

T.C.



GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

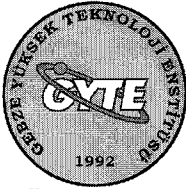
**NEWMARK-BETA FORMÜLASYONU İLE
YENİ BİR ZAMANDA ADIMLAMA
METODUNUN GELİŞTİRİLMESİ**

**Sena Esen BAYER
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI**

**TEZ DANIŞMANI
Yrd.Doç.Dr. A. Arif ERGİN**

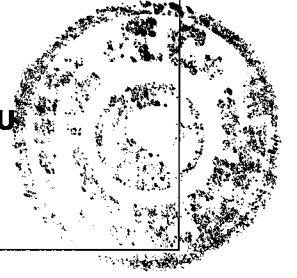
GEBZE

2006



**GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ
ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS JÜRİ ONAY FORMU



..Sena Esen BAYER.....'ın tez çalışması, G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 03.01.2006..... Tarih ve 2006/.....4..... sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından ..Elektronik Mühendisliği... Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Yrd. Doç. Dr. A. Ali ERDİN

ÜYE

: Yrd. Doç. Dr. Gökhan GINAR

ÜYE

: Doç. Dr. Namık Yener

ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
..31.01.2006..... Tarih ve ..2006/.....3..... sayılı kararı.

İMZA/MÜHÜR

ÖZET

Bu çalışma ile geniş bantlı elektromanyetik darbelerin ince tellerden oluşmuş cisimlerden saçılmasını incelemek için geliştirilmiş olan zamanda adımlama (*marching-on-in-time*, MOT) yönteminin kararlılığının artırılması hedeflenmektedir. Söz konusu olan kararsızlık problemi 1991 yılında zamanda adımlama yönteminin bulunmasından beri incelenegelmiş ve gelişmeler kaydedilmesiyle birlikte tam bir çözümü bulunmamıştır[1]. Bu çalışmada tel yapılardan saçılan elektrik alan ifadesinin hesaplanması amacıyla kullanılabilir iki yöntemden bahsedilmiş ve bu yöntemlerin kararlılığa olan etkisi incelenmiştir. Bahsedilen yöntemlerin başlangıç noktasını oluşturmak için öncelikle klasik zamanda adımlama yöntemi tanıtılmış ve bu yöntemle bulunan çözümde kararsızlık gözlenmiştir. Kararlılığı artırmak için önerilen ilk yöntem olarak Newmark-Beta formülasyonu adı verilen bir yöntemden bahsedilmiştir. Bu yöntem ile belirlenen β parametresinin kararlılığı arttıran bir parametre olduğu gözlenmiş ancak bulunan çözümün beklendiği gibi olmadığı sonucuna varılmıştır. İkinci olarak ise Newmark-Beta formülasyonuna ek olarak zamanda adımlama yöntemindeki integrallerin analitik ifadeleri kullanılmış ve analitik sonuçların kararlılığa etkisi incelenmiştir. Bulunan sonuçlar, tel yapılardan saçılan alanlar, zaman domen moment metodu (*method of moments – MOM*) [2] ile üretilen sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Sonuçların kararlı ve doğru olduğu gözlenmiştir. Belirlenen β parametresi ile kararlılığının nasıl değiştiği gösterilmiştir.

SUMMARY

The aim of this thesis is to increase the stability of the marching-on-in-time (MOT) method that is used in the analysis of wide-band electromagnetic pulse scattering from structures made of thin wires. The stability problem has been identified with the advent of the MOT method in 1991, and although several improvements have been suggested to overcome this difficulty no exact solution has been found [1]. In this thesis two methods to suppress the instabilities of the MOT algorithm for thin wire scatterers have been proposed and their effects on the stability have been inspected. First, the classical MOT algorithm has been described in the thesis to provide a basis for the later developments. The instabilities in the solutions obtained by the classical MOT algorithm have been identified. Then, a new formulation, named the Newmark-Beta formulation has been introduced. It is observed that the β parameter introduced in this approach indeed controls the stability of the algorithm however the results obtained by this method are not accurate. As a second method, the Newmark-Beta formulation is augmented with the analytical evaluation of the integrals arising in the MOT formulation. It is observed that the results obtained this way are both stable and accurate for some ranges of the β parameter. The results are compared with the results obtained with the time-domain method of moments codes presented in [2].

TEŞEKKÜR

Uzmanlığıma başladığım günden bu yana hayata bakış açımı değiştiren, desteğini ve ilgisini benden esirgemeyen, tez çalışmalarımda bana kusursuz rehberlik etmesinin yanı sıra bilgi ve deneyimlerini de benimle paylaşan, ömrüm boyunca da kendime örnek almaktan vazgeçmeyeceğim değerli hocam Yrd. Doç. Dr. A. Arif ERGİN'e, beni elektromanyetik alan teorisi ile tanıştıran, çalışmakta olduğum alanı seçmemde büyük etkisi olan değerli hocam Doç. Dr. Namık YENER ve akademisyenliği sevdiren değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Erhan BÜTÜN'e, çalışmalarını benimle paylaşan arkadaşım Şahin ÖZSOY'a, sevgisini ve desteğini daima arkamda hissettiren aileme tüm kalbimle teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

Sayfa

ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
KISALTMALAR	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	xi
ÇİZELGELER DİZİNİ	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1 Tezin Amacı ve Yöntemi	4
2. ELEKTRİK ALAN İNTEGRAL DENKLEMİ (EAİD)	5
2.1 Temel Bağlıntılar	5
2.2 EAİD Nedir?	7
3. KLASİK YÖNTEMLE TEL YAPILAR İÇİN EAİD ÇÖZÜMÜ	10
3.1. Zamanda Adımlama Çözümü	10
3.2. Nümerik Sonuçlar	18
3.2.1. Problemin Tanımlanması	18
3.3. Yorumlar	25
4. NEWMARK-BETA FORMÜLASYONU (B-MOT) İLE TEL YAPILAR İÇİN EAİD ÇÖZÜMÜ	26
4.1. Formülasyon	26
4.2. Nümerik Sonuçlar	28
4.2.1. Problemin Tanımlanması	28
4.3. Yorumlar	36
5. POTANSİYEL İNTEGRALLERİNİN ANALİTİK OLARAK ALINDIĞI EAİD ÇÖZÜMÜ (A-MOT)	37
5.1. Formülasyon	37
5.1.1. $\psi_{m,p}$ integralinin analitik olarak hesaplanması	37
5.1.2. $\phi_{m,p}$ integralinin analitik olarak alınması	44
5.2. Nümerik Sonuçlar	48

5.2.1. Problemin Tanımlanması	48
5.3. Yorumlar	58
6. SONUÇLAR VE YORUMLAR	59
7. ÖNERİLER	60
KAYNAKLAR	61
ÖZGEÇMİŞ	63



KISALTMALAR

EFIE	: Electric field integral equation (Elektrik alan integral denklemi, EAİD)
EAİD	: Elektrik alan integral denklemi (Electric field integral equation, EFIE)
TDDE	: Time domain differential equation (Zaman domeni diferansiyel denklemi, ZDDD)
ZDDD	: Zaman domeni diferansiyel denklemi (Time domain differential equation, TDDE)
FDDE	: Frequency domain differential equation (Frekans domeni diferansiyel denklemi, FDDD)
FDDD	: Frekans domeni diferansiyel denklemi (Frequency domain differential equation, FDDE)
FDIE	: Frequency domain integral equation (Frekans domeni integral denklemi, FDID)
FDID	: Frekans domeni integral denklemi (Frequency domain integral equation, FDIE)
TDIE	: Time domain integral equation (Zaman domeni integral denklemi, ZDID)
ZDID	: Zaman domeni integral denklemi (Time domain integral equation, TDIE)
MOM	: Method of moments (Moment metodu, MM)
MM	: Moment metodu (Method of moments, MOM)
FEM	: Finite element method (Sonlu elemanlar yöntemi, SEY)
SEY	: Sonlu elemanlar yöntemi (Finite element method, FEM)
FDTD	: Finite Difference Time Domain (Zaman domeni sonlu farklar yöntemi, SFY)
SFY	: Zaman Domeni Sonlu farklar yöntemi (Finite Difference Time Domain, FDTD)
TD	: Time Domain (Zaman domeni, ZD)
ZD	: Zaman domeni (Time domain, TD)
FD	: Frequency domain (Frekans domeni, FD)
DE	: Differential equation (Diferansiyel denklem, DD)
DD	: Diferansiyel denklem (Differential equation, DE)
IE	: Integral equation (İntegral denklemi, İD)
İD	: İntegral denklemi (Integral equation, IE)

