve rezidüleri sıfıra eşitlenerek tekillikler kaldırılabilir. Buradan sırasıyla çift ve tek problemler için aşağıdaki eşitlikler elde edilir:

$$P^{(e)}(\pm\alpha_n^e) = \frac{1}{2} \left[d + \frac{\eta_1}{ik_0\mu_r} \sin^2 K_{1n}^e d \right] \left[1 - \left(\frac{\eta_1 K_{1n}^e}{k_0\mu_r} \right)^2 \right] \frac{\sin K_{1n}^e d}{K_{1n}^e} \\ \times \left\{ \left(1 \pm \alpha_n^e \frac{\eta_2}{k_1} \right) f_n^e + e^{\pm i\alpha_n^e l} \left(1 \mp \alpha_n^e \frac{\eta_2}{k_1} \right) g_n^e \right\} \quad (2.22a)$$

ve

$$P^{(o)}(\pm\alpha_n^o) = -\frac{1}{2} \left[d + \frac{\eta_1}{ik_0\mu_r} \cos^2 K_{1n}^o d \right] \left[1 - \left(\frac{\eta_1 K_{1n}^o}{k_0\mu_r} \right)^2 \right] \frac{\cos K_{1n}^o d}{K_{1n}^o} \\ \times \left\{ \left(1 \pm \alpha_n^o \frac{\eta_2}{k_1} \right) f_n^o + e^{\pm i\alpha_n^o l} \left(1 \mp \alpha_n^o \frac{\eta_2}{k_1} \right) g_n^o \right\}. \quad (2.22b)$$

Burada

$$K_{1n}^{e,o} = \sqrt{k_1^2 - (\alpha_n^{e,o})^2}, \quad (2.23a)$$

$$\begin{bmatrix} f_n^e \\ g_n^e \end{bmatrix} = \frac{2}{\left[d + \frac{\eta_1}{ik_0\mu_r} \sin^2 K_{1n}^e d \right]} \int_0^d \begin{bmatrix} f^e(t) \\ g^e(t) \end{bmatrix} \cos(K_{1n}^e t) dt, \quad (2.23b)$$

$$\begin{bmatrix} f_n^o \\ g_n^o \end{bmatrix} = \frac{2}{\left[d + \frac{\eta_1}{ik_0\mu_r} \cos^2 K_{1n}^o d \right]} \int_0^d \begin{bmatrix} f^o(t) \\ g^o(t) \end{bmatrix} \sin(K_{1n}^o t) dt \quad (2.23c)$$

olarak tanımlanmıştır.

2.4.Modifiye Wiener-Hopf Denkleminde İndirgeme

Bu aşamada amacımız $F_{\pm}^{(e,o)}(\alpha)$ fonksiyonlarını bulmaya yönelik integral denklem sistemini elde etmektir. Bunun için (2.4f) süreklilik denklemi $y = d$ noktasında (2.7b), (2.21a,b) ve (2.11) ifadeleri de gözönünde bulundurularak düzenlenirse aşağıdaki gibi yazılır:

$$F_{-}^{e}(\alpha, d) + e^{i\alpha l} F_{+}^{e}(\alpha, d) + \tilde{N}^{e}(\alpha) P^{e}(\alpha) = \frac{2\eta_1 \sin \phi_0 e^{-ik_0 d \sin \phi_0} [e^{i\alpha l(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} - 1]}{\eta_1 \sin \phi_0 + 1} \frac{1}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} \\ + \frac{1}{M^{(e)}(\alpha)} \frac{\eta_1}{ik_0 \mu_r} \int_0^d \left[\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f^{(e)}(t) + e^{i\alpha l} \left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g^{(e)}(t) \right] \cos(K_1 t) dt, \quad (2.24a)$$

$$F_{-}^{o}(\alpha, d) + e^{i\alpha l} F_{+}^{o}(\alpha, d) + \tilde{N}^{o}(\alpha) P^{o}(\alpha) = \frac{2\eta_1 \sin \phi_0 e^{-ik_0 d \sin \phi_0} [e^{i\alpha l(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} - 1]}{\eta_1 \sin \phi_0 + 1} \frac{1}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} \\ + \frac{1}{M^{(o)}(\alpha)} \frac{\eta_1}{ik_0 \mu_r} \int_0^d \left[\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f^{(o)}(t) + e^{i\alpha l} \left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g^{(o)}(t) \right] \frac{\sin(K_1 t)}{K_1} dt. \quad (2.24b)$$

Yukarıdaki denklemlerde $\tilde{N}^{(e,o)}(\alpha)$ aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\tilde{N}^{e}(\alpha) = \frac{\eta_1 \chi(\alpha)}{M^{e}(\alpha) N^{e}(\alpha)}, \quad (2.25a)$$

$$\tilde{N}^{o}(\alpha) = \frac{\eta_1 \chi(\alpha)}{K_0(\alpha) M^{o}(\alpha) N^{o}(\alpha)}, \quad (2.25b)$$

$$\chi(\alpha) = \left[\eta_1 + \frac{k_0}{K_0(\alpha)} \right]^{-1}, \quad (2.25c)$$

$$N^{e}(\alpha) = \frac{K_0(\alpha)}{K_0(\alpha) \cos K_1 d - \frac{i}{\mu_r} K_1 \sin K_1 d} \quad (2.25d)$$

ve

$$N^{o}(\alpha) = \frac{K_1(\alpha)}{K_0(\alpha) \sin K_1 d + \frac{i}{\mu_r} K_1 \cos K_1 d} \quad (2.25e)$$

dır. (2.23b,c) denklemleri gözönüne alındığında, (2.15a,b) ile verilen $f^{e,o}(t)$ ve $g^{e,o}(t)$ fonksiyonları aşağıdaki gibi öz fonksiyon serileri cinsinden yazılabilir:

$$\begin{bmatrix} f^e(t) \\ g^e(t) \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \begin{bmatrix} f_n^e \\ g_n^e \end{bmatrix} \cos K_{1n}^e t, \quad (2.26a)$$

$$\begin{bmatrix} f^o(t) \\ g^o(t) \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{\infty} \begin{bmatrix} f_n^o \\ g_n^o \end{bmatrix} \sin K_{1n}^o t. \quad (2.26b)$$

(2.26a,b) ifadeleri sırasıyla (2.24a,b) denklemlerinde yerine yazılır ve integraller hesaplanırsa sonuç olarak $\text{Im}(k_0 \cos \phi_0) < \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k_0)$ aralığında geçerli aşağıdaki çift ve tek probleme ilişkin iki adet üçüncü türden modifiye Wiener-Hopf denklemi elde edilir:

$$\begin{aligned} F_-^e(\alpha, d) + e^{i\alpha l} F_+^e(\alpha, d) + \tilde{N}^e(\alpha) P^e(\alpha) &= \frac{2\eta_1 \sin \phi_0 e^{-ik_0 d \sin \phi_0} [e^{i\alpha(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} - 1]}{\eta_1 \sin \phi_0 + 1} \frac{1}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} \\ &+ \frac{\eta_1}{ik_0 \mu_r} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f_n^e + e^{i\alpha l} \left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g_n^e \right] \frac{K_{1n}^e \sin(K_{1n}^e d)}{\alpha^2 - (\alpha_n^e)^2}, \quad (2.27a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_-^o(\alpha, d) + e^{i\alpha l} F_+^o(\alpha, d) + \tilde{N}^o(\alpha) P^o(\alpha) &= \frac{2\eta_1 \sin \phi_0 e^{-ik_0 d \sin \phi_0} [e^{i\alpha(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} - 1]}{\eta_1 \sin \phi_0 + 1} \frac{1}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} \\ &- \frac{\eta_1}{ik_0 \mu_r} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f_n^o + e^{i\alpha l} \left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g_n^o \right] \frac{K_{1n}^o \cos(K_{1n}^o d)}{\alpha^2 - (\alpha_n^o)^2}. \quad (2.27b) \end{aligned}$$

Yukarıdaki iki denklemden $F_{\pm}^{(e,o)}(\alpha, d)$ ve dolayısıyla $P^{e,o}(\alpha)$ fonksiyonlarının açık ifadeleri tek çözüm olarak bulunabilir. Ancak çözümü bulurken $F_{\pm}^{(e,o)}(\alpha, d)$ fonksiyonlarının $|\alpha| \rightarrow \infty$ olurken gösterdiği davranışlarını da bilmek gerekir. Aşağıda çözüme ilişkin yaklaşık bir yöntem verilecektir.

2.5. Modifiye Wiener-Hopf Denkleminin Yaklaşık Çözümü

Bilindiği gibi, Wiener-Hopf denkleminin çözümündeki önemli adımlardan biri de (2.25a,b) ile verilen $\tilde{N}^{e,o}(\alpha)$ çekirdek fonksiyonlarının faktörizasyonudur. Bu işlem aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$\tilde{N}^{e,o}(\alpha) = \tilde{N}_+^{e,o}(\alpha)\tilde{N}_-^{e,o}(\alpha). \quad (2.28)$$

Burada $\tilde{N}_+^{e,o}(\alpha)$ ve $\tilde{N}_-^{e,o}(\alpha)$ fonksiyonları sırasıyla $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k_0)$ ve $\text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k_0)$ yarı-düzlemlerinde regüler ve sıfırları olmayan fonksiyonlardır. (2.25a,b) denklemlerinden

$$\tilde{N}_-^e(\alpha) = \frac{\sqrt{\eta_1}\chi_-(\alpha)}{M_-^e(\alpha)N_-^e(\alpha)}, \quad (2.29a)$$

$$\tilde{N}_-^o(\alpha) = \frac{\sqrt{\eta_1}\chi_-(\alpha)}{\sqrt{k_0 - \alpha}M_-^o(\alpha)N_-^o(\alpha)} \quad (2.29b)$$

ve

$$\tilde{N}_+^{e,o}(\alpha) = \tilde{N}_-^{e,o}(-\alpha) \quad (2.29c)$$

kolayca yazılabilir. (2.29a,b) ifadelerindeki $\chi_-(\alpha)$ fonksiyonu Maliuzhinetz fonksiyonları, \mathcal{M}_π , cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir [Senior, 1975]:

$$\begin{aligned} \chi_-(\eta, k_0 \cos \phi) &= \frac{4}{\sqrt{\eta}} \sin \frac{\phi}{2} \left\{ \frac{\mathcal{M}_\pi(3\pi/2 - \phi - \theta)\mathcal{M}_\pi(\pi/2 - \phi + \theta)}{\mathcal{M}_\pi^2(\pi/2)} \right\}^2 \\ &\times \left[1 + \sqrt{2} \cos \left(\frac{\pi/2 - \phi + \theta}{2} \right) \right]^{-1} \left[1 + \sqrt{2} \cos \left(\frac{3\pi/2 - \phi - \theta}{2} \right) \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (2.30a)$$

$$\chi_+(\eta, k_0 \cos \phi) = \chi_-(\eta, -k_0 \cos \phi), \quad (2.30b)$$

$$\sin \theta = \frac{1}{\eta} \quad (2.30c)$$

ve

$$\mathcal{M}_\pi(z) = \exp \left\{ -\frac{1}{8\pi} \int_0^z \frac{\pi \sin u - 2\sqrt{2}\pi \sin(u/2) + 2u}{\cos u} du \right\}. \quad (2.30d)$$

$M_\pm^{e,o}(\alpha)$ ve $N_\pm^{e,o}(\alpha)$ fonksiyonlarının açık ifadeleri [Noble, 1958] ve [Mittra and Lee, 1971] da belirtilen yöntemlerle aşağıdaki gibi bulunur:

$$N_+^e(\alpha) = \sqrt{N^e(\alpha)} \left(\frac{k_0 + \alpha}{k_0 - \alpha} \right)^{1/4} \prod_{m=1}^R \left(\frac{\zeta_m^e - \alpha}{\zeta_m^e + \alpha} \right)^{1/2} \\ \times \exp \frac{1}{2} \left\{ \frac{2K_0(\alpha) d}{\pi} \ln \left(\frac{\alpha + iK_0(\alpha)}{k_0} \right) - iK_0(\alpha) d + q^e(\alpha) \right\} \exp \left[\frac{i\alpha d}{\pi} \ln \left(\frac{2\alpha}{k_0} \right) \right], \quad (2.31a)$$

$$N_+^o(\alpha) = \sqrt{N^o(\alpha)} \left(\frac{k_0 + \alpha}{k_0 - \alpha} \right)^{1/4} \prod_{m=1}^S \left(\frac{\zeta_m^o - \alpha}{\zeta_m^o + \alpha} \right)^{1/2} \\ \times \exp \frac{1}{2} \left\{ \frac{2K_0(\alpha) d}{\pi} \ln \left(\frac{\alpha + iK_0(\alpha)}{k_0} \right) - iK_0(\alpha) d + q^o(\alpha) \right\} \exp \left[\frac{i\alpha d}{\pi} \ln \left(\frac{2\alpha}{k_0} \right) \right]. \quad (2.31b)$$

(2.31a) ve (2.31b) eşitliklerinde görülen $q^{(e,o)}(\alpha)$ integralleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$q^e(\alpha) = PV \int_0^\infty \left\{ \frac{d}{\pi} - \frac{\varpi^2 d + \left(\frac{\varpi^2}{\mu_r} - \varpi' \right) \sin(\varpi' d) \cos(\varpi' d)}{\pi \mu_r \left[\varpi^2 \cos^2(\varpi' d) + \left(\frac{\varpi'}{\mu_r} \right)^2 \sin^2(\varpi' d) \right]} \right\} \\ \times \ln \left(\frac{K_0(\varpi) + \alpha}{K_0(\varpi) - \alpha} \right) d\varpi, \quad (2.31c)$$

$$q^o(\alpha) = PV \int_0^\infty \left\{ \frac{d}{\pi} - \frac{\varpi^2 d - \left(\frac{\varpi^2}{\mu_r} - \varpi' \right) \sin(\varpi' d) \cos(\varpi' d)}{\pi \mu_r \left[\varpi^2 \sin^2(\varpi' d) + \left(\frac{\varpi'}{\mu_r} \right)^2 \cos^2(\varpi' d) \right]} \right\} \\ \times \ln \left(\frac{K_0(\varpi) + \alpha}{K_0(\varpi) - \alpha} \right) d\varpi. \quad (2.31d)$$

Burada

$$\varpi' = \sqrt{\varpi^2 + k_1^2 - k_0^2}, \quad (2.31e)$$

şeklinde tanımlıdır. $M_+^{(e,o)}(\alpha)$ fonksiyonları ise aşağıdaki gibi elde edilir:

$$M_+^e(\alpha) = \left[\cos(k_1 d) - \frac{\eta_1 k_1}{i k_0 \mu_r} \sin(k_1 d) \right]^{1/2} \exp \left\{ \frac{i\alpha d}{\pi} \left[1 - C - \ln \left(\frac{\alpha d}{\pi} \right) + i \frac{\pi}{2} \right] \right\} \\ \times \prod_{m=1}^\infty \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_m^e} \right) \exp \left(\frac{i\alpha d}{m\pi} \right), \quad (2.31f)$$

$$M_+^o(\alpha) = \left[\frac{\sin(k_1 d)}{k_1} + \frac{\eta_1}{ik_0 \mu_r} \cos(k_1 d) \right]^{1/2} \exp \left\{ \frac{i\alpha d}{\pi} \left[1 - C - \ln \left(\frac{\alpha d}{\pi} \right) + i \frac{\pi}{2} \right] \right\} \\ \times \prod_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_m^o} \right) \exp \left(\frac{i\alpha d}{m\pi} \right). \quad (2.31g)$$

(2.31a,b) ifadelerdeki ζ_m^e , $m = 1, 2, \dots, R$ ve ζ_m^o , $m = 1, 2, \dots, S$ terimleri $N^{e,o}(\alpha)$ fonksiyonlarının basit kutuplarıdır. (2.31f,g) ifadelerinde görülen C Euler sabiti olup $C = 0.57721 \dots$ olarak verilir. Diğer yandan, kolayca görüleceği gibi $\alpha \rightarrow \infty$ iken $\tilde{N}_{\pm}^{(e,o)}(\alpha)$ fonksiyonları aşağıdaki asimptotik ifadeye sahiptir:

$$\tilde{N}_{\pm}^{(e,o)}(\alpha) = O(|\alpha|^{-1/2}) \quad (2.32)$$

Bu ifade $\tilde{N}_+^{(e,o)}$ ve $\tilde{N}_-^{(e,o)}$ fonksiyonlarının regüler oldukları bölgeler için geçerlidir.

