

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SÜPERİLETKEN MANYETİK YATAKLARIN
ANALİZİ VE MODELLENMESİ

Yusuf ÇINAR
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ENERJİ SİSTEMLERİ MÜHENDİSLİĞİ

DANIŞMAN
Doç. Dr. Selim SİVRİOĞLU

GEBZE
2007

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SÜPERİLETKEN MANYETİK YATAKLARIN
ANALİZİ VE MODELLENMESİ

Yusuf ÇINAR
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ENERJİ SİSTEMLERİ MÜHENDİSLİĞİ

GEBZE
2007

ÖZET

TEZİN BAŞLIĞI : Süperiletken Manyetik Yatakların Analizi ve Modellenmesi

YAZAR ADI : Yusuf Çınar

Süperiletkenler, direnç kaybetmeksizin elektriği ileten malzemelerdir. Ayrıca süperiletkenler, içerisinden manyetik alanı dışlama eğiliminde oldukları için mıknatısları levite edebilirler.

Bu çalışmada mühendislik uygulamalarında kullanılan iki tür süperiletken manyetik yatak, donmuş görüntü yaklaşımı kullanılarak analiz edilmiş ve modellenmiştir. Süperiletkenlik uygulamaları arasında en geniş kullanım alanlarından biri, süperiletken manyetik yataklardır. Bu yataklar, aktif kontrol gerektirmedikleri ve çok düşük sürtünmeye sahip oldukları için volanlar gibi hemen hemen bütün makinelerde kullanılabilirler.

Birinci bölümde süperiletkenliğin genel bir tanımı ve düşük sıcaklıkta elektriği taşıırken neden direnç göstermediği kısaca açıklanmıştır. Manyetik yatakların uygulamadaki avantaj ve dezavantajlarına değinilmiştir.

İkinci bölümde süperiletkenlik teorisinin ve buna bağlı süperiletkenlik uygulamalarının tarihsel gelişimi anlatılmıştır.

Üçüncü bölümde süperiletkenler sınıflandırılmış ve I. ve II. Tür bazı süperiletkenler ve özellikleri verilmiştir.

Dördüncü bölümde mühendislik uygulamaları için önemli olan süperiletkenliğin bazı temel özellikleri genel olarak açıklanmıştır.

Manyetik alan içinde veya manyetik alansız soğutulduğunda yüksek sıcaklık süperiletkenlerinin (YSS) diyamanyetik davranış özellikleri ve farkları beşinci bölümde irdelenmiştir.

Süperiletken manyetik yataklar altıncı bölümde anlatılmıştır. Eksenel ve radyal manyetik yataklar ve daha stabil hibrit yataklar üzerinde durulmuştur. Bu bölümde levitasyon kuvveti, levitasyon kuvvetini etkileyen faktörler, mükemmel iletken ve mükemmel diyamanyetik, histerisiz ve kuvvet azalması gibi süperiletkenlik alanında sıkça kullanılan kavramlar anlatılmıştır.

Süperiletken levitasyon sistemlerini uygulamadan önce modellemek gereklidir. Yedinci bölümde süperiletken manyetik levitasyon sistemlerini modellemek için kullanılan kritik durum ve donmuş görüntü kavramları sunulmuştur.

Sekizinci bölümde iki tür süperiletken manyetik yatak, donmuş görüntü kavramına göre modellenmiştir. Bu yataklardan biri, bir Yüksek Sıcaklık Süperiletken (YSS) üzerinde levite edilen Kalıcı Mıknatıstan (KM) oluşturulan bir sistemin modelidir. Diğer yatak ise silindir halka şeklindeki YSS ve bir KM arasındaki etkileşim modelinden oluşturulmuştur. Halka YSS içerisindeki KM'nin levitasyon konfigürasyonu birçok makine sisteminde bulunan radyal tip yatağa benzemektedir. KM-YSS yatağın dinamik davranışı, levitasyonun katılığına bağlıdır. Amaçlanan bu konfigürasyon için donmuş görüntü kavramından elde edilen manyetik potansiyel ile katılık hesaplanmıştır. Açısal ve öteleme hareketleri için katılık değişimleri analiz edilmiştir.

Dokuzuncu bölümde bir önceki bölümde elde edilen potansiyel enerjilerden Lagrange fonksiyonu kullanılarak yatay, dikey, meyil, yalpalama ve dönme açıları için hareket denklemleri çıkartılmıştır.

Onuncu ve son bölümde bu araştırmaların sonuçları ve bu konuda çalışmak isteyen kişiler için öneriler verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Süperiletken manyetik yataklar, donmuş görüntü modeli, manyetik levitasyon, süperiletkenliğin özellikleri.*

SUMMARY

THESIS TITLE : Analysis and Modeling of Superconducting Magnetic Bearings

AUTHOR NAME : Yusuf Çınar

Superconductors are materials that conduct the electricity without resistance. Superconductors can also levitate magnets to tend to exclude magnetic fields from their interiors.

In this study, two types of superconducting magnetic bearings used in engineering applications are analyzed and modeled using frozen image concept. One of the widest using fields among superconductivity applications is superconducting magnetic bearings. These bearings can be used in nearly all machines such as flywheels not to need active magnetic control and to have extremely low friction.

In first section, a general description of superconductivity and why superconductors carry electricity without resistance at low temperatures are briefly explained. Advantages and disadvantages of superconducting magnetic bearings in applications are mentioned.

In second section, historical developments of theory of superconductivity and progress of applications of superconductivity depending upon these developments are told.

In third section, superconductors are categorized and some of type I and II superconductors and their properties are given.

In fourth section, some of main characteristics of superconductors, so important for engineering applications, are generally expressed.

Diamagnetic behavior properties and difference of high temperature superconductors (HTSs) are investigated when they are cooled in a magnetic field

(Field Cooling - FC) or without any magnetic field (Zero Field Cooling - ZFC) in fifth section.

Superconducting magnetic bearings are described in sixth section. Axial and radial magnetic bearings and the more stable hybrid bearings are dwelled on. Concepts frequently used in superconductivity fields such as levitation force, factors influencing levitation force, perfect conductor and perfect diamagnet, hysteresis, and force creep are depicted in this section.

It is necessary that superconducting levitation systems are modeled before putting into practice. In seventh section, critical state model and frozen image concepts using to model magnetic levitation systems are represented.

In eighth section, two types of superconducting magnetic bearings are analyzed and modeled using frozen image concept. One of these bearing is a model of system consisting of a Permanent Magnet (PM) levitated over a HTS. The other is formed from a model of the interaction between a ring shaped HTS and a PM. The levitation configuration of a ring permanent magnet inside a ring HTS resembles the radial type bearings found in many machine systems. The dynamical behaviour of the PM-HTS bearing mostly depends on the stiffness of the levitation. For the proposed PM-HTS configuration, the stiffness is computed on the basis of a magnetic potential obtained with a frozen image concept. The variation of the stiffness is analyzed for angular and translational movements.

In ninth section, equations of motion for lateral, vertical, tilt, precision, and rotating angles are extracted from potential energies obtained in the previous section using Lagrange function.

In tenth and last section, the result of these researches and the advices for those who want to study on this topic are given.

Keywords: *Superconducting magnetic bearings, frozen image model, magnetic levitation, properties of superconductivity.*

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam ve makale çalışmalarımız süresince bilimsel katkılarıyla bana yardımcı olan, diğer birçok konuda beni teşvik ederek önümü aydınlatan ve hayatta örnek aldığım kişilerden biri olan danışman hocam Sayın Doç. Dr. Selim Sivrioğlu'na en içten teşekkür ve saygılarımı sunarım. Enerji Sistemleri Mühendisliği Anabilim Dalı başkanı hocam Sayın Prof. Dr. Muammer Kalyon'a ve aynı bölümdeki mesai arkadaşlarıma destekleri için teşekkürü borç bilirim.

Süperiletkenlik deneylerini laboratuvarında yapmamıza izin veren ve deneyler öncesinde ve esnasında yardım aldığım Bilgisayar Mühendisliği Bölümü Öğretim Üyesi Sayın Yrd. Doç. Dr. Erkan Zergeroğlu'na ve laboratuvarlarını bizimle paylaşan ve yardımlarını esirgemeyen Araştırma Görevlisi arkadaşlarıma teşekkürü borç bilirim. Aycıca süperiletkenlik üzerine yapılan sohbetler için Fizik Bölümü Araş. Gör. Ali Cemil Başaran'a teşekkür ederim.

Maddi ve manevi olarak her türlü desteği veren ve bu günlere gelmemde önemli katkıları olan aileme en içten teşekkürlerimi ve şükranlarımı sunarım. Hayatta beni destekleyen tüm arkadaşlarıma teşekkürü borç bilirim.

Saygılarımla,

Yusuf Çınar

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ÖZET	iv
SUMMARY	vi
TEŞEKKÜR	viii
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	xi
ŞEKİLLER DİZİNİ	xiv
TABLolar DİZİNİ	xvi
1. GİRİŞ	1
2. SÜPERİLETKENLİĞİN TARİHSEL GELİŞİMİ	3
3. SÜPERİLETKENLERİN SINIFLANDIRILMASI	9
3.1. I. Tür süperiletkenler	9
3.2. II. Tür süperiletkenler	11
4. SÜPERİLETKENLİĞİN TEMEL ÖZELLİKLERİ	14
4.1. Sıfır direnç	14
4.2. Meissner etkisi	15
4.3. Akı saplanması	16
4.4. Kritik akım	17
5. SÜPERİLETKEN MALZEMELERİN SOĞUTULMASI	19
5.1. Manyetik alan içinde soğutma (Field Cooled)	19
5.2. Manyetik alansız soğutma (Zero Field Cooled)	20
6. SÜPERİLETKEN MANYETİK YATAKLAR	23
6.1. Süperiletken yatak tipleri	24
6.1.1. Eksenel yataklar	24
6.1.2. Radyal yataklar	25
6.1.3. Evershed-type yatak	26
6.1.4. Karma- μ YSS yatak	28
6.2. Levitasyon kuvveti	29
6.3. Levitasyon kuvvetini etkileyen faktörler	30
6.4. Mükemmel iletken ve mükemmel diyamanyetik	30
6.5. Histerezis	31
6.6. Kuvvet azalması	32
7. MODELLEME YÖNTEMLERİ	33
7.1. Kritik durum modeli (Critical-State Model)	33

7.2. Donmuş görüntü modeli (Frozen-Image Model)	34
8. UYGULAMA	37
8.1. YSS üzerinde levite edilen KM'nin modellenmesi ve analizi	37
8.1.1. Dipol ve diyamanyetik görüntü	39
8.1.2. Dipol ve donmuş görüntü	41
8.1.3. Toplam potansiyel enerji	43
8.1.4. Katılık hesabı	43
8.1.5. Yanal katılık denklemi	45
8.1.6. Dikey katılık denklemi	46
8.2. Silindir halka şeklinde KM-YSS dikey yatak sisteminin modellenmesi ve analizi	47
8.2.1. 1. Kısım: Dipol ve diyamanyetik görüntü	49
8.2.2. 1. Kısım: Dipol ve donmuş görüntü	51
8.2.3. Toplam potansiyel enerji	53
8.2.4. Katılık hesabı	54
8.2.5. Yanal yer değiştirme için katılık denklemleri	56
8.2.6. Dikey yer değiştirme için katılık denklemleri	57
8.2.7. θ, y ve z ile katılığın değişimi	58
9. KM-YSS SİSTEMLERİNİN HAREKET DENKLEMLERİNİN ÇIKARILMASI	62
9.1. YSS üzerinde levite edilen KM'nin hareket denklemlerinin çıkarılması	62
9.1.1. Lagrange hareket denklemlerinin çıkarılması	64
9.1.2. Hareket denklemlerinin simülasyonları	68
9.2. Silindir halka şeklinde KM-YSS dikey yatak sisteminin hareket denklemlerinin çıkarılması	72
9.2.1. Lagrange hareket denklemlerinin çıkarılması	73
9.2.2. Hareket denklemlerinin simülasyonları	78
10. SONUÇ VE ÖNERİLER	85
KAYNAKLAR	
EKLER	
ÖZGEÇMİŞ	

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

KM	: Kalıcı mıknatıs	
YSS	: Yüksek sıcaklık süperiletkeni	
DSS	: Düşük sıcaklık süperiletkeni	
T	: Sıcaklık	[Kelvin]
T_c	: Kritik sıcaklık	[Kelvin]
R	: Elektrik Direnci	[Ohm]
H	: Manyetik alan	[Tesla]
H_c	: Kritik manyetik alan	[Tesla]
$H_c(0)$	: 0 K'deki kritik manyetik alan	[Tesla]
H_{c1}	: Alt kritik manyetik alan	[Tesla]
H_{c2}	: Üst kritik manyetik alan	[Tesla]
FC	: Manyetik alan içinde soğutma (Field Cooling)	
ZFC	: Manyetik alansız soğutma (Zero Field Cooling)	
J_c	: Kritik akım yoğunluğu	[A/m ²]
B	: Manyetik akı yoğunluğu	[Tesla]
μ_0	: Vakum geçirgenliği	[N/A ²]
$\vec{m}_{11}$	: Birinci dipolün manyetik momenti	
$\vec{m}_{12}$	: İkinci dipolün manyetik momenti	
m_{11}	: Birinci dipolün manyetik moment büyüklüğü	[A m ²]
m_{12}	: İkinci dipolün manyetik moment büyüklüğü	[A m ²]
$\vec{r}$	: Dipolden uzaydaki noktaya pozisyon vektörü	
r	: Dipolden merkeze olan uzaklık	[m]
r_x	: Dipolden merkeze x yönündeki uzaklık	[m]
r_y	: Dipolden merkeze y yönündeki uzaklık	[m]
r_z	: Dipolden merkeze z yönündeki uzaklık	[m]
θ	: KM'nin simetri eksenine ve dikey yön (z) arasındaki açı	[Derece]
ϕ	: x ve y düzlemleri arasındaki açı	[Derece]
ψ	: KM'nin dönme açısı	[Derece]
M	: KM'nin kütlesi	[kg]

g	: Yerçekimi ivmesi	[m/s ²]
I_r	: Radyal atalet momenti	[kg m ²]
I_z	: Eksenel atalet momenti	[kg m ²]
$U_{dia}^{(I)}$	: 1. kısım için diyamanyetik potansiyel enerji	[Joule]
$U_{dia}^{(II)}$	: 2. kısım için diyamanyetik potansiyel enerji	[Joule]
U_{dia}	: Toplam diyamanyetik potansiyel enerji	[Joule]
$U_{fro}^{(I)}$	: 1. kısım için donmuş potansiyel enerji	[Joule]
$U_{fro}^{(II)}$	: 2. kısım için donmuş potansiyel enerji	[Joule]
U_{fro}	: Toplam donmuş potansiyel enerji	[Joule]
$U_{tot}^{(I)}$	: 1. kısım için toplam manyetik potansiyel enerji	[Joule]
$U_{tot}^{(II)}$	: 2. kısım için toplam manyetik potansiyel enerji	[Joule]
U_{tot}	: Toplam manyetik potansiyel enerji	[Joule]
k_{xx}	: x yönündeki katılık	[N/m]
$k_{yy}^{(I)}$	: 1. kısmın yanal yer değişmesi için y yönündeki katılık	[N/m]
$k_{yy}^{(II)}$	: 2. kısmın yanal yer değişmesi için y yönündeki katılık	[N/m]
$K_{yy}^{(I)}$	: 1. kısmın yanal yer değişmesi için y yönündeki toplam katılık	[N/m]
$k_{zz}^{(I)}$	: 1. kısmın yanal yer değişmesi için z yönündeki katılık	[N/m]
$k_{zz}^{(II)}$	: 2. kısmın yanal yer değişmesi için z yönündeki katılık	[N/m]
$K_{zz}^{(I)}$	: 1. kısmın yanal yer değişmesi için z yönündeki toplam katılık	[N/m]
$K_{yy}^{(V)}$	: Dikey yer değişme için y yönündeki toplam katılık	[N/m]
$K_{zz}^{(V)}$	: Dikey yer değişme için z yönündeki toplam katılık	[N/m]
K	: Üç boyutlu toplam katılık	[N/m]
d	: Dipolün YSS yüzeyine uzaklığı	[m]
d_o	: KM'nin dış çapı	[m]
d_i	: KM'nin iç çapı	[m]
D_o	: YSS'nin dış çapı	[m]

D_i	: YSS'nin iç çapı	[m]
U_y	: Yerçekimi potansiyeli	[Joule]
U_{PE}	: Toplam potansiyel enerji	[Joule]
U_{KE}	: Toplam kinetik enerji	[Joule]

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
1.1. Kalıcı Mıknatısın (KM) bir Yüksek Sıcaklık Süperiletkeni (YSS) üzerindeki manyetik levitasyonu (GYTE Deney)	2
2.1. 1911'de H. Kamerlingh Onnes ve Gilles Holst tarafından Cıva'dan elde edilen deneysel data. (Normal durumundan süperiletkenlik durumuna geçişi ilke kez gösteriyor)	4
2.2. Meissner etkisi: süperiletken içerisindeki manyetik alanın dışlanması	5
2.3. Süperiletken kritik sıcaklığın keşfinden günümüze gelişimi	8
3.1. I. Tür süperiletkenler için kritik sıcaklığın kritik manyetik alanla değişiminin şematik olarak gösterimi	10
3.2. II. Tür süperiletkenler için H_{c1} ve H_{c2} 'nin sıcaklıkla değişimi şematik olarak gösterimi	12
4.1. Meissner etkisiyle levitasyon	16
4.2. Akı saplanmasıyla levitasyon	17
5.1. Bir YSS (yüksek sıcaklık süperiletken) malzemenin manyetik alan içinde soğutma durumunda H - T faz diyagramı	20
5.2. Bir YSS (yüksek sıcaklık süperiletken) malzemenin manyetik alansız soğutma durumunda H - T faz diyagramı	21
6.1. Eksenel yataklama (levitated magnet)	24
6.2. Havada asılı mıknatıs yatak (suspended magnet)	25
6.3. Silindirik halka şeklindeki YSS içinde yatay konumda yerleştirilmiş mıknatıs yatak	26
6.4. Çekici kuvvetin (attractive force) artırılmasını sağlayan Evershed tip yatak	27
6.5. Karma- μ YSS Yatak (Mixed- μ HTS Bearing)	28
6.6. Basit bir hibrit süperiletken mıknatıs yatak dizaynı	32
7.1. Bean modeline göre manyetik alan içinde YSS yüzeyinde akım yoğunluğu ve manyetik akının dağılımları	34
7.2. Donmuş görüntü modelinin şematik diyagramları	36
8.1. YSS üzerinde levite edilen KM	37
8.2. KM-YSS sisteminin donmuş görüntü kavramına göre şematik çizimi	39

8.3.	Silindir halka şeklinde KM-YSS dikey yatak sistemi	48
8.4.	Silindir halka şeklinde KM-YSS dikey yatak sisteminin şematik gösterimi	49
8.5.	θ ile katılık değişimi	59
8.6.	y ile katılık değişimi	60
8.7.	z ile katılık değişimi	61
9.1.	YSS üzerinde levite olan KM'nin simülasyon bloğu	69
9.2.	r için simülasyon alt bloğu	70
9.3.	z için simülasyon alt bloğu	70
9.4.	θ için simülasyon alt bloğu	71
9.5.	ϕ için simülasyon alt bloğu	71
9.6.	Silindir halka şeklinde KM-YSS dikey yatak sisteminin simülasyon bloğu	79
9.7.	r için simülasyon alt bloğu	80
9.8.	z için simülasyon alt bloğu	81
9.9.	θ için simülasyon alt bloğu	82
9.10.	ϕ için simülasyon alt blokları	84

TABLÖLAR DİZİNİ

<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
3.1. Bazı I. Tür süperiletken elementlerin normal basınç altında kritik geçiş sıcaklığı (T_c) ve kritik manyetik alan (H_c) değerleri	10
3.2. $T=0$ K ve normal basınç altında bazı II. Tür süperiletkenlerin kritik sıcaklığı (T_c) ve üst kritik manyetik alan (H_{c2}) değerleri	12
4.1. Bazı malzemelerin kritik akım yoğunlukları (J_c (A/mm^2)))	18
8.1. KM-YSS sisteminin parametreleri	58

1. GİRİŞ

Süperiletkenlik, bazı metallerin, alaşımların veya bileşiklerin belli bir sıcaklıkta (düşük sıcaklık) elektriği dirençsiz iletmesidir. Süperiletkenlik durumunda direnç tamamen sıfırdır. Örneğin halka şeklindeki bir süperiletkenin taşıdığı akımın yıllarca değişmediği gözlenmiştir.

Direnç, herhangi bir iletkenin akım geçirildiğinde iletken içindeki kafes atomlarının titreşimi sonucu akım taşıyan elektronların bu atomlara çarparak hareket yönlerini değiştirmesiyle oluşur. Bu çarpışmalar sonucu elektronlar enerjilerini ısıya dönüştürür. Süperiletkenlik durumunda ise iletkenin kafes yapısı daha düzenli hale gelerek elektronlar, Cooper çifti olarak bilinen çiftler halinde taşınır. Süperiletkenlik durumunda atomik titreşimler yok denecek kadar azdır ve bu çiftler arasındaki bağlantı, birbirinden uzakta olsalar bile o kadar sağlamdır ki tek başlarına kafes atomlarına çarpmaya yeterli bir enerjileri kalmaz ve kafes atomlarına çarpmadan çıkarlar. Bu yüzden elektronlar enerji kaybetmeden hareket edebilirler. Ayrıca herhangi bir elektron çifti bozulsaydı, bunlar hemen birleşerek eski konumlarına dönebilmektedirler. Süperiletken durumunda iletkenin direnç göstermemesinin nedeni budur.

Süperiletken malzemeler diğer önemli bir özelliği kalıcı bir mıknatısla olan temassız yataklama (levitasyon) özelliğidir. Şekil 1.1’de görüldüğü gibi kalıcı mıknatıs, süperiletkenliğin oluştuğu sıcaklığa kadar soğutulmuş süperiletken üzerine getirildiğinde hiçbir temas olmadan kararlı şekilde asılı kalmaktadır. Eğer kalıcı mıknatıs yukarı, aşağı veya sağa sola doğru itilirse KM kendiliğinden ilk pozisyonuna geri gelecektir. Eğer daha sert bir şekilde itilirse mıknatısın kütle merkezi, yeni bir denge noktasına kayarak orada kararlı bir şekilde havada asılı kalacaktır. Eğer kalıcı mıknatıs (KM) simetrik manyetik alan sahip olan silindirik şekle sahipse kolaylıkla simetri eksenini etrafında dönebilir. Böyle bir sistem süperiletken manyetik yatağın yapımında kullanılabilir. Birçok uygulamada vakumun içinde ve aktif kontrol gerektirmeden temas olmaksızın çalışabilmesi ve çok düşük dönme direncine sahip olması gibi avantajları nedeniyle süperiletken manyetik yataklar kullanılmaktadır. Henüz oda sıcaklığında süperiletkenler

bulunamadığı için süperiletkenlerin, süperiletkenlik özelliği gösterdiği sıcaklığa soğutulması gereklidir. Fakat süperiletkenlerin soğutmasından kaynaklanan kayıplar süperiletkenlerin uygulamada getirdiği avantajlar yanında ihmal edilebilecek oranda küçük olmaktadır.



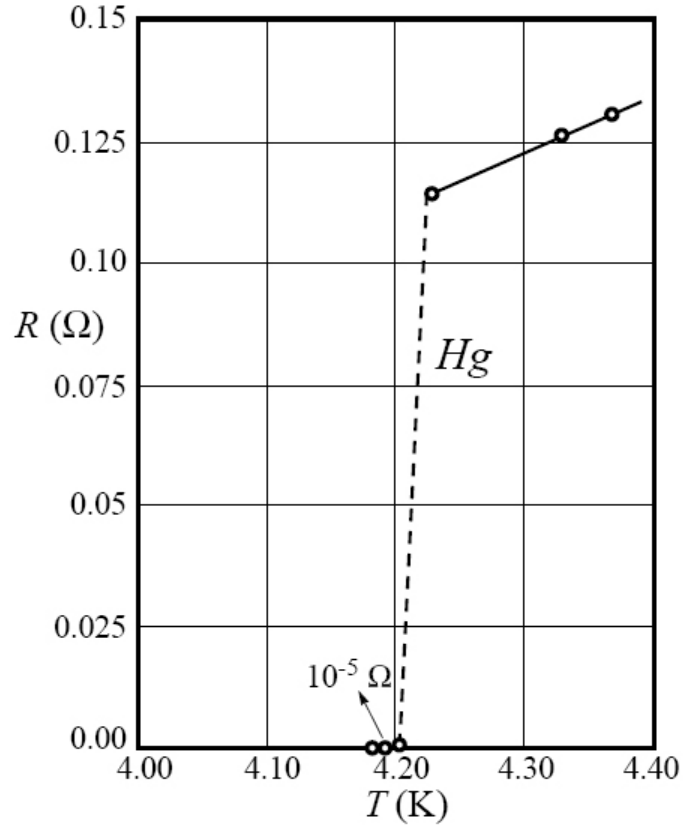
Şekil 1.1. Kalıcı Mıknatısın (KM) bir Yüksek Sıcaklık Süperiletkeni (YSS) üzerindeki manyetik levitasyonu (GYTE Deney)

Bir süperiletkenin ilk kez kararlı bir levitasyonda kullanımından (1945) ve süperiletken yataklar kullanılarak yapılan ilk deneysel motordan (1958) bu güne uygulamada oldukça aşama kat edildi [1-5]. Süperiletken manyetik yatakların pasif levitasyon karakteristiklerinden dolayı büyük bir kullanım potansiyeline sahip olduğu yapılan çalışmalarla gösterilmiştir [6-8]. Potansiyel kullanım alanları, motor, jeneratör ve rotor-volan (flywheel) sistemleridir [9]. YSS yataklar kullanılarak birkaç yüz kilogram ağırlığında rotorlar levite edilebilir [10]. Süperiletken manyetik yatakların, aktif manyetik yataklara ve bilyeli yataklara kıyasla daha düşük katılıkları vardır. Sistemin hareketi esnasında katılık değişimi, süperiletken yatakları doğru bir şekilde modellemek için gereklidir [11-13]. Mühendislik uygulamaları için levitasyon sisteminin dinamikleri doğru şekilde analiz edilmelidir.

2. SÜPERİLETKENLİĞİN TARİHSEL GELİŞİMİ

Süperiletkenliğin keşfi, bilim tarihinin en önemli keşiflerinden biridir. Süperiletkenliğin keşfinden sonra hem yeni malzemeler üretmek hem de süperiletkenlik teorisini açıklamak için yoğun çalışmalar sürdürülmektedir.

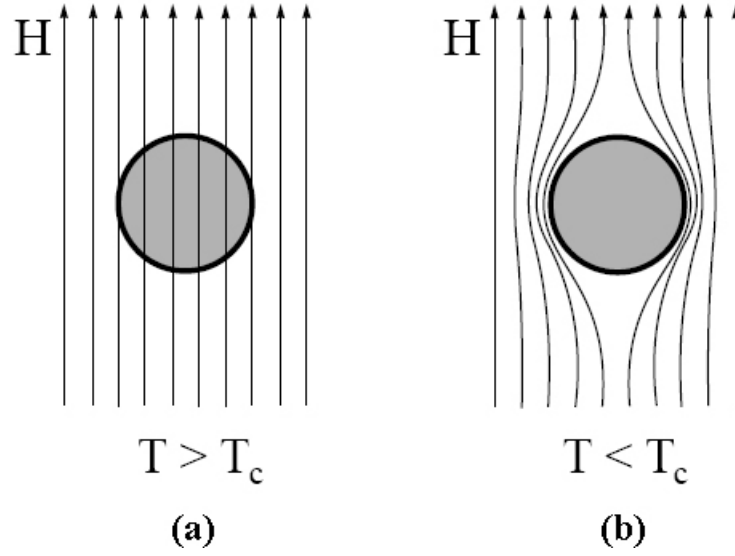
Süperiletkenlik, ilk olarak 1911 yılında Hollandalı fizikçi H. Kamerlingh Onnes ve asistanı Gilles Holst tarafından Leiden laboratuvarında keşfedildi. Onnes, çok düşük sıcaklıklar üzerine yaptığı araştırmalarla tanınan bir bilim adamıydı. Süperiletkenliği keşfinden üç yıl önce yani 1908 yılında helyum'u sıvılaştıran ilk kişi olmuştu. Onnes, çok düşük sıcaklıklarda çeşitli maddelerin elektriksel özellikleri üzerine araştırma yapıyordu. Metaller soğutulduğunda direncinin düştüğü uzun yıllardır biliniyordu fakat 0 K gibi çok düşük sıcaklıklarda direncin sınır değerinin ne olacağı bilinmiyordu. William Kelvin gibi bazı bilim adamları, mutlak sıfıra yaklaşıldığında iletken içinden geçen elektronların tamamen duracağına inanıyordu. Onnes ile aynı görüşte olan bilim adamları ise mutlak sıfır sıcaklıklarında iletkenin direncinin sıfır olabileceğine inanıyorlardı. Onnes, damıtma ile oldukça iyi saflaştırılabilmesi nedeniyle çalışmaları için cıva (Hg)'yi seçti. Onnes ve asistanı, 4.2 K (-268.8 °C) civarındaki sıcaklıkta cıvanın direncinin çok keskin bir şekilde düşerek, ölçülemeyecek kadar düşük değerlere ulaştığını gözlemlediler [Şekil 2.1]. Onnes, cıvanın içinde bulunduğu bu yeni durumu, 'süperiletkenlik durumu' olarak tanımladı. Ayrıca helyumu sıvılaştırması ve maddelerin düşük sıcaklık özellikleri üzerine yaptığı çalışmalar Onnes'e "1913 Nobel Fizik Ödülünü" kazandırmıştır.



Şekil 2.1. 1911'de H. Kamerlingh Onnes ve Gilles Holst tarafından Cıva (Hg)'dan elde edilen deneysel data (Normal durumundan süperiletkenlik durumuna geçişi ilke kez gösteriyor) [14].

Onnes'in çalışmalarından sonra birçok metal ve alaşımın kritik sıcaklık (T_c) diye tabir edilen bir sıcaklık değeri altında süperiletkenlik durumuna geldiği görüldü. Cıvanın süperiletkenlik durumunun keşfinden iki yıl sonra kurşunun 7.2 K sıcaklığında süperiletken olduğu bulundu. 1930 yılında en yüksek geçiş sıcaklığına sahip element olan niobium (Nb)'un $T_c=9.2$ K sıcaklığında süperiletken olduğu bulundu.

1933 yılında Walther Meissner ve R. Ochsenfeld, süperiletkenlerin manyetik özelliklerini incelerken en temel süperiletkenlik özelliklerinden birini keşfettiler [15]. Kritik sıcaklığın altına kadar soğutulan bir iletkenin gövdesinden manyetik alanı dışladığını buldular [Şekil 2.2]. Bu olay, Meissner etkisi (Meissner Effect) olarak bilinmektedir. Ayrıca bu malzemelerin kritik manyetik alan ($H_c(T)$) adıyla bilinen belli bir manyetik alan üzerinden daha büyük manyetik alanlarda süperiletkenlik özelliklerini kaybettiklerini bulmuşlardır.



Şekil 2.2. Meissner etkisi: süperiletken içerisindeki manyetik alanın dışlanması (a) Normal şartlarda (süperiletkenliğe geçiş sıcaklığının üzerinde) manyetik alan uygulandığında oluşan durum. (b) Süperiletkenliğe geçiş sıcaklığının altında manyetik alan uygulandığında oluşan durum [14].

1935'te F. ve H. London kardeşler, süperiletkenlik teorisiyle ilgili iki denklem önerilmiştir. Bu denklemler, sadece Meissner etkisinin süperiletken akımlar tarafından taşınan elektromanyetik serbest enerji azalmasının bir sonucu olduğunu göstermekle kalmayıp süperiletken içerisine nüfuz eden manyetik alanın karakteristik uzunluk ölçeğiyle uzaklığa bağlı üssel biçimde azaldığını gösterir [16]. Bu karakteristik uzunluk, London nüfuz derinliği (London penetration depth, λ_L) olarak bilinmektedir.

1945'te V. Arkadiev, süperiletken bir yüzey üzerinde küçük bir çubuk mıknatısı levite etmek için manyetik alanın dışlanmasını kullanarak şuan klasik haline gelen deneyi ilk kez gerçekleştirmiştir [1].

1950'de V. Ginzburg ve L. Landau, Ginzburg-Landau teorisi olarak bilinen sezgisel bir süperiletkenlik teorisi ortaya attılar. Bu teori, ikinci derece faz geçişini teorisini kullanır ve süperiletkenlerin makroskobik özelliklerini açıklamakta oldukça başarılı olduğu kanıtlanmıştır [16].

1952’de Ginzburg-Landau teorisinden faydalanan A. A. Abrikosov, II. Tür süperiletkenlerde karışık (mixed) bölgede oluşan girdapların matematiksel olarak düzen parametresiyle nasıl tanımlanabileceğini ve dış manyetik alanın bu girdaplardaki kanallar boyunca malzemeye nasıl nüfuz edebileceğini göstermişlerdir. Bu, Abrikosov girdap örgü (Abrikosov vortex lattice) olarak bilinir. Ayrıca Abrikosov, manyetik alan şiddeti artarken girdap sayısının nasıl arttığını da göstermiştir.

1956’da Leon Cooper, iki etkileşen elektron için Shrödinger denklemini çözerek elektronların kendi adıyla anılan Cooper çiftleri oluşturduğunu göstermiştir. Bu problemin çözülmesi BCS teorisi adıyla bilinen teori için ilham kaynağı olmuştur.

1957 yılında J. Bardeen, L. Cooper ve R. Schrieffer, süperiletkenliğin ilk mikroskopik teorisini ileri sürmüşlerdir ve bu teori, kurucularının soyadlarının baş harflerinin bir araya getirilmesiyle bilinen BCS teorisini olarak anılır. Bu teori, iletkenin içindeki elektronların neden ve nasıl düzenli bir süperiletken yapıyı kazandıklarını açıklamaktadır. Bu teorinin esası, süperiletkenlerde yük taşıyıcılarının Cooper çiftleri olarak bilinen zıt momentumlu elektron çiftleri oluşturmaya dayanmaktadır. Bu teori, kurucularına 1972 Nobel Fizik Ödülünü kazandırdı.

1962 yılında ise Brian D. Josephson, süperiletkenlik için önemli bir öngörde bulunmuştur. İnce bir yalıtkan tabakayla ayrılmış iki süperiletken arasından Cooper çiftlerinin ‘tünelleme’ yaparak bu engeli aşabileceğini öngörmüş ve bunu bir yıl içinde kanıtlamıştır. Bu etkiye Josephson etkisi, tasarımıdaki yapıya da Josephson bağlantı elemanı olarak bilinmektedir. Bugün SQUID (Superconducting QUantum Interference Device) gibi görüntülemeye kullanılan pek çok süperiletken cihaz bu etkiye dayanmaktadır.

