

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ZAMAN UZAYINDA SONLU FARKLAR
YÖNTEMİ İLE FREKANS BAĞIMLI
DİELEKTRİK YÜKLÜ KAVİTE VE YÜZEY
DALGASI İÇİN RADAR KESİT ALANI
ANALİZLERİ

Erkul BAŞARAN
DOKTORA TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

GEBZE
2008

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ZAMAN UZAYINDA SONLU FARKLAR
YÖNTEMİ İLE FREKANS BAĞIMLI
DİELEKTRİK YÜKLÜ KAVİTE VE YÜZEY
DALGASI İÇİN RADAR KESİT ALANI
ANALİZLERİ

Erkul BAŞARAN
DOKTORA TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI
Doç. Dr. A. Arif ERGİN

GEBZE

2008



**GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ
ENSTİTÜSÜ**

**MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
JÜRİ ONAY FORMU**

JÜRİ

ÜYE (BAŞKAN) : Doç.Dr. A. Arif ERGİN

ÜYE : Prof.Dr. Alinur BÜYÜKAKSOY

ÜYE : Prof.Dr. Ali ALKUMRU

ÜYE : Doç. Dr. Yunus Emre ERDEMLİ

ÜYE : Yrd. Doç. Dr. Serkan AKSOY

Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 23/06/2008 tarih ve 2008/22 sayılı kararı ile yukarıdaki öğretim elemanlarından oluşmuş jüri tarafından düzenlenen 17/07/2008 tarihli Tez Savunma Tutanağı neticesinde ~~Yüksek Lisans~~ / Doktora öğrencisi Erkul BAŞARAN'ın çalışması GYTE Mühendislik ve Fen Bilimleri Yönetim Kurulu'nun/...../..... tarih ve/..... sayılı kararıyla Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında ~~Yüksek Lisans~~/Doktora tezi olarak onaylanmıştır.

İMZA/MÜHÜR

ÖZET

TEZİN BAŞLIĞI : Zaman Uzayında Sonlu Farklar Yöntemi ile
Frekans Bağımlı Dielektrik Yüklü Kavite ve
Yüzey Dalgası için Radar Kesit Alanı Analizleri
YAZAR ADI : Erkul BAŞARAN

Zaman Uzayında Sonlu Farklar (ZUSF) yöntemi, Maxwell denklemlerinin konumda ve zamanda ayrıklaştırılarak özyineli çözümüne dayanan nümerik bir zaman uzayı yöntemidir. Bu tezde ZUSF kullanılarak iki farklı konu incelenmiştir.

Tezin birinci konusu, ZUSF kullanılarak Frekans Bağımlı (FB) dielektrikle dolu bir kavitede oluşan rezonans modlarının incelenmesidir. Bunun için FB malzemelere ait ZUSF güncelleme denklemleri elde edilmiş ve kavite modeliyle birleştirilerek çözülmüştür. FB malzemelerin rezonans frekansı ve alan dağılımlarına etkisi incelenmiş ve örnek sonuçlar gösterilmiştir.

Tezin ikinci konusu, ZUSF kullanılarak elektromanyetik yüzey dalgası (YD) ile aydınlatılan deniz üzerindeki cisimlerin Radar Kesit Alanı (RKA) hesabıdır. Yüzey dalgası, yansımanın sıfır olduğu düzlemsel dalga kırılmasıdır ve deniz-hava arayüzüne tutunarak yayılır. Bu çalışmada deniz üzerindeki cisimlerin sadece YD ile etkileşimi ZUSF ile modellenmiş ve yüzey dalgasına özel uzak alan dönüşümleri çıkartılmıştır. Yayılım çarpanı düzlemsel dalgadan farklı olduğundan YD için yeni bir RKA yorumu yapılmış ve uygulama sonuçları verilmiştir.

ANAHTAR KELİMELER : Zaman Uzayında Sonlu Farklar (ZUSF),
Yüzey Dalgası, Radar Kesit Alanı (RKA),
Frekans Bağımlı Dielektrik,
Kavite Rezonans Modu

SUMMARY

TITLE OF THE THESIS : Analysis of A Dispersive Dielectric Loaded
Cavity and Surface Wave Radar Cross Section
by Using Finite Difference Time Domain Method
AUTHOR : Erkul BAŞARAN

Finite Difference Time Domain (FDTD) method based on iteratively solving the Maxwell equations discretized in time and space is a numerical time domain method. In this thesis, two subjects are investigated by using FDTD.

The first subject is the investigation of the resonant modes of a cavity filled with a dispersive dielectric by using FDTD. For this aim, FDTD update equations of the dispersive materials are derived and then solved within the cavity model. The effects of dispersive materials to the field distributions and the resonant modes of the cavity are investigated and the numerical examples are given.

The second subject is the prediction of the Radar Cross Section (RCS) of the objects illuminated by an electromagnetic surface wave over the sea surface by using FDTD. Surface wave is a refraction of a plane wave without any reflections and propagates along the interface between the sea and the air by tightly bounding to the surface. In this work, interaction of an object over the sea only with surface wave is simulated by FDTD and the far field transformations belong to the surface wave are derived. Since the propagation factor of the surface wave is different from the plane waves', a new RCS definition for the surface wave is given and application results are shown.

KEY WORDS : Finite Difference Time Domain (FDTD),
Surface Wave, Radar Cross Section (RCS),
Dispersive Dielectric,
Cavity Resonant Mode.

TEŞEKKÜR

Başta, yüksek lisans eğitimime ve akademik hayata başladığımdan bu yana çalışmalarımda beni yönlendiren, hiçbir zaman yardımlarını ve bilgisini esirgemeyen danışmanım Sayın Doç. Dr. Ahmet Arif ERGİN'e,

Akademik hayatta birçok konuda desteğini aldığım, hiçbir zaman bilgisini ve zamanını esirgemeyen Sayın Yrd. Doç. Dr. Serkan AKSOY'a

Bölümümüzde çok verimli bir çalışma ortamı sağlayan, tez çalışmamda izlenim ve yorumlarıyla katkıda bulunan Sayın Prof. Dr. Alinur BÜYÜKAKSOY'a ve Sayın Prof. Dr. Ali ALKUMRU'ya

Tüm akademik hayatım boyunca yanımda olan, bana moral veren ve her zaman bilgi ve yorumlarıyla çalışmalarına katkılarını esirgemeyen arkadaşlarım Hüseyin Avni Serim ve Ali DURSUN'a,

Ve her zaman maddi ve manevi destekleriyle yanımda olan aileme en içten teşekkürlerimi sunarım.

Temmuz 2008

Erkul BAŞARAN

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	Sayfa
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ	x
ŞEKİLLER DİZİNİ	xiv
TABLolar DİZİNİ	xvii
1. GİRİŞ	1
1.1. Tez Konusu ve Önemi	1
1.1.1. Frekans Bağımlı ZUSF ile Kavite Analizi	4
1.1.2. ZUSF ile Yüzey Dalgası için RKA Kestirimi	5
1.2. Tezin Amacı	7
1.2.1. Frekans Bağımlı ZUSF ile Kavite Rezonanslarının İncelenmesi	8
1.2.2. ZUSF Kullanılarak Yüzey Dalgası için RKA Kestirimi	9
1.3. Tezin İçeriği	13
2. ZAMAN UZAYINDA SONLU FARKLAR (ZUSF) YÖNTEMİ	15
2.1. Temel Bilgiler	15
2.1.1. Elektromanyetik Yöntemler ve ZUSF	16
2.1.2. ZUSF Yönteminin Avantajları	16
2.1.3. ZUSF Dinamik Aralığı	17
2.1.4. ZUSF Hafıza İhtiyacı	18
2.1.5. Sonlu Farklar Yöntemi	21
2.1.6. Bir Boyutta Sonlu Farklar	23
2.1.7. Zaman Uzayında Sonlu Farklar Yöntemi	25
2.1.8. Maxwell Denklemleri ve ZUSF	26
2.1.9. Yee Algoritması	29
2.1.10. ZUSF Yönteminin Diverjans'tan Bağımsızlığı	32
2.1.11. Maxwell Denklemleri için Sayısal Dispersiyon ve Sayısal Kararlılık	34

2.2. Toplam Alan - Saçılan Alan (TASA) Tekniği	36
2.2.1. TASA Tekniğinin Temelleri	36
2.2.2. Tek Boyutta TASA Tekniği	38
2.2.3. İki Boyutta TASA Tekniği	41
2.2.4. TASA Uygulaması ve Hata Analizi	43
2.3. Soğurucu Sınır Koşulları	48
2.3.1. Analitik Soğurucu Sınır Koşulları	49
2.3.2. Mur Türü Soğurucu Sınır Koşulu	49
2.4. Mükemmel Uyumlu Katman	51
2.4.1. Berenger MUK	52
2.4.2. Gerdirilmiş MUK	53
2.4.3. Tek Eksenli Anizotropik MUK	55
2.4.4. İletken Ortamlar için Gerdirilmiş MUK	66
3. FREKANS BAĞIMLI ZUSF (FB-ZUSF) İLE KAVİTE ANALİZİ VE SONUÇLAR	74
3.1. Frekans Bağımlı Malzemeler	74
3.1.1. Debye Türü FB Malzemeler	75
3.1.2. Lorentz Türü FB Malzemeler	76
3.2. FB-ZUSF Algoritmaları	76
3.2.1. Yardımcı Diferansiyel Denklem (YDD) Tekniği	78
3.2.2. Özyineli Evrişim (ÖE) Tekniği	81
3.3. Uygulamalar ve Sonuçlar	89
3.3.1. YDD ve ÖE Teknikleri Kullanılarak Debye Türü Su ile Dolu Kavitenin Zaman Uzaklındaki Rezonans Davranışının İncelenmesi	89
3.3.2. Debye Türü FB Dielektrik ile Kısmen Doldurulmuş Dikdörtgen Kesitli Rezonatörlerde TM_z Modlarının Zaman-Frekans Analizleri	99
3.3.3. FB Dielektrik Film ile Kısmen Doldurulmuş Dikdörtgen Kesitli Dalgakılavuzundaki Darbe Yayılımının Analizi	102
3.3.4. FB Malzeme ile Dolu Kavitenin Zaman Uzaklındaki Rezonans Davranışının Doğrulanması	107

4. ZUSF İLE YÜZEY DALGASI İÇİN RKA (YD-RKA) KESTİRİMİ VE SONUÇLAR	113
4.1. Yüzey Dalgası Kaynağı	113
4.1.1. Zenneck Yüzey Dalgası	113
4.1.2. Zaman Uzayında Yüzey Dalgası Alanları	115
4.1.3. Nümerik Gerçekleme ve Doğrulama	116
4.2. Yakın Alan - Uzak Alan Dönüşümü	119
4.2.1. Boş Uzay için YAUUA Dönüşümü	120
4.2.2. ZUSF ile Boş Uzay YAUUA Dönüşümü için Doğrulama	124
4.2.3. Yüzey Dalgası için YAUUA Dönüşümü	126
4.2.4. ZUSF ile Yüzey Dalgası YAUUA Dönüşümü için Doğrulama	132
4.3. Yüzey Dalgası için Yeni RKA Tanımı	133
4.3.1. Standart RKA Tanımı	134
4.3.2. Yüzey Dalgası için Yeni RKA Yorumu	135
4.4. Uygulamalar ve Sonuçlar	137
4.4.1. YD-RKA için Doğrulama	138
4.4.2. Askeri Devriye Botu için YD-RKA Hesabı	139
5. YORUMLAR VE GELECEĞE YÖNELİK ÇALIŞMALAR	144
KAYNAKLAR	146
ÖZGEÇMİŞ	157

KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ

Kısaltmalar	Açıklama
ZUSF	Zaman Uzayında Sonlu Farklar
FB	Frekans Bağımlı
FB-ZUSF	Frekans Bağımlı ZUSF
A-ZUSF	Akustik Dalgalar için ZUSF
YD	Yüzey Dalgası
RKA	Radar Kesit Alanı
YD-RKA	Yüzey Dalgası için RKA
YFYDR	Yüksek Frekans Yüzey Dalgası Radarı
YAUA	Yakın Alan - Uzak Alan
TASA	Toplam Alan - Saçılmış Alan
SSK	Soğurucu Sınır Koşulu
MUK	Mükemmel Uyumlu Katman
AMUK	Anizotropik Mükemmel Uyumlu Katman
TAMUK	Tek Eksenli Anizotropik MUK
GMUK	Gerdirilmiş MUK
BMUK	Berenger-MUK
MRTD	Zaman Uzayında Çoklu Çözünürlük
ZUKS	Zaman Uzayında Kısmi Spektral
MEİ	Mükemmel Elektrik İletken
MMİ	Mükemmel Manyetik İletken
YDD	Yardımcı Diferansiyel Denklem
ÖE	Özyineli Evrişim
EZDY	Elektromanyetik Teoriye Zaman Domeninde Yeni Bir Yaklaşım

KZFD	Kısa Zaman Fourier Dönüşümü
TM	Dik Manyetik (<i>Transvers Magnetic</i>)
TE	Dik Elektrik (<i>Transvers Electric</i>)
DED	Düşey Elektrik Dipol
DMD	Düşey Manyetik Dipol
YED	Yatay Elektrik Dipol
YMD	Yatay Manyetik Dipol
ZF	Zayıflama Fonksiyonu
SU	Serbest Uzay
SEY	Sonlu Elemanlar Yöntemi

Simgeler	Açıklama
$\mathbf{E}_t$	Toplam Elektrik Alan
$\mathbf{H}_t$	Toplam Manyetik Alan
$\mathbf{E}_g$	Gelen Elektrik Alan
$\mathbf{H}_g$	Gelen Manyetik Alan
$\mathbf{E}_s$	Saçılan Elektrik Alan
$\mathbf{H}_s$	Saçılan Manyetik Alan
$\mathbf{A}(\mathbf{r})$	Manyetik Alan Vektör Potansiyeli
$\mathbf{F}(\mathbf{r})$	Elektrik Alan Vektör Potansiyeli
$\mathbf{J}_e$	Elektrik Akım Yoğunluğu
$\mathbf{J}_m$	Manyetik Akım Yoğunluğu
$\hat{\mathbf{k}}_i$	Yüzeye Gelen Dalganın Yönü
$\hat{\mathbf{k}}_r$	Yüzeyden Yansıyan Dalganın Yönü
$\hat{\mathbf{k}}_t$	Yüzeyden Kırılan Dalganın Yönü

$\hat{\mathbf{n}}$	Yüzey Normali
η	Karakteristik Empedans
η_0	Serbest Uzayın Karakteristik Empedansı
k	Dalga Sayısı
ω	Açısal Frekans
ω_p	Plazma Frekansı
f	Frekans
c	Serbest Uzay Işık hızı
S	Hayali İntegral Yüzeyi
σ	Radar Kesit Alanı
δ	Delta Dirac Fonksiyonu
t	Zaman
α	Zayıflama Sabiti
β	Yayılma Sabiti
ε_0	Serbest Uzayın Elektrik Geçirgenliği
ε_∞	Yüksek Frekanslarda Dielektrik Sabiti
Γ	Yansıma Katsayısı
T	İletim Katsayısı
q_e	Elektron Yüğü
m_e	Elektron Kütlesi
τ_0	Gevşeme Zamanı
χ_s	Statik Dielektrik Duyarlılık
θ_B	Brewster Açısı
ρ_{TM}	TM Fresnel Yansıma Katsayısı
P_s	Saçılan Alanın Zaman Ortalamalı Poynting Vektörü

P_g	Aydınlatmanın Güç Yoğunluğu
P_g^{radar}	Verici Antenden Çıkan Güç
S_g^{hedef}	Hedefe Gelen Güç Yoğunluğu
P_s^{hedef}	Hedekten Saçılan Güç
S_s^{radar}	Alıcı Antene Gelen Saçılmış Güç Yoğunluğu

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
1.1 ZUSF uzayındaki saçıcının ve hesap bölgelerinin yerleşimi	11
1.2 ZUSF hesap uzayının yeri ve yayılan dalgaların doğrultuları	12
1.3 J ve M akımlarının bulunduğu S yüzeyine ve E_s değerlerinin hesaplandığı noktalara ait geometri	12
2.1 İleri, geri ve merkezi fark ile bulunan fonksiyon eğimleri (türevler)	24
2.2 a) Birim Yee hücresi ve b) ZUSF uzayının oluşturulması	29
2.3 ZUSF uzayında TASA formülasyonu bölgeleri	37
2.4 Toplam alan ve saçılan alan noktaları	39
2.5 TASA sınırındaki özel E_z noktaları	41
2.6 Özel H_x ve H_y noktaları	43
2.7 $YZ = 1 \text{ T}$, $TZA = 2000$, $H_{y,tm} = 0.1336 \text{ A / m}$, $H_{y,sm} = 0.0608 \text{ A / m}$, $hata = -6.84 \text{ dB}$	46
2.8 $YZ = 5 \text{ T}$, $TZA = 5000$, $H_{y,tm} = 0.0902 \text{ A / m}$, $H_{y,sm} = 0.0019 \text{ A / m}$, $hata = -33.53 \text{ dB}$	47
2.9 $YZ = 40 \text{ T}$, $TZA = 5000$, $H_{y,tm} = 0.0878 \text{ A / m}$, $H_{y,sm} = 5.6473 \times 10^{-5} \text{ A / m}$, $hata = -63.83 \text{ dB}$	48
2.10 ZUSF uzayının $x - y$ düzlemindeki alan dağılımı a) 52. zaman adımı, b) 1000. zaman adımı	65
2.11 a) Darbe kaynağının zaman cevabı, b) gözlem noktasındaki zaman cevabı, c) gözlem noktasındaki dB cinsinden sinyal miktarı	66
3.1 FB ortamlar için ZUSF güncelleme döngüsü	78
3.2 İçi FB malzeme ile tamamen dolu kübik bir kavitenin geometrisi	97
3.3 OE ve YDD yöntemleri için TM_{110} moduna ait elektrik alanın kavitenin merkezindeki zaman cevabı	97
3.4 a) TM_{220} modu için $z_s = a/2$ 'de x-y eksenleri boyunca elektrik alan dağılımı, b) TM_{220} modu için OE ile YDD karşılaştırması	98
3.5 FB malzeme ile kısmen doldurulmuş kübik kavitenin geometrisi	100
3.6 TM_{110} modunda a) boş rezonatör ve b) kısmen FB malzeme ile dolu rezonatör için E_z bileşeninin zaman-frekans dönüşümü	101
3.7 FB dielektrik filmle kısmen doldurulmuş dalgakılavuzunun geometrisi	103

3.8 (9,150,5) (düz çizgi) ve (9,160,5) (kesik çizgi) hücre numaralı gözlem noktalarındaki E_z bileşeninin zaman cevabı	104
3.9 Gauss modüleli darbe kaynağı için x-y eksenindeki E_z alan dağılımı	105
3.10 (9,5,5) (düz çizgi) ve (9,15,5) (kesik çizgi) hücre numaralı gözlem noktalarındaki E_z bileşeninin zaman cevabı	105
3.11 (9,150,5) (düz çizgi) ve (9,160,5) (kesik çizgi) hücre numaralı gözlem noktalarındaki E_z bileşeninin zaman cevabı	106
3.12 (9,15,5) hücre numaralı gözlem noktasındaki E_z bileşeninin FB film yokken (düz çizgi) ve varken (kesik çizgi) karşılaştırılması	106
3.13 (9,150,5) hücre numaralı gözlem noktasındaki E_z bileşeninin FB film yokken (düz çizgi) ve varken (kesik çizgi) karşılaştırılması	107
3.14 Boş kavite için normalize elektrik alan genliğinin zaman cevabı	111
3.15 FB madde ile dolu kavite için normalize elektrik alan genliğinin zaman cevabı	112
4.1 TM polarizasyonlu elektromanyetik düzlemsel dalganın, hava ve deniz suyu arasındaki bir düzlemden yansıma ve kırılması	113
4.2 $\epsilon_r = 81$, $\sigma = 4 S/m$ için elde edilen a) ZUSF ve analitik çözüm karşılaştırılması ve b) işaretli bölgenin büyütülmüş grafiği	117
4.3 $\epsilon_r = 81$, $\sigma = 40 S/m$ için elde edilen ZUSF ve analitik çözüm karşılaştırılması	118
4.4 $\epsilon_r = 4$, $\sigma = 0.002 S/m$ için elde edilen ZUSF ve analitik çözüm karşılaştırılması: kaynağa a) uzak ve b) yakın çizgide gözlem	118
4.5 ZUSF uzayında $\epsilon_r = 4$, $\sigma = 0.002 S/m$ için elde edilen alan dağılımı	118
4.6 Düzlemsel dalga ile önden aydınlatılan $2\lambda \times 0.5\lambda \times 0.5\lambda$ 'lık cisim için a) ZUSF alan dağılımı ve b) RKA değerlerinin karşılaştırılması	125
4.7 Düzlemsel dalga ile karşıdan aydınlatılan $2\lambda \times 2\lambda$ 'lık cismin Fizik Optik, ZTY ve geliştirilen ZUSF kodu ile hesaplanan bistatik RKA değerlerinin karşılaştırılması	126
4.8 Bir empedans düzlemi üzerindeki verici ve alıcı antenleri gösteren integral formülasyonu geometrisi (sbt=sabit)	128
4.9 YMD'den ışıyan E_z^{ymd} alan bileşenini ölçmek için kullanılan DED ve ilgili geometrik büyüklükler	132
4.10 $2\lambda \times 0.5\lambda \times 0.5\lambda \cong 60 \times 15 \times 15 m^3$ boyutlarındaki dikdörtgen prizma şeklinde bir saçıcı için klasik RKA ve YD-RKA sonuçları	139
4.11 Askeri devriye botunun farklı bakış açılarından görüntüsü	139

4.12 Devriye botunun a) üç boyutlu geometrisi ve b) 10 MHz için ZUSF modeli	140
4.13 10 MHz'lik a) YD ve b) DD ile arkadan aydınlatma için ZUSF uzayındaki alan dağılımı	140
4.14 10 MHz'lik arkadan aydınlatma için YD-RKA ve klasik RKA karşılaştırması	141
4.15 10 MHz'lik yandan aydınlatma için YD-RKA ve klasik RKA karşılaştırması	141
4.16 5 MHz'lik arkadan aydınlatma için YD-RKA ve klasik RKA karşılaştırması	142
4.17 5 MHz'lik yandan aydınlatma için YD-RKA ve klasik RKA karşılaştırması	142
4.18 3 MHz'lik arkadan aydınlatma için YD-RKA ve klasik RKA karşılaştırması	143

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo**Sayfa**

4.1 Orjine yerleştirilmiş farklı akım tipleri için ZUSF ve analitik E_z değerlerinin karşılaştırılması	133
--	-----

1. GİRİŞ

Elektromanyetik problemlerin çözümünde çok farklı yöntemler kullanılmıştır. Son yıllarda bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle nümerik yöntemlerin kullanımı oldukça yaygınlaşmıştır. Nümerik bir zaman uzayı yöntemi olan Zaman Uzayında Sonlu Farklar (ZUSF, *Finite Difference Time Domain, FDTD*) yöntemine dayanan bu tezin birbirinden farklı iki ana konusu vardır. Birincisi, Frekans Bağımlı (FB, *dispersive*) dielektrikle yüklü kavite analizi, ikincisi ise elektromanyetik yüzey dalgası için Radar Kesit Alanı (RKA, *Radar Cross Section-RCS*) kestirimidir.

Bu bölümde, yapılan tez çalışmasında kullanılan yöntemin elektromanyetik problemlerin çözüm yöntemleri arasındaki yeri hakkında bilgi verildikten sonra özellikle tezin iki ana konusu olan Frekans Bağımlı ZUSF (FB-ZUSF) ile kavite analizinin ve Yüzey Dalgası için RKA (YD-RKA) kestiriminin önemi anlatılacaktır. Bunun için Bölüm 1.1’de sıkça kullanılan nümerik çözüm yöntemlerinden bahsedilecek ve FB dielektrikle yüklü kavite analizi ile YD-RKA konularının önemi anlatılacaktır. Bölüm 1.2’de çözülmek istenen bu elektromanyetik problemler hakkında bilgi verilecektir. Bölüm 1.3’de ise tezin kurgusu ve içeriği üzerinde durulacaktır.

1.1. Tez Konusu ve Önemi

Elektromanyetik problemlerin çözümünde kullanılan yöntemler, üç ana kısımda toplanabilir:

1. Analitik Yöntemler (değişken ayrıştırma v.b.): Belli sayıda problem tipi için kullanılabilir.
2. Yarı-Analitik Yöntemler (spektral yöntemler, çok kutup açılımı v.b.): Probleme özel çözüm yöntemleridir.
3. Nümerik Yöntemler:
 - a) Asimptotik Yüksek Frekans Yöntemleri (fiziksel optik, geometrik optik v.b.): Dalga boyuna göre çok büyük kapsama alanı olan problemlerde kullanılır. Geometrik Optik, Snell yasası ve enerjinin korunumu kanununa dayanır. Çok yüksek frekanslarda elektromanyetik dalgalar ışın gibi davranır. Yani geometrik yansıma ve kırılma kuralları geçerlidir. Fiziksel Optik’te de Geometrik Optik’e

benzer sonuçlar elde edilmektedir. Bu yöntemle göre gelen alan, saçıcı cisimlerin yüzeyinde yüzey akımları oluşturur. Bu akımlar, saçılan alanın kaynağıdır.

- b) Düşük Frekans Yöntemleri: Burada hafıza ve zaman iki önemli kısıtlayıcı kavramdır.
 - i) Türev denklemi üzerine kurulu yöntemler:
 - a) Sonlu Farklar Yöntemi (*finite difference method, FDM*)
 - b) Sonlu Elemanlar Yöntemi (SEY) (*finite element method, FEM*)
 - c) Sonlu Hacimler Yöntemi (*finite volume method, FVM*)
 - d) İletim Hattı Yöntemi (*transmission line method, TLM*)
 - ii) İntegral denklemi üzerine kurulu yöntemler:
 - a) Moment Yöntemi (MoM):
 - b) Zaman Uzayında MoM (*Marching on in time, MOT*)
 - c) Nyström Yöntemi

Nümerik yöntemler, özellikle bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle, son yıllarda üzerinde çok çalışılan önemli bir konu haline gelmiştir. Aşağıda en yaygınlarından olan SEY, MoM ve ZUSF yöntemleri hakkında kısaca bilgi verilmiştir. Bu tez çalışmasında kullanılan ZUSF yöntemi ileriki bölümlerde ayrıntılı olarak incelenecektir.

Sonlu Elemanlar Yöntemi: Kolay programlama, eleman seçiminde esneklik, homojen olmayan ortamlara uygulanabilmesi, seyrek ve simetrik matrislerin oluşması, SEY'in avantajları arasında sayılabilir. Fakat zaman uzayında bazı zorlukları vardır. Formülasyonu ZUSF yöntemine göre karmaşıktır. Işıma koşulunun otomatik olarak sağlanmaması en önemli dezavantajıdır.

Sonlu elemanlar yöntemi, çözüm uzayını basit şekilli bölge ve elemanlara bölmektedir. Kısmi diferansiyel denklem, her eleman üzerinde uygulanmaktadır. Ayrık olarak elde edilen çözümler, birbirine bağlı elemanlar yardımıyla birleştirilmektedir. Kullanılan elemanların sadece dikdörtgen elemanlarla kısıtlı olmayışı, karışık geometrili ortamların tanımlanmasında daha iyi bir yaklaşım vermektedir. Düzensiz geometriler, özel sınır şartları, homojen olmayan ortam ve cisimlerin olduğu sistemler için bu yöntem, ZUSF'den daha uygundur.

Moment Yöntemi: Moment Yöntemi'nin avantajları; ışıma koşulunu otomatik olarak sağlaması, problemin uzamsal boyutunu bir düşürmesi ve kolay

programlanmasıdır. Dezavantajları ise formülasyonun zor olması, yoğun matrislerin oluşması, homojen olmayan ortamlara uygulamanın zor olması ve ilgili probleme ait *Green* fonksiyonuna ihtiyaç duymasıdır.

Moment yöntemi, özellikle anten tasarımı, saçılma ve ters saçılma problemlerinde yaklaşık otuz yıldır kullanılmaktadır. Açık alan problemleri için tercih edilir ve genelde tüm lineer operatörlü denklemlerin çözümünde kullanılabileceği halde elektromanyetik uygulamalarda genellikle integral denklemi çözümlerinde kullanılmıştır. Diğer yöntemlerden farklı olarak bu teknikte problemin *Green* fonksiyonu bulunur. Ele alınan yapının sonlu parçalara ayrılması ve yüzey akımlarının matris sistemi şeklinde yazılıp çözülmesine dayanır. Moment yöntemiyle çözülen denklemler ya elektrik alan integral denklemleri ya da manyetik alan integral denklemleridir.

Zaman Uzayında Sonlu Farklar Yöntemi: Zaman Uzayında Sonlu Farklar Yöntemi ile kısmi diferansiyel denklemler yaklaşık olarak çözülebilmektedir. Bu yöntemde çözüm uzayı birim hücrelere ve her hücre de noktalara ayrıştırılır. Her noktada kısmi diferansiyel denklem, sonlu farklar şeklinde yazılır. Diğer yöntemlere göre anlaşılması kolay olmakla beraber uygulaması dikkat gerektirir.

Yöntemin gerçekleşmesinde karşılaşılan en kritik noktalar kaynak uygulanması, malzeme tanımlanması ve soğurucu sınır koşulu şartının sağlanmasıdır. Çünkü problemin gerçeğe uygun çözülebilmesi için ZUSF uzayına kaynak uygulanırken probleme uygun kaynak tipinin ve uygulanma yönteminin belirlenmesi gerekmektedir. Aynı kriter, hesap uzayına konulacak malzeme tipi için de geçerlidir. ZUSF yönteminde açık alan problemleri çözülürken hesap uzayının bir şekilde sonlandırılması gerekmektedir. Şimdiye kadar geliştirilen en önemli yansımasız sınır koşulları Bayliss-Turkel, Engquist-Majda, Higdon, Liao, Ramahi ve Berenger tarafından ortaya atılmıştır [Peterson, 1998]. En yaygın kullanılan Soğurucu Sınır Koşulu (SSK) türü Mükemmel Uyumlu Katman (MUK)'dır. MUK türü SSK'nun zorluğu, her farklı ortam için ayrı formülasyon gerektirmesidir. Bu tez çalışmasının YD-RKA kestirimi bölümünde hem serbest uzay (Anizotropik MUK) hem de kayıplı ortam (İletken Ortamlar için GMUK) için olmak üzere iki tip MUK uygulanmıştır.

FB-ZUSF bölümünde ise sınırlar mükemmel elektrik iletken olduğundan SSK'ya gerek kalmamıştır.

Bu tez çalışmasının iki ana ve farklı konusu olan ZUSF kullanılarak FB malzemelerin kavite modlarına etkisinin ve YD-RKA kestiriminin önemi aşağıda ayrı ayrı anlatılmaktadır.

1.1.1. Frekans Bağımlı ZUSF ile Kavite Analizi

Frekans bağımlı malzeme ile doldurulmuş kavite (rezonatör) içerisindeki elektromanyetik alanlar klasik ZUSF yöntemi kullanılarak incelenemeyeceğinden FB-ZUSF yöntemi kullanılarak elde edilmişlerdir. İncelenen problem, malzemelerin dielektrik sabitlerinin ölçülmesi, mikrodalga fırın modelleme ve tam yansımali odalarda elektromanyetik uyumluluk bağımsızlık testleri v.b. uygulamalarda malzemelerin alan dağılımına etkisinin anlaşılması bakımından önemlidir.

Elektromanyetik teoride mod kavramı elektromanyetik olayların doğası hakkında sistematik bilgi edinmek ve elektromanyetik bir sistemin çalışma prensibinin iyi anlaşılması bakımından önemlidir. Mod kavramı öncelikle rezonatörler (kaviteler), daha sonra dalga kılavuzları kapsamında, mod uyumluluğu v.b. teknikler kullanılarak elektromanyetik problemlerin çözümünde yoğun olarak kullanılmaktadır. Bu nedenle mod teorisinin temel problemi olan rezonatör probleminin anlaşılması mod teorisinin uygulanması bakımından büyük önem taşır. Klasik yaklaşımda, kavite problemlerinin mod teorisi kapsamında incelenmesi frekans uzayında kaynaksız (sağ-yansız) olarak Helmholtz denkleminin değişken dönüşümü ile çözülmesi prensibine dayanmaktadır. Bu çözümün sonucu olarak rezonatörün geometrik yapı bilgisini içeren öz değerler elde edilerek, rezonatörün destekleyebileceği ve kavite doğal modları olarak bilinen elektrik ve manyetik alanlar aşağıdaki gibi

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) = \sum_n e_n(\omega) \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) , \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) = \sum_n h_n(\omega) \mathbf{H}_n(\mathbf{r}) \quad (1.1)$$

sonsuz tane modun toplamı biçimde verilir. Burada $n = n(p, q, s)$ numaralı mod için $e_n(\omega)$ ve $h_n(\omega)$ frekansa bağlı katsayıları, $\mathbf{r}$ konum vektörü olmak üzere $\mathbf{E}_n(\mathbf{r})$ ve $\mathbf{H}_n(\mathbf{r})$ konuma bağlı elektrik ve manyetik alan büyüklüklerini gösterir. Bahsedilen hesap tekniğinde üç temel zafiyet göze çarpmaktadır. Bunların birincisi, kaynaksız olarak Helmholtz denkleminin çözülmesi, ikincisi alanların zamana monokromatik olarak bağımlı kabul edilmelerine dayanarak elde edilen Helmholtz denkleminin çözümlerinin Nedensellik Prensibi'ni (*Causality Principle*) sağlamaması ve son olarak yine zamana monokromatik olarak bağımlı kabul nedeni ile Helmholtz denkleminin çözümlerinin sonlu enerjiye (*finite energy*) sahip olma prensibini sağlamamasıdır. Bu üç temel zorlukla birlikte, bahsedilen frekans uzayı mod çözümlerinin analitik olarak sadece boş ya da basit dielektrik malzeme ile basitçe kısmen veya tamamen doldurulmuş rezonatör için elde edilebilmiş olması, malzemelerin dielektrik sabitlerinin ölçülmesi, mikrodalga fırın modellenmesi, tam yansımali odalarda (*reverberation chamber*) elektromanyetik uyumluluk bağışıklık testleri, filtreler v.b. uygulamaların elektromanyetik karakterinin anlaşılması bakımından zorluklara neden olmaktadır. Bu zorlukların aşılması ve alt yapı oluşturması için ZUSF ile çeşitli zaman uzayı çalışmaları yapılmış ve yayınlanmıştır [Başaran, 2002a; Başaran, 2002b; Başaran, 2002c; Özen, 2003; Aksoy, 2005b; Odabasi, 2005; Başaran, 2002d].

Bu tez çalışmasında ise bahsedilen zorlukların üstesinden nümerik bir yöntem olan FB-ZUSF yöntemi [Luebbers, 1990] ile gelinmiştir. Ayrıca problem daha gerçekçi olarak, kısmen doldurulmuş malzemenin Debye türü frekans bağımlı bir karakter içermesi durumunda ele alınarak aynı FB-ZUSF yöntemi ile çözülmüştür.

Elde edilen sonuçlar, rezonatörlerin kısmen veya tamamen dielektrik malzemelerle doldurulması durumunda özellikle FB malzemelerin alan dağılımı üzerine etkilerinin araştırılması bakımından önem taşımaktadır.

1.1.2. ZUSF ile Yüzey Dalgası için RKA Kestirimi

Yetmişli yıllarda özellikle deniz durumu ve yüzey akıntısı gibi çevresel ölçümlerde kullanılan Yüksek Frekans Yüzey Dalgası (YFYD, *High Frequency Surface Wave-HFSW*) radarları, son zamanlarda gemi, uçak ve füzelere karşı

savunma amacıyla geliştirilmektedir. Deniz üstünde kullanıldığında YFYD radarlarının en önemli iki avantajı, düşey polarizasyon ile ufuk ötesini görebilmesi ve bu sinyallerin okyanus dalgasıyla etkileşiminin basit ve anlaşılır olmasıdır. Ayrıca bu dalgaların tam dalga analizi de yapılabilmektedir. Bununla birlikte YD çözümü ile ilgili hazır bir ticari programın olmaması ve büyük geometriler içeren problemlerin bilgisayar kaynağı yetersizliği nedeniyle çözülememesi, en büyük iki dezavantajdır. Daha önce [Başaran, 2002e] düzlemsel dalgalar için ZUSF kodu geliştirilmiş olduğundan bir başka uyarım çeşidi olan yüzey dalgasının bu koda dahil edilmesi avantaj sağlayacaktır.

Yüzey dalgası problemleri, paralel polarizasyonlu düzgün bir düzlemsel elektromanyetik dalganın, hava ve deniz suyu arasındaki bir düzlemde yansıması ve kırılması olayının özel bir halidir. Bu durumda geliş açısı, Fresnel yansıma katsayısının sıfır olduğu Brewster açısıdır. Kompleks değerli geliş açısı veya geliş dalga vektörü için 2. ortamın kayıplı olması durumunda 1. ortam kayıpsız olsa bile yansıma sıfır yapılabilmektedir. Bu sayede ortaya çıkan dalganın elektrik ve manyetik alanları, iki ortam arasındaki yüzeye yapışarak kılavuzlanmış bir şekilde yayılacak ve Zenneck Yüzey Dalgası [Zenneck, 1907] olarak adlandırılacaktır. Bu YD, deniz yüzeyinden uzağa gittikçe üstel olarak azaldığı için sönen bir dalgadır.

Radar Kesit Alanı ise bir cismin elektromanyetik yansıtıcılığının bir ölçüsüdür. Fakat RKA'nın standart tanımında cismin YD yerine bir düzlemsel dalga ile uyarıldığı ve cisimden saçılan alanların serbest uzayda yayıldığı varsayılmıştır. Bu varsayım nedeniyle standart RKA tanımı, cisimlerin kılavuzlanmış elektromanyetik dalgalar ile etkileşimlerinin incelenmesinde kullanılamamaktadır. Bu tanım yetersizliği nedeniyle, klasik RKA değerlerine bağlı kalınarak sadece sınırdan gelen yansımanın eklendiği ve YD'nin ihmal edildiği değişik YD-RKA'ları tanımlanmıştır [Ponsford, 1991; Sevgi, 2001a]. Bu yeni tanımlar, saçılan alanın gözlem noktasının ve cismin yüzeyden uzak olmaları ve birbirlerini doğrudan görmeleri durumunda geçerlidir. Oysa yüzey dalgalarının en belirleyici özelliği doğrudan görüş hattının mevcut olmadığı koşullarda da elektromanyetik dalgalar ile iletişim ve algılamayı gerçekleştirebilmeleridir. Bu da bir cismin YD-RKA'sının incelenmesini zorunlu kılmakta ve son yıllardaki birçok uygulamada YD ve bu dalgaların yüzey

yakınındaki cisimlerle etkileşiminin incelenmesi önem kazanmaktadır [Sevgi, 2001b; Milsom, 1997; Başaran, 2006a; Başaran, 2006b].

1.2. Tezin Amacı

ZUSF yöntemine dayanan bu tez çalışması, iki ana ve farklı kısımdan oluşmaktadır. Bunlardan birincisi FB-ZUSF ile kavite analizi diğeri ise ZUSF kullanılarak YD-RKA kestirimidir. Bu iki konunun elektromanyetik problemler arasındaki yeri ve önemi daha önceki bölümde anlatılmıştır.

Birbirinden farklı gibi görünen bu iki konunun incelenmesindeki birinci hedef, bu kadar kapsamlı hazır ticari bir programın mevcut olmaması ve bu yolda ilerlenmek istenmesidir. Ayrıca hazır ticari bir program olsa bile ticari olan kodlar kapalı olmakta, içeride çalışan ana yazılım hakkında açık bilgi bulunmamakta ve gerektiğinde kodlarda değişiklik yapılamayacağından kısıtlı problem türlerinin dışına çıkılamamaktadır. Bu kısıt ve belirsizliklerden kurtulmanın yolu, içeriğini bilebileceğiniz kendi paket programınızı veya hesap motoru kütüphanenizi oluşturmaktır. Bu tez çalışmasının kapsamı dışında fakat bu hedefe hizmet eden Akustik Dalgalar için ZUSF (A-ZUSF) kodları da üretilmiş ve yayınlanmıştır [Aksoy, 2007a; Başaran, 2006d; Basaran, 2008a; Basaran, 2008b; Başaran, 2008c].

İkinci hedef ise daha gerçekçi benzetim ortamı oluşturabilmek için denizin ve saçıcı cismin dış kaplamasının FB malzemeyle modellenmesidir. Bunu gerçekleştirebilmek için FB ortamlar için MUK yapılması ve literatürde olmayan FB deniz için Yakın Alan - Uzak Alan (YAUUA) dönüşümünün bulunması gerekmektedir. Ayrı bir tez çalışması gerektiren bu yüklü ve zorlu çalışmalar gelecek hedef olarak bırakılmış ve bu tez çalışmasında ilk hedef gerçekleşmiştir. Gelecek hedeflerinde birbirine bağlanması planlanan ve bu tez sürecinde birbirinden farklı gibi görünen bu iki konunun kendilerine özgü amaçları aşağıda ayrı ayrı anlatılmıştır.

1.2.1. Frekans Bağımlı ZUSF ile Kavite Rezonanslarının İncelenmesi

ZUSF formülasyonu frekanstan bağımsız elektrik geçirgenlik (ε), manyetik geçirgenlik (μ) ve iletkenlik (σ) değerlerine ihtiyaç duymaktadır. Fakat bu parametreler gerçek hayatta birçok madde için frekansa bağımlıdır. Bu bağımlılık, FB-ZUSF formülasyonu [Luebbers, 1990; Taflove, 2005] yardımıyla gerçekleştirilebilmektedir. Elektromanyetikte klasik formülasyon,

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (1.2)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{\partial \mathbf{D}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (1.3)$$

formüllerine dayanır. Burada $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ ve $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ sırasıyla konuma ve zamana bağlı elektrik ve manyetik alan vektörleri, $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$ ve $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ ise sırasıyla konuma ve zamana bağlı elektrik yer değiştirme vektörü ve manyetik endüksiyon vektörüdür. Bu formülasyon, bir zaman uzayı yöntemi olan FB-ZUSF yönteminde ayrık bir zaman uzayı evrişimi içerecek şekilde genişletilecektir. $\mathbf{P}$ polarizasyon vektörü olmak üzere FB ortamlarda yer değiştirme vektörü, bünye bağıntısı kullanılarak

$$\mathbf{D}(\mathbf{E}) = \varepsilon_0 (\mathbf{E} + \mathbf{P}(\mathbf{E})) \quad (1.4)$$

şeklinde tanımlanır. Buradaki $\mathbf{P}$ polarizasyon vektörü,

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \frac{1}{\tau_0} \mathbf{P} = \frac{\chi_s}{\tau_0} \mathbf{E} \quad (1.5)$$

diferensiyel denklemini sağlar. Burada τ_0 parametresi gevşeme zamanı (*relaxation time*), χ_s ise statik dielektrik duyarlılık (*static dielectric susceptibility*) olarak tanımlanır. Bu denklemin çözümünden integral formundaki polarizasyon vektörü,

$$\mathbf{P}(\mathbf{E}) = \frac{\chi_s}{\tau_0} \int_0^t \exp(-\tau / \tau_0) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau) d\tau \quad (1.6)$$

olarak bulunur [Kunz, 1993]. (1.3) denklemi, (1.4) ve (1.6) eşitlikleri yardımıyla açılıp nümerik olarak ayrıştırılırsa istenilen FB-ZUSF ifadesi elde edilir.

Bu formülasyon uygun başlangıç ve sınır koşulları altında FB-ZUSF ile üç boyutlu olarak gerçekleştirilmiş ve analitik zaman uzayı yöntemi olan Elektromanyetik Teoriye Zaman Domeninde Yeni Bir Yaklaşım (EZDY) yöntemi [Aksoy, 2002; Aksoy, 2004] ile dikdörtgen kavite modu rezonans frekans cevapları incelenerek karşılaştırılmıştır. Ayrıca FB-ZUSF yönteminde zaman uzayı evrişimi yerine (1.5)'deki diferansiyel denklem sistemi çözümünü kullanılarak daha genel bir kod gerçekleştirmek de mümkün olmuştur.

1.2.2. ZUSF Kullanılarak Yüzey Dalgası için RKA Kestirimi

Bu çalışmada sadece YD ile uyarılan cisimlerin oluşturdukları saçılan alanları bulmak için yeni bir yöntem önerilmekte, çözüm ZUSF yöntemiyle nümerik olarak gerçekleştirilmekte ve YD için YAUUA dönüşümü ile cismin YD-RKA değeri hesaplanmaktadır. Saçıcı ve gözlem noktası birbirini doğrudan görmüyorsa veya saçıcı sınırın çok yakınında ise uzay dalgalarının etkisi ihmal edilebilecek seviyede düşük olacak ve burada hesaplanan yüzey dalgası alan değerleri geçerlilik kazanacaktır. İlk olarak ZUSF yöntemi kullanılarak saçıcının bir YD ile olan etkileşimi modellenmiştir. YD için bulunan alan ifadeleri, Fourier dönüşümü yardımıyla zaman uzayında elde edilmiş ve bu ifadeler, problemin ZUSF modelinde alan kaynağı olarak kullanılmıştır. Bu modelde cismin etrafını saran kapalı bir hayali yüzey üzerindeki saçılan elektrik ve manyetik alanlar kaydedilmektedir. Huygens'in Eşdeğerlik Prensibi kullanılarak bu alan değerlerinden uzak alanlar bulunarak YD-RKA hesaplanmaktadır. RKA'dan YD-RKA değerine geçiş, bu tez çalışmasının bir parçası olan YD için RKA yorumundan elde edilen formülasyon ile sağlanmaktadır. Dolayısıyla YD problemlerinin RKA çözümü için yeni bir ZUSF kodu geliştirilmiş ve böylece RKA'ya yeni bir yorum getirilmiştir.

Saçıcı cismin yüzey dalgasına ait RKA'sının hesaplanması için ZUSF hesap uzayının YD kaynağıyla uyarılması gerekmektedir. Bunu gerçeklemek için ZUSF yönteminde düzlemsel dalga uyarımında kullanılan Toplam Alan - Saçılan Alan (TASA) yöntemine benzer bir uygulama yapılmıştır. Burada kaynak olarak

kullanılan YD, bir çeşit homojen olmayan düzlemsel dalgadır. Frekans uzayındaki YD alan bileşenleri

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}) &= E_0 \left(\hat{\mathbf{x}} + \frac{k_x}{k_z} \hat{\mathbf{z}} \right) e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} e^{-j(-\beta_z z + \beta_x x)} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) &= -\hat{\mathbf{y}} \frac{E_0}{\eta_{TM}} e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} e^{-j(-\beta_z z + \beta_x x)}\end{aligned}\quad (1.7)$$

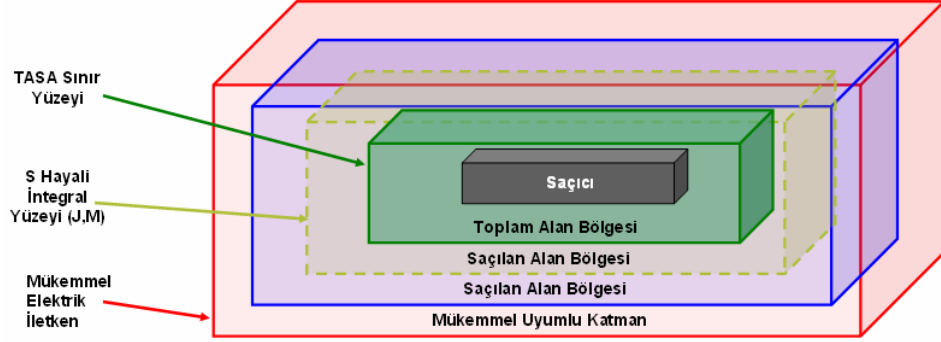
olarak gösterilebilir [Orfanidis, 2008]. Burada $k_{x,z}$ dalga sayısının x ve z bileşeni, $\alpha_{x,z}$ zayıflama sabitinin x ve z bileşeni (Np/m), $\beta_{x,z}$ yayılma sabitinin x ve z bileşeni (rad/m), η_{TM} (Ω) TM polarizasyonuna ait karakteristik empedanstır. Bu alanların TASA yöntemi için gerekli zaman uzayı karşılıkları ise

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= E_0 e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} \left\{ \cos(\omega t + \beta_z z - \beta_x x) \hat{\mathbf{x}} \right. \\ &\quad \left. + \left[k_{xz,r} \cos(\omega t + \beta_z z - \beta_x x) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - k_{xz,i} \sin(\omega t + \beta_z z - \beta_x x) \right] \hat{\mathbf{z}} \right\} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= -e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} \left[H_{0,r} \cos(\omega t + \beta_z z - \beta_x x) \right. \\ &\quad \left. - H_{0,i} \sin(\omega t + \beta_z z - \beta_x x) \right] \hat{\mathbf{y}}\end{aligned}\quad (1.8)$$

şeklinde elde edilir. Burada $k_{xz} = k_x / k_z$ olmak üzere r ve i indisleri sırasıyla reel ve imajiner bileşenleri ifade etmektedir. Bu alan ifadeleri TASA yönteminde kullanılarak hesap uzayı doğrudan YD ile aydınlatılmıştır. Hem hava hem de deniz ortamında açık uzay şartının sağlanması için ZUSF uzayının etrafı SSK ile sarılmıştır. Uygulanan SSK, bir çeşit Gerdirilmiş Mükemmel Uyumlu Katman (GMUK) olan ve iletken ortamlarda kullanılabilen MUK'tur [Liu, 1997]. Bu şartlar altında hesap uzayı, Şekil 1.1'de gösterildiği gibi en içte saçıcıyı da içinde bulunduran toplam alan bölgesi, arada saçılan alan bölgesi ve en dışta MUK bölgesi olmak üzere üç bölgeden meydana gelir.

Yüzey dalgası için ZUSF kodunda hem klasik RKA hem de YD-RKA hesabı için ortak alt programlar bulunmaktadır. Klasik RKA hesabını hazır ticari bir programla doğrulamak ve karşılaştırmak amacıyla ZUSF uzayı düzlemsel dalga ile uyarılmıştır. Bu senaryoda deniz ortamı olmadığından serbest uzay şartı, daha kolay

olan Anizotropik Mükemmel Uyumlu Katman (AMUK, *Anisotropic Perfectly Matched Layer, APML*) [Gedney, 1996a] kullanılarak sağlanmıştır. YD-ZUSF algoritmasında ise iletken ortamlar için Gerdirilmiş MUK (GMUK, *Stretched Coordinates PML*) kullanılmıştır [Liu, 1997].