(2.27a) modifiye Wiener-Hopf denklemi sırasıyla $\tilde{N}_-^e(\alpha)$ ve $e^{i\alpha l} \tilde{N}_+^e(\alpha)$ ile bölünür ve düzenlenirse aşağıdaki biçime girer:

$$\frac{F_-^e(\alpha, d)}{\tilde{N}_-^e(\alpha)} + \tilde{N}_+^e(\alpha) P^e(\alpha) = -\frac{h}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0) \tilde{N}_-^e(\alpha)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f_n^e \cos(K_{1n}^e d)}{[\alpha^2 - (\alpha_n^e)^2] \tilde{N}_-^e(\alpha)} \\ - \frac{e^{i\alpha l}}{\tilde{N}_-^e(\alpha)} \left[F_+^e(\alpha, d) - \frac{h e^{-ik_0 \cos \phi_0}}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g_n^e \cos(K_{1n}^e d)}{[\alpha^2 - (\alpha_n^e)^2]} \right], \quad (2.33a)$$

$$\frac{F_+^e(\alpha, d)}{\tilde{N}_+^e(\alpha)} + e^{-i\alpha l} \tilde{N}_-^e(\alpha) P^e(\alpha) = \frac{h e^{-ik_0 \cos \phi_0}}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0) \tilde{N}_+^e(\alpha)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f_n^e \cos(K_{1n}^e d)}{[\alpha^2 - (\alpha_n^e)^2] \tilde{N}_+^e(\alpha)} \\ - \frac{e^{-i\alpha l}}{\tilde{N}_+^e(\alpha)} \left[F_-^e(\alpha, d) + \frac{h}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f_n^e \cos(K_{1n}^e d)}{[\alpha^2 - (\alpha_n^e)^2]} \right]. \quad (2.33b)$$

Yukarıdaki denklemlerde h terimi aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$h = \frac{2\eta_1 \sin \phi_0 e^{-ik_0 d \sin \phi_0}}{\eta_1 \sin \phi_0 + 1}. \quad (2.33c)$$

(2.33a) denkleminin sol yanındaki terimler sırasıyla alt ve üst yarı düzlemlerde regülerken

sağ yandaki terimlerin hepsi her iki yarım düzlemde de kutuplara sahip olduklarından regülerlikleri bozulur. Bu terimlerin Wiener-Hopf anlamında dekompoze edilmesi gerekir. Sağ yandaki ilk terimi dekompoze edebilmek için $\alpha = k_0 \cos \phi_0$ daki basit kutup noktasının izole edilmesi gerekir ve sonuç aşağıdaki gibidir:

$$-\frac{h}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0) \tilde{N}_-^e(\alpha)} = -\frac{h}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} \left[\frac{1}{\tilde{N}_-^e(\alpha)} - \frac{1}{\tilde{N}_-^e(k_0 \cos \phi_0)} \right] - \frac{h}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0) \tilde{N}_-^e(k_0 \cos \phi_0)}. \quad (2.34)$$

Benzer şekilde sağ yandaki ikinci terim $\alpha = -\alpha_n^e$ noktalarındaki kutuplar izole edilerek dekompoze edilebilir ve aşağıdaki gibi yazılır:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) f_n^e \cos(K_{1n}^e d)}{[\alpha^2 - (\alpha_n^e)^2]} \frac{1}{\tilde{N}_-^e(\alpha)} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_n^e \cos(K_{1n}^e d)}{(\alpha + \alpha_n^e)} \left[\frac{\left(1 + \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right)}{\tilde{N}_-^e(\alpha)(\alpha - \alpha_n^e)} + \frac{\left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right)}{\tilde{N}_+^e(\alpha_n^e) 2\alpha_n^e} \right] - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_n^e \cos(K_{1n}^e d)}{(\alpha + \alpha_n^e)} \frac{\left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right)}{\tilde{N}_+^e(\alpha_n^e) 2\alpha_n^e}. \quad (2.35)$$

Son olarak (2.33a) denkleminin sağ yanındaki $F_-^e(\alpha, d)$ bilinmeyen fonksiyonu da içeren üçüncü terim için formal dekompozisyon uygulanarak aşağıdaki ifade elde edilir:

$$-\frac{e^{i\alpha l}}{\tilde{N}_-^e(\alpha)} \left[F_+^e(\alpha, d) - \frac{he^{-ilk_0 \cos \phi_0}}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g_n^e \cos(K_{1n}^e d)}{[\alpha^2 - (\alpha_n^e)^2]} \right] = -\frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}_1^+} \frac{e^{i\tau l} U^e(\tau)}{\tilde{N}_-^e(\tau)(\tau - \alpha)} d\tau + \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}^-} \frac{e^{i\tau l} U^e(\tau)}{\tilde{N}_-^e(\tau)(\tau - \alpha)} d\tau. \quad (2.36a)$$

(2.36a) denkleminde \mathcal{L}_1^+ ve \mathcal{L}^- integral çizgileri Şekil 2.3'te tanımlı olup $U^e(\alpha)$ ise aşağıdaki gibidir:

$$U^e(\alpha) = F_+^e(\alpha, d) - \frac{he^{-ilk_0 \cos \phi_0}}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 - \alpha \frac{\eta_2}{k_1}\right) g_n^e \cos(K_{1n}^e d)}{[\alpha^2 - (\alpha_n^e)^2]}. \quad (2.36b)$$

(2.34), (2.35) ve (2.36a) ifadeleri (2.33a) denkleminde yerine konursa, bazı düzenlemeler sonucunda:

$$\begin{aligned}
& \tilde{N}_+^e(\alpha)P^e(\alpha) + \frac{h}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} \frac{1}{\tilde{N}_-^e(k_0 \cos \phi_0)} \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_n^e \cos(K_{1n}^e d)}{(\alpha + \alpha_n^e)} \frac{\left(1 - \alpha_n^e \frac{\eta_2}{k_1}\right)}{\tilde{N}_+^e(\alpha_n^e) 2\alpha_n^e} + \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}_+^+} \frac{e^{i\tau l} U^e(\tau)}{\tilde{N}_-^e(\tau)(\tau - \alpha)} d\tau = \\
& - \frac{F_-^e(\alpha, d)}{\tilde{N}_-^e(\alpha)} - \frac{h}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} \left[\frac{1}{\tilde{N}_-^e(\alpha)} - \frac{1}{\tilde{N}_-^e(k_0 \cos \phi_0)} \right] \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_n^e \cos(K_{1n}^e d)}{(\alpha + \alpha_n^e)} \left[\frac{\left(1 + \alpha_n^e \frac{\eta_2}{k_1}\right)}{\tilde{N}_-^e(\alpha)(\alpha - \alpha_n^e)} + \frac{\left(1 - \alpha_n^e \frac{\eta_2}{k_1}\right)}{\tilde{N}_+^e(\alpha_n^e) 2\alpha_n^e} \right] + \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}_-^-} \frac{e^{i\tau l} U^e(\tau)}{\tilde{N}_-^e(\tau)(\tau - \alpha)} d\tau
\end{aligned} \tag{2.37}$$

bulunur. Bu eşitliğin sol yanı $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(k_0 \cos \phi_0)$ üst-yarı düzleminde, sağ yanı da $\text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k_0)$ alt-yarı düzleminde regülerdir. Bu demektir ki; bir yandaki ifade diğer yandakinin $\text{Im}(k_0 \cos \phi_0) < \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k_0)$ bandı üzerinden analitik devamıdır ve bunlar bir tam fonksiyon tanımlar. Ayırıt koşullarının da göz önünde bulundurulması ve Liouville teoremi uyarınca bu tam fonsiyon sıfırdır ve buna dayanarak

$$\begin{aligned}
\frac{V^e(\alpha)}{\tilde{N}_-^e(\alpha)} &= \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}_-^-} \frac{e^{i\tau l} U^e(\tau)}{\tilde{N}_-^e(\tau)(\tau - \alpha)} d\tau + \frac{h}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} \frac{1}{\tilde{N}_-^e(k_0 \cos \phi_0)} \\
& + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_n^e \cos(K_{1n}^e d)}{(\alpha + \alpha_n^e)} \frac{\left(1 - \alpha_n^e \frac{\eta_2}{k_1}\right)}{\tilde{N}_+^e(\alpha_n^e) 2\alpha_n^e}
\end{aligned} \tag{2.38a}$$

yazılır. Yukarıdaki denklemde $V^e(\alpha)$ aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$V^e(\alpha) = F_-^e(\alpha, d) + \frac{h}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \alpha_n^e \frac{\eta_2}{k_1}\right) f_n^e}{[\alpha^2 - (\alpha_n^e)^2]} \cos(K_{1n}^e d). \tag{2.38b}$$

(2.33a) için yapılanlar benzer şekilde (2.33b) için uygulanırsa aşağıdaki gibi integral denklem elde edilir:

$$\begin{aligned}
\frac{U^e(\alpha)}{\tilde{N}_+^e(\alpha)} &= -\frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}_+^+} \frac{V^e(\tau) e^{-i\tau l}}{\tilde{N}_+^e(\tau)(\tau - \alpha)} d\tau - \frac{h e^{-ik_0 \cos \phi_0}}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0) \tilde{N}_+^e(k_0 \cos \phi_0)} \\
& - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 - \alpha_n^e \frac{\eta_2}{k_1}\right) g_n^e \cos(K_{1n}^e d)}{\tilde{N}_+^e(\alpha_n^e) 2\alpha_n^e (\alpha - \alpha_n^e)}.
\end{aligned} \tag{2.39}$$

(2.38a) ve (2.39) integral denklem sisteminin elde edilmesi aşamasında \mathcal{L}^+ integrasyon

çizgisi \mathcal{L}_1^+ ya ötelenmiş (Şekil 2.3) ve $\tau = k_0 \cos \phi_0$ noktasına ilişkin rezüdü katkısı göz önünde bulundurulmuştur.

Çift uyarma Wiener-Hopf denklemi için yukarıda yapılan dekompozisyon işlemi benzer şekilde tek uyarma için yapılırsa aşağıdaki bir çift kuple integral denklem sistemi elde edilir:

$$\frac{V^o(\alpha)}{\tilde{N}_-^o(\alpha)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}^-} \frac{e^{i\tau l} U^o(\tau)}{\tilde{N}_-^o(\tau)(\tau - \alpha)} d\tau + \frac{h}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0) \tilde{N}_-^o(k_0 \cos \phi_0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f_n^o \sin(K_{1n}^o d)}{(\alpha + \alpha_n^o)} \frac{(1 - \alpha_n^o \frac{\eta_2}{k_1})}{\tilde{N}_+^o(\alpha_n^o) 2\alpha_n^o}, \quad (2.40a)$$

$$\frac{U^o(\alpha)}{\tilde{N}_+^o(\alpha)} = -\frac{1}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}_+^+} \frac{V^o(\tau) e^{-i\tau l}}{\tilde{N}_+^o(\tau)(\tau - \alpha)} d\tau - \frac{h e^{-i k_0 \cos \phi_0}}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0) \tilde{N}_+^o(k_0 \cos \phi_0)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - \alpha_n^o \frac{\eta_2}{k_1}) g_n^o \sin(K_{1n}^o d)}{\tilde{N}_+^o(\alpha_n^o) 2\alpha_n^o (\alpha - \alpha_n^o)}, \quad (2.40b)$$

$$V^o(\alpha) = F_-^o(\alpha, d) + \frac{h}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 + \alpha_n^o \frac{\eta_2}{k_1}) f_n^o}{[\alpha^2 - (\alpha_n^o)^2]} \sin(K_{1n}^o d), \quad (2.40c)$$

$$U^o(\alpha) = F_+^o(\alpha, d) - \frac{h e^{-i k_0 \cos \phi_0}}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - \alpha_n^o \frac{\eta_2}{k_1}) g_n^o}{[\alpha^2 - (\alpha_n^o)^2]} \sin(K_{1n}^o d). \quad (2.40d)$$