MOT : Marching-on-in-time method (Zamanda adımlama yöntemi, ZAY)

ZAY : Zamanda adımlama yöntemi (Marching-on-in-time method, MOT)

dB : Desibel.

B-MOT : Newmark-Beta formülasyonu.

A-MOT : Analitik formülasyon.



ŞEKİLLER DİZİNİ



Sekil

Sayfa

1.1. Elektromanyetik problemin çözüm yöntemleri	1
2.1. Saçılma probleminin tanımı	8
2.2. Kaynağın orijinde olmadığı durumda ışıyan alanın hesaplanacağı koordinat sistemi.	9
3.1. Elektromanyetik dalga ile uyarılmış bir ince tel.	10
3.2. Temel fonksiyonunun tanımı.	13
3.3. Temel fonksiyonun iki parçasının ayrı tanımları.	13
3.4. Zaman domeninde aradeğerleme için kullanılan baz fonksiyonu	14
3.5. Gelen elektrik alan	19
3.6. Düz tel parçası	20
3.7. Düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı.	20
3.8. Düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı.(log)	21
3.9. Z şeklindeki tel parçası.	21
3.10. Z şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.	22
3.11. Z şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.(log)	22
3.12. Çember şeklindeki tel parçası.	23
3.13. Çember şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.	24
3.14. Çember şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.(log)	24
4.1. Düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı.(B-MOT çözümü)	28
4.2. Düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı.(log)	29
4.3. $\beta = 1, \beta = 0.6, \beta = 0.25$ ve $\beta = 0.2$ için telin orta noktasındaki akım dağılımı.	30
4.4. $\beta = 0.2$ ve $\beta = 0.25$ için düz telin orta noktasındaki akım dağılımı.	30
4.5. $\beta = 0.1$ için düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı.	31
4.6. Düz tel şeklindeki tel parçası için zaman domeni MoM çözümü ile B-MOT çözümünün logaritmik olarak karşılaştırılması.	31
4.7. Z şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.	32
4.8. Z şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.(log)	33

4.9. Z şeklindeki tel parçası için zaman domeni MoM çözümü ile B-MOT çözümünün logaritmik olarak karşılaştırılması.	33
4.10. Çember şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.	34
4.11. Çember şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.(log)	35
4.12. Çember şeklindeki tel parçası için MoM çözümü ile B- MOT çözümünün logaritmik olarak karşılaştırılması.	35
5.1. Düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı.(A-MOT)	49
5.2. Düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı.(A-MOT - log).	49
5.3. Düz tel yapılar için Newmark-Beta formülasyonu ile bulunan akım dağılımı ile A_MOT ile bulunan akım dağılımının karşılaştırılması.	50
5.4. $\beta = 1, \beta = 0.6, \beta = 0.25$ ve $\beta = 0.2$ için telin orta noktasındaki akım dağılımı. (A-MOT)	51
5.5. $\beta = 0.19, \beta = 0.2$ ve $\beta = 0.25$ için düz telin orta noktasındaki akım dağılımı.(A-MOT)	51
5.6. $\beta = 0.18$ için düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı. (A-MOT)	52
5.7. Düz tel şeklindeki tel parçası için MoM çözümü ile A-MOT çözümünün log olarak karşılaştırılması.	52
5.8. Z şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.(A-MOT)	53
5.9. Z şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.(A-MOT - log)	54
5.10. Z şeklindeki tel yapılar için Newmark-Beta formülasyonu ile bulunan akım dağılımı ile A-MOT ile bulunan akım dağılımının karşılaştırılması	54
5.11. Z şeklindeki tel parçası için MoM çözümü ile A-MOT çözümünün log olarak karşılaştırılması.	55
5.12. Çember şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı. (A-MOT)	56
5.13. Çember şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı. (A-MOT - log)	56
5.14. Çember şeklindeki tel yapılar için Newmark-Beta formülasyonu ile bulunan akım dağılımı ile A-MOT ile bulunan akım dağılımının karşılaştırılması.	57
5.15. Çember şeklindeki tel parçası için MoM çözümü ile A MOT çözümünün logaritmik olarak karşılaştırılması.	58

TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo

Sayfa

5.1. Kullanılan katsayılar.

40

5.2. İntegral Tablosu

42

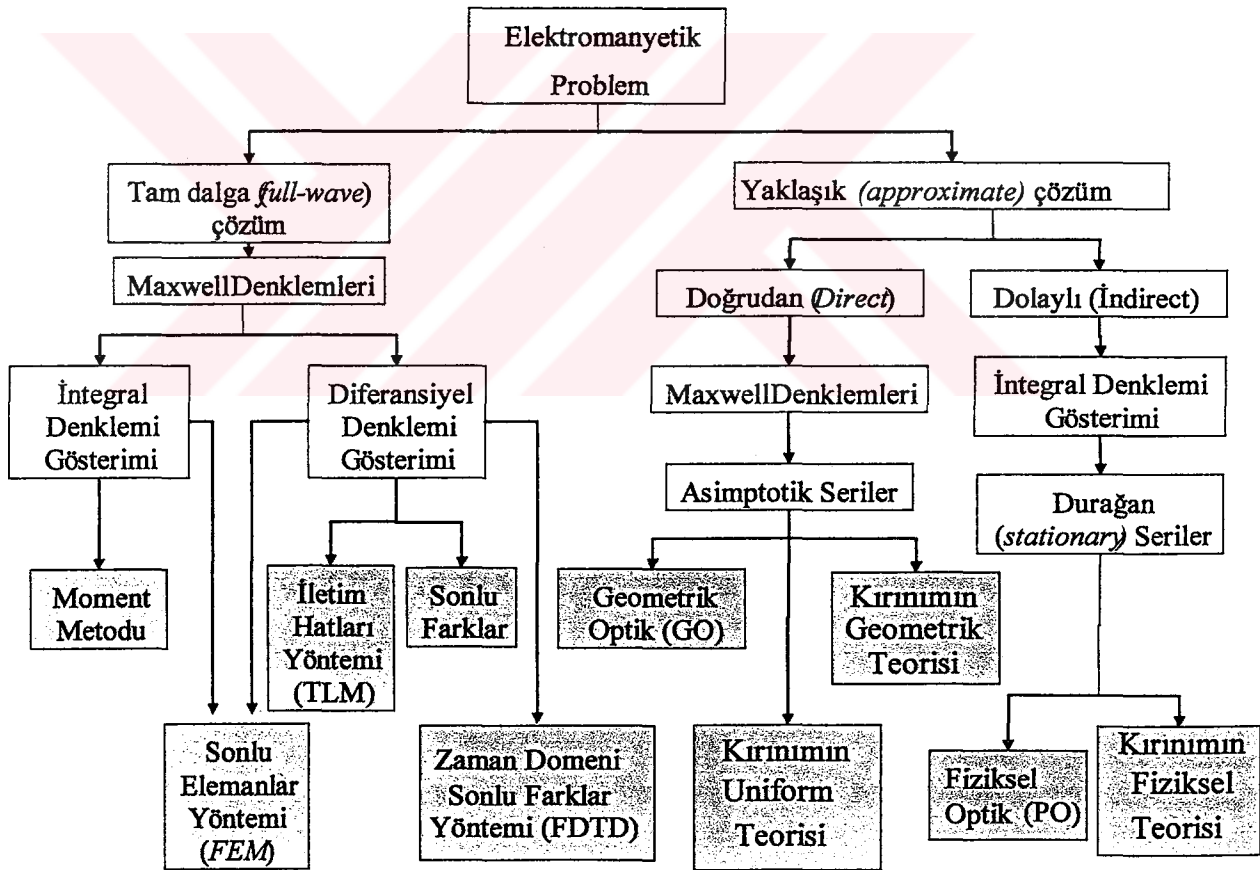
5.3. Kullanılan katsayılar.