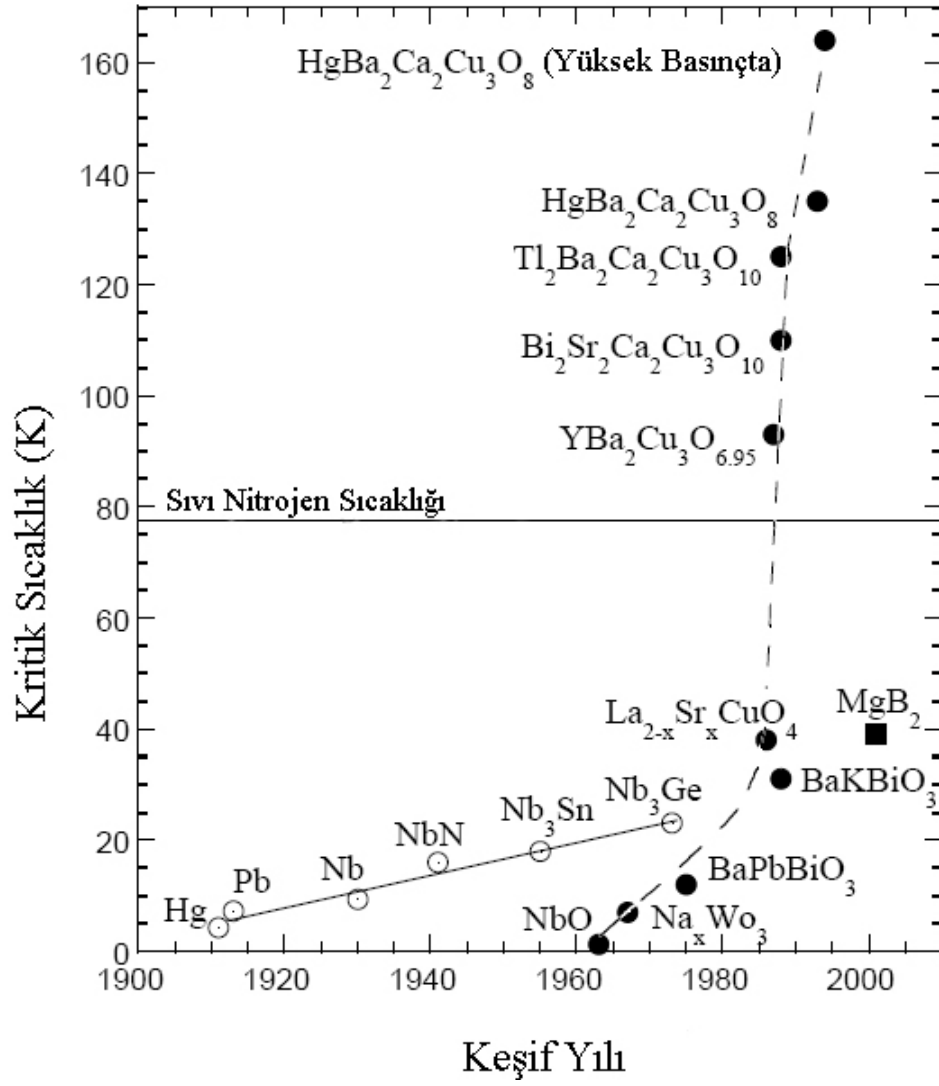
Yüksek sıcaklık süperiletkenliğinin başlangıcı 1986 yılına dayanmaktadır. Bu yılda Bednorz ve Müller, süperiletkenliğe geçiş sıcaklığı 30 K civarında olan La-Ba-Cu-O seramiğini buldular. Bu malzemenin bulunuşu süperiletken malzemeler üzerine ilgiyi oldukça arttırdı.

1987 yılında M. K. Wu ve P. W. Chu, yeni süperiletken malzemeler üretmek için birlikte çalıştıkları bir projede geçiş sıcaklığı 93 K olan Y-Ba-Cu-O seramiğini ürettiklerini duyurmuşlardır. Bu buluş süperiletkenlik tarihi bakımından çok önemlidir çünkü artık soğutucu akışkan yerine atmosfer basıncında kaynama noktası 77 K (-196,15 °C) olan sıvı nitrojen kullanılabilirdi. Sıvı nitrojenin kullanımı süperiletkenlik uygulamalarında soğutucu akışkan maliyetini oldukça düşürdü.

1988'in başlarında geçiş sıcaklığı sırayla 110 K ve 125 K olan Bizmut (Bi) ve Talyum (Tl) esaslı bakır oksit süperiletken malzemeler bulundu.

Daha sonra 1993 yılında Civa esaslı bakır oksit süperiletken malzeme, Prof. Dr. Ulker Onbasli, A. Schilling, M. Cantoni, J. D. Guo, ve H. R. Ott tarafından keşfedildi. Artık yeni süperiletkenliğe geçiş sıcaklığı rekoru 138 K olmuştu. Bu rekor 1994 yılında Dr. Ron Goldfarb tarafından doğrulanmıştır.

Son olarak 2006 yılında kritik geçiş sıcaklığı 150 K civarında olan yeni bir süperiletken malzeme üretilmiştir. Şekil 2.3 süperiletkenliğin keşfinden günümüze kadar olan süperiletken kritik sıcaklığın zamana göre gelişimini göstermektedir.



Şekil 2.3. Süperiletken kritik sıcaklığın keşfinden günümüze gelişimi. Düz çizgi metalik süperiletkenlerin kritik sıcaklık gelişimini ve kesikli çizgi ise oksit süperiletkenlerin gelişimini göstermektedir [14].

3. SÜPERİLETKENLERİN SINIFLANDIRILMASI

Süperiletkenler manyetik alan içinde gösterdikleri davranışlara göre iki gruba ayrılır. Bunlar I. tür (Type-I) ve II. tür (Type-II) süperiletkenlerdir.

3.1. I. Tür Süperiletkenler

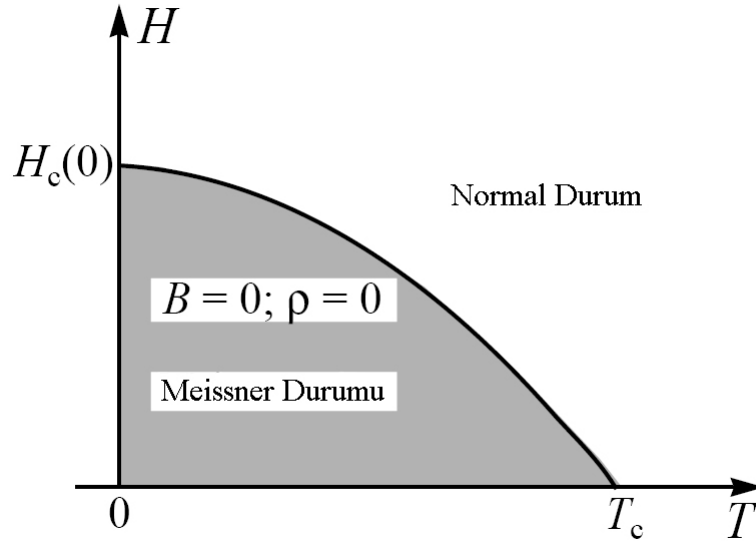
Niobyum (Nb) dışındaki tüm süperiletken elementler I. Tür süperiletken davranışı gösterirler. Bu tip süperiletkenler süperiletkenlik durumunda uygulanan düşük manyetik alanı dışlarlar ve bu tür elementlerin süperiletkenliği, uygulanan düşük bir manyetik alan içinde bile kaybolabilir [17]. Süperiletkenliğin kaybolduğu bu manyetik alana kritik manyetik alan (H_c) denir.

Önceleri yumuşak süperiletken olarak tanımlanan I. Tür süperiletkenlerin, kritik geçiş sıcaklığı (T_c) ve kritik manyetik alan (H_c) değerleri oldukça düşüktür. Kritik manyetik alan şiddeti sıcaklığın bir fonksiyonudur. I. Tür süperiletkenlerin içindeki manyetik alan sıfır'dır ve Meissner etkisi tam olarak oluşur (ideal diamagnetik).

Süperiletkenlik durumu yeterince kuvvetli bir manyetik alan ile kaybolabilir. I. Tür süperiletkenler için süperiletkenliğin bozulduğu kritik manyetik alan $H_c(T)$ paraboliktir ve yaklaşık olarak sıcaklığa bağlılığı şu şekildedir.

$$H_c(T) \approx H_c(0) \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right] \quad (3.1)$$

I. Tür süperiletkenler için kritik manyetik alanın sıcaklıkla değişimi Şekil 3.1.'de gösterilmiştir. Şekilde gösterilen eşik eğrisinin sol kısmı süperiletkenlik durumunu sağ kısmı ise normal durumu göstermektedir.



Şekil 3.1. I. Tür süperiletkenler için kritik sıcaklığın kritik manyetik alanla değişiminin şematik olarak gösterimi [14]

Süperiletken olmadığı bilinen yaygın metaller, bakır, gümüş, demir, nikel, kobalt ve altın alkali metallerdir. Krom gibi bazı elementler ise yüksek basınçta süperiletken olurlar. Tablo 3.1’de bazı I. Tür süperiletkenlerin kritik sıcaklık ve kritik manyetik alan değerleri vermiştir.

Tablo 3.1. Bazı I. Tür süperiletken elementlerin normal basınç altında kritik geçiş sıcaklığı (T_c) ve kritik manyetik alan (H_c) değerleri [14, 17-18]

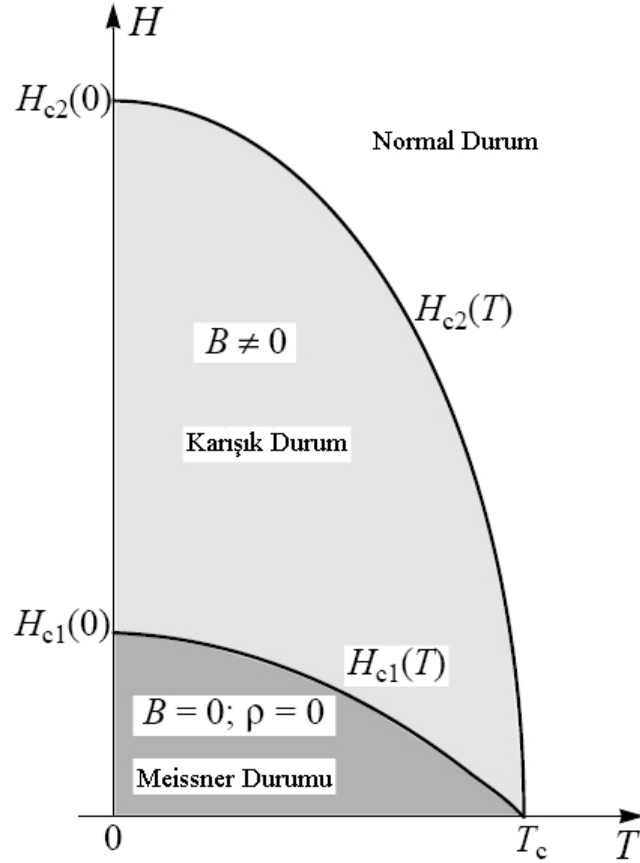
Element	Kritik geçiş sıcaklığı, T_c (K)	Kritik manyetik alan, H_c (T)
Alüminyum (Al)	1.14	0.010
Kurşun (Pb)	7.19	0.080
Civa ($Hg_{(a)}$)	4.15	0.041
Kalay (Sn)	3.72	0.030
İndiyum (In)	3.40	0.029
Talyum (Tl)	2.39	0.017
Kadmiyum (Cd)	0.56	0.003
Titanyum (Ti)	0.39	0.010
Niyobyum (Nb)	9.50	0.198
Rutenyum (Ru)	0.51	0.007

Tantal (Ta)	4.48	0.083
Toryum (Th)	1.36	0.0001

3.2. II. Tür Süperiletkenler

Sadece Niyobyum (Nb) saf halde iken II. Tür süperiletken olmasına rağmen, metalik bileşik ve alaşımlar genellikle II. Tür süperiletkenlerdir. II. tür süperiletkenler teorisi Ginzburg, Landau, Abrikosov ve Gorkov tarafından geliştirilmiştir.

I. Tür ve II. Tür süperiletkenler arasındaki temel fark, dış manyetik alana karşı gösterdikleri davranışların tamamen farklı olmasından kaynaklanır. II. Tür bir süperiletken için Şekil 3.2’de gösterildiği gibi iki kritik alan değeri vardır. Alt kritik manyetik alan olarak adlandırılan H_{c1} ve üst kritik manyetik alan olarak adlandırılan H_{c2} ’dir. II. Tür süperiletkenler için süperiletkenlik durumunda uygulanan manyetik alan değeri eğer H_{c1} ’den küçükse süperiletken manyetik alanı tamamen dışarılar (Meissner olayı) ve tıpkı I. Tür süperiletken gibi davranırlar. Eğer uygulanan manyetik alan H_{c1} ve H_{c2} arasında ise süperiletken malzemeye kısmen manyetik akı girer, bununla beraber süperiletkenlik durumunun özelliği olan kayıpsız akım taşıma özelliğini korur. H_{c1} ve H_{c2} arasında süperiletken karışık durumdadır. H_{c2} ’nin üzerinde manyetik alan değerinde ise süperiletkenlik yok olur ve normal duruma geçer.



Şekil 3.2. II. Tür süperiletkenler için H_{c1} ve H_{c2} 'nin sıcaklıkla değişimi şematik olarak gösterimi [14]

II. Tür süperiletkenlerin üst kritik manyetik alan ve kritik sıcaklık değerleri, I. Tür süperiletkenlerin kritik manyetik alan ve kritik sıcaklık değerlerinden daha yüksektir. Bazı II. Tür süperiletkenlerin üst kritik manyetik alan ve kritik sıcaklık değerleri Tablo 3.2'de verilmiştir.

Tablo 3.2. $T=0$ K ve normal basınç altında bazı II. Tür süperiletkenlerin kritik sıcaklığı (T_c) ve üst kritik manyetik alan (H_{c2}) değerleri [19]

Bileşik	Kritik sıcaklık, T_c (K)	Üst kritik manyetik alan, $H_{c2}(0)$ (T)
NbTi	10.0	15.00
PbMoS	14.4	6.00
V_3Ga	14.8	2.10
NbN	15.7	1.50
V_3Si	16.9	2.35

Nb ₃ Sn	18.0	24.50
Nb ₃ Al	18.7	32.40
Nb ₃ (AlGe)	20.7	44.00
Nb ₃ Ge	23.2	38.00

Bazı metallere az miktarda bir alaşım elementi katılarak I. türden II. türe değiştirmek mümkündür. Örneğin kurşuna yüzde 2 oranında indiyum katılırsa geçiş sıcaklığında çok az bir değişiklik ile I. türden II. türe geçtiği görülmektedir. Bu küçük miktardaki alaşım katkısı kurşunun elektronik yapısını hiç değiştirmedeği halde, süperiletken durumdaki manyetik davranışını kökten değiştirir [17].

4. SÜPERİLETKENLİĞİN TEMEL ÖZELLİKLERİ

Her maddenin olduğu gibi süperiletkenlerinde kendine özgü temel özellikleri vardır ve bu özellikleri bütün süperiletkenler gösterir. Bu bölümde bu temel özelliklerden bazıları açıklanacaktır.

4.1. Sıfır Direnç (Zero Resistance)

Kritik sıcaklığın altında herhangi bir sıcaklıkta bir süperiletkenden küçük genlikli doğru akım (dc) geçirilirse sıfır direnç gösterir yani mükemmel iletkenidir. Her süperiletken bu özelliğe sahiptir. Süperiletkenin bu özelliği, kapalı bir halka şeklindeki süperiletkenden küçük genliğe sahip doğru akım geçirilmesiyle kanıtlanmıştır. Bu deney 2.5 yıl devam etmiş fakat herhangi bir akım kaybı ölçülememiştir. Bu durum bir süperiletken direncinin 10^{-23} Ω m 'den daha küçük olduğunu göstermektedir. Bu değer, oda sıcaklığındaki bakırın direncinden 18 kez daha küçüktür. Süperiletkendeki böyle bir elektrik direnci değeri, manyetik alan etkisi olmaksızın bir süperiletken halkada dolaşan akım ömrünün 105 yıldan daha az olmadığını göstermektedir. [14]

Süperiletkenlik durumunun bu kendine özgü özelliği, en ilginç özelliklerinden biridir ve mikroçiplerden elektrik hatlarına kadar farklı pratik uygulamalarda geniş ölçüde kullanılmasına olanak tanımaktadır.

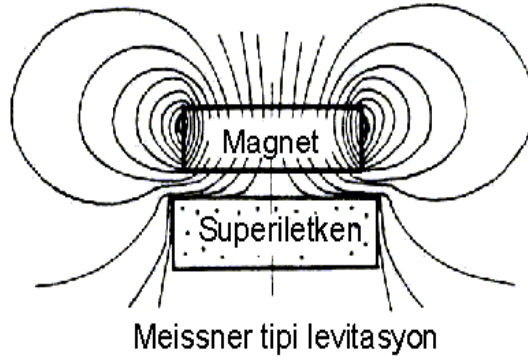
Bir süperiletkenden doğru akım (dc) geçirildiğinde direnç sıfır olmasına rağmen süperiletkenden alternatif akım (ac) geçirilirse direnç sıfır değildir. Bazı kayıplar meydana gelir. Bu kayıpların bazıları, histerisiz (hysteresis) ve radyasyon kayıplarıdır. Keşfedilen yeni seramik yüksek sıcaklık süperiletkenlerinde iletim hatları gibi zayıf manyetik alan uygulamaları için uygulamalardaki güç kayıpları,

kritik akım yoğunluğuyla ters orantılıdır. Bu sınırlama, voltajın akıma oranı arttırılarak bir dereceye kadar giderilebilir [20].

4.2. Meissner Etkisi

W. Meissner ve R. Ochsenfeld tarafından 1933 yılında gözlemlenen bu etkide, manyetik alan içindeki bir süperiletken kritik geçiş sıcaklığına (T_c) kadar soğutulduğunda manyetik alan çizgileri süperiletkenin dışına itilir (Şekil 4.1 (a)). Manyetik alanın bu şekilde dışarılanması Meissner etkisi olarak bilinir ve bu etki, bir süperiletkenin içinde $B=0$ olacak şekilde davrandığını gösterir. Manyetik alanın dışlanması, perdeleme akımları (shielding currents) olarak bilinen ve uygulanan manyetik alana eşit ve zıt yönde alan oluşturacak yönde süperiletken yüzeyinde akan elektrik akımından dolayı meydana gelir [21].

Meissner etkisinin en iyi gösterimi levitasyon durumundaki kalıcı mıknatıs (KM) deneyidir (Şekil 4.1 (b)). Bu deneyde KM, iki şekilde levitasyon durumuna gelebilir. Bunlardan birincisine, Manyetik alan içinde soğutma (Field Cooled) diğerine ise Manyetik alansız soğutma (Zero Field Cooled) denilir. Bu soğutma yöntemlerini Bölüm 5’de incelenecektir.



a.) Meissner etkisinin gösterimi [22]

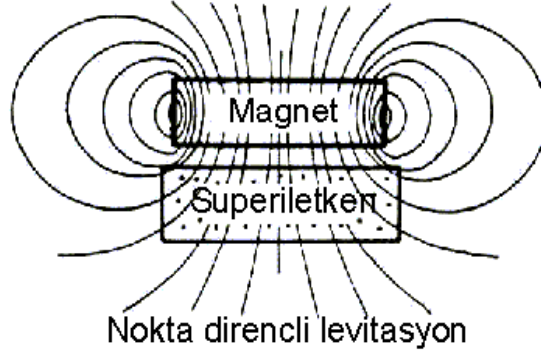


b.) Meissner etkisindeki KM [23]

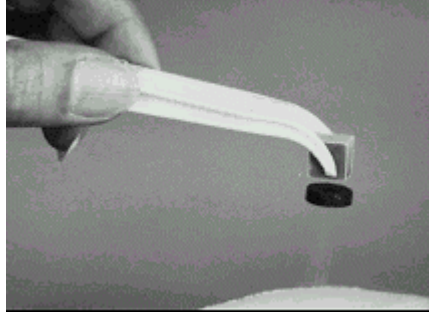
Şekil 4.1. Meissner etkisiyle levitasyon

4.3. Akı Saplanması (Flux Pinning)

Bu durum, II. tür süperiletkenlerde H_{c1} ve H_{c2} diye adlandırılan alt ve üst kritik alanlar arasında kalan karışık durumda (Mixed State) meydana gelir. Kısmi manyetik akı girmesi söz konusudur (Şekil 4.2 (a)). Manyetik akılar, süperiletken içinde hapsolür ve bu noktalarda sıkışır. Manyetik akının süperiletken içine saplanması, sadece süperiletkenin kristal yapısında kusurlar olduğunda mümkündür. Bu kusurlar, II. tür süperiletkenler için istenilen bir durumdur çünkü manyetik akı azalmasını (Flux creep) engelleyerek bunların yalancı dirençler meydana getirmesini ve kritik akım yoğunluğu (J_c) ve kritik manyetik alan (H_c) değerini düşürmesine engel olurlar. Şekil 4.2 (b)'de akı saplanması yoluyla havada asılı kalan bir süperiletken görülmektedir.



a.) Akı saplanması gösterimi [22]



b.) Akı saplanması yoluyla havada asılı kalan bir süperiletken [24]

Şekil 4.2. Akı saplanmasıyla levitasyon

Akı saplanması sayesinde süperiletkenler, oldukça büyük kütlelerin levitasyonunu sağlayabilirler. Ticari olarak yapılan süperiletken sarımlı solenoidler ile 450 – 500 kGauss (45 – 50 Tesla) şiddetinde yüksek ve kararlı manyetik alanlar elde edilmektedir. Aynı manyetik alanı elde etmek için bakırdan yapılmış bir solenoid kullanılması 20 MW güç harcaması gerektirmektedir [21].

4.4. Kritik Akım (Critical Current)

Süperiletkenlik durumunun bozulması sadece manyetik alanla değil DC elektrik akımıyla da yok edilebilir. Kritik akım (J_c), bir süperiletkenin taşıyabileceği maksimum akımdır. J_c üzerindeki akımlarda Cooper çifti bozulacağından süperiletkenlik de yok olur. Bazı malzemelerin kritik akım yoğunluğu Tablo 4.1’de gösterilmektedir.

Tablo 4.1. Bazı malzemelerin kritik akım yoğunlukları (J_c (A/mm²)) [17]

Malzeme	Kritik akım yoğunluğu (A/mm ²)
Cu	3 – 5 (300 K) 30 (77 K)
NbTi	5000 (4.2 K, 1 T)
MgB ₂	230 (25 K, 3 T)
Bi2223	350 (20 K, 3 T)
ReBCO (Re = Y, Nd, Sm, Yb...)	
İnce Film (Thin Film)	500 (77 K, 3 T)
Y123	150 (77 K, 3 T)

5. SÜPERİLETKEN MALZEMELERİN SOĞUTULMASI

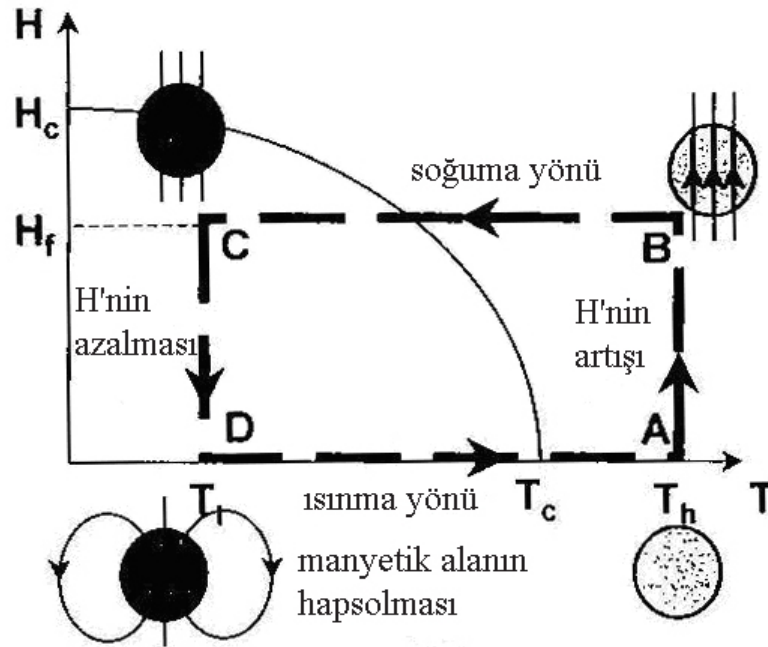
Süperiletkenlerin manyetik alana karşı olan davranışlarını incelemek için iki şekilde soğutma prosesi uygulanabilir. Bu prosesler süresince süperiletken farklı davranışlar gösterecektir. Bu prosesler, özellikle mühendislik alanındaki uygulamalar için önemlidir.

5.1. Manyetik alan içinde soğutma (Field Cooled - FC)

Manyetik alan (H) - sıcaklık (T) faz diyagramını incelemek bu prosesi anlamaya yardımcı olacaktır. Şekil 5.1. H manyetik alanı ve T sıcaklığında bulunan II. tür bir süperiletkenin termodinamik faz diyagramını göstermektedir. H_c - T_c eğrisi, normal ve H_{c2} karışık durum arasındaki faz denge sınırını belirler. Bu yüzden A noktası, T_c kritik sıcaklığın üzerinde $T=T_h$ olduğu bir sıcaklık ve manyetik alanın olmadığı ($H=0$) bir durumu gösterir. B noktası, aynı T_h sıcaklığında fakat H_f kadar manyetik alan etkisindeki bir durumu gösterir. C noktası, aynı H_f manyetik alanında ama sıcaklığın $T=T_1 < T_c < T_h$ olduğu bir durumu gösterir. Aslında karışık durumda (mixed state) olmak $H_{c2}(T_1) > H_f$ 'i sağlamalıdır. D noktası ise aynı T_1 sıcaklığında fakat manyetik alanın olmadığı ($H=0$) bir durumu gösterir. Bir süperiletkeni, A noktasından başlayarak D noktasına kadar manyetik alan içinde soğutma prosesine uygun olarak götürülecek ve her bir safha incelenecektir. Şekil 5.1.'de gösterildiği gibi öncelikle sabit bir H_f manyetik alanı etki ettirerek yüksek sıcaklık süperiletken (YSS - HTS) malzeme bloğunun durumunu A noktasından B noktasına taşınır. Bu noktada YSS malzemesi normal iletkenlik durumunda olduğundan malzeme içine manyetik akı çizgileri tamamen girmiş durumdadır. Daha sonra YSS bloğunu normal durumda bulunduğu T_h sıcaklığından süperiletken durumunda bulunacağı T_1 sıcaklığına kadar soğutulur. T_1 sıcaklığı kritik sıcaklıktan (T_c) daha düşük bir sıcaklıktır. Bu işlem YSS bloğunun durumunu B noktasından C noktasına taşır ve malzeme süperiletkenlik durumuna gelir. C noktasında manyetik alan YSS bloğuna

tamamen nüfuz etmiş durumdadır. Fakat bu durumda halen süperiletkenlik durumundadır. Son olarak YSS bloğuna etki eden manyetik alanı kaldırırsak bloğun durumunu C noktasından D noktasına taşınır. D noktasında YSS bloğu içine manyetik alan hapsolmuştur ve YSS bloğu, dış manyetik alanın olmadığı ($H=0$) T_1 sıcaklığında bulunur. Bu noktada bulunan YSS bloğu üzerinden soğutma etkisini kaldırılırsa yine bloğun durumu A noktasına geri dönecektir.

Kısacası bu soğutma işleminde YSS bloğu, manyetik alan etki ederken soğutulur ve süperiletkenin manyetik alana karşı kendine özgü davranışları vardır.

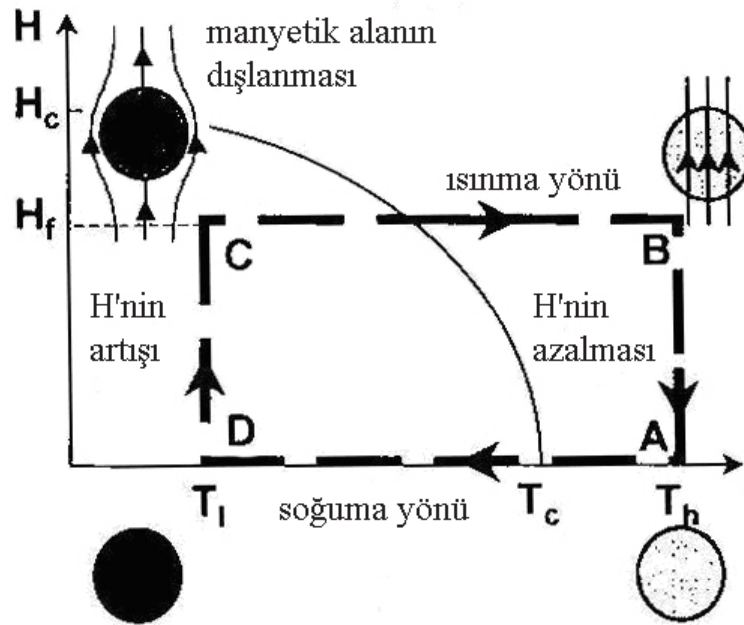


Şekil 5.1. Bir YSS (yüksek sıcaklık süperiletken) malzemenin manyetik alan içinde soğutma durumunda H - T faz diyagramı [25]

5.2. Manyetik alansız soğutma (Zero Field Cooled - ZFC)

Manyetik alan (H) - sıcaklık (T) faz diyagramını incelemek bu prosesi anlamamıza yardımcı olacaktır. Şekil 5.2 H manyetik alanı ve T sıcaklığında bulunan II. tür bir süperiletkenin termodinamik faz diyagramını göstermektedir. H_c - T_c eğrisi,

normal ve H_{c2} karışık durum arasındaki faz denge sınırını belirler. Şekil 5.1.'de gösterildiği gibi yine A, B, C ve D noktaları aynı durumları gösterir. Yine A noktasından başlayarak yine A noktasına geri dönecektir. İlk olarak YSS bloğun durumunu, normal durumda bulunduğu T_h sıcaklığından süperiletken durumunda bulunacağı T_l sıcaklığına kadar soğutulur. Yani YSS bloğunu, A noktasıyla gösterilen durumdan D noktasıyla gösterilen duruma getirilir. D noktasında manyetik alan süperiletken malzemeye etki etmemektedir ve bu nedenle de süperiletken içinde herhangi bir manyetik alan hapsolmemiştir. Bu noktada YSS bloğu, dış manyetik alanın olmadığı ($H=0$) T_l sıcaklığında bulunur. Daha sonra sabit bir H_f manyetik alan kuvveti etki ettirilir ve YSS bloğunun durumunu, D noktasından C noktasına taşıyan manyetik alana YSS bloğunu yerleştirilir. Aynı zamanda C noktası ideal diyamanyetik HTS bloğunu gösterir. YSS bloğunu ısıtarak ilk durumda bulunduğu T_l sıcaklığına getiririz. Yani bloğun durumunu C noktasından B noktasına taşırız. Bu durumda YSS bloğu, normal durumda ve içine akı işlemiş haldedir. Bu noktada bulunan YSS bloğu üzerinden manyetik etkiyi kaldırırsak yine bloğun durumu A noktasına geri dönecektir.



Şekil 5.2. Bir YSS (yüksek sıcaklık süperiletken) malzemenin manyetik alansız soğutma durumunda H - T faz diyagramı [25]

A ve B noktasında YSS bloğunun manyetik durumları, Şekil 5.1. ve Şekil 5.2. tarafından gösterilen şartlara sahip olan bir YSS bloğu için aynıdır fakat C ve D noktalarındaki YSS bloğunun manyetik durumları tamamen farklıdır. C noktasında Şekil 5.1.'de YSS bloğunun içerisine manyetik alan tamamen nüfuz etmişken Şekil 5.2.'de YSS bloğu, ideal diyamanyetik davranışı göstermektedir. Manyetik alanın tamamen nüfuz ettiği YSS bloğu ve ideal diyamanyetik davranışı gösteren YSS bloğu, aynı dış H_f manyetik alanı altında ve aynı T_1 sıcaklığında bulunur. D noktasında Şekil 5.1. gösterilen durumda süperiletken içine manyetik alan hapsolmuş YSS bloğunu gösterirken Şekil 5.2. manyetik alanın hapsolmadığı bir süperiletken YSS malzemesini gösterir. Bu farklı iki durumda YSS bloğu, aynı T_1 sıcaklığında ve dış manyetik alanın olmadığı ($H=0$) bir noktada bulunur.

İdeal diyamanyetik YSS, manyetik alansız soğutulmuş (zero-field cooled) durumundayken tamamen manyetik alanın nüfuz ettiği YSS manyetik alan içinde soğutulmuş (field cooled) durumdadır. Uygulamada manyetik alan içinde soğutulmuş (field cooled) YSS bloğu, kısmi Meissner etkisi olarak bilinen durumu göstererek az miktarda manyetik akıyı dışlar. Tam tersine manyetik alansız soğutulmuş (zero-field cooled) YSS bloğu, yüzeyinde bir miktar manyetik akı nüfuzuna müsaade eder.

6. SÜPERİLETKEN MANYETİK YATAKLAR

Çok uzun zamandan beri neredeyse bütün makinelerde dönen şaft ve makine yatağı gibi parçalar kullanılmaktadır. Bir makine yatağı, çalışan parçaları engellememeli ve dönerek çalışan parçalar ve sabit parçalar arasında koordinasyonu sağlamalıdır. Makine yatakları bu görevi yerine getirmek için tasarlanmıştır.

Makinenin amacına bağlı olarak yataklar üzerindeki ihtiyaçlar çok çeşitlilik gösterir fakat bütün yataklar aynı görevi yerine getirir. Bir yatağın görevi, şaftın hareketini engellemeksizin dönen şaft üzerine binen yükleri iletmektir. Makine elemanlarının pratikte yataklanması kaymalı, bilyeli, pnömatik vb. yataklar ile olmaktadır. Bu tür yataklama elemanlarında dönen eleman yani rotor ile yatak arasında her zaman bir temas vardır. Bu şekilde yapılan yataklama, sürtünme kuvvetinin neden olduğu kuvvet kaybını, aşınma ve yıpranmaları beraberinde getirir. Bu durumda dönen şaft ve yatak arasında temas olmaksızın sistemin çalışmasını sağlayacak temassız yatak tiplerinin gerekliliği ortaya çıkmıştır. Manyetik kuvvetlerin kullanılması ile temassız yataklamanın sağlandığı manyetik yatak teknolojisi son 20 yıldır endüstriyel olarak uygulanabilir hale gelmiştir. Bu yataklarda yağlama gerekmemekte, çok uzun ömre sahip olmakta ve çok yüksek devirlerde çalışmak mümkün olmaktadır. Böylesine avantajlarına rağmen manyetik yataklar birkaç uygulama (turbo moleküler pompa, milling spindle) dışında yaygın bir kullanıma geçememiştir. Bunda başlıca neden manyetik yatakların aktif bir kontrol gerektirmesi, karmaşık bir geri beslemeli (feedback) kontrol sistemine sahip olması ve pahalı bir teknoloji olmasıdır.

Diğer bir temassız yatak uygulaması süperiletken manyetik yataklardır. Süperiletken levitasyon sisteminin aktif manyetik yataklara göre en büyük avantajı pasif bir levitasyon sağlamasıdır. Diğer deyişle bu tür levitasyon uygulamalarında herhangi bir aktif kontrole gerek olmamaktadır.