(2.38a, 2.39) ve (2.40a,b) ifadelerindeki kuple integral denklemler iterasyon yöntemi kullanılarak hesaplamaya uygundur. kl yeterince büyük olduğunda denklemlerdeki integraller ihmal edilebilir ve bulunan çözümler geniş bir yarığa ilişkin birinci mertebeden kırınım terimlerini verir. İkinci (üçüncü,...) mertebe çözümler, birinci (ikinci,...) mertebeden çözümlerin (2.38a, 2.39) ve (2.40a,b) denklemlerinin sağ taraflarında yerine konarak elde edilir ve

$$V^{e,o}(\alpha) \simeq V_1^{e,o}(\alpha) + V_2^{e,o}(\alpha) + \dots, \quad (2.41a)$$

$$U^{e,o}(\alpha) \simeq U_1^{e,o}(\alpha) + U_2^{e,o}(\alpha) + \dots \quad (2.41b)$$

yazılır. Birinci merteye çözümlerin açık ifadesi,

$$\frac{V_1^e(\alpha)}{\tilde{N}_-^e(\alpha)} = \frac{h}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0) \tilde{N}_-^e(k_0 \cos \phi_0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 - \alpha_n^e \frac{\eta_2}{k_1}\right) f_n^e \cos(K_{1n}^e d)}{\tilde{N}_+^e(\alpha_n^e) 2\alpha_n^e (\alpha + \alpha_n^e)}, \quad (2.42a)$$

$$\frac{U_1^e(\alpha)}{\tilde{N}_+^e(\alpha)} = -\frac{he^{-ik_0 \cos \phi_0}}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0) \tilde{N}_+^e(k_0 \cos \phi_0)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 - \alpha_n^e \frac{\eta_2}{k_1}\right) g_n^e \cos(K_{1n}^e d)}{\tilde{N}_+^e(\alpha_n^e) 2\alpha_n^e (\alpha - \alpha_n^e)}, \quad (2.42b)$$

$$\frac{V_1^o(\alpha)}{\tilde{N}_-^o(\alpha)} = \frac{h}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0) \tilde{N}_-^o(k_0 \cos \phi_0)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 - \alpha_n^o \frac{\eta_2}{k_1}\right) f_n^o \sin(K_{1n}^o d)}{\tilde{N}_+^o(\alpha_n^o) 2\alpha_n^o (\alpha + \alpha_n^o)}, \quad (2.42c)$$

$$\frac{U_1^o(\alpha)}{\tilde{N}_+^o(\alpha)} = -\frac{he^{-ik_0 \cos \phi_0}}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0) \tilde{N}_+^o(k_0 \cos \phi_0)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(1 - \alpha_n^o \frac{\eta_2}{k_1}\right) g_n^o \sin(K_{1n}^o d)}{\tilde{N}_+^o(\alpha_n^o) 2\alpha_n^o (\alpha - \alpha_n^o)} \quad (2.42d)$$

şeklinde olup, ikinci mertebeye ilişkin çözümler ise,

$$\frac{V_2^{e,o}(\alpha)}{\tilde{N}_-^{e,o}(\alpha)} = \sum_{j=1}^2 I_j^{e,o}(\alpha), \quad (2.43a)$$

$$\frac{U_2^{e,o}(\alpha)}{\tilde{N}_+^{e,o}(\alpha)} = \sum_{j=1}^2 J_j^{e,o}(\alpha) \quad (2.43b)$$

olarak yazılır. (2.43a) ve (2.43b) ifadelerinin sağ yanında görülen $I_j^{e,o}(\alpha)$ ve $J_j^{e,o}(\alpha)$ terimleri ise

$$I_1^{e,o}(\alpha) = \frac{c_1^{e,o}}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}^-} \frac{\tilde{N}_+^{e,o}(\tau) e^{i\tau l}}{\tilde{N}_-^{e,o}(\tau) (\tau - k_0 \cos \phi_0) (\tau - \alpha)} d\tau, \quad (2.44a)$$

$$I_2^{e,o}(\alpha) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n}^{e,o} g_n^{e,o} \int_{\mathcal{L}^-} \frac{\tilde{N}_+^{e,o}(\tau) e^{i\tau l}}{\tilde{N}_-^{e,o}(\tau)(\tau - \alpha_n^{e,o})(\tau - \alpha)} d\tau, \quad (2.44b)$$

$$J_1^{e,o}(\alpha) = \frac{b_1^{e,o}}{2\pi i} \int_{\mathcal{L}^+} \frac{\tilde{N}_-^{e,o}(\tau) e^{-i\tau l}}{\tilde{N}_+^{e,o}(\tau)(\tau - k_0 \cos \phi_0)(\tau - \alpha)} d\tau, \quad (2.44c)$$

$$J_2^{e,o}(\alpha) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n}^{e,o} f_n^{e,o} \int_{\mathcal{L}^+} \frac{\tilde{N}_-^{e,o}(\tau) e^{-i\tau l}}{\tilde{N}_+^{e,o}(\tau)(\tau + \alpha_n^{e,o})(\tau - \alpha)} d\tau \quad (2.44d)$$

olarak bulunur. (2.44a-d) eşitliklerindeki katsayılar:

$$c_1^{e,o} = -\frac{h e^{-i l k_0 \cos \phi_0}}{i \tilde{N}_+^{e,o}(k_0 \cos \phi_0)}, \quad (2.45a)$$

$$c_{2n}^e = -\frac{\left(1 - \alpha_n^e \frac{\eta_2}{k_1}\right)}{\tilde{N}_+^e(\alpha_n^e) 2\alpha_n^e} \cos(K_{1n}^e d), \quad (2.45b)$$

$$c_{2n}^o = -\frac{\left(1 - \alpha_n^o \frac{\eta_2}{k_1}\right)}{\tilde{N}_+^o(\alpha_n^o) 2\alpha_n^o} \sin(K_{1n}^o d), \quad (2.45c)$$

$$b_1^{e,o} = -\frac{h}{i \tilde{N}_-^{e,o}(k_0 \cos \phi_0)} \quad (2.45d)$$

olarak tanımlanmıştır. (2.44a-d)'deki integralleri gözönüne alalım. $l > 0$ olduğundan, Jordan lemması uyarınca \mathcal{L}^+ ve \mathcal{L}^- integrasyon çizgileri sırasıyla, alt ve üst yarı düzlemlerde bulunan kesim çizgilerine ötelenebilir (Şekil 2.3). Kesim çizgileri üzerindeki integrallerin, uniform asimptotik değerlendirmelerini yapabilmek için, bu integralleri aşağıdaki gibi yeniden düzenlersek:

$$I_1^{e,o}(\alpha) = \frac{c_1^{e,o} k_0}{\pi i \eta_1 (\alpha - k_0 \cos \phi_0)} \int_{\Gamma_1^+} [T_+^{e,o}(\alpha)] K_0(\alpha) \left\{ \frac{1}{(\tau - \alpha)} - \frac{1}{(\tau - k_0 \cos \phi_0)} \right\} e^{i\tau l} d\tau, \quad (2.46a)$$

$$I_2^{e,o}(\alpha) = \frac{k_0}{\pi i \eta_1} \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n}^{e,o} g_n^{e,o} \int_{\Gamma_1^+} \frac{[T_+^{e,o}(\alpha)] K_0(\alpha) e^{i\tau l}}{(\tau - \alpha_n^{e,o})(\tau - \alpha)} d\tau, \quad (2.46b)$$

$$J_1^{e,o}(\alpha) = \frac{b_1^{e,o} k_0}{\pi i \eta_1 (\alpha - k_0 \cos \phi_0)} \int_{l_2^+} [T_+^{e,o}(-\alpha)] K_0(\alpha) \left\{ \frac{1}{(\tau - \alpha)} - \frac{1}{(\tau - k_0 \cos \phi_0)} \right\} e^{-i\tau l} d\tau, \quad (2.46c)$$

$$J_2^{e,o}(\alpha) = \frac{k_0}{\pi i \eta_1} \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n}^{e,o} f_n^{e,o} \int_{l_2^+} \frac{[T_+^{e,o}(-\alpha)] K_0(\alpha) e^{i\tau l}}{(\tau - \alpha_n^{e,o})(\tau - \alpha)} d\tau \quad (2.46d)$$

elde edilir. Yukarıdaki ifadelerde görülen $T_+^{e,o}(\alpha)$ terimleri ise aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$T_+^e(\alpha) = \frac{[\tilde{N}_+^e(\alpha) M^e(\alpha)]^2}{K_0^2 \cos^2(K_1 d) + \left(\frac{K_1}{\mu_r}\right)^2 \sin^2(K_1 d)}, \quad (2.47a)$$

$$T_+^o(\alpha) = \frac{[\tilde{N}_+^o(\alpha) M^o(\alpha) K_1(\alpha)]^2}{K_0^2 \sin^2(K_1 d) + \left(\frac{K_1}{\mu_r}\right)^2 \cos^2(K_1 d)}. \quad (2.47b)$$

Dikkat edilirse (2.44a) ve (2.44c) ifadelerinin integrandındaki birinci ve ikinci terim $\tau = \alpha$ ve $\tau = k_0 \cos \phi_0$ 'daki geometrik optik kutuplarla ilgilidir. Şimdi (2.44a,b) denklemlerinde $\tau - k_0 = t e^{i\pi/2}$, $t > 0$ değişken dönüşümü yapar ve düzenlersek,

$$I_1^{e,o}(\alpha) = \frac{c_1^{e,o} k_0 e^{ik_0 l}}{\pi \eta_1 (\alpha - k_0 \cos \phi_0)} \int_0^{\infty} [T_+^{e,o}(k_0 + it)] \sqrt{2k_0 + it} \sqrt{ite}^{-t} \times \left\{ \frac{1}{t - i(k_0 - \alpha)} - \frac{1}{t - ik_0(1 - \cos \phi_0)} \right\} dt, \quad (2.48a)$$

$$I_2^{e,o}(\alpha) = \frac{k_0}{\pi i \eta_1} \sum_{n=1}^{\infty} c_{2n}^{e,o} g_n^{e,o} e^{ik_0 l} \int_0^{\infty} \frac{[T_+^{e,o}(k_0 + it)] \sqrt{2k_0 + it} \sqrt{ite}^{-t}}{(k_0 + it - \alpha_n^{e,o}) [t - i(k_0 - \alpha)]} dt \quad (2.48b)$$

pozitif reel eksen üzerinde yazılmış integraller elde edilir. l yeterince büyük olduğunda, bu integrallere en büyük katkı $t = 0$ uç noktası civarından gelir. Bu durumda $T_+^{e,o}(k_0 + it)$, $\sqrt{2k_0 + it}$ ve $(k_0 + it - \alpha_n^{e,o})$ ifadeleri $t = 0$ konarak integral dışına çıkartılabilirler.

Böylece

$$\mathcal{F}(z) = -2i\sqrt{z} e^{-iz} \int_{\sqrt{z}}^{\infty} e^{it^2} dt \quad (2.49a)$$

modifiye Fresnel integrali olmak üzere,

$$\int_0^{\infty} e^{-\nu t} \frac{\sqrt{t}}{t+z} dt = \sqrt{\frac{\pi}{\nu}} [1 - \mathcal{F}(i\nu z)] \quad (2.49b)$$

bağıntısından yararlanarak,

$$I_1^{e,o}(\alpha) \approx e^{i\pi/4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{c_1^{e,o} k_0^2 T_+^{e,o}(k_0)}{\eta_1 (\alpha - k_0 \cos \phi_0)} \frac{e^{ik_0 l}}{\sqrt{k_0 l}} \\ \times \left\{ \left[1 - \mathcal{F} \left(k_0 l \left(1 - \frac{\alpha}{k_0} \right) \right) \right] - [1 - \mathcal{F}(k_0 l (1 - \cos \phi_0))] \right\}, \quad (2.50a)$$

$$I_2^{e,o}(\alpha) \approx e^{i\pi/4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{k_0^2 T_+^{e,o}(k_0)}{\eta_1} \frac{e^{ik_0 l}}{\sqrt{k_0 l}} \left\{ \left[1 - \mathcal{F} \left(k_0 l \left(1 - \frac{\alpha}{k_0} \right) \right) \right] \right\} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_{2n}^{e,o} g_n^{e,o}}{k_0 - \alpha_n^{e,o}} \quad (2.50b)$$

elde edilir. Benzer şekilde (2.44c,d) denklemlerinde $\tau + k_0 = te^{-i\pi/2}$, $t > 0$ değişken dönüşümü yapılır ve yukarıda uygulanan yöntem izlenirse $J_1^{e,o}(\alpha)$ ve $J_2^{e,o}(\alpha)$ integrallerinin asimptotik ifadeleri,

$$J_1^{e,o}(\alpha) \approx e^{-i\pi/4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{b_1^{e,o} k_0^2 T_+^{e,o}(k_0)}{\eta_1 (\alpha - k_0 \cos \phi_0)} \frac{e^{ik_0 l}}{\sqrt{k_0 l}} \\ \times \left\{ \left[1 - \mathcal{F} \left(k_0 l \left(1 + \frac{\alpha}{k_0} \right) \right) \right] - [1 - \mathcal{F}(k_0 l (1 + \cos \phi_0))] \right\}, \quad (2.51a)$$

$$J_2^{e,o}(\alpha) \approx e^{-i\pi/4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{k_0^2 T_+^{e,o}(k_0)}{\eta_1} \frac{e^{ik_0 l}}{\sqrt{k_0 l}} \left\{ \left[1 - \mathcal{F} \left(k_0 l \left(1 + \frac{\alpha}{k_0} \right) \right) \right] \right\} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_{2n}^{e,o} f_n^{e,o}}{k_0 - \alpha_n^{e,o}} \quad (2.51b)$$

olarak bulunur.