46



1. GİRİŞ

Elektromanyetik dalgaların tanımlanmasında kullanılan Maxwell denklemleri 1873 yılında James Clerk Maxwell tarafından formüle edilmiştir. Elektromanyetik dalgalar radyo dalgaları, mikrodalgalar ve radar dalgaları gibi farklı amaçlarda kullanılmıştır. Maxwell denklemlerinin çözümünü kolaylaştırmak amacıyla yaklaşık matematiksel yöntemler ve ölçüm teknikleri geliştirilmiştir. Bilgisayarların kullanımının yaygın hale gelmesiyle de sayısal yöntemler adı verilen yöntemler bulunmuştur. Bugün Maxwell denklemlerinin çözümü için sayısal yöntemlerden oldukça yaygın olarak faydalanılmaktadır. Şekil 1.1'de bir elektromanyetik problemin çözüm yöntemleri şema halinde gösterilmiştir.



Şekil 1.1. Elektromanyetik problemin çözüm yöntemleri.

Maxwell denklemlerine dayalı sayısal elektromanyetik uygulamaları diferansiyel denklem (*Differential Equations, DE*) [3]-[4] ve integral denklem

(*Integral Equation, IE*) temelli [5]-[6] yöntemler biçiminde gruplandırılabilir. Zaman domeni integral denklemleri çözüm yöntemlerine duyulan ilginin giderek artmasının temel nedeni söz konusu denklemlerde ışıyım koşullarının kendiliğinden sağlanıyor olmasıdır. Bundan dolayı diferansiyel denklem çözümlerinde olduğu gibi hesaplanacak bölgenin sınırlarında kesme şemaları tanımlanırken sınır koşullarının belirlenmesine gerek yoktur. Bunlara ek olarak integral denklem çözücüsü hacim değil sadece yüzeyin ayrıştırılmasına ihtiyaç duymaktadır. Bu ise diferansiyel denklem tabanlı çözüm yöntemlerine kıyasla bilinmeyenlerin sayısında önemli ölçüde azalma sağlamaktadır. Örnek olarak, zaman domeni integral denklemlerinin klasik zamanda adımlama metodlarında frekansın beşinci kuvvetine ait skala ile frekans domeni integral denklem çözüm yöntemlerinde frekansın altıncı kuvvetine ait skala düşünülebilir.

İntegral denklem tabanlı çözüm yöntemlerinde probleme ait integral denklem ya da integrodiferansiyel denklem belirlendikten sonra zamana bağlı çözümün üretilmesi için bilgisayardan yararlanılır. Diferansiyel tabanlı çözüm yöntemlerinde ise problemin çözümünde kullanılan bir dizi diferansiyel denklem tanımlandıktan sonra zaman domeni sonlu farklar yöntemi (*Finite Difference Time Domain, FDTD*) ya da sonlu elemanlar yöntemi (*Finite Element Method, FEM*) kullanılarak denklemler sayısal (nümerik) olarak çözülür.

Elektromanyetik teoride en yaygın kullanılan sayısal yöntemler, zaman domeni sonlu farklar yöntemi, sonlu elemanlar yöntemi ve Moment Metodu (*Method of Moments, MOM*) olarak sıralanabilir. Sayısal yöntemlerin çözüm getirmeye çalıştığı problemler ise frekans domeni diferansiyel denklemler (*frequency-domain differential equations, FDDE*), zaman domeni diferansiyel denklemler (*time-domain differential equations, TDDE*), frekans domeni integral denklemleri (*frequency domain integral equations, FDIE*) ve zaman domeni integral denklemleri (*time-domain integral equations, TDIE*) olarak dört ayrı kategoride sınıflandırılabilir. Genellikle bu tezin konusu olan saçılma problemlerinin integral denklemi analizleri frekans domeninde, diferansiyel denklem analizleri ise zaman domeninde yapılır[7].

Bu çalışmada geniş bantlı elektromanyetik darbelerin cisimlerden saçılma problemleriyle ilgilenilmiştir. Problemlere, mükemmel iletken tellerle modellenmiş

cisimlerin üzerinden elektromanyetik dalgaların saçılması açısından yaklaşılmıştır. Temel yaklaşım, boşlukta bulunan mükemmel iletken bir yapının elektromanyetik bir alan ile aydınlatılması sonucunda yapı üzerinde oluşan yüzey akımlarının ışıyarak ikinci bir alan oluşturmaya dayanır. Bu alana saçılan (*scattered*) alan denir.

Zaman domenii yöntemlerinin frekans domenii yöntemlerine kıyasla bazı üstünlükleri bulunmaktadır. Bunlardan ilki, zaman domenii yöntemleri ile geniş bantlı elektromanyetik darbelerin cisimlerden saçılmasının geçici rejim cevabının tek bir analiz ile bulunabilmesidir. İkinci olarak frekans domenii yöntemlerinin zamanla değişen ve doğrusal olmayan denklem sistemlerine uygulanması mümkün değildir. Zaman domenii yöntemleri, zaman domenii integral denklemlerindeki gecikmeli (*retarded*) zaman terimi ile ifade edilen doğrusal zaman-uzay ilişkisinin hesaplanan domenii farklı bölümlerinden gelen etkisini kolayca ortaya koyar. Bu sayede elektromanyetik dalgaların yayılımının ve diğer yapılar ile etkileşiminin daha fiziksel bir biçimde gösterilmesi mümkün kılınmış olur. Üçüncü olarak, belirli bazı geçici rejim (*transient*) dalga uygulamalarında (örneğin darbeli güç) yalnızca erken zamanlardaki cevap önemsenir. Zaman domenii yöntemleri çözümlerin ihtiyaç duyulduğu kadar hesaplanmasına izin verdiğinden hesaplama istenilen yerde durdurulabilir[7].

Moment metodu sayısal elektromanyetik uygulamalarında yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir[8]. Zaman domenii integral denklemleri üzerine bir çok araştırma yürütülmüştür. Ancak moment yöntemini frekans uzayı integral denklemlerden zaman uzayı denklemlere genişletmek güçlükler içerir. Bunlardan en temel olanı integral denklemdeki zaman gecikmesi teriminden kaynaklanmaktadır. Bu nedenle zaman domenii integral denklemi genellikle zamanda adımlama yöntemiyle çözülmektedir[9]. Bu yöntemde integral denklem uzayda ve zamanda ayrıştırılır. Sıfır başlangıç koşullarında, verilen zaman adımındaki bilinmeyen akım ve yük yoğunlukları önceki zaman adımında bulunan sonuçlar ve bilinen girdilerden hesaplanır. Ancak son yıllara kadar bu yöntemin son derece kararsız olduğu gözlenmiştir.