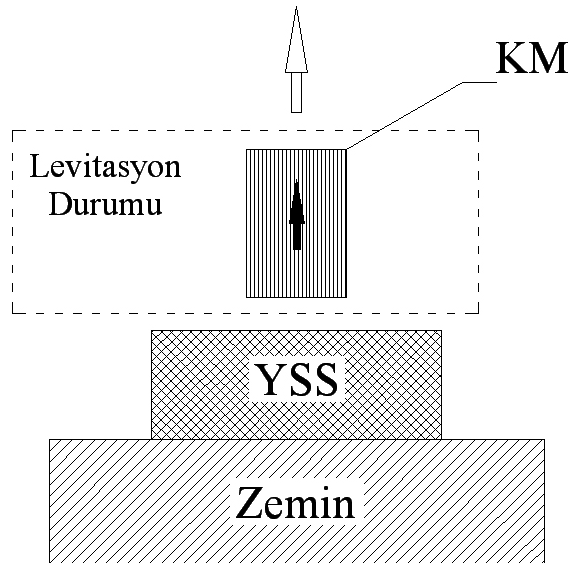
6.1. Süperiletken Yatak Tipleri

Mühendislik uygulamalarında sistemin ihtiyacına göre yatak tipleri de çeşitlilik göstermektedir. En genel yatak tiplerinden bazıları tanıtılacaktır.

6.1.1. Eksenel Yataklar

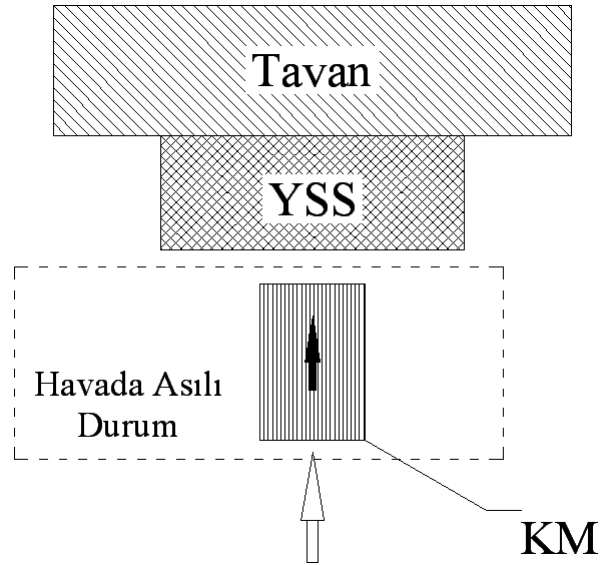
Bu tip yataklarda eksenel yüklerin taşınması amaçlanmaktadır. Bu amaçla iki tip yatak burada açıklanabilir.

Bu yatak tiplerinden ilki şekil 6.1’de görülen bir YSS üzerinde levite olan silindirik bir KM (Kalıcı Mıknatıs)’dır. Süperiletkenlik uygulamalarında düşünülen en genel yatak tipidir. Bu YSS yatak dizaynında YSS sabit olarak tutulurken KM, YSS üzerinde serbestçe dönebilmektedir. Bu konfigürasyon tercih edilmesinin sebepleri, kaynama noktasında bulunan sıvı nitrojen içinde YSS’yi soğutmanın kolaylığından ve levitasyon olayının manyetik yatakta temel karakteristiklerini anlamak bakımından gösterilebilir. KM, YSS’nin üzerinde olduğundan yerçekimi kuvveti KM ve YSS arasındaki katılığı (stiffness) arttırmaya yardımcı olur.



Şekil 6.1. Eksenel yataklama (levitated)

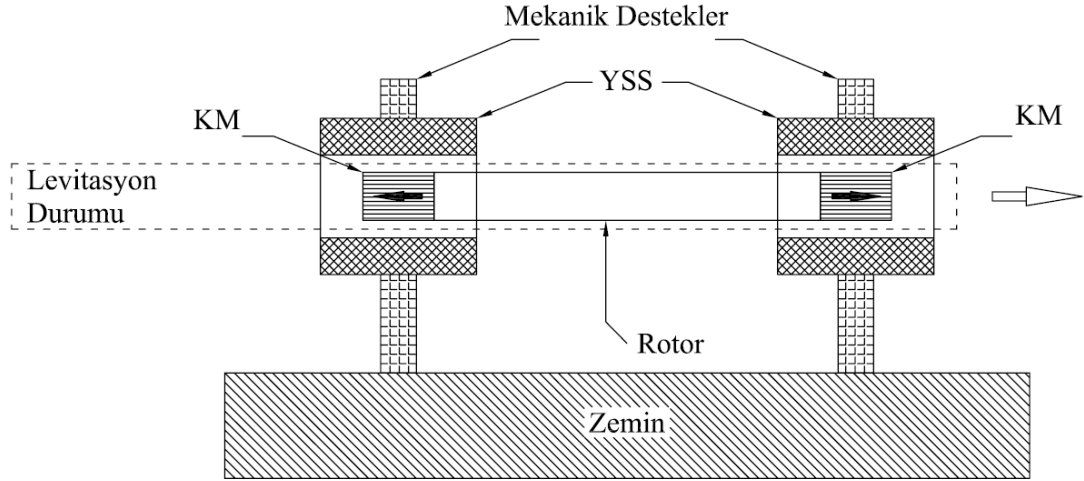
Diğer temel yatak tipinde YSS bir tavana sabitlenmiştir (Şekil 6.2). Silindirik KM, YSS altında ve serbestçe hareket edebilmektedir. KM'in kütlesi aşağıda kaldığından yerçekiminden dolayı KM ve YSS arasındaki katılık, Şekil 6.2'deki düzeneğe göre daha azdır. Bu yatak tipi manyetik alansız soğutma ile oluşturulamaz. Çünkü manyetik alansız soğutma durumunda mıknatıs ve süperiletken arasında oluşan kuvvet her zaman itme kuvvetidir.



Şekil 6.2. Havada asılı mıknatıs yatak (suspended magnet)

6.1.2. Radyal Yataklar

Mühendislikte oldukça sık kullanım alanına sahip olan diğer bir yataklama tipi, silindir halka şeklindeki YSS içinde yatay konumda yerleştirilmiş silindirik mıknatısın merkez eksenile rotasyon ekseninin çakıştırılmasıyla elde edilir. Her iki uçtaki mıknatıs tarafından bir rotor taşınmaktadır. Özellikle volanların (flywheel) uygulamalarında sıkça bu yatak tipi kullanılır.



Şekil 6.3. Silindir halka şeklindeki YSS içinde yatay konumda yerleştirilmiş mıknatıs yatak

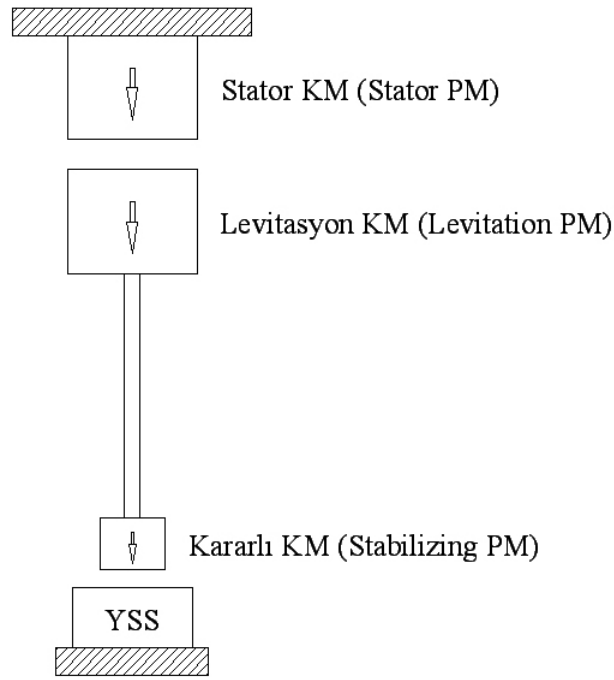
Öncelikle silindirik bir mıknatıs ve bir yüksek sıcaklık süperiletkeninden (YSS) yapılan bir manyetik yatağın yük kapasitesi ve katılığı, sadece mıknatıs ve süperiletken arasındaki mesafeye veya süperiletken ile mıknatısın uyumuna bağlı değil aynı zamanda montaj işlemine de bağlıdır. Bu yataklama sırasında manyetik alan içinde soğutma (FC) ve manyetik alansız soğutma (ZFC) prosesi uygulanacağından yatağın yük kapasitesi ve katılığı da değişecektir. Manyetik alan içinde soğutma prosesi uygulama bakımından kolayken manyetik alansız soğutma prosesini uygulamak kolay değildir.

6.1.3. Evershed-Tip Yatak

Pratik YSS yatak uygulamalarında KM ve YSS arasındaki etkileşimde düşük levitasyon basıncının oluşu, çeşitli hibrit düzeneklerle arttırılır [26]. Hibrit düzeneklerdeki KM çiftlerinin etkileşimi, levitasyon kuvvetinin büyük bölümünü sağlar. Bu etkileşim yöntemleri bazen manyetik etki (magnetic biasing) olarak adlandırılır. İki mıknatısın üst üste getirilmesiyle oluşturulan KM/KM sisteminin etkileşimleri, dik ekseninde statik olarak kararlı değildir. Bu durum Earnshaw teoremi olarak bilinir. Fakat manyetik yatağa uygun bir şekilde eklenmiş YSS malzemesi bütün yatağı kararlı hale getirmeye yeterlidir. Manyetik etkinin en önemli avantajları arasında, daha az KM kütlesi levite ediyor olması ve daha az YSS hacmi

soğutulmasına olanak vermesi sayılabilir. Bu levitasyon basıncı arttırmaya yönelik yöntemlerden biri de Evershed-Tip Yatak uygulamasıdır.

Evershed-Tip yatak sisteminde temel prensip, iki yatak kullanılmasıdır. Bu yataklardan biri, yükü taşımak için kullanılır. Diğer yatak ise yükü taşıyacak yatağı stabilize etmek için kullanılır [27]. Şekil 6.4'deki sistemi stabilize etmek için süperiletken yatak kullanılmıştır.

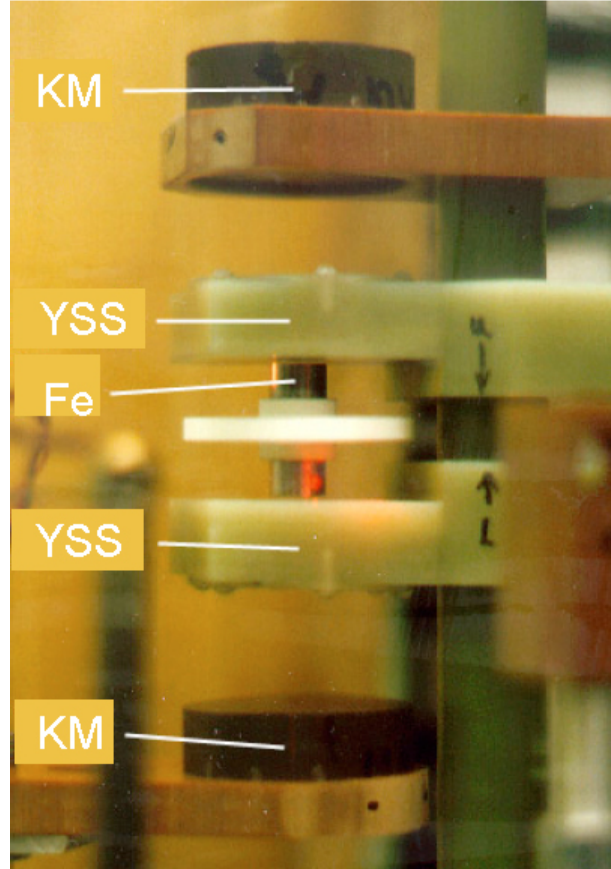


Şekil 6.4. Çekici kuvvetin (attractive force) artırılmasını sağlayan Evershed tip yatak

Şekil 6.4. Evershed tip bir dizayn şeklini göstermektedir. Burada levite olan rotor, bir levitasyon KM'si içerir. Levitasyon KM'sinin altında stabilizeyi sağlayacak küçük bir KM'ye bağlı bir rotor vardır. Rotorun alt kısmı küçük KM'ye bağlıdır. Rotora bağlı levitasyon KM'si, hemen üzerindeki stator KM'ye doğru bir çekme kuvvetine maruz kalır. Bu sistem radyal yönde statik olarak stabildir ancak dikey yönde stabil değildir. Levitasyon KM ve stator KM arasındaki boşluk öyle bir şekilde ayarlanmıştır ki rotor düşme eğiliminde olduğu için mıknatıs çiftleri arasındaki çekme kuvveti rotorun toplam ağırlığından daha azdır. Ağırlığın geri kalanı kararlı KM ve YSS arasındaki etkileşim tarafından karşılanır. Kararlı KM ve YSS arasındaki bu etkileşim, dikey stabilize için ve az da olsa radyal stabilize için katkı sağlar [6].

6.1.4. Karma- μ YSS Yatak (Mixed- μ HTS Bearing)

Geleneksel KM/YSS sistemlerine alternatif bir dizayn, Şekil 6.5.'de gösterilen karma- μ yatağıdır. Bu yatakta hafif bir ferromanyetik silindir (Fe) (göreceli manyetik geçirgenlik (μ_r) > 1) iki mıknatıs arasında çekme kuvvetiyle levite edilmiştir ve iki YSS ($\mu_r < 1$) arasında da stabilize edilmiştir. YSS'lerden biri, rotor ve KM'lerden birinin arasına yerleştirilmiştir. Uçtaki KM çiftleri, Fe'nin mıknatıslanmasına neden olur. Fe, KM'lerin manyetik alan büyüklüğüne bağlı olan bir levitasyon kuvvetine maruz kalır. KM'lerden dolayı Fe'de meydana gelen mıknatıslanma, YSS'ler içinde diyamanyetik görüntüler oluşturur ve akı saplanmasına neden olur. Bu durum, stabilizasyonu sağlar. Şekil 6.5'de YSS'ler, metalik olmayan soğuk bölmelere (cryochamber) yerleştirilmiştir. Altta bulunan KM, hareket edebilen bir platforma yerleştirilmiştir ve Fe silindir, seramik disk tip rotor tarafından etrafı çevrilmiştir. Şekil 6.5'de gösterilen KM'ler özdeşdir ve bu durumda net bir kaldırma kuvveti (upward force) elde etmek için üstteki KM ve rotor arasındaki uzaklık, alttaki KM ve rotor arasındaki mesafeden daha kısa olmalıdır.



Şekil 6.5. Karma- μ YSS Yatak (Mixed- μ HTS Bearing) [6]

Bu dizaynın bir avantajı, rotorun çelik gibi büyük çekme dayanımına sahip malzemelerden yapılabilmesidir ve bu durumda rotorun ucundaki maksimum hız, dönen KM veya YSS'nin maksimum hızından önemli ölçüde daha büyük olacaktır. Bu sistemin ikinci avantajı, KM'lerdeki homojensizlikler YSS'lerdeki kayıpları etkilemeyecektir. YSS'ler yakınında manyetik alan değişiminin başlıca nedeni, rotorun radyal salınımlarıdır. Bugüne kadar karma- μ yatak, Argonne Ulusal Laboratuvarında test edilen YSS yataklar arasında en düşük rotasyonel kaybı göstermiştir [6]. Ayrıca bu yatak 10^{-9} gibi çok düşük bir sürtünme katsayısı göstermiştir [28]. Elektromanyetik kuvvet ölçümleri, karma- μ yatağın dikey kuvvet karakteristiğinin KM-YSS yatağın karakteristiğinden daha iyi olduğunu ve radyal kuvvet karakteristiğinin ise benzer olduğunu gösteriyor [29].

Karma- μ yatak dizaynının da diğer yatakların olduğu gibi bazı dezavantajları vardır. Karma- μ yatağın stabilitesi, KM-YSS konfigürasyonun stabilitesinden daha zayıftır. Bu yatak tipi, daha büyük ölçekli dizaynlardaki uygulamaları çeşitli zorlukları barındırır.

6.2. Levitasyon Kuvveti (Levitation Force)

Bir mıknatıs ve süperiletken arasındaki levitasyon kuvveti, mıknatısın sahip olduğu manyetik akı yoğunluğu (B) tarafından süperiletken içinden geçen J yoğunluğuna sahip olan süperiletken akımlar üzerine etki eden Lorenz kuvveti nedeniyle meydana gelir. Bu kuvvet şu şekilde yazılabilir

$$F = \int J \times B dV \quad (6.1)$$

Denklem (6.1) çoğu durumda şu şekilde gösterilebilir

$$F = \int M \cdot \nabla B dV \quad (6.2)$$

Burada M , mıknatısın manyetik alanına karşı meydana gelen süperiletkenin mıknatıslanmasıdır. V ise süperiletkenin hacmidir. Uygun geometrik düzenlemelerle

Lorenz kuvveti etkisindeki levite olan cismin kararlılığı, süperiletkenin manyetik cevabıyla sağlanır. Süperiletkenin manyetik cevabı, cismi negatif geri besleyerek cismin sürekli olarak kararlı kalabilmesini sağlar. Süperiletkenin mıknatıslanmasını (M) sağlayan süperiletken akım yoğunluğu, süperiletkenliğin bozulacağı kritik değerdedir. Bu nedenle yüksek kritik akım yoğunluğuna (J_c) sahip olan süperiletkenlerin, büyük levitasyon kuvveti ve katılığı göstermeleri beklenir.

6.3. Levitasyon Kuvvetini Etkileyen Faktörler

Levitasyon olayının keşfedilmesinden beri süperiletken sistemler birçok mühendislik uygulamalarında kullanılmaktadır. Elektromanyetik kuvvetler tarafından elde edilen levitasyon kuvveti, vakum durumunda bile çalışmaktadır.

En güçlü elektromanyetik kuvvet, mıknatıslar ve süperiletkenleri de içerisine alan manyetik elemanlar arasında oluşan manyetik kuvvettir. Levitasyon kuvvetinin büyüklüğü, birçok değişken tarafından belirlenir. Bu değişkenler arasında, mıknatıs ve süperiletken arasında etkileşim şekilleri ve bunların büyüklükleri, birbirine olan göreceli pozisyonları ve uyumları, mıknatısın mıknatıslanması (magnetization of magnet) gibi manyetik malzemelerin özellikleri, süperiletkenlerin kritik akım yoğunluğu gibi süperiletkenlik özellikleri sayılabilir. Ayrıca süperiletkenin hangi işlemlerle üretildiği, mıknatıs ve süperiletkenin çalışması sırasında süperiletkende oluşan manyetik histerisiz ve manyetik alan içinde veya manyetik alan dışında gibi mıknatıs ve süperiletkenin soğutulma işlemleri levitasyon kuvvetini etkiler.

6.4. Mükemmel İletken ve Mükemmel Diyamanyetik

Sınırsız bir kritik akım yoğunluğu (J_c) değerine sahip olan iletkenler, mükemmel iletken olarak düşünülür. Süperiletkenleri bu şekilde ele almak süperiletkenlerin davranışlarını idealize etmektir. Mükemmel iletkenin durum denklemi $\partial B / \partial t = 0$ şeklinde yazılabilir. Mükemmel iletken aynı zamanda mükemmel diyamanyetiktir. Mükemmel diyamanyetiğin durum denklemi $B=0$

şeklindedir. Mükemmel iletken ve mükemmel diyamanyetik arasındaki fark yalnızca başlangıçtaki akı yoğunluğu dağılımındadır. Örneğin manyetik alan içindeki mükemmel diyamanyetik üzerine oluşan levitasyon kuvveti aynıdır. Yani manyetik alanın yaklaştırılmasından önce veya sonra süperiletkenlik durumuna soğutulması levitasyon kuvvetini etkilemez. Mükemmel iletken de aynı levitasyon kuvvetini oluşturabilir fakat iletkenin, manyetik alan uygulanmadan önce soğutulması gereklidir. Çünkü her iki durumdaki malzeme içinde manyetik alan yoktur. Manyetik alan uygulandıktan sonra soğutulan mükemmel iletken içerisindeki manyetik alanı korur ve manyetik alanı bozmaz. Bu nedenle böyle durumlarda mükemmel iletken levitasyon kuvveti oluşturmaz. Bu nedenle süperiletkenin çevresel koşulları (manyetik alanın varlığı veya yokluğu), tersinmez karışık durumdaki II. tür süperiletkenler için önemlidir. I tür süperiletkenler için aynı durum geçerli değildir.

6.5. Histerezis (Hysteresis)

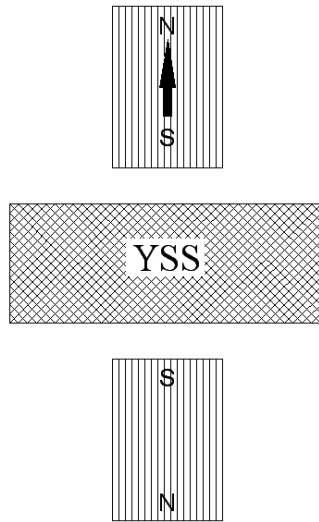
Süperiletkenlerdeki ideal olmayan davranışlardan biridir. Histerezis, süperiletken üzerine uygulanan güçlü manyetik alana süperiletkenin vereceği dinamik cevapla ilgilidir. Süperiletkene uygulanan manyetik alan kuvveti artarken süperiletkenin kritik geçiş sıcaklığı düşer. Ve bir noktadan sonra süperiletkenlik kaybolur. Süperiletkenliği yok eden manyetik alan yavaş yavaş lineer şekilde süperiletkenden kaldırılırken süperiletken hemen süperiletkenlik durumuna dönmez. Süperiletkenin böyle davranmasının sebebi histerezislik etkisinden kaynaklanır. Uygulanan manyetik alanın bir kısmı süperiletken içinde bırakılır. Histerezis etkisi, süperiletkenliğin kullanıldığı yüksek akım uygulamalarında önemli bir güç kaybına neden olduğu için düşünülmesi gereken önemli bir parametredir.

Süperiletken kablo uygulamalarında da histerezis kayıp olarak kendini gösterir. Bu kayba, manyetik akının muhtemel saplanma yerlerine tersinmez manyetik akı hareketi neden olur. Eğer manyetik akı çizgileri sadece YSS içindeki saplanma noktalarında hareket ederse manyetik akı çizgilerinin bu hareketi tersinir olur. Böylece süperiletken kabloda bahsedilen kayıp ortaya çıkmaz ve süperiletken kablonun A.C. kaybı önemli ölçüde azalır.

6.6. Kuvvet Azalması (Force Creep)

Süperiletkenlerdeki ideal olmayan davranışlarından biri de kuvvet azalma etkisidir (force creep effect). YSS'lerde akım yoğunluğunun azalması olarak bilinir. Bu durum, bir mıknatıs ve süperiletken arasındaki levitasyon kuvvetinin zamanla logaritmik olarak azalmasına neden olur. Manyetik levitasyon kuvvetinde önemli bir rol oynar.

Levite veya havada asılı (suspension) uygulamalarda bu kuvvet azalmasının temel nedeni, süperiletkeni mıknatısla birlikte soğuttuktan sonra (field cooling) mıknatıs serbest bırakıldığında mıknatıs her zaman az da olsa yer değiştirir. Mıknatısın bu hareketinin nedeni, mıknatısın ağırlığının süperiletkende oluşan kuvvetler tarafından tam olarak dengelenememesinden kaynaklanır. Bu küçük yer değiştirmeler, kuvvet azalmasına yol açar. Hibrit levitasyon sistemlerinde mıknatısın ağırlığı bu sistemde kullanılan diğer mıknatıs ve süperiletkenlerin oluşturduğu kuvvetlerle dengelendiği için mıknatısın yer değiştirmesi büyük oranda azaltılır. Böyle bir hibrit yatak örneği şekil 6.6'da görülebilir. Yer değiştirmenin azalmasıyla kuvvet azalması etkisi de azaltılmış olur [7].



Şekil 6.6. Hibrit bir süperiletken mıknatıs yatak dizaynı

7. MODELLEME YÖNTEMLERİ

Bu bölümde süperiletken manyetik yatak sistemlerini analiz etmekte kullanılan iki temel model tanıtılacaktır. Bu modeller;

- 1.) Kritik durum modeli
- 2.) Donmuş görüntü modeli'dir.

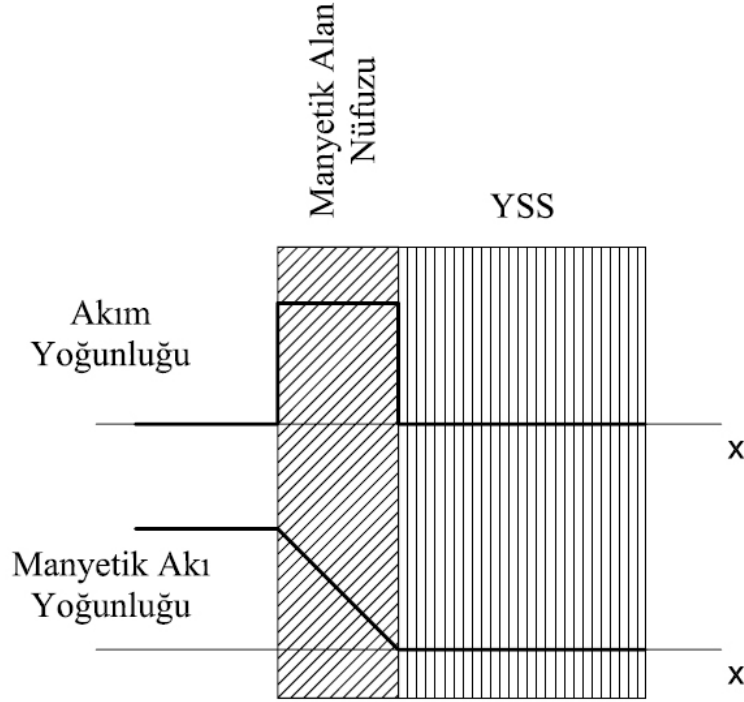
7.1. Kritik Durum Modeli (Critical-State Model)

Kritik durum modeli (critical-state model), levitasyon olayının birçok yapısını açıklamakta kullanılan bir modeldir. Uygulamada kullanılan birçok yatak dizaynı hesaplama bakımından uygun olmamasına rağmen kritik durum modeli, II. tür süperiletkenlerde akı saplanması (flux pinning) temel özelliklerini içeren bir temel üzerine kurulmuştur ve düşük sıcaklık süperiletkenleri (DSS) ve yüksek sıcaklık süperiletkenlerindeki (YSS) alternatif akım kayıplarını (ac losses) ve akı atlamalarını (flux jumping) analiz etmek için uzun zamandır kullanılmaktadır. Bu modelde akı azalması (flux creep) ihmal edilir.

Kritik durum modelinde süperiletkenin her bir noktasındaki akımın ya o noktadaki manyetik alan ile orantılı bir kritik akım yoğunluğu (J_c) değerinde olduğu ya da sıfır olduğu varsayılır. Kritik akım yoğunluğu, sabit veya manyetik alana bağlı bir değer olduğu varsayılabilir. Kritik durum modeli, levite durumda YSS'lerin histerisiz davranışlarını karakterize etmekte oldukça başarılıdır.

II. tür süperiletkenlerde histerisiz olayını belirlemekte en çok kullanılan kritik durum modeli, Bean modelidir (Şekil 7.1). Bean modeli kritik akım yoğunluğunun (J_c) bir malzeme sabiti ve özellikle manyetik akı yoğunluğundan bağımsız olduğunu varsayar [30]. Bu yaklaşım, kritik akım yoğunluğu, yarı durağan (quasi-static) rejimde çok yavaş değişen manyetik akı yoğunluğunun bir fonksiyonu olduğu

gözlemine dayanır. Bu yaklaşımın önemli bir özelliği, uygulanan manyetik alan süperiletkenin her zaman yüzeyinden başlayarak değişikliğe yol açtığını ve daha sonra orantılı olarak süperiletkenin iç bölgelerinde değişiklik meydana getirdiğini kabul etmesidir.



Şekil 7.1. Bean modeline göre manyetik alan içinde YSS yüzeyinde akım yoğunluğu ve manyetik akının dağılımları

7.2. Donmuş Görüntü Modeli (Frozen-Image Model)

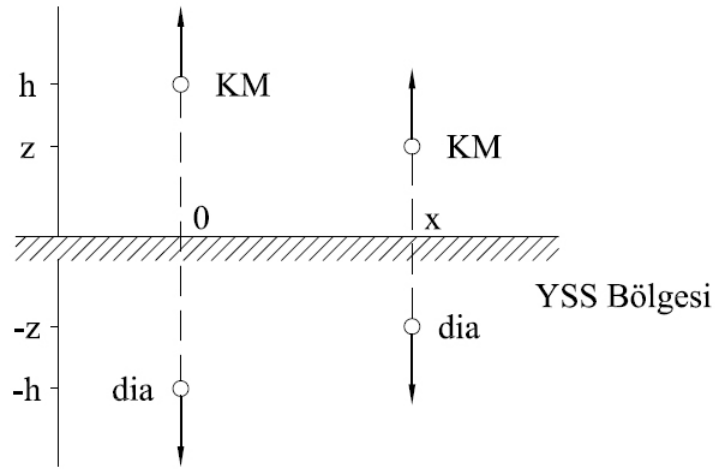
Histerisiz davranışın önemli olmadığı birçok durumda YSS, saf diyamanyetik bir malzeme ve KM ise bir grup manyetik dipoller olarak düşünülebilir. Bu modelin avantajı çeşitli geometriler için analitik çözümün yapılabilmesidir.

Bu modelde YSS, saf diyamanyetik olarak kabul edildiğinden KM dipolünün görüntüsünü kendi içinde yansıtacaktır. Bu halde sistem dipol-dipol etkileşimi olarak ele alınacaktır [31]. Bu sayede levitasyon kuvveti ve katılık hesaplanabilmektedir. Dipol-dipol etkileşimi için donmuş görüntü modelinin şematik diyagramı Şekil

7.2’de gösterilmiştir. Bu şekilde YSS yatay düzlem üzerinde ve KM’de YSS’nin hemen üzerinde bulunmaktadır. Manyetik alansız soğutma (ZFC) ve manyetik alan içinde soğutma (FC) uygulamalarında YSS farklı davranış gösterecektir. Manyetik alansız soğutma durumunda YSS içinde, YSS yüzeyinin altında KM’ye eşit uzaklıkta sadece diyamanyetik görüntü belirecektir (şekil 7.2 (a)). Manyetik alan içinde soğutma durumunda ise iki görüntü belirir. Bu görüntülerden biri KM’nin diyamanyetik görüntüsünü temsil eder. Diğer görüntü ise KM’nin donmuş görüntüsünü temsil eder. Bu durum Şekil 7.2 (b)’de görülmektedir. KM ve YSS arasındaki etkileşim kuvveti, KM’nin, donmuş görüntünün (YSS içinde akı saplanması dolayısı ile) ve diyamanyetik görüntünün (YSS’deki perdeleme akımlarından dolayı) manyetik alanıyla sağlanır. Diyamanyetik görüntünün yanal pozisyonu KM’nin yanal pozisyonuna eşit olabilmesi için diyamanyetik görüntü KM ile beraber hareket eder. Ayrıca diyamanyetik görüntünün YSS yüzeyine uzaklığı, KM’nin YSS üzerinde levitasyon durumundaki uzaklığına eşittir. Donmuş görüntü ise KM ile beraber hareket etmez. Sistem manyetik alan içinde soğutma durumunda olduğundan donmuş görüntü, ilk oluştuğu koordinatlarda kalır (0, -h). Donmuş görüntünün manyetik momentinin büyüklüğü, KM’nin manyetik moment büyüklüğüne eşittir. Çünkü manyetik alan içinde soğutma durumunda net kuvvet sıfır olmalıdır. Aslında YSS manyetik alan içinde soğutulduktan sonra Meissner kesri (Meissner fraction) oluşur. Fakat homojen bir YSS içinde oluşan Meissner kesri ihmal edilebilecek kadar küçüktür.

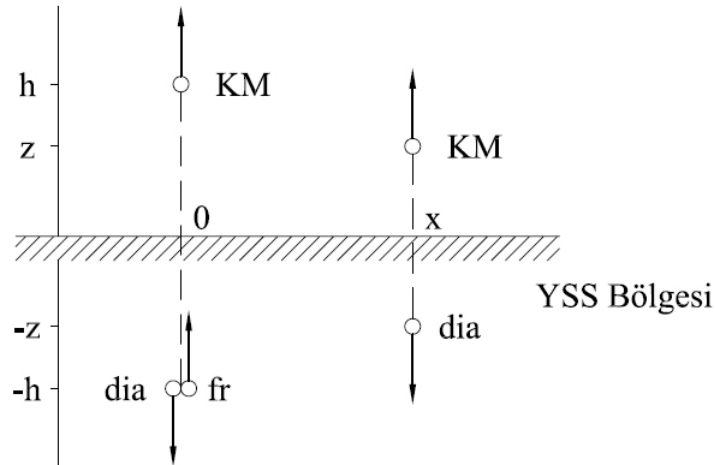
Donmuş görüntü modelinin bir avantajı, kısıtlanmamış hiçbir parametrenin olmamasıdır. Dipol ve görüntüleri arasındaki kuvvetler KM’nin ölçülebilen özelliklerinden türetilir. Bu yaklaşımla analitik ifadeler türetilir.

Manyetik Alansız Soğutma (ZFC)
Durumunda KM



(a) Manyetik alansız soğutma (0,h) koordinatında gerçekleşir. Sadece diyamanyetik görüntü oluşur (0,-h). KM (x,z) koordinatına taşınır. Diyamanyetik görüntü, KM'yi takip eder.

Manyetik Alan İçinde Soğutma (FC)
Durumunda KM



(b) Manyetik alan içinde soğutma (0,h) koordinatında gerçekleşir. KM (x,z) koordinatına taşınır. Diyamanyetik görüntü, KM'yi takip ederken donmuş görüntü soğutma pozisyonunda kalır (0,-h).

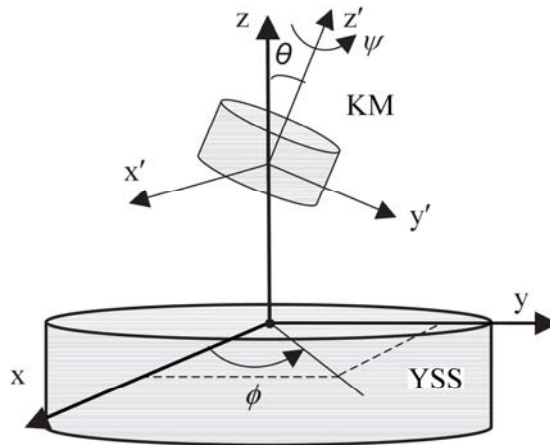
Şekil 7.2. Donmuş görüntü modelinin şematik diyagramları

8. UYGULAMA

Bu bölümde modelleme ve analiz için kalıcı mıknatıs (KM) - yüksek sıcaklık süperiletkeninden (YSS) oluşan iki tip sistem modeli düşünülmüştür. Bu sistemler donmuş görüntü modeline göre modellenecektir. İlk model, bölüm 6.1.1’de de tanıtılan ve eksenel yataklama sağlayan bir YSS üzerinde levite olan KM sistemidir. Diğer model ise Ek-1’de makalede düşünülen silindir halka şeklinde KM-YSS dikey yatak sistemidir. Bu modelin önemli bir özelliği uygulamada birçok makinede kullanıldığından gerçek uygulamaya çok yakın olmasıdır.