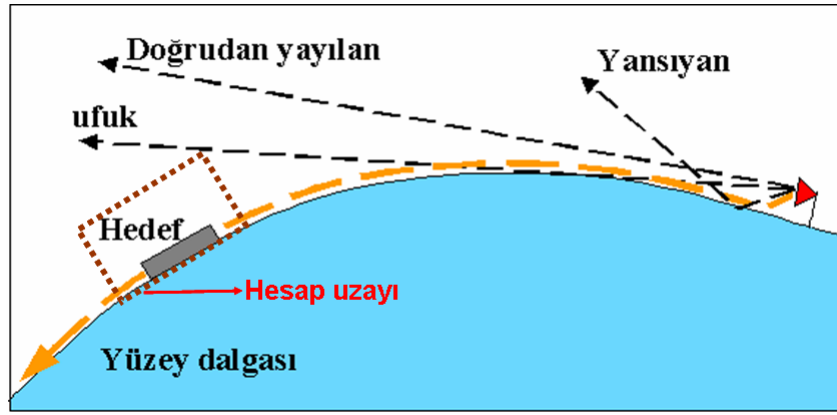
Şekil 1.1 ZUSF uzayındaki saçıcının ve hesap bölgelerinin yerleşimi

Şekil 1.1’de gösterilen saçılan alan bölgesinde tanımlanmış hayali kapalı bir S integral yüzeyi üzerinde saçıcıdan gelen elektrik ve manyetik alanların teğetsel bileşenleri örneklenmektedir. Saçıcı YD ile aydınlatıldığından bu alanlar sadece saçılan YD’na ait alanlardır. Daha sonra S yüzeyi üzerindeki $\mathbf{J} = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}$ elektrik ve $\mathbf{M} = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}$ manyetik akımları hesaplanmaktadır. Burada $\hat{\mathbf{n}}$, S yüzeyine normal birim vektör olup yüzeyin dışına doğrudur. Huygens Eşdeğerlik Prensibine göre kaynağı S yüzeyinin içinde olan ve S ’nin yüzey normalinin baktığı dış bölgede gözlenen alanlar, S ’nin üzerinde bulunan ve sadece dış bölge koşullarında ışılan eşdeğer kaynakların oluşturduğu alanlara eşittir. Bu prensip kullanılarak saçılan elektrik alan

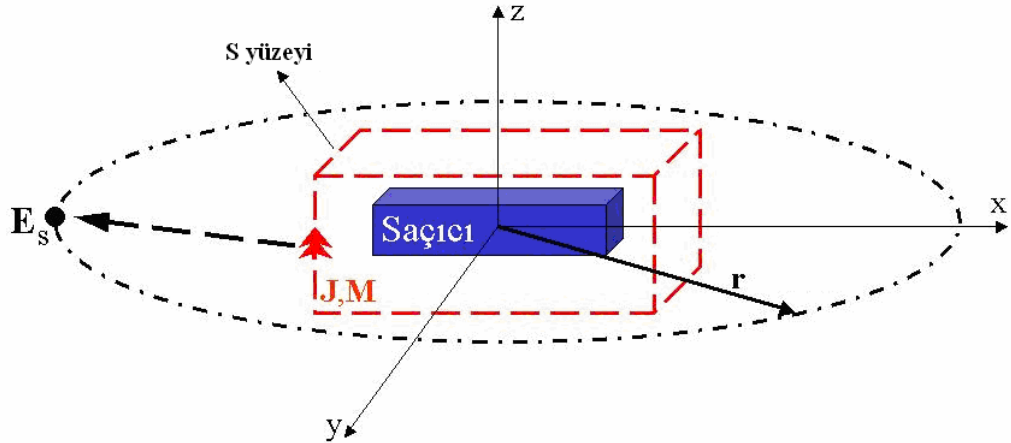
$$\mathbf{E}_s = \int_S \left(\bar{\mathbf{G}}_{JE} \cdot \mathbf{J} + \bar{\mathbf{G}}_{ME} \cdot \mathbf{M} \right) dS \quad (1.9)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $\bar{\mathbf{G}}_{JE}$ ve $\bar{\mathbf{G}}_{ME}$, sırasıyla $\mathbf{J}$ elektrik ve $\mathbf{M}$ manyetik akımlarının ürettikleri elektrik alanları bulmayı sağlayan dyadik Green fonksiyonlarını göstermektedir. Kaynağın ışınma fonksiyonlarını tanımlayan bu Green fonksiyonları, $\xi = J, M$ olmak üzere $\bar{\mathbf{G}}_{\xi E} = \bar{\mathbf{G}}_{\xi E}^d + \bar{\mathbf{G}}_{\xi E}^y + \bar{\mathbf{G}}_{\xi E}^{yd}$ şeklinde bileşenlere sahiptir ve YD’nı taşıyabilecek sınır var ise geçerlidirler. Burada $\bar{\mathbf{G}}_{\xi E}^d$ doğrudan

yayılan, $\bar{\mathbf{G}}_{\xi E}^y$ sınırdan yansıyan ve $\bar{\mathbf{G}}_{\xi E}^{yd}$ yüzey dalgası olarak yayılan bileşenleri göstermektedir. Şekil 1.2’de gösterildiği gibi bu çalışmada hesap uzayı YD ile aydınlatıldığı için diğer bileşenler söz konusu olmadığından ve YD-RKA hesaplanmak istendiğinden (1.9) formülünde sadece yüzey dalgası Green fonksiyonları $\bar{\mathbf{G}}_{\xi E}^{yd}$ kullanılmıştır. Bu Green fonksiyonları, bir empedans düzlemi üzerinde değişik dipollerin oluşturduğu alan ifadeleri olarak bulunabilir [King, 1969]. $\mathbf{r}$ uzak alan mesafesi olmak üzere, YD-RKA deseni hesabında kullanılan akımların bulunduğu S yüzeyine ve $\mathbf{E}_s$ değerlerinin hesaplandığı noktalara ait geometri Şekil 1.3’te gösterilmiştir.



Şekil 1.2 ZUSF hesap uzayının yeri ve yayılan dalgaların doğrultuları



Şekil 1.3 $\mathbf{J}$ ve $\mathbf{M}$ akımlarının bulunduğu S yüzeyine ve $\mathbf{E}_s$ değerlerinin hesaplandığı noktalara ait geometri

1.3. Tezin İçeriği

İki konunun işlendiği bu tez çalışmasının içeriği üç ana kısımdan oluşmaktadır. Birinci kısım ZUSF hakkında bilgiler, ikinci kısım FB-ZUSF ve üçüncü kısım ise YD-RKA kestirimi üzerinedir.

Zamanda Uzayında Sonlu Farklar konusunda Türkçe kaynak sıkıntısı olduğundan bu konunun anlatıldığı Bölüm 2'ye tezde geniş yer ayrılmıştır. Bölüm 2'de ZUSF yönteminin temelleri üzerinde durulmuştur. Yee algortiması ve ZUSF yazım sistemi açıklanarak Maxwell denklemlerine dayanan ZUSF ifadeleri elde edilmiştir. Daha sonra bu ifadeler kullanılarak yazılan programın kararlı ve doğru çalışması için gerekli olan hususlara dikkat çekilmiştir. Ayrıca ZUSF kodunda kullanılan Toplam Alan - Saçılan Alan (TASA) tekniği açıklanmıştır. Bunlara ek olarak Soğurucu Sınır Koşulunun (SSK) ZUSF için anlamı ve Mükemmel Uyumlu Katman (MUK) ayrıntılarıyla yine bu bölümde anlatılmıştır. ZUSF kodunda SSK olarak kullanılmaları nedeniyle özellikle Tek Eksenli Anizotropik Mükemmel Uyumlu Katman (TAMUK) ve iletken ortamlar için Gerdirilmiş Mükemmel Uyumlu Katman (GMUK) algoritmaları üzerinde durulmuştur.

İkinci kısım olan Frekans Bağımlı ZUSF (FB-ZUSF) ile kavite analizi Bölüm 3'te incelenmiştir. İlk olarak FB malzemeler hakkında bilgi verilmiş ve FB-ZUSF algoritmaları anlatılmıştır. Bu konuya ait tez çalışması kapsamındaki uygulamalar ve elde edilen sonuçlar Bölüm 3'ün sonunda verilmiştir.

Üçüncü kısım olan yüzey dalgası için ZUSF (YD-ZUSF) ile YD-RKA kestirimi konusu Bölüm 4'te bulunmaktadır. Bu bölümde YD alanlarının çıkarımı yapılmış ve kaynağın hesap uzayına nasıl uygulandığı anlatılmıştır. Elde edilen YD'na ait saçılan alanlardan uzak alanların hesaplanabilmesi için gerekli YD Yakın Alan Uzak Alan (YD-YAUA) dönüşümü formülize edilmiş ve uzak alanlardan RKA kestirimi yapabilmek için klasik RKA'ya yeni YD-RKA yorumu getirilmiştir. Bu tez çalışmasında incelenen YD-RKA kestirimine ait uygulamalar ve elde edilen sonuçlar Bölüm 4'ün sonunda verilmiştir.

Bölüm 5’te ise tez çalışmasından çıkartılan sonuçların yorumları ve geleceğe yönelik önerilere anlatılmıştır.

2. ZAMAN UZAYINDA SONLU FARKLAR (ZUSF) YÖNTEMİ

2.1. Temel Bilgiler

Bilgisayar teknolojisinin yeteri kadar gelişmiş olmadığı yıllarda, elektromanyetik problemler genellikle, analitik yöntemler ile çözülmeye çalışılıyordu. Analitik yöntemlerle çözülemeyen problemler ise deneysel yöntemlerle araştırılıyordu. Bilgisayar teknolojisinin gelişmesiyle nümerik (*sayısal*) yöntemler elektromanyetik problemlerin çözümünde yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Bu kapsamda, Zaman Uzayında Sonlu Farklar (ZUSF) yöntemi en yaygın olarak kullanılan nümerik yöntemlerden birisi olup, ilk kez 1966'da Kane S. Yee tarafından ortaya atılmıştır [Yee, 1966]. ZUSF yöntemi hakkında ayrıntılı bilgiler için [Başaran, 2002e; Taflove, 2005; Kunz, 1993; Aksoy, 2007b] kaynaklarına bakılabilir.

Zaman Uzayında Sonlu Farklar yöntemi, zamana bağlı Maxwell denklemlerindeki diferansiyel operatörlerin yerine merkezi sonlu fark denklemlerinin konularak doğrudan zaman uzayında ayrıklaştırılıp çözülmesine dayanan özyineli bir yöntemdir. Böylece uzayın belirli ayırık noktalarında üç elektrik alan ve üç manyetik alan bileşeninin zamana bağlı olarak hesaplanabilmesine olanak verir. ZUSF yöntemi zaman ve uzayda ikinci mertebeden doğruluğa sahip olup, zaman adımlarının Courant kararlılık kriterine göre seçilmesi gerekir. Böylece çözümde genlik hataları (*dissipative error*) olmayacaktır. Bununla beraber geometrik ayrıklaştırma nedeni ile faz hatalar (*dispersive error*) çözümde var olacaktır.

Örnek ZUSF problemleri; fotonik kristal tabanlı cihaz modelleme, elektromanyetik bant-boşluk tabanlı cihaz modelleme, elektromanyetik darbe etki ve analizleri, radar performans analizleri ve radar kesit alanı, biyolojik dokuların elektromanyetik dalga ile etkileşimi, tıbbi hastalıkların tespiti, düşük frekanslarda dünya etrafında elektromanyetik dalga yayılımı, karmaşık (FB v.b.) ortamlarda elektromanyetik dalga yayılımı, elektromanyetik girişim ve uyumluluk analizleri, klasik ve endüstriyel elektromanyetik cihaz ve sistem modelleme olarak sayılabilir.

Çok yönlü bir modelleme yöntemi olması nedeniyle ZUSF sonuçları Matlab, Fortran, C++ v.b. yazılımlar kullanılarak animasyon haline getirilip izlenebilir. ZUSF yönteminde hem dar bantlı, hem de geniş bantlı kaynaklar modellenebilir.

2.1.1. Elektromanyetik Yöntemler ve ZUSF

Maxwell denklemlerinin ilk çözüm yöntemleri frekans uzayı çözümleri (sinüzoidal sürekli hal) üzerine kuruludur. 1960 öncesi kapalı form ve sonsuz seri tabanlı analitik çözümler ve sayısal sonuçlar mekanik hesap makineleri ile elde edilmiştir. 1960 sonrası ise yüksek frekans asimtotik teknikler ve integral denklem tabanlı çözümler, Fortran v.b. programlama diller kullanılarak elektronik bilgisayarlarda elde edilmiştir.

Bahsedilen kapsamda sinüzoidal türden dalga çözümleri yaygınlaşmış olup bunun nedenleri, Fourier teoreminin matematiksel etkileri, özellikle 19. y.y.'da rezonans frekanslarının hesaplanması, belli frekanslarda dalgaların difraksiyonu amaçlı sınır değer problemlerinin çözümünün yaygınlaşması, elektronik ve haberleşme teknolojisinin tek frekanslı taşıyıcı dalgalar üzerine kurulu olması, sinüzoidal türde dalgaların doğadaki varlıkları olarak sıralanabilir.

Mevcut durum özellikle sinüzoidal-sürekli hal çözümlerini sağlamış, fakat geniş bantlı ve geçici hal çözümleri üzerinde araştırmaları kısıtlamıştır. Ayrıca karmaşık geometrili, metalik olmayan lineer/lineer olmayan kompozit ve büyük ölçekli yapılardan elektromanyetik dalga saçılımı v.b. için frekans uzayında karşılaşılan zorluklar nedeni ile nümerik zaman uzayı çözümleri önerilmiştir. ZUSF yöntemi bunların en yoğun olarak kullanılanlarındandır.

2.1.2. ZUSF Yönteminin Avantajları

Lineer cebir kullanmaz. Bu nedenle bilinmeyen sayısı bakımından üst sınır yoktur. 10^9 bilinmeyene kadar çözülmüş örnekler vardır.

Doğruluğu kontrol edilebilir çözüm sunar. Hataları iyi anlaşılmış olduğundan, çözüm kontrol altındadır.

Dürtü cevabını direkt verir. Böylece tek bir çalıştırmada geniş bantlı darbe veya sinüzoidal sürekli hal cevabını elde etmek mümkündür.

Lineer olmayan çözümler mümkündür. Elektromanyetik sistemlerin lineer olmayan cevaplarını bulmak mümkündür.

Sistematik bir yaklaşım sağlar. Farklı problemler için ızgara düzenlenmeleri hariç, yeni formülizasyon gerektirmez. Örneğin; yapıya göre değişen Green fonksiyonu, potansiyel v.b. hesabına ihtiyaç duymaz.

Hafıza gereksinimi ihtiyacı çözülmektedir. Günümüzde yarı iletken teknolojilerindeki gelişmeler sayesinde ZUSF için gerekli olan hafıza problemleri yüksek oranda çözümlenmiştir.

Gerçek zamanlı görüntüleme ihtiyaçları çözülmektedir. Günümüzde yarı iletken teknolojilerindeki gelişmeler sayesinde ZUSF ile gerekli alan dağılımı görüntüleme imkanları artmaktadır.

Bahsedilen avantajlar çerçevesinde her yıl ZUSF ile ilgili yayın sayısı giderek artmaktadır. Böylece sayısal sistemler, tümleşik optik uygulamalar v.b. birçok yeni elektromanyetik sistem uygulaması mümkün olmuştur.

2.1.3. ZUSF Dinamik Aralığı

Dinamik aralık belli bir problem için geliştirilen ZUSF algoritmasının hangi sınırlar içinde ve ne kadar doğrulukla sonuçlar ürettiğinin bir göstergesi olması bakımından önemlidir. Buna göre, gelen dalgaının gücü $P_{gelen} \left[\text{Watt}/m^2 \right]$ ve minimum gözlenebilen saçılan güç $P_{saçılan}^{minimum} \left[\text{Watt}/m^2 \right]$ ise

$$Dinamik\ Aralık = 10 \log \left(\frac{P_{gelen} \left[\text{Watt}/m^2 \right]}{P_{saçılan}^{minimum} \left[\text{Watt}/m^2 \right]} \right) \quad (2.1)$$

olarak tanımlanır. Minimum gözlenebilen saçılan dalgayı etkileyen temel unsurlar:

Soğurucu sınır koşullarından (SSK) kaynaklanan hatalar: 1980’lerde kullanılan analitik SSK’ların yansımaya katsayıları bakımından -30 dB (% 3) ile -50 dB (% 0.3) arasında değişen doğrulukları nedeni ile ZUSF dinamik aralığı hemen hemen $40-50$ dB arasında değişmekte idi. Fakat 1994 itibarı ile analitik SSK’ların yerine Mükemmel Uyumlu Katman (MUK) türü SSK’nın geliştirilmesi ile yansımaya katsayıları bakımından -80 dB civarında doğruluk elde edilebildiğinden, ZUSF dinamik aralığı da hemen hemen 80 dB civarlarına yaklaşmıştır.

Sayısal dispersiyon hataları (faz hızı anizotropileri ve homojen olmayan ızgaralama): MUK türü SSK’nın önerilmesi ile gelişen ZUSF dinamik aralığı, özellikle elektriksel olarak büyük ölçekli (*electrically large scale*) problemlerde sayısal dispersiyon hatalarının çok büyük değerler alabilmesi nedeni ile toplamda kötüleşmektedir. Bu duruma bir çözüm olarak daha küçük sayısal dispersiyon hatalarına sahip olan Zaman Uzayında Çoklu Çözünürlük (*Multiresolution Time Domain, MRTD*) ve Zaman Uzayında Kısmi Spektral (*Pseudospectral Time Domain, PSTD*) yöntemleri önerilmiştir.

2.1.4. ZUSF Hafıza İhtiyacı

Özel bir problem için ZUSF uygulanmak istendiğinde ilk olarak ZUSF yönteminin, belli kaynaklar dahilinde, ele alınan problemin çözümü için yeterli olup olmadığının düşünülmesi gerekir. Zaman tabanlı çalışırken çözümünü istediğimiz en kısa dalga boyuna göre problem geometrisinin ne kadar büyük olduğunu belirlemek, bu tür soruların yanıtı için yardımcı olacaktır. Çünkü hücre sayısı, cismin dalga boyu cinsinden büyüklüğüyle belirlenmektedir. Hücre sayısı ise hafıza ihtiyacı ile orantılıdır. İyi bir yaklaşıklık için her bir hücrenin kenar uzunluğu, en yüksek frekansın dalga boyunun onda birinden az olmalıdır. Hücre sayısı, aynı zamanda, geçici (*transient*) alanların dağılması veya sinüsoidal uyartımın kararlı hale geçmesi için gerekli zaman adımı sayısının belirlemesine de yardımcı olmaktadır.

Bu bölümde özel bir problem için gerekli bilgisayar kaynaklarının belirlenmesindeki temel noktalar üzerinde durulacaktır. Burada hücre boyutlarının, ilgilenilen en küçük dalga boyuna uygun şekilde tespit edildiği kabul edilmiştir. Bu bilgi ve problem geometrisinden yola çıkarak problem uzayındaki toplam hücre sayısının N olduğunu varsayalım. Dielektrik ve manyetik maddeler dahil olmak üzere madde bilgilerinin 1 baytlık tamsayı (TS) dizilerinde saklandığını kabul edelim. Bu durumda, tek duyarlı (*single precision*) alan değişkenlerinin kullanıldığı kabul edilirse kaç baytlık bilgisayar hafızasına ihtiyaç duyulduğunu belirlemek için aşağıdaki eşitlik kullanılabilir.

$$Hafıza = N \times \left(6 \frac{\text{Bileşen}}{\text{Hücre}} \times 4 \frac{\text{Bayt}}{\text{Bileşen}} + 6 \frac{\text{TS}}{\text{Hücre}} \times 1 \frac{\text{Bayt}}{\text{TS}} \right) \quad (2.2)$$

Burada, kullanılan toplam hafızaya göre çok küçük kalan yardımcı değişkenlerin etkisi ihmal edilmiştir. Bu değişkenler, geçici değerlerin, döngü indislerinin, daha sonraki işlemler veya görüntüleme gibi fonksiyonların saklanması için gereklidir. İcra komutlarının (*executable instructions*) saklanmasında kullanılan hafıza miktarı da ihmal edilmektedir. İhmal edilen değerler, problem uzayındaki hücre sayısından hemen hemen bağımsızdır. Dolayısıyla toplam hücre sayısı arttıkça bu değerler tarafından kullanılan hafıza miktarı toplam hafızaya göre çok küçük kalacaktır.

Gerekli kayan noktalı işlem (KNİ, *floating point operation*) sayısı olarak gösterilen hesap maliyeti;

$$\text{İşlem sayısı} = N \times 6 \frac{\text{bileşen}}{\text{hücre}} \times 10 \frac{\text{işlem}}{\text{bileşen}} \times N_t \quad (2.3)$$

formülü kullanılarak belirlenir. Burada N_t , toplam zaman adımı sayısıdır ve her alan bileşeninin güncellenmesi için ortalama 10 işlem yapıldığı varsayılmıştır. Her bir bileşen için yapılan hesapların gerçek sayısı, belli bir zaman adımında gelen alanın varlığına ve ortamdaki madde tipine bağlıdır. Belli bir konumdaki madde tipini (boş uzay, mükemmel iletken, dielektrik) belirlemek için de mantıksal deyimler (*logical statements*) kullanılmaktadır.

Zaman adımı sayısı N_t , tipik olarak problem uzayının bir tarafındaki hücre sayısının 10 katıyla orantılıdır. Δx hücre kenar uzunluğu olmak üzere kübik hücreler için zaman adımı, *Courant* kararlılık kriteri ile belirlendiğinde tek bir hücreyi

geçmek için $\sqrt{3}$ zaman adımı gerekecektir. Bu durumda, problem uzayının bir tarafındaki hücre sayısı $N^{1/3}$ ile orantılı olmak üzere toplam zaman adımı sayısı;

$$N_t = 10 \times \sqrt{3} N^{1/3} \quad (2.4)$$

ile hesaplanır. Bu ifade (2.3) eşitliğinde yerine yazılırsa toplam KNİ sayısı yaklaşık olarak;

$$İşlem\ sayısı = 10 \times \sqrt{3} N^{4/3} \times 6 \frac{bileşen}{hücre} \times 10 \frac{işlem}{bileşen} \quad (2.5)$$

ile tanımlanabilir. Bu ifadede, gerekli toplam KNİ sayısının ZUSF uzayındaki hücre sayısının $4/3$ 'üncü kuvvetiyle orantılı olduğu görülmektedir.

KNİ sayısı frekansla da ölçülenebilir. Dalga boyu başına belli sayıda hücre düşmesi için ZUSF hücre boyu, dalga boyuyla orantılı olmalıdır. Böylece her lineer boyuttaki hücre sayısı, frekansla orantılı olacaktır. Dolayısıyla üç boyutlu (3B) problem uzayındaki hücre sayısı, frekansın 3. kuvvetiyle, gerekli KNİ sayısı da frekansın 4. kuvvetiyle orantılı olur.

Açıklamayı kolaylaştırmak için 100^3 adet hücreden oluşan bir problem uzayı ele alalım. Bu hücre sayısı için yaklaşık 30 Mb hafızaya ihtiyaç duyulacaktır. Gerçek değer ise diğer değişkenler ve komutlar nedeniyle biraz daha büyük olacaktır. Bu boyutlardaki bir problemin çözümü, süper bilgisayarlardan 32-bitlik kişisel bilgisayarlara kadar geniş bir makine yelpazesinde yapılabilir. Kullanılabilir hafıza azaldıkça hafızada yer verilebilecek maksimum hücre sayısı da azalacaktır. Örneğin; yukarıda verilen orantıya göre 16 Mb'lık bir hafızayla 79^3 adet hücrelik bir problem uzayı tanımlanabilir. Gerçek denemelerde 16 Mb'lık bir hafızayla yaklaşık 72^3 adet hücrelik bir problem uzayı tanımlanabilmektedir. Bu da göstermektedir ki bu boyutlardaki bir problemde alan bileşenlerini saklamak için gerekli hafızanın %30'u komutlar ve yardımcı değişkenler tarafından kullanılmaktadır. Daha çok hücreden oluşan büyük problem uzayları için bu gider oranı daha da azalacaktır.

Bunlara ek olarak tipik bir problem için gerekli bilgisayar zamanı da düşünülmelidir. Gereken toplam zaman adımı sayısı, ele alınan geometriye bağlı olduğundan buradaki hesaplar sadece yaklaşıktır. Yani rezonansın incelendiği

geometrilere daha fazla, yüksek sönüm cevabına sahip kayıplı geometrilere ise daha az zaman adımı gereklidir.

Hücre sayısı 65^3 olan bir problemin 1024 zaman adımı hesap yapması için yaklaşık olarak $16,9 \times 10^9$ KNİ gereklidir. Alan bileşenleri ve TS dizilerini depolamak için de yaklaşık 8 Mb hafızaya ihtiyaç duyulur. Mevcut makine hızları; süper bilgisayarlar için 1000 veya daha fazla MKNİ/s (milyon KNİ / saniye), iş istasyonları için 10-50 MKNİ/s, 32-bit kişisel bilgisayar için 2 MKNİ/s kadardır. Bu makineler için çalışma veya merkezi işlem birimi (*central processing unit, CPU*) zamanları, yukarıdaki yaklaşımlara göre sırasıyla 17 s, 28 dk (10 MKNİ/s'lik iş istasyonu için) ve 141 dk'dır. Pratikte bu problem uzayında tanımlanmış 20 hücre yarıçaplı dielektrik bir küre ve hesaplanmış uzak bölge alanları olması durumunda 10 MKNİ/s'lik iş istasyonundaki çalışma süresi 38dk, 33Mhz'lik 486 tabanlı bir kişisel bilgisayarda ise 210dk'dır. Elde edilen sonuçlara göre bu boyuttaki bir problem için, bu makinelerin tümü yeterlidir.

Yukarıda gerekli işlem sayısı belirlenirken yansız sınırların uygulanması ve problem geometrisinin kurulması gibi hafif işlem yükleri ihmal edilmektedir. Çünkü özellikle büyük hesaplamalar için bu işlemlerin toplam işlem sayısına oranı çok küçük kalacaktır. Dolayısıyla sadece temel ZUSF hesaplarının yapıldığı farz edilmiştir. Diğer taraftan yazılması düşünülen ZUSF kodu, önemli sayıda ek hesaplama gerektirebilir. Bunlar, özellikle çok fazla uzak bölge yönü için uzak bölge alanları hesabı veya frekans bağımlı (*dispersive*) maddelerle doldurulmuş çok sayıda hücre içerisinde özyineli evrişim (*recursive convolution*) hesabı gibi ek hesaplar olabilir. Böyle durumlarda burada belirlenen kaynak gereksinimlerinin üstüne çıkılabilir. Gerçek kaynak ihtiyacı, ZUSF kodunun yazımına ve kullanılan özel uygulamalara bağlı olacaktır. Yine de burada anlatılanlar, belli bir ZUSF hesabı için gerekli kaynakların belirlenmesi için bir temel sağlamaktadır.

2.1.5. Sonlu Farklar Yöntemi

Matematiksel çözümlerde kullanılan nümerik yöntemler, Direkt Yöntemler (Gaussian Eliminasyonu, Sayısal İntegrasyon) ve Özyineli Yöntemler (Taylor Serisi) olarak ikiye ayrılır. Direkt yöntemlerde yuvarlama hataları (*round-off error*) önemli düzeylere ulaşabilir. Bu kapsamda, ZUSF özyineli bir yöntemdir. Buna göre

ZUSF'nin temel dayanağı bilinmeyen büyüklüklerin Taylor serisine açılarak, çeşitli mertebelerden analitik türevlerin, nümerik eşdeğerlerinin bulunması üzerine kuruludur. Direkt yöntemler genelde belirli sayıda bilgisayar işlemi ile çözüme ulaşma imkanı sağlarken, özyineli yöntemlerde ise yakınsama prensibine göre bilgisayar işlem sayısı belirlenir.

Sonlu farklar yöntemi

1. Statik Sonlu Farklar (SSF)
 - Laplace ve Poisson denklemleri
 - TEM ve Kuasi-TEM problemleri
2. Frekans Uzayı Sonlu Farklar (FUSF)
 - Helmholtz denklemi
3. Zaman Uzayı Sonlu Farklar (ZUSF)
 - Dalga denklemi

olarak üçe ayrılır. SSF ve FUSF zamana bağlı özyineli çözüm imkanı sunmaz. Bu nedenle sadece uzaysal olarak yapılabilen ayrıklaştırma sonucunda matris denklem ortaya çıkar. Bu durum matris denklemlerin içerdiği çeşitli dezavantajları beraberinde getirmektedir. Ancak ZUSF temelde herhangi bir matris denklemin oluşması prensibini kullanmaz. Çözüm tümü zamanda ve dolayısıyla uzayda özyineli olarak sağlanmaktadır. Bu yönü ile ZUSF yöntemi, SSF ve FUSF yöntemlerinden farklıdır.

Özyinelemenin sonlandırılmasında kesin ve net bir kriter olmamakla birlikte, üç durumdan birisinde karar verilerek özyineleme durdurulur. Bunlar; problemin çözüldüğüne karar verilmesi, özyinelemenin yakınsadığına karar verilmesi ve özyinelemenin yeterince uzun olduğuna karar verilmesidir.

Özyineli bir algoritmada karşılaşılabilecek temel hatalar fiziksel modele yeterince uygun olmayan matematiksel model kurulması, veri toplama hataları, kesme (sonlu adım aralığı) hataları, kesin olmayan (*inexact*) aritmetik kullanımı ve yuvarlama hatalarıdır.

2.1.6. Bir Boyutta Sonlu Farklar

Diferansiyel denklem çözümünde temel yöntemlerden biri Sonlu Farklar tekniğidir. Sonlu Farklar yöntemini uygulamak için ilk adım, hesaplanmak istenen fonksiyonun ayrıklaştırılmasıdır. Buna göre $f(x)$ gibi bir tek boyutlu bir fonksiyon eşit uzunluklu Δx aralıklarla k ayrık parçaya bölünsün. Bu durumda fonksiyon

$$x_i = k\Delta x \Rightarrow f(x) = f(x_i) = f(k\Delta x) \quad (2.6)$$

olarak gösterilebilir. Bu amaç için tek boyutlu bir fonksiyonun ızgara noktaları arasındaki uzaklık eşit (Δx uzunluklu) ve k adet parçaya bölünsün. Gösterimi kolaylaştırmak için sürekli $f(x)$ fonksiyonu, k ayrık indisli olarak $f(k\Delta x)$ şeklinde gösterilsin.

Şimdi yapılacak iş, sürekli fonksiyonlardan oluşan bir diferansiyel denklemi ayrık hale getirmektir. Öncelikle, türevler için iyi bir yaklaşıma ihtiyaç vardır. $f(x)$ fonksiyonunun $x = a$ noktasındaki Taylor serisi açılımı

$$\begin{aligned} f(x)|_{x=a} = & f(a) + f'(a)(x-a) + f''(a)\frac{(x-a)^2}{2!} \\ & + \dots + f^n(a)\frac{(x-a)^n}{n!} + \dots \end{aligned} \quad (2.7)$$

olmak üzere $(x-a) = \Delta x$ ve $a = x_i$ seçilirse

$$f(x + \Delta x)|_{x=x_i} = f(x)|_{x=x_i} + f'(x)|_{x=x_i} \Delta x + f''(x)|_{x=x_i} \frac{\Delta x^2}{2} + \dots \quad (2.8)$$

bulunur. Burada $x = x_i$ için hesap yapıldığı unutulmaksızın $\Delta x = h$ olarak gösterilirse

$$f(x + h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2} f''(x) + \frac{h^3}{6} f'''(x) + \frac{h^4}{24} f^{(4)}(x) + \dots \quad (2.9)$$

olmak üzere

$$\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = f'(x) + \frac{h}{2} f''(x) + \frac{h^2}{6} f'''(x) + \frac{h^3}{24} f^{(4)}(x) + \dots \quad (2.10)$$

bulunur. Burada hatanın azaltılması için h sıfıra yaklaşması gerektiği açıktır. Bu durumda $h \rightarrow 0$ olmak üzere, denklemin sağ tarafındaki ikinci terim h 'nin birinci kuvveti ile sıfıra yaklaşmaktadır. Bu tür yaklaşım *İleri Farklar* olarak bilinir. Benzer şekilde

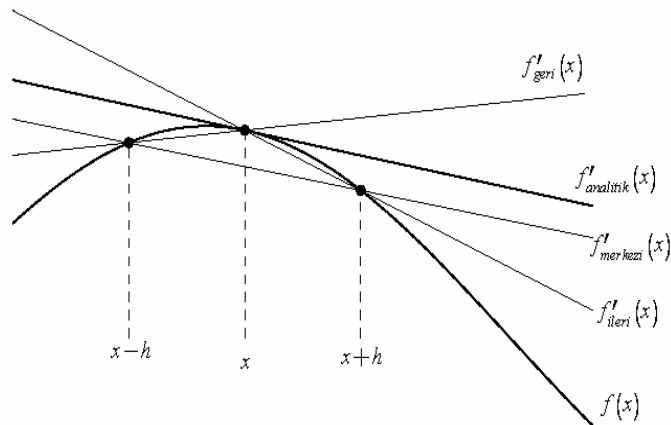
$$f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2} f''(x) - \frac{h^3}{6} f'''(x) + \frac{h^4}{24} f^{(4)}(x) + \dots \quad (2.11)$$

$$\frac{f(x) - f(x-h)}{h} = f'(x) - \frac{h}{2} f''(x) + \frac{h^2}{6} f'''(x) - \frac{h^3}{24} f^{(4)}(x) + \dots \quad (2.12)$$

olarak *Geri Farklar* yaklaşımı bulunur. (2.10) ve (2.12) denklemleri taraf tarafa çıkartılırsa *Merkezi Farklar* olarak bilinen

$$\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} = f'(x) + \frac{h^2}{6} f'''(x) + \dots \quad (2.13)$$

yaklaşımı elde edilir. İleri, geri ve merkezi fark yaklaşımlarıyla bulunan türevlere ait eğimler Şekil 2.1'de gösterilmiştir.



Şekil 2.1 İleri, geri ve merkezi fark ile bulunan fonksiyon eğimleri (türevler)

Benzer şekilde ikinci mertebeden türevler için aşağıdaki ifade elde edilir.

$$\frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} = f''(x) + \frac{h^2}{12} f''''(x) + \dots \quad (2.14)$$

Kabul edilen hata mertebesi $O(h^2)$ olduğundan yukarıdaki ifadeler

$$\begin{aligned} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} &= f'(x) + O(h^2) \\ \Rightarrow f'(x) &\cong \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} &= f''(x) + O(h^2) \\ \Rightarrow f''(x) &\cong \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} \end{aligned} \quad (2.16)$$

şeklinde gösterilirler.

2.1.7. Zaman Uzayında Sonlu Farklar Yöntemi

Tek boyutlu durumda dalga denklemi

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t) = 0 \quad (2.17)$$

olarak ifade edilir. Buradaki ikinci mertebeden türevler

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(x, t) \Big|_{x_i}^{t_n} &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} u^n(x) \Big|_{x_i} = \frac{u^n(x_i + \Delta x) - 2u^n(x_i) + u^n(x_i - \Delta x)}{\Delta x^2} \\ &= \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2}{\partial t^2} u(x, t) \right|_{x_i}^{t_n} &= \left. \frac{\partial^2}{\partial t^2} u_i(x) \right|_{t_n}^{t_n} = \frac{u_i(t_n + \Delta t) - 2u_i(t_n) + u_i(t_n - \Delta t)}{\Delta t^2} \\ &= \frac{u_i^{n+1} - 2u_i^n + u_i^{n-1}}{\Delta t^2} \end{aligned} \quad (2.19)$$

şeklinde ayrıklaştırılır ve dalga denkleminde yerlerine yazılırsa

$$\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{u_i^{n+1} - 2u_i^n + u_i^{n-1}}{\Delta t^2} = 0 \quad (2.20)$$

bulunur. Buradan düzenleme yapılırsa ZUSF için güncelleme denklemi

$$u_i^{n+1} = (c\Delta t)^2 \left[\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{(\Delta x)^2} \right] + 2u_i^n - u_i^{n-1} \quad (2.21)$$

elde edilir.

2.1.8. Maxwell Denklemleri ve ZUSF

Herhangi bir ortamda elektromanyetik olayı modellemek için üç boyutlu olarak Maxwell denklemlerinin diferansiyel veya integral halleri kullanılır. Bunlar Faraday Kanunu

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) - \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \\ \Rightarrow \oint_l \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{l} &= -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s} - \iint_S \mathbf{M}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Ampère Kanunu

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= +\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \\ \Rightarrow \oint_l \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{l} &= +\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s} + \iint_S \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s} \end{aligned} \quad (2.23)$$

elektrik alan Gauss Kanunu

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \rho_e(\mathbf{r}, t) \Rightarrow \iint_S \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s} = \iiint_V \rho_e(\mathbf{r}, t) dv \quad (2.24)$$

ve manyetik alan Gauss Kanunu

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \rho_h(\mathbf{r}, t) \Rightarrow \iint_S \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s} = \iiint_V \rho_h(\mathbf{r}, t) dv \quad (2.25)$$

olarak sıralanabilir. Burada $\mathbf{J} = \mathbf{J}_{kaynak} + \sigma \mathbf{E}$ ve $\mathbf{M} = \mathbf{M}_{kaynak} + \sigma^* \mathbf{H}$ olarak verilir. Bu denklemler tüm koordinat sistemlerinde ayrı ayrı ifade edilebilir. ZUSF bakımından her bir koordinat sistemi için algoritmanın da düzenlenmesi gerekmektedir. ZUSF algoritmasında sadece ilk iki Maxwell denkleminin kullanılması yeterlidir. Çünkü Gauss kanunu ZUSF hücrelerinde $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ ve $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ 'nin yerleşimleri nedeni ile otomatik olarak sağlanmaktadır. ZUSF algoritmasının anlaşılması için merkezi farklar kullanılarak Maxwell denklemleri aşağıdaki gibi ayrıştırılabilir [Aksoy, 2007b].

ZUSF zamanda özyineli bir algoritma olduğundan n tamsayı olarak zaman adımı ve Δt hesaplama zaman aralığı olmak üzere toplam $T = n_{toplam} \Delta t$ hesap süresince işlem yapılmaktadır. Buna göre $f(\mathbf{r}, t)|_{t=n\Delta t} = f(\mathbf{r}, n\Delta t) = f^n(\mathbf{r})$ gösterimi ile özel olarak $\mathbf{M}(\mathbf{r}, t) = 0$ seçilmek üzere birinci Maxwell denkleminin $n\Delta t$ anında zamana göre türevi, merkezi farklar biçiminde ifade edilerek ve elektrik alanların tam, manyetik alanların yarım zaman adımlarında bulundukları dikkate alınarak

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, n) = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}(\mathbf{r}, n) \Rightarrow \nabla \times \mathbf{E}^n(\mathbf{r}) \cong -\frac{\mathbf{B}^{n+1/2}(\mathbf{r}) - \mathbf{B}^{n-1/2}(\mathbf{r})}{\Delta t} \quad (2.26)$$

bulunur. Bu denklemde $\mathbf{B}^{n+\frac{1}{2}}(\mathbf{r})$ çekilerek düzenlenirse

$$\mathbf{B}^{n+1/2}(\mathbf{r}) \cong \mathbf{B}^{n-1/2}(\mathbf{r}) - \Delta t \left[\nabla \times \mathbf{E}^n(\mathbf{r}) \right] \quad (2.27)$$

bulunur. Benzer şekilde ikinci Maxwell denkleminde $t = (n + \frac{1}{2})\Delta t$ anında zaman türevi merkezi farklar biçiminde

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, n+1/2) &= \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D}(\mathbf{r}, n+1/2) + \mathbf{J}(\mathbf{r}, n+1/2) \\ \Rightarrow \nabla \times \mathbf{H}^{n+1/2}(\mathbf{r}) &\cong \frac{\mathbf{D}^{n+1}(\mathbf{r}) - \mathbf{D}^n(\mathbf{r})}{\Delta t} + \mathbf{J}^{n+1/2}(\mathbf{r})\end{aligned}\quad (2.28)$$

şeklinde bulunur. Bu denklemde $\mathbf{D}^{n+1}(\mathbf{r})$ çekilerek düzenlenirse

$$\mathbf{D}^{n+1}(\mathbf{r}) \cong \mathbf{D}^n(\mathbf{r}) - \Delta t \left[\mathbf{J}^{n+1/2}(\mathbf{r}) - \nabla \times \mathbf{H}^{n+1/2}(\mathbf{r}) \right] \quad (2.29)$$

bulunur. Bu denklemde $\mathbf{J}^{n+1/2}(\mathbf{r})$ elektriksel akımları gösterdiğinden, aradeğerleme (*interpolation*) ile

$$\mathbf{D}^{n+1}(\mathbf{r}) \cong \mathbf{D}^n(\mathbf{r}) - \Delta t \left[\frac{\mathbf{J}^{n+1}(\mathbf{r}) + \mathbf{J}^n(\mathbf{r})}{2} - \nabla \times \mathbf{H}^{n+1/2}(\mathbf{r}) \right] \quad (2.30)$$

olarak ifade edilir. Yukarıdaki ifadede görülen $\mathbf{J}^{n+1}(\mathbf{r})$ ve $\mathbf{J}^n(\mathbf{r})$ değerleri $\mathbf{J}^n(\mathbf{r}, t)$ bilindiğinden kolaylıkla hesaplanabilir. ZUSF yöntemi uygulanırken, elektromanyetik problemin fiziği iyi anlaşılmalı ve uygun şekilde modellenmelidir.

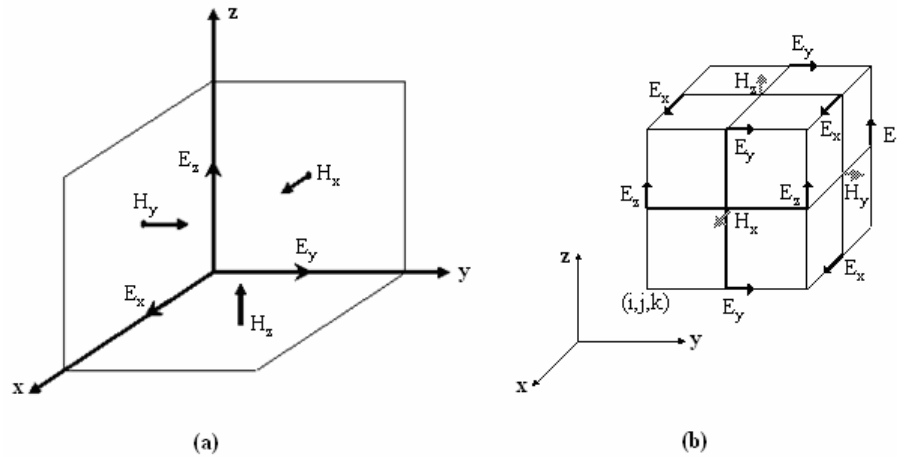
ZUSF yönteminin konum döngüsü ile ilgili ayrıntılı bilgiler aşağıdaki bölümde anlatılacaktır. Bu kapsamda ZUSF yöntemi ilk kez Kartezyen koordinatlarda verildiğinden (Maxwell denklemlerindeki diferansiyel operatörler en basit formlarına Kartezyen koordinatlarda sahip olmaktadır. Ayrıca düzlemsel dalgaların Kartezyen koordinatlarda kolayca ifade edilebilmesi önemli bir ayrıcalıktır.) Kartezyen koordinatlar temel alınacaktır.

2.1.9. Yee Algoritması

Özel olarak problem Kartezyen koordinatlarda $\mathbf{r} = \mathbf{r}(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) = \mathbf{r}(i, j, k)$ olmak üzere, problem uzayı $N = (N_x, N_y, N_z)$ olacak şekilde uzayda bir ızgara tanımlanırsa

$$f(r, t)|_{t=n\Delta t} = f(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = f^n(i, j, k) \quad (2.31)$$

gösterimi temel alınabilir. Buna göre yukarıda verilen ayrıklaştırmalardan anlaşılacağı gibi aynı anda $\mathbf{E}^n(\mathbf{r})$ ve $\mathbf{H}^{n+1/2}(\mathbf{r})$ değerlerinin hesaplanması gerekmektedir. Bu kapsamda zamanda yarım adım ileride olan $\mathbf{H}^{n+1/2}(\mathbf{r})$ ifadelerinin *konum = hız × zaman* formülü gereği konumda da kayık olması gerekir. Buna göre söz konusu kayıklığın sağlandığı her bir küçük prizma hücreye bir ZUSF hücresi (Birim Yee hücresi) adı verilir (Şekil 2.2) [Yee, 1966]. Birim Yee hücresinde temel mantık aynı olmakla beraber farklı şekillerde alan bileşenleri yerleştirilebilir.



Şekil 2.2 a) Birim Yee hücresi ve b) ZUSF uzayının oluşturulması

Buna göre her birim Yee hücresinde hücre içi yerleşimleri farklı olan üç elektrik ve üç manyetik alan bileşeni bulunur. Elektrik alan bileşenleri hücre yüzeylerinin ortasındayken manyetik alan bileşenleri hücrenin kenar çizgilerinin ortasındadır. Hücre içerisinde elektrik ve manyetik alanların yerleşimlerindeki farklılık nedeniyle otomatik olarak zaman adımı değerleri de birbirlerinden $\Delta t/2$ kadar farklılık gösterir. Söz konusu birim Yee hücrelerinin ZUSF yönteminde,

problem uzayının $(N_x \times N_y \times N_z)$ adet dikdörtgensel prizma hücreden oluştuğu düşünülür (Şekil 2.2).

ZUSF yöntemi ilk kez Kartezyen koordinatlarda verilmiş olup, bu koordinat sisteminde hesap uzayı sınırının saçıcı yüzeyinden yeterince uzak (en az 1–2 dalga boyu) olması, birim hücrelerin en az $\lambda / 10$ boyutlarında olması ve kararlılık kriterini sağlaması gibi üç temel unsuru sağlaması gereklidir. Buna göre Kartezyen koordinatlarda ilk iki Maxwell denklemi aşağıdaki gibi verilir.

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} \Rightarrow \frac{\partial B_x}{\partial t} &= -\frac{\partial E_z}{\partial y} + \frac{\partial E_y}{\partial z} \\ \frac{\partial B_y}{\partial t} &= -\frac{\partial E_x}{\partial z} + \frac{\partial E_z}{\partial x} \\ \frac{\partial B_z}{\partial t} &= -\frac{\partial E_x}{\partial y} + \frac{\partial E_y}{\partial x} \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} + \mathbf{J} \Rightarrow \frac{\partial D_x}{\partial t} &= \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - J_x \\ \frac{\partial D_y}{\partial t} &= \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - J_y \\ \frac{\partial D_z}{\partial t} &= \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - J_z \end{aligned} \quad (2.33)$$

Buna göre basit ortamlar için $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mu \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ olmak üzere, örneğin D_x denklemi ele alınırsa

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - (J_{kaynak} + \sigma E_x) \right] \quad (2.34)$$

olarak düzenlenir. Buradan

$$E_x \left(i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}, n \right) = E_x \Big|_{i, j + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}}^n \quad (2.35)$$

seçilerek

$$\frac{E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{1}{\epsilon_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}} \left[\frac{H_z|_{i,j+1,k+\frac{1}{2}}^n - H_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n}{\Delta y} - \frac{H_y|_{i,j+\frac{1}{2},k+1}^n - H_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n}{\Delta z} - \left(J_{kaynak_x}|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^n + \sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^n \right) \right] \quad (2.36)$$

halini alır. Burada tüm manyetik alan bileşenleri n zaman anında hesaplanırken, soldaki ve sağdaki elektrik alan büyüklüklerinin farklı zaman aralıklarında hesaplanması gerekmektedir. Bu durum daha fazla algoritmik karmaşıya ve hafızaya gereksinim duyulmasına yol açacağından

$$E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^n = \frac{E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}{2} \quad (2.37)$$

olmak üzere ortalama yaklaşımı yapılırsa ana denklem

$$\frac{E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{1}{\epsilon_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}} \left[\frac{H_z|_{i,j+1,k+\frac{1}{2}}^n - H_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n}{\Delta y} - \frac{H_y|_{i,j+\frac{1}{2},k+1}^n - H_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n}{\Delta z} - J_{kaynak_x}|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^n + \sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} \left(\frac{E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} + E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}}{2} \right) \right] \quad (2.38)$$

olarak yazılır. Bu durumda denklem yeniden düzenlenirse

$$E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \left(\frac{1 - \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} \Delta t}{2\epsilon_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}}{1 + \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} \Delta t}{2\epsilon_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}} \right) E_x|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}}{\left(1 + \frac{\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}} \Delta t}{2\epsilon_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}}} \right) \left(\frac{H_z|_{i,j+1,k+\frac{1}{2}}^n - H_z|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n}{\Delta y} - \frac{H_y|_{i,j+\frac{1}{2},k+1}^n - H_y|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n}{\Delta z} - J_{kaynak_x}|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^n \right) \quad (2.39)$$

halini alır. Tüm alan bileşenleri için benzer denklemler bulunabilir. Özyineli denklemlerden görüldüğü gibi uzayın her bir noktasındaki manyetik/elektrik alan bileşeni, aynı noktada bir önceki değerine ve diğer eksenlerdeki komşu elektrik/manyetik alan değerlerine bağlıdır. Örneğin; E_x değeri, kendisinin zamanda önceki değeri ile komşu H_z ve H_y değerlerine bağlıdır. Yukarıdaki biçimde verilen ZUSF algoritması denklemleri, güncelleme denklemleri (*update equation*) adı ile bilinir.

Yukarıda bahsedilen ZUSF algoritması, problem uzayının homojen veya homojen olmaması durumları içinde geçerlidir. Bu durumu anlamak için E_x güncelleme denklemindeki $\varepsilon_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}$ ve $\sigma_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}$ malzeme parametrelerine dikkat edilmelidir. μ manyetik geçirgenlik için de durum aynıdır. Yani farklı dielektrik ve/veya manyetik malzemelerle kısmen doldurulmuş problem uzayı için ZUSF algoritmasında ayrıca ek sınır koşulları uygulanmaz. Malzemelerin sınırlarında sağlanması gereken sınır koşulları algoritmanın içerisinde otomatik olarak sağlanır. Bu durumla beraber literatürde ayrıca ilgili malzemelerin sınır koşullarının ek olarak zorlanmasına yönelik çalışmalar da mevcuttur [Haussmann, 1998].

2.1.10. ZUSF Yönteminin Diverjans'tan Bağımsızlığı

Maxwell denklemleri için ZUSF algoritmasının en önemli avantajlarından birisi, elektrik ve manyetik alan için Gauss Kanunu'nun kaynaksız ortamlarda alan bileşenlerinin birim hücre yerleşimleri nedeni ile otomatik olarak sağlanıyor olmasıdır. Bu durumu elektrik alan için Gauss Kanunu olarak aşağıdaki gibi gösterebiliriz. $\rho_e(\mathbf{r},t) = 0$ olmak üzere

$$\nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r},t) = 0 \Rightarrow \iiint_V \nabla \cdot \mathbf{D}(\mathbf{r},t) dv = \iint_S \mathbf{D}(\mathbf{r},t) \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (2.40)$$

sağlanmalıdır. Birim Yee hücresi bakımından yüzey integrali ayrıklaştırılırsa

$$\begin{aligned}
\iint_S \mathbf{D}(r, t) \cdot d\mathbf{s} = & \left(D_x \Big|_{i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}}^n - D_x \Big|_{i-1, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}}^n \right) \Delta y \Delta z \\
& + \left(D_y \Big|_{i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}}^n - D_y \Big|_{i-\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}}^n \right) \Delta x \Delta z \\
& + \left(D_z \Big|_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1}^n - D_z \Big|_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k}^n \right) \Delta x \Delta y
\end{aligned} \tag{2.41}$$

halini alır. Tüm denklemin zamana göre türevi alınarak, Maxwell denklemleri bakımından karşılığı yazılırsa

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \left(D_x \Big|_{i, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}}^n - D_x \Big|_{i-1, j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}}^n \right) \Delta y \Delta z \\
= \left(\frac{H_z \Big|_{i, j+1, k+\frac{1}{2}}^n - H_z \Big|_{i, j, k+\frac{1}{2}}^n}{\Delta y} - \frac{H_y \Big|_{i, j+\frac{1}{2}, k+1}^n - H_y \Big|_{i, j+\frac{1}{2}, k}^n}{\Delta z} \right) \\
- \left(\frac{H_z \Big|_{i-1, j+1, k+\frac{1}{2}}^n - H_z \Big|_{i-1, j, k+\frac{1}{2}}^n}{\Delta y} - \frac{H_y \Big|_{i-1, j+\frac{1}{2}, k+1}^n - H_y \Big|_{i-1, j+\frac{1}{2}, k}^n}{\Delta z} \right)
\end{aligned} \tag{2.42}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \left(D_y \Big|_{i-\frac{1}{2}, j+1, k+\frac{1}{2}}^n - D_y \Big|_{i-\frac{1}{2}, j, k+\frac{1}{2}}^n \right) \Delta x \Delta z \\
= \left(\frac{H_x \Big|_{i-\frac{1}{2}, j+1, k+1}^n - H_x \Big|_{i-\frac{1}{2}, j+1, k}^n}{\Delta z} - \frac{H_z \Big|_{i, j+1, k+\frac{1}{2}}^n - H_z \Big|_{i-1, j+1, k+\frac{1}{2}}^n}{\Delta x} \right) \\
- \left(\frac{H_x \Big|_{i-\frac{1}{2}, j, k+1}^n - H_x \Big|_{i-\frac{1}{2}, j, k}^n}{\Delta z} - \frac{H_z \Big|_{i, j, k+\frac{1}{2}}^n - H_z \Big|_{i-1, j, k+\frac{1}{2}}^n}{\Delta x} \right)
\end{aligned} \tag{2.43}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t} \left(D_z \Big|_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k+1}^n - D_z \Big|_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}, k}^n \right) \Delta x \Delta y \\
= \left(\frac{H_y \Big|_{i, j+\frac{1}{2}, k+1}^n - H_y \Big|_{i-1, j+\frac{1}{2}, k+1}^n}{\Delta x} - \frac{H_x \Big|_{i-\frac{1}{2}, j+1, k+1}^n - H_x \Big|_{i-\frac{1}{2}, j, k+1}^n}{\Delta y} \right) \\
- \left(\frac{H_y \Big|_{i, j+\frac{1}{2}, k}^n - H_y \Big|_{i-1, j+\frac{1}{2}, k}^n}{\Delta x} - \frac{H_x \Big|_{i-\frac{1}{2}, j+1, k}^n - H_x \Big|_{i-\frac{1}{2}, j, k}^n}{\Delta y} \right)
\end{aligned} \tag{2.44}$$

olarak bulunur. Bu ifadeler (2.40) integralinde yerine konulursa $\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s} = 0$

olarak bulunur. Buradan ZUSF algoritmasında otomatik olarak $\iint_S \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s} = \text{sabit}$

olacağı ispat edilir. Dolayısıyla $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)|_{t=0} = 0$ başlangıç koşulu altında her zaman

$\frac{\partial}{\partial t} \iint_s \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \cdot d\mathbf{s} = 0$ olacağı açıktır. Buna göre ZUSF algoritması, kaynaksız bölgede

diverjanstan bağımsızdır. Yani ayrıca diverjans denklemleri için algoritma oluşturmaya gerek yoktur. Diverjans için gerekli şart zaten ZUSF algoritmasının içerisinde otomatik olarak sağlanmaktadır. Benzer durum manyetik alan Gauss Kanunu için de geçerlidir.