1.1 Tezin Amacı ve Yöntemi

Bu çalışma ile geniş bantlı elektromanyetik darbelerin cisimlerden saçılmasını incelemek için geliştirilmiş olan zamanda adımlama yönteminin kararlılığının artırılması hedeflenmektedir. Zamanda adımlama yönteminin kararlılığının artırılması için geçmişte değişik çözüm yöntemleri önerilmiştir [10]-[18]. Ancak bu çözüm yöntemleri ya sadece yüzeyden saçılma analizleri için geçerlidir (ör.[18]) ya da kararlılığı yapay sinyal işleme teknikleriyle sağlarlar [10]-[12]. Sonuç olarak tellerden saçılma problemini çözen MOT yöntemleri için yapılmış özel bir kararlılık analizi ve çözüm önerisi literatürde bulunmamaktadır.

Bu tez kapsamında tellerden saçılma analizinde kararlılığın artırılabilmesi için iki temel çözüm önerilmektedir. Bunlardan birincisi genellikle zaman domenli FEM çözücülerinde kullanılmış olan Newmark-Beta formülasyonudur[19]. Bu yöntemde, denklemlerdeki türevler sonlu farklarla yaklaşık olarak hesaplanırken kararlılığı artırmak için bağımsız bir beta (β) parametresi kullanılır. Bu yöntem ve uygulama sonuçları Bölüm 4'te açıklanacaktır. İkinci olarak da MOT yönteminde şimdiye kadar nümerik olarak alınmış integrallerin bir kısmının analitik olarak alınmasının kararlılığa katkısı incelenecektir. MOT yöntemindeki kararsızlığın sebeplerinden birisi olarak nümerik hatalar gösterilmiştir[11],[20]. Bunu temel kabul ettiğimizde analitik olarak bulunan integral sonuçlarının kararlılığa katkısı olması gerektiği temel hipotezdir. Bölüm 5'te tel yapılardan saçılmada kullanılan bazı integrallerin analitik olarak nasıl alındığı açıklanacak ve uygulama sonuçları verilecektir.

2. ELEKTRİK ALAN İNTEGRAL DENKLEMİ (EAİD)

2.1 Temel Bağıntılar

Zamana bağlı elektromanyetik alan, kaynak ve potansiyel terimlerinden oluşan elektrik ve manyetik alan ifadelerinin belirlenmesine Maxwell denklemlerinin zamana bağlı olarak incelenmesi ile başlanabilir.

Zamana bağlı Maxwell denklemleri

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho(\mathbf{r}, t)}{\varepsilon} \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (2.4)$$

şeklinde ifade edilir[21]. Yukarıdaki denklemlerde $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$, ε , μ , $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ ve $\rho(\mathbf{r}, t)$ terimleri sırasıyla elektrik alan şiddetini (V/m), manyetik alan şiddetini (A/m), elektrik geçirgenliği ($farad/m$), manyetik geçirgenliği ($Henry/m$), akım yoğunluğunu (A/m^2) ve yük yoğunluğunu ($coul/m^3$) ifade etmektedirler. Süreklilik denklemi ise

$$\nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (2.5)$$

şeklinde ifade edilir. Potansiyel teori kullanılarak elektrik ve manyetik alan şiddetleri vektör potansiyel $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ ve skaler potansiyel $\phi(\mathbf{r}, t)$ nicelikleri ile ifade edilebilir. Denklem (2.4)'te eşitliğin iki tarafı da μ ile çarpılırsa sonuç değişmez. $\nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0 \Rightarrow \mu \nabla \cdot \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = 0$ ve herhangi bir $\mathbf{A}$ için $\nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A} = 0$ olduğundan $\nabla \cdot \mu \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \nabla \cdot \nabla \times \mathbf{A} = 0$ eşitliği yazılabilir. Buradan vektör potansiyel $\mathbf{A}$ 'yı tanımlayan ilk denklem olan

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \quad (2.6)$$

denklemini elde edilir. Vektör potansiyelin fiziksel olarak bir anlam ifade etmeyen matematiksel bir nicelik olduğu unutulmamalıdır. Denklem (2.6) denklem (2.1)'de yerine konulur ve düzenlenirse

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\nabla \times \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \Rightarrow \nabla \times \left[\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \right] = 0 \quad (2.7)$$

denklemini elde edilir. Vektör hesaplamalarında bir vektörün rotasyonelinin sıfıra eşit olduğu durumda vektör, skaler bir fonksiyonun gradyanı şeklinde yazılabileceğinden hareketle denklem (2.7)'de parantez içindeki terim

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\nabla \phi(\mathbf{r}, t) \quad (2.8)$$

olarak ifade edilebilir. Burada $\phi(\mathbf{r}, t)$ skaler potansiyeldir. Denklem (2.6) ve denklem (2.8), denklem (2.2)'de yerine konulursa

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \mathbf{A} &= -\mu\epsilon \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \phi \right] + \mu \mathbf{J} \\ \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A} &= -\mu\epsilon \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \phi \right] + \mu \mathbf{J} \end{aligned} \quad (2.9)$$

denklemini elde edilir. Lorentz koşulu

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (2.10)$$

denklem (2.9)'da yerine konulursa

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu \mathbf{J} \quad (2.11)$$

denklemini bulunur. Denklem (2.11)'in çözümü

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mu \int_V \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t - R/c)}{4\pi R} dV' \quad (2.12)$$

olarak verilebilir. Burada $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ olarak tanımlanır, $\mathbf{r}$ ve $\mathbf{r}'$ sırasıyla gözlem noktasının ve kaynağın konumunu belirtir. Benzer bir şekilde de skaler potansiyel ile yük yoğunluğundaki arasındaki bağıntı

$$\phi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\epsilon} \int_V \frac{\rho(\mathbf{r}', t - R/c)}{4\pi R} dV' \quad (2.13)$$

olarak bulunabilir.

Vektör ve skaler potansiyel bir kere hesaplandıktan sonra sırasıyla Denklem (2.6) ve Denklem (2.8)'deki $\mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ ve $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ terimleri kolaylıkla belirlenebilir. Denklem (2.8)'in zamana göre türevi alınarak ve Lorentz koşulu kullanılarak elektrik alanının hesaplanması için alternatif bir ifade olan

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = -\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + c^2 \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) \quad (2.14)$$

türetilir.

2.2 EAİD Nedir?

Green fonksiyonları kullanılarak Maxwell denklemleri integral denklemleri haline dönüştürülebilir. Elektrik alan integral denklemi (EAİD), elektrik alanın teğetsel bileşeninin mükemmel iletken bir saçıcı cisim yüzeyinde sıfır olduğu sınır koşulu üzerine kurulmuştur.