2.6. $f_n^{e,o}$ ve $g_n^{e,o}$ Bilinmeyen Katsayılarının Hesaplanması

Çift ve tek problemler için bilinmeyen katsayıların hesaplanması $P^{e,o}(\alpha)$ fonksiyonlarına ilişkin çözümlerde $\alpha_m^{e,o}$ değerlerini koyarak elde edilecek olan $2N$ tane lineer cebirsel denklemden oluşan sistemin çözümüyle mümkün olmaktadır. Burada N tam sayısı çözümlerde karşımıza çıkan sonsuz toplam terimleri için seçilecek uygun bir üst sınırdır. Bunun için öncelikle (2.27a) ve (2.27b) ile verilen çift ve tek probleme ilişkin Wiener-Hopf denklemlerini $U^{e,o}(\alpha)$ ve $V^{e,o}(\alpha)$ fonksiyonları cinsinden yeniden düzenlersek

$$V^{e,o}(\alpha) + e^{i\alpha l} U^{e,o}(\alpha) + \tilde{N}^{e,o}(\alpha) P^{e,o}(\alpha) = 0 \quad (2.52)$$

elde edilir. Yukarıdaki denklemde $V^{e,o}(\alpha)$ ve $U^{e,o}(\alpha)$ için bulmuş olduğumuz birinci ve ikinci merteye kırınım terimlerini yerine yazıp $P^{e,o}(\alpha)$ fonksiyonunu çekersek

$$P^{e,o}(\alpha) = - \left\{ \frac{1}{\tilde{N}_+^{e,o}(\alpha)} \left[\sum_{j=1}^2 I_j^{e,o}(\alpha) + \frac{V_1^{e,o}(\alpha)}{\tilde{N}_-^{e,o}(\alpha)} \right] + \frac{e^{i\alpha l}}{\tilde{N}_-^{e,o}(\alpha)} \left[\sum_{j=1}^2 J_j^{e,o}(\alpha) + \frac{U_1^{e,o}(\alpha)}{\tilde{N}_+^{e,o}(\alpha)} \right] \right\} \quad (2.53)$$

olarak bulunur. (2.53) eşitliğindeki $P^{e,o}(\alpha)$ fonksiyonları bilinmeyen $f_m^{e,o}$ ve $g_m^{e,o}$ sabitlerini içermektedir ve bu sabitler (2.22a,b) denklemleri ile ilişkilidir. (2.53) denklemde α yerine $\alpha_m^{e,o}$ değerleri konup (2.22a,b) denklemleri ile birleştirilerek $f_m^{e,o}$ ve $g_m^{e,o}$ bilinmeyen katsayılarına ilişkin aşağıdaki sonsuz sayıdaki cebrik denklem sistemi

$$f_m^{e,o} = - \frac{1}{\Omega_m^{e,o} \left(1 + \alpha_m^{e,o} \frac{\eta_2}{k_1} \right) \tilde{N}_+^{e,o}(\alpha_m^{e,o})} \times \left[I_1^{e,o}(\alpha_m^{e,o}) + A_{1m}^{e,o} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_{2n}^{e,o} g_n^{e,o}}{k_0 - \alpha_n^{e,o}} + C_{1m}^{e,o} \pm \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_{2n}^{e,o} f_n^{e,o}}{\alpha_m^{e,o} + \alpha_n^{e,o}} \right], \quad (2.54a)$$

$$g_m^{e,o} = - \frac{1}{\Omega_m^{e,o} \left(1 + \alpha_m^{e,o} \frac{\eta_2}{k_1} \right) \tilde{N}_+^{e,o}(\alpha_m^{e,o})} \times \left[J_1^{e,o}(-\alpha_m^{e,o}) \mp i A_{1m}^{e,o} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_{2n}^{e,o} f_n^{e,o}}{k_0 - \alpha_n^{e,o}} + D_{1m}^{e,o} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_{2n}^{e,o} g_n^{e,o}}{\alpha_m^{e,o} + \alpha_n^{e,o}} \right] \quad (2.54b)$$

elde edilir. (2.54a) ve (2.54b) denklemlerinde görülen $c_{2n}^{e,o}$ katsayıları (2.45b,c) ile tanımlanmışken, $\Omega_m^{e,o}$, $A_{1m}^{e,o}$, $C_{1m}^{e,o}$ ve $D_{1m}^{e,o}$ terimleri ise aşağıdaki gibidir:

$$\Omega_m^e = \frac{1}{2} \left[d + \frac{\eta_1}{ik_0\mu_r} \sin^2(K_{1m}^e d) \right] \left[1 - \left(\frac{\eta_1 K_{1m}^e}{k_0\mu_r} \right)^2 \right] \frac{\sin(K_{1m}^e d)}{K_{1m}^e}, \quad (2.55a)$$

$$\Omega_m^o = -\frac{1}{2} \left[d + \frac{\eta_1}{ik_0\mu_r} \cos^2(K_{1m}^o d) \right] \left[1 - \left(\frac{\eta_1 K_{1m}^o}{k_0\mu_r} \right)^2 \right] \frac{\cos(K_{1m}^o d)}{K_{1m}^o}, \quad (2.55b)$$

$$A_{1m}^{e,o} = e^{i\pi/4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{k_0^2 T_+^{e,o}(k_0)}{\eta_1} \left[1 - \mathcal{F} \left(k_0 l \left(1 - \frac{\alpha_m^{e,o}}{k_0} \right) \right) \right] \frac{e^{ik_0 l}}{\sqrt{k_0 l}}, \quad (2.55c)$$

$$C_{1m}^{e,o} = \frac{h}{i(\alpha_m^{e,o} - k_0 \cos \phi_0) \tilde{N}_-^{e,o}(k_0 \cos \phi_0)}, \quad (2.55d)$$

$$D_{1m}^{e,o} = \frac{h e^{-ik_0 l \cos \phi_0}}{i(\alpha_m^{e,o} + k_0 \cos \phi_0) \tilde{N}_+^{e,o}(k_0 \cos \phi_0)}. \quad (2.55e)$$

3.FİZİK OPTİK VE STANDART EMPEDANS

MODELLEMESİ

3.1.Fizik Optik Yaklaşımı

Fizik optik yaklaşımı yarı-analitik bir tekniktir. Bu yaklaşımda, kanonik bir problem olan sonsuz uzun düzlem kullanılarak saçıcı cisim üzerindeki eşdeğer kaynaklar yaklaşık olarak bulunur. Daha sonra bu yaklaşık sonuç Kirchoff-Huygens eşitliğinde yerine yazılarak saçılan alan ifadesi elde edilir. Kirchoff-Huygens prensibi Green fonksiyonunu kullanarak dalga fonksiyonunun $\phi(p)$ ifade edilmesinden ibarettir:

$$\phi(\mathbf{p}) = \int_v G(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \rho(\mathbf{p}') dv' + \oint_{\partial S} \{G(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \nabla' \phi(\mathbf{p}') - \nabla' G(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \phi(\mathbf{p}')\} d\mathbf{n}'. \quad (3.1)$$

Burada $G(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ skaler Helmholtz denklemini sağlayan Green fonksiyonu, $\rho(\mathbf{p}')$ alanı yaratan kaynak dağılımı, \mathbf{p} ve \mathbf{p}' ise sırasıyla gözlem ve kaynak noktalarını göstermektedir. (3.1) eşitliğinin sağ yanındaki ilk ifade kaynaklar biliniyorken kolayca hesaplanabilir. İkinci ifadenin hesaplanabilmesi için yüzey üzerinde dalga fonksiyonunun $(\nabla' \phi(\mathbf{p}'), \phi(\mathbf{p}'))$ bilinmesi gerekir. Fizik optik metodu kullanılarak yüzey üzerinde bilinmeyen bu eşdeğer kaynaklar yaklaşık olarak bulunarak saçılan dalga hesaplanır. Geometrik optik yaklaşımından farklı olarak, dalga fonksiyonu yansıma ve gölge yüzeylerinde süreklidir. Saçıcı cisim üzerinde eşdeğer kaynaklar aydınlatılan bölge için bulunurken gölge bölgelerinde sıfır olduğu varsayılır. Bu nedenle saçılan dalgaya ilişkin hata gölge bölgesinde artacaktır.

Fizik optik yaklaşımda saçılan alan aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$u_s(x, y) = u_r(x, y) + u_g(x, y) \quad (3.2)$$

burada

$$u_r(x, y) = \mathcal{R}_1 e^{-ik_0[x \cos \phi_0 - (y-2d) \sin \phi_0]} \quad (3.3)$$

ϕ_0 geliş açısı \mathcal{R}_1 ise yansıma katsayısını gösterir:

$$\mathcal{R}_1 = \frac{\eta_1 \sin \phi_0 - 1}{\eta_1 \sin \phi_0 + 1}. \quad (3.4)$$

$u_r(x, y)$ ifadesi $y = d$ empedans düzleminden yansıyan alanı gösterirken u_g ise içi dielektrik malzeme ile dolu kalınlıklı yarığın katkısını göstermektedir.

Saçılan alanın integral gösterimi aşağıdaki gibi olsun:

$$u_s(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_C A(\alpha) e^{iK_0(\alpha)(y-d) - i\alpha x} d\alpha. \quad (3.5)$$

(3.5) eşitliğinde önce $y = d$ konur sonra ters Fourier dönüşümü kullanılarak $A(\alpha)$ katsayısı,

$$A(\alpha) = \int_{-\infty}^{\infty} u_s(x, d) e^{i\alpha x} dx \quad (3.6)$$

olarak kolayca bulunabilir. İçi dielektrik malzeme dolu yarıktan yansıyan alanı da göz önünde bulunduracak olursak

$$u_{r2}(x, y) = \mathcal{R}_2 e^{-ik_0[x \cos \phi_0 - (y-2d) \sin \phi_0]}, \quad x \in (0, l) \quad (3.7)$$

saçılan alanın $y = d$ 'deki değeri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$u_s(x, d) = e^{-ik_0(x \cos \phi_0 + d \sin \phi_0)} [(\mathcal{R}_2 - \mathcal{R}_1) \mathcal{H}(x) + \mathcal{R}_1]. \quad (3.8)$$

Burada

$$\mathcal{H}(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < l \\ 0 & x < 0 \text{ ve } x > l \end{cases}. \quad (3.9)$$

olarak tanımlanmıştır. (3.8) denklemi (3.6) ifadesinde yerine yazılırsa

$$A(\alpha) = (\mathcal{R}_2 - \mathcal{R}_1) e^{-ikd \sin \phi_0} \int_0^l \mathcal{H}(x) e^{ix(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} dx + \mathcal{R}_1 e^{-ikd \sin \phi_0} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ix(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} dx \quad (3.10)$$

ve buradan

$$A(\alpha) = (\mathcal{R}_2 - \mathcal{R}_1) e^{-ikd \sin \phi_0} \frac{[e^{il(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} - 1]}{i(\alpha - k_0 \cos \phi_0)} + 2\pi \mathcal{R}_1 e^{-ikd \sin \phi_0} \delta(\alpha - k_0 \cos \phi_0) \quad (3.11)$$

elde edilir. (3.11) ifadesinde $\delta(\alpha)$ Dirac dağılımını göstermektedir. Şimdi ise (3.11) denklemi saçılan alan ifadesinde (3.5) yerine yazılır ve karşılaşılan integral semer noktası yöntemiyle hesaplanırsa yarığa ilişkin kırınan alan ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$u_g(\rho, \phi) = \frac{(\mathcal{R}_2 - \mathcal{R}_1) \sin \phi e^{-ik_0 d \sin \phi_0} e^{i\pi/4}}{\cos \phi_0 + \cos \phi} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} [e^{-ik_0(\cos \phi + \cos \phi_0)} - 1] \frac{e^{ik\rho}}{\sqrt{k\rho}}. \quad (3.12)$$

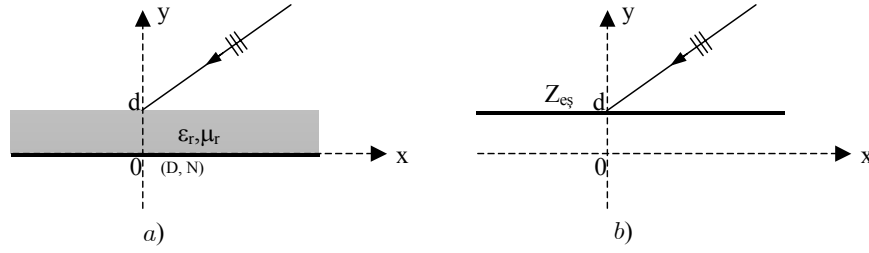
Burada

$$x = \rho \cos \phi, \quad y - d = \rho \sin \phi \quad (3.13)$$

olarak tanımlanmıştır.

3.2. Standart Empedans Modeli

Standart empedans koşulunun en önemli uygulamalarından biri de ince bir dielektrik tabakayla kaplanmış bir elektrik iletken veya magnetik iletken yüzeyin modellenmesinde kullanılmasıdır. Mükemmel iletken $y = 0$ düzleminin d kalınlığındaki homojen ince bir dielektrik tabaka ile kaplanmış olduğu düşünülün (Şekil 3.1a). E_z -polarize bir düzlemsel dalga bu geometriyi aydınlatsın. Bu durumda bu geometriden yansıma katsayısı $y = 0$ daki sınır koşulu ve $y = d$ deki toplam elektrik ve toplam magnetik alan bileşenlerinin süreklilik bağıntıları kullanılarak aşağıdaki gibi bulunur:



Şekil 3.1. a) Dielektrik tabaka ile kaplı mükemmel elektrik/magnetik iletken düzlem
b) Empedans yüzeyi simülasyonu

$$\mathcal{R} = - \frac{\sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi_0}{N^2}} + i\mu_r \frac{\sin \phi_0}{N} \tan \left[k_0 N d \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi_0}{N^2}} \right]}{\sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi_0}{N^2}} - i\mu_r \frac{\sin \phi_0}{N} \tan \left[k_0 N d \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi_0}{N^2}} \right]}. \quad (3.14)$$

Burada $N = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$, dielektrik tabakanın kırılma indisini göstermektedir. (Şekil 3.1b) ile gösterilen empedans yüzeyinden yansıma katsayısı ise

$$\tilde{\mathcal{R}} = - \frac{Z_0 - Z \sin \phi_0}{Z_0 + Z \sin \phi_0} \quad (3.15)$$

olarak bulunur. $|N| \gg 1$ koşulu altında (3.14) ile gösterilen yansıma katsayısı

$$\mathcal{R} = - \frac{1 + i\mu_r \frac{\sin \phi_0}{N} \tan [k_0 N d]}{1 - i\mu_r \frac{\sin \phi_0}{N} \tan [k_0 N d]} \quad (3.16)$$

biçimine indirgenir. Bu yansıma katsayısı (Şekil 3.1b) deki empedans düzlemine ilişkin (3.15) yansıma katsayısı ile karşılaştırılacak olursa (Şekil 3.1a) daki yapının yüzey empedansı

$$Z_{es}^o = -iZ \tan [k_0 N d] \quad (3.17)$$

ile modellenebilir.