2.1.11. Maxwell Denklemleri için Sayısal Dispersiyon ve Sayısal Kararlılık

Sayısal dispersiyon, elektromanyetik dalganın ızgaradaki faz hızını değiştirerek, faz hatalarına yol açmaktadır. Bu kapsamda sayısal dispersiyon, fiziksel olmayan sonuçlar (darbe genişlemesi ve/veya çınlaması), çoklu saçılmalarda yeterli doğruluğa sahip olmayan faz sıfırlamaları, sayısal anizotropi, sahte kırılmalar v.b. istenmeyen sonuçlar ortaya çıkarmaktadır. Sayısal dispersiyon hatası dalga boyuna, ızgarada dalga yayılım yönüne, ızgara ve ayrıklaştırma türüne göre değişmektedir. Özellikle büyük ölçekli problemlerde kontrol altında tutulması gereken sayısal dispersiyon hataları, birim ızgara boyutları küçültülerek azaltılabilir. Bu durumda Δt 'nin de sayısal kararlılığı bozmayacak şekilde seçilmesi gerekmektedir.

Maxwell denklemleri bakımından sayısal kararlılığı, daha önce dalga denklemi için yapıldığı gibi, Kompleks Frekans Analizi tekniği ile inceleyelim. Buna göre, üç boyutlu sayısal dispersiyon bağıntısı

$$\left[\frac{1}{c\Delta t} \sin\left(\frac{\omega\Delta t}{2}\right) \right]^2 = \left[\frac{1}{\Delta x} \sin\left(\frac{k_x^s \Delta x}{2}\right) \right]^2 + \left[\frac{1}{\Delta y} \sin\left(\frac{k_y^s \Delta y}{2}\right) \right]^2 + \left[\frac{1}{\Delta z} \sin\left(\frac{k_z^s \Delta z}{2}\right) \right]^2 \quad (2.45)$$

olarak yazılır. Buradan ω çekilirse

$$\xi = c\Delta t \sqrt{\left[\frac{1}{\Delta x} \sin\left(\frac{k_x^s \Delta x}{2}\right) \right]^2 + \left[\frac{1}{\Delta y} \sin\left(\frac{k_y^s \Delta y}{2}\right) \right]^2 + \left[\frac{1}{\Delta z} \sin\left(\frac{k_z^s \Delta z}{2}\right) \right]^2} \quad (2.46)$$

olmak üzere

$$\omega = \frac{2}{\Delta t} \arcsin(\xi) \quad (2.47)$$

olarak bulunur. Burada

$$0 \leq \xi \leq \xi_{maksimum} = c\Delta t \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}} \quad (2.48)$$

aralığında değerler alır. Bu aralıkta elektromanyetik dalga, ızgarada zayıflamadan yayılır. Bu durum $k_x^s = \pm \pi/\Delta x$, $k_y^s = \pm \pi/\Delta y$ ve $k_z^s = \pm \pi/\Delta z$ olmak üzere sağlanır. Burada $c\Delta t$ 'nin seçimine bağlı olarak $\xi_{maksimum} > 1$ olabilir. Bu durumda $\arcsin(\xi)$ ve dolayısı ile ω karmaşık sayı olabilir. Bu durumda ZUSF algoritması kararsız olabilir. Bu kapsamda detaylar verilmeksizin kararlılık kriteri verilmiştir. Buna göre kararlılık $0 \leq \xi \leq 1$ iken sağlanır. Bu durum

$$c\Delta t \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}} \leq 1 \quad (2.49)$$

olması durumunda sağlanırken, kararsızlık

$$c\Delta t \sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}} > 1 \quad (2.50)$$

olması durumunda oluşur. Bu durum $\xi_{maksimum} > 1$ olmak üzere, $1 < \xi < \xi_{maksimum}$ aralığına karşılık gelir. Kararsız durumda çözümler, üstel olarak genlikleri artarak yayılırlar. Özel olarak $S = 1$ durumunda bu artış doğrusal olarak devam eder.

2.2. Toplam Alan - Saçılan Alan (TASA) Tekniği

Pratik uygulamalarda çoğu kez elektromanyetik dalga kaynakları ile saçıcı cisimler birbirinden yeterince uzakta olup elektromanyetik dalga düzlemsel dalga olarak modellenabilir. Bu kapsamda saçılma problemleri çoğu kez düzlemsel dalgalar üzerine kuruludur. Bu durum ZUSF algoritmasının da düzlemsel dalgaların uyarılabileceği şekilde düzenlenmesini gerektirmekle beraber, aşağıda bahsedilen zorluklarla karşı karşıya kalınmaktadır. Bunlar:

- Polarizasyon yönünün, türünün, elektromanyetik dalganın zaman bağımlılığının ve süresinin rastgele olması,
- Yayılım yönüne dik olan düzlemsel dalga cephesi,
- Dalga cephesine paralel düzlemler boyunca elektromanyetik dalganın sabit genlikli olması,
- Düzlemsel dalga kaynağının problem uzayı içinde olmamasıdır.

ZUSF algoritmasında düzlemsel dalgaların üretilmesi için çeşitli teknikler mevcuttur. Bu tekniklerden birisi de Yee'nin makalesindeki başlangıç koşulları kullanılarak düzlemsel dalga uyarımıdır. Bahsedilen bu tekniklerin rastgele yayılma yönü, frekans ve zaman bağımlılığına sahip düzlemsel dalgalar için genel olarak kullanımında zorluklar mevcuttur. Bu nedenle günümüzde Toplam Alan - Saçılan Alan (TASA, *total field-scattered field*) tekniği kullanılarak düzlemsel dalgalar ZUSF algoritmasında uyarılmaktadır.

2.2.1. TASA Tekniğinin Temelleri

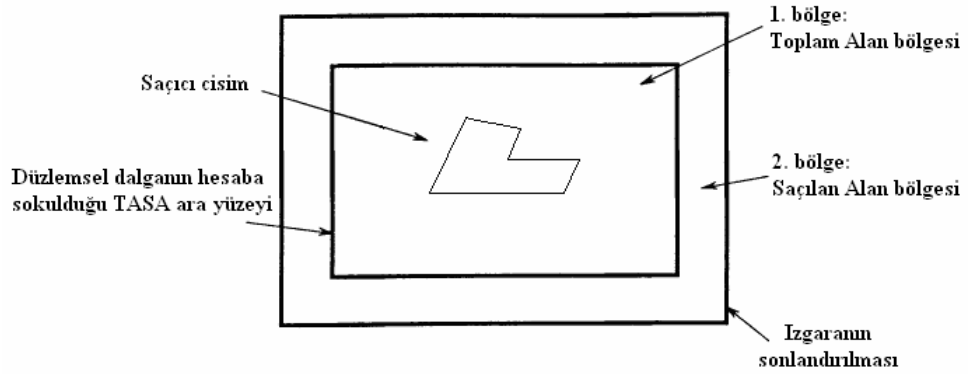
TASA tekniği Maxwell denklemlerinin lineerlik özelliği üzerine dayalıdır. Buna göre bir problem uzayındaki toplam elektrik $\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_{toplam}$ ve manyetik $\mathbf{H}_t = \mathbf{H}_{toplam}$ alanlar

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_g + \mathbf{E}_s \quad (2.51)$$

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{H}_g + \mathbf{H}_s \quad (2.52)$$

olmak üzere gelen ve saçılan alanların toplamı olarak yazılabilir. Burada $\mathbf{E}_g = \mathbf{E}_{gelen}$ ve $\mathbf{H}_g = \mathbf{H}_{gelen}$ problem uzayında herhangi bir saçıcı yok iken kaynak tarafından oluşturulan düzlemsel dalgaları, $\mathbf{E}_s = \mathbf{E}_{saçılan}$ ve $\mathbf{H}_s = \mathbf{H}_{saçılan}$ ise saçıcı cisimler nedeni ile oluşan saçılan alanları göstermektedir.

Yee tabanlı ZUSF algoritması gelen, saçılan ve toplam alan için ayrı ayrı geçerlidir. TASA formülizasyonu bakımından ZUSF hesap uzayı temelde aşağıdaki gibi iki ana bölüme ayrılır.



Şekil 2.3 ZUSF uzayında TASA formülasyonu bölgeleri

Buna göre; 1. bölgede sadece toplam alan, 2. bölgede ise sadece saçılan alan depolanmaktadır. Ara yüzey ise 1. ve 2. bölgeleri birbirine bağlamaktadır. Böylece kaynak olarak düzlemsel dalgaların uyarılmasını sağlanmaktadır. TASA tekniğinin temelde sadece saçılan alan üzerine kurulu diğer düzlemsel dalga uyarım tekniklerine göre temel avantajları aşağıda verilmiştir:

- Rastgele zaman bağımlılığına, süreye, yöne ve polarizasyona sahip düzlemsel dalgaların uyarılabilmesi imkanı,
- Farklı malzemeler durumunda sınır koşullarının otomatik olarak sağlanması ile gelen dalganın sadece 1. ve 2. bölge arasındaki saçıcı malzeme özellikleri ve geometrisinden bağımsız hayali sınır arayüzeyi üzerinde hesaplanması gerekliliği,
- Gölge bölgelerinde ve iyi ekranlanmış kavitetlerde yüksek dinamik aralığa sahip olan saçılan alan değerlerinin hesaplanması imkanı (Bu

durum saçılan alanın elde edilmesinde TASA tekniğinin çıkartma işlemi yapılmasına gerek duymaması nedeni ile hatalarının az olmasından kaynaklanmaktadır),

- Soğurucu sınır koşullarının direkt saçılan alan bölgesine uygulanabilmesi imkanı,
- Yakın alan – uzak alan dönüşümünün hayali ara yüzey üzerinden direkt olarak yapılabilmesi imkanı.

2.2.2. Tek Boyutta TASA Tekniği

TASA tekniği 1. ve 2. bölge arasındaki arayüzey üzerinde elektrik ve manyetik alanların uyumluluğu gereksiniminden doğmaktadır. Öyle ki söz konusu arayüzey bölgesinde ZUSF algoritması toplam alan alan veya saçılan alan bakımından geliştirilebilir. Bu durum aşağıda anlatılacağı gibi mantıksal tutarsızlığa (*inconsistency*) yol açmaktadır. Bu tutarsızlığın giderilmesi gerekliliği TASA tekniğini ortaya çıkarmıştır. Buna göre

$$\frac{E_z|_{i,j}^{n+1} - E_z|_{i,j}^n}{\Delta t} = \frac{1}{\epsilon_{i,j}} \left[\frac{H_y|_{i+\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i-\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta x} - \frac{H_x|_{i,j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} \right] \quad (2.53)$$

olarak gösterilen iki boyutlu denklem, tek boyutlu boş bir ZUSF uzayında

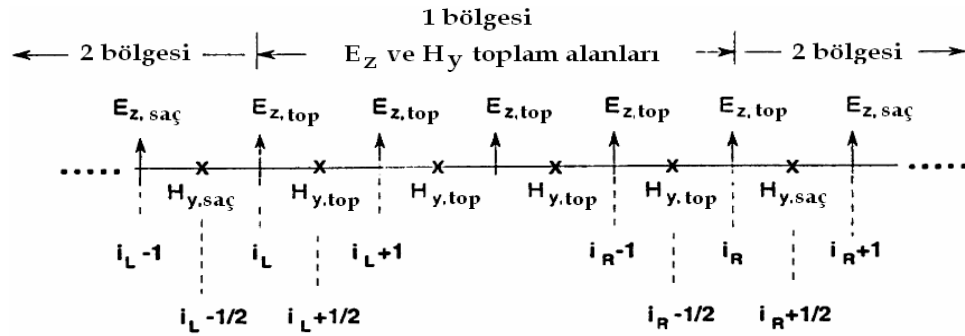
$$E_z|_i^{n+1} = E_z|_i^n + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta x} \left(H_y|_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.54)$$

halini alır. Bu bağıntı 1. ve 2. bölgeler için ayrı ayrı

$$E_{z,t}|_i^{n+1} = E_{z,t}|_i^n + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta x} \left(H_{y,t}|_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y,t}|_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.55)$$

$$E_{z,s}|_i^{n+1} = E_{z,s}|_i^n + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta x} \left(H_{y,s}|_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y,s}|_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.56)$$

denklemleri yazılabilir. Burada $E_{z,t}|_i^n$, $E_{z,s}|_i^n$ değerleri ile birlikte $\left(H_{y,t}|_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y,t}|_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}\right)$ ve $\left(H_{y,s}|_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y,s}|_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}\right)$ değerlerinin bilgisayar hafızasında depolandığını varsayalım. Şimdi benzer bir ifadeyi $i = i_L$ ara yüzünde yazmaya çalışalım. Buna göre Şekil 2.4 dikkate alınırsa $i_{L-1/2}$ bölgesinde $H_{y,t}|_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = H_{y,s}|_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ iken $i_{L+1/2}$ bölgesinde $H_{y,t}|_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = H_{y,t}|_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ olduğu açıktır.



Şekil 2.4 Toplam alan ve saçılan alan noktaları

Bu durumda $i = i_L$ ara yüzü toplam alan bölgesine dahil olarak kabul edilmek üzere

$$E_{z,t}|_{i_L}^{n+1} = E_{z,t}|_{i_L}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta x} \left(H_{y,t}|_{i_L+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y,s}|_{i_L-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.57)$$

formülü yazılmalıdır. Burada $E_{z,t}|_{i_L}^n$ ve $\left(H_{y,t}|_{i_L+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y,s}|_{i_L-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}\right)$ değerlerinin bilgisayar hafızasında depolandığını varsayalım. Bu ifadenin 2. bölge bakımından tutarsız olduğu açıktır. Bu tutarsızlığın giderilebilmesi için sadece toplam alan bileşenleri görülmelidir. Bunu sağlamak için değeri bilinen $-\frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta x} H_{y,g}|_{i_L-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ büyüklüğünün ifadeye eklenmesi gerektiği açıktır. Bu durum bize tam ara yüzeyde gelen alanı düzlemsel dalga olarak tanımlama imkanını verir.

Tüm bu çalışmalarla birlikte, çözümün tamamlanması için tek boyutlu bir ZUSF ızgarasında

$$H_y \Big|_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = H_y \Big|_{i-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu \Delta x} \left(E_z \Big|_i^n - E_y \Big|_{i-1}^n \right) \quad (2.58)$$

olarak yazılır. Şimdi benzer bir ifadeyi $i = i_L$ ara yüzünde yazmaya çalışalım. Buna göre yukarıdaki şekil dikkate alınırsa $i_{L-1/2}$ sınırında $E_z \Big|_{i_L}^{n+1} = E_{z,t} \Big|_{i_L}^n$ iken, $i_{L+1/2}$ sınırında $E_z \Big|_{i_L}^n = E_{z,s} \Big|_{i_L-1}^n$ olmak üzere

$$H_{y,s} \Big|_{i_L-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = H_{y,s} \Big|_{i_L-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu \Delta x} \left(E_{z,t} \Big|_{i_L}^n - E_{z,s} \Big|_{i_L-1}^n \right) \quad (2.59)$$

olarak bulunur. Burada $H_{y,s} \Big|_{i_L-\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}}$ ve $\left(E_{z,t} \Big|_{i_L}^n - E_{z,s} \Big|_{i_L-1}^n \right)$ değerlerinin bilgisayar hafızasında depolandığı varsayılın. Bu ifadenin de yukarıda bahsedildiği üzere 2. bölge bakımından tutarsız olduğu açıktır. Bu tutarsızlığın giderilebilmesi için sadece saçılan alan bileşenleri görülmelidir. Bunu sağlamak için ifadeye değeri bilinen $-\frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} E_{z,g} \Big|_{i_L}^n$ büyüklüğünün eklenmesi gerektiği açıktır. Bu durum bize tam ara yüzeyde gelen alanı düzlemsel dalga olarak tanımlama imkanını verir.

Buraya kadar yapılan tüm işlemler $i = i_L$ ara yüzünde yapıldığı gibi $i = i_R$ arayüzü için de yapılmalıdır. Buna göre

$$E_z \Big|_{i_R}^{n+1} = \left\{ E_z \Big|_{i_R}^{n+1} \right\} + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta x} H_{x,g} \Big|_{i_R+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.60)$$

$$H_y \Big|_{i_R+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \left\{ H_y \Big|_{i_R+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right\} + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} E_{z,g} \Big|_{i_R}^n \quad (2.61)$$

burada $H_{x,g} \Big|_{i_R+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}$ ve $E_{z,g} \Big|_{i_R}^n$ alan değerleri bilinmektedir. Daha önce genel olarak verilen parantezli alan ifadeleri, özel olarak

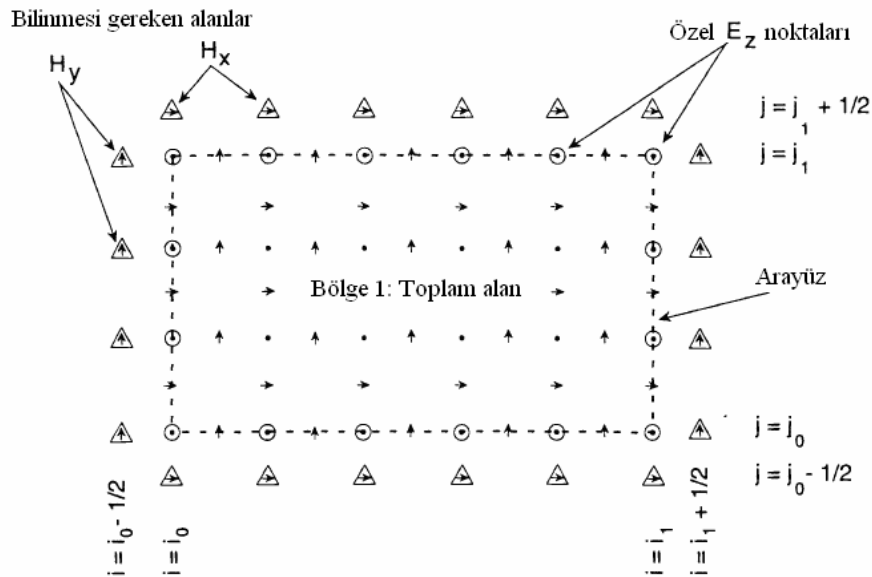
$$\left\{ E_z \Big|_{i_R}^{n+1} \right\} = E_z \Big|_i^{n+1} = E_z \Big|_i^n - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x} \left(H_y \Big|_{i+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \quad (2.62)$$

$$\left\{ H_y \Big|_{i_R+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right\} = H_y \Big|_{i_R+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = H_y \Big|_{i_R+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta x} \left(E_z \Big|_i^n - E_z \Big|_{i-1}^n \right) \quad (2.63)$$

şeklinde tanımlanmıştır.

2.2.3. İki Boyutta TASA Tekniği

İki boyutta TASA tekniğinin anlaşılması için öncelikle Şekil 2.5 üzerinden yorumlar yapalım. Buna göre $j = j_0$ ara yüzünde $E_{z,t}$ ve $H_{y,t}$ yerleştirilmiştir. Buna göre (i, j_0) noktasında $E_{z,t} \Big|_{i,j_0}^n$ değerini hesaplayabilmek için $H_{x,t} \Big|_{i,j_0+\frac{1}{2}}$ ve $H_{x,t} \Big|_{i,j_0-\frac{1}{2}}$ değerlerinin bilinmesi gerekmektedir. Bu kapsamda $H_{x,t} \Big|_{i,j_0+\frac{1}{2}}$ değeri $(i, j_0 + 1/2)$ ızgara noktası toplam alan bölgesinde olduğundan bilgisayar hafızasında depolanmıştır. Buna karşın $H_{x,t} \Big|_{i,j_0-\frac{1}{2}}$ değeri $(i, j_0 - 1/2)$ ızgara noktası saçılan alan bölgesinde olduğu için bilgisayar hafızasında depolanmamıştır. Sadece $H_{x,t} \Big|_{i,j_0-\frac{1}{2}}$ değeri hafızada depolanmış durumdadır.



Şekil 2.5 TASA sınırındaki özel E_z noktaları

Buradan

$$H_{x,t} \Big|_{i,j_0-\frac{1}{2}} = H_{x,s} \Big|_{i,j_0-\frac{1}{2}} + H_{x,g} \Big|_{i,j_0-\frac{1}{2}} \quad (2.64)$$

olduğundan $E_{z,t} \Big|_{i,j_0}^n$ için tutarlılığı sağlamak için düzenleme yapılmalıdır. Her bir yüz için bu düzenlemenin nasıl yapılacağı aşağıda gösterilmiştir.

$$j = j_0 \text{ ve } i = i_0, \dots, i_1 \text{ ara yüzü} \Rightarrow E_z \Big|_{i,j_0}^{n+1} = \left\{ E_z \Big|_{i,j_0}^n \right\} + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta} H_{x,g} \Big|_{i,j_0-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.65)$$

$$j = j_1 \text{ ve } i = i_0, \dots, i_1 \text{ ara yüzü} \Rightarrow E_z \Big|_{i,j_1}^{n+1} = \left\{ E_z \Big|_{i,j_1}^n \right\} - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta} H_{x,g} \Big|_{i,j_1+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.66)$$

$$i = i_0 \text{ ve } j = j_0, \dots, j_1 \text{ ara yüzü} \Rightarrow E_z \Big|_{i_0,j}^{n+1} = \left\{ E_z \Big|_{i_0,j}^n \right\} - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta} H_{x,g} \Big|_{i_0-\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.67)$$

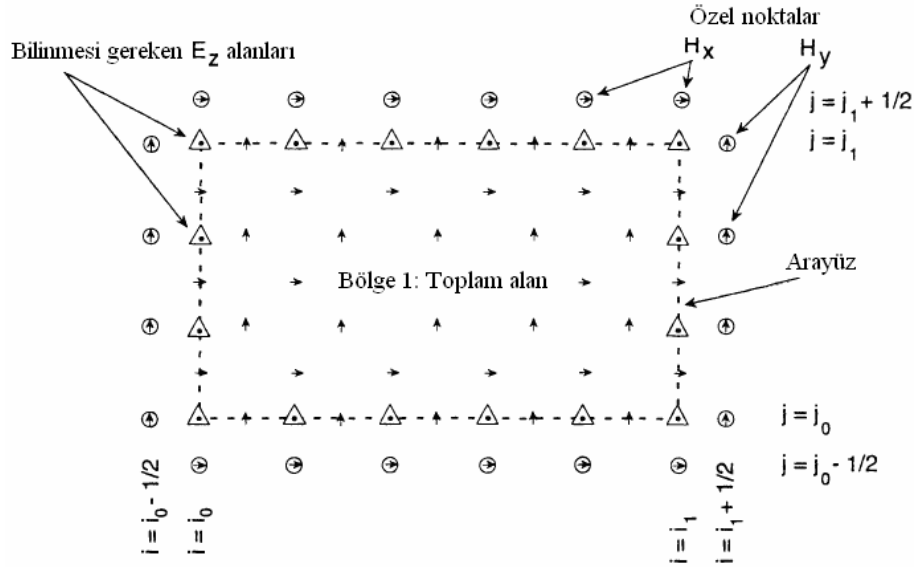
$$i = i_1 \text{ ve } j = j_0, \dots, j_1 \text{ ara yüzü} \Rightarrow E_z \Big|_{i_1,j}^{n+1} = \left\{ E_z \Big|_{i_1,j}^n \right\} - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta} H_{x,g} \Big|_{i_1+\frac{1}{2},j}^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.68)$$

Burada gösterilen $\left\{ E_z \Big|_{i,j_0}^n \right\}$, $\left\{ E_z \Big|_{i,j_1}^n \right\}$, $\left\{ E_z \Big|_{i_0,j}^n \right\}$, $\left\{ E_z \Big|_{i_1,j}^n \right\}$ ifadeleri, daha önce bir boyutlu durumda gösterildiği gibi, klasik Yee algoritmasında elde edilen güncelleme denklemleridir.

Elektrik alan için tutarlılığın yukarıdaki gibi sağlanması yeterli değildir. Benzer biçimde

$$E_{z,t} \Big|_{i,j} = E_{z,s} \Big|_{i,j} + E_{z,g} \Big|_{i,j} \quad (2.69)$$

olduğu hatırlanarak Şekil 2.6 kapsamında manyetik alan için de ara yüzlerde tutarlılığı sağlamak için aşağıdaki düzenlemeler yapılır.



Şekil 2.6 Özel H_x ve H_y noktaları

$$j = j_0 - 1/2; i = i_0, \dots, i_1 \text{ ara yüzü} \Rightarrow H_x|_{i, j_0 - 1/2}^{n+1/2} = \left\{ H_x|_{i, j_0 - 1/2}^{n+1/2} \right\} + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta} E_{z,g}|_{i, j_0}^n \quad (2.70)$$

$$j = j_1 + 1/2; i = i_0, \dots, i_1 \text{ ara yüzü} \Rightarrow H_x|_{i, j_1 + 1/2}^{n+1/2} = \left\{ H_x|_{i, j_1 + 1/2}^{n+1/2} \right\} - \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta} E_{z,g}|_{i, j_1}^n \quad (2.71)$$

$$i = i_0 - 1/2; j = j_0, \dots, j_1 \text{ ara yüzü} \Rightarrow H_y|_{i_0 - 1/2, j}^{n+1/2} = \left\{ H_y|_{i_0 - 1/2, j}^{n+1/2} \right\} - \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta} E_{z,g}|_{i_0, j}^n \quad (2.72)$$

$$i = i_1 + 1/2; j = j_0, \dots, j_1 \text{ ara yüzü} \Rightarrow H_y|_{i_1 + 1/2, j}^{n+1/2} = \left\{ H_y|_{i_1 + 1/2, j}^{n+1/2} \right\} + \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta} E_{z,g}|_{i_1, j}^{n+1/2} \quad (2.73)$$

Bu aşamada elektrik ve manyetik alanlar için düzenlenen güncelleme denklemleri incelenirse, oluşacak dalgaların tümünün hali hazırda bilinmekte olan gelen alan bileşenleri ile karakterize edileceği açıktır. Bu durum 1. bölgede sayısal olarak ZUSF algoritmasının düzlemsel dalgaların uyarıtımı için düzenlenebilmesine imkan tanır. Ek olarak ara yüz bölgesi (1. bölgeden 2. bölgeye doğru) tümü ile saçılan alan için geçirgen bir karakteristik gösterir.

2.2.4. TASA Uygulaması ve Hata Analizi

Bu çalışmada, daha önce analitik olarak elde edilen elektromanyetik yüzey dalgasına ait ifadeler, boş uzayda ZUSF yöntemiyle gerçekleştirilmiş ve kontrol edilmiştir. Yüzey dalgası, TASA formülasyonu kullanılarak ZUSF problem uzayı ile

ilişkilendirilmiştir. Burada kaynak olarak kullanılan yüzey dalgası, bir çeşit homojen olmayan düzlemsel dalgadır.

Bir cismi, ZUSF uzayında düzlemsel dalgayla aydınlatmak için cisim ile verici anten arasındaki mesafe, düzlemsel dalga şartını sağlayacak yeterli uzaklığa göre seçilebilmekte veya düzlemsel dalgaya ait alan dağılımı başlangıç koşulu olarak uygulanabilmektedir [Yee, 1966]. Düzlemsel dalga uyarımını gerçeklemek için yapılan bu çalışmalar, TASA formülasyonu ile sonuçlanmıştır [Mur, 1981; Umashankar, 1982; Taflove, 2005] ve yaygın olarak kullanılır hale gelmiştir.

Maxwell denklemlerinin doğrusallığına dayanan TASA tekniğinde toplam elektrik ve manyetik alanların aşağıdaki gibi ayrıştırılabilir olduğu kabul edilmektedir.

$$\begin{aligned}\mathbf{E}_t &= \mathbf{E}_g + \mathbf{E}_s \\ \mathbf{H}_t &= \mathbf{H}_g + \mathbf{H}_s\end{aligned}\tag{2.74}$$

Gelen dalganın alanları olan $\mathbf{E}_g$ ve $\mathbf{H}_g$ ZUSF uzayının her noktasında ve her zaman adımında bilinmektedir. Boş problem uzayında herhangi bir malzeme bulunmadığı takdirde sadece bu alanlar söz konusu olmaktadır. Başlangıçta bilinmeyen saçılan dalganın alanları olan $\mathbf{E}_s$ ve $\mathbf{H}_s$ ise gelen dalganın hesap uzayındaki bir malzemeyle etkileşiminden doğmaktadır. ZUSF algoritması gelen, saçılan ve toplam alana tek başına uygulanabilir olduğundan TASA tekniğinde hesap uzayı, toplam alan ve saçılan alan bölgesi olmak üzere iki parçaya ayrılabilir. Birinci bölge toplam alanın ve cismin bulunduğu iç bölgedir. İkinci bölge ise bu bölgeyi saran ve saçılan alanın hesaplandığı bölgedir. Bu iki bölge, her iki bölgedeki alanları birbirine bağlayan ve gelen alanı (düzlemsel dalga kaynağı) üreten fiziksel olmayan hayali bir yüzeyle ayrılırlar.

Yukarıda anlatılan yöntem, üç boyutlu ZUSF uzayına uygulanarak yüzey dalgası uyarımı sağlanmıştır. Burada durumun kolay anlaşılması için bir boyutlu durumda TM_z yayılımı için sadece $\mathbf{E}_z$ ifadesi çıkarılacaktır. Buna göre $\mathbf{E}_z$ için ZUSF güncelleme denklemi

$$E_z \Big|_i^{n+1} = E_z \Big|_i^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x} \left(H_y \Big|_{i+1/2}^{n+1/2} - H_y \Big|_{i-1/2}^{n+1/2} \right) \quad (2.75)$$

olarak yazılabilir. Toplam alan bölgesinde bu denklem

$$E_{z,t} \Big|_i^{n+1} = E_{z,t} \Big|_i^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x} \left(H_{y,t} \Big|_{i+1/2}^{n+1/2} - H_{y,t} \Big|_{i-1/2}^{n+1/2} \right) \quad (2.76)$$

olarak uygulanır ve saçılan alan bölgesinde ise

$$E_{z,s} \Big|_i^{n+1} = E_{z,s} \Big|_i^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x} \left(H_{y,s} \Big|_{i+1/2}^{n+1/2} - H_{y,s} \Big|_{i-1/2}^{n+1/2} \right) \quad (2.77)$$

şeklinde hesaplara sokulmalıdır. İki bölgeyi birbirinden ayıran hayali yüzeyin soldaki yüzeyi için (2.75) denklemini direkt uygularsak

$$E_{z,t} \Big|_{i_L}^{n+1} = E_{z,t} \Big|_{i_L}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x} \left(E_{y,t} \Big|_{i_L+1/2}^{n+1/2} - E_{y,s} \Big|_{i_L-1/2}^{n+1/2} \right) \quad (2.78)$$

ifadesi bulunur. Fakat görüldüğü gibi tutarlılığı sağlamak için $H_{y,s}$ teriminin de toplam alan değerinde olması gereklidir. Bunun için

$$H_{y,t} \Big|_{i_L-1/2}^{n+1/2} = H_{y,g} \Big|_{i_L-1/2}^{n+1/2} + H_{y,s} \Big|_{i_L-1/2}^{n+1/2} \quad (2.79)$$

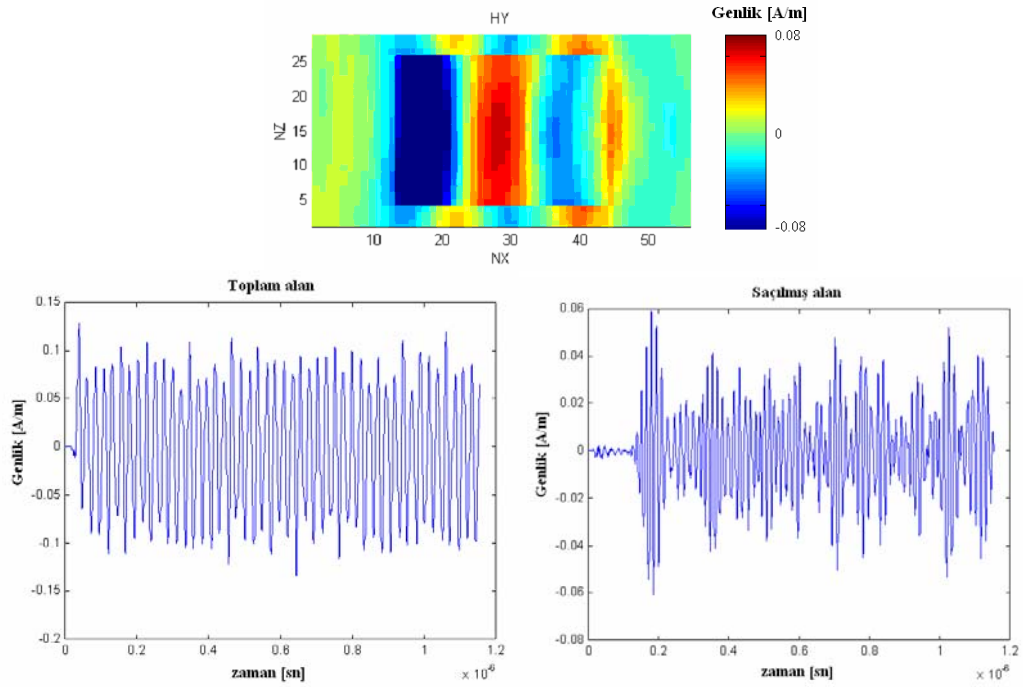
eşitliği kullanılarak bilinen $H_{y,g} \Big|_{i_L-1/2}^{n+1/2}$ terimi de (2.78) denkleminde saçılan alana eklenmelidir. Böylece sol taraftaki hayali yüzey üzerindeki güncelleme denklemi

$$E_{z,t} \Big|_{i_L}^{n+1} = E_{z,t} \Big|_{i_L}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x} \left(H_{y,t} \Big|_{i_L+1/2}^{n+1/2} - H_{y,s} \Big|_{i_L-1/2}^{n+1/2} - H_{y,g} \Big|_{i_L-1/2}^{n+1/2} \right) \quad (2.80)$$

olarak bulunur. Aynı şekilde sağ taraf için güncelleme denklemi de çıkartılabilir. Benzer işlemler manyetik alanlar için de yapılmalıdır [Taflove, 2005].

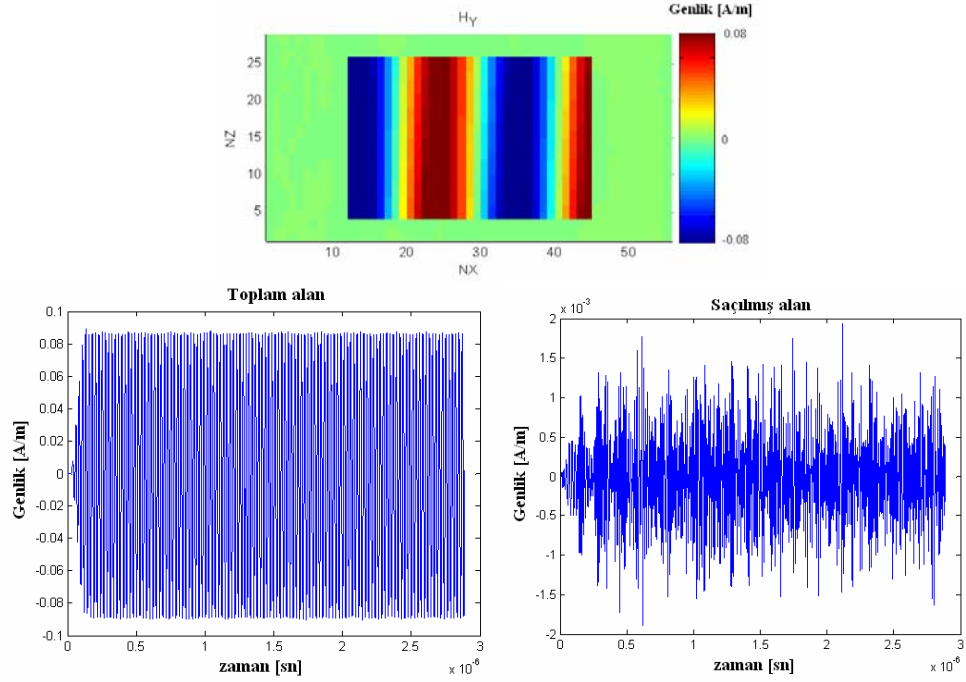
Gerçeklenen ZUSF yazılımının TASA için hata analizi aşağıda yapılmıştır. Oluşan hatanın kullanılan kaynak fonksiyonunun yükselme zamanından (YZ) kaynaklandığı tespit edilmiştir. Çünkü kaynak, hesap uzayına belli bir yükselme zamanıyla sokulmalıdır. Yani başlangıçta sıfır olan kaynak değerindeki ani artış bozulmalara sebebiyet vermektedir. Bu amaçla işaretin periyoduna bağlı uygun YZ değerini bulmak için farklı YZ değerleri kullanılarak benzetim sonuçları ve grafikleri Şekil 2.7, Şekil 2.8 ve Şekil 2.9’da verilmiştir.

Şekil 2.7’de YZ uzunluğu 1 periyot, toplam zaman adımı (TZA) sayısı 2000, toplam alan bölgedeki H_y alan bileşeninin maksimum değeri ($H_{y,tm}$) 0.1336 A/m, saçılan alan bölgesindeki H_y alan bileşeninin maksimum değeri ($H_{y,sm}$) 0.0608 A/m ve $20\log(H_{y,sm} / H_{y,tm})$ ile hesaplanan hata değeri -6.84 dB ’dir.



Şekil 2.7 $YZ = 1 T$, $TZA = 2000$, $H_{y,tm} = 0.1336 A / m$,
 $H_{y,sm} = 0.0608 A / m$, $hata = -6.84 dB$

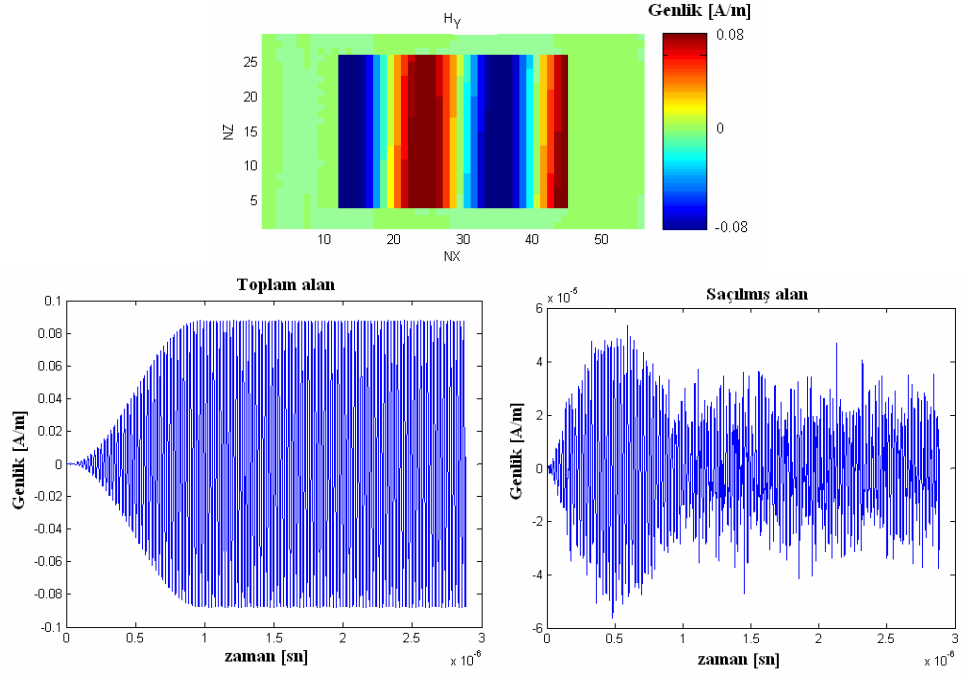
Şekil 2.8’de YZ uzunluğu 5 peryot, TZA sayısı 5000, $H_{y,tm}$ değeri 0.0878 A/m, saçılan alan bölgesindeki $H_{y,sm}$ değeri 0.0019 A/m ve hesaplanan hata değeri -33.53 dB’dir.



Şekil 2.8 $YZ = 5 T$, $TZA = 5000$, $H_{y,tm} = 0.0902 A/m$, $H_{y,sm} = 0.0019 A/m$,
hata = -33.53 dB

Şekil 2.9’da ise YZ uzunluğu 40 peryot, TZA sayısı 5000, $H_{y,tm}$ değeri 0.0902 A/m, saçılan alan bölgesindeki $H_{y,sm}$ değeri 5.6473×10^{-5} A/m ve hesaplanan hata değeri -63.83 dB’dir.

Görüldüğü gibi YZ 40 peryot seçildiğinde sıfır olması gereken hata oranı 10^{-5} mertebelerine çekilmektedir. Bundan sonraki çalışmalarda TASA formülasyonu gelen alan kaynağı olarak kullanılacak ve 40 peryotluk YZ ile kaynak fonksiyonu hesaba sokulacaktır.



Şekil 2.9 $YZ = 40 \text{ T}$, $TZA = 5000$, $H_{y,tm} = 0.0878 \text{ A/m}$,
 $H_{y,sm} = 5.6473 \times 10^{-5} \text{ A/m}$, $hata = -63.83 \text{ dB}$

2.3. Soğurucu Sınır Koşulları

ZUSF yönteminin uygulanmasında temelde Mükemmel Elektrik İletken (MEİ) ve Mükemmel Manyetik İletken (MMİ) sınır koşulları ve soğurucu sınır koşulları olmak üzere elektromanyetik problemlerin sağlanması gereken iki temel sınır koşulu mevcuttur. Bunlar problem uzayının sınırlandırılmasını sağlarlar.

MEİ sınır koşulu tam yansımaya neden olur ve sınırı oluşturan yüzey üzerinde teğetsel elektrik alan bileşenlerinin sıfır olmasını gerektirir. Pratik uygulamalar bakımından rezonatör ve dalga kılavuzu duvarları, ideal olarak modellenen anten yüzeyleri ve mikrodalga devrelerin iletken alt tabakaları MEİ olarak modellenebilir.

MMİ sınır koşulu da tam yansımaya neden olur ve sınırı oluşturan yüzey üzerinde teğetsel manyetik alan bileşenlerinin sıfır olmasını gerektirir. MEİ'ye göre MMİ fiziksel olmayan bir koşul olup, çoğunlukla problem uzayının küçültülmesi ya da periyodik düzlemler üzerine dik olarak gelen elektromanyetik dalga problemlerinde problem uzayını sonlandırmak için kullanılır.

ZUSF yönteminde en önemli adımlardan biri açık uzay problemlerinin çözümüdür. Birçok elektromanyetik problem açık uzayda (*open region*) elektromanyetik dalgaların cisimlerle etkileşmesi üzerine kuruludur. Bu durumda ZUSF problem uzayı bir, iki veya üç boyutlu olarak açık olup sonsuza kadar genişlemek durumundadır. Problem uzayının sonsuza kadar genişlemesi bilgisayar kaynakları bakımından mümkün olmadığından uzayın etkileşmeler bakımından yeterli olacağı belli bir yerde kesilerek uygun biçimde sonlandırılması gerekmektedir. Uzayın belli bir bölgede kesilerek, gerçekteki sonsuzluğunun modellenmesi için kesilen bölgeden itibaren uygulanan sınır koşullarına Soğurucu Sınır Koşulları, SSK (*Absorbing Boundary Condition, ABC*) adı verilir.

Tümüyle veya kısmen açık uzay problemlerinde, problem hesap uzayı SSK ile sonlandırılmalıdır. Bu amaç için birçok yöntem önerilmekle birlikte, soğurucu (*absorbing*) kayıplı ortamlar önemli bir alternatiftir. Bu tür ortamlar pratikte yansısız odaların duvarlarının kaplamasında kullanılmaktadır. İdealde birkaç hücre kalınlığındaki SSK tabakası tüm frekans spektrumunda ve tüm açılarda (yakın alanlarda da geçerli olan) üzerine gelen elektromanyetik dalgaları sıfır yansıma ile yutarak söndürmektedir. Yutucu malzemelerin SSK olarak kullanılması klasik kayıplı ve frekans-bağımsız malzemelerin kullanımı ile başlamıştır.

2.3.1. Analitik Soğurucu Sınır Koşulları

Bu tür yaklaşımın limiti sadece soğurucu ortam üzerine gelen dik düzlemsel dalgalar için geçerli olmasıdır. Bu amaç için kullanılan çeşitli SSK'lar Engquist – Majda Tek Yönlü Dalga Denklemi, Bayliss – Turkel Işıma Koşulu, Higdon Işıma Operatörleri, Liao Uzaysal ve Zamansal Dış Değerlemesi, Ramahi Tamamlayıcı Operatörü olarak sıralanabilir.

2.3.2. Mur Türü Soğurucu Sınır Koşulu

Yukarıda anlatılanlar kapsamında $x = 0$ iken

$$L^-u \Big|_{x=0} = 0 \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} - \frac{1}{c} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{c}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad (2.81)$$

ve $(1/2, j)$ hücresinde $u = u_{teğet}$ olmak üzere sırasıyla türevleri merkezi farklar kuralına göre aşağıdaki gibi düzenleyelim.

$$\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \right|_{1/2, j}^n = \frac{1}{2\Delta t} \left(\left. \frac{\partial^2 u}{\partial x} \right|_{1/2, j}^{n+1} - \left. \frac{\partial^2 u}{\partial x} \right|_{1/2, j}^{n-1} \right) = \frac{1}{2\Delta t} \left[\left(\frac{u_{1, j}^{n+1} - u_{0, j}^{n+1}}{\Delta x} \right) - \left(\frac{u_{1, j}^{n-1} - u_{0, j}^{n-1}}{\Delta x} \right) \right] \quad (2.82)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right|_{1/2, j}^n &= \frac{1}{2} \left(\left. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right|_{0, j}^n + \left. \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right|_{1, j}^n \right) \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{u_{0, j}^{n+1} - 2u_{0, j}^n + u_{0, j}^{n-1}}{\Delta t^2} \right) + \left(\frac{u_{1, j}^{n+1} - 2u_{1, j}^n + u_{1, j}^{n-1}}{\Delta t^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.83)$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{1/2, j}^n &= \frac{1}{2} \left(\left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{0, j}^n + \left. \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right|_{1, j}^n \right) \\ &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{u_{0, j+1}^n - 2u_{0, j}^n + u_{0, j-1}^n}{\Delta y^2} \right) + \left(\frac{u_{1, j+1}^n - 2u_{1, j}^n + u_{1, j-1}^n}{\Delta y^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.84)$$

Tüm bu bağıntılar ana denklemde yerine konularak $u_{0, j}^{n+1}$ çekilirse

$$\begin{aligned} u_{0, j}^{n+1} &= -u_{1, j}^{n-1} + \frac{c\Delta t - \Delta x}{c\Delta t + \Delta x} (u_{1, j}^{n+1} + u_{0, j}^{n-1}) + \frac{2\Delta x}{c\Delta t + \Delta x} (u_{0, j}^n + u_{1, j}^n) \\ &\quad + \frac{(c\Delta t)^2 \Delta x}{2(\Delta y)^2 (c\Delta t + \Delta x)} \left[(u_{0, j+1}^n - 2u_{0, j}^n + u_{0, j-1}^n) + u_{1, j+1}^n - 2u_{1, j}^n + u_{1, j-1}^n \right] \end{aligned} \quad (2.85)$$

bulunur. Kare ızgara için $\Delta x = \Delta y = \Delta$ olmak üzere denklem yeniden düzenlenirse

$$\begin{aligned} u_{0, j}^{n+1} &= -u_{1, j}^{n-1} + \frac{c\Delta t - \Delta}{c\Delta t + \Delta} (u_{1, j}^{n+1} + u_{0, j}^{n-1}) + \frac{2\Delta}{c\Delta t + \Delta} (u_{0, j}^n + u_{1, j}^n) \\ &\quad + \frac{(c\Delta t)^2}{2\Delta (c\Delta t + \Delta)} \left[(u_{0, j+1}^n - 2u_{0, j}^n + u_{0, j-1}^n) + u_{1, j+1}^n - 2u_{1, j}^n + u_{1, j-1}^n \right] \end{aligned} \quad (2.86)$$

halini alır.

Yukarıda verilen ilişkiler kapsamında birinci mertebeden (*first order*) doğruluğa sahip olan Mur türü sınır koşulu y yönündeki türevlerin sıfırlanması ile

$$u_{|0,j}^{n+1} = -u_{|1,j}^{n-1} + \frac{c\Delta t - \Delta}{c\Delta t + \Delta} \left(u_{|1,j}^{n+1} + u_{|0,j}^{n-1} \right) + \frac{2\Delta}{c\Delta t + \Delta} \left(u_{|0,j}^n + u_{|1,j}^n \right) \quad (2.87)$$

halini alır. Burada yapılanların benzeri olarak $x = h$, $y = 0$ ve $y = h$ yüzeylerinde de benzer şekilde Mur türü SSK düzenlenebilir. Yine benzer şekilde üç boyutlu problemler için Mur türü SSK düzenlenebilir.

2.4. Mükemmel Uyumlu Katman

Analitik soğurucu sınır koşullarına karşın, Mükemmel Uyumlu Katman (MUK, *Perfectly Matched Layer, PML*) olarak bilinen ve kayıplı malzemeleri temel alan yeni bir sayısal SSK türü mevcuttur. MUK'un diğer SSK'lara karşın temel üstünlüğü, üzerine doğru gelen herhangi bir frekans, polarizasyon ve açıda tüm dalgaları idealde sıfır yansıma ile yutarak söndürebilmesidir. Literatürde çeşitli MUK türleri olmakla beraber, ilk MUK uygulaması ZUSF problem uzayına Berenger (Berenger-MUK, BMUK) tarafından uygulanmıştır. BMUK ile birlikte diğer MUK türlerinin temel tarihsel gelişimi aşağıda verilmiştir.