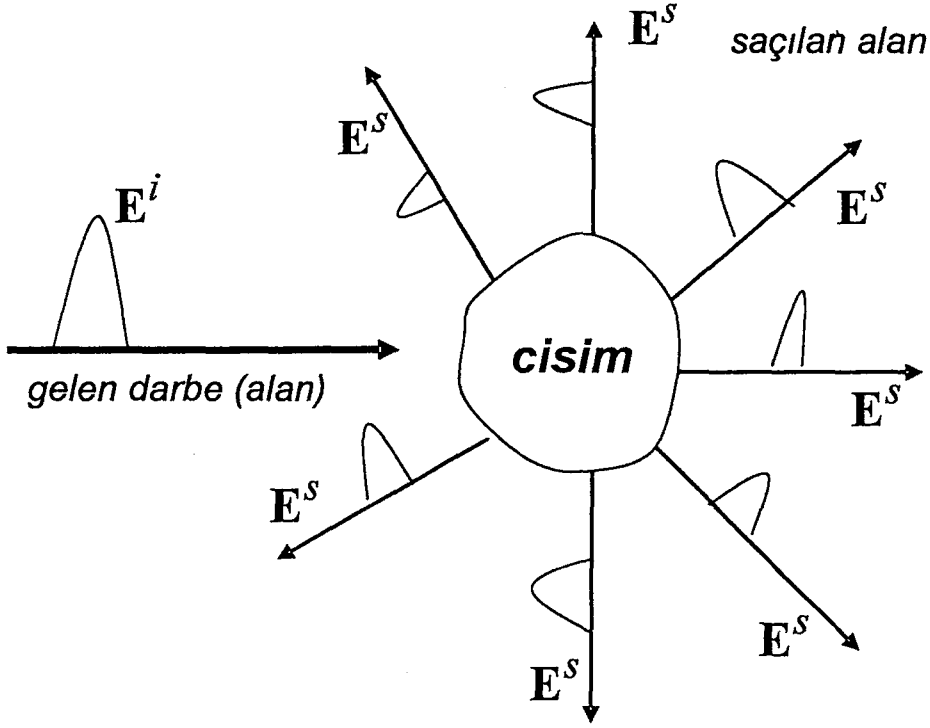
Şekil 2.1'de görüldüğü üzere, toplam elektrik alan $\mathbf{E}^t$, gelen (*incident*) $\mathbf{E}^i$ ve saçılan (*scattering*) $\mathbf{E}^s$ elektrik alanların toplamına eşit olduğundan

$$\mathbf{E}^t = \mathbf{E}^i + \mathbf{E}^s \quad (2.15)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bir iletkenin yüzeyinde toplam alanın teğetsel bileşeni sıfır olduğundan dolayı iletkenin yüzeyinde

$$\mathbf{E}_t^s = -\mathbf{E}_t^i \quad (2.16)$$

olur. Denklem (2.16)'da alt indis olan t teğetsel bileşenleri ifade etmektedir.



Şekil 2.1. Saçılma probleminin tanımı.

Anten ya da saçıcı cismin yüzeyini aydınlatan gelen alan, o yüzeyin üzerinde bir elektrik akım yoğunluğu ($\mathbf{J}$) endükler. Bu akım yoğunluğu aynı zamanda saçılan alanın da kaynağı olur. Mükemmel iletken cismin yüzeyi üzerinde Denklem (2.16)'da verilen teğetsel elektrik alan sınır koşulunun Denklem (2.10) ve Denklem (2.14) ile birlikte uygulanmasıyla

$$\frac{\partial \mathbf{E}_t'}{\partial t} = \left[\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \phi \right]_t \quad (2.17)$$

integrodiferansiyel denklemi elde edilir. Denklem (2.17)'de (2.12) ve (2.13) ifadeleri kullanılırsa

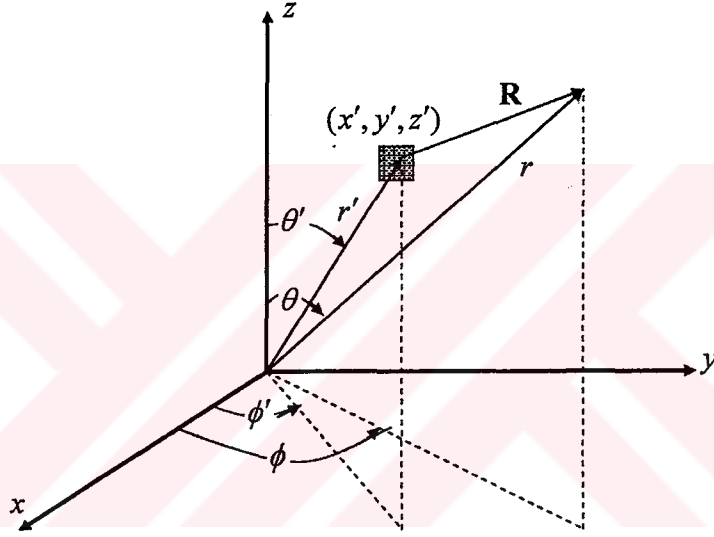
$$\frac{\partial \mathbf{E}_t'}{\partial t} = \left[\mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_v \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}, t - R/c)}{4\pi R} dv' + \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial t} \nabla \int_v \frac{\rho(\mathbf{r}, t - R/c)}{4\pi R} dv' \right]_t \quad (2.18)$$

denklemini elde edilir. Denklem (2.18)'deki yük yoğunluğunun zamana göre türevi yerine Denklem (2.5) kullanılarak akım yoğunluğunun diverjansı konulabilir:

$$\frac{\partial \mathbf{E}_t'}{\partial t} = \left[\mu \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int_v \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}, t - R/c)}{4\pi R} dv' + \frac{1}{\epsilon} \nabla \int_v \frac{\nabla' \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}, t - R/c)}{4\pi R} dv' \right]_t \quad (2.19)$$

Bu denklemde ∇ ve ∇' simgeleri sırasıyla Şekil 2.2'de gösterilen gözlem ($\mathbf{r}$) ve kaynak ($\mathbf{r}'$) koordinatlarına göre gradyanı ifade etmektedir. Denklem (2.19) elektrik

alan integral denklemi olarak ifade edilmektedir. Bu denklem bir integrodiferansiyel denklemdir ancak genellikle integral denklemi olarak adlandırılmaktadır. Bu denklemde gelen alan E_t^i bilinmemektedir ve saçıcı üzerinde indüklenen akım yoğunluğu $J(r,t)$ bilinmemekte, bulunmak istenmektedir. Bu tezin konusu, bilinmeyen akım yoğunluğunun tellerden saçılım analizlerinde nasıl hesaplanabileceğidir. Öncelikle Bölüm 3'te klasik çözüm yönteminden bahsedilecek ve olumsuz tarafları tartışılacaktır. Daha sonraki bölümlerde klasik yöntemin olumsuz taraflarının üstesinden gelebilmek için bu tez kapsamında geliştirilen yenilikler anlatılacaktır.



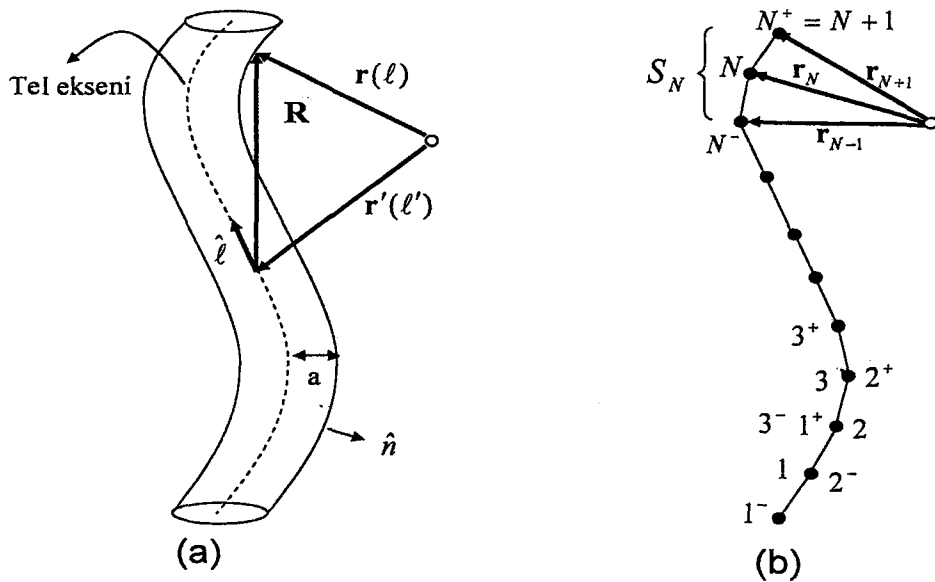
Şekil 2.2 Kaynağın orijinde olmadığı durumda ışıyan alanın hesaplanacağı koordinat sistemi.