Benzer şekilde mükemmel magnetik iletken $y = 0$ düzleminin d kalınlığındaki homojen ince bir dielektrik tabaka ile kaplanmış olduğu düşünölsün (Şekil 3.1a). Bu durumda bu geometriden E_z -polarize bir düzlemsel dalganın yansıma katsayısı $y = 0$ daki sınır koşulu ve $y = d$ deki toplam elektrik ve toplam magnetik alan bileşenlerinin süreklilik bağıntıları kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\mathcal{R} = -\frac{\sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi_0}{N^2}} - i \frac{N \sin \phi_0}{\varepsilon_r} \cot \left[k_0 N d \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi_0}{N^2}} \right]}{\sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi_0}{N^2}} + i \frac{N \sin \phi_0}{\varepsilon_r} \cot \left[k_0 N d \sqrt{1 - \frac{\cos^2 \phi_0}{N^2}} \right]} \quad (3.18)$$

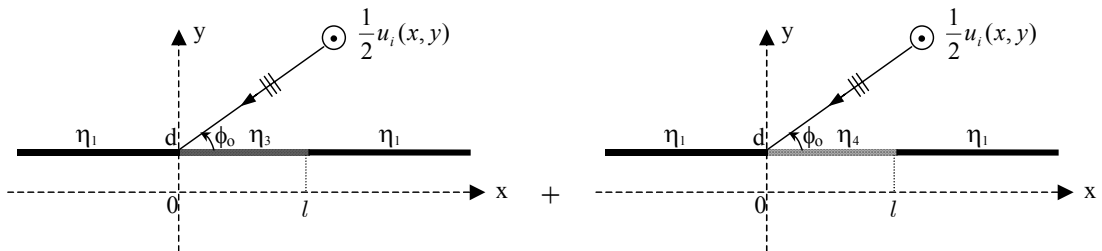
$|N| \gg 1$ koşulu altında (3.18) ile gösterilen yansıma katsayısı

$$\mathcal{R} = -\frac{1 - i \frac{N \sin \phi_0}{\varepsilon_r} \cot [k_0 N d]}{1 + i \frac{N \sin \phi_0}{\varepsilon_r} \cot [k_0 N d]} \quad (3.19)$$

biçimine indirgenir ve (3.15) yansıma katsayısı ile karşılaştırılacak olursa ince bir dielektrik tabaka ile kaplanmış mükemmel magnetik iletken yapının yüzey empedansı

$$Z_{es}^e = iZ \cot [k_0 N d] \quad (3.20)$$

ile modellenebilir. Bu modellerden hareketle $\eta_3 = Z_{es}^o/Z_0$ ve $\eta_4 = Z_{es}^e/Z_0$ olmak üzere esas problem çift ve tek uyarmalar için ayrı üç parçalı empedans düzlem problemlerinin toplamına indirgenebilir (Şekil 3.2). Bu problemler Wiener-Hopf tekniği kullanılarak çözülür ve çözümlerin süperpozisyonu alınarak esas sonuç bulunur. Yarı genişliği dalga boyuna oranla çok büyük olduğunda, $k_0 l \gg 1$, birinci mertebeden kırınan alan terimleri Büyükaksoy ve arkadaşları tarafından ortaya atılan (SIT) [Büyükaksoy et. al., 1989] tekniği kullanılarak, l ayrıtının $+\infty$ 'a ve 0 ayrıtının $-\infty$ 'a atılmasıyla elde edilen iki adet iki-parçalı empedans düzlem probleminin toplamına indirgenir. E -polarize bir düzlem dalga için iki parçalı empedans düzleminden difraksiyon katsayısı [Büyükaksoy ve Uzgören, 1999] kullanılarak çift ve tek simetrik uyarmalara ilişkin birinci mertebeden toplam kırınan alan aşağıdaki gibi elde edilir:



Şekil 3.2. Üç parçalı empedans düzlem eşdeğer geometrisi

$$u^d = \frac{1}{2} e^{-ik_0 d \sin \phi_0} \{ D(\eta_3, \eta_1; \phi_0, \phi) + D(\eta_4, \eta_1; \phi_0, \phi) \\ + [D(\eta_1, \eta_3; \phi_0, \phi) + D(\eta_1, \eta_4; \phi_0, \phi)] e^{-ik_0 l (\cos \phi + \cos \phi_0)} \} \frac{e^{ik_0 \rho}}{\sqrt{k_0 \rho}}. \quad (3.21)$$

Yukarıdaki ifadede kırınım katsayısı D ,

$$D(\eta_a, \eta_b; \phi_0, \phi) = -\sqrt{\frac{2}{\pi}} e^{i\pi/4} \frac{\eta_b (\eta_a - \eta_b)}{\eta_a} \frac{\sin \phi_0 + \sin \phi}{(\cos \phi_0 + \cos \phi) (1 + \eta_a \sin \phi) (1 + \eta_b \sin \phi_0)} \\ \times \frac{\chi_-(\eta_a, k_0 \cos \phi_0) \chi_+(\eta_b, k_0 \cos \phi)}{\chi_-(\eta_b, k_0 \cos \phi_0) \chi_+(\eta_a, k_0 \cos \phi)} \quad (3.22)$$

ve

$$x = \rho \cos \phi, \quad y - d = \rho \sin \phi \quad (3.23)$$

olarak tanımlanmıştır. $\chi_{\pm}(\eta, \alpha)$ fonksiyonları ise (2.30a-d) ile tanımlı olup (2.25c) fonksiyonunun Wiener-Hopf çarpanlarıdır.

4.SAÇILAN ALANIN ANALİZİ

Bu bölümde saçılan alanın değişik bölgelerde asimptotik olarak analizi yapılacaktır. Pratik açıdan bakıldığında u_1 alanına ilişkin çözümün bulunması daha anlamlıdır. Zaten u_1 alan ifadesi bulunduğundan sonra u_2 alan ifadesine ilişkin çözüm kolayca hesaplanabilir. Bunun için çift ve tek uyarma için bulunan çözümler birleştirilerek $y > d$ ve $y < -d$ için aşağıdaki ifade yazılır:

$$u_1(x, y) = \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} [u_1^e(x, y) + u_1^o(x, y)], \quad y > d \\ [u_1^e(x, y) - u_1^o(x, y)], \quad y < -d \end{array} \right\}. \quad (4.1)$$

4.1. $y > d$ Bölgesi İçin Saçılan Alan Analizi

$y > b$ bölgesinde u_1 saçılan alanı, (2.6a) ifadesinin (2.12) ile birleştirilerek ters Fourier dönüşümü aracılığıyla aşağıdaki gibi bulunur:

$$u_1^{e,o}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{L}} \frac{P^{e,o}(\alpha)}{\left[1 + \frac{\eta_1}{k_0} K_0(\alpha)\right]} e^{iK_0(\alpha)(y-d)} e^{-i\alpha x} d\alpha. \quad (4.2)$$

Yukarıdaki ifadede \mathcal{L} integrasyon çizgisi $\text{Im}(k_0 \cos \phi_0) < \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k_0)$ ile tanımlı bölgededir. (2.53) denkleminde $P^{e,o}(\alpha)$ 'nın yapısı gereği (4.2) integrali

$$u_1^{e,o}(x, y) = u_{11}^{e,o}(x, y) + u_{12}^{e,o}(x, y) \quad (4.3)$$

olarak iki parçaya ayrılabilir. Burada

$$u_{11}^{e,o}(x, y) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{L}} \frac{e^{iK_0(\alpha)(y-d)} e^{-i\alpha x}}{\left[1 + \frac{\eta_1}{k_0} K_0(\alpha)\right] \tilde{N}_+^{e,o}(\alpha)} \left[\sum_{j=1}^2 I_j^{e,o}(\alpha) + \frac{V_1^{e,o}(\alpha)}{\tilde{N}_-^{e,o}(\alpha)} \right] d\alpha \quad (4.4a)$$

ve

$$u_{12}^{e,o}(x, y) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{L}} \frac{e^{iK_0(\alpha)(y-d)} e^{-i\alpha(x-l)}}{\left[1 + \frac{\eta_1}{k_0} K_0(\alpha)\right] \tilde{N}_-^{e,o}(\alpha)} \left[\sum_{j=1}^2 J_j^{e,o}(\alpha) + \frac{U_1^{e,o}(\alpha)}{\tilde{N}_+^{e,o}(\alpha)} \right] d\alpha \quad (4.4b)$$

olarak tanımlanmıştır. (4.4a) ve (4.4b) ifadelerindeki integraller semer noktası yöntemi ile asimptotik olarak hesaplanabilir.

4.1.1.(4.4a) integralinin hesabı

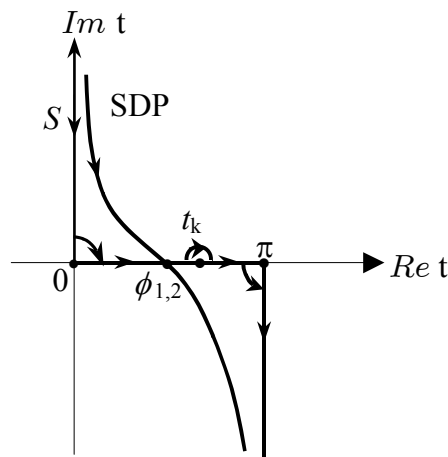
(4.4a) integralinin hesabı için aşağıdaki değişken dönüşümlerini yapıp integrali yeniden düzenlemek uygun olacaktır:

$$x = \rho \cos \phi_1, \quad y - d = \rho \sin \phi_1, \quad \alpha = -k_0 \cos t, \quad (4.5)$$

$$u_{11}^{e,o}(\rho, \phi_1) = -\frac{1}{2\pi} \int_S \frac{k_0 \sin t e^{ik_0 \rho \cos(t-\phi_1)}}{(1 + \eta_1 \sin t) \tilde{N}_-^{e,o}(k_0 \cos t)} \times \left[\sum_{j=1}^2 I_j^{e,o}(-k_0 \cos t) + \frac{V_1^{e,o}(-k_0 \cos t)}{\tilde{N}_+^{e,o}(k_0 \cos t)} \right] dt. \quad (4.6)$$

Değişken dönüşümü sonrası \mathcal{L} integrasyon çizgisi kompleks t -düzlemindeki S eğrisine dönüşür (Şekil 4.1). Bu integral semer noktası yöntemi ile yaklaşık olarak hesaplamaya uygundur. Semer noktası $t_s = \phi_1$ olarak bulunur. İntegrandın $t_k = \pi - \phi_0$ noktasındaki kutup noktasını göz önünde bulundurulursa aşağıdaki iki durum ayrı ayrı incelenmelidir:

A) $\phi_1 \in (0, \pi - \phi_0)$, B) $\phi_1 \in (\pi - \phi_0, \pi)$.



Şekil 4.1. Kompleks t -düzlemi

A) $\phi_1 \in (0, \pi - \phi_0)$ durumu

Bu durumda (4.6) integralinin yaklaşık olarak hesabında \mathcal{S} integrasyon çizgisi SDP (en dik iniş) çizgisine ötelenirken $t_k = \pi - \phi_0$ noktasındaki kutup üzerinden aşılacağı için rezidü katkısının da göz önünde bulundurulması gerekir. Sonuç olarak (4.6) integrali

$$u_{11}^{e,o}(\rho, \phi_1) \sim^d u_{11}^{e,o}(\rho, \phi_1) +^{rez} u_{11}^{e,o}(\rho, \phi_1), \quad (4.7a)$$

$${}^d u_{11}^{e,o}(\rho, \phi_1) \sim \frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi}} \frac{k_0 \sin \phi_1}{(1 + \eta_1 \sin \phi_1)} \frac{\left[\sum_{j=1}^2 I_j^{e,o}(-k_0 \cos \phi_1) + \frac{V_1^{e,o}(-k_0 \cos \phi_1)}{\tilde{N}_+^{e,o}(k_0 \cos \phi_1)} \right]}{\tilde{N}_-^{e,o}(k_0 \cos \phi_1)} \frac{e^{ik_0 \rho}}{\sqrt{k_0 \rho}}, \quad (4.7b)$$

$${}^{rez} u_{11}^{e,o}(\rho, \phi_1) = (-R + R^{e,o}) e^{-ik_0 d \sin \phi_0} e^{-ik_0 \rho \cos(\phi_1 + \phi_0)}, \quad (4.7c)$$

$$R = \frac{\eta_1 \sin \phi_0 - 1}{\eta_1 \sin \phi_0 + 1}, \quad (4.7d)$$

$$R^e = \left. \frac{K_0(\alpha) \cos [K_1(\alpha)d] + \frac{i}{\mu_r} K_1(\alpha) \sin [K_1(\alpha)d]}{K_0(\alpha) \cos [K_1(\alpha)d] - \frac{i}{\mu_r} K_1(\alpha) \sin [K_1(\alpha)d]} \right|_{\alpha=k_0 \cos \phi_0}, \quad (4.7e)$$

$$R^o = \left. \frac{K_0(\alpha) \sin [K_1(\alpha)d] - \frac{i}{\mu_r} K_1(\alpha) \cos [K_1(\alpha)d]}{K_0(\alpha) \sin [K_1(\alpha)d] + \frac{i}{\mu_r} K_1(\alpha) \cos [K_1(\alpha)d]} \right|_{\alpha=k_0 \cos \phi_0} \quad (4.7f)$$

olarak hesaplanır. (4.7b) ifadesi semer noktası katkısıdır ve $(0, d)$ köşesinden kırılan alan terimine karşılık gelir. (4.7c) ifadesi ise yansıyan alan terimlerine karşılık gelir. R ifadesi η_1 empedans yüzeyinden yansıma, R^e ifadesi üzeri d kalınlığında dielektrik tabaka kaplı mükemmel magnetik iletken yansıma ve R^o ifadesi üzeri d kalınlığında dielektrik tabaka kaplı mükemmel elektrik iletken yansıma katsayılarını gösterir.

B) $\phi_1 \in (\pi - \phi_0, \pi)$ durumu

Bu durumda ise (4.6) integralinin yaklaşık olarak hesabında \mathcal{S} integrasyon çizgisi SDP (en dik iniş) çizgisine ötelenirken $t_k = \pi - \phi_0$ noktasındaki kutup üzerinden aşılmayacağı için integrale katkı sadece semer noktasından gelir ve

$$u_{11}^{e,o}(\rho, \phi_1) \sim^d u_{11}^{e,o}(\rho, \phi_1). \quad (4.8)$$

olarak hesaplanır.

4.1.2.(4.4b) İntegralinin Hesabı

(4.4b) integralinin hesabı için aşağıdaki değişken dönüşümlerini yapıp integrali yeniden düzenlemek uygun olacaktır:

$$x - l = r \cos \phi_2, \quad y - d = r \sin \phi_2, \quad \alpha = -k_0 \cos t, \quad (4.9)$$

$$u_{12}^{e,o}(r, \phi_2) = -\frac{1}{2\pi} \int_{\mathcal{S}} \frac{k_0 \sin t e^{ik_0 r \cos(t-\phi_2)}}{(1 + \eta_1 \sin t) \tilde{N}_+^{e,o}(k_0 \cos t)} \times \left[\sum_{j=1}^2 J_j^{e,o}(-k_0 \cos t) + \frac{U_1^{e,o}(-k_0 \cos t)}{\tilde{N}_-^{e,o}(k_0 \cos t)} \right] dt. \quad (4.10)$$

(4.10) integralini yaklaşık olarak hesabı (4.4a) integralinin hesabına benzer bir yol ile aşağıdaki gibi bulunur:

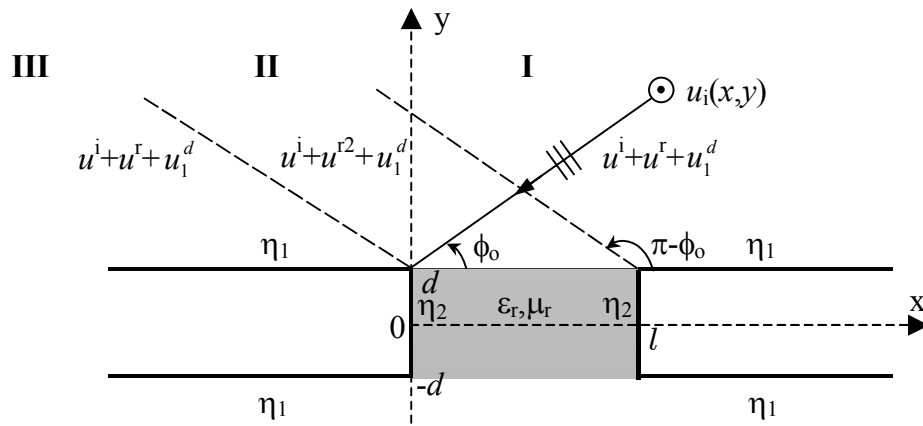
$$u_{12}^{e,o}(r, \phi_2) \sim^d u_{12}^{e,o}(r, \phi_2) + {}^{rez} u_{12}^{e,o}(r, \phi_2), \quad (4.11a)$$

$${}^d u_{12}^{e,o}(r, \phi_2) \sim -\frac{e^{-i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2\pi}} \frac{k_0 \sin \phi_2}{(1 + \eta_1 \sin \phi_2)} \frac{\left[\sum_{j=1}^2 J_j^{e,o}(-k_0 \cos \phi_2) + \frac{U_1^{e,o}(-k_0 \cos \phi_2)}{\tilde{N}_-^{e,o}(k_0 \cos \phi_2)} \right]}{\tilde{N}_+^{e,o}(k_0 \cos \phi_2)} \frac{e^{ik_0 r}}{\sqrt{k_0 r}}, \quad (4.11b)$$

$${}^{rez}u_{12}^{e,o}(r, \phi_2) = (R - R^{e,o}) e^{-ik_0 d \sin \phi_0} e^{-ik_0 l \cos \phi_0} e^{-ik_0 r \cos(\phi_2 + \phi_0)}. \quad (4.11c)$$

(4.11c) ifadesinde R ve $R^{e,o}$ yansımaya katsayıları (4.7e-f) denklemleri ile tanımlıdır. (4.11b) ifadesi ise $t_s = \phi_2$ 'de oluşan semer noktası katkısıdır ve (l, d) köşesinden kırılan alan terimine karşılık gelir.