- 1994 BMUK (Berenger-MUK, *Berenger PML*): Alan bileşenlerinin fiziksel olmayan bileşenlere ayrılması prensibidir. Kayıpsız (*lossless*) ZUSF problemlerine uygulanmıştır [Berenger, 1994; Katz, 1994].
- 1994 GMUK (Gerdirilmiş-MUK, *Stretched Coordinates PML*): Gerdirilmiş kompleks koordinatlarda alan ifadelerinin elde edilmesi prensibine dayanır [Chew, 1994].
- 1996 AMUK (Anizotropik-MUK, *Anisotropic PML*): MUK bölgesinin anizotropik bölge olarak tanımlanması prensibine dayanır [Chew, 1996b].
- 2003 YMUK (Yaklaşık-MUK, *Nearly PML*): MUK algoritmasında bazı ihmallere yapılarak daha kolay programlama sağlanmıştır [Cummer, 2003].

Yukarıda verilen BMUK, GMUK, AMUK, YMUK türü SSK'nın tümü Courant kararlılık koşuluna tabidir.

- 2005 KK CN (Koşulsuz Kararlı Crank Nicolson) ZUSF için MUK (*Unconditionally Stable Crank Nicolson FDTD PML*) [Ramadan, 2005b].
- 2005 KK (Koşulsuz Kararlı) ZUSF için YMUK [Ramadan, 2005a].
- 2006 KK CN ZUSF için YMUK: Crank Nicolson ve bilineer yaklaşımı (*bilinear approximation*) KK CN ZUSF için YMUK algoritmasının kararlılık problemlerinin çözümünde kullanılabilir [Ramadan, 2006a].
- 2006 KK-DYD (Değişen Yönlü Dahili) ZUSF için MUK (*Unconditionally Stable Alternating Direction Implicit FDTD PML*): GMUK türü bir MUK'tur. Kayıpsız, kayıplı, FB ortamlara uygulanmıştır [Ramadan, 2006b].

Aşağıdaki bölümlerde BMUK ve GMUK hakkında temel bilgiler verilerek, tez çalışmasında kullanılan AMUK ve iletken ortamlar için GMUK algoritmaları detaylı olarak incelenecektir.

2.4.1. Berenger MUK

Berenger MUK (BMUK) elektriksel ve manyetik kayıplara sahip MUK bölgesinde, fiziksel olmayacak biçimde bölünen (*splitting*) alan bileşenleri kullanılarak, yansıma katsayısının sıfır olarak elde edilmesi prensibine dayanır [Berenger, 1994]. Bu kapsamda temel esas

$$Z_{problem} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}} \quad (2.88)$$

$$Z_{BMUK} = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \sqrt{\frac{\mu' + j\mu''}{\varepsilon' + j\varepsilon''}} = \sqrt{\frac{\mu_r\mu_0 + j\frac{\sigma^m}{\omega}}{\varepsilon_r\varepsilon_0 + j\frac{\sigma^e}{\omega}}} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \sqrt{\frac{\mu_r + j\frac{\sigma^m}{\omega\mu_0}}{\varepsilon_r + j\frac{\sigma^e}{\omega\varepsilon_0}}} \quad (2.89)$$

olmak üzere $Z_{problem} = Z_{BMUK}$ olması gerekmektedir. Bu durumda

$$Z_{problem} = Z_{BMUK} \Rightarrow \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}} = \sqrt{\frac{\mu_r + j \frac{\sigma^m}{\omega \mu_0}}{\epsilon_r + j \frac{\sigma^e}{\omega \epsilon_0}}} \quad (2.90)$$

olmak üzere, buradan empedans uyumluluğu sağlanarak, yansımanın sıfır olması için

$$\frac{\sigma^e}{\epsilon_0} = \frac{\sigma^m}{\mu_0} \quad (2.91)$$

şartının sağlanması gerektiği açıktır.

2.4.2. Gerdirilmiş MUK

Gerdirilmiş MUK (GMUK), Maxwell denklemlerindeki uzamsal koordinatların gerdirilmiş kompleks koordinat sistemine dönüştürülmesi prensibine dayanır [Chew, 1994]. Buna göre söz konusu dönüşüm

$$\tilde{x} \rightarrow \int_0^x S_x(x') dx' , \quad \tilde{y} \rightarrow \int_0^y S_y(y') dy' , \quad \tilde{z} \rightarrow \int_0^z S_z(z') dz' \quad (2.92)$$

olarak tanımlanır. Burada türevler

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \rightarrow \frac{\partial}{\partial \int_0^x S_x(x') dx'} \rightarrow \frac{1}{S_x} \frac{\partial}{\partial x} \quad (2.93)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{y}} \rightarrow \frac{\partial}{\partial \int_0^y S_y(y') dy'} \rightarrow \frac{1}{S_y} \frac{\partial}{\partial y} \quad (2.94)$$

$$\frac{\partial}{\partial \tilde{z}} \rightarrow \frac{\partial}{\partial \int_0^z S_z(z') dz'} \rightarrow \frac{1}{S_z} \frac{\partial}{\partial z} \quad (2.95)$$

şeklinde alınırsa Nabla operatörü

$$\nabla = \frac{1}{S_x} \frac{\partial}{\partial x} \hat{\mathbf{x}} + \frac{1}{S_y} \frac{\partial}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} + \frac{1}{S_z} \frac{\partial}{\partial z} \hat{\mathbf{z}} \quad (2.96)$$

halini alır. Yukarıdaki Nabla operatörünün Maxwell denklemlerine uygulanması sonucu gerdirilmiş kompleks koordinat sistemine aktarılmasıyla GMUK için yansıma katsayısının sıfır olduğu şart bulunabilmektedir.

Maxwell denklemleri için özel olarak

$$\nabla_e = \frac{1}{S_x} \frac{\partial}{\partial x} \hat{\mathbf{x}} + \frac{1}{S_y} \frac{\partial}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} + \frac{1}{S_z} \frac{\partial}{\partial z} \hat{\mathbf{z}}, \quad \nabla_h = \frac{1}{H_x} \frac{\partial}{\partial x} \hat{\mathbf{x}} + \frac{1}{H_y} \frac{\partial}{\partial y} \hat{\mathbf{y}} + \frac{1}{H_z} \frac{\partial}{\partial z} \hat{\mathbf{z}} \quad (2.97)$$

olmak üzere iki farklı Nabla operatörü tanımlansın. Bu operatörlerin frekans uzayında Maxwell denklemlerine, $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{jkr}$ ve $\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \mathbf{H}_0 e^{jkr}$ olmak üzere, düzlemsel dalga için uygulanması ile

$$\nabla_e \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = j\omega\mu\mathbf{H}(\mathbf{r}) \Rightarrow k_e \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \omega\mu\mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (2.98)$$

$$\nabla_h \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -j\omega\varepsilon\mathbf{E}(\mathbf{r}) \Rightarrow k_h \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -\omega\varepsilon\mathbf{E}(\mathbf{r}) \quad (2.99)$$

halini alır. Burada $\mathbf{k}_e$ ve $\mathbf{k}_h$ gerdirilmiş yayılım sabitleri olup

$$\mathbf{k}_e = \frac{k_x}{S_x} \hat{\mathbf{x}} + \frac{k_y}{S_y} \hat{\mathbf{y}} + \frac{k_z}{S_z} \hat{\mathbf{z}}, \quad \mathbf{k}_h = \frac{k_x}{H_x} \hat{\mathbf{x}} + \frac{k_y}{H_y} \hat{\mathbf{y}} + \frac{k_z}{H_z} \hat{\mathbf{z}} \quad (2.100)$$

şeklinde ifade edilir. İkinci Maxwell denklemi $\mathbf{k}_e$ ile vektörel çarpılarak düzenleme yapılırsa

$$\mathbf{k}_e \times \mathbf{k}_h \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -\omega\varepsilon\mathbf{k}_e \times \mathbf{E}(\mathbf{r}) \Rightarrow \mathbf{k}_e \times \mathbf{k}_h \times \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -\omega^2\varepsilon\mu\mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (2.101)$$

bulunur. Burada tekrar düzenleme yapılırsa

$$\mathbf{k}_h \cdot (\mathbf{k}_e \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r})) - (\mathbf{k}_e \cdot \mathbf{k}_h) \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}) = -\omega^2\varepsilon\mu\mathbf{H}(\mathbf{r}) \quad (2.102)$$

bulunur. Birinci Maxwell denkleminde $\mathbf{k}_e \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}) = 0$ olacağından dispersiyon bağıntısı

$$\mathbf{k}_e \cdot \mathbf{k}_h = \omega^2 \varepsilon \mu \quad (2.103)$$

şeklinde elde edilir.

2.4.3. Tek Eksenli Anizotropik MUK

Berenger MUK [Berenger, 1994] ve GMUK algoritmaları fiziksel olmayan ortamlarda tanımlanmıştır. Bu durum gerçek dünyanın modellenmesi bakımından önemli bir dezavantajdır. Bu nedenle fiziksel ve gerçekçi bir ortam olan anizotropik ortamlarda gerçekleştirilebilir olması düşüncesi ile AMUK algoritması ilk kez frekans uzayında tek eksenli anizotropik ortamlar için tanımlanmıştır. Tek Eksenli Anizotropik MUK (TAMUK) adı verilen bu SSK türü daha sonra ZUSF için önerilmiştir [Sacks, 1995; Gedney, 1996a; Gedney, 1996b].

TAMUK algoritmasına göre tek bir arayüz durumunda dielektrik ve manyetik geçirgenlik bakımından tek-eksenli (*uniaxial*) anizotropik bir ortam yeterli olmaktadır. TAMUK algoritması daha önce önerilen BMUK algoritmasının gerektirdiği ve fiziksel olmayan alan bileşenlerinin ayrımını gerektirmez.

Buna göre, rastgele polarizasyona sahip zaman harmonik düzlemsel dalga, basit ortam olan $x < 0$ bölgesinde $\mathbf{H}(\omega) = \mathbf{H}_0 e^{-jk_{1x}x - jk_{1y}y}$ şeklinde manyetik alana sahip olsun. Anizotropik ortam olan $x > 0$ bölgesinin tek eksenli tensör yapısındaki elektrik ve manyetik geçirgenlikleri ise

$$\bar{\bar{\varepsilon}}_2 = \varepsilon_2 \begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & b \end{vmatrix}; \quad \bar{\bar{\mu}}_2 = \mu_2 \begin{vmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & d \end{vmatrix} \quad (2.104)$$

ile ifade edilsin. $x = 0$ ara yüzüne TE_z polarizasyonlu bir dalga gelmesi durumunda izotropik 1 bölgesinde toplam alan

$$\mathbf{H}_1 = H_0 (1 + \Gamma e^{j2k_{1x}x}) e^{-j2k_{1x}x - j2k_{1y}y} \hat{\mathbf{z}} \quad (2.105)$$

$$\mathbf{E}_1 = \left[-\frac{k_{1y}}{\omega \varepsilon_1} (1 + \Gamma e^{j2k_{1x}x}) \hat{\mathbf{x}} + \frac{k_{1x}}{\omega \varepsilon_1} (1 + \Gamma e^{j2k_{1x}x}) \hat{\mathbf{y}} \right] H_0 e^{-j2k_{1x}x - j2k_{1y}y} \hat{\mathbf{z}} \quad (2.106)$$

şeklinde gelen ve yansıyan alanların toplamı olarak bulunur. Anizotropik 2 bölgesindeki toplam alanlar

$$\mathbf{H}_2 = H_0 T e^{-j2k_{1x}x - j2k_{1y}y} \hat{\mathbf{z}} \quad (2.107)$$

$$\mathbf{E}_2 = \left[-\frac{k_{2y}}{\omega \varepsilon_2 a} \hat{\mathbf{x}} + \frac{k_{2x}}{\omega \varepsilon_2 b} \hat{\mathbf{y}} \right] H_0 T e^{-j2k_{1x}x - j2k_{1y}y} \hat{\mathbf{z}} \quad (2.108)$$

ile ifade edilir. Burada Γ ve T sırasıyla yansıma ve iletim katsayılarını gösterir. Her iki katsayı da teğetsel elektrik ve manyetik alanların $x=0$ ara yüzünde sürekli olması koşulundan yola çıkılarak

$$\Gamma = \frac{k_{1x} - \frac{k_{2x}}{b}}{k_{1x} + \frac{k_{2x}}{b}}, \quad T = 1 + \Gamma = \frac{k_{1x} - \frac{k_{2x}}{b}}{k_{1x} + \frac{k_{2x}}{b}} \quad (2.109)$$

şeklinde bulunur. Bu durumda $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$, $\mu_1 = \mu_2$, $d = b$ ve $a^{-1} = b$ olursa

$$k_{2x} = b k_{1x} \quad (2.110)$$

olduğu gösterilebilir. Yansıma katsayısında yerine konulursa

$$\Gamma = \frac{k_{1x} - \frac{k_{2x}}{b}}{k_{1x} + \frac{k_{2x}}{b}} = \frac{k_{1x} - k_{1x}}{k_{1x} + k_{1x}} = 0 \quad (2.111)$$

olmak üzere tüm açı ve frekanslarda yansımanın sıfır olduğu görülür. Daha genel olarak

$$\bar{\bar{\epsilon}}_2 = \epsilon_2 \begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & b \end{vmatrix} \quad (2.112)$$

$$\bar{\bar{\epsilon}} = \bar{\bar{\mu}} = \begin{vmatrix} S_x^{-1} S_y S_z & 0 & 0 \\ 0 & S_x S_y^{-1} S_z & 0 \\ 0 & 0 & S_x S_y S_z^{-1} \end{vmatrix} \quad (2.113)$$

$$S_x(\omega) = 1 + \frac{\sigma_x}{j\omega\epsilon_0}, \quad S_y(\omega) = 1 + \frac{\sigma_y}{j\omega\epsilon_0}, \quad S_z(\omega) = 1 + \frac{\sigma_z}{j\omega\epsilon_0} \quad (2.114)$$

ile gösterilebilir. Bu ifadeler Maxwell denklemlerine uygulanırsa

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) &= -j\omega\mu_0\mu_r \bar{\bar{\mu}} \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) \\ &= -j\omega\mu_0\mu_r \begin{vmatrix} \frac{S_y(\omega)S_z(\omega)}{S_x(\omega)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{S_z(\omega)S_x(\omega)}{S_y(\omega)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{S_x(\omega)S_y(\omega)}{S_z(\omega)} \end{vmatrix} \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) \end{aligned} \quad (2.115)$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, \omega) &= j\omega\epsilon_0\epsilon_r \bar{\bar{\epsilon}} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \\ &= j\omega\epsilon_0\epsilon_r \begin{vmatrix} \frac{S_y(\omega)S_z(\omega)}{S_x(\omega)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{S_z(\omega)S_x(\omega)}{S_y(\omega)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{S_x(\omega)S_y(\omega)}{S_z(\omega)} \end{vmatrix} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \omega) \end{aligned} \quad (2.116)$$

bulunur. İkinci Maxwell denklemi açık halde

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} \frac{\partial H_z(\mathbf{r}, \omega)}{\partial y} - \frac{\partial H_y(\mathbf{r}, \omega)}{\partial z} \\ \frac{\partial H_x(\mathbf{r}, \omega)}{\partial z} - \frac{\partial H_z(\mathbf{r}, \omega)}{\partial x} \\ \frac{\partial H_y(\mathbf{r}, \omega)}{\partial x} - \frac{\partial H_x(\mathbf{r}, \omega)}{\partial y} \end{bmatrix} \\
& = j\omega\epsilon_0\epsilon_r \begin{vmatrix} \frac{S_y(\omega)S_z(\omega)}{S_x(\omega)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{S_z(\omega)S_x(\omega)}{S_y(\omega)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{S_x(\omega)S_y(\omega)}{S_z(\omega)} \end{vmatrix} \begin{bmatrix} E_x(\mathbf{r}, \omega) \\ E_y(\mathbf{r}, \omega) \\ E_z(\mathbf{r}, \omega) \end{bmatrix} \quad (2.117)
\end{aligned}$$

olarak yazılır. Denklemin ilk terimi

$$\frac{\partial H_z(\mathbf{r}, \omega)}{\partial y} - \frac{\partial H_y(\mathbf{r}, \omega)}{\partial z} = j\omega\epsilon_0\epsilon_r \frac{S_y(\omega)S_z(\omega)}{S_x(\omega)} E_x(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.118)$$

olarak ele alınsın. Bu denklem aşağıdaki gibi düzenlenerek

$$\frac{\partial H_z(\mathbf{r}, \omega)}{\partial y} - \frac{\partial H_y(\mathbf{r}, \omega)}{\partial z} = j\omega S_z(\omega) \epsilon_0\epsilon_r \frac{S_y(\omega)}{S_x(\omega)} E_x(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.119)$$

$D'_x(\mathbf{r}, \omega) = \epsilon_0\epsilon_r \frac{S_y(\omega)}{S_x(\omega)} E_x(\mathbf{r}, \omega)$ olarak tanımlanırsa

$$\frac{\partial H_z(\mathbf{r}, \omega)}{\partial y} - \frac{\partial H_y(\mathbf{r}, \omega)}{\partial z} = j\omega S_z(\omega) D'_x(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.120)$$

bulunur. Burada $S_z(\omega)$ değeri yerine konularak

$$\frac{\partial H_z(\mathbf{r}, \omega)}{\partial y} - \frac{\partial H_y(\mathbf{r}, \omega)}{\partial z} = j\omega \left(1 + \frac{\sigma_z}{j\omega\epsilon_0} \right) D'_x(\mathbf{r}, \omega) = \left(j\omega + \frac{\sigma_z}{\epsilon_0} \right) D'_x(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.121)$$

elde edilir. Bu ifadenin ters Fourier dönüşümü alınır

$$\frac{\partial H_z(\mathbf{r}, t)}{\partial y} - \frac{\partial H_y(\mathbf{r}, t)}{\partial z} = \frac{\partial D'_x(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{\sigma_z}{\varepsilon_0} D'_x(\mathbf{r}, t) \quad (2.122)$$

bulunur. Ayırıklaştırma yapılırsa

$$\begin{aligned} & \frac{H_z^{n+1/2}(i, j+1, k) - H_z^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n+1/2}(i, j, k+1) - H_y^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta z} \\ &= \frac{D_x^{n+1}(i, j, k) - D_x^n(i, j, k)}{\Delta t} + \frac{\sigma_z}{\varepsilon_0} D_x^{n+1/2}(i, j, k) \\ &= \frac{D_x^{n+1}(i, j, k) - D_x^n(i, j, k)}{\Delta t} + \frac{\sigma_z}{\varepsilon_0} \left(\frac{D_x^{n+1}(i, j, k) + D_x^n(i, j, k)}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.123)$$

elde edilir. D_x^{n+1} , D_y^{n+1} ve D_z^{n+1} çekilirse

$$\begin{aligned} D_x^{n+1}(i, j, k) &= \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right) \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right)^{-1} D_x^n(i, j, k) \\ &+ \frac{1}{\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right)} \left(\frac{H_z^{n+1/2}(i, j+1, k) - H_z^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta y} - \frac{H_y^{n+1/2}(i, j, k+1) - H_y^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta z} \right) \end{aligned} \quad (2.124)$$

$$\begin{aligned} D_y^{n+1}(i, j, k) &= \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right) \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right)^{-1} D_y^n(i, j, k) \\ &+ \frac{1}{\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right)} \left(\frac{H_x^{n+1/2}(i, j, k+1) - H_x^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta z} - \frac{H_z^{n+1/2}(i+1, j, k) - H_z^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta x} \right) \end{aligned} \quad (2.125)$$

$$\begin{aligned} D_z^{n+1}(i, j, k) &= \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right) \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right)^{-1} D_z^n(i, j, k) \\ &+ \frac{1}{\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right)} \left(\frac{H_y^{n+1/2}(i+1, j, k) - H_y^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta x} - \frac{H_x^{n+1/2}(i, j+1, k) - H_x^{n+1/2}(i, j, k)}{\Delta y} \right) \end{aligned} \quad (2.126)$$

bulunur. Buradan $D'_x(\mathbf{r}, t)$ ve $E_x(\mathbf{r}, t)$ arasında bağıntı bulmak amacıyla

$$D'_x(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S_y(\omega)}{S_x(\omega)} E_x(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.127)$$

kullanılarak $S_y(\omega)$ ve $S_x(\omega)$ yerine yazılırsa

$$\frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left(1 + \frac{\sigma_x}{j\omega \varepsilon_0} \right) D'_x(\mathbf{r}, \omega) = \left(1 + \frac{\sigma_y}{j\omega \varepsilon_0} \right) E_x(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.128)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left(j\omega + \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} \right) D'_x(\mathbf{r}, \omega) = \left(j\omega + \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0} \right) E_x(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.129)$$

elde edilir. Bu bağıntı ters Fourier dönüşümü alınarak ayrıklaştırılırsa

$$\frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left(\frac{\partial D'_x(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} D'_x(\mathbf{r}, t) \right) = \frac{\partial E_x(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0} E_x(\mathbf{r}, t) \quad (2.130)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left(\frac{D_x^{n+1}(i, j, k) - D_x^n(i, j, k)}{\Delta t} + \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} D_x^{n+1/2}(i, j, k) \right) \\ &= \frac{E_x^{n+1}(i, j, k) - E_x^n(i, j, k)}{\Delta t} + \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0} E_x^{n+1/2}(i, j, k) \end{aligned} \quad (2.131)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} \left[\frac{D_x^{n+1}(i, j, k) - D_x^n(i, j, k)}{\Delta t} + \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} \left(\frac{D_x^{n+1}(i, j, k) + D_x^n(i, j, k)}{2} \right) \right] \\ &= \frac{E_x^{n+1}(i, j, k) - E_x^n(i, j, k)}{\Delta t} + \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0} \left(\frac{E_x^{n+1}(i, j, k) + E_x^n(i, j, k)}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.132)$$

elde edilir. Burada E_x^{n+1} , E_y^{n+1} , E_z^{n+1} çekilirse

$$\begin{aligned}
E_x^{n+1}(i, j, k) &= \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right) \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right)^{-1} E_x^n(i, j, k) \\
&+ \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right)} \left[\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right) D_x^{n+1}(i, j, k) - \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right) D_x^n(i, j, k) \right] \quad (2.133)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_y^{n+1}(i, j, k) &= \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right) \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right)^{-1} E_y^n(i, j, k) \\
&+ \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right)} \left[\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right) D_y^{n+1}(i, j, k) - \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right) D_y^n(i, j, k) \right] \quad (2.134)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_z^{n+1}(i, j, k) &= \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right) \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right)^{-1} E_z^n(i, j, k) \\
&+ \frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right)} \left[\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right) D_z^{n+1}(i, j, k) - \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right) D_z^n(i, j, k) \right] \quad (2.135)
\end{aligned}$$

bulunur. Benzer biçimde ikinci Maxwell denklemi açık olarak

$$\begin{aligned}
&\left[\begin{array}{c} \frac{\partial E_z(\mathbf{r}, \omega)}{\partial y} - \frac{\partial E_y(\mathbf{r}, \omega)}{\partial z} \\ \frac{\partial E_x(\mathbf{r}, \omega)}{\partial z} - \frac{\partial E_z(\mathbf{r}, \omega)}{\partial x} \\ \frac{\partial E_y(\mathbf{r}, \omega)}{\partial x} - \frac{\partial E_x(\mathbf{r}, \omega)}{\partial y} \end{array} \right] \\
&= -j\omega\mu_0\mu_r \left[\begin{array}{ccc} \frac{S_y(\omega)S_z(\omega)}{S_x(\omega)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{S_z(\omega)S_x(\omega)}{S_y(\omega)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{S_x(\omega)S_y(\omega)}{S_z(\omega)} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c} H_x(\mathbf{r}, \omega) \\ H_y(\mathbf{r}, \omega) \\ H_z(\mathbf{r}, \omega) \end{array} \right] \quad (2.136)
\end{aligned}$$

biçiminde yazılabilir. Denklemin ilk terimi

$$\frac{\partial E_z(\mathbf{r}, \omega)}{\partial y} - \frac{\partial E_y(\mathbf{r}, \omega)}{\partial z} = -j\omega\mu_0\mu_r \frac{S_y(\omega)S_z(\omega)}{S_x(\omega)} H_x(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.137)$$

olarak yazılır. Bu denklem aşağıdaki gibi düzenlenerek

$$\frac{\partial E_z(\mathbf{r}, \omega)}{\partial y} - \frac{\partial E_y(\mathbf{r}, \omega)}{\partial z} = -j\omega S_z(\omega) \mu_0 \mu_r \frac{S_y(\omega)}{S_x(\omega)} H_x(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.138)$$

$B'_x(\mathbf{r}, \omega) = \mu_0 \mu_r \frac{S_y(\omega)}{S_x(\omega)} H_x(\mathbf{r}, \omega)$ olarak tanımlanarak

$$\frac{\partial E_z(\mathbf{r}, \omega)}{\partial y} - \frac{\partial E_y(\mathbf{r}, \omega)}{\partial z} = -j\omega S_z(\omega) B'_x(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.139)$$

şeklinde yazılır. Burada $S_z(\omega)$ değeri yerine konularak

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z(\mathbf{r}, \omega)}{\partial y} - \frac{\partial E_y(\mathbf{r}, \omega)}{\partial z} &= -j\omega \left(1 + \frac{\sigma_z}{j\omega \epsilon_0} \right) B'_x(\mathbf{r}, \omega) \\ &= - \left(j\omega + \frac{\sigma_z}{\epsilon_0} \right) B'_x(\mathbf{r}, \omega) \end{aligned} \quad (2.140)$$

bulunur. Bu ifadenin ters Fourier dönüşümü alınır

$$\frac{\partial E_z(\mathbf{r}, t)}{\partial y} - \frac{\partial E_y(\mathbf{r}, t)}{\partial z} = - \frac{\partial B'_x(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \frac{\sigma_z}{\epsilon_0} B'_x(\mathbf{r}, t) \quad (2.141)$$

bulunur. Ayırıklaştırma yapılırsa

$$\begin{aligned} & \frac{E_z^n(i, j+1, k) - E_z^n(i, j, k)}{\Delta y} - \frac{E_y^n(i, j, k+1) - E_y^n(i, j, k)}{\Delta z} \\ &= - \frac{B_x^{n+1/2}(i, j, k) - B_x^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} - \frac{\sigma_z}{\epsilon_0} B_x^n(i, j, k) \\ &= - \frac{B_x^{n+1/2}(i, j, k) - B_x^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} - \frac{\sigma_z}{\epsilon_0} \left(\frac{B_x^{n+1/2}(i, j, k) + B_x^{n-1/2}(i, j, k)}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.142)$$

elde edilir. B_x^{n+1} , B_y^{n+1} ve B_z^{n+1} çekilirse

$$B_x^{n+1/2}(i, j, k) = \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right) \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right)^{-1} B_x^{n-1/2}(i, j, k) - \frac{1}{\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right)} \left(\frac{E_z^n(i, j+1, k) - E_z^n(i, j, k)}{\Delta y} - \frac{E_y^n(i, j, k+1) - E_y^n(i, j, k)}{\Delta z} \right) \quad (2.143)$$

$$B_y^{n+1/2}(i, j, k) = \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right) \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right)^{-1} B_y^{n-1/2}(i, j, k) - \frac{1}{\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right)} \left(\frac{E_x^n(i, j, k+1) - E_x^n(i, j, k)}{\Delta z} - \frac{E_z^n(i+1, j, k) - E_z^n(i, j, k)}{\Delta x} \right) \quad (2.144)$$

$$B_z^{n+1/2}(i, j, k) = \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right) \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right)^{-1} B_z^{n-1/2}(i, j, k) - \frac{1}{\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right)} \left(\frac{E_y^n(i+1, j, k) - E_y^n(i, j, k)}{\Delta x} - \frac{E_x^n(i, j+1, k) - E_x^n(i, j, k)}{\Delta y} \right) \quad (2.145)$$

bulunur. Buradan $B'_x(\mathbf{r}, t)$ ve $H_x(\mathbf{r}, t)$ arasında bağıntı bulmak amacı ile

$$B'_x(\mathbf{r}, \omega) = \mu_0 \mu_r \frac{S_y(\omega)}{S_x(\omega)} H_x(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.146)$$

denklemini kullanarak $S_y(\omega)$ ve $S_x(\omega)$ yerine konulursa

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \left(1 + \frac{\sigma_x}{j\omega \varepsilon_0} \right) B'_x(\mathbf{r}, \omega) = \left(1 + \frac{\sigma_y}{j\omega \varepsilon_0} \right) H_x(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.147)$$

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \left(j\omega + \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} \right) B'_x(\mathbf{r}, \omega) = \left(j\omega + \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0} \right) H_x(\mathbf{r}, \omega) \quad (2.148)$$

bulunur. Bu denklemin ters Fourier dönüşümü alınarak ayrıklaştırma yapılırsa

$$\frac{1}{\mu_0 \mu_r} \left(\frac{\partial B'_x(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} B'_x(\mathbf{r}, t) \right) = \frac{\partial H_x(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0} H_x(\mathbf{r}, t) \quad (2.149)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \left(\frac{B_x'^{n+1/2}(i, j, k) - B_x'^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} + \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} B_x'^{n+1/2}(i, j, k) \right) \\ &= \frac{H_x^{n+1/2}(i, j, k) - H_x^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} + \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0} H_x^n(i, j, k) \end{aligned} \quad (2.150)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \left[\frac{B_x'^{n+1/2}(i, j, k) - B_x'^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} + \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} \left(\frac{B_x'^{n+1/2}(i, j, k) + B_x'^{n-1/2}(i, j, k)}{2} \right) \right] \\ &= \frac{H_x^{n+1/2}(i, j, k) - H_x^{n-1/2}(i, j, k)}{\Delta t} + \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0} \left(\frac{H_x^{n+1/2}(i, j, k) + H_x^{n-1/2}(i, j, k)}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.151)$$

elde edilir. Bu bağıntıdan $H_x^{n+1/2}(i, j, k)$, $H_y^{n+1/2}(i, j, k)$, $H_z^{n+1/2}(i, j, k)$ çekilirse

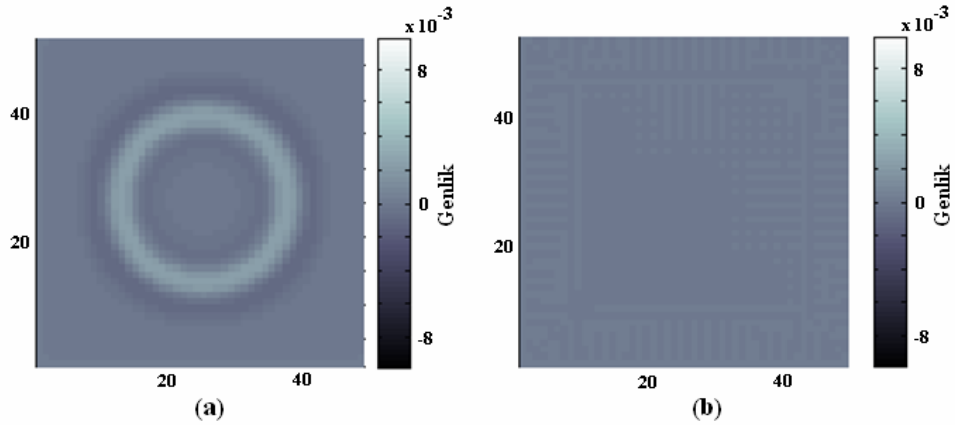
$$\begin{aligned} H_x^{n+1/2}(i, j, k) &= \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right) \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right)^{-1} H_x^{n-1/2}(i, j, k) \\ &+ \frac{1}{\mu_0 \mu_r \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right)} \left[\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right) B_x'^{n+1/2}(i, j, k) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right) B_x'^{n-1/2}(i, j, k) \right] \end{aligned} \quad (2.152)$$

$$\begin{aligned} H_y^{n+1/2}(i, j, k) &= \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right) \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right)^{-1} H_y^{n-1/2}(i, j, k) \\ &+ \frac{1}{\mu_0 \mu_r \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right)} \left[\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right) B_y'^{n+1/2}(i, j, k) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_y}{2\varepsilon_0} \right) B_y'^{n-1/2}(i, j, k) \right] \end{aligned} \quad (2.153)$$

$$\begin{aligned} H_z^{n+1/2}(i, j, k) &= \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right) \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right)^{-1} H_z^{n-1/2}(i, j, k) \\ &+ \frac{1}{\mu_0 \mu_r \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_x}{2\varepsilon_0} \right)} \left[\left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right) B_z'^{n+1/2}(i, j, k) \right. \\ &\quad \left. - \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{\sigma_z}{2\varepsilon_0} \right) B_z'^{n-1/2}(i, j, k) \right] \end{aligned} \quad (2.154)$$

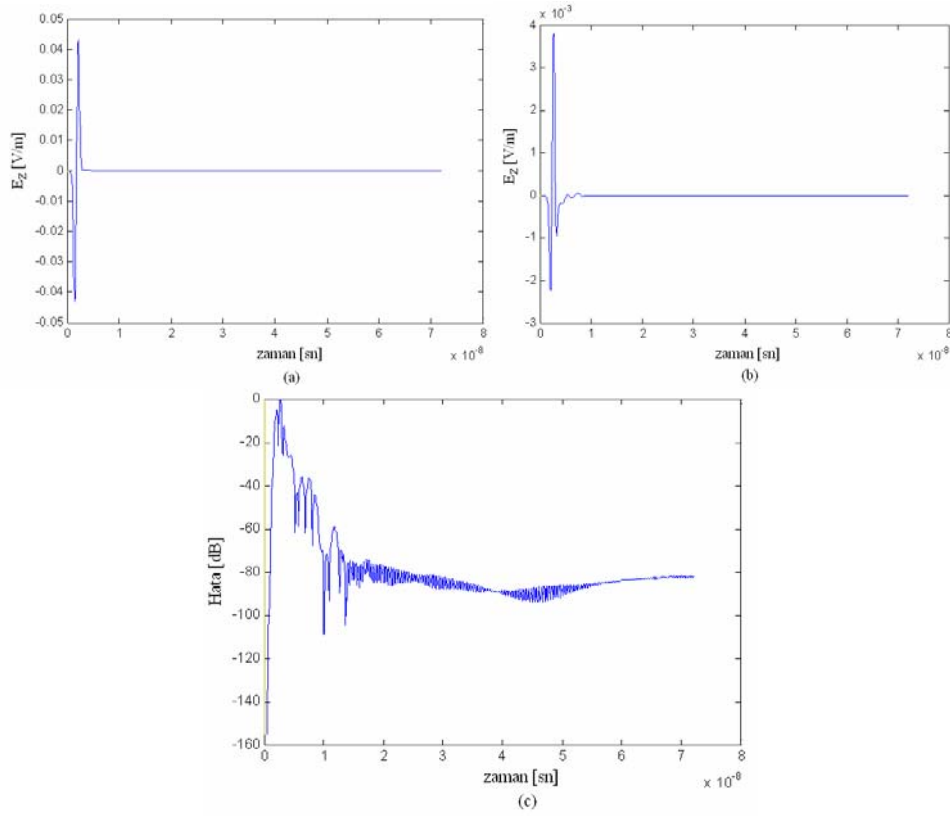
elde edilir.

Bulunan güncelleme denklemleri kullanılarak $(50 \times 50 \times 50)$ hücreden oluşan ZUSF uzayı TAMUK ile kaplanmış ve ZUSF uzayının merkezinde bulunan bir dipol yardımıyla ortama darbe sinyali verilmiştir. Benzetim boyunca 52 ve 1000 zaman adımlarında alınan E_z alan dağılımları ve genlikleri (V/m) Şekil 2.10'da görülmektedir.



Şekil 2.10 ZUSF uzayının $x - y$ düzlemindeki alan dağılımı a) 52. zaman adımı, b) 1000. zaman adımı

Bu analizde E_z alan bileşeni gözlenerek $(25, 25, 25)$ hücre numarasındaki darbe kaynağının zaman cevabı, $(30, 25, 25)$ hücre numarasında gözlenen sinyal ve bu sinyalin dB cinsinden hata miktarı Şekil 2.11'de verilmiştir. $E_{z, gözlenen}$ o andaki gözlenen sinyal miktarı ve $E_{z, maksimum}$ benzetim boyunca görülen en büyük sinyal miktarı olmak üzere hata miktarı $20 \log(E_{z, gözlenen} / E_{z, maksimum})$ ile hesaplanmıştır.



Şekil 2.11 a) Darbe kaynağının zaman cevabı, b) gözlem noktasındaki zaman cevabı, c) gözlem noktasındaki dB cinsinden sinyal miktarı

Uygulanan TAMUK sınır koşulunun sadece -80 dB seviyesinde bir hataya neden olduğu Şekil 2.11’de görülmektedir. Bu değer uygulama için başarılıdır ve ZUSF kodunda kullanılacaktır.

2.4.4. İletken Ortamlar için Gerdirilmiş MUK

İletken yani kayıplı ortamlarda ve zaman uzayında elektromanyetik dalga benzetimi (*simulation*), tıbbi görüntüleme, tahribatsız muayene ve jeofiziksel yeraltı görüntüleme gibi bir çok uygulamada önemlidir. Maxwell denklemlerinin zaman uzayı çözümünde kullanılan en baskın yöntem de ZUSF’dir [Yee, 1966] ve genelde yeterli ayırıklaştırmayla çok memnun edici sonuçlar vermektedir.

ZUSF ile açık alan dalga yayılımı problemi çözülmek istendiğinde sonlu hesap uzayı sınırlarından gelen yansımaların yok edilmesi için yapay sınır koşulları kullanılmaktadır. Bunlar giden dalgaları soğurmak için geliştirildiklerinden soğurucu

sınır koşulları (SSK, absorbing boundary condition-ABC) olarak adlandırılırlar. Birçok SSK'ya göre Berenger tarafından geliştirilen BMUK [Berenger, 1994], çok yüksek soğurma etkinliğine sahiptir. BMUK bölgesinde bir çeşit soğurucu malzeme tanımlandığından hem hesap uzayı hem de BMUK bölgesi için iki ayrı kod bölümü gerektirir. Bu kod yapısı paralel programlama için çok uygundur.

BMUK iletken olmayan ortamlar için geçerlidir. İletken ortamlarda BMUK algoritmasının çalışabilmesi için yapay MUK kayıpları ile gerçek ortam kayıplarının uyumlaştırılması gerekmektedir. İletken ortamlar için GMUK algoritması, MUK'un gerdirilmiş koordinat yorumuna [Chew, 1994] dayanmaktadır ve elastik dalga yayılımı için sunulan formülasyon [Chew, 1996a; Chew, 1996b] iletken ortamlara uygulanarak geliştirilmiştir [Liu, 1997]. Önemli bir özelliği, sınırı kesen eğimli yüzeyler için çalışabilmesidir.

Homojen olmayan ve izotropik ortamlar için kaynaksız Maxwell denklemlerindeki Faraday ve Ampere kanunları

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \quad (2.155)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \sigma \mathbf{E} \quad (2.156)$$

olarak verilir. Burada $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{r})$ uzay bağımlı elektrik geçirgenlik, $\mu = \mu(\mathbf{r})$ uzay bağımlı manyetik geçirgenlik, $\sigma = \sigma(\mathbf{r})$ uzay bağımlı iletkenliktir. İletken ortam için tanımlı (2.155) ve (2.156) denklemlerinin açık uzay problemlerinde kullanılabilmesi için sonlu hesap uzayının, uygun yansısız SSK (GMUK) ile sonlandırılması gerekmektedir.

Zaman bağımlılığı $e^{-j\omega t}$ olmak üzere (2.155) ve (2.156) denklemleri frekans uzayında ve gerdirilmiş koordinatlarda

$$\nabla_e \times \mathbf{E} = j\omega\mu\mathbf{H} \quad (2.157)$$

$$\nabla_e \times \mathbf{H} = (-j\omega\varepsilon + \sigma)\mathbf{E} \quad (2.158)$$

olarak yazılır. Gerdirilmiş koordinatlarda ∇_e operatörü, kompleks koordinat-gerdirmeye değişkenleri e_η ($\eta = x, y, z$) kullanılarak

$$\nabla_e = \sum_{\eta=x,y,z} \hat{\mathbf{n}} \frac{1}{e_\eta} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (2.159)$$

ile tanımlanır. İletken ortamlar için kompleks koordinat-gerdirmeye değişkeni

$$e_\eta = a_\eta + j \frac{\omega_\eta}{\omega} \quad (2.160)$$

şeklinde seçilir. Burada a_η zayıflamayı hızlandırmak için kullanılan ölçekleme çarpanını, sanal kısımdaki ω_η ise GMUK kaybını göstermektedir.

Alan bileşenleri gerdirilmiş koordinatlara göre $\mathbf{E} = \mathbf{E}^{(x)} + \mathbf{E}^{(y)} + \mathbf{E}^{(z)}$ ve $\mathbf{H} = \mathbf{H}^{(x)} + \mathbf{H}^{(y)} + \mathbf{H}^{(z)}$ olarak ayrılır. Bu ayrılmış alan bileşenleri, (2.155) ve (2.156) denklemlerinde yerlerine konduktan sonra denklemler zaman uzayına çevrilirse

$$a_\eta \mu \frac{\partial \mathbf{H}^{(\eta)}}{\partial t} + \mu \omega_\eta \mathbf{H}^{(\eta)} = - \frac{\partial}{\partial \eta} (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}) \quad (2.161)$$

$$a_\eta \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}^{(\eta)}}{\partial t} + (a_\eta \sigma + \omega_\eta \varepsilon) \mathbf{E}^{(\eta)} + \omega_\eta \sigma \int_{-\infty}^t \mathbf{E}^{(\eta)} dt = \frac{\partial}{\partial \eta} (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H}) \quad (2.162)$$

elde edilir. Herbir $\mathbf{E}^{(\eta)}$ ve $\mathbf{H}^{(\eta)}$ alanı, η 'ya dik iki skaler bileşene sahip olduğundan (2.161) ve (2.162) denklemleri, 12 skaler denklem içermektedir. (2.162) denkleminde bulunan zaman integrallli elektrik alan terimi, GMUK kaybı ile gerçek ortamın iletkenlik kaybı arasındaki uyumluluğu sağlamaktadır.

Örneğin $\mathbf{E}^{(y)}$ alanının x bileşeni için ZUSF güncelleme denklemini elde etmek amacıyla (2.162) denkleminden yazılan

$$a_\eta \varepsilon \frac{\partial E_x^{(\eta)}}{\partial t} + (a_\eta \sigma + \omega_\eta \varepsilon) E_x^{(\eta)} + \omega_\eta \sigma \int_{-\infty}^t E_x^{(\eta)} dt = \frac{\partial}{\partial \eta} (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H})_x \quad (2.163)$$

skaler denklemi $\eta = y$ için

$$a_y \varepsilon \frac{\partial E_x^{(y)}}{\partial t} + (a_y \sigma + \omega_y \varepsilon) E_x^{(y)} + \omega_y \sigma \int_{-\infty}^t E_x^{(y)} dt = \frac{\partial}{\partial y} (\hat{\mathbf{y}} \times \mathbf{H})_x \quad (2.164)$$

yazılarak

$$I_E = \int_{-\infty}^t E_x^{(y)} dt \equiv \sum_{m=0}^n E_x^{(y)}(m) \Delta t \quad (2.165)$$

olmak üzere

$$\begin{aligned} a_y \varepsilon \frac{E_x^{(y)}(n+1) - E_x^{(y)}(n)}{\Delta t} + (a_y \sigma + \omega_y \varepsilon) \frac{E_x^{(y)}(n+1) + E_x^{(y)}(n)}{2} \\ + \omega_y \sigma \cdot I_E(n+1/2) = \frac{1}{\Delta y} [H_z(i, j, k; n) - H_z(i, j-1, k; n)] \end{aligned} \quad (2.166)$$

şeklinde ayrıklaştırılması gerekir. Burada yazım kolaylığı nedeniyle $E_x^{(y)}(n) = E_x^{(y)}(i, j, k, n)$ olarak gösterilmiştir ve bundan sonra eğer (i, j, k) değerlerinde farklılık yoksa alanlar için $E_x^{(y)}(n)$ gibi sadece zaman adımı numarası kullanılacaktır. Aradeğerleme kullanılarak yarım zaman adımında olan $I_E(n+1/2)$ terimi, tam zaman adımları cinsinden

$$\begin{aligned} I_E(n+1/2) &= \sum_{m=0}^n E_x^{(y)}(m+1/2) \Delta t = \Delta t \sum_m \frac{E_x^{(y)}(m) + E_x^{(y)}(m+1)}{2} \\ &= \frac{\Delta t}{2} \sum E_x^{(y)}(0) + 2E_x^{(y)}(m) + E_x^{(y)}(m+1) \\ &= \frac{\Delta t}{2} \sum_{m=1}^n 2E_x^{(y)}(m) + \frac{\Delta t}{2} E_x^{(y)}(n+1) \end{aligned} \quad (2.167)$$

şeklinde ifade edilir. (2.167) ifadesi (2.166) denkleminde yerine yazılıp denklem düzenlenirse

$$\begin{aligned} & \left(\frac{a_y \varepsilon}{\Delta t} + \frac{a_y \sigma + \omega_y \varepsilon}{2} + \frac{\omega_y \sigma \Delta t}{2} \right) E_x^{(y)}(n+1) - \left(\frac{a_y \varepsilon}{\Delta t} - \frac{a_y \sigma + \omega_y \varepsilon}{2} \right) E_x^{(y)}(n) \\ & + \omega_y \sigma \Delta t \sum_{m=1}^n E_x^{(y)}(m) = \frac{1}{\Delta y} [H_z(i, j, k; n) - H_z(i, j-1, k; n)] \end{aligned} \quad (2.168)$$

bulunur. Bu denklemden $E_x^{(y)}(n+1)$ çekilirse ilgili alan bileşenine ait ZUSF güncelleme denklemi

$$\begin{aligned} E_x^{(y)}(n+1) = f_1 E_x^{(y)}(n) + f_2 [H_z(i, j, k; n) - H_z(i, j-1, k; n)] \\ + f_3 E_{1_x}^{(y)}(n) \end{aligned} \quad (2.169)$$

bulunur. Burada

$$f_1 = \frac{\varepsilon \left(\frac{a_y}{\Delta t} - \frac{\omega_y}{2} \right) - \frac{a_y \sigma}{2}}{\varepsilon \left(\frac{a_y}{\Delta t} + \frac{\omega_y}{2} \right) + \frac{\sigma}{2} (a_y + \omega_y \Delta t)} , \quad (2.170)$$

$$f_2 = \frac{1/\Delta y}{\varepsilon \left(\frac{a_y}{\Delta t} + \frac{\omega_y}{2} \right) + \frac{\sigma}{2} (a_y + \omega_y \Delta t)} , \quad (2.171)$$

$$f_3 = - \frac{\omega_y \sigma \Delta t}{\varepsilon \left(\frac{a_y}{\Delta t} + \frac{\omega_y}{2} \right) + \frac{\sigma}{2} (a_y + \omega_y \Delta t)} \quad (2.172)$$

$$E_{1_x}^{(y)}(n) = \sum_{m=1}^n E_x^{(y)}(m) \quad (2.173)$$

olarak kısaltılmıştır ve (i, j, k) uzamsal indisleri, n ise zaman indisini göstermektedir. Benzer işlemler örneğin $H_x^{(y)}$ manyetik alanı için de yapılabilir. (2.161) denkleminde $\mathbf{H}^{(y)}$ için

$$a_\eta \mu \frac{\partial \mathbf{H}^{(y)}}{\partial t} + \mu \omega_\eta \mathbf{H}^{(y)} = - \frac{\partial}{\partial \eta} (\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}) \quad (2.174)$$

yazılabilir. Buradan $H_x^{(y)}$ için

$$a_y \mu \frac{\partial H_x^{(y)}}{\partial t} + \mu \omega_y H_x^{(y)} = -\frac{\partial}{\partial y} E_z \quad (2.175)$$

olduğu görülmektedir. ZUSF için ayrıklaştırma yapılırsa

$$\begin{aligned} a_y \mu \frac{H_x^{(y)}(n+1) - H_x^{(y)}(n)}{\Delta t} + \mu \omega_y \frac{H_x^{(y)}(n+1) + H_x^{(y)}(n)}{2} \\ = -\frac{E_z(i, j, k; n) - E_z(i, j-1, k; n)}{\Delta y} \end{aligned} \quad (2.176)$$

ve $H_x^{(y)}(n+1)$ için ifade düzenlenirse güncelleme denkleminin son hali

$$\begin{aligned} H_x^{(y)}(n+1) = \frac{\left(\frac{a_y \mu}{\Delta t} - \frac{\mu \omega_y}{2} \right)}{\left(\frac{a_y \mu}{\Delta t} + \frac{\mu \omega_y}{2} \right)} H_x^{(y)}(n) \\ - \frac{1}{\Delta y} \frac{1}{\left(\frac{a_y \mu}{\Delta t} + \frac{\mu \omega_y}{2} \right)} [E_z(i, j, k; n) - E_z(i, j-1, k; n)] \end{aligned} \quad (2.177)$$

olarak bulunur.

Diğer elektrik ve manyetik alan bileşenleri de benzer şekilde elde edilebilir. Kodlamada kolaylık sağlayan toplu bir gösterim olması amacıyla ayrılmış alan bileşenleri

$$a_\eta = \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \quad (2.178)$$

şeklinde matris biçiminde gösterilirse (2.162) denklemi

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \mathbf{E}^{(x)} \\ \mathbf{E}^{(y)} \\ \mathbf{E}^{(z)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_x \sigma + \omega_x \varepsilon \\ a_y \sigma + \omega_y \varepsilon \\ a_z \sigma + \omega_z \varepsilon \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{E}^{(x)} \\ \mathbf{E}^{(y)} \\ \mathbf{E}^{(z)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_x \sigma \\ \omega_y \sigma \\ \omega_z \sigma \end{bmatrix} \int_{-\infty}^t \begin{bmatrix} \mathbf{E}^{(x)} \\ \mathbf{E}^{(y)} \\ \mathbf{E}^{(z)} \end{bmatrix} dt = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} (\hat{\mathbf{z}} H_y - \hat{\mathbf{y}} H_z) \\ \frac{\partial}{\partial y} (\hat{\mathbf{x}} H_z - \hat{\mathbf{z}} H_x) \\ \frac{\partial}{\partial z} (\hat{\mathbf{y}} H_x - \hat{\mathbf{x}} H_y) \end{bmatrix} \quad (2.179)$$

şeklinde yazılır. Δ_η ifadesi η yönündeki türev değişimini

$$\Delta_\eta H_{x,y,z} = H_{x,y,z}(\eta) - H_{x,y,z}(\eta-1) \quad (2.180)$$

örneğin $\Delta_y H_z = H_z(i, j, k) - H_z(i, j-1, k)$ olarak göstermek üzere elektrik alanlar için ZUSF güncelleme denklemleri

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}^{(x)}(n+1) \\ \mathbf{E}^{(y)}(n+1) \\ \mathbf{E}^{(z)}(n+1) \end{bmatrix} = f_{1\eta} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{E}^{(x)}(n) \\ \mathbf{E}^{(y)}(n) \\ \mathbf{E}^{(z)}(n) \end{bmatrix} + f_{2\eta} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}} \Delta_\eta H_y - \hat{\mathbf{y}} \Delta_\eta H_z \\ \hat{\mathbf{x}} \Delta_\eta H_z - \hat{\mathbf{z}} \Delta_\eta H_x \\ \hat{\mathbf{y}} \Delta_\eta H_x - \hat{\mathbf{x}} \Delta_\eta H_y \end{bmatrix} + f_{3\eta} \cdot \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^n \mathbf{E}^{(x)}(m) \\ \sum_{m=1}^n \mathbf{E}^{(y)}(m) \\ \sum_{m=1}^n \mathbf{E}^{(z)}(m) \end{bmatrix} \quad (2.181)$$

olarak bulunmuş olur. Burada

$$f_{1\eta} = \frac{\varepsilon \left(\frac{a_\eta}{\Delta t} - \frac{\omega_\eta}{2} \right) - \frac{a_\eta \sigma}{2}}{\varepsilon \left(\frac{a_\eta}{\Delta t} + \frac{\omega_\eta}{2} \right) + \frac{\sigma}{2} (a_\eta + \omega_\eta \Delta t)} = \frac{\varepsilon \left(\frac{a_\eta}{\Delta t} - \frac{\omega_\eta}{2} \right) - \frac{a_\eta \sigma}{2}}{f_p} \quad (2.182)$$

$$f_{2\eta} = \frac{1/\Delta \eta}{f_p} \quad (2.183)$$

$$f_{3\eta} = -\frac{\omega_\eta \sigma \Delta t}{f_p} \quad (2.184)$$

yazılarak kısaltma yapılmıştır.