8.1. YSS ÜZERİNDE LEVİTE EDİLEN KM’NİN MODELLENMESİ VE ANALİZİ

Süperiletken yatakların dinamik davranışlarının araştırılması Yüksek Sıcaklık Süperiletkenlerinin (YSS) keşfedilmesiyle oldukça arttı. YSS’ler birçok mühendislik uygulamasında kullanılabilir. Süperiletkenliğin mühendislik uygulamalarında kullanılmasıyla ilgili ilk deneyler deneyin yapılması ve vibrasyon karakteristiklerinin kolay anlaşılması bakımından, bir YSS üzerinde levite edilen Kalıcı Mıknatıs (KM) üzerine yapıldı (Şekil 8.1). Böyle bir KM-YSS sisteminin vibrasyon karakteristikleri ilk kez deneysel olarak F.C. Moon tarafından çalışılmıştır [32]. Dipol-dipol etkileşimine dayanan ilk çalışma ise Yang ve arkadaşları tarafından yapılmıştır [33].



Şekil 8.1. YSS üzerinde levite edilen KM

Karmaşık etkileşim potansiyeli nedeniyle KM'nin YSS üzerinde levite edildiği bir sistemin modellenmesi kolay değildir. Ancak böyle bir sistem için etkileşim potansiyeli, donmuş görüntü modeline göre modellenebilir [34]. Bu model, KM'nin bir dipol ve YSS'nin ise manyetik alan içinde soğutma durumunda diyamanyetik ve donmuş görüntü özelliklerini barındıran bir malzeme olduğu varsayar. Donmuş görüntü modeli, YSS içerisinde oluşan histerisizlikleri göz önüne almaz. Bu histerisizlikler, KM'nin YSS yüzeyine yaklaşırken diyamanyetik görüntü momentinin bir kısmının donmuş akı momentine transferiyle sonuçlanarak kayıplara neden olur. Ancak histerisizliğin etkili olmadığı yarı durağan (quasi-static) durumlarda donmuş görüntü modeli, KM ve YSS arasındaki etkileşim kuvvetini başarılı bir şekilde tahmin eder.

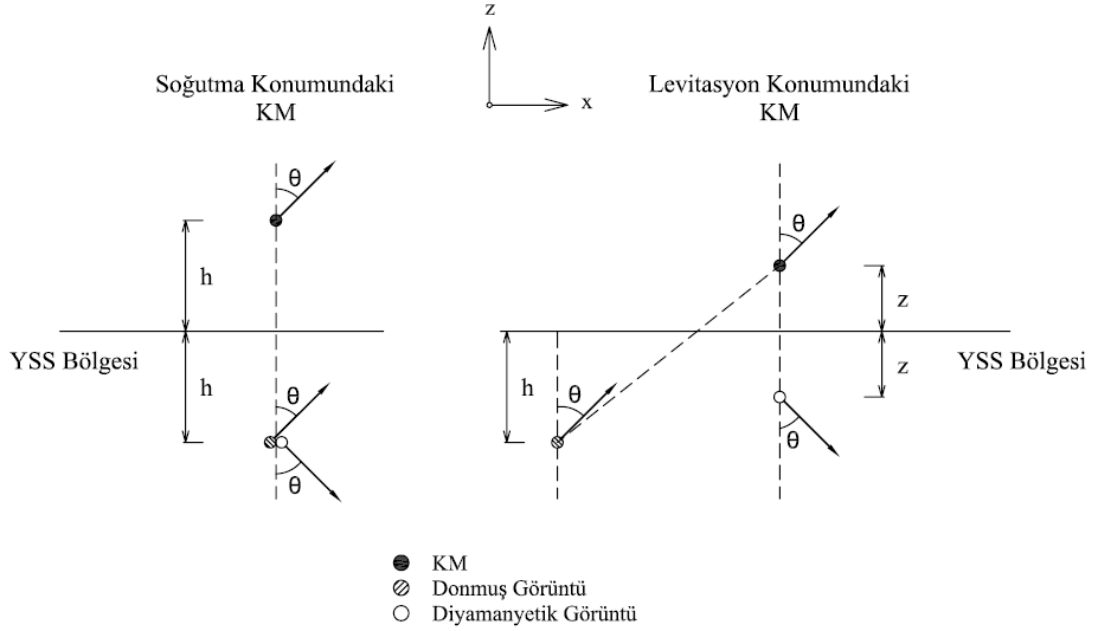
KM-YSS etkileşimi dipol ve görüntüleri arasındaki kuvvetler ile gösterilebilir. Bu sistemde birinci dipol, KM tarafından ve ikinci dipol, YSS içindeki KM'in görüntüsü tarafından temsil edilir. İkinci dipolün, birinci dipolün manyetik alanına maruz kaldığı böyle bir sistemin potansiyel enerjisi şu şekilde verilir.

$$U = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{\vec{m}_{11} \vec{m}_{12}}{r^3} - \frac{3(\vec{m}_{11} \vec{r})(\vec{m}_{12} \vec{r})}{r^5} \right] \quad (8.1)$$

Denklem (8.1)'de $\vec{m}_{11}$, KM'yi temsil eden dipolün manyetik momenti, $\vec{m}_{12}$, $\vec{m}_{11}$ 'in diyamanyetik görüntüsünü temsil eden YSS içindeki dipolün manyetik momentidir. $\vec{r}$, dipolden uzaydaki noktaya pozisyon vektörü, r , dipolden noktaya uzaklık ve μ_0 ise vakum geçirgenliğidir.

Denklem (8.1)'deki potansiyel enerji Şekil 8.2'de gösterilen duruma uyarlanabilir. YSS manyetik alan içinde (FC) KM (siyah daire) ile birlikte belli bir yükseklikte (h) soğutulduğunda YSS içinde iki görüntü belirir. Bu görüntülerden biri diyamanyetik görüntü (içi boş daire), diğeri ise donmuş görüntüdür (içi taralı daire). Levitasyon sağlanmadan önce bu görüntülerin YSS'nin yüzeyinden uzaklığı, h 'ye eşittir. YSS içindeki görüntüler levitasyondan önce aynı noktada oluşur ve üst üstedir. Bu görüntülerin büyüklükleri eşittir ve birbirlerine zıt yönlerdedir. Bu nedenle KM ve KM'nin donmuş ve diyamanyetik görüntüleri arasındaki net etkileşim kuvvet, sıfırdır. YSS'nin soğutulması tamamlandıktan sonra KM serbest

bırakıldığında ağırlığından dolayı bir miktar yükseklik kaybeder. Donmuş görüntü h 'de sabit kalırken diyamanyetik görüntü KM ile birlikte hareket eder ve YSS yüzeyinden levitasyon yüksekliği uzaklığındadır (z). Levitasyondan sonra KM yükseklik kaybettiğinden KM ve YSS arasında itici bir kuvvet meydana gelir.



Şekil 8.2. KM-YSS sisteminin donmuş görüntü kavramına göre şematik çizimi

Basitlik için KM-YSS sistemi donmuş görüntü modeline göre Şekil 8.2'de iki boyutta çizilmiştir. Bu durumda $-y$ yönü ve ϕ açısı (x - y düzlemleri arasındaki dipol açısı) gösterilmemiştir.

8.1.1. Dipol ve Diyamanyetik Görüntü

Toplam potansiyeli bulmak için ilk olarak dipol ve diyamanyetik görüntü arasındaki potansiyeli hesaplamak gereklidir. Bu durumda vektörel değerler ve pozisyon vektörü

$$\begin{aligned}\vec{m}_{11} &= m_{11} (\sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z}) \\ \vec{m}_{12} &= m_{12} (\sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} - \cos \theta \hat{z}) \\ \vec{r} &= r_x \hat{x} + r_y \hat{y} + r_z \hat{z}\end{aligned}\tag{8.2}$$

şeklinde olacaktır. Burada $\hat{x}$, $\hat{y}$ ve $\hat{z}$, o yönlerdeki birim vektörlerdir. Denklem (8.2), Denklem (8.1) içine yerleştirilir ve düzenlenirse dipol ve diyamanyetik görüntü arasında oluşan potansiyel enerji

$$U_{dia} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{m_{11}m_{12} (\sin^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \theta \sin^2 \phi - \cos^2 \theta)}{r^3} - \frac{3m_{11}m_{12}}{r^5} \right. \\ \left. (\sin^2 \theta \cos^2 \phi r_x^2 + 2 \sin^2 \theta \sin \phi \cos \phi r_x r_y + \sin^2 \theta \sin^2 \phi r_y^2 - \cos^2 \theta r_z^2) \right] \quad (8.3)$$

halini alır. Yukarıdaki ifadeye $r^2 = r_x^2 + r_y^2 + r_z^2$ yerleştirilerek paydaları eşitlenir ve düzenlenirse dipol ve diyamanyetik görüntü arasındaki potansiyel enerjinin genel ifadesi

$$U_{dia} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi r^5} \left[\sin^2 \theta \cos^2 \phi r_x^2 + \sin^2 \theta \cos^2 \phi r_y^2 + \sin^2 \theta \cos^2 \phi r_z^2 \right. \\ + \sin^2 \theta \sin^2 \phi r_x^2 + \sin^2 \theta \sin^2 \phi r_y^2 + \sin^2 \theta \sin^2 \phi r_z^2 \\ - \cos^2 \theta r_x^2 - \cos^2 \theta r_y^2 - \cos^2 \theta r_z^2 - 3 (\sin^2 \theta \cos^2 \phi r_x^2 \\ + 2 \sin^2 \theta \sin \phi \cos \phi r_x r_y + \sin^2 \theta \sin^2 \phi r_y^2 - \cos^2 \theta r_z^2) \left. \right] \quad (8.4)$$

şeklinde olur. Dipol ve diyamanyetik görüntü arasındaki uzaklık sadece $-z$ ekseninde olduğu için pozisyon vektörünün büyüklükleri ve sonuç olarak pozisyon vektörü şu şekildedir.

$$r_x = 0, \quad r_y = 0, \quad r_z = 2z \\ \vec{r} = (2z) \hat{z} \quad (8.5)$$

Denklem (8.5)'teki pozisyon vektörüne göre Denklem (8.4) düzenlenirse diyamanyetik potansiyel şu şekli alır.

$$U_{dia} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi r_z^5} \left[\sin^2 \theta \cos^2 \phi r_z^2 + \sin^2 \theta \sin^2 \phi r_z^2 + 2 \cos^2 \theta r_z^2 \right] \\ = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{\lambda_1}{(2z)^3} \right] \quad (8.6)$$

Denklem (8.6)'da $\lambda_1 = 1 + \cos^2 \theta$ 'dır. Ayrıca z , $-z$ yönündeki değişim miktarıdır.

8.1.2. Dipol ve Donmuş Görüntü

Aynı şekilde dipol ve donmuş görüntü arasındaki potansiyel enerji belirlenmelidir. Dipol ve donmuş görüntünün vektörel değerleri ve pozisyon vektörü

$$\begin{aligned}\vec{m}_{11} &= m_{11}(\sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z}) \\ \vec{m}_{12} &= m_{12}(\sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z}) \\ \vec{r} &= r_x \hat{x} + r_y \hat{y} + r_z \hat{z}\end{aligned}\quad (8.7)$$

ifadeleri ile verilmiştir. Denklem (8.7), denklem (8.1)'in içine yerleştirilir ve düzenlenirse dipol ve donmuş görüntü arasında oluşan potansiyel enerji

$$\begin{aligned}U_{fro} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{m_{11}m_{12}(\sin^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \theta \sin^2 \phi + \cos^2 \theta)}{r^3} - \frac{3m_{11}m_{12}}{r^5} \right. \\ &\quad \left(\sin^2 \theta \cos^2 \phi r_x^2 + \sin^2 \theta \sin^2 \phi r_y^2 + \cos^2 \theta r_z^2 + 2 \sin^2 \theta \sin \phi \cos \phi r_x r_y \right. \\ &\quad \left. \left. + 2 \sin \theta \cos \theta \cos \phi r_x r_z + 2 \sin \theta \cos \theta \cos \phi r_y r_z \right) \right] \quad (8.8)\end{aligned}$$

halini alır. Gerekli eşitlemeler yapılır ve düzenlenirse dipol ve donmuş görüntü arasındaki potansiyel enerjinin genel ifadesi şu şekildedir.

$$\begin{aligned}U_{fro} &= \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi r^5} \left[r_x^2 (\sin^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \theta \sin^2 \phi + \cos^2 \theta - 3 \sin^2 \theta \cos^2 \phi) \right. \\ &\quad + r_y^2 (\sin^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \theta \sin^2 \phi + \cos^2 \theta - 3 \sin^2 \theta \sin^2 \phi) \\ &\quad + r_z^2 (\sin^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \theta \sin^2 \phi + \cos^2 \theta - 3 \cos^2 \theta) \\ &\quad + r_x r_y (-6 \sin^2 \theta \sin \phi \cos \phi) + r_x r_z (-6 \sin \theta \cos \theta \cos \phi) \\ &\quad \left. + r_y r_z (-6 \sin \theta \cos \theta \sin \phi) \right] \quad (8.9)\end{aligned}$$

Dipol ve donmuş görüntü arasındaki uzaklık $-x$, $-y$ ve $-z$ yönlerindedir. O halde bu yönlerdeki pozisyon vektörünün büyüklükleri ve pozisyon vektörü

$$\begin{aligned} r_x &= x, \quad r_y = y, \quad r_z = z + h \\ \vec{r} &= x\hat{x} + y\hat{y} + (z + h)\hat{z} \end{aligned} \quad (8.10)$$

şeklindedir. Bu denklemde h , KM'nin ilk anda YSS üzerinde tutulduğu yüksekliktir.

Denklem (8.10)'daki pozisyon vektörüne göre Denklem (8.9) düzenlenirse dipol ve donmuş görüntü arasındaki potansiyel enerji

$$\begin{aligned} U_{fro} &= \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[x^2 \lambda_2 + y^2 \lambda_3 + (z + h)^2 \lambda_4 - 6xy \lambda_5 - 6x(z + h) \lambda_6 \right. \\ &\quad \left. - 6y(z + h) \lambda_7 \right] \frac{1}{T^{5/2}} \end{aligned} \quad (8.11)$$

olur. Denklem (8.11)'de verilen ifadeler

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= 1 - 3 \sin^2 \theta \cos^2 \phi \\ \lambda_3 &= 1 - 3 \sin^2 \theta \sin^2 \phi \\ \lambda_4 &= 1 - 3 \cos^2 \theta \\ \lambda_5 &= \sin^2 \theta \sin \phi \cos \phi \\ \lambda_6 &= \sin \theta \cos \theta \cos \phi \\ \lambda_7 &= \sin \theta \cos \theta \sin \phi \\ T &= x^2 + y^2 + (z + h)^2 \end{aligned} \quad (8.12)$$

şeklindedir.

8.1.3. Toplam Potansiyel Enerji

Toplam potansiyel enerji, diyamanyetik potansiyel ve donmuş potansiyel enerjilerin toplamıdır.

$$\begin{aligned}
 U_{tot} &= U_{dia} + U_{fro} \\
 &= \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{\lambda_1}{(2z)^3} + \left(x^2 \lambda_2 + y^2 \lambda_3 + (z+h)^2 \lambda_4 - 6xy \lambda_5 - 6x(z+h) \lambda_6 \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - 6y(z+h) \lambda_7 \right) \frac{1}{T^{5/2}} \right] \quad (8.13)
 \end{aligned}$$

8.1.4. Katılık Hesabı

Denklem (8.13)'deki toplam potansiyel enerjiden toplam katılık (K) şu şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned}
 K &= \nabla^2 U_{tot} \Big|_{x=0, y=0, z=0, \theta=0, \phi=0} \\
 &= \nabla^2 (U_{dia} + U_{fro}) \Big|_{x=0, y=0, z=0, \theta=0, \phi=0} \quad (8.14)
 \end{aligned}$$

Toplam potansiyel enerji, diyamanyetik ve donmuş kısımların enerjilerinin toplamı olduğu için her iki kısmı ayrı ayrı hesaplamak uygundur. Diyamanyetik kısmı veren ifade şöyledir.

$$\nabla^2 U_{dia} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{\partial^2 U_{dia}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{dia}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_{dia}}{\partial z^2} \right] \quad (8.15)$$

Denklem (8.15)'de verilen ifadeler

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 U_{dia}}{\partial x^2} &= 0 \\
 \frac{\partial^2 U_{dia}}{\partial y^2} &= 0 \\
 \frac{\partial^2 U_{dia}}{\partial z^2} &= \frac{3\lambda_1}{2z^5}
 \end{aligned} \tag{8.16}$$

şeklindedir.

Donmuş görüntü kısmı ise

$$\nabla^2 U_{fro} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{\partial^2 U_{fro}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{fro}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_{fro}}{\partial z^2} \right] \tag{8.17}$$

şeklindedir. Bu eşitlikteki ifadeler ise

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 U_{fro}}{\partial x^2} &= \left[\frac{35x^4}{T^{9/2}} - \frac{25x^2}{T^{7/2}} + \frac{2}{T^{5/2}} \right] \lambda_2 + \left[\frac{35x^2 y^2}{T^{9/2}} - \frac{5y^2}{T^{7/2}} \right] \lambda_3 \\
 &+ \left[\frac{35x^2 (z+h)^2}{T^{9/2}} - \frac{5(z+h)^2}{T^{7/2}} \right] \lambda_4 + \left[-\frac{210x^3 y}{T^{9/2}} + \frac{90xy}{T^{7/2}} \right] \lambda_5 \\
 &+ \left[-\frac{210x^3 (z+h)}{T^{9/2}} + \frac{90x(z+h)}{T^{7/2}} \right] \lambda_6 \\
 &+ \left[-\frac{210x^2 y (z+h)}{T^{9/2}} + \frac{30y(z+h)}{T^{7/2}} \right] \lambda_7
 \end{aligned} \tag{8.18}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 U_{fro}}{\partial y^2} = & \left[\frac{35x^2 y^2}{T^{9/2}} - \frac{5x^2}{T^{7/2}} \right] \lambda_2 + \left[\frac{35y^4}{T^{9/2}} - \frac{25y^2}{T^{7/2}} + \frac{2}{T^{5/2}} \right] \lambda_3 \\
& + \left[\frac{35y^2 (z+h)^2}{T^{9/2}} - \frac{5(z+h)^2}{T^{7/2}} \right] \lambda_4 + \left[-\frac{210xy^3}{T^{9/2}} + \frac{90xy}{T^{7/2}} \right] \lambda_5 \\
& + \left[-\frac{210xy^2 (z+h)}{T^{9/2}} + \frac{30x(z+h)}{T^{7/2}} \right] \lambda_6 \\
& + \left[-\frac{210y^3 (z+h)}{T^{9/2}} + \frac{90y(z+h)}{T^{7/2}} \right] \lambda_7
\end{aligned} \tag{8.19}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 U_{fro}}{\partial z^2} = & \left[\frac{35x^2 (z+h)^2}{T^{9/2}} - \frac{5x^2}{T^{7/2}} \right] \lambda_2 + \left[\frac{35y^2 (z+h)^2}{T^{9/2}} - \frac{5y^2}{T^{7/2}} \right] \lambda_3 \\
& + \left[\frac{35(z+h)^4}{T^{9/2}} - \frac{25(z+h)^2}{T^{7/2}} + \frac{2}{T^{5/2}} \right] \lambda_4 + \left[-\frac{210xy(z+h)^2}{T^{9/2}} + \frac{30xy}{T^{7/2}} \right] \lambda_5 \\
& + \left[-\frac{210x(z+h)^3}{T^{9/2}} + \frac{90x(z+h)}{T^{7/2}} \right] \lambda_6 \\
& + \left[-\frac{210y(z+h)^3}{T^{9/2}} + \frac{90y(z+h)}{T^{7/2}} \right] \lambda_7
\end{aligned} \tag{8.20}$$

şeklinde elde edilir. Denklem (8.15) – (8.20) arasındaki ifadeler Mathematica ile hesaplanabilir (Ek 2).

8.1.5. Yanal Katılık Denklemi

Denklem (8.14), 3 boyutlu katılığı ifade eder. Farklı durumların katılık değişimini analiz etmek için her yön için KM değişimi hesaplanmalıdır. Model simetrik ve yatay düzlemde homojen olduğu için x ve y yönleri aynıdır.

$$x = 0, y = 0, z = z, \theta = \theta, \phi = \phi \tag{8.21}$$

Denklem (8.15) ve (8.20) arasındaki ifadeleri kullanarak Denklem (8.21) şartları için yanal ve dikey katılıklar hesaplanabilir. Yatay düzlemdeki katılık (k_{xx}),

toplam potansiyel enerjinin x 'e göre 2. türevidir. Çünkü bu noktadaki potansiyel enerji minimumdur ve o düzlemde sistem stabildir.

$$\begin{aligned} k_{xx} &= \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{\partial^2 U_{tot}}{\partial x^2} \right] \\ &= \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{\partial^2 U_{dia}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{fro}}{\partial x^2} \right] \end{aligned} \quad (8.22)$$

Denklem (8.22)'ye karşılık gelen ifadeler (8.21) şartları yerleştirilir ve yanal katılık şu şekilde olur.

$$k_{xx} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{2\lambda_2 - 5\lambda_4}{(z+h)^5} \right] \quad (8.23)$$

8.1.6. Dikey Katılık Denklemi

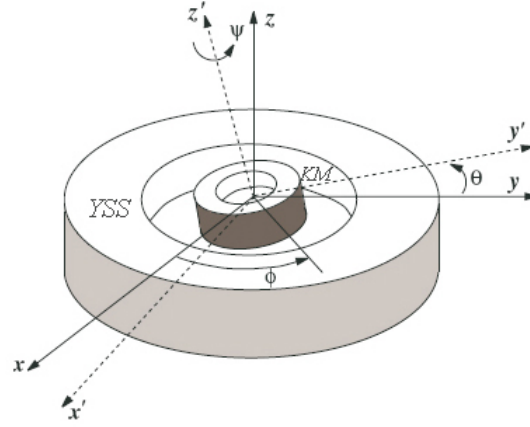
Dikey düzlemdeki katılık (k_{zz}) ise toplam potansiyel enerjinin z 'ye göre 2. türevidir. (8.21)'deki şart bu durum için de kullanılarak dikey katılık elde edilir.

$$k_{zz} = \frac{\mu_0 m_1 m_2}{4\pi} \left[\frac{3\lambda_1}{2z^5} + \frac{12\lambda_4}{(z+h)^5} \right] \quad (8.24)$$

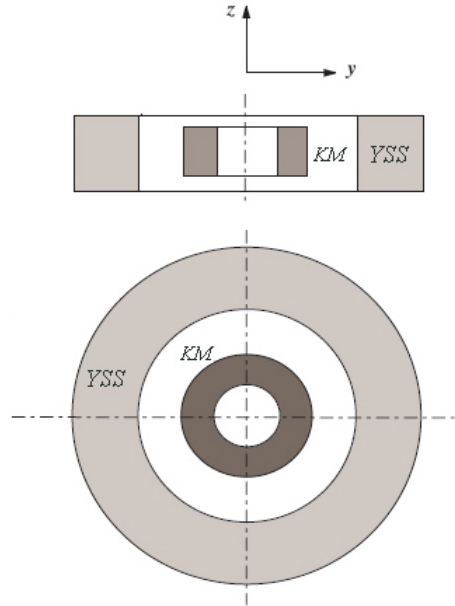
8.2. SİLİNDİR HALKA ŞEKLİNDE KM-YSS DİKEY YATAK SİSTEMİNİN MODELLENMESİ VE ANALİZİ

Yukarıda incelediğimiz levitasyon modeli mühendislik uygulamaları için oldukça kısıtlı bir kullanım alanına sahiptir. Radyal tip YSS yatak dizaynı, hem radyal hem de eksenel yüklere karşı destek sağladığı için mühendislik uygulamaları daha yaygındır. Bu yatak dizaynının potansiyel uygulamaları, motorlar, jeneratörler ve rotor-volan (flywheel) sistemleridir.

Bu bölümde analiz edilecek KM-YSS yatak dizaynı şekil 8.3’de görüldüğü gibi geometrik merkezleri iç içe merkezlenmiştir. Koordinat sisteminin YSS merkezinde olduğu varsayılmıştır. Böyle bir sistem donmuş görüntü modeline göre modellenebilir [35]. Bu modelin en önemli avantajlarından biri de değişik geometrik dizaynlar için hesap yapılabilmesidir. Hesaplama kullanılan model, bazı sınırlılıklara ve idealleştirmeye sahiptir. İlk olarak kenar etkisi (edge effect), hesaplamada düşünülmemiştir. Daha önceden de belirtildiği gibi donmuş görüntü modeli, YSS içindeki histerisizlikleri hesaplama katmaz.



(a) Koordinat sistemi



(b) Yan ve üstten görünüş

Şekil 8.3. Silindir halka şeklinde KM-YSS dikey yatak sistemi [35]

Başlangıç konumunda dıştaki YSS içinde KM, bir tutucu ile tutularak süperiletkenlik durumuna kadar soğutulması sağlanmıştır (Şekil 8.4(a)). Manyetik alan içinde soğutma durumunda (FC) iki görüntü belirir. Bunlardan biri, donmuş görüntü(gri yuvarlak) diğeri ise diyamanyetik görüntü(içi boş daire)'dür. Bu görüntülerin YSS yüzeyinden uzaklıkları (d) eşittir ve YSS içinde aynı noktada oluşur. YSS süperiletkenlik durumuna geçtikten sonra tutucu kaldırılarak levitasyon sağlanır. Bu durumda KM ağırlığından dolayı bir miktar (δ) düşer (Şekil 8.4(b)). Bu durumda donmuş görüntü ilk durumunda sabit kalırken diyamanyetik görüntü KM içindeki dipolü takip eder.

$$U = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{\vec{m}_{11}\vec{m}_{12}}{r^3} - \frac{3(\vec{m}_{11}\vec{r})(\vec{m}_{12}\vec{r})}{r^5} \right] \quad (8.25)$$

Burada $\vec{m}_{11}$, KM dipolünün manyetik momenti ve $\vec{m}_{12}$, YSS içinde $\vec{m}_{11}$ 'in görüntüsünün oluşturduğu dipolün manyetik momentini temsil eder. $\vec{r}$, dipolden uzaydaki noktaya pozisyon vektörü, r , dipolden noktaya uzaklık ve μ_0 ise vakum geçirgenliğidir. Yönlerden dolayı manyetik moment vektörleri farklı olduğu için KM'in dipolünün diyamanyetik görüntü ve donmuş görüntü ile etkileşiminden meydana gelen potansiyel enerjiler ayrı ayrı hesaplanmalıdır.

KM'in dipolünün, bu dipolün diyamanyetik görüntüsünün ve pozisyonunun vektörel değerleri aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \vec{m}_{11} &= m_{11} (\sin \theta \cos \phi \hat{x} - \sin \theta \sin \phi \hat{y} - \cos \theta \hat{z}) \\ \vec{m}_{12} &= m_{12} (\sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} - \cos \theta \hat{z}) \\ \vec{r} &= r_x \hat{x} - r_y \hat{y} + r_z \hat{z} \end{aligned} \quad (8.26)$$

Denklem (8.26)'da m_{11} ve m_{12} , vektörel değerlerin büyüklükleridir. Denklem (8.26), Denklem (8.25) içine yerleştirilirse dipol ve diyamanyetik görüntü arasındaki potansiyel enerji şu hali alır.

$$U_{dia}^{(1)} = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{m_{11}m_{12} (\sin^2 \theta \cos^2 \phi - \sin^2 \theta \sin^2 \phi + \cos^2 \theta)}{r^3} - \frac{3m_{11}m_{12}}{r^5} \right. \\ \left. (\sin^2 \theta \cos^2 \phi r_x^2 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi r_y^2 + \cos^2 \theta r_z^2 - 2 \sin \theta \cos \theta \cos \phi r_x r_z) \right] \quad (8.27)$$

Yukarıdaki ifadeye $r^2 = r_x^2 + r_y^2 + r_z^2$ yerleştirilerek paydaları eşitler ve düzenlenirse 1. Kısım için dipol ve diyamanyetik görüntü arasındaki potansiyel enerjinin genel ifadesi şu şekilde olur.

$$\begin{aligned}
U_{dia}^{(1)} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi r^5} & \left[\sin^2 \theta \cos^2 \phi r_x^2 + \sin^2 \theta \cos^2 \phi r_y^2 + \sin^2 \theta \cos^2 \phi r_z^2 \right. \\
& - \sin^2 \theta \sin^2 \phi r_x^2 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi r_y^2 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi r_z^2 \\
& + \cos^2 \theta r_x^2 + \cos^2 \theta r_y^2 + \cos^2 \theta r_z^2 - 3 \left(\sin^2 \theta \cos^2 \phi r_x^2 \right. \\
& \left. \left. - \sin^2 \theta \sin^2 \phi r_y^2 + \cos^2 \theta r_z^2 - 2 \sin \theta \cos \theta \cos \phi r_x r_z \right) \right]
\end{aligned} \quad (8.28)$$

Dipol ve diyamanyetik görüntüsü arasındaki uzaklık sadece $-y$ düzleminde olduğu için (şekil 8.4b) pozisyon vektörünün büyüklük değerleri şu şekildedir.

$$\begin{aligned}
r_x = 0, r_y = 2d - y, r_z = 0 \\
\vec{r} = (2d - y) \hat{y}
\end{aligned} \quad (8.29)$$

Denklem (8.27)'deki pozisyon vektörüne göre denklem (8.26) düzenlenirse 1. Kısım için diyamanyetik potansiyel şu şekilde olur.

$$\begin{aligned}
U_{dia}^{(1)} &= \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi r_y^5} \left[\sin^2 \theta \cos^2 \phi r_y^2 - \sin^2 \theta \sin^2 \phi r_y^2 + \cos^2 \theta r_y^2 + 3 \sin^2 \theta \sin^2 \phi r_y^2 \right] \\
&= \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{\lambda_8}{(2d - y)^3} \right]
\end{aligned} \quad (8.30)$$

Denklem (8.30)'da $\lambda_8 = 1 + \sin^2 \theta \sin^2 \phi$ 'dir. Ayrıca d , dipolden YSS'nin yüzeyine olan uzaklık ve y , $-y$ yönündeki değişim miktarıdır.

8.2.2. 1. Kısım: Dipol ve Donmuş Görüntü

KM'nin dipolü ve YSS içerisinde dipolün donmuş görüntüsü arasındaki potansiyel enerjiyi hesaplamak için manyetik moment ve pozisyon vektörlerinin belirlenmesi gerekir. KM'nin dipolünün manyetik momenti ($\vec{m}_{11}$) Denklem (8.26)'de verilmiştir. YSS içindeki donmuş görüntü dipolünün manyetik momenti ve pozisyon vektörleri şöyledir.

$$\begin{aligned}\vec{m}_{13} &= m_{13}(\sin \theta \cos \phi \hat{x} - \sin \theta \sin \phi \hat{y} - \cos \theta \hat{z}) \\ \vec{r} &= r_x \hat{x} - r_y \hat{y} - r_z \hat{z}\end{aligned}\quad (8.31)$$

Denklem (8.25) içerisine Denklem (8.31) yerleştirilerek dipol ve donmuş görüntü arasındaki potansiyel enerji

$$\begin{aligned}U_{fro}^{(1)} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{m_{11}m_{13}(\sin^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \theta \sin^2 \phi + \cos^2 \theta)}{r^3} - \frac{3m_{11}m_{13}}{r^5} \right. \\ &\quad \left. (\sin^2 \theta \cos^2 \phi r_x^2 + 2\sin^2 \theta \sin \phi \cos \phi r_x r_y + 2\sin \theta \cos \theta \cos \phi r_x r_z \right. \\ &\quad \left. + \sin^2 \theta \sin^2 \phi r_y^2 + 2\sin \theta \cos \theta \sin \phi r_y r_z + \cos^2 \theta r_z^2) \right]\end{aligned}\quad (8.32)$$

şeklinde olur.

Yukarıdaki ifadeye $r^2 = r_x^2 + r_y^2 + r_z^2$ yerleştirilerek paydaları eşitler ve düzenlenirse 1. Kısım için dipol ve donmuş görüntü arasındaki potansiyel enerjinin genel ifadesi şu şekilde olur.

$$\begin{aligned}U_{fro}^{(1)} &= \frac{\mu_0 m_{11} m_{13}}{4\pi r^5} \left[r_x^2 (\sin^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \theta \sin^2 \phi + \cos^2 \theta - 3\sin^2 \theta \cos^2 \phi) \right. \\ &\quad + r_y^2 (\sin^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \theta \sin^2 \phi + \cos^2 \theta - 3\sin^2 \theta \sin^2 \phi) \\ &\quad + r_z^2 (\sin^2 \theta \cos^2 \phi + \sin^2 \theta \sin^2 \phi + \cos^2 \theta - 3\cos^2 \theta) \\ &\quad + r_x r_y (-6\sin^2 \theta \sin \phi \cos \phi) + r_x r_z (-6\sin \theta \cos \theta \cos \phi) \\ &\quad \left. + r_y r_z (-6\sin \theta \cos \theta \sin \phi) \right]\end{aligned}\quad (8.33)$$

Dipol ve donmuş görüntü arasındaki uzaklık $-y$ ve $-z$ yönlerinde olduğundan pozisyon vektörünün büyüklükleri ve pozisyon vektörü şöyledir.

$$\begin{aligned}r_x &= 0, r_y = 2d - y, r_z = z \\ \vec{r} &= (2d - y)\hat{y} + z\hat{z}\end{aligned}\quad (8.34)$$

Denklem (8.34)'de z , $-z$ yönündeki değişim miktarıdır. Bu büyüklük değerleri kullanılarak 1. Kısım için dipol ve donmuş görüntü arasındaki potansiyel enerji şu hali alır.

$$U_{fro}^{(I)} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{13}}{4\pi} \left[\frac{(2d-y)^2 \lambda_3 + z^2 \lambda_4 - 6(2d-y)z\lambda_7}{L^{5/2}} \right] \quad (8.35)$$

Denklem (8.35)'de verilen L

$$L = (2d-y)^2 + z^2 \quad (8.36)$$

ifadesi ile verilmiştir.

8.2.3. Toplam Potansiyel Enerji

1. Kısım için toplam potansiyel enerji, diyamanyetik ve donmuş görüntü potansiyellerinin toplamıdır.

$$U_{tot}^{(I)} = U_{dia}^{(I)} + U_{fro}^{(I)}$$

$$U_{tot}^{(I)} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{\lambda_8}{(2d-y)^3} + \frac{(2d-y)^2 \lambda_3 + z^2 \lambda_4 - 6(2d-y)z\lambda_7}{L^{5/2}} \right] \quad (8.37)$$

Yukarıdaki eşitlikte $m_{13} = m_{12}$ olarak alınmıştır. Bu ifadelerin büyüklüğü eşittir. Sadece farklılık yönlerden kaynaklanmaktadır.