Yukarıdaki analizi göz önünde bulundurursak $y > d$ bölgesinde toplam alan Şekil 4.2'de görüleceği gibi üç alt bölgeye ayrılabilir. II bölgesinde $2d$ kalınlığındaki dielektrik tabakadan yansımaya terimi u^{r2} ile gösterilmiştir. I ve III bölgelerinde ise yansımaya $y = d$ düzlemindeki η_1 yüzeyinden olmaktadır.



Şekil 4.2. $y > d$ bölgesinde toplam alan ifadesinin gösterimi.

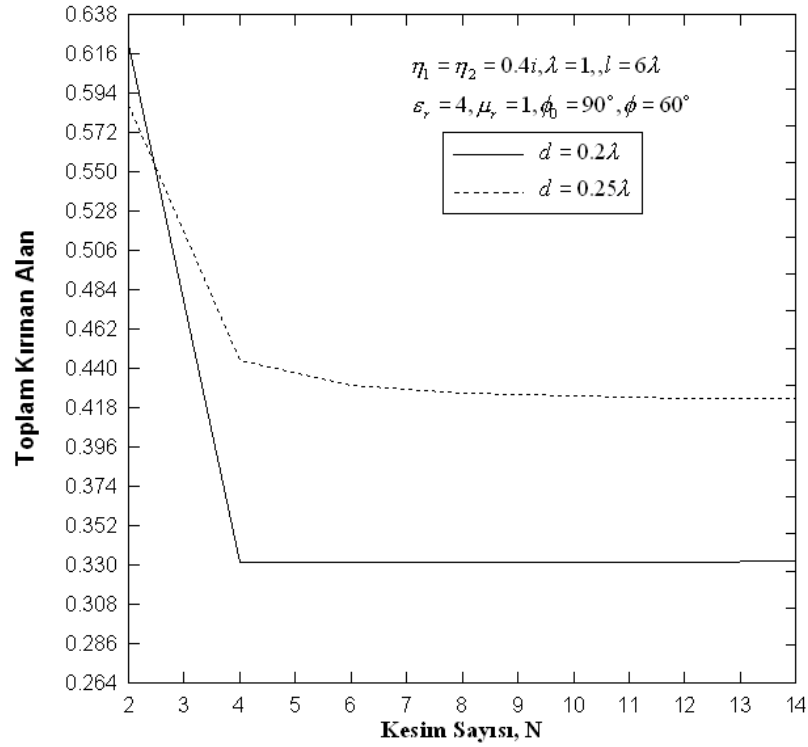
5.SAYISAL UYGULAMALAR VE SONUÇLAR

İçerisi homojen dielektrik malzeye dolu yüzeyleri empedans özelliği gösteren kalınlıklı bir yarığın saçılma karakteristiklerini ortaya koyabilmek amacıyla değişik fiziksel parametreler için, yani yarık kalınlık ve genişliği, dielektrik malzemenin özelliği ve yüzey empedanslarının değişik değerleri için kırınan alanın sayısal değerlerinin hesaplanıp gözlem açısına göre değişimlerinin grafiksel olarak verilmesi bu bölümün amacını oluşturmaktadır. Aynı zamanda $f_n^{e,o}$ ve $g_n^{e,o}$ bilinmeyen katsayıları sayısal olarak çözümlenirken seri toplamları belirli bir N değerinde kesilmiş ve kırınan alan hesaplanmıştır. Bu N kesim değerini hesaplamak için sonsuz serideki terim sayısı artırılmış ve çözümün alınan terim sayısına duyarsızlaşmaya başladığı nokta seçilmiştir. Son olarak Fizik Optik yaklaşım ve standart empedans modeli ile hesaplanan kırınan alan ifadeleri Wiener-Hopf çözümü ile karşılaştırılmıştır.

5.1.Örnek Uygulamalar

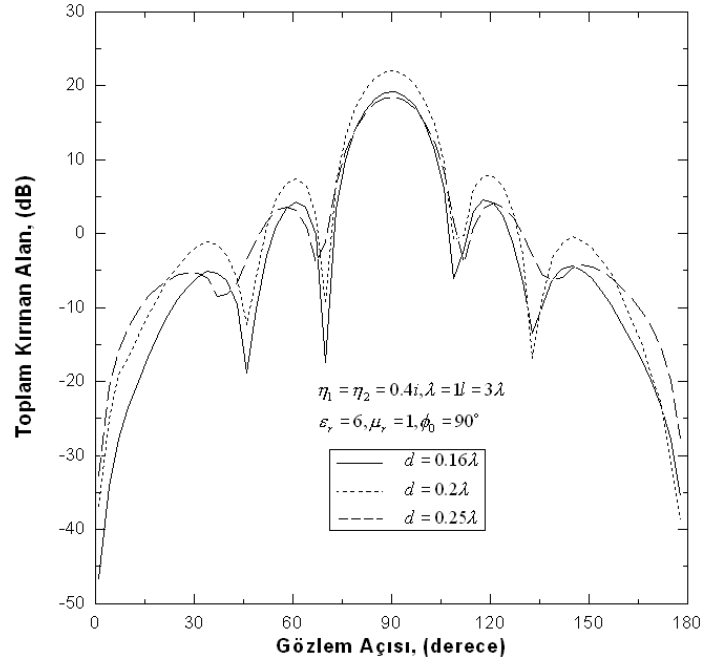
Bu bölümde yarık genişliği ve kalınlığı, yüzey empedansları ve farklı dielektrik malzeme değerleri için toplam kırınan alanın genliğinin $20 \log (|u^d \times \sqrt{k_0 \rho}|)$ gözlem noktası ile değişimi grafiksel olarak gösterilmiştir. Ayrıca çözümün yakınsadığı N kesim değerinin tespiti ile ilgili bazı sonuçlar da bu bölümün içeriğini oluşturmaktadır.

Modifiye Wiener-Hopf probleminin çözümünde karşılaşılan sonsuz bilinmeyenli denklem sisteminin sayısal olarak çözülmesi için sistemin boyutu önce sonlu bir N sayısı olarak düşünülmüş ve N nin belirlenebilmesi için kırınan alanın genliğinin N ile değişimi incelenmiştir. Yarı kalınlığı, d , artıkça toplam kırınan alanın doyuma ulaştığı N , kesim sayısı değeri de artmaktadır. Tüm sayısal uygulamalar sırasında $N = 10$ alınmıştır.

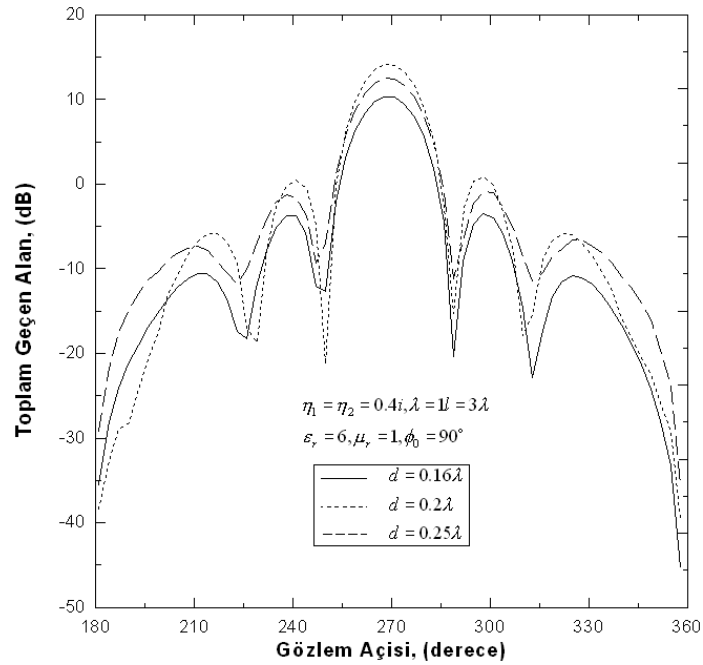


Şekil 5.1. Kesim sayısı N 'in yarığın kalınlığı d ile değişimi

Aşağıdaki şekiller kırılan alan ve yarıktan geçen alanın yarığın genişliği d ile değişimini göstermektedir. Kalınlık artıka genliklerde artış eğilimi gözlene de net birşey söylemek söz konusu değildir.

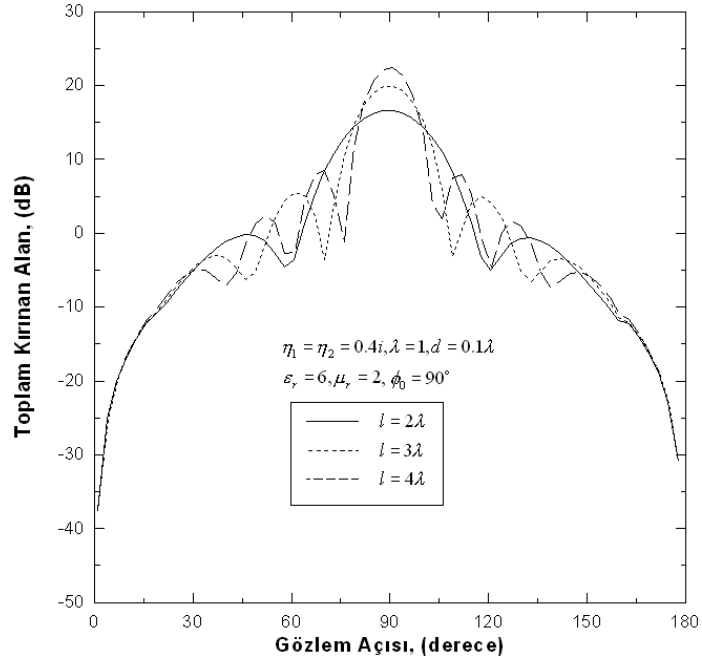


Şekil 5.2. Toplam kırılan alan genliğinin yarığın kalınlığı d ile değişimi

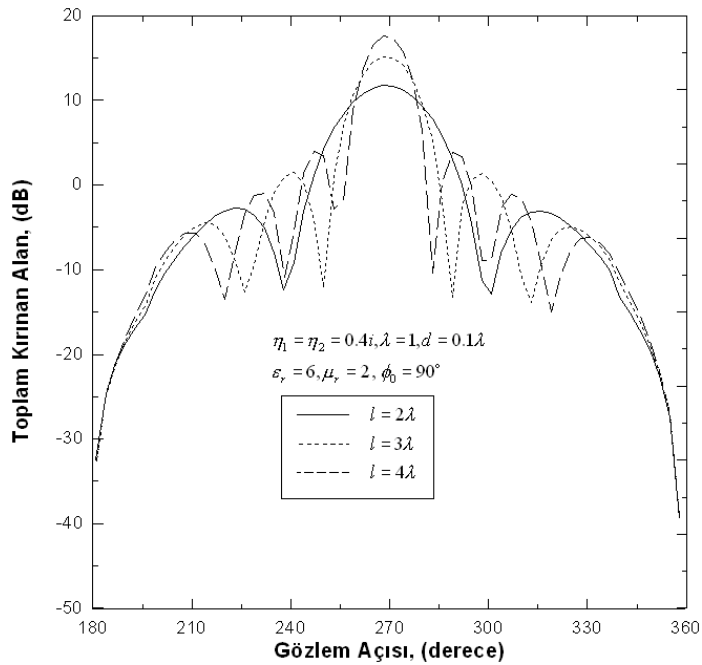


Şekil 5.3. Toplam geçen alan genliğinin yarığın kalınlığı d ile değişimi

Yarık genişliğinin kırınım ve geçme olayına etkisi aşağıdaki grafiklerde açıkça görülmektedir. Artan genişlik değerlerine karşılık alan değerlerinin de salınımının arttığını görmekteyiz.