Benzer şekilde manyetik alanlar için

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} \cdot \mu \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{(x)} \\ \mathbf{H}^{(y)} \\ \mathbf{H}^{(z)} \end{bmatrix} + \mu \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{(x)} \\ \mathbf{H}^{(y)} \\ \mathbf{H}^{(z)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} (\hat{\mathbf{z}} E_y - \hat{\mathbf{y}} E_z) \\ \frac{\partial}{\partial y} (\hat{\mathbf{x}} E_z - \hat{\mathbf{z}} E_x) \\ \frac{\partial}{\partial z} (\hat{\mathbf{y}} E_x - \hat{\mathbf{x}} E_y) \end{bmatrix} \quad (2.185)$$

yazılarak manyetik alan güncelleme denklemleri

$$\begin{bmatrix} \mathbf{H}^{(x)}(n+1) \\ \mathbf{H}^{(y)}(n+1) \\ \mathbf{H}^{(z)}(n+1) \end{bmatrix} = g_{1\eta} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{H}^{(x)}(n) \\ \mathbf{H}^{(y)}(n) \\ \mathbf{H}^{(z)}(n) \end{bmatrix} + g_{2\eta} \cdot \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{z}} \Delta_\eta E_y - \hat{\mathbf{y}} \Delta_\eta E_z \\ \hat{\mathbf{x}} \Delta_\eta E_z - \hat{\mathbf{z}} \Delta_\eta E_x \\ \hat{\mathbf{y}} \Delta_\eta E_x - \hat{\mathbf{x}} \Delta_\eta E_y \end{bmatrix} \quad (2.186)$$

olarak bulunur. Burada

$$g_{1\eta} = \frac{\frac{a_\eta \mu}{\Delta t} - \frac{\mu \omega_\eta}{2}}{\frac{a_\eta \mu}{\Delta t} + \frac{\mu \omega_\eta}{2}} = \frac{\frac{a_\eta \mu}{\Delta t} - \frac{\mu \omega_\eta}{2}}{f_p} \quad (2.187)$$

$$g_{2\eta} = -\frac{1/\Delta_\eta}{f_p} \quad (2.188)$$

kısaltma için kullanılmış çarpanlardır.

3. FREKANS BAĞIMLI ZUSF (FB-ZUSF) İLE KAVİTE ANALİZİ VE SONUÇLAR

Klasik ZUSF (KZUSF) yöntemi bünye (ortam) parametrelerinin sabit olması kaydı ile Maxwell denklemlerinin çözümüne imkan vermektedir. Eğer bünye parametreleri frekansa bağlı (*dispersive*) ise, KZUSF ile bir kere hesap yapmak yetersiz kalacaktır. Bu durumu önlemek için daha hızlı çalışan ve çözüme daha hızlı yakınsayan Frekans Bağımlı ZUSF (FB-ZUSF) yöntemi önerilmiştir.

3.1. Frekans Bağımlı Malzemeler

Frekans bağımlı (*dispersive*) malzemeler için yer değiştirme vektörü $\mathbf{D}$ ile ilgili bünye bağıntısı

$$\mathbf{D}(\mathbf{E}) = \varepsilon_{\infty}\varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}(\mathbf{E}) \quad (3.1)$$

olarak verilir. Burada ε_{∞} yüksek frekanslarda dielektrik sabitini, $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{E}) = \varepsilon_0\chi(\mathbf{E})$ polarizasyon vektörünü gösterir ve bulunması için Newton'un hareket denkleminin çözülmesi gerekir. $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{E}) = \varepsilon_0\chi(\mathbf{E})$ makroskopik olarak zamana göre atomların dipol momentlerinin hacimsel yoğunluğunu gösterir. Bu durumda frekansa bağlı olarak dielektrik sabiti

$$\begin{aligned} \varepsilon(\omega) &= \varepsilon_0(\varepsilon_{\infty} + \chi(\omega)) \\ &= \varepsilon_{\infty}\varepsilon_0 + \varepsilon_0 \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\omega\Gamma} \end{aligned} \quad (3.2)$$

ile tanımlanır. Bu durumda

$$\chi(\omega) = \frac{\mathbf{P}(\omega)}{\varepsilon_0\mathbf{E}(\omega)} = \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\omega\Gamma} \quad (3.3)$$

olduğu görülmektedir. Bir başka bakış açısı ile

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \Rightarrow \varepsilon_\infty = 1 \quad (3.4)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \right) \Rightarrow \varepsilon_s = \left(1 + \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \right) \quad (3.5)$$

olarak tanımlanırsa

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_\infty + (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\omega\Gamma} \quad (3.6)$$

$$\chi(\omega) = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\omega\Gamma} \quad (3.7)$$

şeklinde ifade edilir. $\chi(\omega) = 0$ ve $\varepsilon_\infty = \varepsilon_r$ durumu bir limit durumu olarak basit ortamı tanımlar.

Literatürde genel olarak üç tür FB malzeme vardır. Bunlar Debye, Lorentz ve Cole-Cole türü FB malzemelerdir. Burada ilk ikisi ayrıntılı incelenecektir. Cole-Cole bağıntısı daha gerçekçi olarak dielektrik malzemeleri modellemekle beraber, söz konusu denklemlerin duyarlılıkları ve geçirgenlikleri kesirli (*fractional*) kuvvetlere sahip (tamsayı olmayan biçimde) olarak elde edilir.

3.1.1. Debye Türü FB Malzemeler

Debye türü malzemeler için skaler hareket denkleminde ilk terim ihmal edilerek $\left(d^2 \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) / dt^2 \approx 0 \right)$

$$2\Gamma \frac{d}{dt} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) + \omega_0^2 \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \omega_p^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (3.8)$$

denklemini bulunur. Burada denklemin her iki tarafı 2Γ 'ya bölünürse

$$\frac{d}{dt} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{\tau_0} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \frac{\chi_s}{\tau_0} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) \quad (3.9)$$

elde edilir. Burada $\tau_0 = (2\Gamma / \omega_0^2)$ gevşeme zamanı (*relaxation time*) ve $\chi_s = (\omega_p^2 / \omega_0^2)$ statik dielektrik duyarlılık (*susceptibility*) fonksiyonu olarak bilinir. Bu durumda $\mathbf{P}(\mathbf{E})$ ile ilgili bünne bağıntısı zamana bağılı türevleri içerdüğinden böyle ortamlar, Frekans Bağımlı (FB) ortam (*dispersive medium*) olarak bilinir. Bu durumda elde edilen birinci mertebeden lineerleştirilmiş Newton denkleminde Debye denkleminde adı verilir.

3.1.2. Lorentz Türü FB Malzemeler

$\mathbf{P}(\mathbf{E})$ için geçerli olan Newton'un hareket denkleminde aslında lineer olmayan bir denklemdir. Fakat eğer $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ genlik olarak yeterince küçük, malzeme zamanla değişmez ve homojen ise

$$\frac{d^2}{dt^2} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) + 2\Gamma \frac{d}{dt} \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) + \omega_0^2 \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \omega_p^2 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (3.10)$$

olarak yazılır. Burada Γ malzeme sabitini, ω_0 dipol momentlerinin rezonans frekansını ve ω_p plazma frekansını gösterir.

3.2. FB-ZUSF Algoritmaları

Dielektrik malzemeler konusundaki araştırmalar 1928'de Kramer, dielektrik geçirgenliğin gerçek ve sanal kısımları, cevabın nedensel olduğu ve Kronig ile birbirine bağlanması ile önem kazanıp, 1951'de Vleck tarafından dielektrik geçirgenliğin, soğurma tepeleri (*absorption peaks*) ile ilgili olarak oluşan rezonans ve gevşeme (*relaxation*) anlarındaki geçiş bölgeleri hariç yaklaşık olarak sabit ve gevşek kaldığının belirlenmesi ile devam etmiştir. 1967'de Gardiol tarafından kayıpsız ferrit malzemenin nedensel olmayan bir ortam olduğunun gösterilmesi ile (1960'larda termodinamik paradoks olarak bilinen manyetize olmuş ferritler üzerinde tartışmalar vardı.) konu tekrar önem kazanmış ve 1979'da Ngaide pek çok malzemenin özelliklerinin frekansa daha karmaşık ω^m ($m = 0.8$) şeklinde davranış sergilediğini göstermiştir. Wong 1985'te çoğu kez dielektrik problemlerinin frekans uzayında çözülerek, zaman uzayına geçmenin (ters Laplace veya Fourier dönüşümü

ile) daha ekonomik olduğunu belirtmiş olmakla beraber 1989'da Hoefer, İletim Hatları Yöntemi (*Transmission Line Method*) ile gerçek metal yüzeyden frekansa bağımlı yansımaların ve rezonanstaki yayılımların her ikisinin de üstesinden gelebileceğini iddia etmiş, fakat gerçekleştirememiştir. 1990 yılında Tesche, gerçek bir metal sınırdan yansımanın (yüzey empedansının $\omega^{1/2}$ ile değişimi) dağılım (*distribution*) fonksiyonu içeren evrişim integralinin çözümüyle zaman uzayında elde edilebileceğini göstermiştir. Yine 1989'da Luebbers ve arkadaşları, zaman uzayı evrişimini içeren FB-ZUSF yöntemini Gauss darbesi ile hava-su ortamına başarı ile uygulamışlardır [Luebbers, 1989].

Frekans bağımlı malzemelerin zaman uzayı incelemeleri özellikle darbe biçimli kaynakların oluşturduğu elektromanyetik dalga etkileşimleri bakımından son derece önemlidir. FB malzeme araştırmaları için zaman uzayında birçok yöntem var olmakla beraber ZUSF en yaygın kullanılanlardan biridir. FB malzemelerin elektromanyetik dalgalarla etkileşimini ZUSF ile incelemek için üç ana teknik kullanılmaktadır. Bunlar:

- Yardımcı Diferansiyel Denklem (YDD) Tekniği (*Auxiliary Differential Equation, ADE*),
- Özyineli Evrişim (ÖE) Tekniği (*Recursive Convolution, RC*),
- Z dönüşümü (ZD) Tekniği (*Z Transformation, ZT*)

olarak sıralanır. Buna göre

$$\mathbf{D}^{n+1}(\mathbf{r}) \cong \mathbf{D}^n(\mathbf{r}) + \Delta t \left[\nabla \times \mathbf{H}^{n+1/2}(\mathbf{r}) \right] \quad (3.11)$$

denkleminde (3.1) bağıntısı yerine yazılıp terimler düzenlenirse

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\infty} \varepsilon_0 \mathbf{E}^{n+1} + \mathbf{P}^{n+1} &\cong \varepsilon_{\infty} \varepsilon_0 \mathbf{E}^n + \mathbf{P}^n + \Delta t \left[\nabla \times \mathbf{H}^{n+1/2}(\mathbf{r}) \right] \\ \varepsilon_{\infty} \varepsilon_0 (\mathbf{E}^{n+1} - \mathbf{E}^n) &\cong -\mathbf{P}^{n+1} + \mathbf{P}^n + \Delta t \left[\nabla \times \mathbf{H}^{n+1/2}(\mathbf{r}) \right] \end{aligned} \quad (3.12)$$

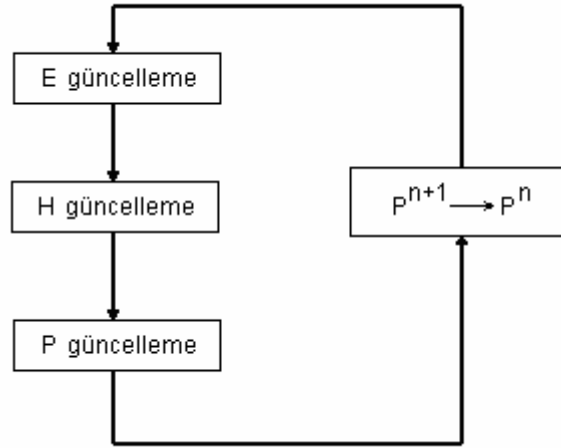
elde edilir. Buradan elektrik alan için güncelleme denklemi

$$\mathbf{E}^{n+1} = \mathbf{E}^n + \frac{1}{\varepsilon_{\infty}\varepsilon_0} \left(-\mathbf{P}^{n+1} + \mathbf{P}^n + \Delta t \left[\nabla \times \mathbf{H}^{n+1/2}(\mathbf{r}) \right] \right) \quad (3.13)$$

olarak bulunur.

3.2.1. Yardımcı Diferansiyel Denklem (YDD) Tekniği

Bu denklem kapsamında hesaplanması gereken $\mathbf{P}^{n+1}$ ve $\mathbf{P}^n$ ifadeleri yukarıda verilen Newton'un hareket denklemi ile farklı malzemeler için aşağıdaki gibi değerlendirilmelidir. YDD tekniği için ZUSF zaman döngüsü aşağıda verilmiştir.



Şekil 3.1 FB ortamlar için ZUSF güncelleme döngüsü

3.2.1.1 Debye türü malzemeler için YDD Tekniği

Güncelleme denklemini elde etmek için (3.9) denklemi ayrıştırılırsa

$$\frac{\mathbf{P}^n - \mathbf{P}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{1}{\tau_0} \mathbf{P}^{n-1/2} = \frac{\chi_S}{\tau_0} \mathbf{E}^{n-1/2} \quad (3.14)$$

bulunur. Yarım zaman adımlarına denk gelen $\mathbf{P}^{n-\frac{1}{2}}$ ve $\mathbf{E}^{n-\frac{1}{2}}$ terimleri için aradeğerleme kullanılarak

$$\frac{\mathbf{P}^n - \mathbf{P}^{n-1}}{\Delta t} + \frac{1}{\tau_0} \left(\frac{\mathbf{P}^n + \mathbf{P}^{n-1}}{2} \right) = \frac{\chi_S}{\tau_0} \left(\frac{\mathbf{E}^n + \mathbf{E}^{n-1}}{2} \right) \quad (3.15)$$

yazılabilir. Bu denklem düzenlenirse

$$\mathbf{P}^n \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{2\tau_0} \right) = \mathbf{P}^{n-1} \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{2\tau_0} \right) + \frac{\chi_S}{\tau_0} \left(\frac{\mathbf{E}^n + \mathbf{E}^{n-1}}{2} \right) \quad (3.16)$$

bulunur. Buradan $\mathbf{P}^n$ çekilirse polarizasyon vektörü için güncelleme denklemi

$$\mathbf{P}^n = \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{2\tau_0} \right) \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{2\tau_0} \right)^{-1} \mathbf{P}^{n-1} + \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{2\tau_0} \right)^{-1} \frac{\chi_S}{\tau_0} \left(\frac{\mathbf{E}^n + \mathbf{E}^{n-1}}{2} \right) \quad (3.17)$$

elde edilir. Burada polarizasyon vektörü için verilen (3.17) güncelleme denklemi ve elektrik alan için verilen (3.24) güncelleme denklemi olmak üzere iki farklı güncelleme denklemi mevcuttur. FB ortamlar için ZUSF güncelleme algoritması Şekil 3.1’de verilmiştir.

3.2.1.2 Lorentz türü malzemeler için YDD Tekniği

Lorentz türü malzemeleri için (3.10) denklemi ayrıştırılarak $\mathbf{P}^{n+1}$ ’in hesaplanması gerekmektedir. Bu denklemdeki birinci ve ikinci mertebeden türevler

$$\frac{d}{dt} \mathbf{P} = \frac{\mathbf{P}^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{P}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = \frac{(\mathbf{P}^{n+1} + \mathbf{P}^n)}{2\Delta t} - \frac{(\mathbf{P}^n + \mathbf{P}^{n-1})}{2\Delta t} = \frac{1}{2\Delta t} (\mathbf{P}^{n+1} - \mathbf{P}^{n-1}) \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dt^2} \mathbf{P} &= \frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} \mathbf{P} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{\mathbf{P}^{n+\frac{1}{2}} - \mathbf{P}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{d}{dt} \mathbf{P}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{1}{\Delta t} \frac{d}{dt} \mathbf{P}^{n-\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{\Delta t^2} (\mathbf{P}^{n+1} - \mathbf{P}^n) - \frac{1}{\Delta t^2} (\mathbf{P}^n - \mathbf{P}^{n-1}) = \frac{1}{\Delta t^2} (\mathbf{P}^{n+1} - 2\mathbf{P}^n + \mathbf{P}^{n-1}) \end{aligned} \quad (3.19)$$

şeklinde ayrıştırılır. Bu ayrık türevler (3.10)'da yerine yazılırsa

$$\frac{1}{\Delta t^2}(\mathbf{P}^{n+1} - 2\mathbf{P}^n + \mathbf{P}^{n-1}) + \frac{\Gamma}{\Delta t}(\mathbf{P}^{n+1} - \mathbf{P}^{n-1}) + \omega_0^2 \mathbf{P}^n = \varepsilon_0 \omega_p^2 \mathbf{E}^n \quad (3.20)$$

bulunur. Bu bağıntı düzenlenip

$$\left(\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\Gamma}{\Delta t}\right) \mathbf{P}^{n+1} + \left(\omega_0^2 - \frac{2}{\Delta t^2}\right) \mathbf{P}^n + \left(\frac{1}{\Delta t^2} - \frac{\Gamma}{\Delta t}\right) \mathbf{P}^{n-1} = \varepsilon_0 \omega_p^2 \mathbf{E}^n \quad (3.21)$$

$\mathbf{P}^{n+1}$ çekilirse polarizasyon vektörü için güncelleme denklemi

$$\mathbf{P}^{n+1} = \frac{\left(\frac{2}{\Delta t^2} - \omega_0^2\right)}{\left(\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\Gamma}{\Delta t}\right)} \mathbf{P}^n + \frac{\left(\frac{\Gamma}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta t^2}\right)}{\left(\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\Gamma}{\Delta t}\right)} \mathbf{P}^{n-1} + \frac{\varepsilon_0 \omega_p^2}{\left(\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\Gamma}{\Delta t}\right)} \mathbf{E}^n \quad (3.22)$$

elde edilir. Bu denklemdeki $\mathbf{P}^{n+1}$ ifadesi (3.13) denkleminde yerine konularak

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{n+1} = \mathbf{E}^n + \frac{1}{\varepsilon_\infty \varepsilon_0} \left\{ -\frac{\left(\frac{2}{\Delta t^2} - \omega_0^2\right)}{\left(\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\Gamma}{\Delta t}\right)} \mathbf{P}^n - \frac{\left(\frac{\Gamma}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta t^2}\right)}{\left(\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\Gamma}{\Delta t}\right)} \mathbf{P}^{n-1} - \frac{\varepsilon_0 \omega_p^2}{\left(\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\Gamma}{\Delta t}\right)} \mathbf{E}^n \right. \\ \left. + \mathbf{P}^n + \Delta t \left[\nabla \times \mathbf{H}^{n+1/2}(\mathbf{r}) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.23)$$

elektrik alanlar için güncelleme sağlanmış olur. Denklem yeniden düzenlenirse elektrik alan güncelleme denklemi

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{n+1} = \left(1 - \frac{\varepsilon_0 \omega_p^2}{\left(\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\Gamma}{\Delta t}\right)} \right) \mathbf{E}^n \\ + \frac{1}{\varepsilon_\infty \varepsilon_0} \left(\left[1 - \frac{\left(\frac{2}{\Delta t^2} - \omega_0^2\right)}{\left(\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\Gamma}{\Delta t}\right)} \right] \mathbf{P}^n - \frac{\left(\frac{\Gamma}{\Delta t} - \frac{1}{\Delta t^2}\right)}{\left(\frac{1}{\Delta t^2} + \frac{\Gamma}{\Delta t}\right)} \mathbf{P}^{n-1} + \Delta t \left[\nabla \times \mathbf{H}^{n+1/2}(\mathbf{r}) \right] \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

olarak elde edilir.

3.2.2. Özyineli Evrişim (ÖE) Tekniği

Özyineli Evrişim (ÖE, *Iterative Convolution*) tekniği zaman uzayında verilen dielektrik duyarlılık (susceptibility) fonksiyonunun evrişim integralinin ayrık (*discrete*) olarak sonlu farklar algoritması ile hesaplanması prensibine dayanır. Bu yöntem Debye [Luebbers, 1990] ve Lorentz [Luebbers, 1991] türü FB ortamlarda başarı ile uygulanmıştır. ÖE yaklaşımı, evrişim integralinin alınması esnasında her bir zaman adımındaki hesaplamada elektrik ya da manyetik alanların parça parça sabit değerlerde olduğu varsayımına dayanmaktadır. Elektrik ya da manyetik alanların parça parça sabit değerlerde olduğu varsayımı bu tekniğin düşük doğrulukta olmasına neden olmaktadır [Kelley, 1996].

Bu varsayıma karşın evrişim integralinin alınması esnasında her bir zaman adımındaki hesaplamada elektrik ya da manyetik alanların sabit değerli olmayıp parça parça lineer değişime sahip oldukları varsayımı ile geliştirilmiş yeni algoritmalar (*Piecewise Linear Recursive Convolution*, PLRC) mevcuttur [Kelley, 1996]. PLRC dispersiyon hataları bakımından ÖE'ye göre daha iyi olup YDD ile aynı doğruluğa sahiptir [Kelley, 1996].

Özyineli evrişime bir diğer yaklaşım da evrişim integralinin alınması esnasında her bir zaman adımındaki hesaplamada elektrik ya da manyetik alanların ikizkenar yamuk şeklinde (*trapezoidal*) değiştiği varsayımı ile önerilmiştir (*Trapezoidal Rule Recursive Convolution*, TRC) [Siushansian, 1995]. TRC hemen hemen PLRC ile aynı sonuçları vermektedir.

Özyineli evrişimin düşük doğrulukta olmasına bir çözüm olarak PLRC'nin önerilmesi ile birlikte daha sonra ÖE'nin düşük doğruluğunun elektrik ya da manyetik alanların sabit değerli olmasından değil, alanların sabit olarak kabul edildikleri zaman aralığının doğru seçilmemesinden kaynaklandığı tespit edilmiştir. Bu nedenle söz konusu kabulün elektrik alanların güncelleştirildiği zamanlarda yapılması ile ÖE'nin doğruluğunun en az diğer teknikler kadar arttırıldığı (ikinci

derece doğrulukla) gösterilmiştir (*Piecewise Constant Recursive Convolution, PCRC*) [Schuster, 1998].

3.2.2.1 Debye türü malzemeler için ÖE Tekniği

Klasik ZUSF için frekans ile değişen ortam parametreleri sabit olarak düşünülmektedir. Bu durum ZUSF sonuçlarının tam olarak gerçeğe uygun olmamasına neden olmaktadır. Bu nedenle ortam parametrelerinin frekansa bağımlı olarak modellendiği bir ZUSF yöntemine ihtiyaç duyulmaktadır. Böylece, FB ortamlar için deneysel sonuçlara daha yakın teorik sonuçlar elde edilebilecektir.

Frekansa bağımlı ZUSF olarak bilinen FB-ZUSF yöntemi ilk kez Debye türü FB dielektrik malzemeler üzerine ÖE tekniği kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bunu, zaman boyunca elektrik alan ile elektrik yer değiştirme vektörü arasındaki ilişkiyi bir evrişim integraliyle ifade edip bu integrali ayrık toplamlar dizisi ile gösterip duyarlılık fonksiyonunun üstel olarak azalan bir fonksiyon olduğu varsayımıyla yapmışlardır [Luebbbers, 1990]. (Ayrıca, 1991'de Bui de, Debye modelini kullanarak özyineli evrişimli bir ZUSF modeli geliştirmiştir [Bui, 1991]). FB ortam frekans uzayında

$$\mathbf{D}(\omega) = \varepsilon(\omega) \mathbf{E}(\omega) \quad (3.25)$$

bağıntısı ile tanımlanır. Bu bağıntının ters Fourier dönüşümü alınırsa

$$\mathbf{D}(t) = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \mathbf{E}(t) + \varepsilon_0 \int_0^t \mathbf{E}(t-\tau) \chi(\tau) d\tau \quad (3.26)$$

şeklindeki evrişim integrali ile karşılaşılır. Ayrık zamanlardaki elektrik yer değiştirme vektörleri

$$\mathbf{D}^n = \varepsilon_\infty \varepsilon_0 \mathbf{E}^n + \varepsilon_0 \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{E}^{n-m} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau \quad (3.27)$$

$$\mathbf{D}^{n+1} = \varepsilon_\infty \varepsilon_0 \mathbf{E}^{n+1} + \varepsilon_0 \sum_{m=0}^n \mathbf{E}^{n+1-m} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau \quad (3.28)$$

olarak yazılabilir. Burada

$$\chi^m = \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau \quad (3.29)$$

$$\Delta \chi^m = \chi^m - \chi^{m+1} \quad (3.30)$$

olarak tanımlanabilir. Elektrik alanlar için güncelleme denklemi

$$\mathbf{E}^{n+1} = \frac{\varepsilon_\infty}{\varepsilon_\infty + \chi_0} \mathbf{E}^n + \frac{1}{\varepsilon_\infty + \chi_0} \mathbf{I}^n + \frac{\Delta t}{(\varepsilon_\infty + \chi_0) \varepsilon_0} \left[\nabla \times \mathbf{H}^{n+1/2}(\mathbf{r}) \right] \quad (3.31)$$

şeklinde elde edilmiştir. Burada (3.29) integrali

$$\mathbf{I}^n = \sum_{m=0}^{n-1} \mathbf{E}^{n-m} \Delta \chi^m = \mathbf{E}^n \Delta \chi_0 + e^{-\Delta t/t_0} \mathbf{I}^{n-1} \quad (3.32)$$

olarak ayrıştırılmıştır. Eğer

$$\chi(\tau) = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)}{\tau_0} e^{-\tau/\tau_0} u(\tau) \quad (3.33)$$

ile ifade edilirse

$$\chi_0 = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \left[1 - e^{-\Delta t/\tau_0} \right] u(\tau) \quad (3.34)$$

olarak bulunur ve

$$\Delta\chi^m = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) e^{-m\Delta t/\tau_0} \left[1 - e^{-\Delta t/\tau_0} \right]^2 \quad (3.35)$$

yazılabilir.

Birinci mertebeden Debye türü bir ortam için kompleks dielektrik sabiti

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon'(\omega) - j\varepsilon''(\omega) = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega\tau_0} = \varepsilon_\infty + \chi(\omega) \quad (3.36)$$

olarak verilir. Bu bağıntının ters Fourier dönüşümü alınırsa

$$\chi(t) = \left(\frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{\tau_0} \right) e^{-t/\tau} u(t) \quad (3.37)$$

bulunur. Burada $u(t)$ birim basamak (*Heaviside*) fonksiyonu olup cevabın nedensel (*causal*) olduğunu gösterir. ÖE tekniği için ZUSF güncelleme algoritmasını geliştirmek amacıyla, anlamada kolaylık sağlaması bakımından, öncelikle değişimin varlığı tek boyutta x 'e bağlı düşünölsün. Bu durumda Maxwell denklemleri kapsamında alanların x bileşenleri

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right] \quad (3.38)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial t} = \left[\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right] \quad (3.39)$$

halini alır. Diğer alan bileşenleri de benzer biçimde bulunabilir. Bu örnekte manyetik olmayan malzemelerle ilgilenildiğinden (3.38) denklemi klasik ZUSF'de olduğu gibi ayrıklaştırılır. Buna göre (3.39) denkleminin merkezi farklar kapsamında ayrıklaştırılmış hali

$$\frac{D_x \big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} - D_x \big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n}{\Delta t} = \frac{H_z \big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \big|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} - \frac{H_y \big|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \big|_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \quad (3.40)$$

olur. Benzer biçimde (3.26) denklemini ayrıklaştırılırsa

$$\mathbf{D}(n\Delta t) = \mathbf{D}^n = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \mathbf{E}^n + \varepsilon_0 \int_0^{n\Delta t} \mathbf{E}(t-\tau) \chi(\tau) d\tau \quad (3.41)$$

halini alır. Her bir Δt zaman aralığında tüm alan değerlerinin sabit olduğu varsayımı ile, $n\Delta t$ zaman aralığında

$$\mathbf{D}^n = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \mathbf{E}^n + \varepsilon_0 \sum_{m=0}^{n-1} \left\{ \mathbf{E}^{n-m} \right\} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau \quad (3.42)$$

yazılır ve benzer şekilde $(n+1)\Delta t$ zamanında $\mathbf{D}^{n+1}$ değeri

$$\mathbf{D}^{n+1} = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \mathbf{E}^{n+1} + \varepsilon_0 \sum_{m=0}^n \left\{ \mathbf{E}^{n+1-m} \right\} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau \quad (3.43)$$

olarak bulunur. (3.42) ve (3.43) denklemleri (3.40) denkleminde yerlerine yazılırsa

$$\begin{aligned} & \left\{ \varepsilon_0 \varepsilon_\infty E_x \big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} + \varepsilon_0 \sum_{m=0}^n \left[E_x \big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1-m} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau \right] \right\} \\ & - \left\{ \varepsilon_0 \varepsilon_\infty E_x \big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n + \varepsilon_0 \sum_{m=0}^{n-1} \left[E_x \big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n-m} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau \right] \right\} \\ & = \Delta t \frac{H_z \big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \big|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta y} - \Delta t \frac{H_y \big|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \big|_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \end{aligned} \quad (3.44)$$

bulunur. Nedensellik prensibi nedeniyle tüm denklemlerdeki büyüklüklerin $t < 0$ iken sıfır olduğu kabul edilmiştir. Burada $E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1}$ için (3.44) denklemi yeniden düzenlenirse

$$\begin{aligned} E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} = & \left(\frac{\varepsilon_\infty}{\varepsilon_\infty + \chi_0} \right) E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n + \left(\frac{1}{\varepsilon_\infty + \chi_0} \right) \sum_{m=0}^{n-1} E_x|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n-m} \Delta\chi^m \\ & + \left(\frac{1}{\varepsilon_\infty + \chi_0} \right) \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta y} \left(H_z|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right) \\ & - \left(\frac{1}{\varepsilon_\infty + \chi_0} \right) \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta z} \left(H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right) \end{aligned} \quad (3.45)$$

elde edilir. Burada

$$\Delta\chi^m = \chi^m - \chi^{m+1} \quad ; \quad \chi^m = \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\tau) d\tau \quad (3.46)$$

olarak alınmıştır. Burada eğer $\chi(\tau) = 0$ alınırsa $\mathbf{D}(t) = \varepsilon_0 \varepsilon_\infty \mathbf{E}(t)$ ve $\varepsilon_r = \varepsilon_\infty$ olacak biçimde klasik bünye bağıntıları bulunur.

3.2.2.2 Lorentz türü malzemeler için ÖE Tekniği

Özyineli Evrişim tekniğinin Lorentz türü malzemelere uygulanmasında dar bantlı ve geniş bantlı Lorentz ortamlar olmak üzere iki ayrı durum söz konusu olur [Koledintseva, 2005]. Bu durumlar aşağıda açıklanmıştır.

1. Durum: Dar bantlı Lorentz ortamlar için ZUSF algoritması ($\Gamma < \omega_0$)

Bu durumda kompleks duyarlılık fonksiyonu ile çalışmak gereklidir. Buna göre

$$\chi(\omega) = (\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \frac{\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2j\omega\Gamma} \quad (3.47)$$

ile tanımlanan duyarlılık fonksiyonunun ters Fourier dönüşümü alınırsa

$$\chi(t) = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \omega_0^2}{\sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}} e^{-\Gamma t} \sin\left(\sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}\right) u(t) \quad (3.48)$$

bulunur. Burada öncelikle kompleks duyarlılık fonksiyonu

$$\hat{\chi}(t) = -j\gamma e^{(-\alpha + j\beta)t} u(t) \quad (3.49)$$

olarak tanımlanarak

$$\chi(t) = \text{Re}[\hat{\chi}(t)] \quad (3.50)$$

biçiminde elde edilebilir. Kompleks duyarlılık fonksiyonu $\hat{\chi}(t)$ 'nin tanımlanmasının nedeni, ÖE tekniğinin ancak ve ancak üstel duyarlılık fonksiyonları için geçerli olmasıdır. Bu durumda

$$\mathbf{I}^n = \mathbf{E}^n \Delta\chi_0 + \mathbf{I}^{n-1} e^{(-\alpha + j\beta)\Delta t} \quad (3.51)$$

şeklinde tanımlanarak güncelleme denklemi

$$\mathbf{E}^{n+1} = \frac{\varepsilon_\infty}{\varepsilon_\infty + \chi_0} \mathbf{E}^n + \frac{1}{\varepsilon_\infty + \chi_0} \mathbf{I}^n + \frac{\Delta t}{(\varepsilon_\infty + \chi_0) \varepsilon_0} [\nabla \times \mathbf{H}^{n+1/2}(\mathbf{r})] \quad (3.52)$$

bulunur. Burada

$$\chi_0 = \int_0^{\Delta t} \chi(t) dt = -j \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \omega_0^2}{\sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}} [1 - e^{(-\alpha + j\beta)\Delta t}] \quad (3.53)$$

$$\Delta\chi_0 = -j \frac{-\gamma}{\alpha - j\beta} [1 - e^{(-\alpha + j\beta)\Delta t}]^2 \quad (3.54)$$

olarak verilir.

2. Durum: Geniş bantlı Lorentz ortamlar için ZUSF algoritması ($\Gamma > \omega_0$)

Bu durumda kompleks duyarlılık fonksiyonuna ihtiyaç yoktur. (3.47) ile tanımlanan duyarlılık fonksiyonunun ters Fourier dönüşümü alınır

$$\chi(t) = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \omega_0^2}{\sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}} e^{-\Gamma t} \sin\left(\sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2} t\right) u(t) \quad (3.55)$$

bulunur. Bu durumda

$$\mathbf{I}_1^n = \mathbf{E}^n \Delta \chi_1^0 + \mathbf{I}_1^{n-1} e^{-\left(\Gamma - \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}\right) \Delta t} \quad (3.56)$$

$$\mathbf{I}_2^n = \mathbf{E}^n \Delta \chi_2^0 + \mathbf{I}_2^{n-1} e^{-\left(\Gamma + \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}\right) \Delta t} \quad (3.57)$$

olarak tanımlanarak güncelleme denklemi

$$\mathbf{E}^{n+1} = \frac{\varepsilon_\infty}{\varepsilon_\infty + \chi_0} \mathbf{E}^n + \frac{1}{\varepsilon_\infty + \chi_0} \left[\mathbf{I}_1^n - \mathbf{I}_2^n \right] + \frac{\Delta t}{(\varepsilon_\infty + \chi_0) \varepsilon_0} \left[\nabla \times \mathbf{H}^{n+1/2}(\mathbf{r}) \right] \quad (3.58)$$

bulunur. Burada

$$\chi_0 = \int_0^{\Delta t} \chi(t) dt = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \omega_0^2}{2\sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}} \left[-\frac{e^{-\left(\Gamma - \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}\right) \Delta t} - 1}{\left(\Gamma - \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}\right)} + \frac{e^{-\left(\Gamma + \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}\right) \Delta t} - 1}{\left(\Gamma + \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}\right)} \right] \quad (3.59)$$

olmak üzere

$$\Delta \chi_1^0 = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty) \omega_0^2}{2\sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}} \frac{\left(e^{-\left(\Gamma - \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}\right) \Delta t} - 1 \right)^2}{\left(\Gamma - \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2} \right)} \quad (3.60)$$

$$\Delta\chi_1^0 = \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_\infty)\omega_0^2}{2\sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}} \frac{\left(e^{-\left(\Gamma + \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}\right)\Delta t} - 1 \right)^2}{\left(\Gamma + \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2} \right)} \quad (3.61)$$

şeklinde verilir.

3.3. Uygulamalar ve Sonuçlar

3.3.1. YDD ve ÖE Teknikleri Kullanılarak Debye Türü Su ile Dolu Kavitenin Zaman Uzayındaki Rezonans Davranışının İncelenmesi

Bu çalışmada, içi FB kutupsal dielektrikle dolu kavitenin zaman uzayındaki rezonans osilasyonları incelenmiştir ve çalışmanın ayrıntıları [Başaran, 2005]'te verilmiştir. Kavite, tek bağımlı ve mükemmel elektrik iletken S yüzeyi ile sınırlandırılmıştır. Kaviteye, belirli bir kaynaktan sonlu süreli bir sinyal verilmektedir. Böylelikle nedensellik prensibi, problemin formülasyonuna dahil edilmiştir. Kavite osilasyonları, uygun başlangıç koşulları altında Debye türü malzeme için ÖE ve YDD teknikleri kullanılarak elde edilmiştir. Bu iki denklem, ZUSF yöntemiyle ayrı ayrı çözülmüş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

3.3.1.1. Giriş

Bir dielektrik, $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ elektrik alan şiddetine sahip bir elektromanyetik alana maruz kalırsa ortam kutuplanır. $\mathbf{E}$ alanı, makroskopik olarak birim zamanda atom veya moleküllerin dipol momentlerinin hacimsel yoğunluğu olarak görülen $\mathbf{P} \equiv \mathbf{P}(\mathbf{E})$ polarizasyon vektörünün oluşmasına olanak sağlar. $\mathbf{P}(\mathbf{E})$ bağıntısı, Newton'un hareket denkleminin çözümüne ihtiyaç duymaktadır [Rothwell, 2001]. Genel olarak $\mathbf{P}(\mathbf{E})$ için hareket denklemi lineer değildir. Fakat $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ vektörünün genliği yeterince küçük, dielektrik malzeme homojen ve makroskopik olarak zamanla değişmiyorsa hareket denklemi lineerleştirilebilir. $\mathbf{P} = \varepsilon_0 \mathbf{P}$ olmak üzere elektrik yer değiştirme vektörü için klasik bünne denklemi

$$\mathbf{D}(\mathbf{E}) = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}(\mathbf{E}) = \varepsilon_0 (\mathbf{E} + \mathbf{P}(\mathbf{E})) \quad (3.62)$$

şeklindedir. Birinci mertebeden Debye denklemi (YDD) olarak bilinen hareket denklemi yeniden düzenlenirse

$$\frac{d}{dt} \mathbf{P} + \frac{1}{\tau_0} \mathbf{P} = \frac{\chi_s}{\tau_0} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (3.63)$$

bulunur. Burada τ_0 parametresi gevşeme zamanı ve χ_s statik dielektrik duyarlılıktır. Hareket denklemi, bünye operatörü $\mathbf{P}(\mathbf{E})$ 'nin zaman türevlerini içerdiğinden ortam zamanda dağıtıcıdır [Rothwell, 2001]. Debye denklemi olarak bilinen lineerleştirilmiş Newton denklemi, $\mathbf{P}(\mathbf{E})$ için

$$\mathbf{P}(\mathbf{E}) = \frac{\chi_s}{\tau_0} \int_0^t \exp(-\tau / \tau_0) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t - \tau) d\tau \quad (3.64)$$

şeklinde bir çözüm sunar. Bu Debye integral denklemi (ÖE) (3.64), (3.63)'de verilen Debye diferansiyel denkleminin integral formudur. Bu çalışmanın konusu, zamanda dağıtıcı (FB) kutupsal dielektrikle dolu kavite içerisindeki zaman uzayı salınımlarını uyararak Debye integral denklemi (ÖE) ve birinci mertebeden Debye yardımcı diferansiyel denklemi (YDD) adındaki iki tekniği karşılaştırmaktır. Belirli bir kaynaktan kaviteye belli bir süre sinyal verilmektedir. Böylece nedensellik prensibi problemin formülasyonuna dahil edilmiştir.

Bu çalışmada bahsedilen iki teknik, ZUSF yöntemi kullanılarak çözülmüştür. ZUSF modellemesi için gerekli güncelleme denklemleri, her iki teknik için de elde edilmiştir. Daha sonra ZUSF benzetiminden elde edilen nümerik sonuçlar verilmiş ve yorumlar yapılmıştır.

3.3.1.2. YDD ve ÖE için FB Ortamın ZUSF Modellemesi

Klasik ZUSF metodunda, Maxwell'in birinci rotasyonel denklemi

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (3.65)$$

$\mathbf{E}$ ve $\mathbf{H}$ terimleri cinsinden ayrıştırılır ve $\mathbf{H}$ manyetik alan güncelleme denklemi elde edilir. Maxwell'in ikinci rotasyonel denklemi

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J} \quad (3.66)$$

ise, $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ olmak üzere, benzer şekilde $\mathbf{E}$ ve $\mathbf{H}$ terimleri cinsinden ayrıştırılır ve $\mathbf{E}$ elektrik alan güncelleme denklemi elde edilir. Fakat bu çalışmada, birinci teknik olarak, (3.66) denklemi $\mathbf{H}$ and $\mathbf{D}$ terimleri cinsinden ayrıştırılarak $\mathbf{D}$ için güncelleme denklemi elde edilir. Daha sonra $\mathbf{D}$, ÖE (3.64) ve Debye malzeme parametreleri kullanılarak $\mathbf{E}$ terimleri cinsinden tanımlanır. İkinci teknik olarak (3.63)'de verilen YDD, ZUSF ile direkt ayrıştırılır. Sonuç olarak her iki teknik için $\mathbf{E}$ güncelleme denklemleri aşağıda açıklandığı gibi çıkartılmıştır.

3.3.1.3. ÖE için ZUSF Güncelleme Denklemleri

Maxwell'in rotasyonel denklemlerinin x bileşenleri

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left[\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right] \quad (3.67)$$

$$\frac{\partial D_x}{\partial t} = \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - \sigma E_x \quad (3.68)$$

olarak tanımlanır [Başaran, 2002e]. (x, y, z) koordinat üçlüsü periyodik olarak döndürülerek diğer dört denklem de elde edilebilir. Manyetik olmayan malzemelerle ilgilendiğimiz için denklem (3.67), klasik ZUSF yöntemindeki gibi ayrıştırılır [Yee, 1966]. Burada sadece denklem (3.68) ZUSF yöntemiyle ayrıştırılacaktır, fakat diğer iki bileşen benzer şekilde elde edilebilir. Denklem (3.68)'nin ayrıştırılmış hali

$$\begin{aligned}
\frac{D_x|_{i+1/2,j,k}^{n+1} - D_x|_{i+1/2,j,k}^n}{\Delta t} = & \frac{H_z|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_z|_{i+1/2,j-1/2,k}^{n+1/2}}{\Delta y} \\
& - \frac{H_y|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} - H_y|_{i+1/2,j,k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} \\
& - \sigma E_x|_{i+1/2,j,k}^{n+1/2}
\end{aligned} \tag{3.69}$$

şeklindedir. Şimdi D_x terimlerini malzeme parametrelerine göre tanımlamalıyız.

Bu çalışmada, bir adet birinci mertebeden kutbu olan kompleks dielektrik sabitine (*permittivity*) sahip FB malzemeyi tanımlamak için birinci mertebeden Debye türü malzeme kullanılmıştır. Debye malzemesinin kompleks bağıl dielektrik sabitinin frekans bağımlılığını tanımlayan Debye denklemi

$$\hat{\varepsilon}(\omega) = \varepsilon' - j\varepsilon'' = \varepsilon_\infty + \frac{\varepsilon_s - \varepsilon_\infty}{1 + j\omega t_0} = \varepsilon_\infty + \chi(\omega) \tag{3.70}$$

ile ifade edilir. Burada ε_s sıfır frekansındaki statik dielektrik sabiti, ε_∞ sonsuz frekanstaki dielektrik sabiti, t_0 gevşeme zamanı ve $\chi(\omega)$ frekans uzayı duyarlılığıdır [Rothwell, 2001]. Örneğin, frekans uzayında Debye türü malzeme için ikinci Maxwell denklemi

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + j\omega \varepsilon \varepsilon_0 \mathbf{E} = j\omega \varepsilon_0 \left(\frac{\sigma}{j\omega \varepsilon_0} + \varepsilon \right) \mathbf{E} = j\omega \hat{\varepsilon} \varepsilon_0 \mathbf{E} \tag{3.71}$$

olarak yazılır. ZUSF ile kullanılacak olan nümerik zaman uzayı formüllerini elde etmek amacıyla, ÖE yaklaşımı için, $\mathbf{D}$ ile $\mathbf{E}$ arasındaki ilişki zaman uzayında bir evrişim integrali

$$\mathbf{D}(t) = \varepsilon_\infty \varepsilon_0 \mathbf{E}(t) + \varepsilon_0 \int_0^t \mathbf{E}(t - \Lambda) \chi(\Lambda) d\Lambda \tag{3.72}$$

yardımıyla tanımlanır. Burada $\chi(t)$ zaman uzayı duyarlılığı, $\chi(\omega)$ 'nin ters Fourier dönüşümüdür ve tüm alanlar $t \leq 0$ için sıfır kabul edilmiştir [Luebbers, 1990]. Eğer

$\chi(t)$ sıfır kabul edilirse, (3.72) ifadesi $\mathbf{D}(t) = \varepsilon_\infty \varepsilon_0 \mathbf{E}(t)$ eşitliğini verir. Burada $\varepsilon_\infty = \varepsilon_r$ 'dir.

FB-ZUSF güncelleme denklemlerini elde etmek için (3.72) ifadesi aşağıdaki gibi ayrıştırılmalıdır.

$$\mathbf{D}(n\Delta t) = \mathbf{D}^n = \varepsilon_\infty \varepsilon_0 \mathbf{E}^n + \varepsilon_0 \int_0^{n\Delta t} \mathbf{E}(n\Delta t - \Lambda) \chi(\Lambda) d\Lambda \quad (3.73)$$

Her Δt zaman aralığında tüm alan değerlerinin sabit olduğu yaklaşımı kullanılarak (3.73) ifadesi $n\Delta t$ zaman adımında tekrar yazılabilir.

$$\mathbf{D}^n = \varepsilon_\infty \varepsilon_0 \mathbf{E}^n + \varepsilon_0 \sum_{m=0}^{n-1} \left\{ \mathbf{E}^{n-m} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\Lambda) d\Lambda \right\} \quad (3.74)$$

$(n+1)\Delta t$ zaman adımındaki $\mathbf{D}$ değeri ise

$$\mathbf{D}^{n+1} = \varepsilon_\infty \varepsilon_0 \mathbf{E}^{n+1} + \varepsilon_0 \sum_{m=0}^n \left\{ \mathbf{E}^{n+1-m} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\Lambda) d\Lambda \right\} \quad (3.75)$$

olarak hesaplanır. Şimdi (3.74) ve (3.75) kullanılarak (3.69)'deki ayrıştırılmış ifade elde edilerek Maxwell'in rotasyonel denklemlerindeki $\mathbf{D}$ terimleri yok edilebilir. (3.74) ve (3.75), (3.69)'da yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} & \left(\varepsilon_\infty \varepsilon_0 E_x|_{i+1/2,j,k}^{n+1} + \varepsilon_0 \sum_{m=0}^n \left\{ E_x|_{i+1/2,j,k}^{n+1-m} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\Lambda) d\Lambda \right\} \right) \\ & - \left(\varepsilon_\infty \varepsilon_0 E_x|_{i+1/2,j,k}^n + \varepsilon_0 \sum_{m=0}^{n-1} \left\{ E_x|_{i+1/2,j,k}^{n-m} \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\Lambda) d\Lambda \right\} \right) \\ & = \Delta t \frac{H_z|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_z|_{i+1/2,j-1/2,k}^{n+1/2}}{\Delta y} - \Delta t \frac{H_y|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} - H_y|_{i+1/2,j,k-1/2}^{n+1/2}}{\Delta z} \\ & - \frac{\Delta t}{2} \sigma \left(E_x|_{i+1/2,j,k}^{n+1} + E_x|_{i+1/2,j,k}^n \right) \end{aligned} \quad (3.76)$$

bulunur. Şimdi (3.76) ifadesi $E_x|_{i+1/2,j,k}^{n+1}$ için tekrar düzenlenirse

$$\begin{aligned}
 E_x|_{i+1/2,j,k}^{n+1} = & \left(\frac{\varepsilon_\infty - \frac{\sigma\Delta t}{2}}{\frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon_0} + \varepsilon_\infty + \chi^0} \right) E_x|_{i+1/2,j,k}^n + \frac{1}{\frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon_0} + \varepsilon_\infty + \chi^0} \sum_{m=0}^{n-1} E_x|_{i+1/2,j,k}^{n-m} \Delta\chi^m \\
 & + \frac{1}{\frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon_0} + \varepsilon_\infty + \chi^0} \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta y} \left(H_z|_{i+1/2,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_z|_{i+1/2,j-1/2,k}^{n+1/2} \right) \\
 & - \frac{1}{\frac{\sigma\Delta t}{2\varepsilon_0} + \varepsilon_\infty + \chi^0} \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta z} \left(H_y|_{i+1/2,j,k+1/2}^{n+1/2} - H_y|_{i+1/2,j,k-1/2}^{n+1/2} \right)
 \end{aligned} \quad (3.77)$$

elde edilir. Burada

$$\Delta\chi^m = \chi^m - \chi^{m+1} \quad (3.78)$$

$$\chi^m = \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \chi(\Lambda) d\Lambda \quad (3.79)$$

olarak kullanılmıştır.