Sistemdeki simetriden dolayı 2. Kısımın potansiyel enerjisini belirlemek için aynı yöntemler uygulanabilir. Bu durumda KM'nin hareketi 2. Kısımdan uzaklaştığından pozisyon vektörünün büyüklüğü $r_y = 2d + y$ olur. 2. Kısım için toplam potansiyel enerji şu hali alır.

$$U_{tot}^{(II)} = U_{dia}^{(II)} + U_{fro}^{(II)}$$

$$U_{tot}^{(II)} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{\lambda_8}{(2d+y)^3} + \frac{(2d+y)^2 \lambda_3 + z^2 \lambda_4 - 6(2d+y)z\lambda_7}{N^{5/2}} \right] \quad (8.38)$$

Denklem (8.38)'de $N = (2d + y)^2 + z^2$ şeklindedir. Son olarak silindir halka şeklinde KM-YSS sistemi için toplam potansiyel enerji şu şekildedir;

$$U_{tot} = U_{tot}^{(I)} + U_{tot}^{(II)} \quad (8.39)$$

8.2.4. Katılık Hesabı

Süperiletkenlerin kullanıldığı birçok mühendislik uygulamasında katılık, belirlenmesi gereken önemli bir parametredir. Donmuş görüntü modeli, YSS içindeki histerisizliği göz önüne almaz. Donmuş görüntü modelini kullanarak katılığın hesaplanması, katılığın ideal değeri olarak düşünülebilir. Manyetik potansiyel enerjileri kullanarak histerisizliğin düşünülmediği durumda dahi dinamik katılığın çok makul hesabı elde edilebilir. Analiz her bir kısım için ayrı olarak yapıldığı için 1. Kısım için toplam potansiyeli kullanarak toplam katılık ($K_{tot}^{(I)}$) türetilir.

$$K_{tot}^{(I)} = \nabla^2 U_{tot}^{(I)} \Big|_{x=0, y=0, z=0, \theta=0, \phi=0} \quad (8.40)$$

Denklem (8.40), 3 boyutlu katılık gösterir. Toplam potansiyel, diyamanyetik ve donmuş kısımların toplamı olduğu için Denklem (8.40) şöyle yazılabilir.

$$K_{tot}^{(I)} = \nabla^2 \left(U_{dia}^{(I)} + U_{fro}^{(I)} \right) \Big|_{x=0, y=0, z=0, \theta=0, \phi=0} \quad (8.41)$$

Diyamanyetik kısmı veren ifade şöyledir.

$$\nabla^2 U_{dia}^{(I)} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left(\frac{\partial^2 U_{dia}^{(I)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{dia}^{(I)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_{dia}^{(I)}}{\partial z^2} \right) \quad (8.42)$$

Denklem (8.42)'de verilen ifadeler

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 U_{dia}^{(I)}}{\partial x^2} &= 0 \\
 \frac{\partial^2 U_{dia}^{(I)}}{\partial y^2} &= \frac{12\lambda_8}{(2d-y)^5} \\
 \frac{\partial^2 U_{dia}^{(I)}}{\partial z^2} &= 0
 \end{aligned} \tag{8.43}$$

eşitlikleri ile verilmiştir.

Donmuş görüntü kısmını veren ifade ise şöyledir.

$$\nabla^2 U_{fro}^{(I)} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left(\frac{\partial^2 U_{fro}^{(I)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{fro}^{(I)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_{fro}^{(I)}}{\partial z^2} \right) \tag{8.44}$$

Denklem (8.44)'de verilen ifadeler ise

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 U_{fro}^{(I)}}{\partial x^2} &= 0 \\
 \frac{\partial^2 U_{fro}^{(I)}}{\partial y^2} &= \left[-\frac{20(2d-y)^2}{L^{7/2}} + \frac{2}{L^{5/2}} + (2d-y)^2 \left(\frac{35(2d-y)^2}{L^{9/2}} - \frac{5}{L^{7/2}} \right) \right] \lambda_3 \\
 &+ z^2 \left(\frac{35(2d-y)^2}{L^{9/2}} - \frac{5}{L^{7/2}} \right) \lambda_4 + \left[\frac{60z(2d-y)}{L^{7/2}} - 6z(2d-y) \left(\frac{35(2d-y)^2}{L^{9/2}} - \frac{5}{L^{7/2}} \right) \right] \lambda_7 \\
 \frac{\partial^2 U_{fro}^{(I)}}{\partial z^2} &= (2d-y)^2 \left(\frac{35z^2}{L^{9/2}} - \frac{5}{L^{7/2}} \right) \lambda_3 + \left[-\frac{20z^2}{L^{7/2}} + \frac{2}{L^{5/2}} + z^2 \left(\frac{35z^2}{L^{9/2}} - \frac{5}{L^{7/2}} \right) \right] \lambda_4 \\
 &- 6(2d-y) \left[-\frac{10z}{L^{7/2}} + z \left(\frac{35z^2}{L^{9/2}} - \frac{5}{L^{7/2}} \right) \right] \lambda_7
 \end{aligned} \tag{8.45}$$

şeklinde elde edilebilir. Ek 3'de Mathematica ile yapılan çözüm verilmiştir.

8.2.5. Yanal Yer Değiştirme İçin Katılık Denklemleri

Farklı durumların katılık değişimini analiz etmek için KM'nin her bir yön değişimi için katılık hesaplanmalıdır. Model yatay düzlemde simetrik ve homojen olduğu için x ve y yönlerindeki katılıklar eşit olacaktır. Yanal yer değiştirmeye karşılık yön değerleri şu haldedir.

$$x = 0, y = 2\bar{y}, z = 0, \theta = \theta, \phi = \phi \quad (8.46)$$

Denklem (8.46)'daki şartlar denklem (8.41) ve (8.45) arasına yerleştirilirse 1. Kısım için radyal katılık şu şekilde elde edilir.

$$\begin{aligned} k_{yy}^{(I)} &= \frac{\partial^2 U_{dia}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_{fro}}{\partial y^2} \\ &= \frac{3\mu_0 m_{11} m_{12}}{\pi} \left(\frac{\lambda_3 + \lambda_8}{(2d - 2\bar{y})^5} \right) \end{aligned} \quad (8.47)$$

Denklem (8.36)'dan elde edilen manyetik potansiyel kullanarak 2. Kısım için aynı denklem ifadesi çıkartılabilir. Bu durumda katılık şöyledir.

$$k_{yy}^{(II)} = \frac{3\mu_0 m_{11} m_{12}}{\pi} \left(\frac{\lambda_3 + \lambda_8}{(2d + 2\bar{y})^5} \right) \quad (8.48)$$

Son olarak $-y$ yönünde yanal yer değiştirme için toplam katılık, bu iki denklemin toplamıdır.

$$K_{yy}^{(I)} = k_{yy}^{(I)} + k_{yy}^{(II)} \quad (8.49)$$

KM yanal yönde hareketi sırasında dikey yöndeki katılık da değişir. Bu durumda $-z$ yönündeki katılık denklemi 1. Kısım için uygulanan aynı prosedürle çıkartılabilir. Denklem (8.46)'de verilen x, y, z, θ, ϕ 'nin aynı değerlerini kullanarak ve yine Denklem (8.41) ve (8.46) arasında işlem yaparak $-z$ yönündeki katılık şu şekilde bulunur.

$$\begin{aligned}
k_{zz}^{(I)} &= \frac{\partial^2 U_{dia}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_{fro}}{\partial z^2} \\
&= \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left(\frac{2\lambda_4 - 5\lambda_3}{(2d - 2\bar{y})^5} \right)
\end{aligned} \tag{8.50}$$

Denklem (8.36)'yı kullanarak aynı işlemleri tekrarlırsak 2. Kısım için katılık şu şekilde elde edilir.

$$k_{zz}^{(II)} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left(\frac{2\lambda_4 - 5\lambda_3}{(2d + 2\bar{y})^5} \right) \tag{8.51}$$

Yanal yer değiştirme sırasında $-z$ yönündeki toplam katılık şu hali alır.

$$K_{zz}^{(I)} = k_{zz}^{(I)} + k_{zz}^{(II)} \tag{8.52}$$

8.2.6. Dikey Yer Değiştirme İçin Katılık Denklemleri

Tasarlanan KM-YSS konfigürasyonunda yatak, dikey yöndeki yükü karşılar. Bu nedenle dikey yer değiştirme ve buna bağlı katılık değerleri bu bölümde düşünülmüştür. Eğer sadece dikey yer değiştirme düşünülürse yön değerleri

$$x = 0, y = 0, z = \bar{z}, \theta = \theta, \phi = \phi \tag{8.53}$$

şeklinde seçilir. Bu değerleri kullanarak katılık denklemleri şu şekilde türetilir.

$$\begin{aligned}
K_{yy}^{(V)} &= \frac{\partial^2 U_{dia}^{(I)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_{fro}^{(I)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_{dia}^{(II)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_{fro}^{(II)}}{\partial y^2} \\
&= \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{3\lambda_8}{8d^5} + \left(-\frac{80d^2}{S^{7/2}} + \frac{2}{S^{5/2}} + 4d^2 \left(\frac{140d^2}{S^{9/2}} - \frac{5}{S^{7/2}} \right) \right) \lambda_3 \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{140\bar{z}^2 d^2}{S^{9/2}} - \frac{5\bar{z}^2}{S^{7/2}} \right) \lambda_4 + \left(\frac{120\bar{z}d}{S^{7/2}} - 12\bar{z}d \left(\frac{140d^2}{S^{9/2}} - \frac{5}{S^{7/2}} \right) \right) \lambda_7 \right]
\end{aligned} \tag{8.54}$$

$$\begin{aligned}
K_{zz}^{(V)} &= \frac{\partial^2 U_{dia}^{(I)}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_{fro}^{(I)}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_{dia}^{(II)}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_{fro}^{(II)}}{\partial z^2} \\
&= \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\left(\frac{140 \bar{z}^2 d^2}{S^{9/2}} - \frac{20 d^2}{S^{7/2}} \right) \lambda_3 + \left(-\frac{20 \bar{z}^2}{S^{7/2}} + \frac{2}{S^{5/2}} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \bar{z}^2 \left(\frac{35 \bar{z}^2}{S^{9/2}} - \frac{5}{S^{7/2}} \right) \right) \lambda_4 + \left(\frac{120 \bar{z} d}{S^{7/2}} - 12 \bar{z} d \left(\frac{35 \bar{z}^2}{S^{9/2}} - \frac{5}{S^{7/2}} \right) \right) \lambda_7 \right] \quad (8.55)
\end{aligned}$$

Denklem (8.54) ve Denklem (8.55)'de $S = 4d^2 + \bar{z}^2$ 'dir.

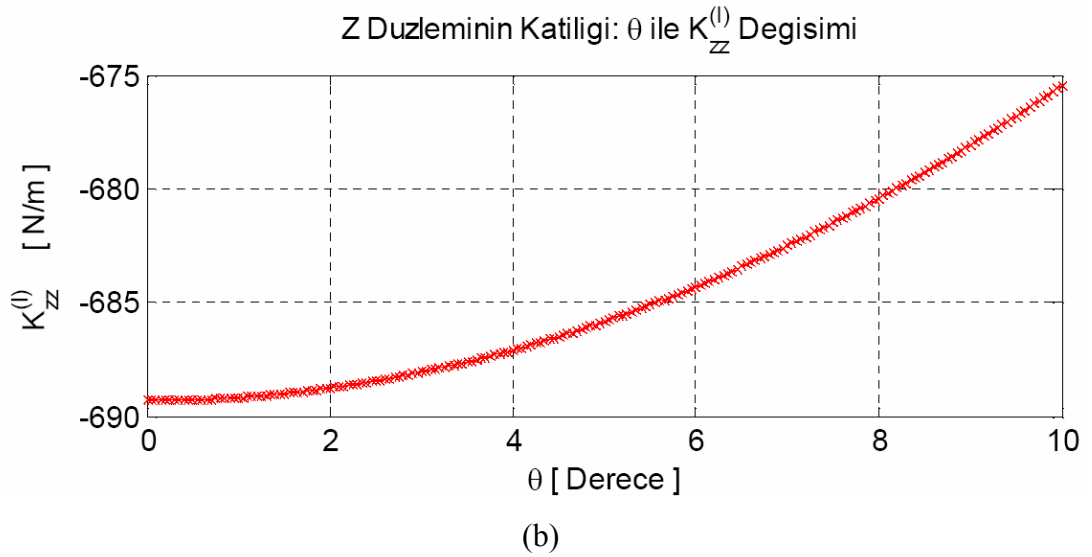
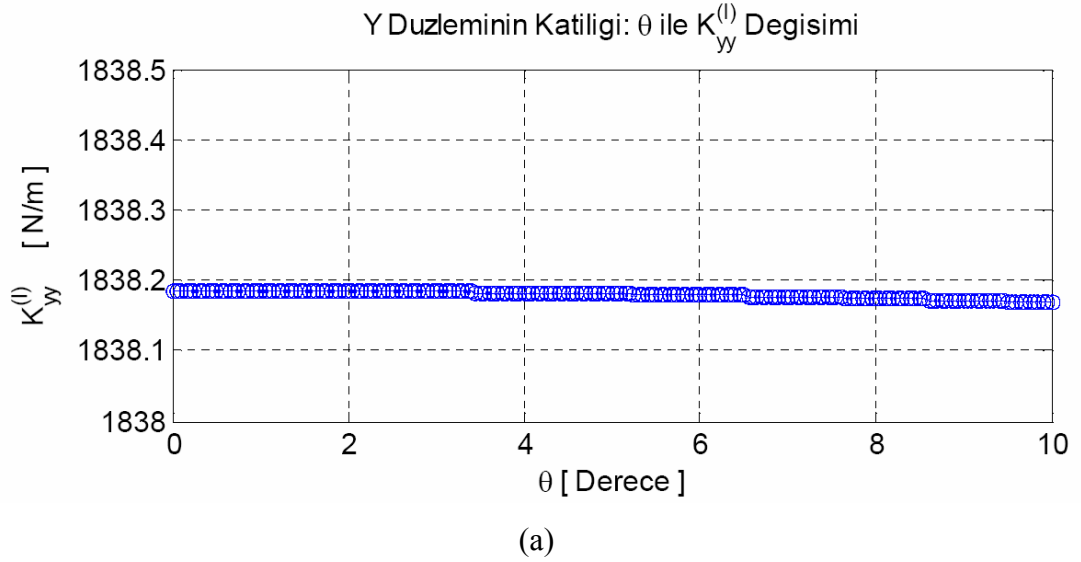
8.2.7. θ, y ve z ile Katılığın Değişimi

Silindir halka KM ve YSS arasındaki etkileşim, katılığın değişimiyle analiz edilebilir. Bu tezde yapılan simülasyonlarda yüzeyinde 2500 Gauss (G) maksimum akım yoğunluğuna sahip silindir halka Nd-Fe-B daimi mıknatıs kullanıldığı varsayılmıştır. KM-YSS sisteminin parametreleri Tablo 8.1'de verilmiştir.

Tablo 8.1. KM-YSS sisteminin parametreleri [35]

Sembol	Açıklama	Değer	Birim
m_{11}	Birinci dipolün manyetik moment büyüklüğü	0.5273	A m ²
m_{12}	İkinci dipolün manyetik moment büyüklüğü	0.5273	A m ²
μ_0	Vakum geçirgenliği	$4\pi \times 10^{-7}$	N A ⁻²
d_o	KM'nin dış çapı	30×10^{-3}	m
d_i	KM'nin iç çapı	15×10^{-3}	m
h	KM'nin yüksekliği	5×10^{-3}	m
D_o	YSS'nin dış çapı	50×10^{-3}	m
D_i	YSS'nin iç çapı	40×10^{-3}	m
H	YSS'nin yüksekliği	14×10^{-3}	m

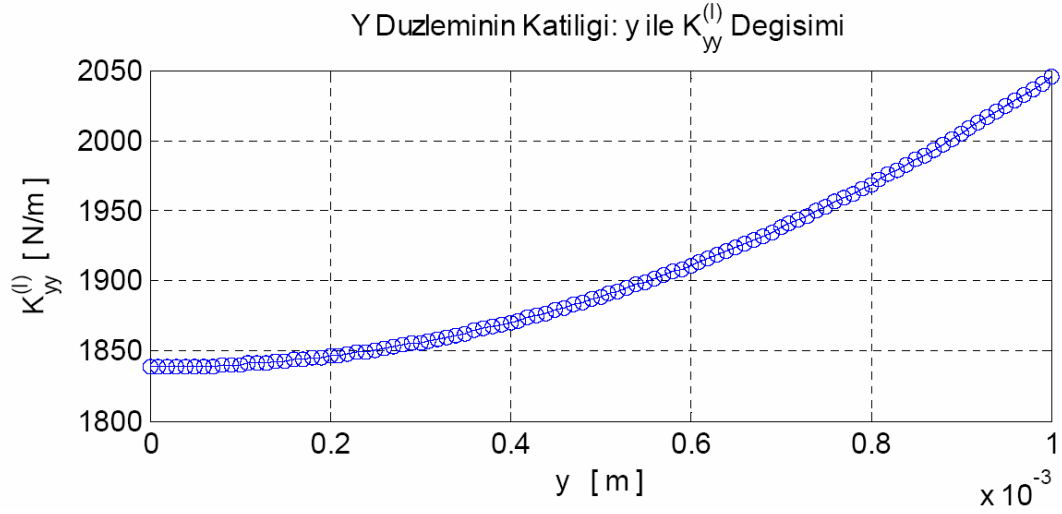
θ açısıyla $K_{yy}^{(l)}$ ve $K_{zz}^{(l)}$ 'nin değişimleri Şekil 8.5(a)'da ve Şekil 8.5(b)'de gösterilmiştir (Ek 4).



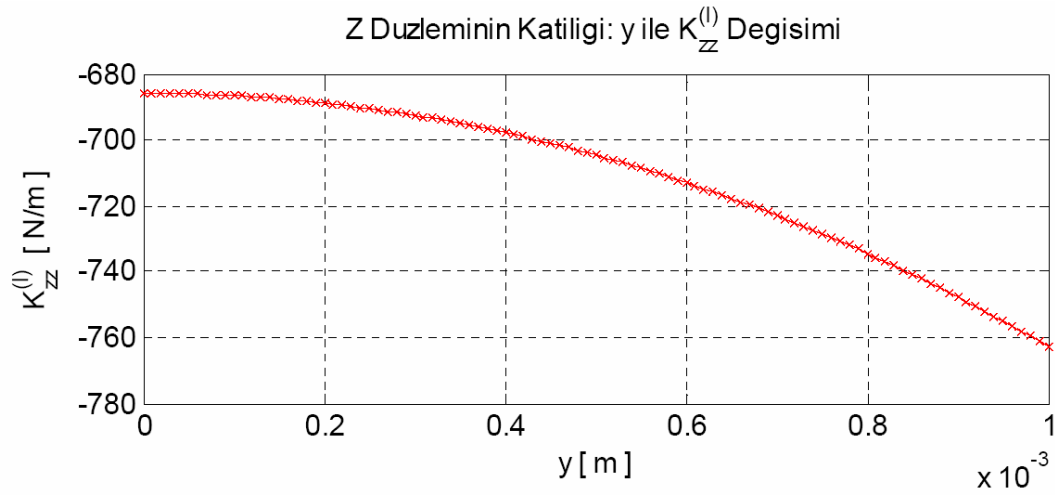
Şekil 8.5. θ ile katılık değişimi: (a) $K_{yy}^{(l)}$; (b) $K_{zz}^{(l)}$

Şekil 8.5'de görüldüğü gibi dikey yönde küçük bir katılık değişimi vardır. Yatay yöndeki katılık ise sabittir. Seçilen koordinat sistemine göre ters yöndeki KM'nin hareketi nedeniyle $K_{zz}^{(l)}$ 'nin negatif değerlerini meydana getirir.

$K_{yy}^{(l)}$ ve $K_{zz}^{(l)}$ katılıklarında y düzleminde yanal yer değiştirmenin etkileri, Şekil 8.6(a) ve Şekil 8.6(b)'de gösterilmiştir (Ek 5).



(a)



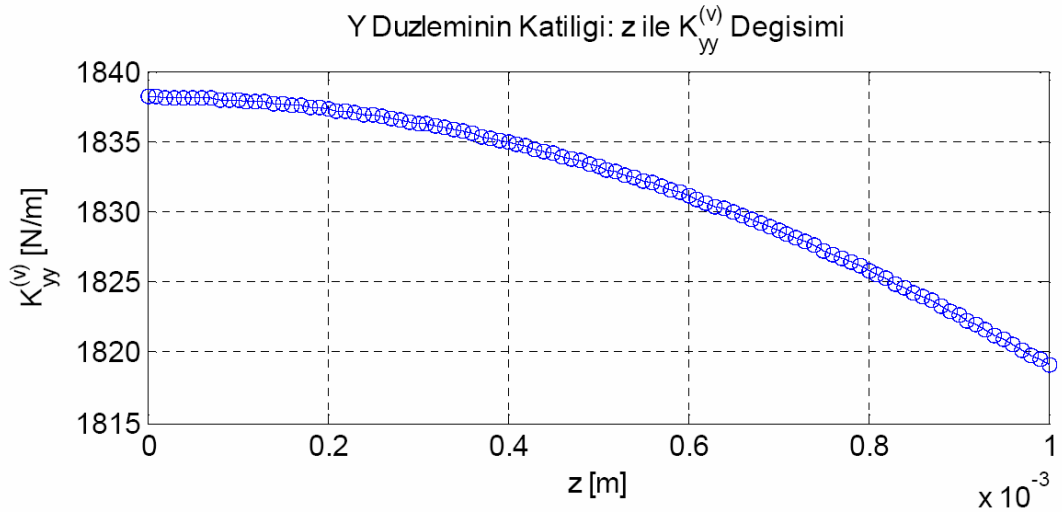
(b)

Şekil 8.6. y ile katılık değişimi: (a) $K_{yy}^{(l)}$; (b) $K_{zz}^{(l)}$

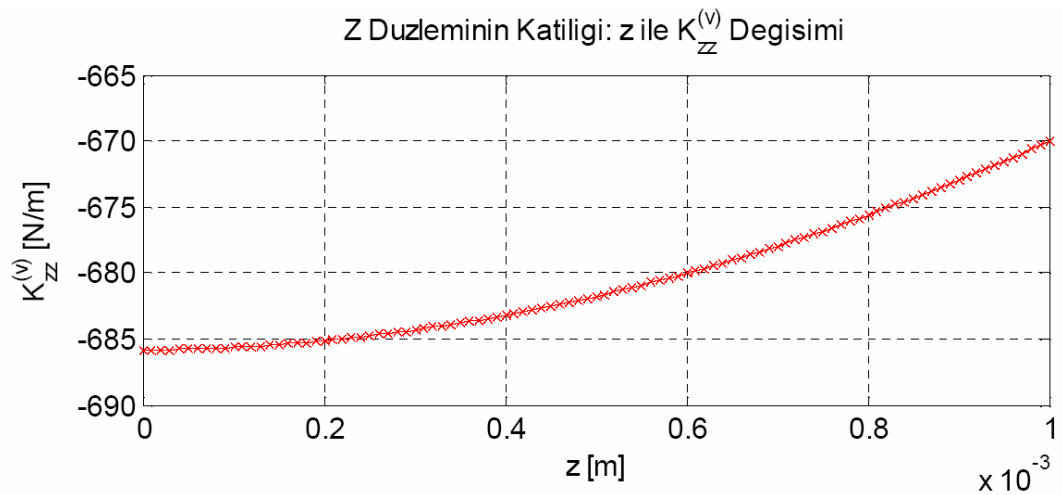
Bu şekillerde yanal katılıkta yaklaşık %10 artış gözlenmiştir. Levitasyonun asıl etkileşim yönü y olduğu için katılık değişimi bu yönde etkilidir. Genel olarak KM ve YSS arasındaki boşluk (gap) azaldığında katılık artacaktır. Bunun tersi de doğrudur. Yani aradaki boşluk artarken katılık azalacaktır. Pozitif yöndeki y değişiminde 1. Kısımdaki boşluk azalırken 2. Kısımdaki boşluk artar. Katılık, KM ve

YSS arasındaki boşluğun 5. kuvvetiyle ters orantılı olduğundan boşluktaki küçük bir miktar azalma her zaman katılıktaki artışına neden olur (Şekil 8.6).

Dikey yer değiştirmenin $K_{yy}^{(v)}$ ve $K_{zz}^{(v)}$ katılıkları üzerine etkileri Şekil 8.7'de gösterilmiştir (Ek 6). Bu durumda her iki katılık değeri de küçük azalmalar göstermiştir.



(a)



(b)

Şekil 8.7. z ile katılık değişimi: (a) $K_{yy}^{(v)}$; (b) $K_{zz}^{(v)}$

9. KM-YSS SİSTEMLERİNİN HAREKET DENKLEMLERİNİN ÇIKARILMASI

Bu bölümde Bölüm 8’de modellenen ve analizi yapılan kalıcı mıknatıs (KM) - yüksek sıcaklık süperiletken (YSS) sistemlerinin dönme dinamiği üzerinde durulacaktır. Önceki bölümde elde edilen manyetik etkileşim potansiyelleri yerçekimi potansiyelleriyle toplanıp toplam etkileşim potansiyeli elde edilecektir. Bu potansiyelden hareket denklemleri Lagrange hareket denklemleri kullanılarak çıkarılacaktır. Sistemlerin dinamik analizlerinin yapılması için hareket denklemlerinin çıkartılması önemlidir. Her iki sistemde de KM’nin hareket denklemleri, yatay (lateral), dikey (vertical), meyil (tilt), yalpalama (precision) ve dönme açılarının (rotating angles) bir fonksiyonudur [36].

9.1. YSS ÜZERİNDE LEVİTE EDİLEN KM’NİN HAREKET DENKLEMLERİNİN ÇIKARILMASI

Bölüm 8.1’de böyle bir sistemin potansiyel enerjisi elde edilmişti (Denklem (8.13)). Silindirik simetriden dolayı x ve y yönlerindeki hareket aynıdır. Bu nedenle bu yönlerdeki hareket radyal yön (r) kullanılarak gösterilebilir.

$$\begin{aligned} x &= r \cos \phi \\ y &= r \sin \phi \end{aligned} \tag{9.1}$$

Denklem (8.13)’e Denklem (9.1)’deki eşitlikler yerleştirilip düzenlenirse U_{tot} elde edilebilir. İfadenin kompleks olması hesaplamada bazı zorluklar meydana getirecektir. Toplam manyetik potansiyelin diyamanyetik kısmında x veya y ’ye bağlı ifade olmadığından dönüşüm yapılmayacaktır. Donmuş görüntü kısmı ise Mathematica gibi analitik çözüm yapan bir yazılım kullanarak çözülebilir. Ek 7’deki ifadeler yazılırsa U_{fro} elde edilir ve diyamanyetik potansiyel ile toplanırsa U_{tot} şu şekilde elde edilir.

$$U_{tot} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{1 + \cos^2 \theta}{(2z)^3} - \frac{1}{2(r^2 + (z+h)^2)^{5/2}} \left((r^2 + (z+h)^2) + 3((z+h)^2 - r^2) \cos 2\theta + 6r(z+h) \sin 2\theta \right) \right] \quad (9.2)$$

Denklem (9.2) manyetik etkileşim potansiyelini ifade eder. KM, YSS yüzeyinden olan uzaklığı ile oluşan yerçekimi potansiyeli ise

$$U_y = Mg \left(\frac{H}{2} + z \right) \quad (9.3)$$

şeklinde olur. Denklem (9.3)'de M , KM'nin kütlesi, g , yerçekimi ivmesi ve H ise KM'nin yüksekliğidir. Dipol, KM'nin geometrik merkezinde olduğu varsayıldığı için yerçekimi potansiyelinde KM'nin yarı yüksekliği alınmıştır. Toplam potansiyel ise manyetik etkileşim potansiyeli (Denklem (9.2)) ve yerçekimi potansiyelinin (Denklem (9.3)) toplamıdır.

$$U_{PE} = U_{tot} + U_y$$

$$= \beta \left[\frac{1 + \cos^2 \theta}{(2z)^3} - \frac{1}{2(r^2 + (z+h)^2)^{5/2}} \left(r^2 + (z+h)^2 + 3((z+h)^2 - r^2) \cos 2\theta + 6r(z+h) \sin 2\theta \right) \right] + Mg \left(\frac{H}{2} + z \right) \quad (9.4)$$

Burada $\beta = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi}$ şeklinde tanımlanmıştır.

Üç boyutlu uzayda KM-YSS sisteminin kinetik enerjisi ise simetrik topacinkine benzerdir ve açısal bileşenlere ek olarak doğrusal bileşenlerde içerir. Bu durumda sistemin kinetik enerjisi şöyledir.

$$U_{KE} = \frac{1}{2} M (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2 + \dot{z}^2) + \frac{1}{2} I_r (\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta + \dot{\theta}^2) + \frac{1}{2} I_z (\dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi})^2 \quad (9.5)$$

Burada ψ , KM'nin dönme açısı (spin angle), I_r ve I_z ise sırayla radyal (radial) ve eksenel (axial) atalet momentleridir. Simetrik topun hareket durumundaki gibi KM bir noktada sabit olmadığı için kinetik enerji açısal bileşenlerden başka uzaysal bileşenler de içerir. $\dot{\psi}, \dot{\phi}$ ve $\dot{\theta}$ gibi birinci türev ifadeleri ise sırayla yalpalama frekansı, dönme frekansı (spinning frequency) ve geri dönme kararlılık oranı (rate of restoring equilibrium) veya meyil açısıdır.

9.1.1. Lagrange Hareket Denklemlerinin Çıkarılması

KM-YSS sistemi Lagrange fonksiyonundan hareketle sistemin hareket denklemleri çıkarılabilir. Böyle bir sistemin Lagrange fonksiyonu kinetik enerjiden potansiyel enerjinin çıkarılmasıyla ifade edilir.

$$L = U_{KE} - U_{PE} \quad (9.6)$$

Sırayla r, z, θ, ϕ ve ψ bileşenleri için hareket denklemleri çıkarılabilir. r 'nin hareket denklemini bulmak için gereken Lagrange eşitliği aşağıdaki gibidir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} \right) - \frac{\partial L}{\partial r} = 0 \quad (9.7)$$

Denklem (9.7)'de verilen ifadeler şöyledir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} &= M\dot{r} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} \right) &= M\ddot{r} \\ \frac{\partial L}{\partial r} &= M r \dot{\phi}^2 - \beta(r_1 + r_2) \end{aligned} \quad (9.8)$$

Denklem (9.8)'de verilen r_1 ve r_2

$$\begin{aligned}
 r_1 &= -\frac{2r - 6r \cos 2\theta + 6(z+h) \sin 2\theta}{2C^{5/2}} \\
 r_2 &= \frac{5r \left(r^2 + (z+h)^2 + 3 \left((z+h)^2 - r^2 \right) \cos 2\theta + 6r(z+h) \sin 2\theta \right)}{2C^{7/2}} \\
 C &= r^2 + (z+h)^2
 \end{aligned} \tag{9.9}$$

şeklinde tanımlanmıştır. Denklem (9.8), Denklem (9.7)'e göre düzenlenirse

$$\ddot{r} = r\dot{\phi}^2 - \frac{\beta}{M}(r_1 + r_2) \tag{9.10}$$

elde edilir.

z 'nin Lagrange eşitliği ise şöyledir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial L}{\partial z} = 0 \tag{9.11}$$

Denklem (9.11)'de verilen ifadeler şu şekildedir.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} &= M\dot{z} \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \right) &= M\ddot{z} \\
 \frac{\partial L}{\partial z} &= -Mg - \beta(z_1 + z_2 + z_3)
 \end{aligned} \tag{9.12}$$

Denklem (9.12)'de verilen z_1 , z_2 ve z_3 sırayla şu şekilde tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned} z_1 &= -\frac{3(1 + \cos^2 \theta)}{8z^4} \\ z_2 &= -\frac{2(z+h) + 6(z+h)\cos 2\theta + 6r\sin 2\theta}{2C^{5/2}} \\ z_3 &= -\frac{5(z+h)\left(r^2 + (z+h)^2 + 3\left((z+h)^2 - r^2\right)\cos 2\theta + 6r(z+h)\sin 2\theta\right)}{2C^{7/2}} \end{aligned} \quad (9.13)$$

Denklem (9.12), Denklem (9.11)'e göre düzenlenirse aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\ddot{z} = -g - \frac{\beta}{M}(z_1 + z_2 + z_3) \quad (9.14)$$

θ için Lagrange ise

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (9.15)$$

şeklinde olur. Denklem (9.15)'de verilen ifadeler

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} &= I_r \dot{\theta} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}\right) &= I_r \ddot{\theta} \\ \frac{\partial L}{\partial \theta} &= I_r \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2 - I_z \sin \theta \dot{\phi} \dot{\psi} - I_z \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2 - \beta(\theta_1 + \theta_2) \end{aligned} \quad (9.16)$$

şeklindedir. Denklem (9.16)'da tanımlanmayan ifadeler ise

$$\begin{aligned} \theta_1 &= -\frac{\sin \theta \cos \theta}{4z^3} \\ \theta_2 &= -\frac{12r(z+h)\cos 2\theta - 6\left((z+h)^2 - r^2\right)\sin 2\theta}{2C^{5/2}} \end{aligned} \quad (9.17)$$

şeklindedir. Denklem (9.16), Denklem (9.15)'e göre düzenlenirse aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\ddot{\theta} = \theta_3 - \frac{\beta}{I_r}(\theta_1 + \theta_2) \quad (9.18)$$

Denklem (9.18)'de verilen θ_3 ise

$$\theta_3 = \frac{(I_r - I_z)}{I_r} \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2 - \frac{I_z}{I_r} \sin \theta \dot{\phi} \dot{\psi} \quad (9.19)$$

ifadesiyle verilmiştir. x ve y düzlemleri arasında kalan açı olan ϕ için yine aynı şekilde Langrange eşitliği aşağıdaki şekildedir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0 \quad (9.20)$$

Denklem (9.20)'de verilen ifadeler

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} &= Mr^2 \dot{\phi} + I_r \sin^2 \theta \dot{\phi} + I_z \cos \theta \dot{\psi} + I_z \cos^2 \theta \dot{\phi} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) &= 2Mr \dot{r} \dot{\phi} + Mr^2 \ddot{\phi} + I_r \sin^2 \theta \ddot{\phi} + 2I_r \sin \theta \cos \theta \dot{\phi} \dot{\theta} \\ &\quad + I_z \cos \theta \ddot{\psi} - I_z \sin \theta \dot{\psi} \dot{\theta} + I_z \cos^2 \theta \ddot{\phi} - 2I_z \sin \theta \cos \theta \dot{\phi} \dot{\theta} \\ \frac{\partial L}{\partial \phi} &= 0 \end{aligned} \quad (9.21)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Denklem (9.21), Denklem (9.20)'e göre düzenlenirse aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\ddot{\phi} = -\frac{\phi_2}{\phi_1} \quad (9.22)$$

Denklem (9.22)'de verilen ifadeler ise şöyledir.

$$\begin{aligned}\phi_1 &= Mr^2 + I_r \sin^2 \theta + I_z \cos^2 \theta \\ \phi_2 &= 2Mr\dot{r}\dot{\phi} + 2(I_r - I_z)\sin \theta \cos \theta \dot{\phi}\dot{\theta} + I_z \cos \theta \ddot{\psi} - I_z \sin \theta \dot{\psi}\dot{\theta}\end{aligned}\quad (9.23)$$

Son olarak ψ için Lagrange eşitliği ise

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} = 0 \quad (9.24)$$

şeklindedir. Bu denklemde verilen ifadeler şu şekildedir.