3. KLASİK YÖNTEMLE TEL YAPILAR İÇİN EAİD ÇÖZÜMÜ

Bu bölümde tel yapılardan elektromanyetik alan saçılımının analizinde bilinmeyen akım yoğunluklarını bulmak için EAİD'nin klasik olarak nasıl çözüldüğü açıklanacaktır.

3.1 Zamanda Adımlama Çözümü

Tezin maksadı ince teller ile modellenmiş cisimlerden saçılmayı analiz etmektir. İnce teller ile çalışılırken üç boyutlu uzayda koordinatların parametrik olarak gösterilmesi işlem kolaylığı sağlayacaktır. Bu amaca yönelik olarak Şekil 3.1'de gösterilen, tel eksenini boyunca uzanan birim vektörü $\hat{\ell}(\ell)$ olarak tanımlayalım. $\hat{\ell}(\ell)$ ifadesinde parantez içindeki ℓ terimi tanımlanan birim vektörünün telin başlangıcından olan uzunluğu ifade eden ℓ 'ye parametrik olarak bağlı olduğunu ifade etmektedir. Şekil 3.1 (a)'da gösterilen a simgesi ince telin yarıçapını, $\mathbf{r}$ ve $\mathbf{r}'$ sırasıyla gözlem ve kaynak noktalarını ve $\mathbf{R} = \mathbf{r} - \mathbf{r}' = R \hat{\mathbf{R}}$ de kaynak noktasından gözlem noktasına olan uzaklık vektörünü ifade etmektedir.



Şekil 3.1. Elektromanyetik dalga ile uyarılmış bir ince tel.

Telden saçılımın analizi yapılırken $\hat{\ell}(\ell)$ vektörünün sürekli değişiminin modellenmesi oldukça zordur. Bu zorluğu aşmak için Şekil 3.1 (b)'de gösterildiği gibi telin dalga boyuna göre çok kısa uzunluktaki $N+1$ adet düz tel parçasından oluştuğu varsayılacaktır. Bu kısa tel parçalarının birbirleriyle birleşme noktalarına "düğüm" denilecek ve Şekil 3.1 (b)'de gösterildiği üzere n 'inci düğüm noktasının koordinatı r_n ile belirtilecektir.

Formülasyonun ve çözümün daha kolay yapılabilmesi için pratikte doğrulanmış ve $a \ll \lambda$ olduğunda geçerli olan ince tel yaklaşıklıkları kullanılır. Bu yaklaşıklıklar şu şekilde ifade edilebilir:

- 1) Akımın sadece tel eksen yönünde ve sadece eksen üzerinden aktığı varsayılır. $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{J}(\ell, t) = \hat{\ell}(\ell)I(\ell, t)$.
- 2) Sınır koşulu olan teğetsel elektrik alanın tel yüzeyinde sıfır olmasının, hangi yönde olduğuna bakılmaksızın tel ekseninden a uzaklıkta geçerliliği olduğu varsayılır. Böylece Bölüm 2'de kullanılan R mesafesi, akımın bulunduğu ℓ' konumunda telin ekseninden, gözlemin yapıldığı konumunda tel ekseninden a uzaklığa olan mesafeyi gösterir. Bunun doğal bir sonucu olarak $\ell' = \ell$ durumunda $R = a$ olarak en küçük değerini alır. Diğer bir anlatımla $R = 0$ durumu hiç bir zaman gerçekleşmez ve tekillik durumu oluşmaz.

Yukarıdaki geometrik tanımlar ve yaklaşıklıklar ile EAİD'nin ifadesi için önce vektör potansiyeli olan $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mu \int_v \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t - R/c)}{4\pi R} dv' \quad (3.1)$$

olarak tanımlansın. Denklem (3.1) ℓ parametresine bağlı olarak yazılırsa

$$\mathbf{A}(\ell, t) = \mu \int \hat{\ell}(\ell') \frac{I(\ell', t - R/c)}{4\pi R} d\ell' \quad (3.2)$$

denklemini elde edilir. Benzer şekilde skaler potansiyel $\phi(\mathbf{r}, t)$ de ℓ parametresine bağlı olarak

$$\begin{aligned}\phi(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{\rho(\mathbf{r}', t - R/c)}{R} dV' \\ \phi(\ell, t) &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \int \frac{\rho(\ell', t - R/c)}{R} d\ell'\end{aligned}\quad (3.3)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (2.17) bu durumda

$$\partial_t \mathbf{E}'_i(\ell, t) = \left[\partial_i^2 \mathbf{A}(\ell, t) + \nabla \partial_i \phi(\ell, t) \right] \quad (3.4)$$

halini alır. Burada $\partial_i \equiv \frac{\partial}{\partial t}$ olarak kullanılmıştır.

Mevcut haliyle denklem (3.4) fonksiyonel bir eşitliktir. Nümerik çözümün yapılabilmesi için daha somut olan sayısal eşitliklerin kurulması lazımdır. Bu eşitlikleri kurmak ve daha sonra da bilinmeyen akım yoğunluğunu ifade etmek için temel fonksiyonlarının tanımlanması lazımdır. Şekil 3.2'den yararlanarak temel fonksiyonlar olarak tel eksenine paralel ve dolayısıyla tel yüzeyine teğetsel olan

$$\mathbf{f}_n(\ell') = \begin{cases} \frac{\ell' - \ell_{n-1}}{s_n^-} \hat{\ell}_n^- & \ell' \in S_n^- \\ \frac{\ell_{n+1} - \ell'}{s_n^+} \hat{\ell}_n^+ & \ell' \in S_n^+ \end{cases} ; \quad n \in \{1, \dots, N\} \quad (3.5)$$

temel fonksiyonları tanımlansın. Burada ℓ_n , n 'inci düğüm noktasının ℓ parametresi cinsinden koordinatıdır ve $s_n^\pm = |\ell_{n\pm 1} - \ell_n|$ 'dir. Ayrıca s_n^- ; $[\ell_{n-1}, \ell_n]$ aralığındaki, s_n^+ ise $[\ell_n, \ell_{n+1}]$ aralığındaki tel parçalarını göstermektedir. Denklem (3.5)

$$\mathbf{f}_n(\ell') = \begin{cases} \pm \frac{\ell_{n\pm 1} - \ell'}{s_n^\pm} \hat{\ell}_n^\pm & \ell_n \leq \ell \leq \ell_{n\pm 1} \end{cases} \quad (3.6)$$