3.3.1.4. YDD için ZUSF Güncelleme Denklemleri

Bu çözüm yönteminde, tüm (x, y, z) bileşenleri için çözüm yolu aynı olduğundan kolaylık olması için (3.63) denkleminin skaler formu kullanılacaktır.

$$\frac{d}{dt}P + \frac{1}{\tau_0}P = \frac{\chi_s}{\tau_0}E \quad (3.80)$$

(3.80) denkleminin ayrıklaştırılmış hali

$$\frac{P^{n+1} - P^n}{\Delta t} + \frac{1}{\tau_0}P^{n+1/2} = \frac{\chi_s}{\tau_0}E^{n+1/2} \quad (3.81)$$

olarak bulunur. Yarım adımdaki değerler için aradeğerleme (*interpolation*) kullanılırsa (3.81) denklemi

$$\frac{P^{n+1} - P^n}{\Delta t} + \frac{1}{\tau_0} \frac{P^{n+1} + P^n}{2} = \frac{\chi_s}{\tau_0} \frac{E^{n+1} + E^n}{2} \quad (3.82)$$

denklemini verir. Şimdi, güncelleme denklemini elde etmek için (3.82) denklemi tekrar düzenlenmelidir.

$$P^{n+1} \left(\frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{2\tau_0} \right) = P^n \left(\frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{2\tau_0} \right) + \frac{\chi_s}{\tau_0} \frac{E^{n+1} + E^n}{2} \quad (3.83)$$

Yazım kolaylığı için

$$TP = \frac{1}{\Delta t} + \frac{1}{2\tau_0} \quad , \quad TM = \frac{1}{\Delta t} - \frac{1}{2\tau_0} \quad (3.84)$$

yazılarak polarizasyon vektörünün güncelleme denklemi

$$P^{n+1} = \frac{TM}{TP} P^n + \frac{1}{TP} \frac{\chi_s}{\tau_0} \frac{E^{n+1} + E^n}{2} \quad (3.85)$$

elde edilir. Gerekli ikinci güncelleme denklemi ise elektrik alan güncelleme denklemidir. Bunun için (3.62) ifadesine bağlı kalınarak (3.68) denkleminin aşağıdaki gibi ayrıklaştırılması gerekmektedir.

$$\frac{D^{n+1} - D^n}{\Delta t} = dH \quad (3.86)$$

$$\frac{\varepsilon_0 (E^{n+1} + P^{n+1}) - \varepsilon_0 (E^n + P^n)}{\Delta t} = dH \quad (3.87)$$

Burada dH , yazım kolaylığı için (3.68) denkleminin sağ tarafının ayrıklaştırılmış halini temsil etmektedir ve diğer tüm (x, y, z) bileşenleri benzer yöntemle

çözülebilir. (3.85) denklemi (3.87) denkleminde yerine yazılırsa elektrik alan güncelleme denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$(E^{n+1} - E^n) + (P^{n+1} - P^n) = \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} dH \quad (3.88)$$

$$E^{n+1} - E^n + \left(\frac{TM}{TP} P^n + \frac{1}{TP} \frac{\chi_s}{\tau_0} \frac{E^{n+1} + E^n}{2} - \frac{TM}{TP} P^{n-1} - \frac{1}{TP} \frac{\chi_s}{\tau_0} \frac{E^n + E^{n-1}}{2} \right) = \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} dH \quad (3.89)$$

$$E^{n+1} - E^n + \frac{TM}{TP} (P^n - P^{n-1}) + \frac{1}{TP} \frac{\chi_s}{2\tau_0} (E^{n+1} - E^{n-1}) = \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} dH \quad (3.90)$$

$$E^{n+1} \left(1 + \frac{1}{TP} \frac{\chi_s}{2\tau_0} \right) - E^n + \frac{TM}{TP} (P^n - P^{n-1}) - \frac{1}{TP} \frac{\chi_s}{2\tau_0} E^{n-1} = \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} dH \quad (3.91)$$

$$E^{n+1} \left(1 + \frac{1}{TP} \frac{\chi_s}{2\tau_0} \right) = E^n + \frac{1}{TP} \frac{\chi_s}{2\tau_0} E^{n-1} - \frac{TM}{TP} (P^n - P^{n-1}) + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} dH \quad (3.92)$$

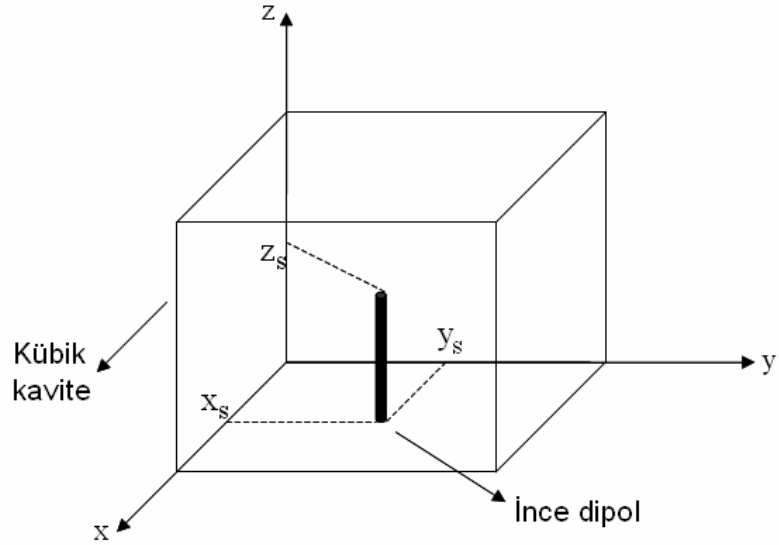
$$E^{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{1}{TP} \frac{\chi_s}{2\tau_0}} \left[E^n + \frac{1}{TP} \frac{\chi_s}{2\tau_0} E^{n-1} - \frac{TM}{TP} (P^n - P^{n-1}) + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0} dH \right] \quad (3.93)$$

Sonuç olarak polarizasyon vektörü güncelleme denklemi (3.85) ve elektrik alan güncelleme denklemi (3.93) elde edilmiş oldu. Bu iki denklem ve klasik manyetik alan güncelleme denklemi kullanılarak elde edilen FB-ZUSF kodunun güncelleme algoritması Şekil 3.1’de verilmiştir.

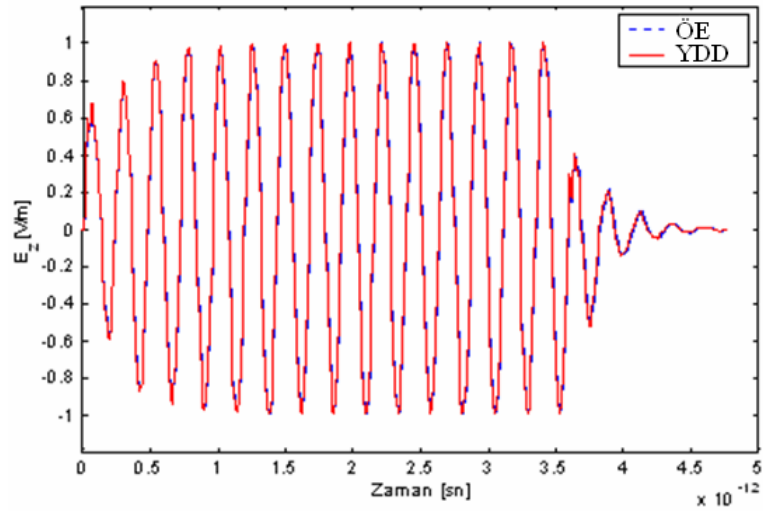
3.3.1.5. Sayısal Sonuçlar ve Değerlendirme

Bu çalışmada MEİ duvarları olan kübik bir kavite, Şekil 3.2’de görüldüğü gibi FB bir malzeme olan su ile doldurulmuştur. Sonsuz ince bir dipol, kaynak olarak modellenmiştir. Saydam dipol kaynağı, suya ait $\sigma = 0$, $\varepsilon_s = 81$, $\varepsilon_\infty = 1$ ve $\tau_0 = 9.4 \times 10^{-12}$ parametrelerine sahip FB malzemeye dolu kavitede istenilen modu uyarmak için belirli koordinatlara yerleştirilmektedir. Kararlı durum için gerekli gözlem zamanına ulaşıldıktan sonra rezonans modu açıkça görülmektedir. OE ve YDD tekniklerinin sonuçları, nümerik ZUSF yöntemiyle karşılaştırılmış ve Şekil

3.3'te gösterilmiştir. Her iki teknik için de mükemmel bir uyumla, istenilen kavite modunun uyarıldığı, ZUSF sonuçlarından görülmektedir.



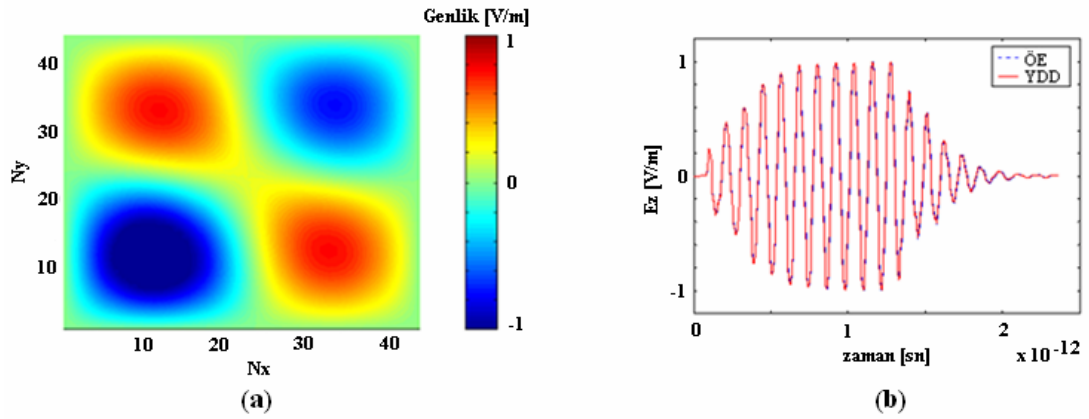
Şekil 3.2 İçi FB malzeme ile tamamen dolu kübik bir kavitenin geometrisi



Şekil 3.3 ÖE ve YDD yöntemleri için TM_{110} moduna ait elektrik alanın kavitenin merkezindeki zaman cevabı

Şekil 3.3'te $z_s = a/2$ uzunluğunda bir kaynak, kavitenin $x_s = a/2$, $y_s = b/2$ taban koordinatlarına yerleştirildiğinde elektrik alanın z bileşeninin kavite merkezindeki zaman cevabı görülmektedir. Bu sonuç, kenar uzunlukları 5×10^{-5} m olan, her yönde 14 birim hücreye bölünmüş ve birinci mertebeden FB malzeme (su)

ile dolu bir kübik kavite içerisine $t = 3.5965 \times 10^{-12}$ saniyelik sinyal kaynağı uygulanacak şekilde, FB-ZUSF kodu ile elde edilmiştir. FB malzeme ile dolu kavitenin rezonans frekansı, Elektromanyetik Teoriye Zaman Domeninde Yeni Bir Yaklaşım (EZDY) yöntemi yardımıyla TM_{110} kavite modu için $f = 0.418115257 \times 10^{13}$ Hz olarak bulunmuştur [Aksoy, 2002; Aksoy, 2004; Aksoy, 2005a]. Her iki yöntem için de istenilen modun uyarıldığı açıktır ve sonuçlar tutarlıdır.



Şekil 3.4 a) TM_{220} modu için $z_s = a/2$ 'de x-y eksenleri boyunca elektrik alan dağılımı, b) TM_{220} modu için ÖE ile YDD karşılaştırması

Şekil 3.4(a)'da kaynak $x_s = a/4$, $y_s = b/4$ taban koordinatlarına yerleştirildiğinde sabit $z_s = a/2$ 'de $x-y$ eksenleri boyunca kübik kavite için elektrik alanın z bileşeninin alan dağılımı görülmektedir. Renk çubuğu, elektrik alanın genliğini göstermektedir. Eksen koordinatları N_x ve N_y ise hücre numaraları cinsindendir. TM_{220} kavite modu için çalışma frekansı $f = 0.8450355167 \times 10^{13}$ Hz'tir. Dolu kavite için rezonans frekansı yine EZDY yöntemiyle analitik olarak bulunmuştur [Aksoy, 2002; Aksoy, 2004; Aksoy, 2005a]. Verilen sonuçlar, elektromanyetik salınının kararlılığa ulaşması için yeterli olan $t = 0.92103 \times 10^{-12}$ sn anında alınmıştır. Şekil 3.4(b)'de TM_{220} kavite modu için her iki teknikle elde edilen elektrik alan zaman cevapları karşılaştırılmıştır. İstenilen modun uyarıldığı açıktır ve sonuçlar tutarlıdır.

Suyun rezonans davranışının analizi için Debye türü FB malzemenin ZUSF formülasyonu hem ÖE hem de YDD tekniğiyle elde edilmiştir. Nümerik sonuçlar, ÖE ve YDD arasında mükemmel bir uyum olduğunu göstermektedir. Kavite suyla doldurulduğunda rezonans frekansının boş kaviteninkine göre kaydığı görülmüştür. Frekans kayması suyun iletkenliğinden (kayıp) değil suyun FB olmasından kaynaklanmaktadır. Bunun nedeni; elektromanyetik dalga geldiğinde, elektrik dipollerin oluşmasıdır. Elde edilen bir başka sonuç ise, su dolu kavite içerisindeki alan dağılımının, boş kaviteninkiyle aynı olmasıdır.

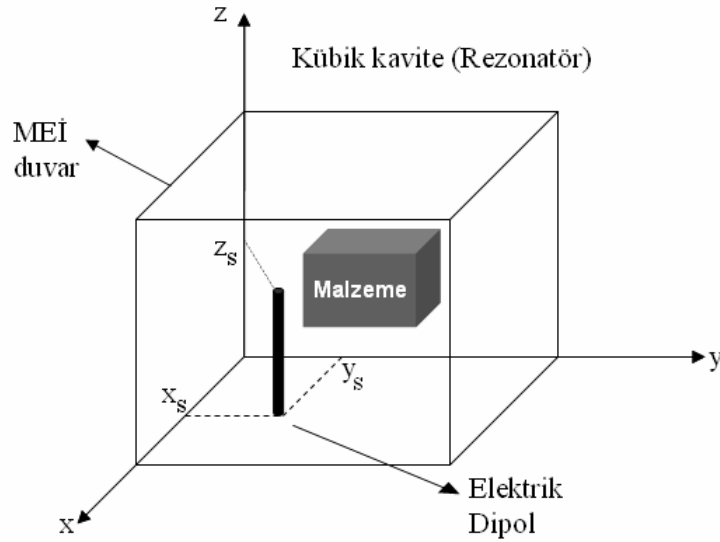
Bu çalışma, mikrodalga ısıtma sistemleri, geniş bantlı dielektrik sabiti araştırmaları ve su modelleme gibi uygulamalar için oldukça önemlidir. Daha gerçekçi bir model olan ikinci mertebeden FB malzemelerle ilgili ileri bir çalışma planlanmaktadır.

3.3.2. Debye Türü FB Dielektrik ile Kısmen Doldurulmuş Dikdörtgen Kesitli Rezonatörlerde TM_z Modlarının Zaman-Frekans Analizleri

Bu çalışmada Debye türü FB dielektrik malzeme ile kısmen doldurulmuş mükemmel iletken duvarlara sahip kübik bir rezonatörde (kavite), z yönünde elektrik bir dipol ile uyarılmış TM_{110} modunun zaman-frekans analizi yapılmıştır. Çalışmanın ayrıntıları [Başaran, 2006e]'de verilmiştir. Kısmen Debye türü FB dielektrik malzeme ile doldurulmuş rezonatör içerisindeki elektromanyetik alanlar klasik ZUSF yöntemi kullanılarak incelenemeyeceğinden, FB-ZUSF yöntemi kullanılarak nümerik olarak elde edilmişlerdir. Boş ve kısmen Debye türü FB malzeme ile dolu rezonatör için zamana bağlı elde edilen elektrik alanın değişimi üzerinde Kısa Zaman Fourier Dönüşümü (KZFD) uygulanarak zaman-frekans uzayı incelemesi yapılmıştır. İncelenen problem, malzemelerin dielektrik sabitlerinin ölçülmesi, mikrodalga fırın modelleme ve tam yansımali odalarda elektromanyetik uyumluluk bağışıklık testleri v.b. uygulamalarda malzemelerin alan dağılımına etkisinin anlaşılması bakımından önemlidir.

Mükemmel iletken duvarlara sahip kübik bir rezonatör, Şekil 3.5'te gösterildiği gibi dikdörtgen kesitli ve kübik şekilli Debye türü FB bir dielektrik malzeme

[Luebbers, 1990] ile kısmen doldurulmuştur. Bu rezonatörde TM_{110} modunun uyarılması için rezonatör içerisinde sonlu uzunluklu bir elektrik dipol kullanılarak, öncelikle boş rezonatör rezonansa getirilmiştir. Daha sonra kısmen Debye türü FB dielektrik bir malzeme ile doldurulmuş rezonatör için uygun gözlem noktasında zamana ve konuma bağlı elektrik alanın z bileşeni üzerinden Kısa Zaman Fourier Dönüşümü (KZFD) alınarak zaman-frekans analizi yapılmıştır [Qian, 1996]. Kübik rezonatör $5 \times 5 \times 5$ cm boyutlarında olup, TM_{110} modunun uyarılması için $L = 2.5$ cm uzunluklu saydam (*soft*) kaynak olarak bir elektrik dipol $(x_s, y_s) = (5/2, 5/2)$ cm koordinatlarına yerleştirilerek, boş rezonatör $f = 4.23$ GHz rezonans frekansında uyarılmıştır.

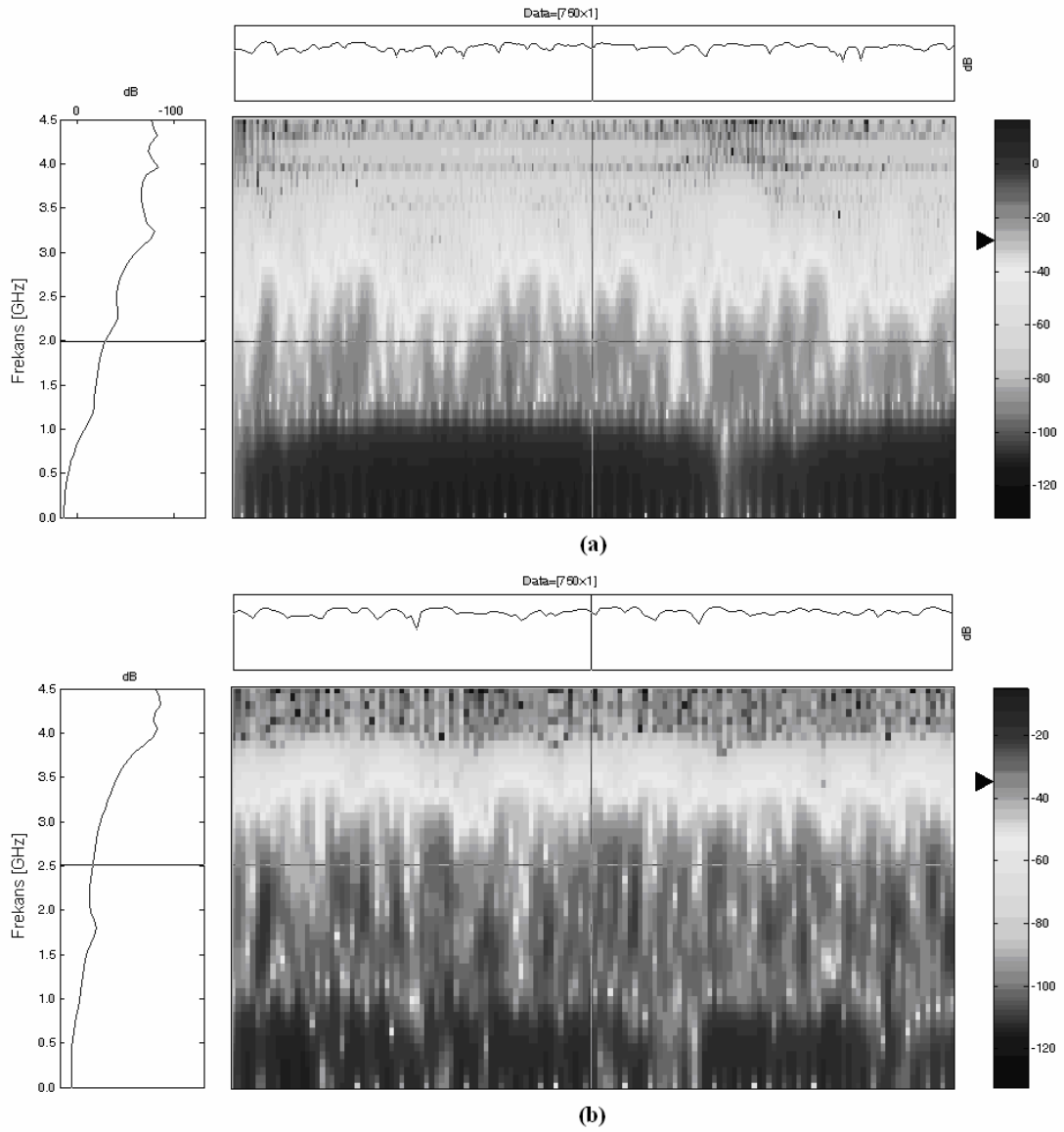


Şekil 3.5 FB malzeme ile kısmen doldurulmuş kübik kavitenin geometrisi

Debye türü kübik FB malzeme x , y ve z eksenleri boyunca sırası ile $5/3$ cm ve $10/3$ cm koordinatlarına yerleştirilmiştir. Debye türü FB dielektrik malzeme olan suya ait $\epsilon_\infty = 1.8$, $\epsilon_s = 81$ ve $\tau_0 = 9.4 \times 10^{-12}$ sn malzeme parametreleri benzetimde kullanılmıştır. FB-ZUSF yönteminde Courant kararlılık kriterinin sağlanması için üç boyutlu uzaysal ayrıklaştırmada λ dalga boyu olmak üzere birim hücre boyutları $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \lambda / 10$ olarak alınmıştır. FB-ZUSF yönteminde zaman adımları $\Delta t = 7.65 \times 10^{-12}$ sn ve iterasyon sayısı $n = 750$ olarak seçilmiştir. Elektrik ve manyetik alanların zamana göre değişimlerini gözlemlemek için gözlem noktası,

$x_g = y_g = z_g = 4.15$ cm olmak üzere, Debye türü FB dielektrik malzemenin dışındaki bölgede seçilmiş olup, bu durum çoğunlukla deneysel çalışmalarda malzemenin yapısını bozmamak için gereklidir.

Frekans bağımlı ZUSF algoritmasının çalıştırılması ile TM_{110} modunda elde edilen elektrik alanın z bileşeninin zaman-frekans dönüşümü boş ve kısmen Debye türü malzeme ile dolu rezonatör için Şekil 3.6’da gösterilmiştir.



Şekil 3.6 TM_{110} modunda a) boş rezonatör ve b) kısmen FB malzeme ile dolu rezonatör için E_z bileşeninin zaman-frekans dönüşümü

Şekil 3.6’da görüldüğü üzere, rezonatörün kısmen Debye türü FB malzeme ile doldurulması rezonatör içerisinde daha geniş bantlı ve daha karmaşık bir elektrik alan dağılımına neden olmaktadır. Ayrıca, söz konusu geniş bantlılık hemen hemen tüm zaman boyunca varlığını korumaktadır.

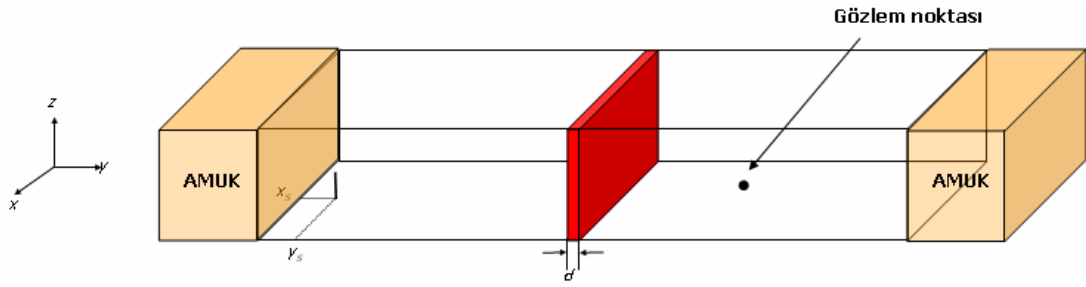
Elde edilen sonuçlar, rezonatörlerin dielektrik sabiti ölçümü, elektromanyetik uyumlulukta kullanılan tam yansımali oda kullanılarak yapılan bağışıklık testleri, filtreler v.b. çalışmalar için kısmen dielektrik malzemelerle doldurulması durumunda, özellikle malzemelerin FB parametrelerinin alan dağılımı üzerine etkilerinin araştırılması bakımından önem taşımaktadır.

3.3.3. FB Dielektrik Film ile Kısmen Doldurulmuş Dikdörtgen Kesitli Dalgakılavuzundaki Darbe Yayılımının Analizi

Kılavuz yapılarında anlık elektromanyetik dalga yayılımı problemi, malzeme karakterizasyonu gibi mikrodalga ölçümleri, haberleşme, iyonosfer gibi dalgakılavuzu yapılarından veri iletimi v.b. uygulamalar nedeniyle çok önemlidir. Bu problemin klasik frekans uzayı çözümü olan mod açılımı (*modal field expansion*) çözümünde geometrik dispersiyon etkisi doğal olarak vardır. Oysa ki malzeme dispersiyonunun etkisi, vakum izolasyonu, dalgakılavuzu filtreleri, empedans uyumlaştırma ve faz kaydırıcılar gibi pratik uygulamalarda önemli bir konudur. Bu çalışmada ortamda FB malzeme olduğundan darbe yayılımı problemini çözmek için FB-ZUSF yöntemi kullanılmıştır. Hem malzeme hem de geometrik dispersiyon problemi nümerik olarak zaman uzayında çözülmüştür. Boş dalgakılavuzu için geometrik dispersiyonun darbe yayılımını bozma etkisi incelenmiş ve Debye türü FB film konulan dalgakılavuzunda birlikte var olan geometrik ve malzeme dispersiyonlarının bozucu etkisiyle karşılaştırılmıştır. Dispersiyon, darbe bozulmasına sebep olduğu için elektromanyetik dalga iletiminde veri kaybı anlamına gelir. Geometrik dispersiyon, dalgakılavuzunda farklı kesim frekanslarına sahip her bir modun (*modal field*) farklı faz hızlarıyla yayılmasıdır. Bu gerçek, özellikle farklı dalgakılavuzu yapılarındaki geniş bantlı sinyal haberleşmelerinde büyük önem kazanmaktadır.

Bu çalışmada, Debye türü FB film ile kısmen doldurulmuş dikdörtgen bir dalgakılavuzu boyunca Gauss modüeli darbe yayılımı incelenmiştir (ayrıntılar için [Başaran, 2006c]'ye bkz.).

Mükemmel elektrik iletken duvarlara sahip dikdörtgen kesitli bir dalgakılavuzu, FB dielektrik film ile kısmen doldurulmuştur. TE_{10} dalgakılavuzu modu, geçirgen elektrik dipole uyarılmıştır. Problemin geometrisi Şekil 3.7'de gösterilmiştir.



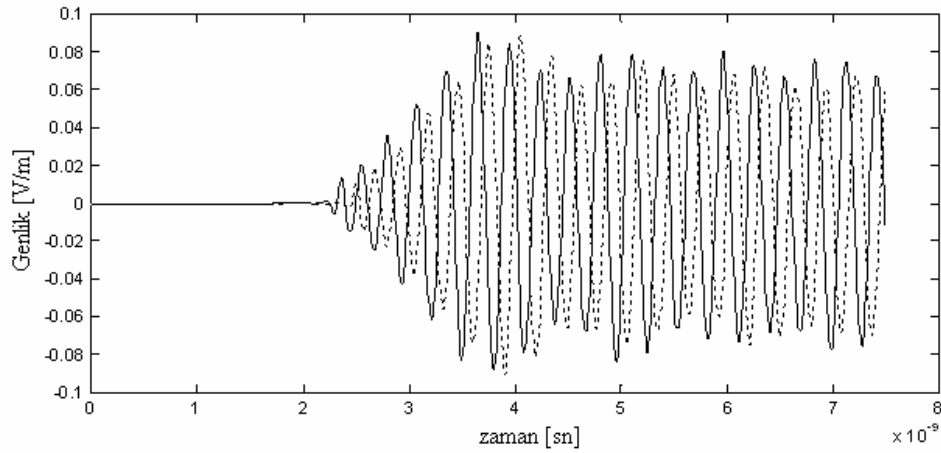
Şekil 3.7 FB dielektrik filmle kısmen doldurulmuş dalgakılavuzunun geometrisi

Dalgakılavuzu kartezyen koordinatlarda $6.12 \times 86 \times 4.13$ cm boyutlarındadır. λ dalga boyu olmak üzere ZUSF uzayının birim hücre uzunlukları $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \lambda / 20$ olarak belirlenmiştir. Bu durumda üç boyutlu ZUSF hesap uzayı $15 \times 200 \times 10$ hücre büyüklüğündedir. Toplam zaman adımı sayısı ise 1000'dir. Dalgakılavuzunun açık uçlarında TAMUK ile açık uzay şartı sağlanmıştır. Debye türü malzeme ise ÖE tekniğiyle FB-ZUSF yönteminde modellenmiştir.

Örnek olarak $\lambda / 2$ kalınlığındaki FB film, dalgakılavuzunun ortasına yerleştirilmiştir. FB film, suya ait malzeme parametreleri $\epsilon_{\infty} = 1.8$, $\epsilon_s = 81$ ve $\tau_0 = 9.4 \times 10^{-12}$ sn kullanılarak modellenmiştir. 4 cm uzunluğundaki elektrik dipolü, $(x_s, y_s) = (6.12 / 2, 1)$ cm noktasına yerleştirilmiştir. İki farklı gözlem noktası seçilmiştir. Birincisi FB filminden önce olan $(x_1, y_1, z_1) = (6.12 / 2, 86 / 4, 4.13 / 2)$ cm noktası, ikincisi ise filmin arkasında olan $(x_2, y_2, z_2) = (6.12 / 2, 3 \times 86 / 4, 4.13 / 2)$ cm noktasıdır. Sinüsoidal sinyal ve Gauss modüeli darbe sinyali olmak üzere iki tip kaynak kullanılmıştır. Taşıyıcı frekansı, suyun ısıtılması için mikrodalga fırınlarda kullanılan $f = 2.45$ GHz olarak seçilmiştir. Aşağıda ilk olarak boş dalgakılavuzunda

geometrik dispersiyon etkisi incelenecek, daha sonra malzeme dispersiyonunu gözlemlemek için dalgakılavuzuna FB film yerleştirilecektir.

Sinüsoidal kaynakla uyarımda boş dalgakılavuzu için gözlem noktalarında elde edilen E_z bileşenine ait zaman cevapları Şekil 3.8’de gösterilmiştir.

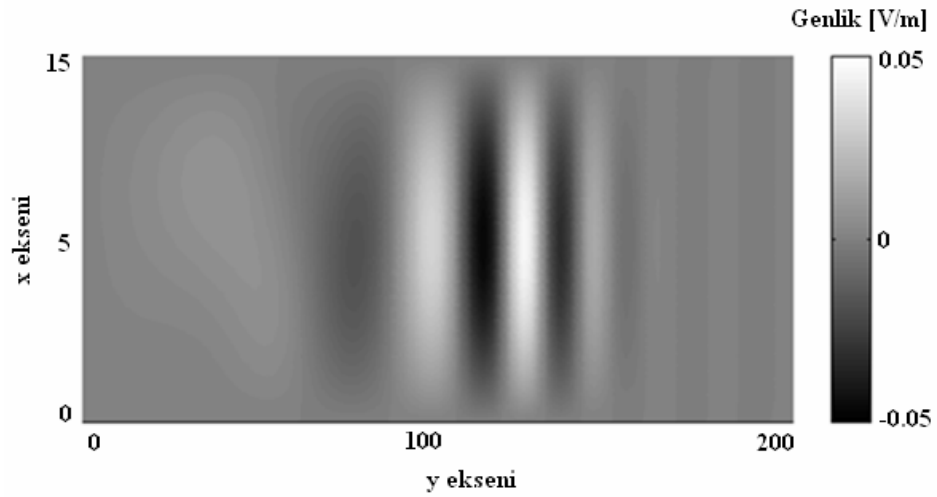


Şekil 3.8 (9,150,5) (düz çizgi) ve (9,160,5) (kesik çizgi) hücre numaralı gözlem noktalarındaki E_z bileşeninin zaman cevabı

Frekans bağımlı filmin dispersiyon etkisini araştırmak için Gauss modüleli darbe kaynağı

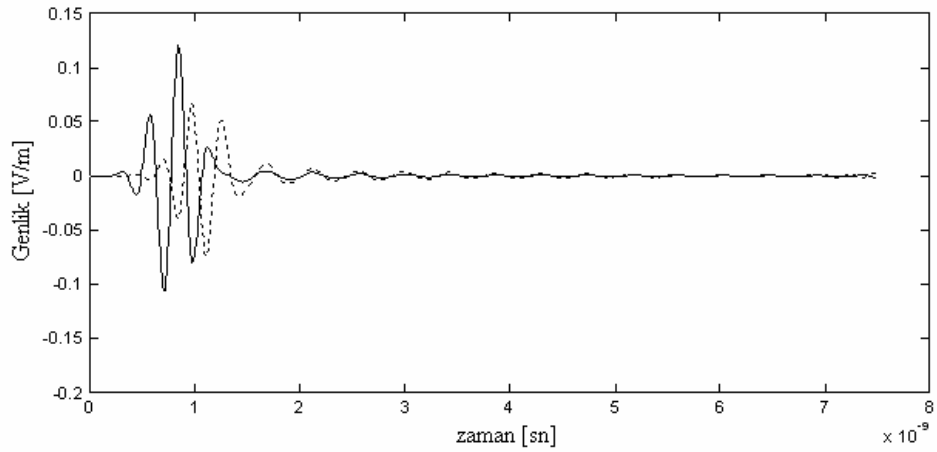
$$x(t) = e^{-\frac{1}{A}(t-T_{\text{gecikme}})^2} \sin(\omega(t-T_{\text{gecikme}})) \quad (3.94)$$

kullanılmıştır. Burada A ve T_{gecikme} sinyalin şeklini belirleyen parametreler, ω ise taşıyıcı açısal frekanstır. Boş dalgakılavuzunda $z = 4.13 / 2$ cm’deki $x - y$ eksenini boyunca E_z alanı Şekil 3.9’da verilmiştir.

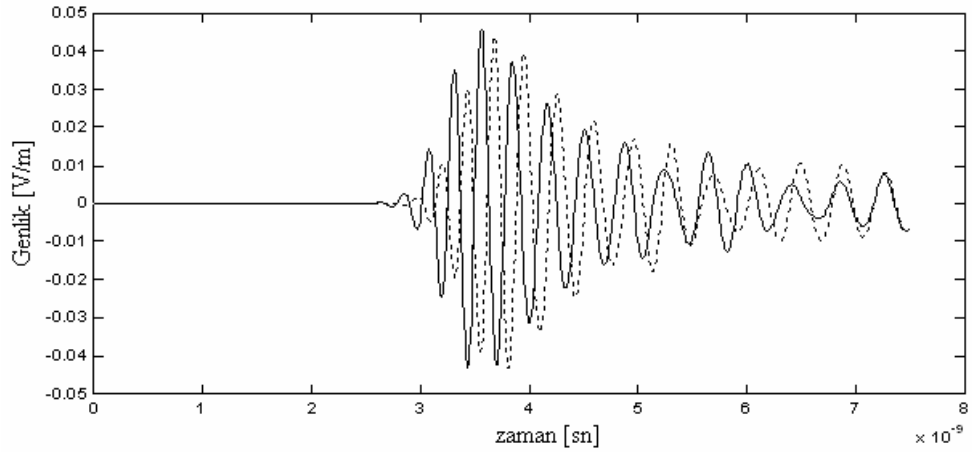


Şekil 3.9 Gauss modüleli darbe kaynağı için x-y eksenindeki E_z alan dağılımı

Boş dalgakılavuzu için Şekil 3.10'da (9,5,5) ve (9,15,5) hücre numaralı gözlem noktalarına ait E_z alanının zaman cevabı gösterilmiştir. Şekil 3.11'de ise aynı bileşenin (9,150,5) ve (9,160,5) hücre numaralarında gözlenen zaman sinyali verilmiştir.



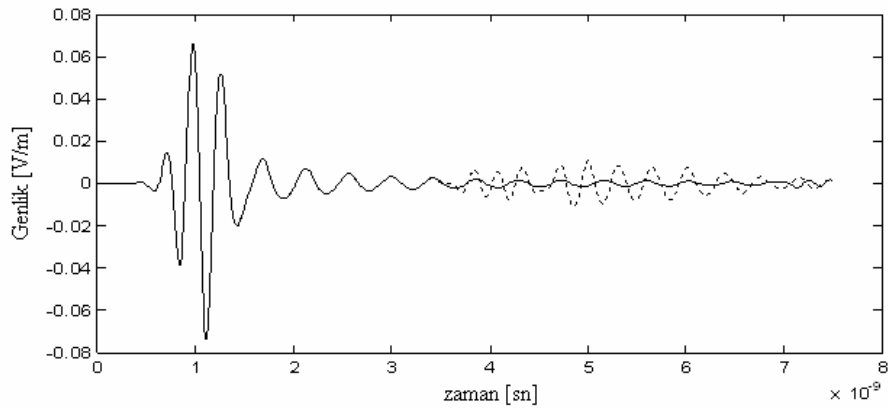
Şekil 3.10 (9,5,5) (düz çizgi) ve (9,15,5) (kesik çizgi) hücre numaralı gözlem noktalarındaki E_z bileşeninin zaman cevabı



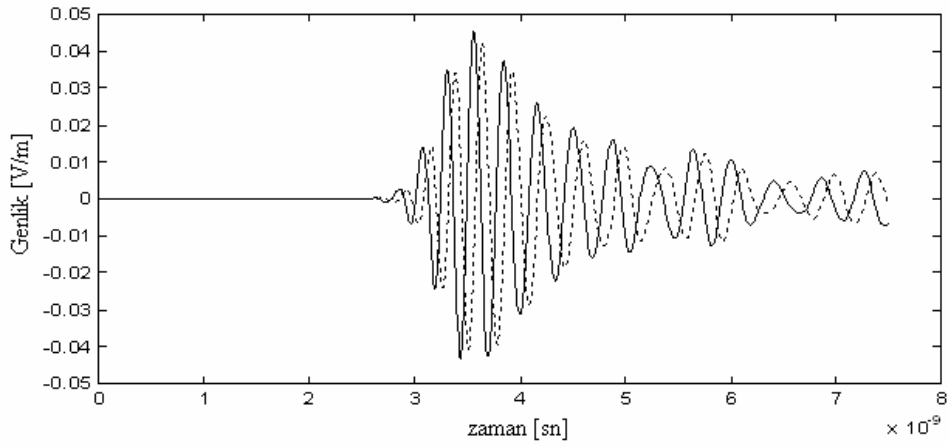
Şekil 3.11 (9,150,5) (düz çizgi) ve (9,160,5) (kesik çizgi) hücre numaralı gözlem noktalarındaki E_z bileşeninin zaman cevabı

Yukarıda verilen sonuçlarda dalgakılavuzunun geometrik dispersiyon etkisi gözlenmiştir. Bu sonuçlara göre dalgakılavuzunda ilerleyen darbenin şeklinin bozularak dağıldığı ve söndüğü açıkça görülmektedir.

İkinci aşamada, FB dielektrik filmin malzeme ve geometrik dispersiyon etkileri birlikte incelenecektir. Bunun için Gauss modüleli darbe kaynağı kullanılmıştır. FB filmin kalınlığı $d = \lambda / 2$ 'dir. Şekil 3.12'de (9,15,5) ve Şekil 3.13'te ise (9,150,5) hücre noktasında film varken ve yokken E_z alan bileşeni gözlenmiş ve karşılaştırılmıştır.



Şekil 3.12 (9,15,5) hücre numaralı gözlem noktasındaki E_z bileşeninin FB film yokken (düz çizgi) ve varken (kesik çizgi) karşılaştırılması



Şekil 3.13 (9,150,5) hücre numaralı gözlem noktasındaki E_z bileşeninin FB film yokken (düz çizgi) ve varken (kesik çizgi) karşılaştırılması

Şekil 3.12 ve Şekil 3.13'te filmin olduğu durumda hem geometrik hem de malzeme dispersiyonu birlikte oluşmaktadır. Bu sonuçlara göre, Gauss modüeli darbe, dalgakılavuzunda yayılırken malzeme dispersiyonunun ek bozulma ve sönüme neden olduğu açıktır.

Gelecek çalışmalar olarak, farklı kalınlık ve FB malzeme parametrelerine sahip filmlerin bozucu etkilerinin daha ayrıntılı incelenmesi ve özellikle ince filmlerin yapıcı ve bozucu etkilerinin analizi öngörülmektedir. Ayrıca Lorentz, Cole-Cole gibi farklı FB malzemelerin özel darbe şekillerine etkilerinin araştırılması gelecek çalışmalar arasındadır.

3.3.4. FB Malzeme ile Dolu Kavitenin Zaman Uzayındaki Rezonans Davranışının Doğrulanması

Bu bölümde FB dielektrik ile dolu kavitede zaman uzayı osilasyonları incelenmiştir. Kavite, duvarları mükemmel dielektrik iletkenlerden yapılmış dikdörtgen bir mikrodalga elemanıdır. Kaviteye sonlu süreli bir sinyal ile kaynak uygulanmaktadır. Dolayısıyla problemin oluşumunda Nedensellik Prensibi (*Causality Principle*) sağlanmaktadır. Kavite osilasyonlarının zaman cevabı, Maxwell denklemleri ve Debye denkleminin uygun başlangıç koşulları altında nümerik ZUSF yöntemi kullanılarak çözülmesiyle elde edilmiştir. Analitik çözüm ise

Elektromanyetik Teoriye Zaman Domeninde Yeni Bir Yaklaşım (*EZDY, Evolutionary Approach to Electromagnetics, EAE*) yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır. Bu iki yöntem karşılaştırılarak kavite modlarına ait zaman cevapları incelenmiştir.

3.3.4.1. Debye Türü FB Dielektrik Tanımı

Dielektrik bir malzeme, elektrik alan şiddeti vektörü $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ olan bir elektromanyetik alan içine konursa ortam kutuplanır. Atom veya moleküllerin dipol momentlerinin birim zamandaki hacimsel yoğunluğu olarak tanımlanan kutuplanma vektörü $\mathbf{P} = \mathbf{P}(\mathbf{E})$ elektrik alan tarafından oluşturulur. $\mathbf{P}(\mathbf{E})$ ilişkisi, Newton'un hareket denklemi ile tanımlanır ve genel durumda $\mathbf{P}(\mathbf{E})$ 'nin hareket denklemi lineer değildir. Fakat dielektrik homojen ve zamanla değişmiyorsa yeterince küçük $\mathbf{E}$ vektörü genliği için hareket denklemi lineerleştirilir ve tekrar düzenlenirse

$$\frac{d^2}{dt^2}\mathbf{P} + 2\gamma \frac{d}{dt}\mathbf{P} + \omega_0^2\mathbf{P} = \varepsilon_0\omega_N^2\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad (3.95)$$

olarak yazılabilir. Burada γ , $\omega_0^2 = \omega_r^2 - \omega_N^2 / 3$ ve $\omega_N^2 = Nq_e^2 / (m_e\varepsilon_0)$ sabit katsayılarıdır. γ ve ω_r ortamın atomik yapısına bağlı malzeme sabitleri, N kutuplanmış atomların hacimsel yoğunluğu, ε_0 serbest uzayın elektrik geçirgenliği, q_e ve m_e sırasıyla elektron yükü ve kütlesidir. $\mathbf{P} = \varepsilon_0\mathbf{P}$ yerine yazılır ve hareket denkleminin lineerlik özelliği kullanılırsa elektrik yer değiştirme vektörü için (3.62)'deki klasik bünye bağıntısı elde edilir. Bünye operatörü $\mathbf{P}$, (3.95) nedeniyle zaman türevleri içerdiğinden ortam zamanda dağıtıcı (*temporally dispersive*) olarak adlandırılır.

Kutupsal moleküller için kullanılan hareket denklemindeki eylemsizlik kuvveti

$\frac{d^2}{dt^2}\mathbf{P}$, sürtünme kuvveti $2\gamma \frac{d}{dt}\mathbf{P}$ 'ye göre daha zayıf olduğundan ihmal edilebilir.

Dolayısıyla (3.95)'teki Newton hareket denklemi yerine onun daha basit bir yaklaşımı olan (3.63)'teki Debye denklemi kullanılabilir. Burada $\tau_0 = 2\gamma / \omega_0^2$

gevşeme zamanı, $\chi_s = \omega_N^2 / \omega_0^2$ statik dielektrik duyarlılığıdır. Diferansiyel (3.63) denkleminde $\mathbf{P}(\mathbf{E})$ vektörü integral biçimde (3.64)'teki gibi ifade edilebilir ve (3.62)'deki Debye denkleminde denktir. Sadece iki özel durumda (3.64) ifadesinin çözümü $\mathbf{P}(\mathbf{E}) = \chi \mathbf{E}$ biçimindedir. Bunlardan birincisi $d/dt \equiv 0$ nedeniyle $\chi = \chi_s$ olan statik alan durumudur. İkinci durum ise $\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{P} \propto \exp(-j\omega t)$ nedeniyle

$$\chi \equiv \chi(\omega) = \frac{\chi_s}{1 + \omega^2 \tau_0^2} + j \frac{\chi_s \omega \tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2} \quad (3.96)$$

olan harmonik alan durumudur. Her iki durumda da bünye bağıntısı $\mathbf{D}(\mathbf{E}) = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}$ ile ifade edilir ve $\varepsilon_r = 1 + \chi$ eşitliği vardır.

Bu çalışmanın amacı, zamanda dağıtıcı (FB) kutupsal dielektrik ile dolu bir kavitede uyarılmış zaman uzayı osilasyonlarının incelenmesidir. Sonlu süreli bir sinyalle kaviteye kaynak uygulanmaktadır. Böylece nedensellik prensibi, problemin kuruluşunda sağlanmaktadır. Zaman uzayındaki kavite osilasyonları, Maxwell denklemleri

$$\begin{aligned} \varepsilon_0^{-1} \nabla \times \mathbf{H} &= \partial_t \mathbf{E} + \partial_t \mathbf{P} + \varepsilon_0^{-1} \mathbf{J}_e(\mathbf{r}, t) \\ -\mu_0^{-1} \nabla \times \mathbf{E} &= \partial_t \mathbf{H} + \partial_t \mathbf{P} + \mu_0^{-1} \mathbf{J}_m(\mathbf{r}, t) \end{aligned} \quad (3.97)$$

ve Debye denkleminde oluşan denklem sisteminin uygun sınır

$$[\mathbf{n} \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)]|_S = 0 \quad [\mathbf{n} \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)]|_S = 0 \quad (3.98)$$

ve başlangıç

$$t \leq 0 \Rightarrow \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (3.99)$$

koşullarıyla çözümü olarak elde edilir. Burada S sınır koşulunun geçerli olduğu kapalı yüzey, $\mathbf{n}$ bu yüzeyin dışına yönelmiş birim yüzey normali vektörü, $\mathbf{J}_e$ ve $\mathbf{J}_m$ sırasıyla belli zaman aralığında kavite hacmi içerisinde tanımlı elektrik ve

manyetik akım yoğunluklarıdır. Maxwell denklemleri (3.97) ve integral Debye denklemi (3.64), ZUSF yönteminde ÖE tekniği kullanılarak çözülmüş ve analitik bir çözümle karşılaştırılmıştır. Analitik çözüm 1980’lerde ortaya atılan ve yakın zamanda gerçekleştirilen EZDY yöntemiyle elde edilmiştir [Tretyakov, 1993; Aksoy, 2002; Aksoy, 2003; Aksoy, 2004; Aksoy, 2005a].

3.3.4.2. Sayısal Sonuçlar

İlk olarak kenar uzunluğu 5×10^{-5} m olan içi boş kübik bir kavite için hesaplama yapılmıştır. Boş kavitedeki TM_{110} moduna ait rezonans osilasyonları, $0 \leq t \leq 0.353794 \times 10^{-11}$ sn aralığında süren sinüs sinyali ile uyarılmıştır. Bu kavite için bu modun rezonans frekansı

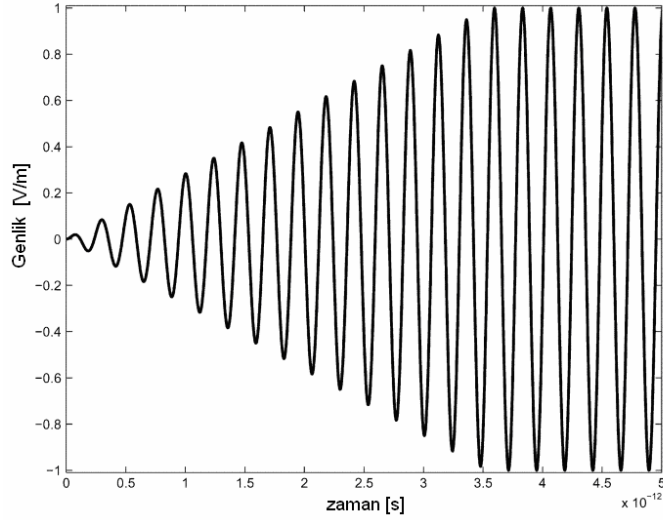
$$f_r = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{p}{l_x}\right)^2 + \left(\frac{q}{l_y}\right)^2 + \left(\frac{s}{l_z}\right)^2} \quad (3.100)$$

kullanılarak

$$f_r = \frac{3 \times 10^8}{2} \sqrt{\left(\frac{1}{5 \times 10^{-5}}\right)^2 + \left(\frac{1}{5 \times 10^{-5}}\right)^2 + \left(\frac{0}{5 \times 10^{-5}}\right)^2} = 4.2426 \times 10^3 \text{ GHz} \quad (3.101)$$

olarak bulunur. Burada c serbest uzaydaki ışık hızı, $l_{x,y,z}$ kavitenin kenar uzunlukları, p, q, s ise ilgili mod numaralarıdır.

Şekil 3.14’te rezonans durumunda boş kavite içerisindeki elektrik alanının E_z bileşeninin normalize genliğinin zamana göre değişimi görülmektedir. Rezonans karakteri ve kaynağın uygulanma aralığı açıkça görülmektedir.

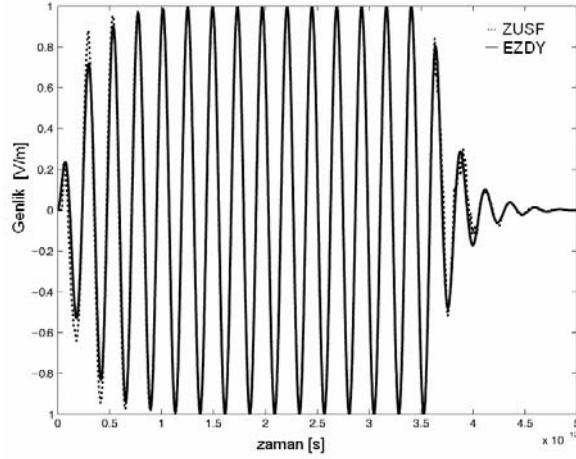


Şekil 3.14 Boş kavite için normalize elektrik alan genliğinin zaman cevabı

Aynı kavite su parametrelerine denk gelen $\chi_s = 80$ ve $\tau_0 = 9.4 \times 10^{-12}$ sn değerlerine sahip kutupsal dielektrik ile doldurulmuştur [Luebbers, 1990]. Dolu kavitenin TM_{110} moduna ait rezonans osilasyonları, $0 \leq t \leq 0.358752 \times 10^{-11}$ sn aralığında sinüs sinyali ile uyarılmıştır. Kaynağın frekansı ise EZDY yöntemi ile bulunan 4.1812×10^3 GHz olarak alınmıştır [Aksoy, 2005a]. Kavite, dalga boyu başına 10 örnek alınarak 1000 hücrelik Yee ızgarası ile modellenmiştir. Zaman adımı büyüklüğü, Courant kararlılık şartı ile 8.66×10^{-15} sn olarak hesaplanmıştır. Toplam zaman adımı sayısı ise 576'dır.

Aynı problem hem ZUSF hem de EZDY yöntemiyle çözülmüş ve Şekil 3.15'te FB madde ile dolu kavitenin her iki yöntem çözümüne ait normalize elektrik alan genliğinin zaman cevabı karşılaştırma ve doğrulama amacıyla verilmiştir. Sonuçlar tutarlı ve aralarında mükemmel bir uyum görülmektedir. Kaynağın açılma ve kapanma anlarında ufak farklılıklar oluşmaktadır. Bunun nedeni ZUSF çözümünde mümkün olan tüm modlar çözüldüğü halde EZDY çözümünün sadece tek mod yaklaşımı üzerine kurulmuş olmasıdır.

EZDY yönteminin ayrıntılı çözüm aşamaları [Aksoy, 2005a]'da verilmiştir. ZUSF çözümleri ise [Kunz, 1993] ve [Luebbers, 1990]'da verilen FB madde formülasyonu temel alınarak elde edilmiştir.



Şekil 3.15 FB madde ile dolu kavite için normalize elektrik alan genliğinin zaman cevabı

Bu çalışmada FB madde ile dolu bir kaviteye ait rezonans cevabı zaman uzayında nümerik ZUSF yöntemiyle incelenmiş ve zaman uzayında analitik bir yöntem olan EZDY yöntemiyle doğrulanmıştır. Problemin kurulumunda iki önemli kritik nokta vardır. Birincisi, birbirine uyumlu olan Maxwell denklemleri ve Debye denkleminin birleşiminden oluşan denklem sistemi, kutupsal zamanda dağıtıcı (FB) dielektrikle dolu bir kavitenin zaman uzayındaki rezonans cevabının analizinde kullanılmıştır. Bu denklem sistemi uygun sınır ve gerçek başlangıç koşulları altında çözülmüştür. İkinci kritik nokta ise kavitenin, Maxwell denklemlerinde bulunan kaynak terimleri aracılığıyla sonlu süreli sinyallerle uyarılmış olmasıdır. Böylelikle problemin formülasyonunda nedensellik prensibi sağlanmıştır.