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} &= I_z \dot{\psi} + I_z \cos \theta \dot{\phi} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) &= I_z \ddot{\psi} + I_z \cos \theta \ddot{\phi} - I_z \sin \theta \dot{\phi}\dot{\theta} \\ \frac{\partial L}{\partial \psi} &= 0\end{aligned}\quad (9.25)$$

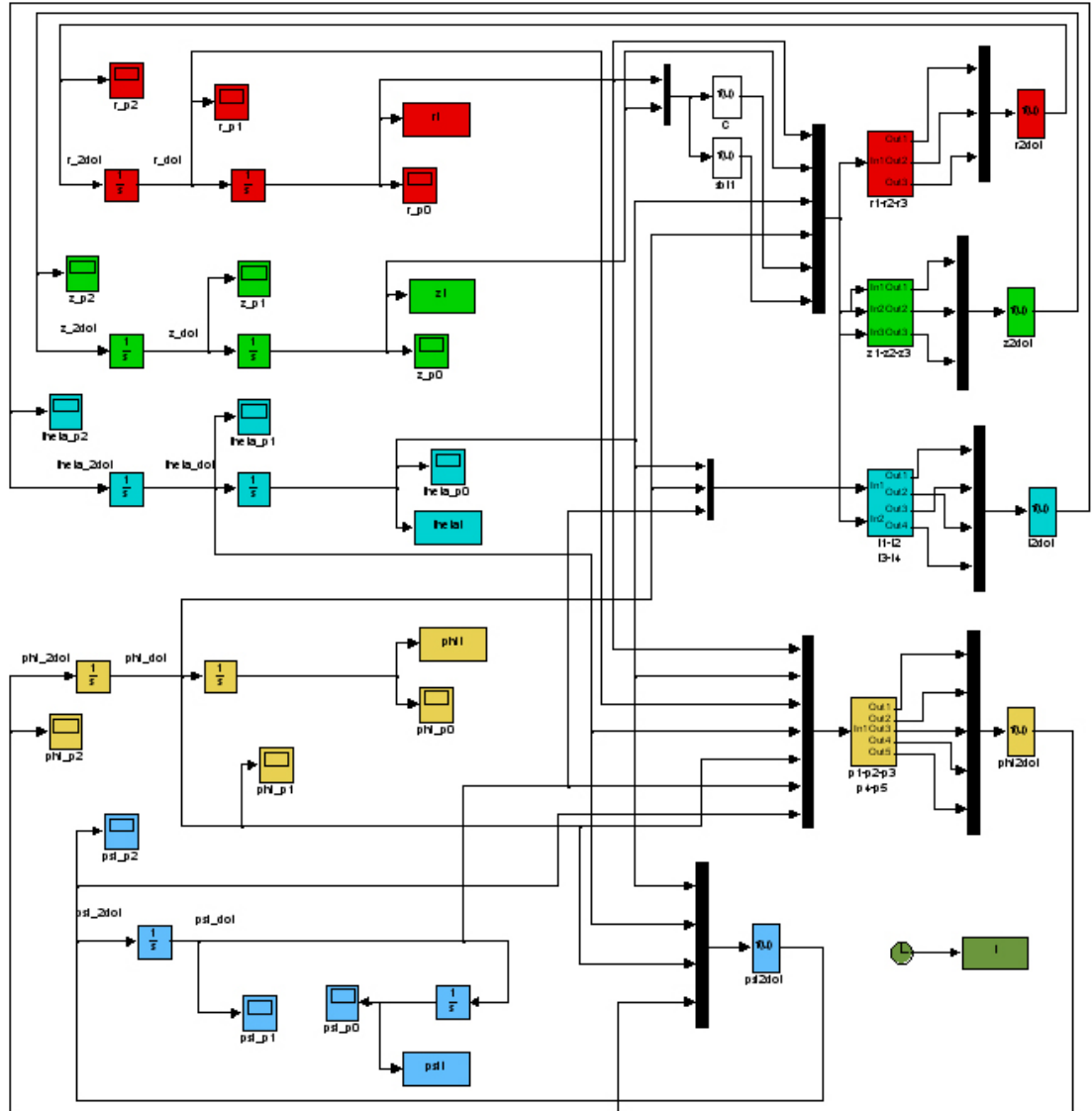
Denklem (9.25), Denklem (9.24)'e göre düzenlenirse aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\ddot{\psi} = -\cos \theta \ddot{\phi} + \sin \theta \dot{\phi}\dot{\theta} \quad (9.26)$$

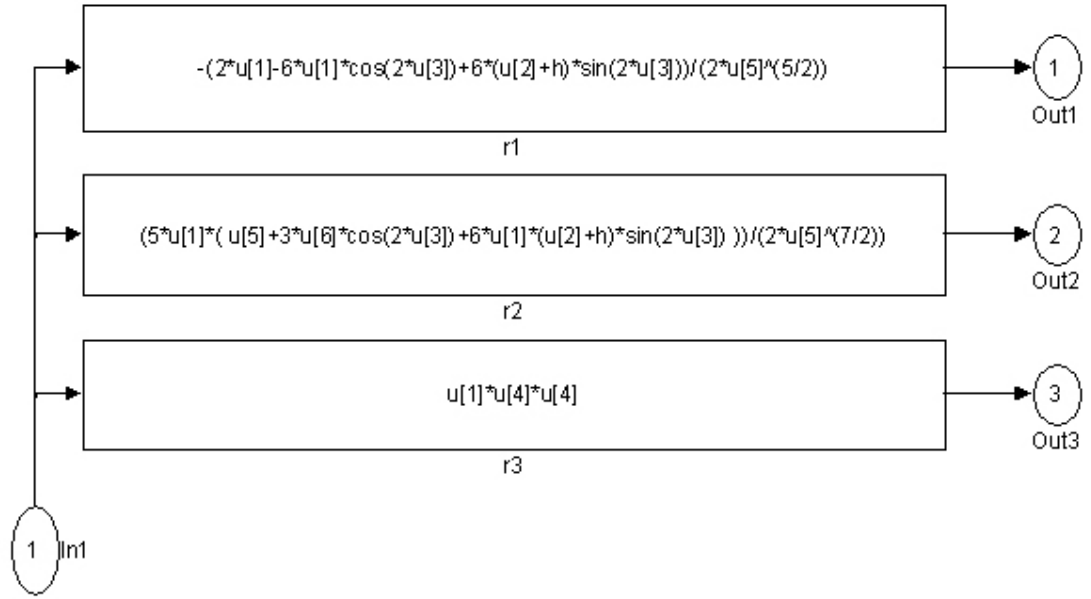
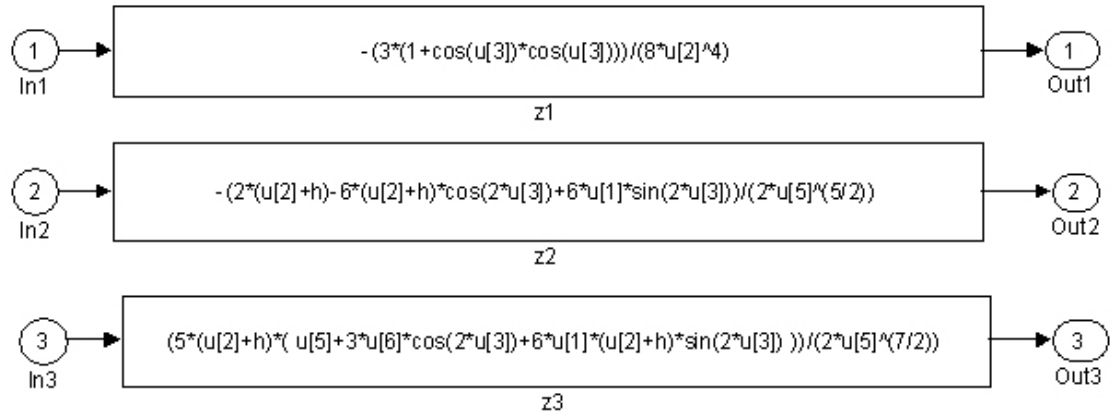
Denklem (9.7) ve Denklem (9.26) arasındaki ifadeler Ek 8'de gösterilen şekilde Mathematica'da elde edilebilir.

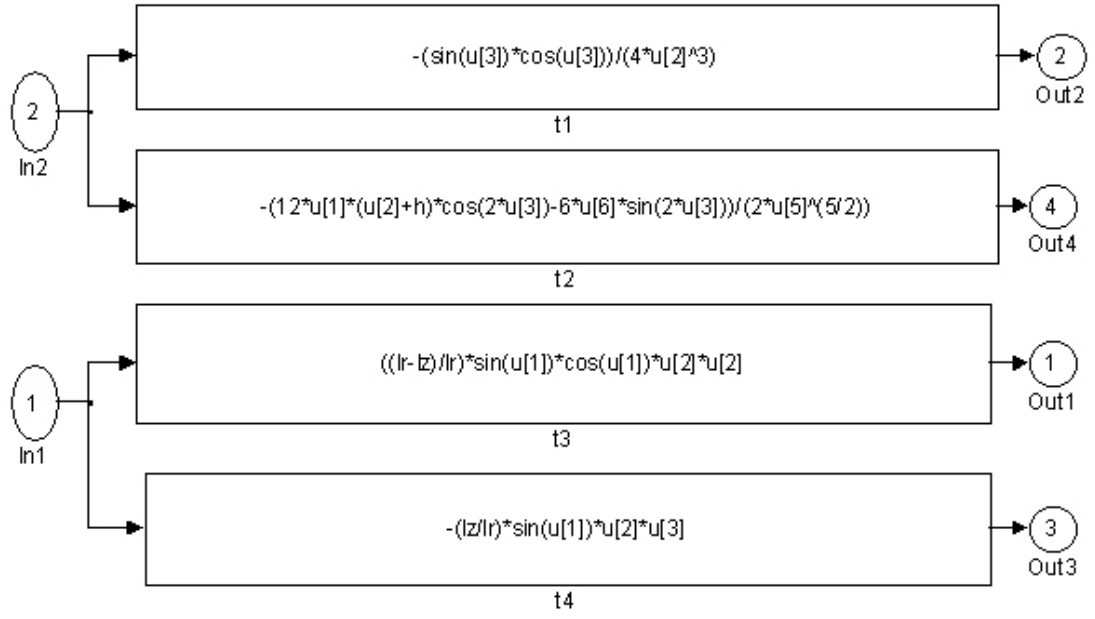
9.1.2. Hareket Denklemlerinin Simülasyonları

Denklem (9.7) ve Denklem (9.26) arasında elde edilen matematiksel ifadeler Matlab/Simulink'de simülasyon blokları kurulmuştur. Şekil 9.1 genel simülasyonu ve Şekil 9.2, 9.3, 9.4 ve 9.5 ise simülasyonun alt bloklarını göstermektedir.



Şekil 9.1. YSS üzerinde levite olan KM'nin simülasyon bloğu

Şekil 9.2. r için simülasyon alt bloğuŞekil 9.3. z için simülasyon alt bloğu



Şekil 9.4. θ için simülasyon alt bloğu



Şekil 9.5. ϕ için simülasyon alt bloğu

9.2. SİLİNDİR HALKA ŞEKLİNDE KM-YSS DİKEY YATAK SİSTEMİNİN HAREKET DENKLEMLERİNİN ÇIKARILMASI

Bölüm 8.2’de böyle bir sistemin potansiyel enerjisi (Denklem (8.39)) elde edilmişti. Mühendislikte geniş uygulama alanı olan böyle bir sistem için hareket ve dönme dinamiklerinin bilinmesi sistemin dinamik davranışı açısından önemlidir. Sistemdeki simetriden dolayı x ve y yönlerindeki hareket aynı olduğundan bu yönlerdeki hareketler radyal yön (r) kullanılarak gösterilebilir.

$$\begin{aligned} x &= r \cos \phi \\ y &= r \sin \phi \end{aligned} \quad (9.27)$$

Denklem (8.39)’a Denklem (9.27)’deki eşitlikler yerleştirilip düzenlenirse U_{tot} elde edilebilir. U_{tot} , Mathematica kullanılarak şu şekilde elde edilir (Ek 9).

$$\begin{aligned} U_{tot} = \beta \left[\lambda_8 \left(\frac{1}{\Omega_1^3} + \frac{1}{\Omega_2^3} \right) + \lambda_3 \left(\frac{\Omega_1^2}{L_T^{5/2}} + \frac{\Omega_2^2}{N_T^{5/2}} \right) + z^2 \left(\frac{1}{L_T^{5/2}} + \frac{1}{N_T^{5/2}} \right) \lambda_4 \right. \\ \left. + z \left(-\frac{6\Omega_1}{L_T^{5/2}} - \frac{6\Omega_2}{N_T^{5/2}} \right) \lambda_7 \right] \end{aligned} \quad (9.28)$$

Dönüşümden sonra Denklem (9.28)’de verilen ifadeler şu şekilde olur.

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= 2d - r \sin \phi \\ \Omega_2 &= 2d + r \sin \phi \\ L_T &= z^2 + (2d - r \sin \phi)^2 \\ N_T &= z^2 + (2d + r \sin \phi)^2 \end{aligned} \quad (9.29)$$

Sistemin yerçekimi potansiyeli ise şöyledir.

$$U_y = Mg \left(\frac{H}{2} + z \right) \quad (9.30)$$

Toplam potansiyel, manyetik etkileşim potansiyeli (Denklem (9.28)) ve yerçekimi potansiyelinin (Denklem (9.30)) toplamıdır.

$$\begin{aligned}
 U_{PE} &= U_{tot} + U_y \\
 &= \beta \left[\lambda_8 \left(\frac{1}{\Omega_1^3} + \frac{1}{\Omega_2^3} \right) + \lambda_3 \left(\frac{\Omega_1^2}{L_T^{5/2}} + \frac{\Omega_2^2}{N_T^{5/2}} \right) + z^2 \left(\frac{1}{L_T^{5/2}} + \frac{1}{N_T^{5/2}} \right) \lambda_4 \right. \\
 &\quad \left. + z \left(-\frac{6\Omega_1}{L_T^{5/2}} - \frac{6\Omega_2}{N_T^{5/2}} \right) \lambda_7 \right] + Mg \left(\frac{H}{2} + z \right)
 \end{aligned} \quad (9.31)$$

Daha önce belirtildiği gibi KM'nin kinetik enerjisi simetri topaca benzediği için kinetik enerji için Denklem (9.5) alınabilir.

9.2.1. Lagrange Hareket Denklemlerinin Çıkarılması

Sistemin Lagrange fonksiyonu kinetik enerjiden potansiyelin çıkarılmasıyla ifade edilir (Denklem (9.6)). Sırayla r , z , θ , ϕ ve ψ bileşenleri için hareket denklemleri çıkarılabilir. r 'nin hareket denklemini bulmak için gereken Langrange eşitliği aşağıdaki gibidir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} \right) - \frac{\partial L}{\partial r} = 0 \quad (9.32)$$

Denklem (9.32)'de verilen ifadeler şöyledir.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial \dot{r}} &= M\dot{r} \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{r}} \right) &= M\ddot{r} \\
 \frac{\partial L}{\partial r} &= M\dot{\phi}^2 - \beta(r_1 + r_2 + r_3 + r_4)
 \end{aligned} \quad (9.33)$$

Denklem (9.33)'de verilen r_1 , r_2 , r_3 ve r_4

$$\begin{aligned}
 r_1 &= \left(\frac{3 \sin \phi}{\Omega_1^4} - \frac{3 \sin \phi}{\Omega_2^4} \right) \lambda_8 \\
 r_2 &= \left(\frac{5 \sin \phi \Omega_1^3}{L_T^{7/2}} - \frac{2 \sin \phi \Omega_1}{L_T^{5/2}} - \frac{5 \sin \phi \Omega_2^3}{N_T^{7/2}} + \frac{2 \sin \phi \Omega_2}{N_T^{5/2}} \right) \lambda_3 \\
 r_3 &= z^2 \left(\frac{5 \sin \phi \Omega_1}{L_T^{7/2}} - \frac{5 \sin \phi \Omega_2}{N_T^{7/2}} \right) \lambda_4 \\
 r_4 &= z \left(-\frac{30 \sin \phi \Omega_1^2}{L_T^{7/2}} + \frac{6 \sin \phi}{L_T^{5/2}} + \frac{30 \sin \phi \Omega_2^2}{N_T^{7/2}} - \frac{6 \sin \phi}{N_T^{5/2}} \right) \lambda_7
 \end{aligned} \tag{9.34}$$

şeklinde tanımlanmıştır. Denklem (9.33), Denklem (9.32)'e göre düzenlenirse

$$\ddot{r} = r\dot{\phi}^2 - \frac{\beta}{M}(r_1 + r_2 + r_3 + r_4) \tag{9.35}$$

elde edilir.

z 'nin Lagrange eşitliği ise şöyledir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \right) - \frac{\partial L}{\partial z} = 0 \tag{9.36}$$

Denklem (9.36)'de verilen ifadeler şu şekildedir.

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial \dot{z}} &= M\dot{z} \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{z}} \right) &= M\ddot{z} \\
 \frac{\partial L}{\partial z} &= -Mg - \beta(z_1 + z_2 + z_3)
 \end{aligned} \tag{9.37}$$

Denklem (9.37)'de verilen z_1 , z_2 ve z_3 sırayla şu şekilde tanımlanmıştır.

$$\begin{aligned}
 z_1 &= \left(-\frac{5z\Omega_1^2}{L_T^{7/2}} - \frac{5z\Omega_2^2}{N_T^{7/2}} \right) \lambda_3 \\
 z_2 &= \left[2z \left(\frac{1}{L_T^{5/2}} + \frac{1}{N_T^{5/2}} \right) + z^2 \left(-\frac{5z}{L_T^{7/2}} - \frac{5z}{N_T^{7/2}} \right) \right] \lambda_4 \\
 z_3 &= \left[-\frac{6\Omega_1}{L_T^{5/2}} - \frac{6\Omega_2}{N_T^{5/2}} + z \left(\frac{30z\Omega_1}{L_T^{7/2}} + \frac{30z\Omega_2}{N_T^{7/2}} \right) \right] \lambda_7
 \end{aligned} \tag{9.38}$$

Denklem (9.37), Denklem (9.36)'ye göre düzenlenirse aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\ddot{z} = -g - \frac{\beta}{M}(z_1 + z_2 + z_3) \tag{9.39}$$

θ için Lagrange ise

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \tag{9.40}$$

şeklinde olur. Denklem (9.40)'de verilen ifadeler

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} &= I_r \dot{\theta} \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) &= I_r \ddot{\theta} \\
 \frac{\partial L}{\partial \theta} &= I_r \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2 - I_z \sin \theta \dot{\phi} \dot{\psi} - I_z \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2 - \beta(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4)
 \end{aligned} \tag{9.41}$$

şeklindedir. Denklem (9.41)'da tanımlanmayan ifadeler ise

$$\begin{aligned}
 \theta_1 &= 2 \sin \phi \left[\left(\frac{1}{\Omega_1^3} + \frac{1}{\Omega_2^3} \right) - 3 \left(\frac{\Omega_1^2}{L_T^{5/2}} + \frac{\Omega_2^2}{N_T^{5/2}} \right) \right] \lambda_7 \\
 \theta_2 &= 6z^2 \left(\frac{1}{L_T^{5/2}} + \frac{1}{N_T^{5/2}} \right) \sin \theta \cos \theta \\
 \theta_3 &= -z \left(-\frac{6\Omega_1}{L_T^{5/2}} - \frac{6\Omega_2}{N_T^{5/2}} \right) \sin^2 \theta \sin \phi \\
 \theta_4 &= z \left(-\frac{6\Omega_1}{L_T^{5/2}} - \frac{6\Omega_2}{N_T^{5/2}} \right) \sin \phi \cos^2 \theta
 \end{aligned} \tag{9.42}$$

Denklem (9.41), Denklem (9.40)'e göre düzenlenirse aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\ddot{\theta} = \theta_s - \frac{\beta}{I_r} (\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \tag{9.43}$$

Denklem (9.18)'de verilen θ_s ise

$$\theta_s = \frac{(I_r - I_z)}{I_r} \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2 - \frac{I_z}{I_r} \sin \theta \dot{\phi} \dot{\psi} \tag{9.44}$$

ifadesiyle verilmiştir. x ve y düzlemleri arasında kalan açı olan ϕ için yine aynı şekilde Langrange eşitliği aşağıdaki şekildedir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \phi} = 0 \tag{9.45}$$

Denklem (9.45)'de verilen ifadeler

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} &= Mr^2 \dot{\phi} + I_r \sin^2 \theta \dot{\phi} + I_z \cos \theta \dot{\psi} + I_z \cos^2 \theta \dot{\phi} \\
 \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) &= 2Mr \dot{r} \dot{\phi} + Mr^2 \ddot{\phi} + I_r \sin^2 \theta \ddot{\phi} + 2I_r \sin \theta \cos \theta \dot{\phi} \dot{\theta} \\
 &\quad + I_z \cos \theta \ddot{\psi} - I_z \sin \theta \dot{\psi} \dot{\theta} + I_z \cos^2 \theta \ddot{\phi} - 2I_z \sin \theta \cos \theta \dot{\phi} \dot{\theta} \\
 \frac{\partial L}{\partial \phi} &= -\beta (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \phi_5 + \phi_6 + \phi_7)
 \end{aligned} \tag{9.46}$$

Denklem (9.46)'da verilen $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, \phi_5, \phi_6$ ve ϕ_7

$$\begin{aligned}
 \phi_1 &= \left(\frac{3r \cos \phi}{\Omega_1^4} - \frac{3r \cos \phi}{\Omega_2^4} \right) \lambda_8 \\
 \phi_2 &= \left(\frac{5r \cos \phi \Omega_1^3}{L_T^{7/2}} - \frac{2r \cos \phi \Omega_1}{L_T^{5/2}} - \frac{5r \cos \phi \Omega_2^3}{N_T^{7/2}} + \frac{2r \cos \phi \Omega_2}{N_T^{5/2}} \right) \lambda_3 \\
 \phi_3 &= z^2 \left(\frac{5r \cos \phi \Omega_1}{L_T^{7/2}} - \frac{5r \cos \phi \Omega_2}{N_T^{7/2}} \right) \lambda_4 \\
 \phi_4 &= z \left(-\frac{30r \cos \phi \Omega_1^2}{L_T^{7/2}} + \frac{6r \cos \phi}{L_T^{5/2}} + \frac{30r \cos \phi \Omega_2^2}{N_T^{7/2}} - \frac{6r \cos \phi}{N_T^{5/2}} \right) \lambda_7 \\
 \phi_5 &= 2 \left(\frac{1}{\Omega_1^3} + \frac{1}{\Omega_2^3} \right) \sin^2 \theta \sin \phi \cos \phi \\
 \phi_6 &= z \left(-\frac{6\Omega_1}{L_T^{5/2}} - \frac{6\Omega_2}{N_T^{5/2}} \right) \sin \theta \cos \theta \cos \phi \\
 \phi_7 &= -6 \left(\frac{\Omega_1^2}{L_T^{5/2}} + \frac{\Omega_2^2}{N_T^{5/2}} \right) \sin^2 \theta \sin \phi \cos \phi
 \end{aligned} \tag{9.47}$$

şeklinde tanımlanmıştır. Denklem (9.46), Denklem (9.45)'ya göre düzenlenirse aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\ddot{\phi} = -\frac{\phi_8 + \beta (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \phi_5 + \phi_6 + \phi_7)}{\phi_8} \tag{9.48}$$

Denklem (9.48)'de verilen ifadeler ise şöyledir.

$$\begin{aligned}\phi_8 &= Mr^2 + I_r \sin^2 \theta + I_z \cos^2 \theta \\ \phi_9 &= 2Mr\dot{r}\dot{\phi} + 2(I_r - I_z)\sin \theta \cos \theta \dot{\phi}\dot{\theta} + I_z \cos \theta \dot{\psi} - I_z \sin \theta \dot{\psi}\dot{\theta}\end{aligned}\quad (9.49)$$

Son olarak ψ için Lagrange eşitliği ise

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} = 0 \quad (9.50)$$

şeklindedir. Bu denklemde verilen ifadeler şu şekildedir.

$$\begin{aligned}\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} &= I_z \dot{\psi} + I_z \cos \theta \dot{\phi} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) &= I_z \ddot{\psi} + I_z \cos \theta \ddot{\phi} - I_z \sin \theta \dot{\phi}\dot{\theta} \\ \frac{\partial L}{\partial \psi} &= 0\end{aligned}\quad (9.51)$$

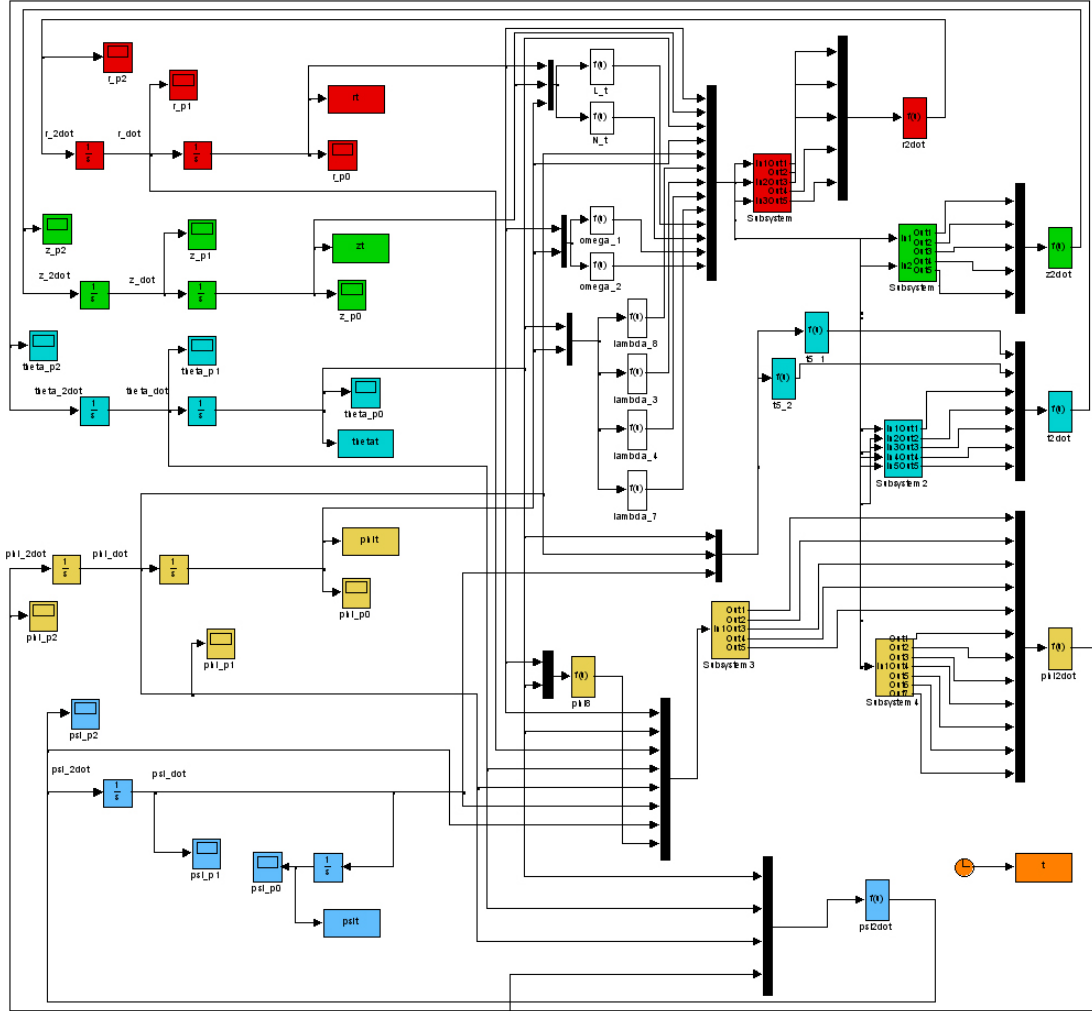
Denklem (9.51), Denklem (9.50)'e göre düzenlenirse aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\ddot{\psi} = -\cos \theta \ddot{\phi} + \sin \theta \dot{\phi}\dot{\theta} \quad (9.52)$$

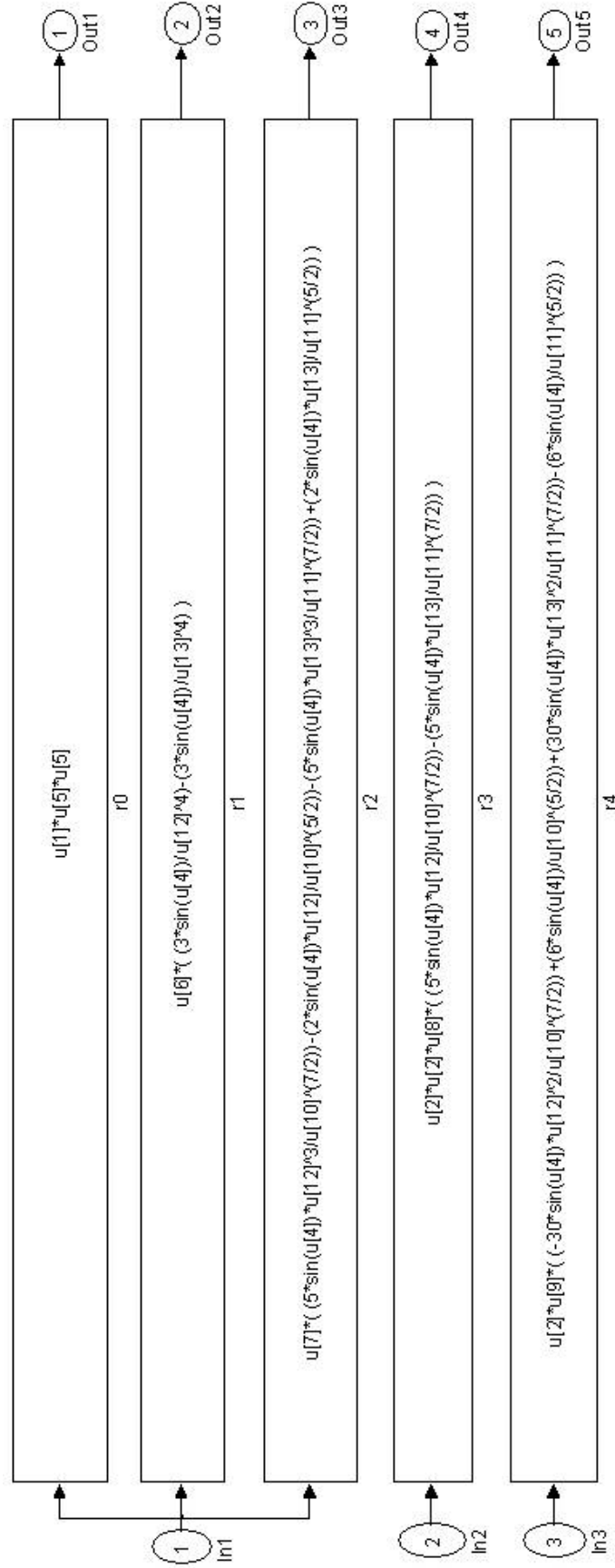
Denklem (9.32) ve Denklem (9.52) arasındaki ifadeler Ek 10'de gösterilen şekilde Mathematica'da elde edilebilir.

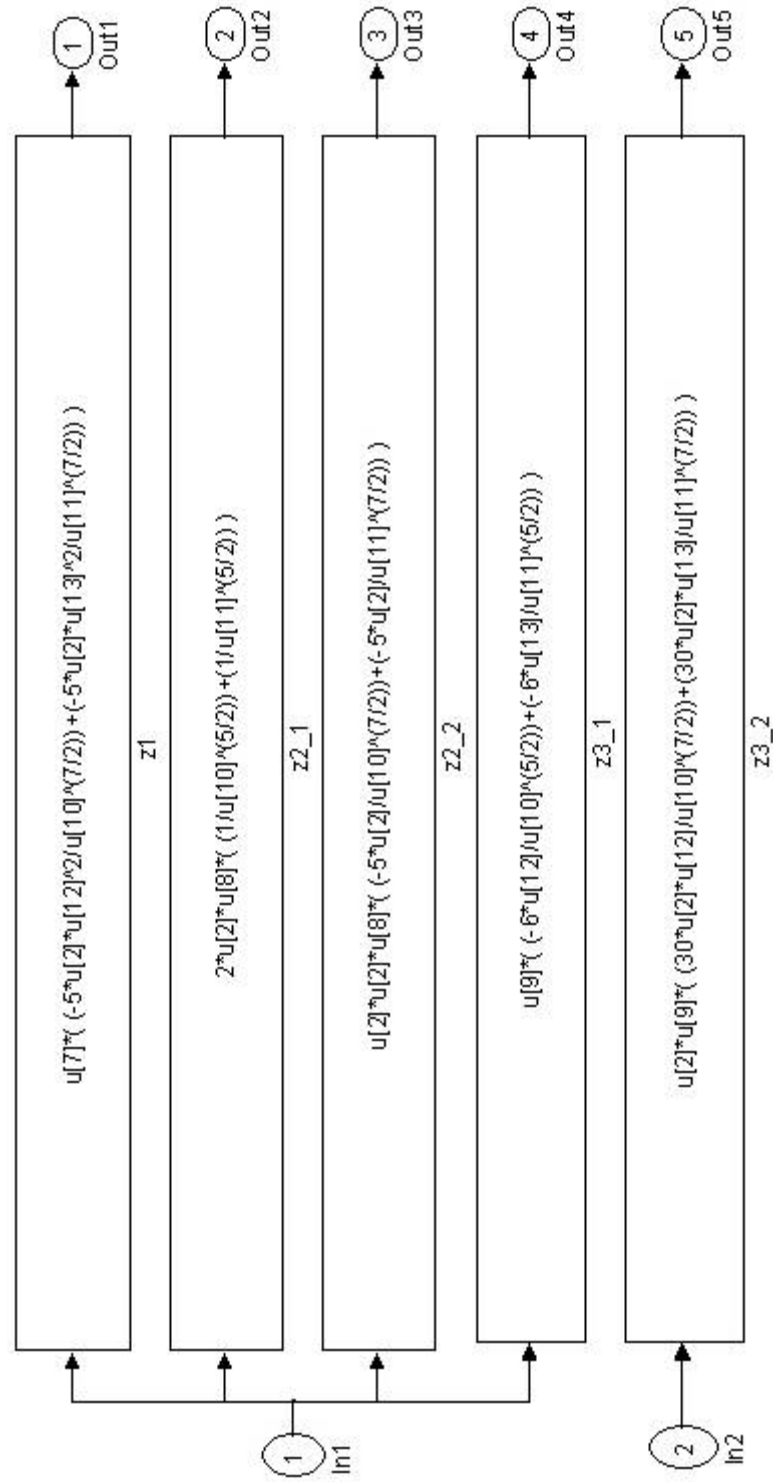
9.2.2. Hareket Denklemlerinin Simülasyonları

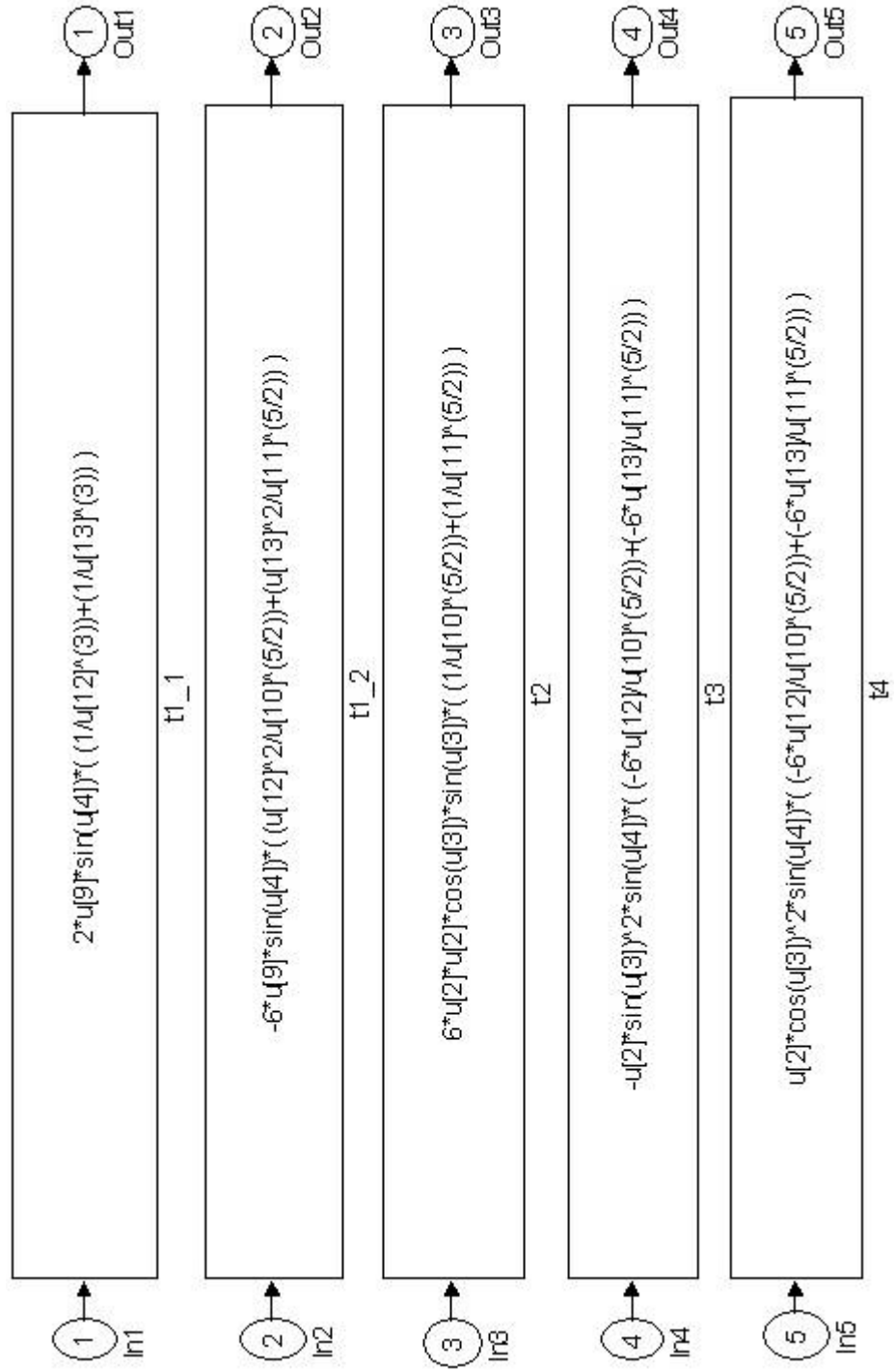
Denklem (9.32) ve Denklem (9.52) arasında elde edilen matematiksel ifadeler Matlab/Simulink'de simülasyon blokları kurulmuştur. Şekil 9.6 genel simülasyonu ve Şekil 9.7, 9.8, 9.9 ve 9.10 ise simülasyonların alt bloklarını göstermektedir.