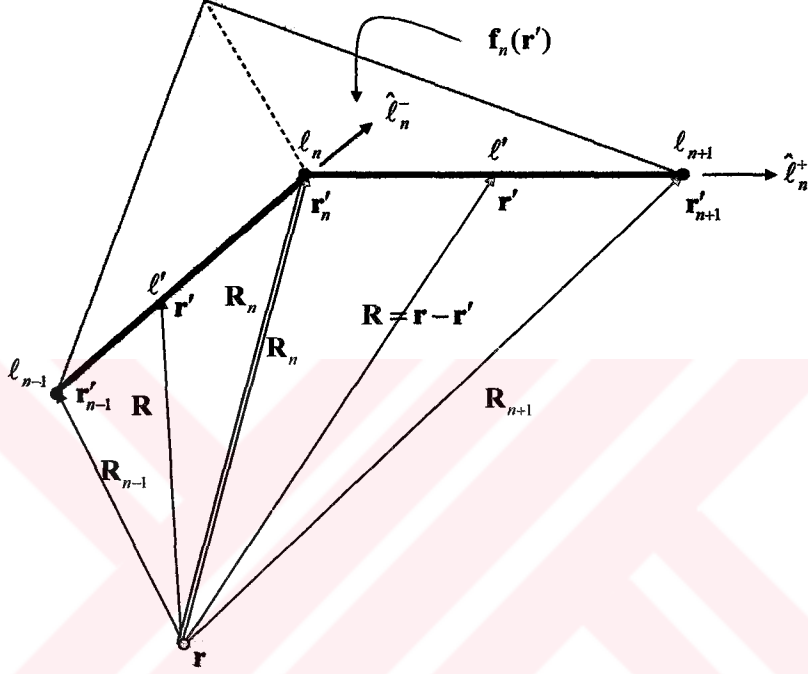
şeklinde de tanımlanabilir. $\mathbf{f}_n(\ell')$ fonksiyonunun iki kısmıyla ilgili parametreler Şekil 3.3'de gösterilmiştir. Denklem (3.4), Denklem (3.5)'te yer alan fonksiyonlarla test edildiğinde

$$\underbrace{\langle \mathbf{f}_m(\ell), \partial_i \mathbf{E}'(\ell, t) \rangle}_{E_{mj}} \Big|_{\ell=\ell_j} = \underbrace{\partial_i^2 \langle \mathbf{f}_m(\ell), \mathbf{A}(\ell, t) \rangle}_{\psi_{mj}} \Big|_{\ell=\ell_j} + \underbrace{\langle \mathbf{f}_m(\ell), \nabla \partial_i \phi(\ell, t) \rangle}_{\varphi_{mj}} \Big|_{\ell=\ell_j} ; \quad m \in \{1, \dots, N\} \quad (3.7)$$

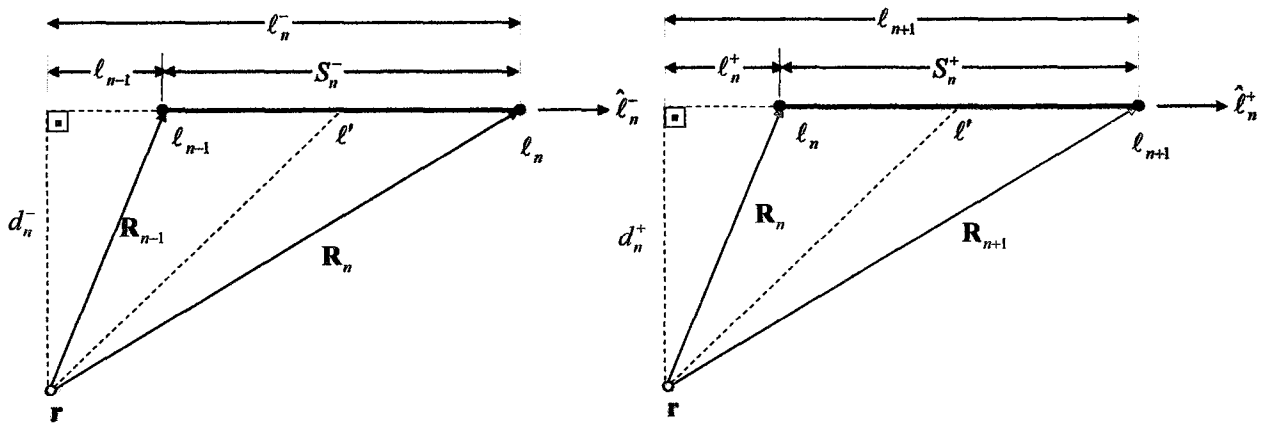
denklemini elde edilir. Toplam N adet temel fonksiyon olduğu için denklem (3.7) ile değişik $m \in \{1, \dots, N\}$ değerleri kullanılarak N adet sayısal eşitlik gösteren denklem kurulabilir. Burada $\langle f, g \rangle$ iç çarpımı

$$\langle f, g \rangle = \int f(\ell)g(\ell)d\ell. \quad (3.8)$$

şeklinde tanımlanmıştır.



Şekil 3.2. Temel fonksiyonunun tanımı.



Şekil 3.3. Temel fonksiyonun iki parçasının ayrı tanımları.

Denklem (3.7)

$$E_{m,j} = \partial_i^2 \psi_{m,j} + \varphi_{m,j} \quad (3.9)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (3.9)'da yer alan ikinci dereceden türev sonlu farklar yöntemiyle yaklaşık olarak

$$E_{m,j} \cong \frac{\psi_{m,j+1} - 2\psi_{m,j} + \psi_{m,j-1}}{\Delta t^2} + \varphi_{m,j} \quad (3.10)$$

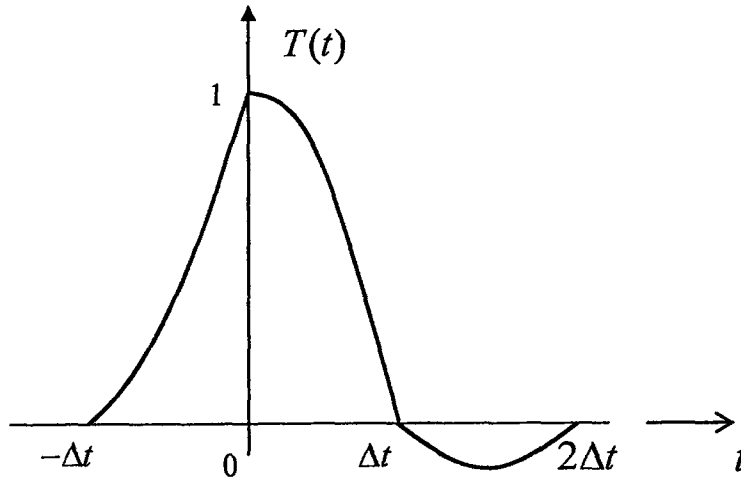
şeklinde yazılabilir. Akım yoğunluğu uzayda bilinen N adet temel fonksiyon cinsinden

$$J(\ell, t) = \sum_{n=1}^N I_n(t) f_n(\ell) = \sum_{n=1}^N \sum_i I_{n,i} T_i(t) f_n(\ell) \quad (3.11)$$

olarak yazılabilir. Denklem (3.11)'de zaman temel fonksiyonu olan $T_i(t)$, zaman boyutunun Δt eşit aralıklara bölündüğü varsayılarak $T_i(t) = T(t - i\Delta t)$ şeklinde ifade edilebilir ve $T(t)$ ifadesi

$$T(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2\Delta t^2} + \frac{3t}{2\Delta t} + 1 & -\Delta t \leq t \leq 0 \\ -\frac{t^2}{\Delta t^2} + 1 & 0 \leq t \leq \Delta t \\ \frac{t^2}{2\Delta t^2} - \frac{3t}{2\Delta t} + 1 & \Delta t \leq t \leq 2\Delta t \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (3.12)$$

olarak yazılabilir. $T(t)$ fonksiyonu Şekil 3.4'te gösterildiği gibi ikinci dereceden bir fonksiyondur [16]. Bu temel fonksiyonlarla " i "inci zaman adımındaki akım ile $T_i(t) = T(t - i\Delta t)$ özdeşleştirilecektir. Ancak Şekil 3.4'ten bu fonksiyonun $(i-1)\Delta t < t < (i+2)\Delta t$ aralığındaki akım ile ilgili olduğu görülmektedir.



Şekil 3.4. Zaman domeninde aradeğerleme için kullanılan baz fonksiyonu.