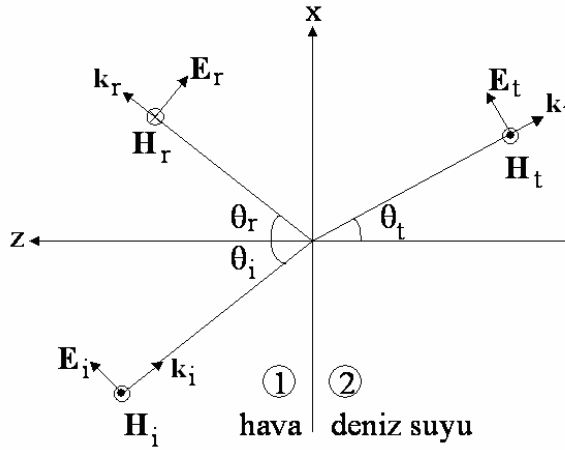
4. ZUSF İLE YÜZEY DALGASI İÇİN RKA (YD-RKA) KESTİRİMİ VE SONUÇLAR

Bu bölümde, yüzey dalgasına ait alan ifadelerinin türetilmesi ve ZUSF uzayına uygulanması anlatılacaktır. Daha sonra ZUSF sonucu elde edilen saçılmış alanlardan uzak alanların hesaplanması için gerekli Yakın Alan-Uzak Alan (YAUUA) dönüşümü açıklanacaktır. Son olarak ise, yeni Yüzey Dalgası için RKA (YD-RKA) yorumu yapılacak ve uygulama sonuçları gösterilecektir.

4.1. Yüzey Dalgası Kaynağı

4.1.1. Zenneck Yüzey Dalgası

Paralel veya TM polarizasyonlu bir elektromanyetik dalga $\mathbf{k}_i$ yönünde ilerlerken hava ve deniz arasında kalan bir yüzeye çarparsa $\mathbf{k}_r$ yönünde yansır ve $\mathbf{k}_t$ yönünde kırılır (Şekil 4.1). Burada ele alınan problemde hava kayıpsız, deniz ise kayıplıdır.



Şekil 4.1 TM polarizasyonlu elektromanyetik düzlemsel dalganın, hava ve deniz suyu arasındaki bir düzlemden yansıma ve kırılması

Brewster açısı $\theta_B = \theta_i$, TM Fresnel yansıma katsayısının $\Gamma_{TM} = 0$ olduğu geliş açısidir. TE yansıma katsayısı Γ_{TE} , manyetik olmayan ikinci ortam için hiç bir θ_i açısında sıfır olmaz. Kayıplı ikinci ortamın elektrik geçirgenliği

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_r \varepsilon_0 - j \frac{\sigma}{\omega} = \varepsilon_r \varepsilon_0 (1 - j\tau) \quad (4.1)$$

olarak tanımlanır. Bu durumda Brewster açısı

$$\theta_B = \tan^{-1} \left(\sqrt{\varepsilon_2 / \varepsilon_1} \right) \quad (4.2)$$

kompleks değerli olacağından gerçel geliş açıları için $\Gamma_{TM} = 0$ olmayacaktır. Bir başka deyişle kompleks değerli geliş açısı veya geliş dalga vektörü

$$\mathbf{k} = \boldsymbol{\beta} + j\boldsymbol{\alpha} \quad (4.3)$$

olması durumunda birinci ortam kayıpsız olsa bile $\Gamma_{TM} = 0$ yapılabilecektir. Bir çeşit düzlemsel dalga kırılması olan bu özel durumda ortaya çıkan dalgaya Zenneck Yüzey Dalgası adı verilir [Zenneck, 1907; Barlow, 1953; Schelkunoff, 1959; Tyras, 1969; Wait, 1981; Waldron, 1969]. Kayıpsız birinci ortamda $\boldsymbol{\alpha}$ ve $\boldsymbol{\beta}$ vektörleri birbirlerine diktir. TM durumu için birinci ortamdaki gelen alan ifadeleri

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}) &= E_0 \left(\hat{\mathbf{x}} + \frac{k_x}{k_z} \hat{\mathbf{z}} \right) e^{jk_z z} e^{-jk_x x} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) &= -\hat{\mathbf{y}} \frac{E_0}{\eta_{TM}} e^{jk_z z} e^{-jk_x x} \end{aligned} \quad (4.4)$$

şeklinde tanımlanır. $k_1 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_1}$ ve $k_2 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_2}$ olmak üzere

$$k_x = \frac{k_1 k_2}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} = \omega\sqrt{\mu_0} \frac{\sqrt{\varepsilon_1 \varepsilon_2}}{\sqrt{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} = \beta_x + j\alpha_x \quad (4.5)$$

$$k_z = \frac{k_1^2}{\sqrt{k_1^2 + k_2^2}} = \omega\sqrt{\mu_0} \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}} = \beta_z + j\alpha_z \quad (4.6)$$

olarak bulunur [Orfanidis, 2008]. Bu değerler alan ifadelerinde yerlerine yazılırsa

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}) &= E_0 \left(\hat{\mathbf{x}} + \frac{k_x}{k_z} \hat{\mathbf{z}} \right) e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} e^{-j(-\beta_z z + \beta_x x)} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}) &= -\hat{\mathbf{y}} \frac{E_0}{\eta_{TM}} e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} e^{-j(-\beta_z z + \beta_x x)}\end{aligned}\quad (4.7)$$

elde edilir. Alanların uzağa gittikçe üstel olarak azalması ve iki ortam arasındaki yüzeye yapışması için $\alpha_z > 0$ ve $\alpha_x < 0$ şartlarının sağlanması gerekir. Üstel olarak azalan bu dalgalara sönen dalgalar da denir.

4.1.2. Zaman Uzayında Yüzey Dalgası Alanları

Önceki bölümde yüzey dalgasına ait frekans uzayındaki alan ifadeleri elde edilmişti. Bu ifadelerin ZUSF denklemlerinde kullanılabilmesi için Fourier dönüşümü ile zaman uzayındaki karşılıklarının bulunması gerekmektedir. Dönüşüm için yapılan işlem adımları aşağıda gösterilmiştir.

Fazör alan ifadelerinin zaman uzayı karşılığını bulmak için ifadelerin ters fazör dönüşümü alınmalıdır. Bunun için fazör ifadeler, $e^{j\omega t}$ ile çarpılıp gerçel bileşenleri alınır.

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \text{Re} \left\{ E_0 \left(\hat{\mathbf{x}} + \frac{k_x}{k_z} \hat{\mathbf{z}} \right) e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} e^{-j(-\beta_z z + \beta_x x)} e^{j\omega t} \right\} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \text{Re} \left\{ -\hat{\mathbf{y}} \frac{E_0}{\eta_{TM}} e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} e^{-j(-\beta_z z + \beta_x x)} e^{j\omega t} \right\}\end{aligned}\quad (4.8)$$

Kolaylık sağlaması için $k_{xz} = \frac{k_x}{k_z}$ ve $H_0 = \frac{E_0}{\eta_{TM}}$ olmak üzere

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \text{Re} \left\{ E_0 \left(\hat{\mathbf{x}} + k_{xz} \hat{\mathbf{z}} \right) e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} e^{-j(-\beta_z z + \beta_x x)} e^{j\omega t} \right\} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= \text{Re} \left\{ -\hat{\mathbf{y}} H_0 e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} e^{-j(-\beta_z z + \beta_x x)} e^{j\omega t} \right\}\end{aligned}\quad (4.9)$$

yazılabilir. Gerçel ifadeler, gerçel operatörünün dışına çıkartılırsa

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \text{Re} \left\{ e^{j(\omega t + \beta_z z - \beta_x x)} \right\} E_0 e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} \hat{\mathbf{x}} + \text{Re} \left\{ k_{xz} e^{j(\omega t + \beta_z z - \beta_x x)} \right\} E_0 e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} \hat{\mathbf{z}} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= -\text{Re} \left\{ H_0 e^{j(\omega t + \beta_z z - \beta_x x)} \right\} e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} \hat{\mathbf{y}}\end{aligned}\quad (4.10)$$

bulunur. $e^{j\phi} = \cos \phi + j \sin \phi$ açılımı kullanılırsa

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= E_0 e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} \cos(\omega t + \beta_z z - \beta_x x) \hat{\mathbf{x}} \\ &+ \text{Re} \left\{ \left[\text{Re}(k_{xz}) + j \text{Im}(k_{xz}) \right] \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \beta_z z - \beta_x x) \\ + j \sin(\omega t + \beta_z z - \beta_x x) \end{bmatrix} \right\} E_0 e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} \hat{\mathbf{z}} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= -\text{Re} \left\{ \left[\text{Re}(H_0) + j \text{Im}(H_0) \right] \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \beta_z z - \beta_x x) \\ + j \sin(\omega t + \beta_z z - \beta_x x) \end{bmatrix} \right\} e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} \hat{\mathbf{y}}\end{aligned}\quad (4.11)$$

elde edilir. Kompleks ifadeler birbirleriyle çarpılırsa alan bileşenlerine ait zaman uzayı karşılıkları

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= E_0 e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \beta_z z - \beta_x x) \hat{\mathbf{x}} \\ + \left\{ \begin{bmatrix} \text{Re}(k_{xz}) \cos(\omega t + \beta_z z - \beta_x x) \\ - \text{Im}(k_{xz}) \sin(\omega t + \beta_z z - \beta_x x) \end{bmatrix} \hat{\mathbf{z}} \end{bmatrix} \\ \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) &= -e^{-\alpha_z z + \alpha_x x} \begin{bmatrix} \text{Re}(H_0) \cos(\omega t + \beta_z z - \beta_x x) \\ - \text{Im}(H_0) \sin(\omega t + \beta_z z - \beta_x x) \end{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}\end{aligned}\quad (4.12)$$

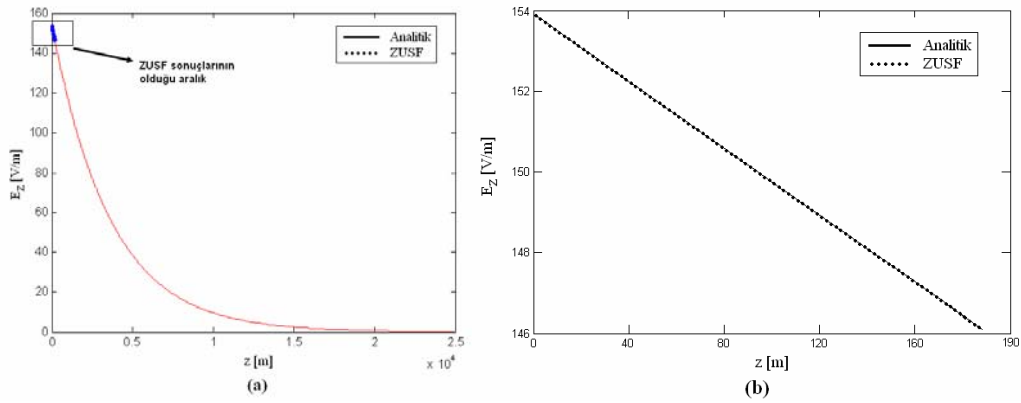
şeklinde bulunur. Bu alan ifadeleri, YD-ZUSF algoritmasına elektromanyetik alan kaynağı olarak uygulanacaktır.

4.1.3. Nümerik Gerçekleme ve Doğrulama

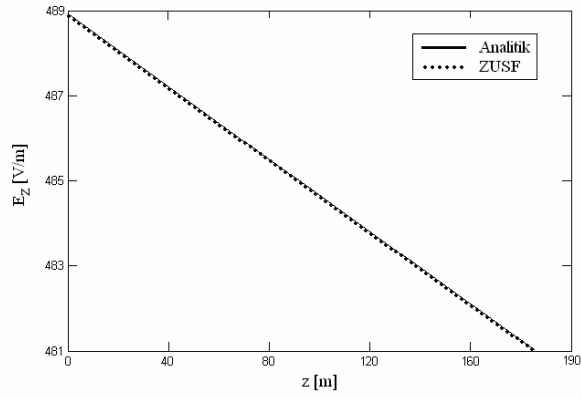
Sönen dalga da denilen Zenneck yüzey dalgasının zaman uzayındaki analitik ifadeleri, (4.12)'de elde edilmiş ve YD-ZUSF kodunda elektromanyetik alan kaynağı olarak kullanılmıştır. Bu işlemin YD-ZUSF kodunda doğru çalıştığını kontrol etmek için farklı parametreler ve gözlem noktaları seçilerek karşılaştırmalar yapılmıştır. Karşılaştırmalar YD-ZUSF kodu sonuçları ile (4.7)'deki analitik hesaplar arasında yapılmıştır. Bu test çalışmasına ait sonuçlar ve açıklamalar aşağıda verilmiştir.

ZUSF uzayında kararlı hale yeterli bir süre örnekleme yapılmış ve z-eksenine paralel bir çizgi boyunca E_z alanına ait zaman işaretleri kaydedilmiştir. Fourier dönüşümü kullanılarak ilgili frekansa ait genlikler bulunmuştur.

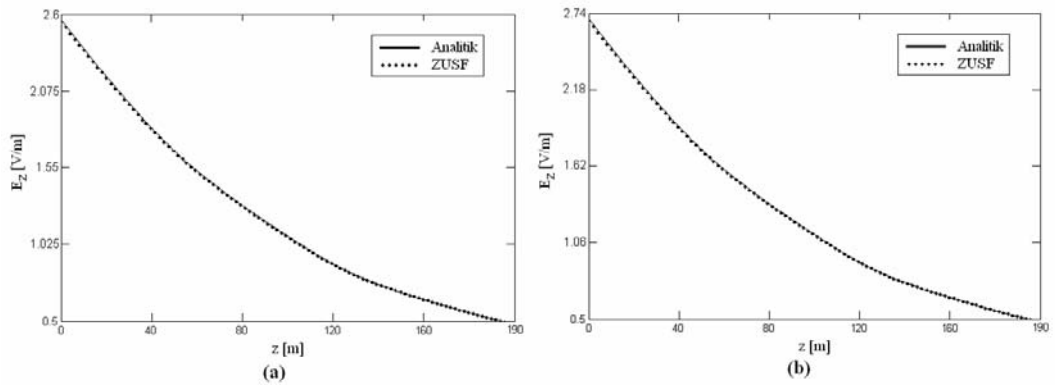
Karşılaştırma ve doğrulama amacıyla uzayın aynı noktasına ait E_z alanları, (4.7)'deki analitik ifadeler kullanılarak hesaplanmış ve Şekil 4.2'de çizilmiştir. Buradaki amaç, ZYD'nin karakteri olan üstel genlik düşüşünün hem yüzeyden uzaklaştıkça (+z yönünde) hem de yüzeye paralel ilerledikçe (+x yönünde) görülmesi ve analitik değerlerle doğrulanmasıdır. Şekil 4.2, Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'te farklı dielektrik parametreleri ve kayıplar için sonuçlar verilmiştir. Bu çalışma sırasında ZUSF uzayında elde edilen örnek bir E_z alan dağılımı da Şekil 4.5'te gösterilmiştir. Aşağıdaki şekillere göre deniz yüzeyinden uzaklaşıldıkça veya deniz yüzeyine paralel ilerledikçe alan şiddetinin üstel olarak düştüğü açıkça görülmektedir ve doğrulama yüksek derecede sağlanmıştır.



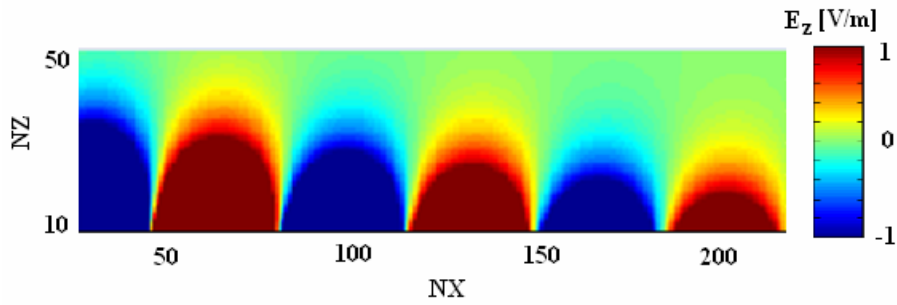
Şekil 4.2 $\epsilon_r = 81$, $\sigma = 4 \text{ S/m}$ için elde edilen a) ZUSF ve analitik çözüm karşılaştırılması ve b) işaretli bölgenin büyütülmüş grafiği



Şekil 4.3 $\varepsilon_r = 81$, $\sigma = 40 \text{ S/m}$ için elde edilen ZUSF ve analitik çözüm karşılaştırılması



Şekil 4.4 $\varepsilon_r = 4$, $\sigma = 0.002 \text{ S/m}$ için elde edilen ZUSF ve analitik çözüm karşılaştırılması: kaynağa a) uzak ve b) yakın çizgide gözlem



Şekil 4.5 ZUSF uzayında $\varepsilon_r = 4$, $\sigma = 0.002 \text{ S/m}$ için elde edilen alan dağılımı

4.2. Yakın Alan - Uzak Alan Dönüşümü

Elektromanyetik problemler sınıfının önemli bir kısmını saçılma problemleri oluşturmaktadır. Saçılma problemlerinin büyük çoğunluğunda gözlem noktası saçıcıya göre uzak alanda bulunmaktadır. Bu nedenle saçılan alanın uzak alandaki ifade ve değerlerinin hesaplanması çoğu uygulama için büyük önem taşımaktadır. Bu kapsamda ZUSF yöntemi ile uzak alanda saçılan alan değerlerinin hesaplanması için iki ana yol mevcuttur. Bunlar:

- i) ZUSF problem uzayını uzak alan bölgesini de kapsayacak biçimde büyük almak ve SSK uygulamak.
- ii) ZUSF problem uzayını saçıcının hemen etrafını çevreleyen eşdeğer yüzeye kadar almak ve SSK uygulamak.

Birinci yolun temel dezavantajı, büyük ölçekli problem çözme gerekliliği nedeni ile yüksek hafıza ve hesap zamanı gereksinimidir. Ayrıca nümerik ızgara dispersiyonu (*numerical grid dispersion*) ve nümerik açısal dispersiyon (*numerical angular dispersion*) nedeniyle hatalar artmaktadır.

Bahsedilen dezavantajları nedeni ile ilk yol izlenmez. İkinci yolda ZUSF ile yakın alanda çözümler yapılarak Kirchhoff'un İntegral Dönüşümü prensibine dayanan ve Eşdeğerlik Teoremi (*Equivalence Theorem*) olarak da bilinen bir yöntem kullanılır [Umashankar, 1982]. Bu yöntemde saçıcıyı çevreleyen hayali bir yüzey üzerinde hesaplanan eşdeğer akımlar kullanılarak uzak alanlar bulunur. Söz konusu hayali yüzey, çoğunlukla problem uzayının küçültülmesi bakımından yakın alan bölgesinde tanımlanır. Hayali yüzeyden hemen sonra SSK uygulanmalıdır. Bu durum ZUSF hesap uzayının küçültülmesi nedeni ile hafıza ve hesap zamanı gereksinimleri ile beraber toplam dispersiyon hatalarının da azaltılması anlamına gelir. Buradaki temel zorluk ise ancak aşağıda anlatılacak olan Yakın Alan – Uzak Alan (YAU) dönüşümü yapılarak uzak alandaki saçılan alan değerlerinin bulunabilmesinin mümkün olmasıdır.

4.2.1. Boş Uzay için YAUA Dönüşümü

Yüzey Denklik Teoremi (*Surface Equivalence Theorem*), verici ve saçıcı gibi elektromanyetik kaynakların, bu kaynakları saran hayali yüzey üzerindeki eşdeğer akımlarla değiştirilmesi prensibidir [Balanis, 1989]. Belli bir bölgede gerçek kaynaklarla eşdeğer olan bu hayali kaynaklar, bu bölgede aynı alanları üretmektedirler. Dolayısıyla Huygens prensibinin geliştirilmiş hali olan ve Teklik Teoremi'ne (*Uniqueness Theorem*) dayanan Yüzey Denklik Teoremi'ne göre kapalı bir yüzey üzerinde teğetsel elektrik ve manyetik alanlar tamamen biliniyorsa kaynaksız bölgedeki alanlar belirlenebilir [Balanis, 1989].

Yüzey Denklik Teoremi kullanılarak ZUSF uzayındaki üç boyutlu saçıcıların ve antenlerin uzak alanları YAUA dönüşümüyle bulunabilir. Bu çalışmadaki üç boyutlu problemde hayali S yüzeyi, ZUSF uzayının saçılan alan bölgesinde bulunan altı yüzlü bir dikdörtgen olup ilgili yapıyı tamamen sarmaktadır. S 'nin her yüzü için ZUSF ile zaman uzayında hesaplanmış teğetsel $\mathbf{H}$ ve $\mathbf{E}$ alanlarına Ayırık Fourier Dönüşümü (*Discrete Fourier Transform, DFT*) uygulanarak fazör halinde eşdeğer elektrik ve manyetik akımlar sırası ile

$$\mathbf{J}_s = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{H} \quad (4.13)$$

$$\mathbf{M}_s = -\hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E} \quad (4.14)$$

şeklinde bulunabilir. Bu eşdeğer akımlar ve boş uzay Green fonksiyonu ile uzak alan hesaplanması için uygun olan vektör potansiyelleri

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \iint_S \mathbf{J}_s \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \cong \frac{\mu_0 e^{-jkR}}{4\pi r} \mathbf{N} \quad (4.15)$$

$$\mathbf{F} = \frac{\epsilon_0}{4\pi} \iint_S \mathbf{M}_s \frac{e^{-jkR}}{R} ds' \cong \frac{\epsilon_0 e^{-jkR}}{4\pi r} \mathbf{L} \quad (4.16)$$

olarak tanımlanır [Taflöv, 2005]. Burada $\mathbf{r} = r \hat{\mathbf{r}}$ gözlem noktasının konumu (x, y, z) , $\mathbf{r}' = r' \hat{\mathbf{r}}'$ S üzerindeki kaynak noktasının konumu (x', y', z') , $\mathbf{R} = R \hat{\mathbf{R}} \equiv \mathbf{r} - \mathbf{r}'$ ve ψ açısı $\mathbf{r}$ ile $\mathbf{r}'$ arasındaki açı olmak üzere

$$\mathbf{N} = \iint_S \mathbf{J}_s e^{-jkr' \cos \psi} ds' \quad (4.17)$$

$$\mathbf{L} = \iint_S \mathbf{M}_s e^{-jkr' \cos \psi} ds' \quad (4.18)$$

olarak alınmıştır. Kosinüs bağıntısı kullanılarak uzak alanda

$$R = [r^2 + (r')^2 - 2rr' \cos \psi]^{1/2} \quad (4.19)$$

yazılabilir. (4.15) ve (4.16)'da verilen vektör potansiyellerinin neden olduğu fazör $\mathbf{E}$ elektrik ve $\mathbf{H}$ manyetik alanları

$$\mathbf{E} = -j\omega \left[\mathbf{A} + \frac{1}{k^2} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{A}) \right] - \frac{1}{\epsilon_0} \nabla \times \mathbf{F} \quad (4.20)$$

$$\mathbf{H} = -j\omega \left[\mathbf{F} + \frac{1}{k^2} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{F}) \right] + \frac{1}{\mu_0} \nabla \times \mathbf{A} \quad (4.21)$$

olmak üzere tam olarak tanımlanır. (4.20) ile (4.21)'de verilen alanların θ ve ϕ alan bileşenlerine kıyasla ihmal edilebilecek genlikteki r bileşenleri ve $1/r^2$ mertebesinde veya daha hızlı azalan terimleri ihmal edilerek uzak alan incelemeleri için uygun ve basitleştirilmiş elektrik alan bileşenleri

$$\begin{aligned} E_r &\cong 0 \\ E_\theta &\cong -j\omega (A_\theta + \eta_0 F_\phi) = -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} (L_\phi + \eta_0 N_\theta) \\ E_\phi &\cong -j\omega (A_\phi + \eta_0 F_\theta) = +\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} (L_\theta - \eta_0 N_\phi) \end{aligned} \quad (4.22)$$

ve manyetik alan bileşenleri

$$\begin{aligned} H_r &\cong 0 \\ H_\theta &\cong \frac{j\omega}{\eta_0} (A_\phi - \eta_0 F_\theta) = \frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} \left(N_\phi - \frac{L_\theta}{\eta_0} \right) \\ H_\phi &\cong -\frac{j\omega}{\eta_0} (A_\theta - \eta_0 F_\phi) = -\frac{jke^{-jkr}}{4\pi r} \left(N_\theta + \frac{L_\phi}{\eta_0} \right) \end{aligned} \quad (4.23)$$

olarak bulunur. Burada $\eta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ boş uzayın karakteristik empedansıdır.

ZUSF problem uzayı ve hayali S yüzeyi kartezyen koordinatlarda tanımlandığından (4.17) ve (4.18) integralleri kartezyen koordinatlarda

$$\mathbf{N} = \iint_S (\hat{\mathbf{x}}J_x + \hat{\mathbf{y}}J_y + \hat{\mathbf{z}}J_z) e^{+jkr' \cos \psi} ds' \quad (4.24)$$

$$\mathbf{L} = \iint_S (\hat{\mathbf{x}}M_x + \hat{\mathbf{y}}M_y + \hat{\mathbf{z}}M_z) e^{+jkr' \cos \psi} ds' \quad (4.25)$$

olarak hesaplandıktan sonra (4.22) ve (4.23) ifadelerinde yerlerine yazılmak için küresel koordinatlara

$$\begin{aligned} N_\theta &= \iint_S (J_x \cos \theta \cos \phi + J_y \cos \theta \sin \phi - J_z \sin \theta) e^{+jkr' \cos \psi} ds' \\ N_\phi &= \iint_S (-J_x \sin \theta + J_y \cos \phi) e^{+jkr' \cos \psi} ds' \end{aligned} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned} L_\theta &= \iint_S (M_x \cos \theta \cos \phi + M_y \cos \theta \sin \phi - M_z \sin \theta) e^{+jkr' \cos \psi} ds' \\ L_\phi &= \iint_S (-M_x \sin \phi + M_y \cos \phi) e^{+jkr' \cos \psi} ds' \end{aligned} \quad (4.27)$$

şeklinde dönüştürülmeleri uygun olmaktadır [Taflove, 2005].

S integral yüzeyinin her bir yüzünün konumu ve yönü dikkate alınarak (4.26) ve (4.27)'teki integraller nümerik olarak hesaplanabilir. Koordinat merkezine simetrik olarak yerleştirilmiş S kapalı yüzeyi, kenar uzunlukları $2x_0$, $2y_0$ ve $2z_0$ olan dikdörtgen bir kutu olarak tanımlandığından integral işleminde hesaplanması gereken altı yüzey parçası bulunmaktadır. Bu yüzey parçalarından çekirdek fonksiyonları ortak özelliklere sahip olanlar gruplandırılarak üç çift yüzey parçası grubu oluşturulabilir.

1. grup: S 'nin $x' = \pm x_0$ 'da bulunan iki yüzü

$\mathbf{J}_s$ ve $\mathbf{M}_s$ 'nin sıfır olmayan bileşenleri: J_y, J_z, M_y, M_z

Üstel faz terimi:

$$\begin{aligned} r' \cos \psi &= \mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}}' = (\pm x_0 \hat{\mathbf{x}} + y' \hat{\mathbf{y}} + z' \hat{\mathbf{z}}) \cdot (\hat{\mathbf{x}} \sin \theta \cos \phi + \hat{\mathbf{y}} \sin \theta \sin \phi + \hat{\mathbf{z}} \cos \theta) \\ &= \pm x_0 \sin \theta \cos \phi + y' \sin \theta \sin \phi + z' \cos \theta \end{aligned} \quad (4.28)$$

İntegral sınırları: $-y_0 \leq y' \leq y_0$, $-z_0 \leq z' \leq z_0$; $ds' = dy' dz'$

2. grup: S 'nin $y' = \pm y_0$ 'da bulunan iki yüzü

$\mathbf{J}_s$ ve $\mathbf{M}_s$ 'nin sıfır olmayan bileşenleri: J_x, J_z, M_x, M_z

Üstel faz terimi:

$$\begin{aligned} r' \cos \psi &= \mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}}' = (x' \hat{\mathbf{x}} \pm y_0 \hat{\mathbf{y}} + z' \hat{\mathbf{z}}) \cdot (\hat{\mathbf{x}} \sin \theta \cos \phi + \hat{\mathbf{y}} \sin \theta \sin \phi + \hat{\mathbf{z}} \cos \theta) \\ &= x' \sin \theta \cos \phi \pm y_0 \sin \theta \sin \phi + z' \cos \theta \end{aligned} \quad (4.29)$$

İntegral sınırları: $-x_0 \leq x' \leq x_0$, $-z_0 \leq z' \leq z_0$; $ds' = dx' dz'$

3. grup: S 'nin $z' = \pm z_0$ 'da bulunan iki yüzü

$\mathbf{J}_s$ ve $\mathbf{M}_s$ 'nin sıfır olmayan bileşenleri: J_x, J_y, M_x, M_y

Üstel faz terimi:

$$\begin{aligned} r' \cos \psi &= \mathbf{r}' \cdot \hat{\mathbf{r}}' = (x' \hat{\mathbf{x}} + y' \hat{\mathbf{y}} \pm z_0 \hat{\mathbf{z}}) \cdot (\hat{\mathbf{x}} \sin \theta \cos \phi + \hat{\mathbf{y}} \sin \theta \sin \phi + \hat{\mathbf{z}} \cos \theta) \\ &= x' \sin \theta \cos \phi + y' \sin \theta \sin \phi \pm z_0 \cos \theta \end{aligned} \quad (4.30)$$

İntegral sınırları: $-x_0 \leq x' \leq x_0$, $-y_0 \leq y' \leq y_0$; $ds' = dx' dy'$

Sonuç olarak $N_\theta, N_\phi, L_\theta$ ve L_ϕ değerleri bulunduktan sonra saçılan alanın Poynting vektörünün bir peryotluk zaman ortalaması

$$\begin{aligned}
P_s &= \frac{1}{2} \operatorname{Re}(E_\theta H_\phi^*) + \frac{1}{2} \operatorname{Re}(-E_\phi H_\theta^*) \\
&= \frac{k^2}{32\pi^2 \eta_0 r^2} \left(|L_\phi + \eta_0 N_\theta|^2 + |L_\theta - \eta_0 N_\phi|^2 \right)
\end{aligned} \tag{4.31}$$

olarak hesaplanabilir. Bu durumda P_g aydınlatmanın güç yoğunluğu olmak üzere üç boyutlu bistatik radar kesit alanı

$$RKA(\theta, \phi) \equiv \lim_{r \rightarrow \infty} \left(4\pi r^2 \frac{P_s}{P_g} \right) \tag{4.32}$$

tanımında (4.31) ifadesi yerine konursa hesaplanacak RKA ifadesi

$$RKA(\theta, \phi) = \frac{k^2}{8\pi\eta_0 P_i} \left(|L_\phi + \eta_0 N_\theta|^2 + |L_\theta - \eta_0 N_\phi|^2 \right) [m^2] \tag{4.33}$$

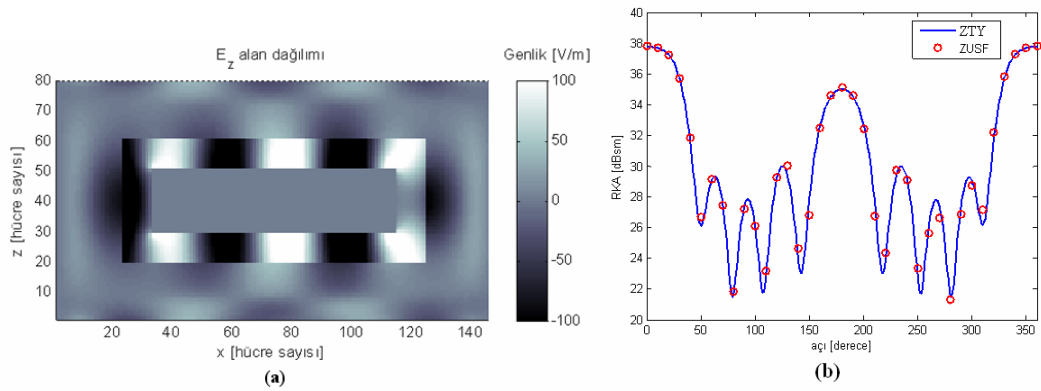
olarak bulunur. (4.33)'ün sadece θ ve ϕ 'nin fonksiyonu olduğuna ve r 'ye bağlı olmadığına dikkat edilmelidir.

İhtiyaç duyulan fazör değerlerini elde etmek için (4.26) ve (4.27) integrallerinin nümerik olarak alınması yeterlidir. Bu amaçla ilk önce belli bir geliş açısı ve polarizasyona sahip düzlemsel dalga uyarımını modellemek için ZUSF kodu bir kez çalıştırılarak S yüzeyindeki saçılan yakın alanlar hesaplanır. Böylece bu veriler kullanılarak uzak alanda geçerli bistatik RKA deseninin hesaplanması mümkün olur.

4.2.2. ZUSF ile Boş Uzay YAU A Dönüşümü için Doğrulama

Boş uzay YAU A dönüşümünün ZUSF algoritmasına doğru uygulandığını göstermek, aynı zamanda YD-ZUSF kodunun YD-YAU A dönüşümü hariç diğer alt programlarının (ZUSF ana programı, TASA alt programı, Fourier dönüşümü programı) doğruluğunu da ispat etmek anlamına gelmektedir. Çünkü bu alt programlar her iki kodda da aynıdır. Bunu ispatlamak amacıyla ZUSF uzayı 10

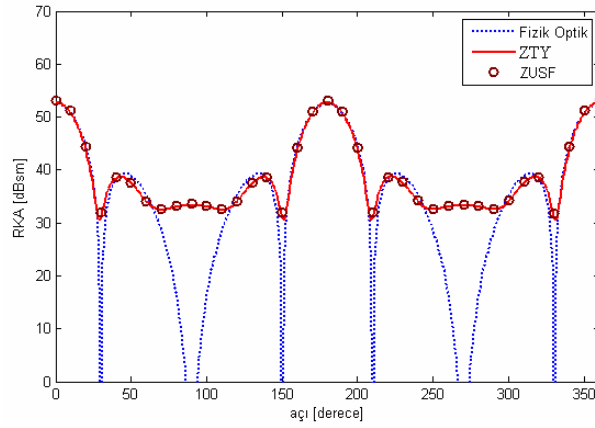
MHz'lik bir düzlemsel dalgayla uyarılmıştır. λ dalga boyu olmak üzere ZUSF hesap uzayına $2\lambda \times 0.5\lambda \times 0.5\lambda \cong 60 \times 15 \times 15 \text{ m}^3$ boyutunda Mükemmel Elektrik İletken (MEİ) malzemeden yapılmış dikdörtgen prizma şeklinde bir saçıcı yerleştirilmiş ve küçük olan ön yüzeyinden aydınlatılmıştır. Elde edilen bistatik RKA sonuçlarının tutarlılığını kontrol etmek için karşılaştırma, yaygın olarak kullanılan ve ZUSF tabanlı bir Ticari Yazılım (ZTY) kullanılarak yapılmıştır. Yukarıda bahsedilen cismin ZUSF uzayındaki yerleşim durumu ile E_z alan dağılımı Şekil 4.6(a)'da gösterilen problem, ZTY ile de çözülmüş ve ZUSF sonuçları ile ZTY sonuçlarının tutarlı olduğu görülmüştür (Şekil 4.6(b)).



Şekil 4.6 Düzlemsel dalga ile önden aydınlatılan $2\lambda \times 0.5\lambda \times 0.5\lambda$ 'lık cisim için
a) ZUSF alan dağılımı ve b) RKA değerlerinin karşılaştırılması

Bir başka doğrulama örneği için de ZUSF uzayı 10 MHz'lik bir düzlemsel dalgayla uyarılmıştır. ZUSF hesap uzayına $2\lambda \times 2\lambda \cong 60 \times 60 \text{ m}^2$ boyutunda MEİ malzemeden yapılmış bir kare levha yerleştirilmiş ve yüzeyine dik gelecek şekilde karşıdan aydınlatılmıştır. Bu problem hem ZTY hem de Fizik Optik yöntemiyle çözülmüş [Balanis, 1989] ve tez kapsamında hesaplanan RKA sonuçları ile birlikte Şekil 4.7'de verilmiştir. ZUSF sonuçlarının hem ZTY hem de Fizik Optik ile tutarlı olduğu Şekil 4.7'de görülmektedir.

İki ayrı cisim ve üç ayrı yöntemle elde edilen tutarlı sonuçlara göre boş uzay YAUA dönüşümü ZUSF algoritmasına doğru uygulanmış ve geliştirilen ZUSF alt programlarının doğru çalıştığı ispatlanmıştır.



Şekil 4.7 Düzlemsel dalga ile karşıdan aydınlatılan $2\lambda \times 2\lambda$ 'lık cismin Fizik Optik, ZTY ve geliştirilen ZUSF kodu ile hesaplanan bistatik RKA değerlerinin karşılaştırılması

4.2.3. Yüzey Dalgası için YAUA Dönüşümü

Düz bir empedans yüzeyi üzerinde elektromanyetik dalga yayılımını tanımlayan klasik Sommerfeld problemi, King tarafından Elektromanyetik Kompanzasyon Teoremi (*Electromagnetic Compensation Theorem*) [Monteath, 1951] kullanılarak tekrar ifade edilmiştir [King, 1969]. Böylece potansiyel fonksiyonlarının genel spektrum gösterimi kullanılmadığından karışık çizgi integrallerinin hesaplanmasına gerek kalmamıştır. Karşılıklılık (*Reciprocity*) ve Simetri (*Duality*) teoremleri kullanılarak tüm elektromanyetik alanlar, basit düşey ve yatay dipollerin hem elektrik hem de manyetik türleri için hesaplanmıştır. Bu dipoller homojen, yatay katmanlı veya düzgün pürüzlü yüzeyler gibi pasif yüzey empedansına sahip ortamların üzerinde bulunmaktadır. Sonuçlar, az bilinen fakat daha doğru olan Norton çözümlerine benzer olup belli yaklaşımlar altında daha çok bilinen Norton, Hufford, Bremmer gibi çözümlere indirgenebilir. Bahsedilen çalışmalarda yüzeyin empedans özellikleriyle ilgili kısıtlar verilmiş ve belli yön bulma hataları tartışılmıştır. Üst ve alt ortamlar arasındaki kırılma indisi farkının çok büyük olmaması gerektiği gösterilmiştir [King, 1969]. Konuyla ilgili gerekli bilgiler ve açıklamalar aşağıda verilecektir.

Düz bir yüzey üzerindeki boş uzayda bulunan basit bir dipol antenden yayılan elektromanyetik alanların analizini tanımlayan Sommerfeld probleminin formülasyonu, genellikle potansiyel fonksiyonu terimleriyle verilir. Bu potansiyel

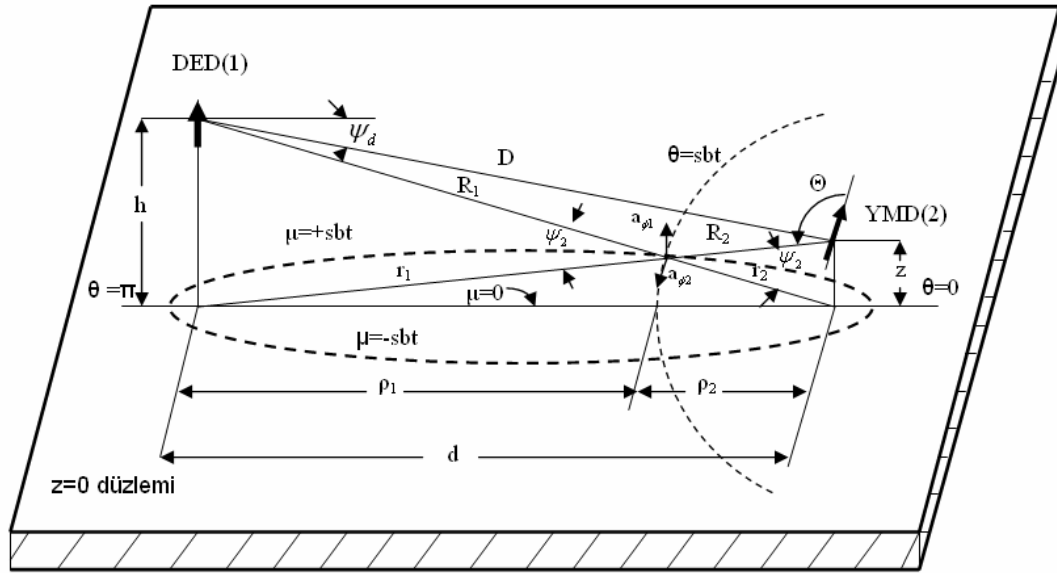
fonksiyonu, düzlemsel dalgaların açısal spektrumunun süperpozisyon gösterimi olan bir integral olarak tanımlanır. Bu yaklaşım kullanılarak yapılan ilk çalışmanın tarihçesi Wait [Wait, 1964] ve Banos [Banos, 1966] tarafından verilmiştir.

King'in makalesinde [King, 1969] verilen formülasyon, farklı olmasına rağmen, ilk önce Hufford [Hufford, 1952] ve daha sonra Bremmer [Bremmer, 1954; Bremmer, 1958] ve Wait [Wait, 1956] tarafından kullanılan formülasyonlara benzerlik göstermektedir. Hufford, Green integral teoremi kullanarak düzgün olmayan yüzey üzerinde duran bir düşey dipolün Hertzian potansiyel fonksiyonu için yüzey integrali ifadesi çıkartmıştır. İntegrali tek boyuta indirgemek için Durağan Faz (*Stationary Phase*) prensibi kullanılarak düz bir homojen yüzey için integral alınmıştır. Kullanılan sınır şartı, asıl olarak teğete yakın açılar için yüzey empedansıdır. Hufford'un son çözümü daha önce Norton [Norton, 1936; Norton, 1937] tarafından elde edilene çok yakındır. Bremmer, bu tekniği iki parçalı yola sahip homojen olmayan düz yeryüzü üzerinde duran düşey elektrik dipol durumu için geliştirmiştir. Yayılma yolunun iki parçasının da eşit olduğu özel durumda çözüm, Hufford tarafından bulunan homojen düz yeryüzü çözümüne indirgenir. Wait de iki parçalı yol problemi üzerine çalışmış, fakat Elektromanyetik Kompanzasyon Teoremi'ni [Monteath, 1951] kullanmamıştır. Yüzey empedansı her yerde sabit olduğunda Wait çözümleri de Hufford'unakilere indirgenebilir.

King'in çalışması [King, 1969], yardımcı bir potansiyel fonksiyonu ihtiyacını ortadan kaldıran ve Wait tarafından kullanılan kompanzasyon teoremi formülasyonunun bazı özellikleri ile Hufford ve Bremmer tarafından kullanılan işlem tekniklerini içermektedir. Gerekli sınır şartlarını tanımlamak için yüzey empedansının kullanılması, sonuçların yatay katmanlı, dalgalı, veya düzgün pürüzlü yeryüzünün olduğu daha genel durumlarda uygulanabilirliğini sağlamıştır. İlk olarak bir empedans düzlemi üzerinde duran düşey bir elektrik dipolün elektromanyetik alanları bulunmuştur. Karşılıklılık ve Simetri teoremleri kullanılarak hem elektrik hem de manyetik türdeki düşey veya yatay basit dipollerin bütün alanları, bağımsız TM (*Transverse Magnetic*, Dik Manyetik) ve TE (*Transverse Electric*, Dik Elektrik) modları toplamı şeklinde verilmiştir. Bulunan sonuçlar, az bilinen fakat daha doğru olan Norton [Norton, 1942] sonuçlarıyla tamamen uyumlu olup belli yaklaşımlar

altında Norton'un daha iyi bilinen [Norton, 1936; Norton, 1937] sonuçlarına indirgenir.

Bir empedans düzlemi üzerinde duran düşey elektrik dipolün alanları, King'in tekniği [King, 1969] kullanılarak daha basitleştirilmiş şekilde çıkartılabilir. Bahsedilen problemin çözümünde kullanılan integral formülasyonunun geometrisi Şekil 4.8'de gösterilmiştir. Verici ve alıcı antenler sırasıyla bir Düşey Elektrik Dipol (DED) ve Yatay Manyetik Dipol (YMD) olarak seçilmiştir. S yüzeyi $z = 0$ düzleminde homojen, fakat $z < 0$ bölgesinde katmanlı olabilmektedir.



Şekil 4.8 Bir empedans düzlemindeki verici ve alıcı antenleri gösteren integral formülasyonu geometrisi (sbt = sabit)

Homojen, paralel polarizasyonlu (TM) bir düzlemsel dalga için yüzey empedansı

$$Z_s = \eta_0 \Delta \quad (4.34)$$

olarak gösterilebilir. η_0 boş uzayın karakteristik empedansı olmak üzere, homojen ortamlarda normalize yüzey empedansı

$$\Delta = \frac{\gamma_0}{\gamma_1} \frac{\mu_1}{\mu_0} \left[1 - \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_1} \right)^2 \cos^2 \psi \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.35)$$

olarak tanımlanır [Wait, 1962; Godzinski, 1961]. Burada $\gamma_0 = jk = j2\pi / \lambda_0$ boş uzayın yayılma sabiti, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m boş uzayın manyetik geçirgenliği, $\gamma_1 = j\omega [\mu_1 (\varepsilon_1 - j\sigma_1/\omega)]^{\frac{1}{2}}$ $z < 0$ 'daki ortamın yayılma sabiti, μ_1 , ε_1 ve σ_1 sırasıyla ortamın manyetik geçirgenliği, elektrik geçirgenliği ve iletkenliğidir. ψ ise geliş vektörünün yatayla yaptığı açıdır.

İkinci kaynak, halka akımı I_2 ve alanı A olmak üzere momenti $Kl_2 = j\omega\mu I_2 A$ şeklinde tanımlanan basit bir YMD'dir (halka). Birinci kaynak ise akım momenti $I_1 l_1$ olan basit bir DED'dir.

Geliş açıları çok küçük ve yüzey empedansı yaklaşık sabit olduğundan ψ_r yansıma açısına ait normalize yüzey empedansı

$$\Delta_r = \Delta(\psi_r) = \frac{\gamma_0}{\gamma_1} \frac{\mu_1}{\mu_0} \left[1 - \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_1} \right)^2 \cos^2 \psi_r \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.36)$$

şeklinde ifade edilebilir.

DED nedeniyle Şekil 4.8'deki empedans düzlemi üzerinde oluşan dik manyetik alan

$$H_\phi^{ded} = \frac{jkI_1 l_1}{4\pi} \left[\underbrace{\cos \psi_d \frac{e^{-jkD}}{D}}_{\text{direkt dalga}} + \underbrace{\Gamma_\parallel \cos \psi_r \frac{e^{-jkR_r}}{R_r}}_{\text{yansıyan dalga}} + \underbrace{(1 - \Gamma_\parallel) F(w) \cos \psi_r \frac{e^{-jkR_r}}{R_r}}_{\text{yüzey dalgası}} \right] \quad (4.37)$$

şeklinde bulunabilir [King, 1969]. Burada Şekil 4.8'e göre direkt görüş açısı

$$\psi_d = \tan^{-1} [(h - z)/d] \quad (4.38)$$

yansıma açısı

$$\psi_r = \tan^{-1} \left[(h+z)/d \right] \quad (4.39)$$

ve yansıma yolu uzunluğu

$$R_r = \left[d^2 + (h+z)^2 \right]^{1/2} \quad (4.40)$$

olarak tanımlanmıştır. (4.37)'te direkt dalga, yansıyan dalga ve yüzey dalgası terimleri açıkça görülmektedir [Norton, 1937; Norton, 1941; Norton, 1942]. Paralel polarizasyon için Fresnel yansıma katsayısı

$$\Gamma_{\parallel} = \frac{\sin \psi_r - \Delta_r}{\sin \psi_r + \Delta_r} \quad (4.41)$$

ile ifade edilir. Empedans düzleminin etkisiyle ortaya çıkan ve yavaşça değişen zayıflama fonksiyonu

$$F(w) = 1 - j(\pi w)^{1/2} e^{-w_0} \operatorname{erfc}(j\sqrt{w}) \quad (4.42)$$

olarak hesaplanabilir [King, 1969]. Burada

$$w = -\frac{jkR_r}{2 \cos^2 \psi_r} (\sin \psi_r + \Delta_r)^2 \quad (4.43)$$

nümerik mesafe [Sommerfeld, 1909; Sommerfeld, 1926] ve $\operatorname{erfc}(x)$ kompleks değişkenli Tümler Hata Fonksiyonu'dur (*Complementary Error Function*). TM modu için DED'ye ait elektrik alanları, Maxwell-Ampere kanunundan çıkarılan

$$E_{\rho} = -\frac{1}{j\omega\epsilon_0} \frac{\partial H_{\phi}}{\partial z} \quad (4.44)$$

$$E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho H_\phi) \quad (4.45)$$

ifadelerinde (4.37) yerine yazılarak elde edilebilir [King, 1969]. Burada silindirik koordinat sistemi nedeniyle $d = \rho$ olarak alınmıştır.

Benzer şekilde her tür dipol için bütün elektromanyetik alan bileşenleri hesaplanabilir. Bu tez çalışmasında YD-YAUA dönüşümü için sadece elektrik alanın z bileşeni gerekli olduğundan diğer bileşenlere değinilmemiştir. Bütün dipol türleri için E_z bileşeni ifadeleri aşağıda verilmiş verilmiştir.

Uzak E_z elektrik alanı, Düşey Elektrik Dipol (DED) için

$$E_z^{ded} = -\frac{jkIl\eta_0}{4\pi} \left[\cos^2 \psi_d \frac{e^{-jkD}}{D} + \Gamma_{\parallel} \cos^2 \psi_r \frac{e^{-jkR_r}}{R_r} + (1 - \Gamma_{\parallel}) \cos^2 \psi_r F(w) \frac{e^{-jkR_r}}{R_r} \right] \quad (4.46)$$

Düşey Manyetik Dipol (DMD) için

$$E_z^{dmd} = 0 \quad (4.47)$$

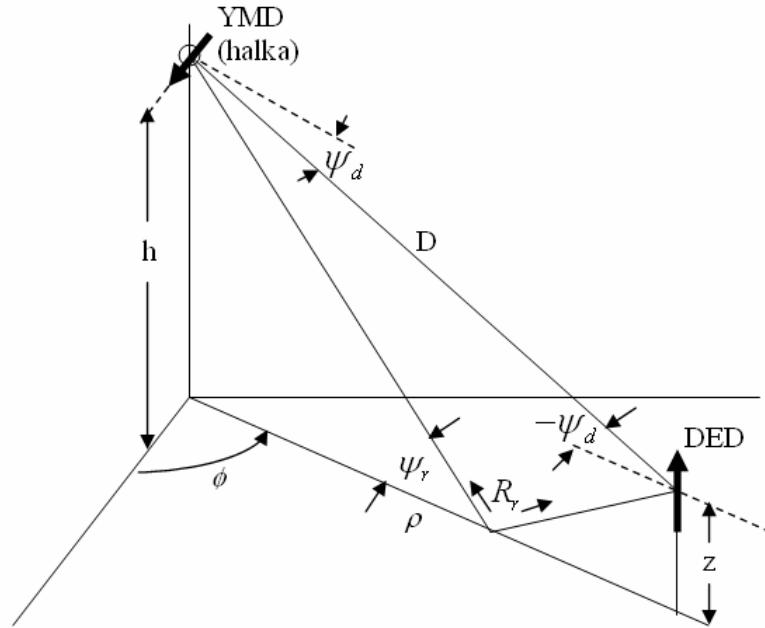
Yatay Manyetik Dipol (YMD) için

$$E_z^{ymd} = -\frac{jkKl}{4\pi} \sin \phi \left[\cos \psi_d \frac{e^{-jkD}}{D} + \Gamma_{\parallel} \cos \psi_r \frac{e^{-jkR_r}}{R_r} + (1 - \Gamma_{\parallel}) F(w) \cos \psi_r \frac{e^{-jkR_r}}{R_r} \right] \quad (4.48)$$

Yatay Elektrik Dipol (YED) için

$$E_z^{yed} = -\frac{jkIl\eta_0}{4\pi} \cos \phi \left[\sin \psi_d \cos \psi_d \frac{e^{-jkD}}{D} + \Gamma_{\parallel} \sin \psi_r \cos \psi_r \frac{e^{-jkR_r}}{R_r} - (1 - \Gamma_{\parallel}) \Delta_r \cos \psi_r F(w) \frac{e^{-jkR_r}}{R_r} \right] \quad (4.49)$$

olarak hesaplanabilir [King, 1969]. Burada I ve K sırasıyla elektrik ve manyetik dipol akımı, l dipolün uzunluğu, ϕ dipolün (YMD) doğrultusuyla gözlem noktası (DED) arasındaki açı, D YMD ve DED arasındaki en kısa mesafe, ψ_d D doğrusunun yatayla yaptığı açı, R_r yansıma yolunun uzunluğu, ψ_r yansıma noktasına gelen doğrunun yatayla yaptığı açıdır. Formüllerde kullanılan açı ve uzaklık bilgileri Şekil 4.9'da YMD için verilmiştir.