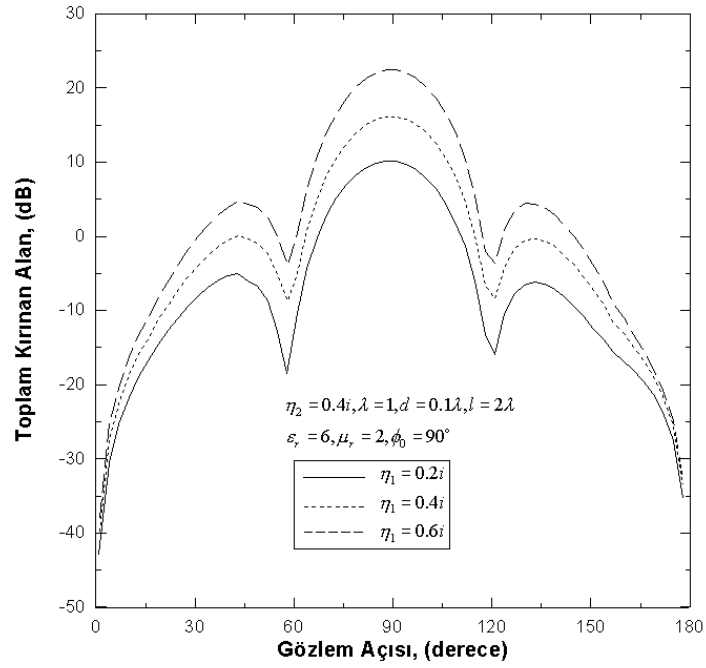


Şekil 5.4. Toplam kırınan alan genişliğinin yarığın genişliği l ile değişimi

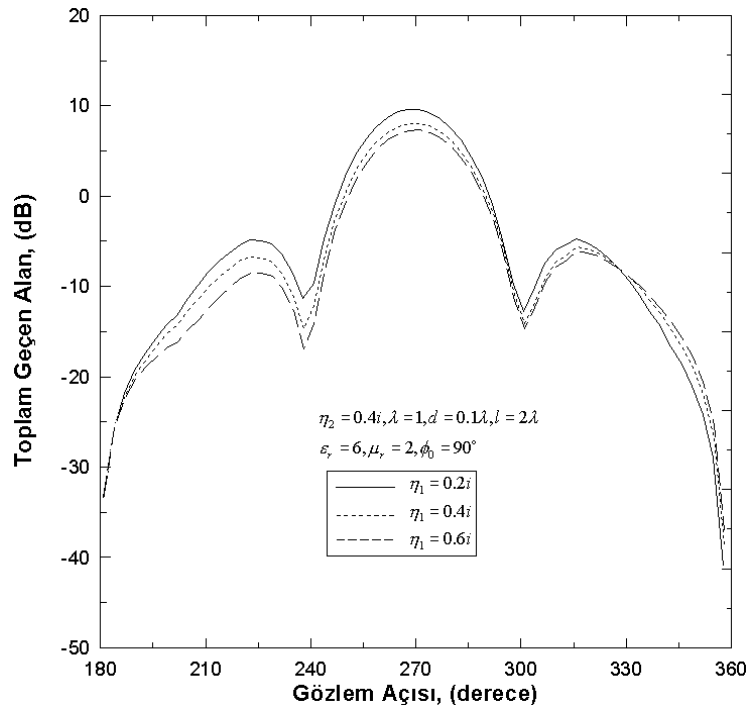


Şekil 5.5. Toplam geçen alan genişliğinin yarığın genişliği l ile değişimi

Aşağıdaki şekillerden görüldüğü gibi η_1 büyüdükçe kırınan alan genliği artmakta geçen alan genliği ise azalmaktadır.

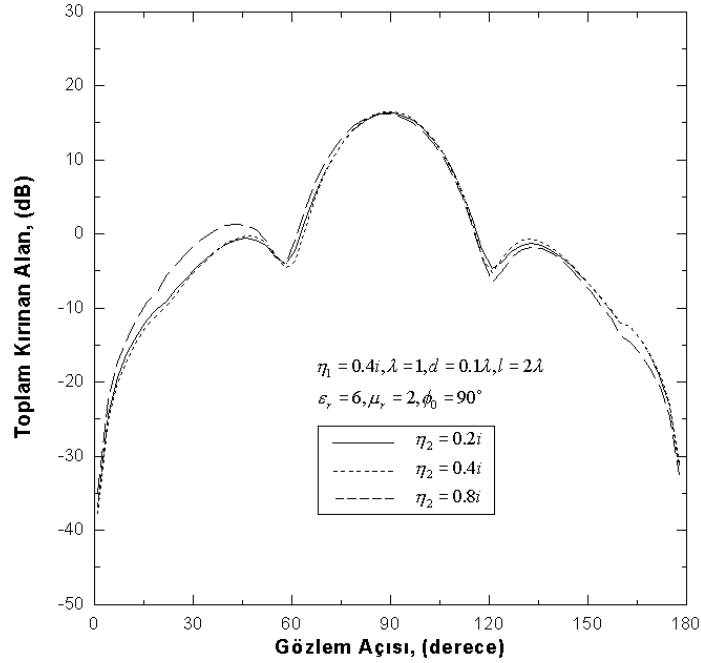


Şekil 5.6. Toplam kırınan alan genliğinin η_1 ile değişimi

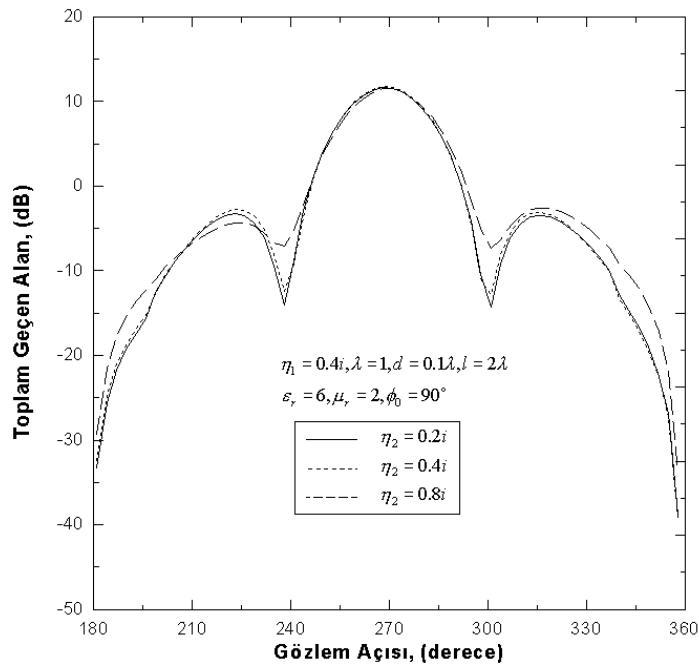


Şekil 5.7. Toplam geçen alan genliğinin η_1 ile değişimi

Aşağıdaki grafiklerde η_2 nin kırınım ve geçiş olayına etkisinin az olduğu açıkça görülmektedir. Gözlem noktası $\phi \in \{(0, 45^\circ) \cup (135^\circ, 225^\circ) \cup (315^\circ, 360^\circ)\}$ aralıklarında iken, alan genliklerinde η_2 ile çok az değişim olurken diğer bölgelerde değişim hiç yok gibidir.

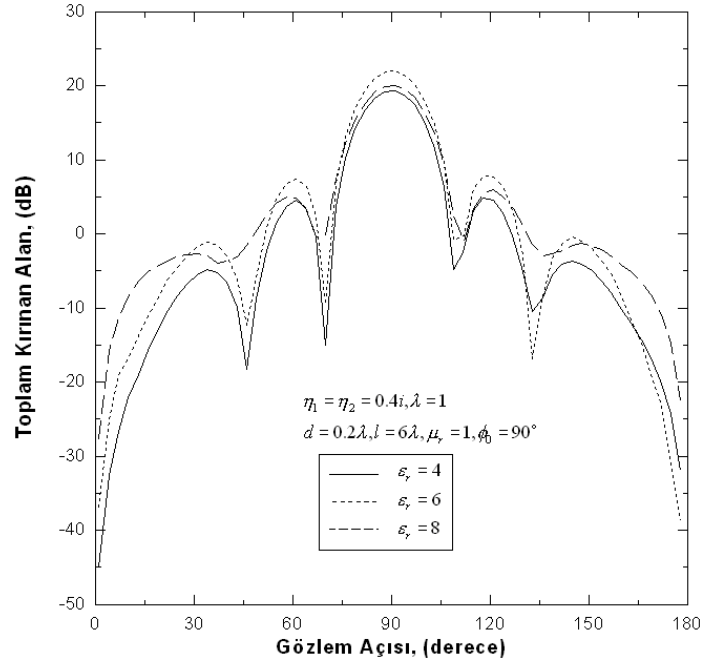


Şekil 5.8. Toplam kırınım alan genliğinin η_2 ile değişimi

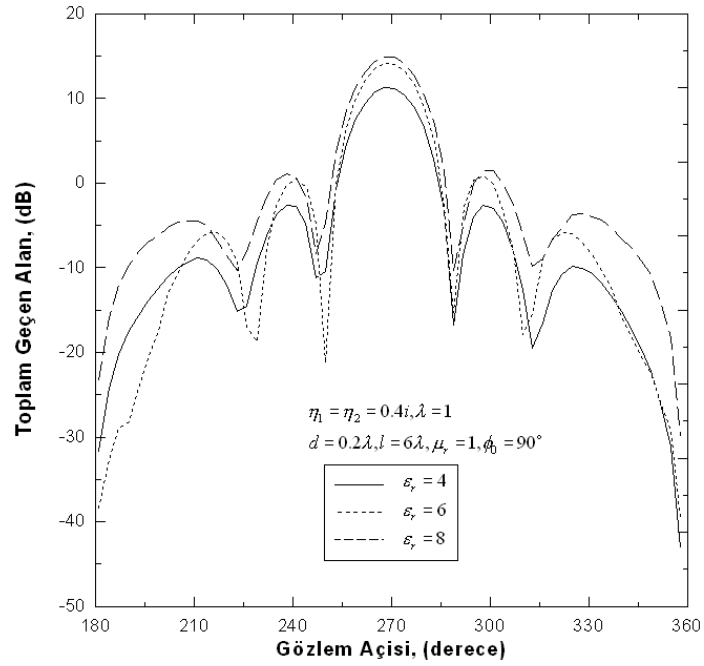


Şekil 5.9. Toplam geçen alan genliğinin η_2 ile değişimi

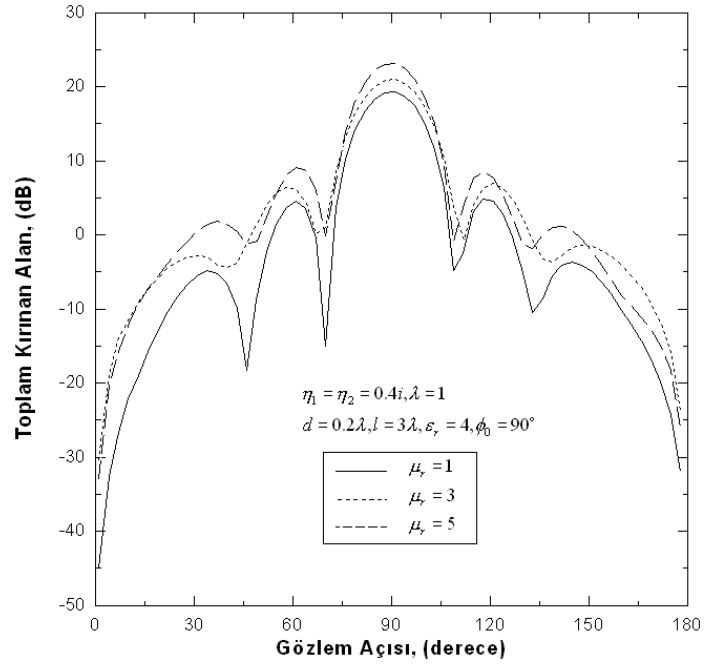
Yarık içerisindeki malzemenin elektrik geçirgenliği ϵ_r ve magnetik geçirgenliği μ_r büyüdükçe toplam kırınan ve geçen alan genliklerinin de arttığı gözlenmiştir. Burada kırınan alan genliği artarken aynı zamanda geçen alanın genliğinin de artış göstermesi ilginçtir.



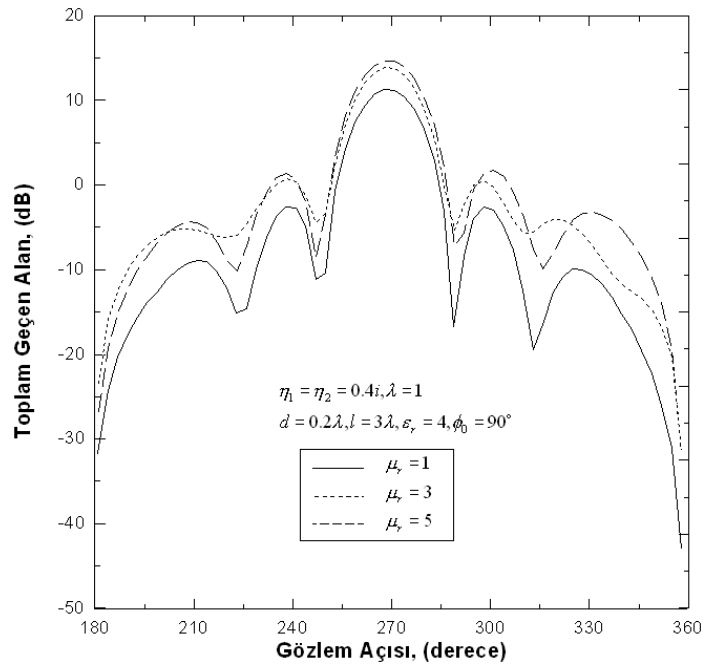
Şekil 5.10. Toplam kırınan alan genliğinin ϵ_r ile değişimi