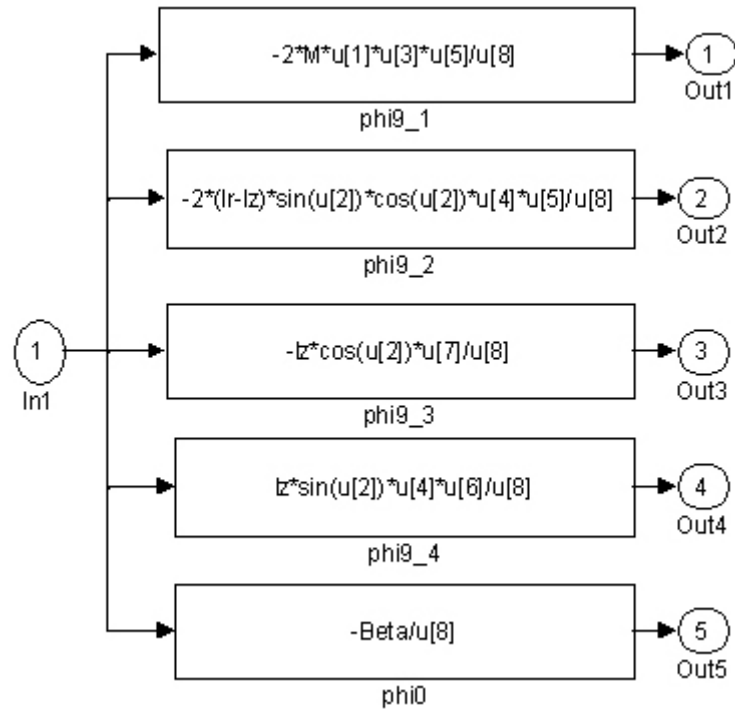


Şekil 9.6. Silindir halka şeklinde KM-YSS dikey yatak sisteminin simülasyon bloğu

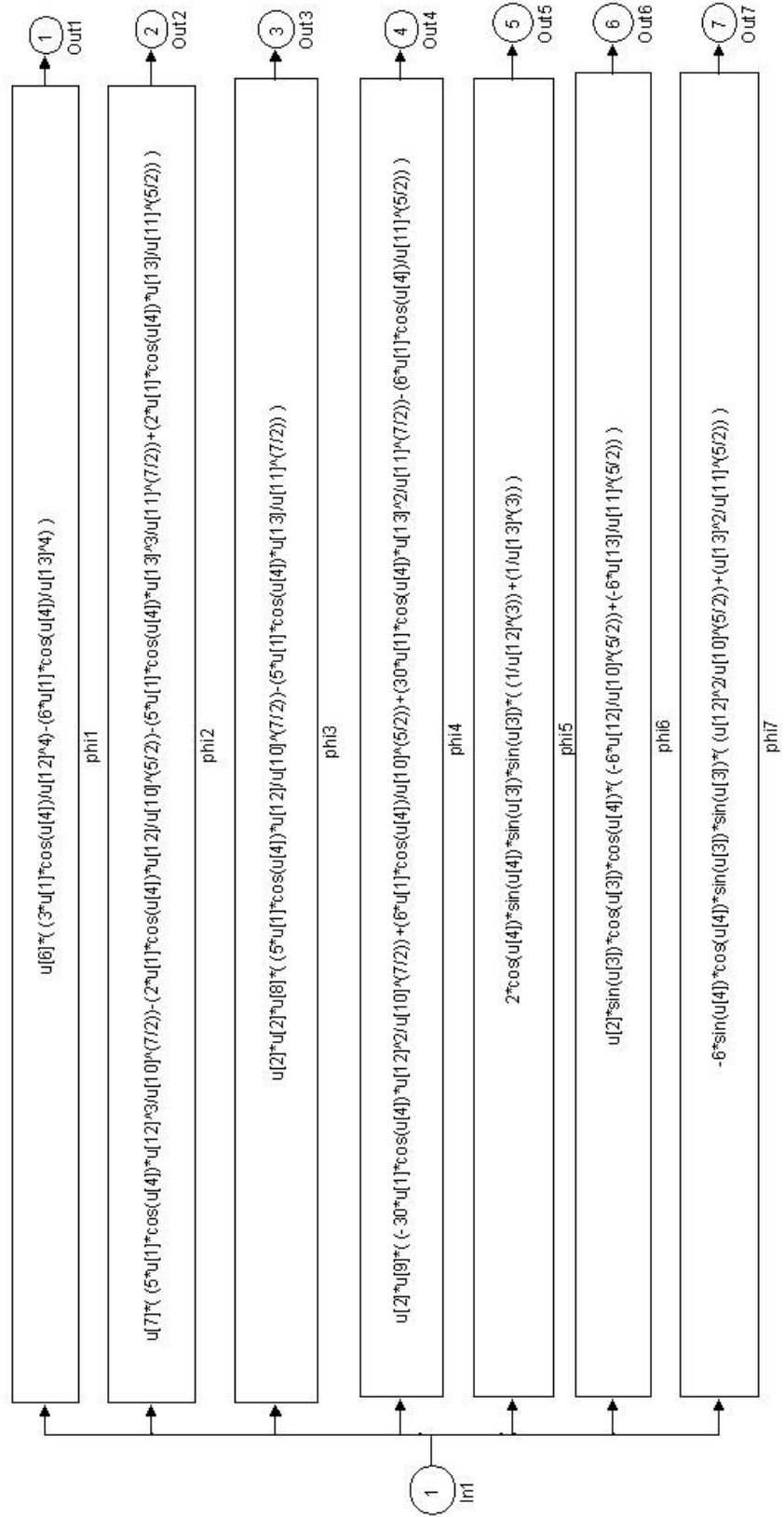
Şekil 9.7. r için simülasyon alt bloğu

Şekil 9.8. z için simülasyon alt bloğu

Şekil 9.9. θ için simülasyon alt bloğu



(a) ϕ için simülasyon birinci alt bloğu

(b) ϕ için simülasyon ikinci alt bloğuŞekil 9.10. ϕ için simülasyon alt blokları

10. SONUÇ VE ÖNERİLER

Makine elemanlarının pratikte yataklanması kaymalı, bilyeli, pnömatik vb. yataklar ile olmaktadır. Bu tür yataklar direkt fiziksel temas yoluyla yataklama sağladıkları için sürtünmeler meydana getirirler. Bu sürtünmeler çeşitli yağlayıcılar kullanılarak azaltılabilir fakat yok edilemez. Ve sonuçta makinede aşınma ve yıpranmalar meydana gelerek yatağın kullanım ömrünü kısaltır. Ayrıca bu sürtünmeler makinelerde güç kaybı meydana getirir.

Makinelerde oluşan bu tür olumsuzlukları önlemek için manyetik kuvvetlerin kullanılması ile temassız yataklanmanın sağlandığı manyetik yatak teknolojisi son 20 yıldır endüstriyel olarak uygulanabilir hale gelmiştir. Temas olmaksızın iki şekilde yatak yapılabilir. İlki, daha önce de Doç. Dr. Selim Sivrioğlu danışmanlığında yürütülen bir tez olan aktif manyetik yataklardır. Diğer temassız yatak tipi ise pasif manyetik yatak olan süperiletken manyetik yataklardır. Manyetik yatakların dezavantajı ise sistemlerden elde edilebilecek katılığın düşük olmasıdır. Mekanik yataklardan elde edilen yüzey kuvveti (contact force) ve rijitlikle karşılaştırıldığında aktif manyetik yataklardan elde edilebilecek manyetik kuvvet ve katılık, 3 kez daha zayıf ve pasif süperiletken mıknatıs yataklarından elde edilebilecek manyetik kuvvet ve katılık ise ekstra 1 veya 2 kez daha zayıftır. Süperiletken manyetik yataklardaki bu dezavantaj hibrid tip yatak dizaynlarıyla geliştirilebilir. Bu dizaynlar arasında karma-μ yatak oldukça dikkat çekicidir. Katılığı arttırmak için yeni metotlar ve dizaynlar üzerine çalışılmalıdır.

Yeni dizaynların uygulamadan önce modellenmesi sistemin davranışı hakkında bilgi verecektir. Levitasyon, çok karmaşık bir durum olduğundan kullanılan modelin tam olarak sistemin davranışını karşılaması şuan için mümkün değildir. Fakat donmuş görüntü modeli, sistem parametrelerinin karşılıklı etkileşimini içerdiği için çok yaklaşık bir çözüm sağlar. Bölüm 8.2.'de düşünülen KM-YSS sistemi pratik olarak uygulanabilir ve donmuş görüntü modeli kullanılarak bu sistem modellenmiştir. Bu konfigürasyonun manyetik potansiyeli türetilerek her yön için elde edilen manyetik potansiyelden katılıklar çıkarılmıştır. Farklı durumlar için sistemin katılık değişimi analiz edildi. KM'nin yanal yer değiştirmesi durumunda

y'deki değişim, dinamik katılık etkisinden dolayı radyal katılığın %10 artışına sebep olur.

Süperiletkenler süperiletkenlik özelliklerini düşük sıcaklıklarda kazandıkları için soğutulma gerekliliği oda sıcaklığında süperiletken malzemeler bulunana kadar devam edecektir. Süperiletkenlerin farklı uygulamaları için farklı soğutucular (cryocoolers) tasarlamak gereklidir. İyi bir soğutucu tasarımında süperiletkenlerin soğutulduğu kısmın ısı iletim katsayısı yüksek olmalı ve mıknatıs-süperiletken sisteminin çalışmasına engel olmamalıdır. Sıvı nitrojen sıcaklıklarında (-196 °C) yüksek sıcaklık süperiletkenlerinin bulunuşu uygulamayı kolaylaştırmıştır. Ancak sıvı nitrojenden daha düşük sıcaklıklarda YSS'ler daha iyi akım yoğunluklarına ulaştıkları için bazı uygulamalarda sıvı nitrojenden daha düşük sıcaklıklar gerekebilir. Diğer bir çözüm ise süperiletkenlerin homojenliğinin artırılmasıdır. Laboratuvar ortamında üretilen süperiletkenler tek kristal olduğundan tane (grain) halinde üretilen süperiletkenlerde kristaller arası boşluklar oluşabileceği için aynı homojenlik sağlanamamaktadır.

Halen teorik bakımdan süperiletkenlik ile ilgili birçok şey bilinmemektedir. Yeni malzemeler üretmek için süperiletkenliğin teorisi geliştirilmelidir. Örneğin hangi elementten ne kadar alarak yeni bir tür malzeme oluşturulursa bunun süperiletkenliğe geçiş sıcaklığı teorik olarak tahmin edilememektedir. Halen laboratuvarlarda malzemeler birbirine katıştırılıp deneysel olarak kritik geçiş sıcaklığı ölçülmektedir. Yeni malzemeler geliştirilerek kritik akım yoğunlukları (J_c) artırılmalıdır. Levitasyon kuvvetini ve katılığı arttırmanın bir yolu da budur.

Süperiletkenlerin gelişimi yanında uygulama açısından mıknatıs teknolojisi de gelişmelidir. Mıknatısların mıknatıslanması, manyetik alan çizgilerinin daha düzenli dağılımı ve eksenel olarak simetrileri arttıkça KM-YSS sistemlerinin kayıplarını azaltacaktır.

Süperiletkenlerin üretimi yüksek teknoloji gerektirdiğinden üretim maliyetleri yüksektir. Bu nedenle ticari kullanımları şuan için kısıtlıdır. İleride yeni malzemeler bulunarak kullanımları daha da avantajlı hale getirileceklerdir.

KAYNAKLAR

- [1]. Arkadiev, V., **Journal of Physics-USSR**, Vol. 9, 148, 1945
- [2]. Arkadiev, V., **Nature**, Vol. 160, 330, 1947
- [3]. Buchhold, T. A., **Scientific American**, Vol.202 (3), 74, 1960
- [4]. Schoch, K. F., **Advance Cryogenic Engineering**, Vol. 6, 65, 1960
- [5]. Buchhold, T. A., **Cryogenics**, Vol. 5, 216, 1965
- [6]. Hull, J. R., “*Superconducting Bearings*”, **Superconductor Science and Technology**, Vol. 13, pp. 1–15, 2000
- [7]. Ma K. B., Postrekhin, Y. V. and Chu, W. K., “*Superconductor and Magnet Levitation Devices*”, **Review of Scientific Instruments**, Vol. 74, pp. 4989–5017, 2003
- [8]. Sivrioglu, S. and Nonami, K., “*Dynamical Analysis of a Flywheel–Superconducting Bearing with a Moving Magnet Support*”, **Superconductor Science and Technology**, Vol. 16, pp. 1268–1272, 2003
- [9]. Walter, H., Bock, J., Frohne, Ch., Schippl, K., May, H., Canders, W. R., Kummeth, P., Nick, W. and Neumueller, H-W., “*First Heavy Load Bearing For Industrial Application With Shaft Loads up to 10 kN*”, **Journal of Physics: Conference Series**, Vol. 43, pp. 995–998, 2006
- [10]. Werfel, F.N., Floegel-Delor, U., Riedel, T., Rothfeld, R., Wippich, D., Goebel, B., Kummeth, P., Neumueller, H.-W., Nick, W., “*Progress toward 500 kg HTS Bearings*”, **IEEE Transactions on Applied Superconductivity**, Vol. 13, pp. 2173–2178, 2003
- [11]. Hull, J. R. and Cansiz, A., “*Vertical And Lateral Forces between a Permanent Magnet and a High-Temperature Superconductor*”, **Journal of Applied Physics**, Vol. 86, pp. 6396–6404, 1999
- [12]. Hull, J. R., “*Effect of Permanent-Magnet Irregularities in Levitation Force Measurements*”, **Superconductor Science and Technology**, Vol. 13, pp. 854–856, 2000

- [13]. Lee, H. and Iwasa, Y., “*Levitation Force in YBCO/Nd-Fe-B Permanent Magnet System*”, **IEEE Transactions on Applied Superconductivity**, Vol. 11, pp. 1805–1807, 2001
- [14] Marouchkine, A., *Room-Temperature Superconductivity*, **Cambridge International Science Publishing**, 2004
- [15] Superconductor History, <http://www.superconductors.org/History.htm>, (Eriřim Tarihi: Ekim 2006)
- [16] Superconductivity – Wikipedia, the free encyclopedia, http://en.wikipedia.org/wiki/Superconductivity#History_of_superconductivity, (Eriřim Tarihi: Ekim 2006)
- [17] Charles Kittel, *Introduction to Solid State Physics*, **Wiley**, 1986
- [18] Lawrence Dresner, *Stability of Superconductors*, **Kluwer Academic Publishers**, 2002
- [19] Frank J. Blatt, *Modern Physics*, **Mcgraw-Hill College**, 1992
- [20] Superconductor Terms, <http://www.superconductors.org/terms.htm>, (Eriřim Tarihi: Ekim 2006)
- [21] Hook, J.R., Hall, H.E.; Çevirenler: Fevzi Köksal, Mustafa Altunbaş, Muharrem Dinçer, Engin Başaran, *Katıhal fiziğı*, **Literatür Yayınları**, 1999
- [22] Sivrioğlu, S., *Süperiletkenlik ve Manyetik Levitasyon Bilgi Notu*, 2006
- [23] Superconducting Levitation, <http://www.fysikk.uio.no/super/levitation/index.html>, (Eriřim Tarihi: Ekim 2006)
- [24] Pinned Superconductor, <http://www.superconductors.org/pinnedsc.gif>, (Eriřim Tarihi: Ekim 2006)
- [25] Ki Bui Ma, “*Application of High Temperature Superconductors in Magnetic Bearings and Flywheels*”, **Proceedings of the NATO Advanced Study Institute**, Loen, Norway, 1997
- [26] Cansiz, A., Campbell, A. M., Coombs, T. A., “*An Evershed Type Superconducting Flywheel Bearing*”, **Physica C: Superconductivity**, Vol. 390, p. 305-310, 2003
- [27] Coombs, T. A., Campbell, A. M., Ganney, I., Lo, W., Twardowski, T., Dawson, B., “*Superconducting Bearings in Flywheels*”, **Materials Science and Engineering: B**, Vol. 53, pp. 225-228, 1998

- [28] John R. Hull, *"Flywheels on a Roll"*, **IEEE Spectrum**, Vol. 34, pp. 20-25, 1997
- [29] Ohsaki, H., Nozawa, N., Kubo, Y., *"Magnetic Bearings Using Bulk Superconductors as a Field Shaping Material"*, **IEEE Transactions on Applied Superconductivity**, Vol. 11, pp. 1669-1672, 2001
- [30] Bean, C. P., *"Magnetization of Hard Superconductors"*, **Physical Review Letters**, Vol. 8, pp. 250-253, 1962
- [31] Alexander A. Kordyuk, *"Magnetic Levitation for Hard Superconductors"*, **Journal of Applied Physics**, Vol. 83, pp. 610-612, 1998
- [32] Francis C. Moon, *"Chaotic Vibrations of a Magnet near a Superconductor"*, **Physics Letters A**, Vol. 132, pp. 249-252, 1988
- [33] Yang, Z. J., Johansen, T. H., Bratsberg, H., Helgesen, G., and Skjeltorp, A. T., *"Vibrations of a Magnet Levitated over a flat Superconductor"*, **Physica C: Superconductivity**, Vol. 160, pp. 461-465, 1989
- [34] Cansiz, A., *"Correlation between Free Oscillation Frequency and Stiffness in High Temperature Superconducting Bearings"*, **Physica C: Superconductivity**, Vol. 390, pp. 356-362, 2003
- [35] Sivrioglu, S. and Cinar, Y., *"Levitation Analysis of a Ring Shaped Permanent Magnet-High Temperature Superconductor Vertical Bearing System"*, **Superconductor Science and Technology**, Vol. 20, pp. 559-563, 2007
- [36] Cansiz, A., Hull, J.R., Gundogdu, Ö, *"Translational and Rotational Dynamic Analysis of a Superconducting Levitation System"*, **Superconductor Science and Technology**, Vol. 18, pp. 990-996, 2005

EKLER

EK 1

Levitation analysis of a ring shaped permanent magnet–high temperature superconductor vertical bearing system

Selim Sivrioglu and Yusuf Cinar

Department of Energy Systems, Faculty of Engineering, Gebze Institute of Technology, Gebze, Turkey

Received 15 February 2007, in final form 3 April 2007

Published 15 May 2007

Online at stacks.iop.org/SUST/20/559

Abstract

This paper presents a model of the interaction between a ring shaped high temperature superconductor (HTS) and a permanent magnet (PM), using the frozen image approach. The levitation configuration of a ring permanent magnet inside a ring HTS resembles the radial type bearings found in many machine systems. The dynamical behaviour of the PM–HTS bearing mostly depends on the stiffness of the levitation. For the proposed PM–HTS configuration, the stiffness is computed on the basis of a magnetic potential obtained with a frozen image concept. The variation of the stiffness is analysed for angular and translational movements.

1. Introduction

Superconducting magnetic bearings have great potential due to passive levitation characteristics [1–3]. The radial type HTS bearing design provides both radial and axial support. Potential areas of application are motor, generator and rotor–flywheel systems [4]. Heavy rotors of several hundred kilograms can be levitated using HTS bearings as reported in [5]. Although PM–HTS bearings provide contactless levitation, they have comparatively low stiffness for engineering applications. Variation of stiffness during the dynamics of the system also requires a valid modelling of the superconducting bearings [6–8]. For engineering system applications, the dynamics of the levitated system should be analysed correctly.

Simple levitation configurations such as a permanent magnet disk above a high temperature superconductor have limited application in engineering applications [9]. In most engineering systems, radial loads need to be carried by bearings which are used mostly in rotor systems. Ring shaped levitation configurations resemble ball bearing forms except that there is a gap between the PM and HTS instead of balls. In this configuration, since the interaction surface is in the radial direction, stiffness in the radial direction is higher than that in the vertical direction.

In this paper, a ring shaped PM–HTS system in co-centric geometry is considered as depicted in figure 1. It is assumed that a coordinate system is placed in the geometric centre of the HTS with translational and rotational displacements. Note

that the proposed model has some limitations and idealizations to avoid complicated calculations. First, edge effects are not considered in the calculations. Second, the frozen image model does not include hysteresis in the HTS. Besides the idealized structure, the interaction model used here combines the frozen image with the diamagnetic mirror image which can explain forces and stiffness properties for a PM and HTS.

2. PM–HTS interaction

PM–HTS interaction is modelled on the basis of the frozen image concept [10]. At the initial position, it is assumed that the outer HTS is cooled to the critical temperature by holding the inner PM at the geometric centre of the HTS as shown in figure 2(a). Note that the system is drawn in a cross sectional situation in two dimensions for simplicity. When the ring HTS is field cooled with the ring PM, two images appear: the first one is the frozen image (circle filled with grey) and the other is the diamagnetic image (open circle). The two images occur at the same point. The distance of the images from the HTS surface is equal to the dipole inside the PM, with a value of d . It is assumed that the PM falls by some amount as indicated by δ after cooling of the HTS is completed and is set free as shown in figure 2(b). In this situation while the frozen image is fixed, the diamagnetic image moves with the PM.

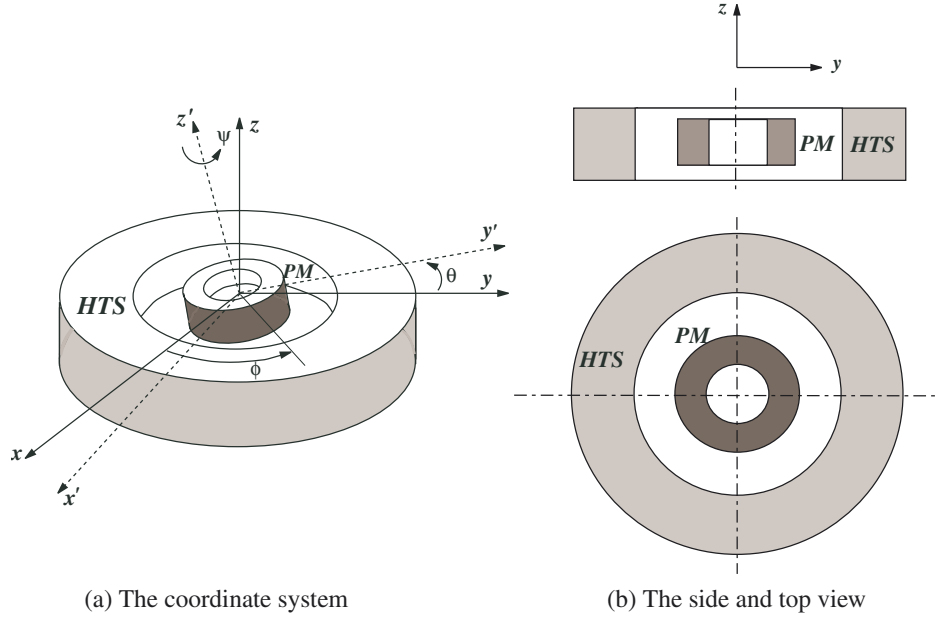


Figure 1. The PM-HTS bearing system.

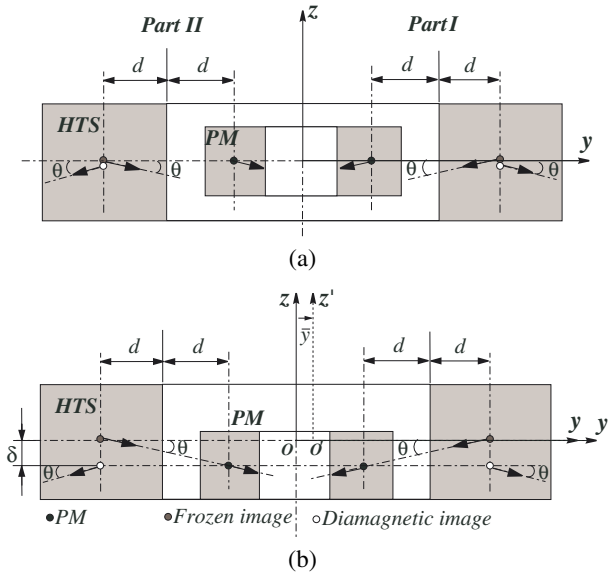


Figure 2. Schematic representation of the frozen image approach for the ring shaped PM-HTS.

2.1. Part I: the dipole and its diamagnetic image

PM-HTS interaction can be represented by the forces between dipoles and their images. The first dipole is represented by the PM and the second dipole is represented by the image of it in the HTS. For the first part, the effect of the second dipole on the first dipole is expressed using the potential energy equation of the system as follows:

$$U = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[\frac{\vec{m}_{11} \cdot \vec{m}_{12}}{r^3} - \frac{3(\vec{m}_{11} \cdot \vec{r})(\vec{m}_{12} \cdot \vec{r})}{r^5} \right] \quad (1)$$

where $\vec{m}_{11}$ is the magnetic moment of the dipole from the PM, and $\vec{m}_{12}$ is the magnetic moment of the dipole from the diamagnetic image of $\vec{m}_{11}$ in the HTS. $\vec{r}$ is the position vector from the dipole to the point in space; μ is the vacuum permeability. Since magnetic moment vectors differ because of the direction, potential energies generated due to the dipole from the PM with its diamagnetic image and the dipole from the PM with its frozen image must be computed separately.

The vectorial values of the dipole, its diamagnetic image and the position are given as

$$\begin{aligned} \vec{m}_{11} &= m_{11}(\sin \theta \cos \phi \hat{x} - \sin \theta \sin \phi \hat{y} - \cos \theta \hat{z}) \\ \vec{m}_{12} &= m_{12}(\sin \theta \cos \phi \hat{x} + \sin \theta \sin \phi \hat{y} - \cos \theta \hat{z}) \\ \vec{r} &= r_x \hat{x} - r_y \hat{y} + r_z \hat{z} \end{aligned} \quad (2)$$

where m_{11} and m_{12} are amplitudes of the vectorial values. Substituting equation (2) into (1) gives the potential energy between the dipole and its diamagnetic image. Since the distance between the dipole and its diamagnetic image varies only in the $-y$ plane (see figure 2(b)), the magnitude values of the position vector are determined as $r_x = 0$, $r_y = 2d - y$, $r_z = 0$. Using the defined magnitude values, the magnetic potential is obtained as

$$U_{\text{dia}}^{(1)} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{\lambda_0}{(2d - y)^3} \right] \quad (3)$$

where $\lambda_0 = (1 + \sin^2 \theta \sin^2 \phi)$. Also, y is the amount of displacement in the y direction.

2.2. Part I: the dipole and its frozen image

To compute the potential energy between the PM dipole and its frozen image inside the HTS, the magnetic moment and position vectors should be determined. Since $\vec{m}_{13}$ is as defined

in equation (2), the magnetic moment of the dipole from the frozen image in the HTS and position vector is defined as

$$\begin{aligned}\vec{m}_{13} &= m_{13}(\sin \theta \cos \phi \hat{x} - \sin \theta \sin \phi \hat{y} - \cos \theta \hat{z}) \\ \vec{r} &= r_x \hat{x} - r_y \hat{y} - r_z \hat{z}.\end{aligned}\quad (4)$$

Now substituting equation (4) into (1), one can obtain the magnetic potential between the PM dipole and its frozen image. Since the distance between the dipole and frozen image varies both in the y and z planes, the magnitude values of the position vector are defined as $r_x = 0$, $r_y = 2d - y$, $r_z = z$. Using these magnitude values, the following equation is obtained:

$$U_{\text{fro}}^{(I)} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{13}}{4\pi} \left[\frac{(2d - y)^2 \lambda_1 + z^2 \lambda_2 - 6(2d - y)z \lambda_3}{L^{5/2}} \right] \quad (5)$$

where

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= [1 - 3 \sin^2 \theta \sin^2 \phi] \\ \lambda_2 &= [1 - 3 \cos^2 \theta] \\ \lambda_3 &= \sin \theta \cos \theta \sin \phi \\ L &= [(2d - y)^2 + z^2].\end{aligned}\quad (6)$$

2.3. Total potential energy

For part I, the total potential energy is the sum of the diamagnetic and frozen image potentials as follows:

$$\begin{aligned}U_{\text{tot}}^{(I)} &= U_{\text{dia}}^{(I)} + U_{\text{fro}}^{(I)} \\ U_{\text{tot}}^{(I)} &= \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{\lambda_0}{(2d - y)^3} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(2d - y)^2 \lambda_1 + z^2 \lambda_2 - 6(2d - y)z \lambda_3}{L^{5/2}} \right].\end{aligned}\quad (7)$$

Note that in the above derivation the magnitudes of vectorial expressions are taken as $m_{13} = m_{12}$. Since there is symmetry in the system, the same derivation procedure can be applied for part II. In this case, the magnitude of the position vector becomes $r_y = 2d + y$ due to movement of the PM in a direction far away from part II. The total energy for part II is given as

$$\begin{aligned}U_{\text{tot}}^{(II)} &= U_{\text{dia}}^{(II)} + U_{\text{fro}}^{(II)} \\ U_{\text{tot}}^{(II)} &= \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{\lambda_0}{(2d + y)^3} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(2d + y)^2 \lambda_1 + z^2 \lambda_2 - 6(2d + y)z \lambda_3}{N^{5/2}} \right]\end{aligned}\quad (8)$$

where $N = [(2d + y)^2 + z^2]$. Finally, the total potential energy for the ring shape PM-HTS is obtained as $U_{\text{tot}} = U_{\text{tot}}^{(I)} + U_{\text{tot}}^{(II)}$.

3. Stiffness computation

For many engineering applications, stiffness is an important system parameter that should be identified. The frozen image model does not account for hysteresis in the HTS. The computation of stiffness using the frozen image may be assumed an ideal value of stiffness. Using magnetic potentials, very reasonable estimates of dynamical stiffness can be obtained even when hysteresis is not considered. Since the

analysis is realized separately for each part, the total stiffness $K_{\text{tot}}^{(I)}$ can be derived using the total potential obtained for part I as follows:

$$K_{\text{tot}}^{(I)} = \nabla^2 U_{\text{tot}}^{(I)}|_{x=0, y=0, z=0, \theta=0, \phi=0}. \quad (9)$$

3.1. Stiffness equations in lateral displacement

Equation (9) represents a three-dimensional stiffness. To analyse the stiffness variation for different situations, it should be computed for each direction of the PM displacement. Since the model has a symmetry and homogeneity in the horizontal plane, the stiffnesses in the x and y directions will be the same. The detailed derivation of equations for stiffness is presented in the appendix. If the values $x = 0$, $y = 2\bar{y}$, $z = 0$, $\theta = \theta$, $\phi = \phi$ are substituted into equations from (17) to (20) derived in the appendix, one can obtain the radial stiffness for part I as follows:

$$\begin{aligned}k_{yy}^{(I)} &= \frac{\partial^2 U_{\text{dia}}^{(I)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_{\text{fro}}^{(I)}}{\partial y^2} \\ &= \frac{3\mu_0 m_{11} m_{12}}{\pi} \left[\frac{\lambda_0 + \lambda_1}{(2d - 2\bar{y})^5} \right].\end{aligned}\quad (10)$$

Repeating the same derivation process as for part II using the magnetic potential obtained in equation (8), the stiffness is computed as

$$k_{yy}^{(II)} = \frac{3\mu_0 m_{11} m_{12}}{\pi} \left[\frac{\lambda_0 + \lambda_1}{(2d + 2\bar{y})^5} \right]. \quad (11)$$

Finally, the total stiffness during lateral displacement in the y direction is the sum of the two equations: $K_{yy}^{(I)} = k_{yy}^{(I)} + k_{yy}^{(II)}$.