Şekil 4.9 YMD'den ışıyan E_z^{ymd} alan bileşenini ölçmek için kullanılan DED ve ilgili geometrik büyüklükler

4.2.4. ZUSF ile Yüzey Dalgası YAU A Dönüşümü için Doğrulama

Yüzey Dalgası için YAU A Dönüşümü (YD-YAU A) yapmak amacıyla elde edilen ifadeler, yüzey dalgası ile uyarılan YD-ZUSF algoritması çıktısı olarak kaydedilen ve Fourier dönüşümü alınan frekans uzayındaki eşdeğer akım kaynaklarının oluşturduğu uzak alanları hesaplamak için kullanılmıştır. Bu işlemin YD-ZUSF algoritmasında doğru çalıştığını kontrol etmek için farklı akım tipleri ve gözlem açıları seçilerek karşılaştırmalar yapılmıştır. Karşılaştırmalar YD-ZUSF algoritması sonuçları ile önceki bölümde elde edilen analitik hesaplar arasında yapılmıştır.

Örnek problemin YD-ZUSF uzayında cismin etrafında kabul edilen hayali kapalı bir dikdörtgen yüzey üzerinde hesaplanan $\mathbf{J}$ ve $\mathbf{M}$ akımları vardır. Örneğin $J_{z_sxp_w}(1,1)$ gösterimi x-eksenini artı değerlerde kesen yz-yüzeyinin (1,1) elemanına ait ve frekans uzayına çevrilmiş J_z akımının değerini ifade etmektedir. Farklı akım elemanları için bulunan E_z uzak alanının YD-ZUSF ve analitik formül [King, 1969] sonuçları Tablo 4.1’de verilmiştir. Orjinde kabul edilen akımlar için bulunan nümerik uzak alan değerleri ile analitik değerler bilgisayar hesap hatası mertebesinde doğruluğa sahiptir.

Tablo 4.1 Orjine yerleştirilmiş farklı akım tipleri için ZUSF ve analitik E_z değerlerinin karşılaştırılması

Akım tipi	xy-düzlemindeki gözlem açısı [derece]	E_z [V/m] - ZUSF	E_z [V/m] - Analitik
$J_{y_sxp_w}(:, :)$	0	-2.6030e-010 +3.4086e-010i	-2.6030e-010 +3.4086e-010i
$M_{z_sxp_w}(:, :)$	30	0	0
$J_{z_sxm_w}(:, :)$	60	-2.3682e-006 +2.7909e-008i	-2.3682e-006 +2.7909e-008i
$M_{y_sxm_w}(:, :)$	90	0	0
$J_{z_syp_w}(:, :)$	120	-7.6129e-007 +6.6850e-007i	-7.6129e-007 +6.6850e-007i
$M_{x_syp_w}(:, :)$	150	-2.6335e-007 +1.3353e-006i	-2.6335e-007 +1.3353e-006i
$J_{x_sym_w}(:, :)$	180	-5.9548e-009 -2.0737e-009i	-5.9548e-009 -2.0737e-009i
$M_{z_sym_w}(:, :)$	210	0	0
$J_{x_szp_w}(:, :)$	240	-1.3429e-008 +7.4581e-009i	-1.3429e-008 +7.4581e-009i
$M_{y_szp_w}(:, :)$	270	1.8437e-022 -1.5176e-022i	0
$J_{y_szm_w}(:, :)$	300	-5.6654e-010 +6.0446e-010i	-5.6654e-010 +6.0446e-010i
$M_{x_szm_w}(:, :)$	330	-4.0594e-008 -1.8294e-007i	-4.0594e-008 -1.8294e-007i
$J_{y_sxp_w}(:, :)$	360	-2.6030e-010 +3.4086e-010i	-2.6030e-010 +3.4086e-010i

4.3. Yüzey Dalgası için Yeni RKA Tanımı

Bir hedefin Radar Kesit Alanı (RKA), o hedefle aynı gücü aynı yönde saçan bir metal kürenin kesit alanı olarak tanımlanır [Knott, 2004]. Buna göre RKA, bir nesnenin üzerine gelen elektromanyetik dalganın ne kadarını yansıttığını gösterir. Fakat bu RKA tanımı iki temel kabul üzerine kuruludur. Bu kabullerin ilki hedefin düzgün bir düzlemsel dalgayla aydınlatıldığı, ikincisi ise saçılan alanların boş uzayda yayıldığıdır. Bu kabuller nedeniyle standart RKA tanımı kılavuzlanmış yüzey dalgalarının cisimlerle etkileşiminin incelenmesinde kullanılamamaktadır. Çünkü yüzey dalgası düzgün bir düzlemsel dalga değil kılavuzlanmış bir çeşit sönen dalgadır ve saçılma uzayı serbest uzay değil bir arayüzle birbirinden ayrılmış iki

farklı ortamdır. Bu tanım eksikliği nedeniyle yüzey dalgasının ihmal edilip sadece arayüzeyden yansımanın eklendiği ve standart RKA tanımına dayanan çeşitli YD-RKA'lar tanımlanmıştır [Ponsford, 1991; Sevgi, 2001a]. Bu yeni tanımların geçerli olabilmesi için saçılan alanların gözlem noktası ve cisim, ortamların arayüzünden oldukça uzak olmalı ve birbirlerini doğrudan görebilmelidirler. Oysa ki yüzey dalgası radarlarının temel kullanım amacı, doğrudan görüş hattının olmadığı durumlarda ufuk ötesinin görülebilmesidir. Bu nedenle bir cismin YD-RKA'sının incelenmesi önem kazanmıştır [Sevgi, 2001b; Milsom, 1997].

4.3.1. Standart RKA Tanımı

Mesafeden bağımsız standart RKA tanımı

$$\sigma = \frac{P_s}{S_g} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{|\mathbf{E}_s^{hedef}|^2}{|\mathbf{E}_g^{hedef}|^2} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{4\pi R^2 |\mathbf{E}_s^{radar}|^2}{|\mathbf{E}_g^{hedef}|^2} = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{|\mathbf{E}_s|^2}{|\mathbf{E}_g|^2} \quad [\text{m}^2] \quad (4.50)$$

olarak verilir. Burada P_s hedef üzerinden saçılan güç, S_g hedef üzerine gelen güç yoğunluğu, $\mathbf{E}_g$ ve $\mathbf{E}_s$ sırasıyla gelen ve saçılan elektrik alanlar, $\mathbf{E}^{hedef}$ ve $\mathbf{E}^{radar}$ sırasıyla hedefte ve radarda tanımlı elektrik alanlar, R mesafe, 4π birim katı açısı, $4\pi R^2$ kürenin yüzeyi ve σ ise m^2 cinsinden RKA'dır. $\mathbf{E}_s$ radarda ölçülen saçılan alan şiddeti, $\mathbf{E}_i$ ise düzlemsel dalganın hedef üzerine gelen alan şiddetidir. Bu tanımda, hedefin gelen dalgadan çektiği gücü düzgün olarak her yöne yaydığı kabul edilmiştir. Hedeflerin önemli çoğunluğu enerjiyi her yöne düzgün bir şekilde yaymamalarına rağmen standart tanımda yaydıkları kabul edilmiştir. Bu kabul nedeniyle saçıcının merkezine yerleştirilmiş R yarıçaplı büyük bir kürenin yüzeyindeki saçılan güç yoğunluğunun hesaplanması gerekliliği doğmuştur. R mesafesi, radardan hedefe olan uzaklık olarak alınır [Skolnik, 1990].

Klasik RKA tanımı radar denklemi yardımıyla da elde edilebilir. Boş uzayda radar denklemi

$$S_s^{radar} = \underbrace{P_g^{radar} \times \frac{1}{4\pi R^2}}_{S_g^{hedef}} \underbrace{\sigma}_{P_s^{hedef}} \frac{1}{4\pi R^2} \quad (4.51)$$

olarak tanımlanır. Burada P_g^{radar} verici antenden çıkan güç, S_g^{hedef} hedefe gelen güç yoğunluğu, P_s^{hedef} hedeften saçılan güç ve S_s^{radar} ise alıcı antene gelen saçılmış güç yoğunluğudur. Eğer (4.51)'den boş uzay RKA terimi σ çekilirse

$$\sigma = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{S_s^{radar}}{S_g^{hedef}} \quad (4.52)$$

yazılabilir ve (4.50)'deki gibi mesafeden bağımsızdır.

4.3.2. Yüzey Dalgası için Yeni RKA Yorumu

YD-RKA'nın klasik RKA'dan farklı olması gerektiğinden bu bölümde iki ayrı yolla yeni YD-RKA tanımı önerilecektir. Birinci yol RKA tanımına, ikinci yol ise radar denkleminde dayanmaktadır.

I. yol: Klasik RKA tanımının yüzey dalgası etkileşimi ve kayıplı yarı-düzlem için kullanılamayacağı açıktır. Mesafeden bağımsız yeni bir YD-RKA tanımlamak için RKA tanımına kayıplı yarı düzlem üzerinde ilerleyen yüzey dalgası için yeni bir yayılma çarpanının eklenmesi gereklidir. Böyle bir ortamda ilerleyen yüzey dalgasının zayıflama fonksiyonu (ZF, yayılma çarpanı) YD-YAUA formülünden rahatlıkla görülebilir. Boş uzay (BU) bileşeninde görülmeyen bu zayıflama fonksiyonu

$$\begin{aligned}
ZF^{yd} &= \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{|BU \text{ bileşeni}|}{|YD \text{ bileşeni}|} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{\left| (1 - \Gamma_{\parallel}) \cos^2(\psi_r) F(w) \frac{e^{-jkR_r}}{R_r} \right|}{\left| \cos^2(\psi_d) \frac{e^{-jkD}}{D} \right|} \\
&= \frac{\left| (1 - \Gamma_{\parallel}) \cos^2(\psi_d) F(w) \frac{e^{-jkD}}{D} \right|}{\left| \cos^2(\psi_d) \frac{e^{-jkD}}{D} \right|} = |(1 - \Gamma) F(w)|
\end{aligned} \tag{4.53}$$

şeklinde ifade edilir. Burada yd indisi ilgili terimin YD'ye ait olduğunu göstermektedir. (4.50) tanımı boş uzayda düzlemsel dalga aydınlatması için geçerli olduğundan 0 indisi ile tekrar yazılırsa

$$\sigma = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{|\mathbf{E}_s^0|^2}{|\mathbf{E}_g^0|^2} \tag{4.54}$$

olur. Eğer hedef kayıplı bir yarı-düzlem üzerinde ve yeterince uzaktan YD ile aydınlatılıyorsa radara sadece YD'ye ait saçılan alan ulaşır. Dolayısıyla hedef üzerine gelen YD'ye ait alan şiddeti $\mathbf{E}_g^{yd}$ bilindiğinden (4.54)'teki boş uzay bileşenini gösteren $|\mathbf{E}_s^0|$ ifadesi YD bileşeni $|\mathbf{E}_s^{yd}|$ olarak değiştirilmelidir. Bu değişim sırasında YD yayılımının boş uzay yayılımından, zayıflama fonksiyonu

$$ZF^{yd} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{|\mathbf{E}_s^{yd}|}{|\mathbf{E}_s^0|} \tag{4.55}$$

oranında farklı olduğu unutulmamalıdır. Bu nedenle boş uzay alan şiddeti terimi

$$\lim_{R \rightarrow \infty} |\mathbf{E}_s^0| = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{|\mathbf{E}_s^{yd}|}{ZF^{yd}} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{|\mathbf{E}_s^{yd}|}{|(1 - \Gamma) F(w)|} \tag{4.56}$$

yerine yazılırsa mesafeden bağımsız yeni YD-RKA tanımı

$$\begin{aligned}
\sigma^{yd} &= \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{|\mathbf{E}_s^0|^2}{|\mathbf{E}_g^{yd}|^2} = \lim_{R \rightarrow \infty} 4\pi R^2 \frac{|\mathbf{E}_s^{yd}|^2 / |(1-\Gamma)F(w)|^2}{|\mathbf{E}_g^{yd}|^2} \\
&= \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{4\pi R^2}{|(1-\Gamma)F(w)|^2} \frac{|\mathbf{E}_s^{yd}|^2}{|\mathbf{E}_g^{yd}|^2} \quad [\text{m}^2]
\end{aligned} \tag{4.57}$$

veya

$$\sigma^{yd} = 10 \log \left[\lim_{R \rightarrow \infty} \frac{4\pi R^2}{|(1-\Gamma)F(w)|^2} \frac{|\mathbf{E}_s^{yd}|^2}{|\mathbf{E}_g^{yd}|^2} \right] \quad [\text{dBm}^2]. \tag{4.58}$$

olarak elde edilir.

II. yol: YD için radar denklemi

$$S_s^{radar,yd} = \underbrace{P_g^{radar,yd} \times \frac{1}{4\pi R^2} (ZF^{yd})^2}_{S_g^{hedef,yd}} \sigma^{yd} \underbrace{\frac{1}{4\pi R^2} (ZF^{yd})^2}_{P_s^{hedef,yd}} \tag{4.59}$$

şeklinde tanımlanabilir. Eğer (4.53) ifadesi (4.59)'da yerine yazılıp σ^{yd} çekilirse, mesafeden bağımsız yeni YD-RKA tanımı

$$\sigma^{yd} = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{4\pi R^2}{|(1-\Gamma)F(w)|^2} \frac{S_s^{radar,yd}}{S_g^{hedef,yd}} \tag{4.60}$$

olarak bulunur.

4.4. Uygulamalar ve Sonuçlar

Bu tez çalışmasının gelişim sürecinde temel YD-RKA hesaplamaları yapılmış ve yayınlanmıştır [Başaran, 2006a; Başaran, 2006b]. Daha sonraki süreçte ZUSF

kodu daha da geliştirilmiş ve daha gerçekçi modelleme yapılarak aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

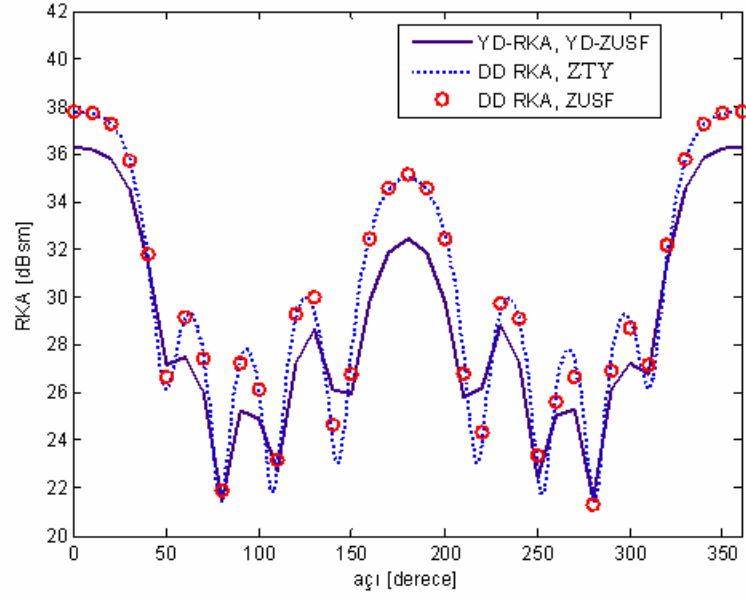
4.4.1. YD-RKA için Doğrulama

Yüzey dalgası için RKA (YD-RKA) kodu, 1 ana program ve 6 alt programdan oluşmaktadır. Bunlar sırasıyla;

- 1) ZUSF ana programı (GMUK veya AMUK seçenekli)
- 2) YD aydınlatma alt programı
- 3) İntegral yüzeyindeki akım hesabı alt programı
- 4) Fourier dönüşümü alt programı
- 5) Kaynak koordinatları alt programı
- 6) YD-YAUA dönüşümü alt programı
- 7) YD-RKA dönüşümü alt programı

düzeniyle çalışmaktadır. Daha önceki bölümlerde 1, 2, 3, 4, 5 ve 6 numaralı programlar doğrulanmıştır. Sıradaki doğrulama yöntemi 7. alt program için YD-RKA değerlerini başka bir yöntemle karşılaştırmaktır. Fakat YD-RKA yorumu yeni olduğundan ve dolayısıyla YD problemi çözen yöntem veya paket program mevcut olmadığından başka bir yöntem ile karşılaştırma mümkün değildir. Bu nedenle karşılaştırmalar Düzlemsel Dalga (DD) için yapılmış ve YD-RKA değeri ile birlikte verilmiştir.

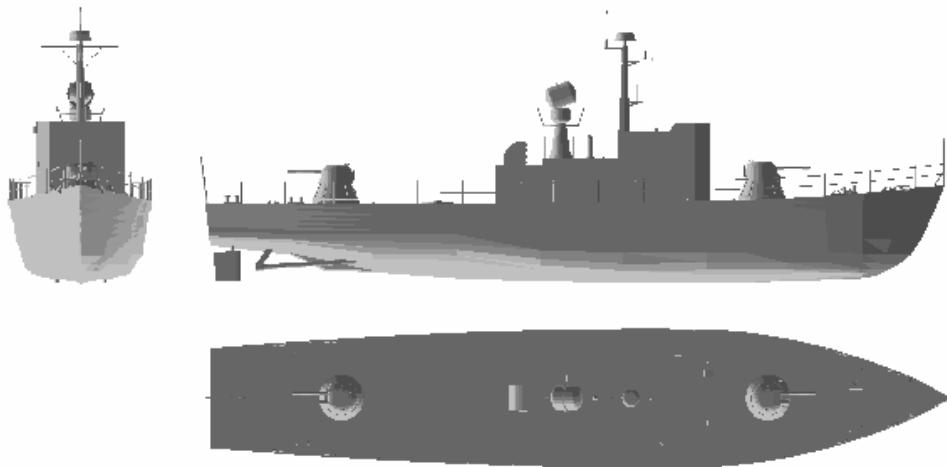
Buna göre ZUSF problem uzayı 10 MHz'lik bir düzlemsel dalgayla uyarılmıştır. λ dalga boyu olmak üzere ZUSF hesap uzayına $2\lambda \times 0.5\lambda \times 0.5\lambda \cong 60 \times 15 \times 15 \text{ m}^3$ boyutunda MEİ malzemeden yapılmış dikdörtgen prizma şeklinde bir saçıcı yerleştirilmiş ve küçük olan ön yüzeyinden aydınlatılmıştır. Geliştirilen ZUSF algoritmasından elde edilen bistatik RKA sonuçları ZTY sonuçlarıyla ile karşılaştırılmıştır. Aynı problem YD uyarımı için YD-ZUSF ile çözülmüş ve YD-RKA grafiği DD RKA ile karşılaştırmalı olarak Şekil 4.10'da verilmiştir. Tepe sayısı ve yerleri aynı olmasına karşın genlik karakteristiğinde farklılıklar görülmektedir.



Şekil 4.10 $2\lambda \times 0.5\lambda \times 0.5\lambda \cong 60 \times 15 \times 15 \text{ m}^3$ boyutlarındaki dikdörtgen prizma şeklinde bir saçıcı için klasik RKA ve YD-RKA sonuçları

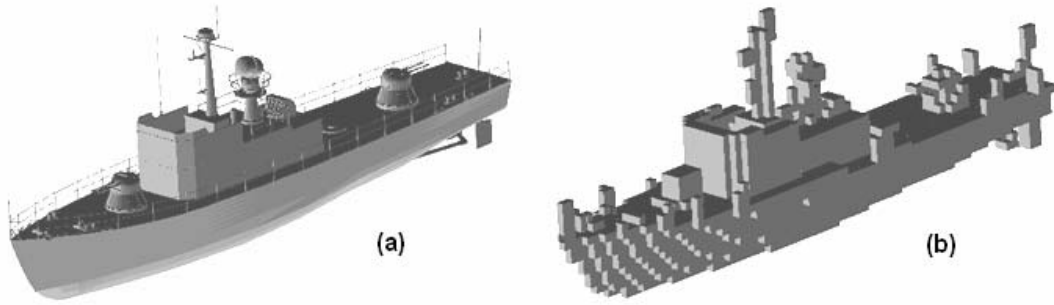
4.4.2. Askeri Devriye Botu için YD-RKA Hesabı

Bu bölümde YD-RKA kestirimi için daha gerçekçi bir saçıcıya ait sonuçlar verilecektir. Saıcı, kartezyen koordinatlarda $60 \text{ m} \times 15 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ boyutlarında askeri bir devriye botu olarak seçilmiştir. Bu botun farklı bakış açılarından görüntüsü Şekil 4.11’de verilmiştir.



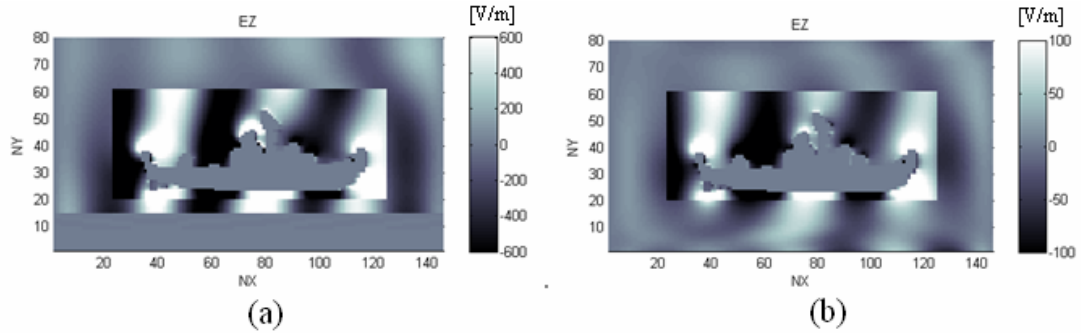
Şekil 4.11 Askeri devriye botunun farklı bakış açılarından görüntüsü

Devriye botu, ZUSF uzayındaki denizin üstüne yerleştirilmiş ve HF frekans bandında olan 10 MHz'lik YD ile arkadan ve yandan aydınlatılmıştır. Botun perspektif görüntüsü ve dalga boyu başına 40 örnek alınarak oluşturulan ZUSF modeli Şekil 4.12'de verilmiştir. Botun altında bulunan deniz ortamı, $\epsilon_r = 81$ ve $\sigma = 4$ S/m parametreleriyle modellenmiştir.



Şekil 4.12 Devriye botunun a) üç boyutlu geometrisi ve b) 10 MHz için ZUSF modeli

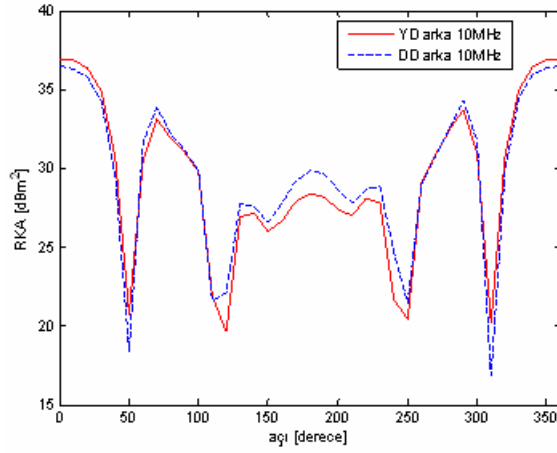
Benzer şekilde klasik RKA için aynı bot, boş uzayda düzlemsel dalga ile aydınlatılmıştır. Hem YD hem de DD için 3000 zaman adımı sonra ZUSF uzayındaki E_z alanı dağılımları Şekil 4.13'te verilmiştir. YD aydınlatmasında alt taraftaki deniz ortamı net bir şekilde görülmektedir.



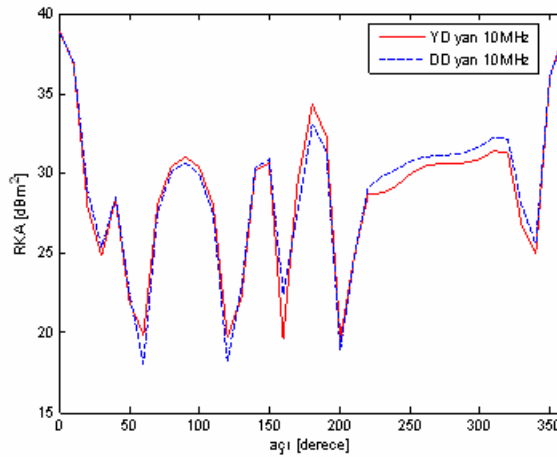
Şekil 4.13 10 MHz'lik a) YD ve b) DD ile arkadan aydınlatma için ZUSF uzayındaki alan dağılımı

Yakın alan bileşenlerinin verileri kullanılarak xy-düzlemi üzerinde cisimden 200 dalga boyu uzaktaki saçılan E_z elektrik alan bileşeni hesaplanmış ve bistatik

RKA [dBm^2] grafikleri Şekil 4.14'te gösterilmiştir. Yandan aydınlatma için RKA grafikleri ise Şekil 4.15'te karşılaştırmalı olarak verilmiştir.

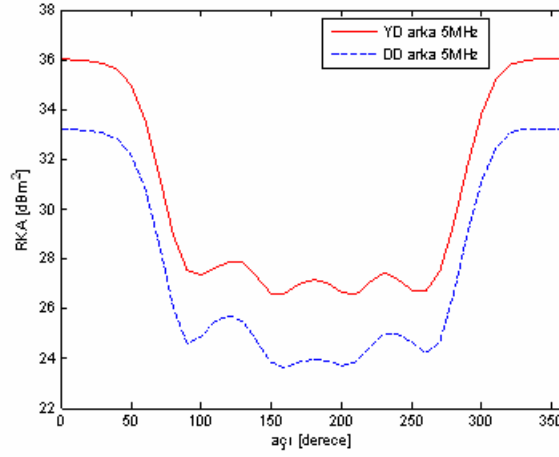


Şekil 4.14 10 MHz'lik arkadan aydınlatma için YD-RKA ve klasik RKA karşılaştırması

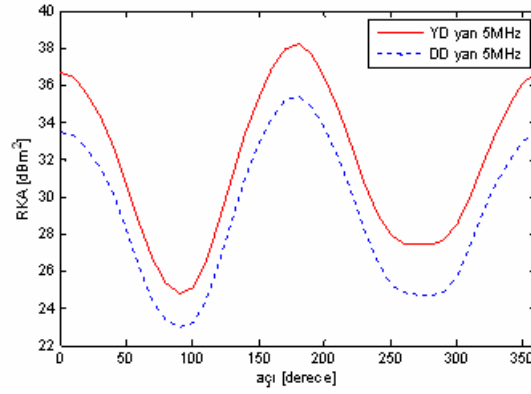


Şekil 4.15 10 MHz'lik yandan aydınlatma için YD-RKA ve klasik RKA karşılaştırması

5 MHz frekansı için bistatik RKA [dBm^2] grafikleri arkadan aydınlatma için Şekil 4.16'da, yandan aydınlatma için Şekil 4.17'de karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir.

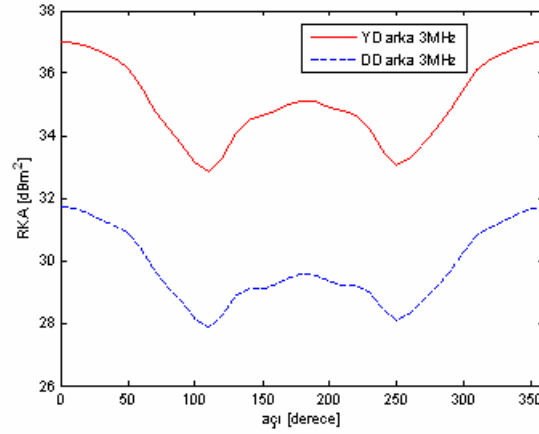


Şekil 4.16 5 MHz'lik arkadan aydınlatma için YD-RKA ve klasik RKA karşılaştırması



Şekil 4.17 5 MHz'lik yandan aydınlatma için YD-RKA ve klasik RKA karşılaştırması

3 MHz frekansı için bistatik RKA [dBm²] grafikleri arkadan aydınlatma için Şekil 4.18'de karşılaştırmalı olarak gösterilmiştir.



Şekil 4.18 3 MHz’lik arkadan aydınlatma için YD-RKA ve klasik RKA karşılaştırması

Sonuçlardan görüldüğü gibi YD-RKA değerleri düşük frekanslarda klasik RKA değerinin üstüne çıkmakta, fakat saçılma deseninde önemli bir değişiklik gözlenmemektedir.

Bu çalışmada sadece YD ile uyarılan cisimlerin oluşturdukları YD-RKA değerlerini bulmak için bir yöntem önerilmiş ve çözüm YD-ZUSF koduyla nümerik olarak gerçekleştirilmiştir.

5. YORUMLAR VE GELECEĞE YÖNELİK ÇALIŞMALAR

Zaman Uzayında Sonlu Farklar (ZUSF, *Finite Difference Time Domain, FDTD*) yöntemine dayanan bu tezin iki ana konusu Frekans Bağımlı (FB, *dispersive*) malzemeyle dolu kavite analizi ve elektromanyetik yüzey dalgası için Radar Kesit Alanı (RKA, *Radar Cross Section, RCS*) kestirimidir.

Frekans bağımlı ZUSF ile elde edilen kavite rezonans cevapları çeşitli yöntemlerle karşılaştırılmış ve doğrulama sağlanmıştır. Bu sonuçlar, mikrodalga fırın modelleme, dielektrik sabiti ölçümü, elektromanyetik uyumlulukta kullanılan tam yansımali oda bağışıklık testleri, filtreler v.b. çalışmalar için rezonatörlerin kısmen veya tamamen dielektrik malzemelerle doldurulması durumunda özellikle FB malzemelerin alan dağılımı üzerine etkilerinin araştırılmasında daha gerçekçi modelleme yapılabilmesi açısından önem taşımaktadır. Bunlara ek olarak dalgakılavuzu gibi ortamlarda işaret iletimindeki veri kaybı araştırmaları için de önemli sonuçlara ulaşılmıştır. Ayrıca FB-ZUSF kodunda kullanılan FB malzeme algoritmaları, akustik dalga yayılımı için de benzerlik göstermekte ve akustik alanında da kullanılabilir. Bu nedenle akustikte FB ortam olan baloncukların akustik dalga yayılımına etkisinin incelenmesi gelecek hedefler arasındadır.

Tez çalışmasının ikinci konusu olan YD-RKA sonuçları, RKA kestirimine yeni bir yorum getirmiştir. Böylelikle daha çok meteorolojik ölçümler ve deniz trafiği için kullanılabilen Yüksek Frekans Yüzey Dalgası Radarlarının (YFYDR, *High-Frequency Surface-Wave Radar, HFSWR*), ufuk ötesinde daha doğru hedef tespiti için kullanılabilmesine zemin hazırlanmıştır. Yüzey dalgası aydınlatmasına ait saçılma deseninde klasik RKA'ya göre önemli bir farklılık gözlenmemiştir. Saçıcı cismin deniz yüzeyine tam oturtulmasının YD-RKA desenine etkisinin incelenmesi gelecek çalışmalar arasındadır. Ayrıca dalgalı FB deniz üzerinde bulunan FB malzeme kaplamalı cisimlerin YD-RKA değerlerinin hesaplanması ve FB malzemelerin YD-RKA değerine etkisi gelecek çalışmalar olarak hedef alınmıştır. Bunun için SSK olarak FB-MUK gerçekleştirilmesi ve FB deniz için YD-YAUA dönüşümü çıkartılması gerekmektedir. Elde edilecek sonuçların ZUSF tabanlı fakat daha büyük problemlerde kullanılabilen Zaman Uzayında Kısmi Spektral (ZUKS,

Pseudospectral Time Domain, PSTD) yöntemi ile doğrulanması hedeflenmektedir. Bu çalışmalar savunma sistemlerinde büyük üstünlük sağlamak ve YFYD radarlarına yakalanmayan gemi, uçak ve füze gibi saçıcıların yapımına zemin hazırlamaktadır.

Bu tez çalışmasının iki ana konusu olan FB-ZUSF ve YD-RKA araştırmaları sonucu elde edilen iki hesap gücü, gelecek çalışmaların önünü açmakta ve ZUSF kod kütüphanesine önemli katkıda bulunmaktadır.

KAYNAKLAR

- [1] Aksoy S., Tretyakov O.A., “Study of A Time Variant Cavity System”, *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, vol. 16, no. 11, pp. 1535-1553, 2002.
- [2] Aksoy S. and Tretyakov O.A., “Evolution Equation for Study of Digital Signals in Waveguides,” *J. Electromagn. Waves Applicat.*, vol. 17, no. 12, pp. 1665-1682, 2003.
- [3] Aksoy S., Tretyakov O.A., “The Evolution Equations in Study of The Cavity Oscillations Excited by A Digital Signal”, *IEEE Trans. On Antennas Propagat.*, vol. 52, no. 1, pp. 263-270, Jan. 2004.
- [4] Aksoy S., Antyufeyeva M., Basaran E., Ergin A.A., Tretyakov O.A., “Time-Domain Cavity Oscillations Supported by A Temporally Dispersive Dielectric,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 53, issue 8, pp. 2465-2471, Aug. 2005a.
- [5] Aksoy S., Başaran E., “Basit Dielektrik Malzeme ile Kısmen Doldurulmuş Dikdörtgen Kesitli Rezonatörlerde TM_z–TE_z Mod Kublajının Nümerik Olarak Zaman Uzayında İncelenmesi,” *11. Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği Ulusal Kongresi ve Fuarı*, s. 110–112, , İstanbul, TÜRKİYE, Eylül 2005b.
- [6] Aksoy S., Başaran E., Bölükbaş D., Akgün S., “Su Üstü Gemilerinin Akustik İzlerinin Zaman Uzayında Modellenmesi ve Simülasyonu,” *2. Ulusal Savunma Uygulamaları Modelleme ve Simülasyonu Konferansı*, ODTÜ, Ankara, Nisan 2007a.
- [7] Aksoy S., “Zaman Uzayında Sonlu Farklar Yöntemi,” ELM-517 ders notları, Elektronik Müh. Böl., GYTE, Güz 2007b.

- [8] Balanis C.A., *Advanced Engineering Electromagnetics*. New York: Wiley, 1989.
- [9] Banos A., *Dipole Radiation in The Presence of A Conducting Half-Space*. New York: Pergamon Press, 1966.
- [10] Barlow H.M. and Cullen A.L., "Surface Waves," *Proc. IEE*, Pt.III, 100, p. 329, 1953.
- [11] Bremmer H., "The Extension of Sommerfeld's Formula for The Propagation of Radio Waves over A Flat Earth to Different Conductivities of Soil," *Physica*, 20, pp. 441-460, 1954.
- [12] Bremmer H., "Applications of Operational Calculus to Ground-Wave Propagation Particularly for Long Waves," *IRE Trans. Antennas Propagation*, 6(3), pp. 267-272, 1958.
- [13] Başaran E., Aksoy S., Ergin A.A., "The Investigation of Source Location Effect for Resonant Modes of A Cubic Cavity", *3rd International Conference On Mathematical & Computational Applications*, pp. 41-47, Selçuk University, Konya, TURKEY, Sept. 2002a.
- [14] Başaran E., Aksoy S., Ergin A.A., "Dikdörtgen Biçimli Bir Kavitenin Anti-simetrik TM Rezonans Modlarında Uyarılması," *Elektrik-Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği Semp.*, s. 186-187, Bursa, TÜRKİYE, Aralık 2002b.
- [15] Başaran E., Aksoy S., Ergin A.A., "Bir Kübik Kavitenin TE Rezonans Modunda Uyarılması için Kaynak Yerin Belirlenmesine Yeni Bir Yaklaşım," *Ulusal URSI Kongresi*, s. 32-33, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, TÜRKİYE, 18-20 Eylül 2002c.

- [16] Başaran E., Aksoy S., Ergin A.A., “Dikdörtgen Biçimli İçi Boş Dalga Kılavuzlarında Darbe Yayılımının Zaman Domeninde İncelenmesi,” *Ulusal URSI Kongresi*, s. 312-313, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, TÜRKİYE, Eylül 2002d.
- [17] Başaran E., “Zamanda Sonlu Farklar Yöntemi için Tümler Ağı Tam Işıma Sınır Koşulu,” Yüksek Lisans tezi, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Kocaeli, Türkiye, 2002e.
- [18] Başaran E., Aksoy S., “A Frequency Dependent Finite Difference Time Domain Formulation for Time Domain Resonance Behaviour of Dispersive Materials,” *Turkish International Conference on Acoustics*, pp. 189–198, Istanbul, TURKEY, July 2005.
- [19] Başaran E., Ergin A., “Computation of Surface Wave RCS Using FDTD,” *EWS-2006*, GYTE, Kocaeli, Sept. 2006a.
- [20] Başaran E., Ergin A., “Yüzey Dalgasıyla Aydınlatılmış Deniz Yüzeyindeki Cisimlerin Radar Kesit Alanlarının ZUSF Yöntemiyle Hesaplanması,” *URSI - 2006*, Hacettepe Üniversitesi, Ankara, Eylül 2006b.
- [21] Başaran E., Serim H.A., Aksoy S., “The Distortion Analysis of Pulse Propagation Along A Rectangular Waveguide Which is Partially Filled With A Dispersive Dielectric Film,” *4th International Workshop on Electromagnetic Wave Scattering (EMWS 2006)*, Gebze, Kocaeli, TURKEY, Sept. 2006c.
- [22] Başaran E., Aksoy S., Bahadırlar Y., “Time Domain Signal Analysis of Diver Attack Scenarios for Harbor Security,” *II. IEEE Int. Conf. On Tech. For Homeland Security And Safety*, Kadir Has Univ., Istanbul, TURKEY, Oct. 2006d.
- [23] Başaran E., Serim H.A., Aksoy S., “Debye Türü Dispersif Dielektrik Malzeme ile Kısmen Doldurulmuş Dikdörtgen Kesitli Rezonatörlerde TMz Modlarının

Zaman-Frekans Analizleri,” *URSI – Türkiye 2006, 3. Bilimsel Kongresi*, s. 43-45, Ankara, TÜRKİYE, Eylül 2006e.

- [24] Basaran E., Aksoy S., “Ship Signature Calculations by Finite Difference Time Domain Method,” *UDT Europe 2008 Conference*, 11A.1, Glasgow, UK, June 2008a.
- [25] Basaran E., Aksoy S., Bolukbas D., Akgun S., “Finite Difference Time Domain Method as A Validation Tool of Transmission Loss Calculation for Layered Underwater Acoustic Environments,” *UDT Europe 2008 Conference*, 2B.2, Glasgow, UK, June 2008b.
- [26] Başaran E., Çoban R., Aksoy S., “Sualtı ve Suüstü Gemilerinin Akustik İz Çıkartımı,” *SAVTEK 2008, Savunma Teknolojileri Kongresi*, s. 489-496, ODTÜ, Ankara, Haziran 2008d.
- [27] Berenger J.P., “A Perfectly Matched Layer for The Absorption of Electromagnetic Waves,” *J. Comput. Phys.*, vol. 114, pp. 185-200, Oct. 1994.
- [28] Bui M.D., Stuchly S.S., Costache G.I., “Propagation of Transients in Dispersive Dielectric Media,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 39, issue 7, pp. 1165-1172, July 1991.
- [29] Chew W.C. and Weedon W.H., “A 3D Perfectly Matched Medium from Modified Maxwell’s Equations with Stretched Coordinates,” *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 7, no. 13, pp. 599-604, 1994.
- [30] Chew W.C. and Liu Q.H., “Perfectly Matched Layers for Elastodynamics: A New Absorbing Boundary Condition,” *J. Comput. Acoust.*, vol. 4, pp. 341-359, 1996a.

- [31] Chew W.C. and Liu Q.H., "Using Perfectly Matched Layers for Elastodynamics," *Antennas and Propagation Society International Symposium*, 1996 AP-S. Digest, vol. 1, pp.366-369, July 1996b.
- [32] Cummer S.A., "A Simple, Nearly Perfectly Matched Layer for General Electromagnetic Media," *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 13, issue 3, pp. 128 - 130, March 2003.
- [33] Gedney S.D., "An Anisotropic Perfectly Matched Layer-Absorbing Medium for The Truncation of FDTD Lattices," *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, vol. 44(12), pp. 1630-1639, 1996a.
- [34] Gedney S.D., "An Anisotropic PML Absorbing Media for The FDTD Simulation of Fields in Lossy and Dispersive Media," *Electromagn.*, vol. 16, pp. 399-415, July 1996b.
- [35] Godzinski Z., "The Surface Impedance Concept and the Structure of Radio Waves over Real Earth," *Proc. IEE, C.*, 108(14), pp. 362-373, 1961.
- [36] Haussmann G., Piket-May M., "Modeling Interface Discontinuities and Boundary Conditions for A Dispersion-Optimized Finite-Difference Time-Domain Method," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 4, pp. 1820 - 1823, 1998.
- [37] Hufford G.A., "An Integral Approach to The Problem of Wave Propagation over An Irregular Surface," *Quart. J. Appl. Math.*, 9, pp. 391-404, 1952.
- [38] Katz D.S., Thiele E.T., and Taflove A., "Validation and Extension to Three Dimension of The Berenger PML Absorbing Boundary Condition for FD-TD Meshes," *IEEE Microwave Guided Wave Lett.*, vol. MGW-4, pp. 268-270, Aug. 1994.

- [39] Kelley D.F., Luebbers R.J., "Piecewise Linear Recursive Convolution for Dispersive Media Using FDTD," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, issue 6, part 1, pp. 792-797, June 1996.
- [40] King R.J., "Electromagnetic Wave Propagation over A Constant Impedance Plane," *Radio Science*, vol. 4(3), pp. 255-268, 1969.
- [41] Knott E.F., Shaeffer J.F., Tuley M.T., *Radar Cross Section*. Raleigh: Scitech Publishing, 2004.
- [42] Koledintseva M.Y., Drewniak J.L., Pommerenke D.J., Antonini G., Orlandi A., Rozanov K.N., "Wide-Band Lorentzian Media in The FDTD Algorithm," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 47, issue 2, p. 392-399, May 2005.
- [43] Kunz K.S. and Luebbers R., *The FiniteDifference Time Domain Method for Electromagnetics*. Boca Raton, FL: CRC Press, 1993.
- [44] Liu Q.H., "An FDTD Algorithm with Perfectly Matched Layers for Conductive Media," *Microwave Opt. Technol. Lett.*, vol. 14, pp. 134-137, 1997.
- [45] Luebbers, R.J., Hunsberger, F.P., Kunz, K.S., "FDTD Formulation for Frequency Dependent Permittivity," *Antennas and Propagation Society International Symposium*, 1989 AP-S. Digest, pp. 50-53, June 1989.
- [46] Luebbers, R., Hunsberger F.P., Kunz K.S., Standler R.B., Schneider M., "A Frequency-Dependent Finite-Difference Time-Domain Formulation for Dispersive Materials," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 32, issue 3, pp. 222-227, Aug. 1990.

- [47] Luebbers R.J., Hunsberger F., Kunz K.S., "A Frequency-Dependent Finite-Difference Time-Domain Formulation for Transient Propagation in Plasma," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 39, issue 1, pp. 29-34, Jan. 1991.
- [48] Milsom J.D., "HF Groundwave Radar Equations," *HF Radio Systems and Techniques*, IEE Conference Publication No:411, pp. 285-290, 1997.
- [49] Monteath G.D., "Application of The Compensation Theorem to Certain Radiation and Propagation Problems," *Proc. IEEE*, 98(1), pp. 23-30, 1951.
- [50] Mur G., "Absorbing Boundary Conditions for The Finite-Difference Approximation of The Time Domain Electromagnetic Field Equations," *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, vol. 23, pp. 377-382, 1981.
- [51] Norton K.A., "The Propagation of Radio Waves over The Surface of The Earth and in The Upper Atmosphere: 1," *Proc. IRE*, 24(10), pp. 1367-1387, 1936.
- [52] Norton K.A., "The Propagation of Radio Waves over The Surface of The Earth and in The Upper Atmosphere: 2," *Proc. IRE*, 25(9), pp. 1203-1236, 1937.
- [53] Norton K.A., "The Calculation of Ground Wave Field Intensity over A Finitely Conducting Spherical Earth," *Proc. IRE*, 29(12), pp. 623-639, 1941.
- [54] Norton K.A., "The Polarization of Downcoming Ionospheric Radio Waves," *FCC Rept. 60047*, National Bureau of Standards, Boulder, Colo, 1942.
- [55] Odabasi H., Basaran E., Aksoy S., Tayyar İ.H., "The Numerical Time Domain Analysis of Partially Filled Rectangular Cavity with A Dielectric Material," *4th International Conference on Electrical and Electronics Engineering (ELECO 2005)*, pp. 219-221, Bursa, TURKEY, December 2005.

- [56] Orfanidis S.J., *Electromagnetic Waves and Antennas*, 2008, <http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/>.
- [57] Özen B., Çapan L., Başaran E., Aksoy S., “Kavitelerin Çoklu Kaynak Kullanılarak Uyarılması ve Simetrik Olmayan TEz Modları,” *10. Ulusal Elektrik- Elektronik- Bilgisayar Kongresi*, İstanbul, TÜRKİYE, Eylül 2003.
- [58] Peterson A.F., Ray S.L., Mittra R., *Computational Methods for Electromagnetics*. New York: IEEE Press, 1998.
- [59] Ponsford A.M., Srivasta S.K., “A Comparison Between Measured and Modelled Radar Cross Section from A Groundwave Radar,” *Proc. of IEE 5th Conf. on Sys. and Tech.*, IEE 339, pp. 61-65, 1991.
- [60] Qian S., Chen D., *Joint Time-Frequency Analysis: Methods and Applications*. NJ: PTR Prentice-Hall, 1996.
- [61] Ramadan O., “Unconditionally Stable Nearly PML Algorithm for Linear Dispersive Media,” *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 15, issue 7, pp. 490 - 492, July 2005a.
- [62] Ramadan O., “Generalized Unconditionally Stable Crank-Nicolson PML Formulations for Truncating FDTD Domains,” *2005 European Microwave Conference*, vol. 2, Oct. 2005b.
- [63] Ramadan O., “Unconditionally Stable Crank-Nicolson Nearly PML Algorithm for Truncating Linear Lorentz Dispersive FDTD Domains,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 54, issue 6, part 2, pp. 2807-2812, June 2006a.

- [64] Ramadan O., "ZT-ADIPLM: Unconditionally Stable PML Algorithm for FDTD Simulations," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 48, no. 2, pp. 393-396, Febr. 2006b.
- [65] Rothwell E. J., Cloud M. J., *Electromagnetics*. New York: CRC Press, 2001.
- [66] Sacks Z.S., Kingsland D.M., Lee R., and Lee J.F., "A Perfectly Matched Anisotropic Absorber for Use as An Absorbing Boundary Condition," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 43, pp. 1460-1463, Dec. 1995.
- [67] Schelkunoff S.A., "Anatomy of Surface Waves," *IRE Trans. Antennas Propagat.*, AP-7, p. 133, 1959.
- [68] Schuster J.W., Luebbers R.J., "An Accurate FDTD Algorithm for Dispersive Media Using A Piecewise Constant Recursive Convolution Technique," *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 4, pp. 2018-2021, June 1998.
- [69] Sevgi L., "Target Reflectivity and RCS Interactions in Integrated Maritime Surveillance Systems Based On Surface-Wave High-Frequency Radars," *IEEE Antennas and Propag. Mag.*, 43(1), pp. 36-51, 2001a.
- [70] Sevgi L., Ponsford A., Chan H.C., "An Integrated Maritime Surveillance Systems Based On Surface-Wave High-Frequency Radars, Part I: Theoretical Background and Numerical Simulations," *IEEE Antennas and Propag. Mag.*, 43(4), pp. 28-43, 2001b.
- [71] Siushansian R., LoVetri J., "An Efficient Higher Order Numerical Convolution for Modelling Nth-Order Lorentz Dispersion," *Antennas and Propagation Society International Symposium*, 1995 AP-S. Digest, vol. 1, pp. 632-635, June 1995.

- [72] Skolnik M.I., *Radar Handbook*. Boston: McGraw-Hill, 1990.
- [73] Sommerfeld A., “Über Die Ausbreitung Der Wallen in Der Drahtlosen Telegraphie,” *Ann. Phys.*, 28, p. 665, 1909.
- [74] Sommerfeld A., “Über Die Ausbreitung Der Wallen in Der Drahtlosen Telegraphie,” *Ann. Phys.*, 81, pp. 1135-1153, 1926.
- [75] Taflove A., Hagness S.C., *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*. Boston: Artech House, 2005.
- [76] Tretyakov O.A., “Essentials of Nonstationary and Nonlinear Electromagnetic Field Theory,” in *Analytical and Numerical Methods in Electromagnetic Wave Theory*, Hashimoto M., Idemen M., and Tretyakov O.A., Eds. Tokyo: Sci. House, 1993.
- [77] Tyras G., *Radiation and Propagation of Electromagnetic Waves*. New York: Academic Press, 1969.
- [78] Umashankar K.R., Taflove A., “A Novel Method to Analyze Electromagnetic Scattering of Complex Objects,” *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. EMC-24, issue 4, pp. 397-405, Nov. 1982.
- [79] Wait J.R., “Mixed Path Gound Wave Propagation: 1, Short Distances,” *J. Res. NBS*, 57(1), pp. 1-15, 1956.
- [80] Wait J.R., *Electromagnetic Weaves in Startified Media.*, New York: Pergamon Press, 1962.
- [81] Wait J.R., “Electromagnetic Surface Waves,” in *Advances in Radio Research*, New York: Academic Press, 1964.

- [82] Wait, J.R., *Wave Propagation Theory*. New York: Pergamon, 1981.
- [83] Waldron R.A., *Theory of Guided Electromagnetic Waves*. London: VNR, 1969.
- [84] Yee K.S., "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media," *IEEE Trans. On Antennas and Propagation*, vol.14, no. 3, pp. 302-307, May 1966.
- [85] Zenneck J., "Über Die Fortpflanzung Ebener Electromagnetische Wellen Längs Einer Ebenen Leiterfläche und Ihre Beziehung Zur Drahtlosen Telegraphie," *Annalen der Physik*, 23, pp. 848-866, 1907.

ÖZGEÇMİŞ

Erkul BAŞARAN, 1977 yılında İzmit'te doğdu. İlköğrenimini Gebze İnönü İlkokulu'nda tamamladıktan sonra 1989 yılında Gebze Anadolu Lisesi'ni kazandı. Bir sene İngilizce hazırlık sınıfı da dahil olmak üzere 7 senelik orta öğrenimini, aynı yerde Fen Bölümü lise son sınıf birincisi olarak 1996'da tamamladı. Aynı yıl Selçuk Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nde okumaya hak kazandı. Üçüncü sınıfta elektrik ve elektronik olarak ikiye ayrılan Elektrik-Elektronik Mühendisliği'nin Elektronik Bölümü'nü seçti. 2000 yılında sınıf üçüncüsü olarak mezun olduktan sonra aynı yıl Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektronik Mühendisliği Bölümü, Elektromanyetik Alanlar ve Mikrodalga Tekniği Anabilim Dalı'nda yüksek lisans öğrenimine başlayarak aynı bölüme araştırma görevlisi olarak atandı. Bu bölümden 2002 yılında mezun olarak Yüksek Mühendis ünvanını aldı ve aynı yıl doktora öğrenimine başladı. TÜBİTAK-MAM Malzeme Enstitüsü ve TÜBİTAK-MAM Bilişim Teknolojileri Enstitüsü'ndeki çeşitli projelerde toplam 3 yıl yarı zamanlı olarak çalıştı. Halen GYTE'deki ulusal ve uluslararası projelerde görevler almakta ve aynı bölümde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.