Şekil 5.11. Toplam geçen alan genliğinin ϵ_r ile değişimi

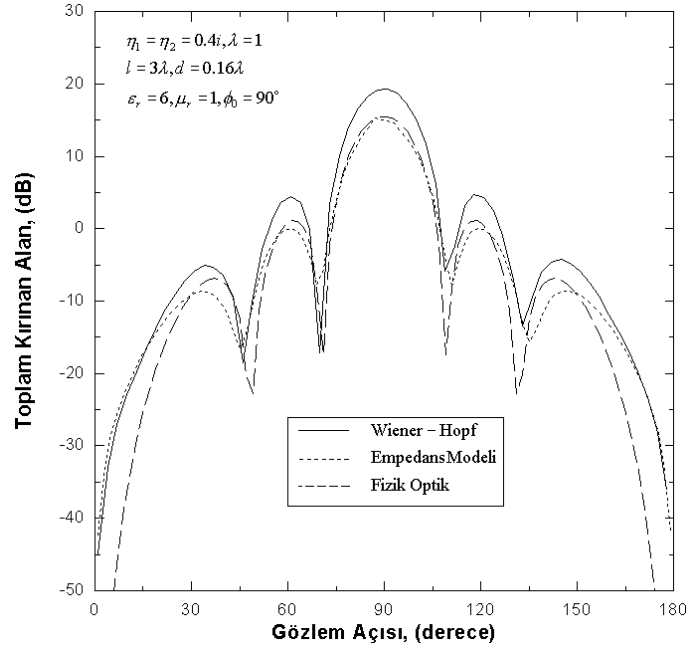


Şekil 5.12. Toplam kırınan alan genliğinin μ_r ile değişimi

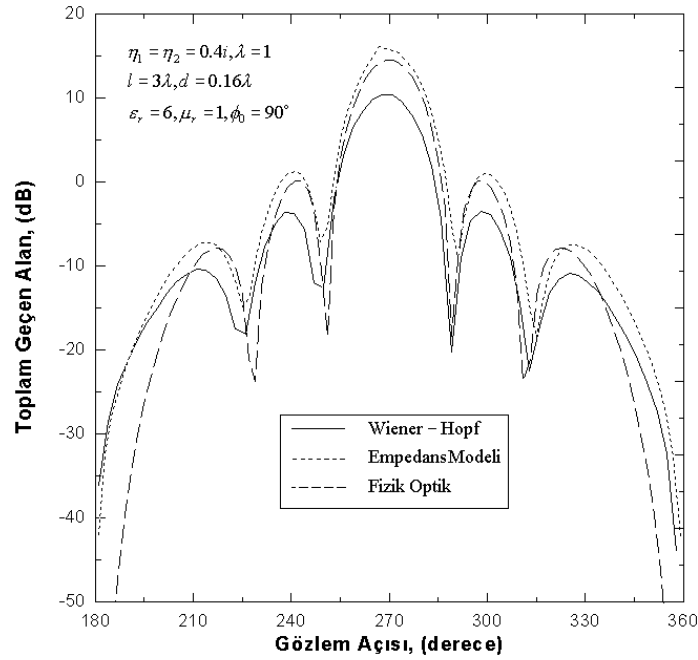


Şekil 5.13. Toplam geçen alan genliğinin μ_r ile değişimi

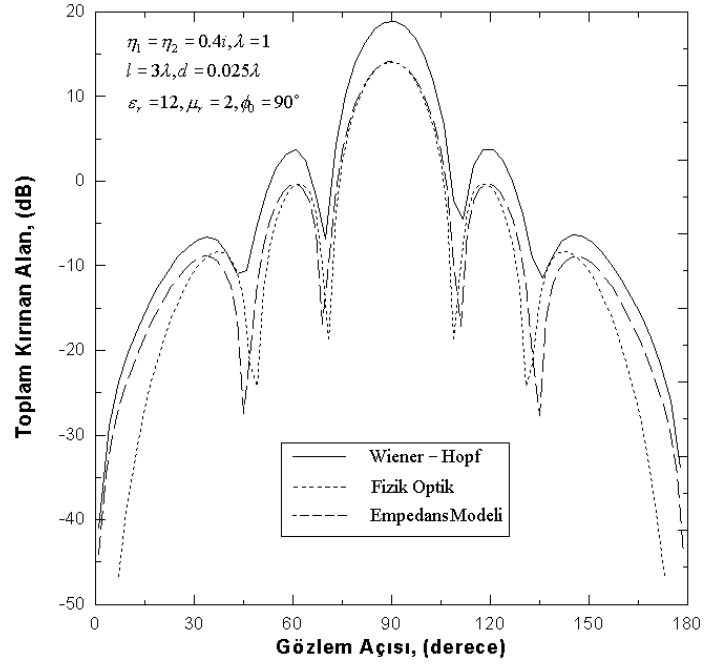
Son olarak Wiener-Hopf çözümleri ile fizik optik ve empedans modellerinin karşılaştırılması aşağıdaki şekillerde gösterilmiştir. Wiener-Hopf çözümünde kırınan alan genliği yüksek iken geçen alan genliği düşük çıkmıştır. Fizik optik ve empedans modelleri yüzeylere uzak gözlem noktalarında birbirine yakın sonuçlar vermişlerdir.



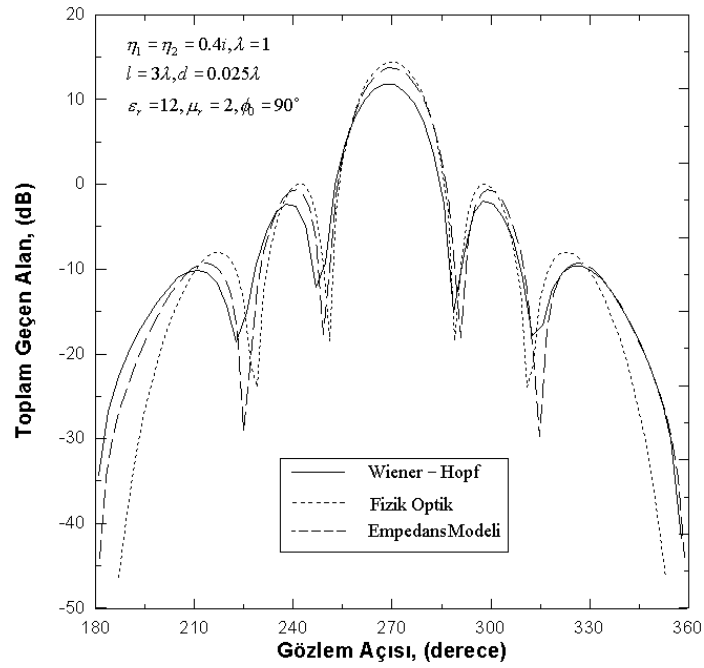
Şekil 5.14. Toplam kırınan alan genliğinin Wiener-Hopf, Fizik Optik ve Empedans modeli ile karşılaştırılması



Şekil 5.15. Toplam geçen alan genliğinin Wiener-Hopf, Fizik Optik ve Empedans modeli ile karşılaştırılması



Şekil 5.16. Toplam kırınan alan genliğinin Wiener-Hopf, Fizik Optik ve Empedans modeli ile karşılaştırılması



Şekil 5.17. Toplam geçen alan genliğinin Wiener-Hopf, Fizik Optik ve Empedans modeli ile karşılaştırılması

6.SONUÇLAR VE GELECEĞE YÖNELİK

ÇALIŞMALAR

Bu çalışmada, düzlemsel elektromagnetik dalgaların içi dielektrik malzemeyle dolu kalınlıklı empedans yarıktan kırınım ve geçme problemi incelenmiştir. Yarığı oluşturan kalınlıklı yarı düzlemlerin alt ve üst yüzeyleri Z_1 yanal yüzeyleri ise Z_2 yüzey empedansları ile karakterize edilmiştir. Problem, görüntü yöntemi kullanılarak çift ve tek simetrik olmak üzere iki ayrı problemin toplamına indirgenmiştir. Her iki içi dolu çukur problemi formüle edilerek üçüncü tür modifiye Wiener-Hopf denklemine indirgenmiş ve faktörizasyonu yapılmıştır. Faktörizasyon sonucunda elde edilen ikinci türden kuple Fredholm integral denklemleri asimptotik yaklaşımla çözülmüştür.

Son olarak, yarık genişliği, yarık kalınlığı, kalınlıklı yarı düzlemlerin yüzey empedansları ve yarığın içerisini dolduran homojen malzemenin elektrik ve magnetik geçirgenliği gibi parametrelerin kırınım ve geçme olayına etkisi sayısal olarak incelenmiş ve sonuçlar grafiklerle desteklenmiştir.

$\varepsilon_r = \mu_r = 1$ için elde edilen çift ve tek probleme ilişkin Wiener-Hopf denklemleri ve bunların yaklaşık çözümleri, içerisi boş kalınlıklı empedans yarığına ait Filiz Birbir'in [Birbir, 1996] çalışmasında elde etmiş olduğu Wiener-Hopf denklemleri ve çözümleri ile aynı çıkmaktadır. Bu ise yapmış olduğumuz çalışmanın analitik ve sayısal çözümlerinin güvenilirliğini pekiştirmektedir.

Pratik bakımdan büyük öneme sahip bu problem baz alınarak ileride çözülebilecek problem türlerinden biri, periyodik olarak sıralanmış içi boş veya dolu yarık dizisinden kırınım ve geçiş koşullarının incelenmesidir. Bir başka analiz ise yarığın parçalı olarak homojen dielektrik malzemeyle dolu olduğu problemin yeniden incelenmesidir.

KAYNAKLAR

- 1-AUCKLAND, D. T., HARRINGTON, R. F., Electromagnetic Transmission Through a Filled Slit in a Conducting Plane of Finite Thickness, TE case, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-26, pp.499-505, 1978.
- 2-AUCKLAND, D. T., HARRINGTON, R. F., A Nonmodal Formulation for Electromagnetic Transmission Through a Filled Slot of Arbitrary Cross Section in a Thick Conducting Screen, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-28, pp.548-555, 1980.
- 3-BİRBİR, F., BÜYÜKAKSOY, A., Plane wave diffraction by a wide slit in a thick impedance screen, J. Electrom. Waves and Appl. (JEMWA), 10, pp.803-826, 1996.
- 4-BUTLER, C. M., UMASHANKAR, K. R., Electromagnetic Penetration Through an Aperture in an Infinite, Planar Screen Separating two Half Spaces of Different Electromagnetic Properties, Radio Science, 11, pp.611-619, 1976.
- 5-BUTLER, C. M., WILTON, D. R., General Analysis of Narrow Strips and Slots, IEEE Trans. Antennas Propagat., AP-28, pp.42-48, 1980.
- 6-BÜYÜKAKSOY, A., SERBEST, A. H. and UZGÖREN, G., Secondary Diffraction of Plane Waves by an Impedance Strip, Radio Science, 24, pp.455-464, 1989.
- 7-BÜYÜKAKSOY, A., UZGÖREN, G., Kırınım Problemleri, GYTE Yatınları No.4, Gebze, 1999.
- 8-COPSON, E. T., On an Integral Equation Arising in the Theory of Diffraction, Quart. J. Math., 17, pp.19-34, 1946.
- 9-HARRINGTON, R. F., MAUTZ, J. R., A Generalized Network Formulation for Aperture Problems, IEEE Trans. Antennas Propagat., Ap-24, pp.870-873, 1976.

- 10-HONGO, K., Diffraction of Electromagnetic Plane Wave by an Infinite Slit in a Screen with Surface Impedance, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, pp.84-86, 1972.
- 11-HONGO, K., ISHII, G., Diffraction of an Electromagnetic Plane Wave by a Thick Slit, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Ap-26, pp.494-499, 1978.
- 12-IDEMEN, M., On the Functional Equation Related to the Three-part Mixed Boundary Value Problems, *SIAM J. Appl. Math.*, 27, pp.404-415, 1974.
- 13-JIN, J. M., VOLAKIS, J. L., TE Scattering by an Inhomogeneously Filled Aperture in a Thick Conducting Plane, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, Ap-38, pp.1280-1286, 1990.
- 14-JONES, D. S., A Simplifying Technique in the Solution of a Class of Diffraction Problems, *Quart. J. Math. Oxford*, 3, pp.189-196, 1952.
- 15-JONES, D. S., *The Theory of Electromagnetism*, Pergamon Press, London, 1964.
- 16-JULL, E. V., Diffraction by a Wide Aperture in Magnetoionic Medium, *Proc. 1965 Symp. Electromag. Theory*, Brown, pp.1015-1019, Ed. 1967.
- 17-KABALAN, K. Y., EL-HAJJ, A. and HARRINGTON, R. F., Characteristic Mode Analysis of a Slot in a Conducting Plane Separating Different Media, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-38, pp.476-481, 1990.
- 18-KANG, S. H., EOM, H. J., and PARK, T. J., TM-Scattering from a Slit in a Thick Conducting Screen : Revisited, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-41, pp.895-899, 1993.
- 19-KARP, S. N., and RUSSEK, A., Diffraction by a Wide Slit, *J. Appl. Phys.*, 37, pp.886-894, 1956.
- 20-KASHYAP, S. C., HAMID, M. A. K., Diffraction Characteristics of a Slit in a Thick Conducting Screen, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-19, pp.499-507, 1971.

- 21-KELLER, J. B., Diffraction by an Aperture, *J. Appl. Phys.*, 28, pp.426-444, 1957.
- 22-KELLER, J. B., Geometrical Theory of Diffraction, *J. Opt. Soc. Amer.*, 52, pp.116-130, 1962.
- 23-LEHMAN, G. W., Diffraction of Electromagnetic Waves by Planar dielectric Structures, I. Transverse Electric Excitation, *Journal of Math. Physics*, 11, pp.1522-1535, 1970.
- 24-LEONTOVICH, M., On a theorem in the theory of diffraction and its application to diffraction by a narrow slit of arbitrary length(Russian), *Akad. Nauk SSSR. Zhurnal Eksper. Teoret. Fiz.*, 16, pp.474-479, 1946.
- 25-MEIXNER, J., Diffraction of electromagnetic waves by a slit in a conducting plane between different media, *Div. Electromag. Res. New York Univ.*, 2, pp.1-11, 1954.
- 26-MITTRA, R. , and LEE, S. W., *Analytical Techniques in The Theory of Guided Waves*, The Macmillan Company, New York, 1971.
- 27-NOBLE, B., *Methods Based on the Wiener-Hopf Technique*, Pergamon, London, 1958.
- 28-PARK, T. J., KANG, S. H., and Eom, H. J., TE-Scattering from a Slit in a Thick Conducting Screen : Revisited, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-42, pp.112-114, 1994.
- 29-SCHWARZSCHILD, K., Die Beugung und Polarisation des Lichts Durch Einen Spalt, *I. Math. Ann*, 55, pp.177-247, 1902.
- 30-SCHWINGER, J., *Seminar on the Theory of Guided Waves*, MIT Radiation Lab., Boston, 1944.
- 33-SENIOR, T.B.A., Half-plane edge diffraction, *Radio Science*, 10, pp.645-654, 1975.
- 34-SKAVRUM, S., On the diffraction of scalar plane waves by a slit of infinite length,

Arch. Math. Naturvid., 51, pp.61-80, 1951.

35-SOMMERFELD, A., Mathematische Theorie der Diffraction, Math. Ann., vol. 47, pp.317-374, 1896.

36-WIENER, N., and HOPF, E., Über eine Klasse Singularer Integralgleichungen, S.B. Preuss. Akad. Wiss, pp.19-34, 1931.

37-YU, J. S., RUDDUCK, R. C., On Higer-order Diffraction Consepts Applied to a Conducting Strip, IEEE Trans. Antennas Propagat., Ap-15, pp.662-668, 1967.

ÖZGEÇMİŞ

İsmail Hakkı Tayyar, 1975 yılında İzmir’de doğdu. İlk, orta ve lise öğrenimini Çanakkale’de tamamladıktan sonra 1992 yılında girdiği Dokuz Eylül Üniversitesi, Mühendislik Mimarlık Fakültesi, Elektrik Elektronik Mühendisliği Bölümünden 1996 yılında mezun oldu. 2000 yılında, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Elektronik Mühendisliği Bölümünde yüksek lisansını tamamladı. 2000 yılı güz döneminde ise yine aynı bölümde doktora öğrenimine başladı.

1997 yılında Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi Bilgisayar Mühendisliği Bölümünde araştırma görevlisi olarak başladığı görevine 1999 yılından itibaren Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Elektronik Mühendisliği Bölümü, Elektromagnetik Anabilim Dalında devam etmektedir.