When the PM moves in the lateral direction the stiffness in the vertical direction also has variations. In this case, the stiffness equation in the z direction can be derived with the same procedure as was applied for part I. Using the same values of x , y , z , θ , ϕ and computing equations from (17) to (20) given in the appendix, the stiffness in the z direction is found as

$$\begin{aligned}k_{zz}^{(I)} &= \frac{\partial^2 U_{\text{dia}}^{(I)}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_{\text{fro}}^{(I)}}{\partial z^2} \\ &= \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{2\lambda_2 - 5\lambda_1}{(2d - 2\bar{y})^5} \right].\end{aligned}\quad (12)$$

Applying the same derivation using equation (8), the stiffness for part II is obtained as

$$k_{zz}^{(II)} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left[\frac{2\lambda_2 - 5\lambda_1}{(2d + 2\bar{y})^5} \right]. \quad (13)$$

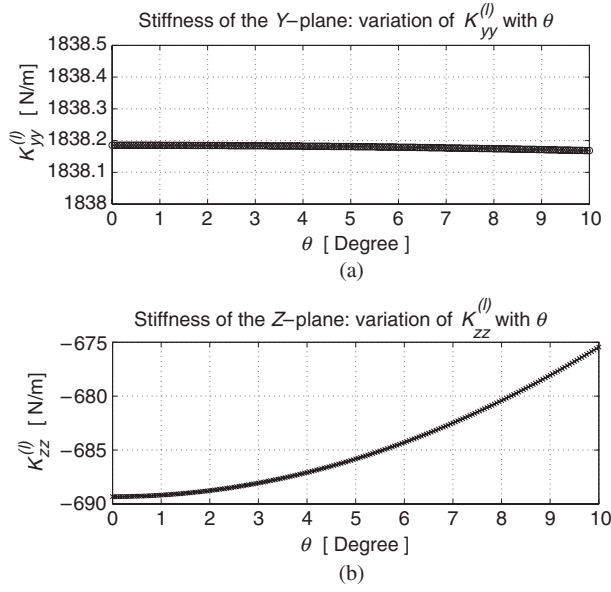
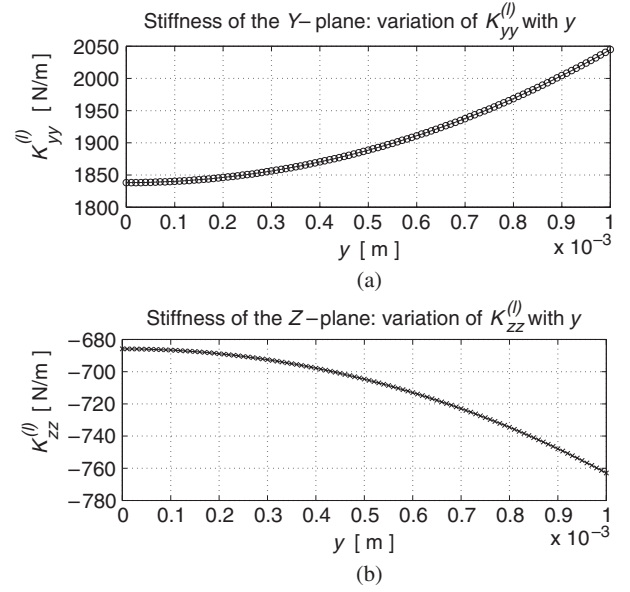
The total stiffness in the z direction during the lateral displacement is given as $K_{zz}^{(I)} = k_{zz}^{(I)} + k_{zz}^{(II)}$.

3.2. Stiffness equations in vertical displacement

In the proposed PM-HTS configuration, the bearing load is received in the vertical direction. Therefore, the vertical displacement and corresponding stiffness values are considered in this section. If only the vertical displacement is considered,

Table 1. Parameters of the ring PM-HTS system.

Symbol	Meaning	Value	Unit
m_{11}	Magnetic moment magnitude of the first dipole	0.5273	A m ²
m_{12}	Magnetic moment magnitude of the second dipole	0.5273	A m ²
μ_0	Vacuum permeability	$4\pi \times 10^{-7}$	N A ⁻²
d_o	Outer diameter of the PM	30×10^{-3}	m
d_i	Inner diameter of the PM	15×10^{-3}	m
h	Height of the PM	5×10^{-3}	m
D_o	Outer diameter of the HTS	50×10^{-3}	m
D_i	Inner diameter of the HTS	40×10^{-3}	m
H	Height of the HTS	14×10^{-3}	m

**Figure 3.** Variation of the stiffness with θ : (a) $K_{yy}^{(l)}$; (b) $K_{zz}^{(l)}$.**Figure 4.** Variation of the stiffness with y : (a) $K_{yy}^{(l)}$; (b) $K_{zz}^{(l)}$.

the values are chosen as $x = 0$, $y = 0$, $z = \bar{z}$, $\theta = \theta$, $\phi = \phi$. Using these values, the stiffness equations are derived as

$$\begin{aligned}
 K_{yy}^{(v)} &= \frac{\partial^2 U_{\text{dia}}^{(I)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_{\text{fro}}^{(I)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_{\text{dia}}^{(II)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_{\text{fro}}^{(II)}}{\partial y^2} \\
 &= \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{2\pi} \left[\frac{3\lambda_0}{8d^5} + \left(-\frac{80d^2}{S^{7/2}} + \frac{2}{S^{5/2}} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + 4d^2 \left(\frac{140d^2}{S^{9/2}} - \frac{5}{S^{7/2}} \right) \right) \lambda_1 + \left(\frac{140\bar{z}^2 d^2}{S^{9/2}} - \frac{5\bar{z}^2}{S^{7/2}} \right) \lambda_2 \right. \\
 &\quad \left. + \left(\frac{120\bar{z}d}{S^{7/2}} - 12\bar{z}d \left(\frac{140d^2}{S^{9/2}} - \frac{5}{S^{7/2}} \right) \right) \lambda_3 \right] \quad (14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 K_{zz}^{(v)} &= \frac{\partial^2 U_{\text{dia}}^{(I)}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_{\text{fro}}^{(I)}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_{\text{dia}}^{(II)}}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_{\text{fro}}^{(II)}}{\partial z^2} \\
 &= \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{2\pi} \left[\left(\frac{140\bar{z}^2 d^2}{S^{9/2}} - \frac{20d^2}{S^{7/2}} \right) \lambda_1 + \left(-\frac{20\bar{z}^2}{S^{7/2}} + \frac{2}{S^{5/2}} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \bar{z}^2 \left(\frac{35\bar{z}^2}{S^{9/2}} - \frac{5}{S^{7/2}} \right) \right) \lambda_2 + \left(\frac{120\bar{z}d}{S^{7/2}} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - 12\bar{z}d \left(\frac{35\bar{z}^2}{S^{9/2}} - \frac{5}{S^{7/2}} \right) \right) \lambda_3 \right]. \quad (15)
 \end{aligned}$$

Here, $S = 4d^2 + \bar{z}^2$.

3.3. Variations of stiffness with θ , y and z

The interaction between a ring shaped PM and HTS can be analysed in the variation of stiffness. In this study, a ring shaped Nd-Fe-B permanent magnet with a 2500 G maximum flux density at the surface is assumed in the simulations. The parameters of the PM-HTS system are given in table 1. The variations of $K_{yy}^{(l)}$ and $K_{zz}^{(l)}$ with the angle of θ are shown in figures 3(a) and (b), respectively. As seen in these figures, a small variation of the stiffness in the axial direction is detected while the radial direction one is constant. Note that a negative value of $K_{zz}^{(l)}$ results due to the movement of the PM in the opposite direction according to the selected coordinate system. The effects of lateral displacement y in stiffnesses $K_{yy}^{(l)}$ and $K_{zz}^{(l)}$ are presented in figures 4(a) and (b). In these figures, about ten per cent of the increase in radial stiffness is observed. Because the main interaction direction for levitation is the y direction, the variation of stiffness is effective in this direction. In general when the gap between PM and HTS is smaller, the stiffness is increasing. The reverse is also true, such that the larger the gap, the smaller the stiffness. In the variation of y in the positive direction, while the gap in the part I side is decreasing, the gap in the part II side is increasing. Since the stiffness is inversely proportional to the fifth order of the air gap between the PM and HTS, a small decrease in the air

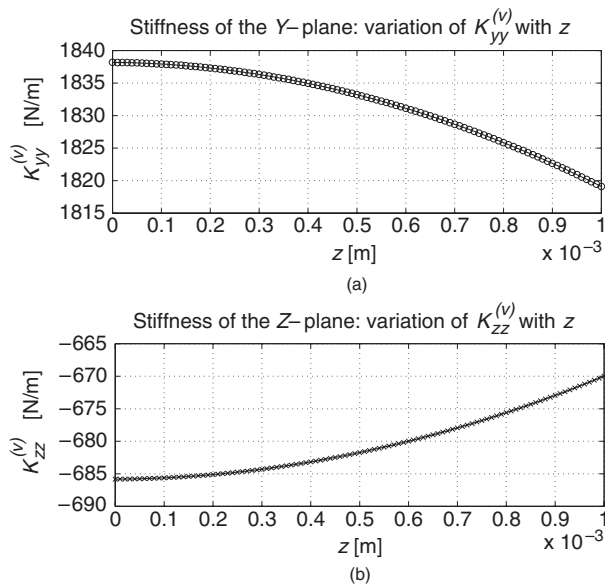


Figure 5. Variation of the stiffness with z: (a) $K_{yy}^{(v)}$, (b) $K_{zz}^{(v)}$.

gap always causes an increase in total stiffness (figure 4). The vertical displacement effects on stiffnesses $K_{yy}^{(v)}$ and $K_{zz}^{(v)}$ are shown in figures 5(a) and (b). In this case, small decreases in both stiffness values are observed.

4. Conclusions

A practically applicable configuration of a PM-HTS bearing is modelled using the frozen image concept. The magnetic potential of the proposed configuration is derived and the stiffness is computed on the basis of the magnetic potential equations obtained for each direction. The stiffness variation of the ring shaped bearing is analysed for different cases. In the lateral displacement of the PM, variation in y causes a ten per cent increase in radial stiffness due to the effect of dynamic stiffness.

Appendix

Since the total magnetic potential is the sum of the diamagnetic and frozen image parts, equation (9) can be written as follows:

$$K^{(I)} = \nabla^2(U_{\text{dia}}^{(I)} + U_{\text{fro}}^{(I)})|_{x=0, y=0, z=0, \theta=0, \phi=0}. \quad (16)$$

Here the diamagnetic part is expressed as

$$\nabla^2 U_{\text{dia}}^{(I)} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left(\frac{\partial^2 U_{\text{dia}}^{(I)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{\text{dia}}^{(I)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_{\text{dia}}^{(I)}}{\partial z^2} \right) \quad (17)$$

where

$$\frac{\partial^2 U_{\text{dia}}^{(I)}}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 U_{\text{dia}}^{(I)}}{\partial y^2} = \frac{12\lambda_0}{(2d-y)^5}, \quad \frac{\partial^2 U_{\text{dia}}^{(I)}}{\partial z^2} = 0. \quad (18)$$

Also the frozen image part is given as

$$\nabla^2 U_{\text{fro}}^{(I)} = \frac{\mu_0 m_{11} m_{12}}{4\pi} \left(\frac{\partial^2 U_{\text{fro}}^{(I)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_{\text{fro}}^{(I)}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_{\text{fro}}^{(I)}}{\partial z^2} \right) \quad (19)$$

where the partial equations are obtained as

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_{\text{fro}}^{(I)}}{\partial x^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 U_{\text{fro}}^{(I)}}{\partial y^2} &= \left[-\frac{20(2d-y)^2}{L^{7/2}} + \frac{2}{L^{5/2}} + (2d-y)^2 \right. \\ &\quad \times \left(\frac{35(2d-y)^2}{L^{9/2}} - \frac{5}{L^{7/2}} \right) \lambda_1 + z^2 \left(\frac{35(2d-y)^2}{L^{9/2}} \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{5}{L^{7/2}} \right) \lambda_2 + \left[\frac{60z(2d-y)}{L^{7/2}} - 6z(2d-y) \right] \right. \\ &\quad \left. \times \left(\frac{35(2d-y)^2}{L^{9/2}} - \frac{5}{L^{7/2}} \right) \right] \lambda_3 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_{\text{fro}}^{(I)}}{\partial z^2} &= (2d-y)^2 \left(\frac{35z^2}{L^{9/2}} - \frac{5}{L^{7/2}} \right) \lambda_1 + \left[-\frac{20z^2}{L^{7/2}} + \frac{2}{L^{5/2}} \right. \\ &\quad \left. + z^2 \left(\frac{35z^2}{L^{9/2}} - \frac{5}{L^{7/2}} \right) \right] \lambda_2 - 6(2d-y) \\ &\quad \times \left[-\frac{10z}{L^{7/2}} + z \left(\frac{35z^2}{L^{9/2}} - \frac{5}{L^{7/2}} \right) \right] \lambda_3. \end{aligned}$$

For part II, the stiffness $K^{(II)}$ can be computed with the same procedure, using the magnetic potential equation defined in (8).

References

- [1] Hull J R 2000 Superconducting bearings *Supercond. Sci. Technol.* **13** 1–15
- [2] Ma K B, Postrekhin Y V and Chu W K 2003 Superconductor and magnet levitation devices *Rev. Sci. Instrum.* **74** 4989–5017
- [3] Sivrioglu S and Nonami K 2003 Dynamical analysis of a flywheel–superconducting bearing with a moving magnet support *Supercond. Sci. Technol.* **16** 1268–72
- [4] Walter H *et al* 2006 First heavy load bearing for industrial application with shaft loads up to 10 kN *J. Phys. Conf. Ser.* **43** 995–8
- [5] Werfel F N *et al* 2003 Progress toward 500 kg HTS bearings *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **13** 2173–8
- [6] Hull J R and Cansiz A 1999 Vertical and lateral forces between a permanent magnet and a high-temperature superconductor *J. Appl. Phys.* **86** 6396–404
- [7] Hull J R 2000 Effect of permanent-magnet irregularities in levitation force measurements *Supercond. Sci. Technol.* **13** 854–6
- [8] Lee H and Iwasa Y 2001 Levitation force in YBCO/Nd–Fe–B permanent magnet system *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **11** 1805–7
- [9] Cansiz A 2003 Correction between free oscillation frequency and stiffness in high temperature superconducting bearing *Physica C* **390** 356–62
- [10] Kordyuk A A 1998 Magnetic levitation for hard superconductors *J. Appl. Phys.* **83** 610–2

EK 2

%%% Diyamanyetik kısmi için %%%

$$U_{dia}[x_,y_,z_]=(1+\text{Cos}[\theta]^2)/(2z)^3$$

$$D[U_{dia}[x,y,z],\{x,2\}]$$

$$D[U_{dia}[x,y,z],\{y,2\}]$$

$$D[U_{dia}[x,y,z],\{z,2\}]$$

%%% Donmus kısmi için %%%

$$U_{fro}[x_,y_,z_]=$$

$$(x^2*(1-3*\text{Sin}[\theta]^2*\text{Cos}[\phi]^2))/((x^2+y^2+(z+h)^2)^{(5/2)})+$$

$$(y^2*(1-3*\text{Sin}[\theta]^2*\text{Sin}[\phi]^2))/((x^2+y^2+(z+h)^2)^{(5/2)})+$$

$$((z+h)^2*(1-3*\text{Cos}[\theta]^2))/((x^2+y^2+(z+h)^2)^{(5/2)})+$$

$$(-6*x*y*\text{Sin}[\theta]^2*\text{Cos}[\phi]*\text{Sin}[\phi])/((x^2+y^2+(z+h)^2)^{(5/2)})+$$

$$(-6*x*(z+h)*\text{Sin}[\theta]*\text{Cos}[\theta]*\text{Cos}[\phi])/((x^2+y^2+(z+h)^2)^{(5/2)})+$$

$$(-6*y*(z+h)*\text{Sin}[\theta]*\text{Cos}[\theta]*\text{Sin}[\phi])/((x^2+y^2+(z+h)^2)^{(5/2)})$$

$$D[U_{fro}[x,y,z],\{x,2\}]$$

$$D[U_{fro}[x,y,z],\{y,2\}]$$

$$D[U_{fro}[x,y,z],\{z,2\}]$$

EK 3

%%% Diyamanyetik kısmi için %%%

$$U_{dia}[x_, y_, z_] = ((1 + (\sin[\theta]^2) * (\sin[\phi]^2)) / (2 * d - y)^3)$$

$$D[U_{dia}[x, y, z], \{x, 2\}]$$

$$D[U_{dia}[x, y, z], \{y, 2\}]$$

$$D[U_{dia}[x, y, z], \{z, 2\}]$$

%%% Donmus kısmi için %%%

$$U_{fro}[x_, y_, z_] =$$

$$((2 * d - y)^2 * (1 - 3 * (\sin[\theta]^2) * (\sin[\phi]^2))) / (((2 * d - y)^2 + z^2)^{(5/2)}) +$$

$$(z^2 * (1 - 3 * (\cos[\theta]^2))) / (((2 * d - y)^2 + z^2)^{(5/2)}) +$$

$$(-6 * (2 * d - y) * z * \sin[\theta] * \cos[\theta] * \sin[\phi]) / (((2 * d - y)^2 + z^2)^{(5/2)})$$

$$D[U_{fro}[x, y, z], \{x, 2\}]$$

$$D[U_{fro}[x, y, z], \{y, 2\}]$$

$$D[U_{fro}[x, y, z], \{z, 2\}]$$

EK 4

%%% θ ile degisim %%%

clear all

$\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$; % vacuum permeability [Newton/Amper²]

$M=0.25/\mu_0$; % Magnetization of PM [Amper/metre]

$D_o=30\cdot 10^{-3}$; % Outer Diameter [metre]

$D_i=15\cdot 10^{-3}$; % Inner Diameter [metre]

$h=5\cdot 10^{-3}$; % Height of PM [metre]

$V=\pi\cdot h\cdot((D_o/2)^2-(D_i/2)^2)$; % Volume of PM [metre³]

$m_{l1}=M\cdot V$; % magnetic moment of first dipole [A*m²]

$m_{l2}=M\cdot V$; % magnetic moment of second dipole [A*m²]

$C = \mu_0\cdot m_{l1}\cdot m_{l2}/4\cdot\pi$;

$y=0$;

$d=((7.5/2)+8)\cdot 10^{-3}$;

$n=0$;

for $\theta=0:0.05\cdot\pi/180:10\cdot\pi/180$;

$n=n+1$;

$t=\theta\cdot 180/\pi$;

$\phi=1\cdot\pi/180$; % dipole angle at x-y plane

$tt(n)=t$;

$k_{yy1}=(C\cdot 24\cdot(1-\sin(\theta)\cdot\sin(\theta)\cdot\sin(\phi)\cdot\sin(\phi)))/((2\cdot d-2\cdot y)^5)$;

$k_{yy2}=(C\cdot 24\cdot(1-\sin(\theta)\cdot\sin(\theta)\cdot\sin(\phi)\cdot\sin(\phi)))/((2\cdot d+2\cdot y)^5)$;

$K_y(n)=k_{yy1}+k_{yy2}$;

```

kzz1=(C*((2*(1-3*cos(theta)*cos(theta)))+(-5*(1-
3*sin(theta)*sin(theta)*sin(phi)*sin(phi))))/((2*d-2*y)^5); % kisaltilmis ifade
kzz2=(C*((2*(1-3*cos(theta)*cos(theta)))+(-5*(1-
3*sin(theta)*sin(theta)*sin(phi)*sin(phi))))/((2*d+2*y)^5); % kisaltilmis ifade
Kz(n)=kzz1+kzz2;
end

```

```

figure(3),subplot(2,1,1),
plot(tt,Ky,'-bo'),set(gca,'fontsize',12);grid;
xlabel('\theta [ Degree ]');
ylabel('K_y_y [ N/m ]');
title('Stiffness of Y-Plane: Variation of K_y_y with \theta');
axis([0 10 1838 1838.5])

```

```

figure(4),subplot(2,1,1),plot(tt,Kz,'-rx'),set(gca,'fontsize',12);grid;
xlabel('\theta [ Degree ]')
ylabel('K_z_z [ N/m ]')
title('Stiffness of Z-Plane: Variation of K_z_z with \theta')
return

```

EK 5

%%% y ile degisim %%%

clear all

$\mu_0=4\pi\cdot 10^{-7}$; % vacuum permeability [Newton/Amper²]

$M=0.25/\mu_0$; % Magnetization of PM [Amper/metre]

$D_o=30\cdot 10^{-3}$; % Outer Diameter [metre]

$D_i=15\cdot 10^{-3}$; % Inner Diameter [metre]

$h=5\cdot 10^{-3}$; % Height of PM [metre]

$V=\pi\cdot h\cdot ((D_o/2)^2-(D_i/2)^2)$; % Volume of PM [metre³]

$m_{11}=M\cdot V$; % magnetic moment of first dipole [A*m²]

$m_{12}=M\cdot V$; % magnetic moment of second dipole [A*m²]

$C=\mu_0\cdot m_{11}\cdot m_{12}/4\pi$;

$d=((7.5/2)+8)\cdot 10^{-3}$;

$n=0$;

for $y=0:0.00001:0.001$;

$n=n+1$;

$tt(n)=y$;

$\theta=5\pi/180$;

$\phi=1\pi/180$;

$k_{yy1}=(C\cdot 24\cdot (1-\sin(\theta)\cdot \sin(\theta)\cdot \sin(\phi)\cdot \sin(\phi)))/((2\cdot d-2\cdot y)^5)$;

$k_{yy2}=(C\cdot 24\cdot (1-\sin(\theta)\cdot \sin(\theta)\cdot \sin(\phi)\cdot \sin(\phi)))/((2\cdot d+2\cdot y)^5)$;

$K_y(n)=k_{yy1}+k_{yy2}$;

$k_{zz1}=(C\cdot ((2\cdot (1-3\cdot \cos(\theta)\cdot \cos(\theta)))+(-5\cdot (1-3\cdot \sin(\theta)\cdot \sin(\theta)\cdot \sin(\phi)\cdot \sin(\phi)))/((2\cdot d-2\cdot y)^5)$;

```

kzz2=(C*((2*(1-3*cos(theta)*cos(theta)))+(-5*(1-
3*sin(theta)*sin(theta)*sin(phi)*sin(phi))))/((2*d+2*y)^5);
Kz(n)=kzz1+kzz2;
end

```

```

figure(3)
subplot(2,1,1),plot(tt,Ky,'-bo');set(gca,'fontsize',12);grid;
xlabel('y [ m ]');
ylabel('K_y_y [ N/m ]')
title('Stiffness of Y-Plane: Variation of K_y_y with y');

```

```

figure(4)
subplot(2,1,1),plot(tt,Kz,'-rx'),set(gca,'fontsize',12);grid;
xlabel('y [ m ]')
ylabel('K_z_z [ N/m ]')
title('Stiffness of Z-Plane: Variation of K_z_z with y')
return

```

EK 6

```

%% z ile degisim
clc
clear all

mu0=4*pi*10^(-7); % vacuum permeability [Newton/Amper^2]
M=0.25/mu0; % Magnetization of PM [Amper/metre]
Do=30*10^(-3); % Outside Diameter [metre]
Di=15*10^(-3); % Inside Diameter [metre]
h=5*10^(-3); % Height of PM [metre]
V=pi*h*((Do/2)^2-(Di/2)^2); % Volume of PM [metre^3]
m11=M*V; % magnetic moment of first dipole [A*m^2]
m12=M*V; % magnetic moment of second dipole [A*m^2]
C=mu0*m11*m12/4*pi;
d=((7.5/2)+8)*10^(-3);
n=0;

for z=0:0.00001:0.001;
n=n+1;
tt(n)=z;
theta=5*pi/180;
phi=1*pi/180;

kyyd=C*(3/8)*((1+sin(theta)*sin(theta)*sin(phi)*sin(phi))/d^5);
kyy1=C*((-80*d^2*(1-
3*sin(theta)*sin(theta)*sin(phi)*sin(phi))/(4*d^2+z^2)^(7/2))...
+(2*(1-3*sin(theta)*sin(theta)*sin(phi)*sin(phi))/(4*d^2+z^2)^(5/2))...
+4*d^2*(1-
3*sin(theta)*sin(theta)*sin(phi)*sin(phi))*((140*d^2/(4*d^2+z^2)^(9/2))+(-
5/(4*d^2+z^2)^(7/2))));

```

```

kyy2=C*(z^2*(1-3*cos(theta)*cos(theta))*((140*d^2/(4*d^2+z^2)^(9/2))+(-
5/(4*d^2+z^2)^(7/2))));
kyy3=C*(-12*d*((-10*z/(4*d^2+z^2)^(7/2))+z*((140*d^2/(4*d^2+z^2)^(9/2))+(-
5/(4*d^2+z^2)^(7/2)))*sin(theta)*cos(theta)*sin(phi));
Ky(n)=2*(kyyd+kyy1+kyy2+kyy3);

kzz1=C*(4*d^2*((35*z^2/(4*d^2+z^2)^(9/2))-(5/(4*d^2+z^2)^(7/2)))*(1-
3*sin(theta)*sin(theta)*sin(phi)*sin(phi)));
kzz2=C*(((
20*z^2/(4*d^2+z^2)^(7/2))+(2/(4*d^2+z^2)^(5/2))+z^2*((35*z^2/(4*d^2+z^2)^(9/2
)))+(-5/(4*d^2+z^2)^(7/2)))* (1-3*cos(theta)*cos(theta)));
kzz3=C*(-12*d*((-10*z/(4*d^2+z^2)^(7/2))+z*((35*z^2/(4*d^2+z^2)^(9/2))+(-
5/(4*d^2+z^2)^(7/2)))*sin(theta)*cos(theta)*sin(phi));
Kz(n)=2*(kzz1+kzz2+kzz3);
end

figure(3),subplot(2,1,1)
plot(tt,Ky,'-bo');set(gca,'fontsize',12);grid on;
xlabel('z [m]')
ylabel('K_y_y [N/m]')
title('Stiffness of Y-Plane: Variation of k_y_y with z')
axis([0 0.001 1815 1840])

figure(4),subplot(2,1,1)
plot(tt,Kz,'-rx');set(gca,'fontsize',12);grid on;
xlabel('z [m]')
ylabel('K_z_z [N/m]')
title('Stiffness of Z-Plane: Variation of k_z_z with z')
axis([0 0.001 -690 -665])

```

EK 7

$x=r*\cos[\phi];$
 $y=r*\sin[\phi];$

$$\begin{aligned} \text{Ufro}[r_ ,x_ ,y_ ,z_ ,\theta_ ,\phi_]=&(x^2*(1-3\sin[\theta]^2*\cos[\phi]^2)+ \\ &y^2*(1-3\sin[\theta]^2*\sin[\phi]^2)+ \\ &(z+h)^2*(1-3\cos[\theta]^2)-6*x*y*\sin[\theta]^2*\cos[\phi]*\sin[\phi] \\ &-6*x*(z+h)*\sin[\theta]*\cos[\theta]*\cos[\phi] \\ &-6*y*(z+h)*\sin[\theta]*\cos[\theta]*\sin[\phi])/(x^2+y^2+(z+h)^2)^{(5/2)} \end{aligned}$$

$\text{Simplify}[\text{Expand}[\text{Ufro}[r,x,y,z,\theta,\phi]]]$

EK 8

$$\begin{aligned}
L[r, x1, z, x2, \theta, x3, \phi, x4, \psi, x5] = & \\
& (1/2 * M * (x1^2 + r^2 * x4^2 + x2^2) + 1/2 * A * (x4^2 * \sin[\theta]^2 + x3^2) + 1/2 * B * (x4 * \cos[\theta] \\
& + x5)^2) \\
& - (\beta * (((1 + \cos[\theta] * \cos[\theta]) / (8 * z^3)) - \\
& ((r^2 + (z+h)^2 + 3 * ((z+h)^2 * r^2) * \cos[2 * \theta] \\
& + 6 * r * (z+h) * \sin[2 * \theta]) / (2 * (r^2 + (z+h)^2)^{(5/2)}))) + M * g * (H/2 + z))
\end{aligned}$$

%%

r ve $\dot{r}$ için

$$D[L[r, x1, z, x2, \theta, x3, \phi, x4, \psi, x5], r]$$

$$D[L[r, x1, z, x2, \theta, x3, \phi, x4, \psi, x5], x1]$$

%%

z ve $\dot{z}$ için

$$D[L[r, x1, z, x2, \theta, x3, \phi, x4, \psi, x5], z]$$

$$D[L[r, x1, z, x2, \theta, x3, \phi, x4, \psi, x5], x2]$$

%%

θ ve $\dot{\theta}$ için

$$D[L[r, x1, z, x2, \theta, x3, \phi, x4, \psi, x5], \theta]$$

$$D[L[r, x1, z, x2, \theta, x3, \phi, x4, \psi, x5], x3]$$

%%

ϕ ve $\dot{\phi}$ için

$$D[L[r, x1, z, x2, \theta, x3, \phi, x4, \psi, x5], \phi]$$

$$D[L[r, x1, z, x2, \theta, x3, \phi, x4, \psi, x5], x4]$$

%%

ψ ve $\dot{\psi}$ için

$$D[L[r, x1, z, x2, \theta, x3, \phi, x4, \psi, x5], \psi]$$

$$D[L[r, x1, z, x2, \theta, x3, \phi, x4, \psi, x5], x5]$$

EK 9

$$x=r*\text{Cos}[\phi];$$

$$y=r*\text{Sin}[\phi];$$

$$\begin{aligned} \text{Utot}[r_,x_,y_,z_,\theta_,\phi_]= & ((1+\text{Sin}[\theta]^2*\text{Sin}[\phi]^2)*((1/(2d-y)^3)+(1/(2d+y)^3)))+((1- \\ & 3\text{Sin}[\theta]^2*\text{Sin}[\phi]^2)*(((2d-y)^2/((2d- \\ & y)^2+z^2)^{(5/2)}+((2d+y)^2/((2d+y)^2+z^2)^{(5/2)}))) + ((1-3\text{Cos}[\theta]^2)*z^2*((1/((2d- \\ & y)^2+z^2)^{(5/2)})+(1/((2d+y)^2+z^2)^{(5/2)}))) + ((\text{Sin}[\theta]\text{Cos}[\theta]\text{Sin}[\phi])*z*(-6*(2d- \\ & y)/((2d-y)^2+z^2)^{(5/2)}+(-6*(2d+y)/((2d+y)^2+z^2)^{(5/2)}))) \end{aligned}$$

$$\text{Simplify}[\text{Utot}[r,x,y,z,\theta,\phi]]$$

EK 10

$$\omega_1 = 2d - r \sin[\phi];$$

$$\omega_2 = 2d + r \sin[\phi];$$

$$\lambda_8 = 1 + \sin[\theta]^2 \sin[\phi]^2;$$

$$\lambda_3 = 1 - 3 \sin[\theta]^2 \sin[\phi]^2;$$

$$\lambda_4 = 1 - 3 \cos[\theta]^2;$$

$$\lambda_7 = \sin[\theta] \cos[\theta] \sin[\phi];$$

$$a = (2d - r \sin[\phi])^2 + z^2;$$

$$b = (2d + r \sin[\phi])^2 + z^2;$$

$$L[r, x_1, z, x_2, \theta, x_3, \phi, x_4, \psi, x_5] =$$

$$(1/2 * M * (x_1^2 + r^2 * x_4^2 + x_2^2) + 1/2 * A * (x_4^2 * \sin[\theta]^2 + x_3^2) + 1/2 * B * (x_4 * \cos[\theta] + x_5)^2)$$

$$- (\beta * ((\lambda_8 * ((1/\omega_1^3) + (1/\omega_2^3))) + (\lambda_3 * ((\omega_1^2/a^{(5/2)}) + (\omega_2^2/b^{(5/2)}))) + (\lambda_4 * z^2 * ((1/a^{(5/2)}) + (1/b^{(5/2)}))) + (\lambda_7 * z * ((-6 * \omega_1/a^{(5/2)}) + (-6 * \omega_2/b^{(5/2)}))))) + Mgh)$$

%%

r ve $\dot{r}$ için

$$D[L[r, x_1, z, x_2, \theta, x_3, \phi, x_4, \psi, x_5], r]$$

$$D[L[r, x_1, z, x_2, \theta, x_3, \phi, x_4, \psi, x_5], x_1]$$

%%

z ve $\dot{z}$ için

$$D[L[r, x_1, z, x_2, \theta, x_3, \phi, x_4, \psi, x_5], z]$$

$$D[L[r, x_1, z, x_2, \theta, x_3, \phi, x_4, \psi, x_5], x_2]$$

%%

θ ve $\dot{\theta}$ için

$$D[L[r, x_1, z, x_2, \theta, x_3, \phi, x_4, \psi, x_5], \theta]$$

$$D[L[r, x_1, z, x_2, \theta, x_3, \phi, x_4, \psi, x_5], x_3]$$

%%

ϕ ve $\dot{\phi}$ için

$$D[L[r,x1,z,x2,\theta,x3,\phi,x4,\psi,x5],\phi]$$

$$D[L[r,x1,z,x2,\theta,x3,\phi,x4,\psi,x5],x4]$$

%%

ψ ve $\dot{\psi}$ için

$$D[L[r,x1,z,x2,\theta,x3,\phi,x4,\psi,x5],\psi]$$

$$D[L[r,x1,z,x2,\theta,x3,\phi,x4,\psi,x5],x5]$$

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

- **Adı** : Yusuf
- **Soyadı** : Çınar
- **Doğum Tarihi** : 20.12.1980
- **Doğum Yeri** : Kocaeli
- **Medeni Hali** : Bekar



İLETİŞİM BİLGİLERİ

- **Adres** : Enerji Sistemleri Mühendisliği Bölümü Mühendislik Fakültesi
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü 41400 Gebze/Kocaeli-Türkiye
- **Phone** : +90 262 605 32 77
- **E-mail** : ycinar@gyte.edu.tr, yuscin@gmail.com

EĞİTİM

Yüksek Lisans 2004 – 2007
Enerji Sistemleri Mühendisliği Bölümü
Mühendislik Fakültesi
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Kocaeli-Türkiye.
Derecesi: 3.11 / 4.00
Tez Başlığı: Süperiletken Manyetik Yatakların Analizi ve Modellenmesi

Lisans 1999 – 2003
Makine Eğitimi Bölümü, Enerji Ana Bilim Dalı
Teknik Eğitim Fakültesi
Marmara Üniversitesi, İstanbul-Türkiye.
Derecesi: 69 / 100
Tez Başlığı: Frigorifik Nakil Vasıtaları

AKADEMİK DENEYİM

Araştırma Görevlisi Ekim 2005 – Ağustos 2007
Enerji Sistemleri Mühendisliği Bölümü
Mühendislik Fakültesi
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Kocaeli-Türkiye.

ÇALIŞMA ALANLARI

Süperiletken Manyetik Yatakların Modellenmesi
Süperiletken Yatakların Enerji Sistemlerine Uygulanması
Manyetik Levitasyon Sistemleri
Dinamik Sistem Modelleme ve Kontrol

BİLGİSAYAR BECERİSİ

MS Windows, MS Office (Word, Excel ve PowerPoint)
 AutoCAD
 Matlab / Simulink
 Mathematica
 Bilgisayar Donanımı

YABANCI DİL

İngilizce
 • **Sertifika II**, Kasım 2006
 Kamu Personeli Yabancı Dil Tespit Sınavı (KPDS)
 Puan: 75.00 / 100
 • **Sertifika I**, Ekim 2006
 Üniversiteler Arası Kurul Yabancı Dil Sınavı (ÜDS)
 Test Alanı: Fen Bilimleri
 Puan: 86.25 / 100

KAZANDIĞI BURS

Doktora bursu, Notional Institute for International Education Development (NIIED),
 Kore, 2007.

ULUSLAR ARASI YAYIN

S. Sivrioglu, **Y. Cinar**, Levitation Analysis of a Ring Shaped Permanent Magnet High Temperature Superconductor Vertical Bearing System, ***Superconductor Science and Technology***, 20, pp. 559-563, 2007.