Denklem (3.9)'da yer alan ψ ve ϕ terimlerini detaylı olarak inceleyelim. Öncelikle, $p \in \{j-1, j, j+1\}$ olmak üzere $\psi_{m,p}$ ifadesi

$$\begin{aligned}\psi_{m,p} &= \langle \mathbf{f}_m(\ell), \mathbf{A}(\ell, t) \rangle \Big|_{t=t_p} \\ &= \int_{S_m} \mathbf{f}_m(\ell) \mathbf{A}(\ell, t_p) d\ell\end{aligned}\quad (3.13)$$

olarak yazılabilir. Denklem (3.13)'te yer alan vektör potansiyeli $\mathbf{A}$ yerine denklem (3.1)'deki ifade konulur, akım yoğunluğu için denklem (3.11) kullanılır ve sonuç düzenlenirse

$$\begin{aligned}\psi_{m,p} &= \mu \int_{S_m} \mathbf{f}_m(\ell) \cdot \int_S \frac{\mathbf{J}(\ell', t_p - R/c)}{4\pi R} d\ell' d\ell \\ &= \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N \sum_i I_{n,i} \underbrace{\int_{S_m} \mathbf{f}_m(\ell) \cdot \int_{S_n} \mathbf{f}_n(\ell') \frac{T_i(t_p - R/c)}{R} d\ell' d\ell}_{Z_{mn,p-i}^\psi} \quad ; \quad m \in \{1, \dots, N\}\end{aligned}\quad (3.14)$$

denklemini elde edilir. Denklem (3.14)'te yer alan $Z_{mn,p-i}$ terimi “ n . temel fonksiyonun i . zaman adımı ile ilişkilendirilmiş akım dağılımının m . test fonksiyonu üzerinde $t = pDt$ anında oluşturduğu alan” olarak yorumlanabilir. Denklem (3.14) matris formunda

$$\bar{\psi}_p = \frac{\mu}{4\pi} \sum_i \bar{\bar{Z}}_{p-i}^\psi \bar{I}_i \quad (3.15)$$

şeklinde yazılabilir. Bu ifadedeki matrisler şu şekilde tanımlanmıştır:

$$\bar{\psi}_p = \begin{bmatrix} \psi_{1,p} \\ \psi_{2,p} \\ \psi_{3,p} \\ \vdots \\ \psi_{N,p} \end{bmatrix} \quad \bar{I}_i = \begin{bmatrix} I_{1,i} \\ I_{2,i} \\ I_{3,i} \\ \vdots \\ I_{N,i} \end{bmatrix} \quad \bar{\bar{Z}}_{p-i}^\psi = \begin{bmatrix} Z_{11,p-i}^\psi & Z_{12,p-i}^\psi & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{21,p-i}^\psi & Z_{22,p-i}^\psi & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{31,p-i}^\psi & Z_{32,p-i}^\psi & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ Z_{N1,p-i}^\psi & \cdot & \cdot & \cdot & Z_{NN,p-i}^\psi \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Benzer şekilde Denklem (3.9)'da yer alan $\varphi_{m,j}$ ifadesi ($p = j$ için)

$$\begin{aligned}
 \varphi_{m,p} &= \langle \mathbf{f}_m(\ell), \nabla \partial_t \phi(\ell, t) \rangle \Big|_{t=t_p} \\
 &= \int_{S_m} \mathbf{f}_m(\ell) \nabla \partial_t \phi(\ell, t_p) d\ell \\
 &= \int_{S_m} \nabla \cdot [\mathbf{f}_m(\ell) \partial_t \phi(\ell, t_p)] d\ell - \int_{S_m} [\nabla \cdot \mathbf{f}_m(\ell)] \partial_t \phi(\ell, t_p) d\ell
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

olarak ifade edilebilir. Denklem (3.17)'de yer alan $\int_{S_m} \nabla \cdot [\mathbf{f}_m(\ell) \partial_t \phi(\ell, t_p)] d\ell$ ifadesi bir skalerin çizgi üzerindeki integralinin uçlarındaki değerin farkına eşit olacağı prensibi (*fundamental theorem of calculus*) ile düzenlenir ve Denklem (3.17)'de yerine konulursa

$$\begin{aligned}
 \varphi_{m,p} &= \underbrace{\mathbf{f}_m(\ell_{m+1})}_{=0} \partial_t \phi(\ell_{m+1}, t_p) - \underbrace{\mathbf{f}_m(\ell_{m-1})}_{=0} \partial_t \phi(\ell_{m-1}, t_p) - \int_{S_m} [\nabla \cdot \mathbf{f}_m(\ell)] \partial_t \phi(\ell, t_p) d\ell \\
 &= - \int_{S_m} [\nabla \cdot \mathbf{f}_m(\ell)] \partial_t \phi(\ell, t_p) d\ell
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

olarak yazılabilir. Denklem (3.3), Denklem (3.11) ve Denklem (2.5), Denklem (3.18)'de yerine konulursa

$$\begin{aligned}
 \varphi_{m,p} &= - \int_{S_m} [\nabla \cdot \mathbf{f}_m(\ell)] \frac{1}{\epsilon} \int_S \frac{\partial_t \rho(\ell', t_p - R/c)}{4\pi R} d\ell' d\ell \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_{S_m} [\nabla \cdot \mathbf{f}_m(\ell)] \int_S \frac{\nabla \cdot \mathbf{J}(\ell', t_p - R/c)}{R} d\ell' d\ell \\
 &= \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N \sum_i I_{n,i} c^2 \underbrace{\int_{S_m} [\nabla \cdot \mathbf{f}_m(\ell)] \int_{S_n} [\nabla \cdot \mathbf{f}_n(\ell')] \frac{T_i(t_p - R/c)}{R} d\ell' d\ell}_{Z_{mn,p-i}^\varphi}
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

denklemini elde edilir. Denklem (3.19) matris formunda

$$\bar{\varphi}_p = \frac{\mu}{4\pi} \sum_i \bar{\bar{Z}}_{p-i}^\varphi \bar{I}_{i, \dots} \tag{3.20}$$

şeklinde yazılabilir.

Denklem (3.15) ve (3.20)'de $\sum_i$ toplamaları, gelen elektrik alan $t = 0$ anında cisme çarptığı kabul edildiğinden dolayı $i = 0$ 'dan başlamalıdır. Bu toplamaların üst limiti normalde sonsuza gidebilir. Ancak, bu denklemler $t = t_p$ anında gözlenen potansiyellerdir ve nedensellik gereği teorik olarak $t \geq t_p$ zamanlarındaki akımların

bu potansiyellere katkısı olmaması lazımdır. Dolayısıyla $\bar{\bar{Z}}_{p-i}^{\psi}$ ve $\bar{\bar{Z}}_{p-i}^{\phi}$ 'de yer alan $T_i(t_p - R/c)$ ifadesinin değeri $t = t_p = p \Delta t$ anından büyük zaman adımları için sıfıra eşit olmalıdır. Bunun sağlanması açık şekilde $T_i(t)$ fonksiyonlarına bağlıdır.

$$T_i(t_p - R/c) = 0 \quad , \quad i \geq p+1 \text{ için.} \quad (3.21)$$

Denklem (3.21) düzenlenerek

$$T(\underbrace{\Delta t(p-i)}_{\tau} - R/c) = 0 \quad , \quad -\Delta t \geq \underbrace{(p-i)\Delta t}_{\tau} \text{ için;} \quad (3.22)$$

$$T(\tau - R/c) = 0 \quad , \quad -\Delta t \geq \tau \text{ için} \quad (3.23)$$

olarak yazılabilir. Sonuçta $t \leq -\Delta t$ için $T(t) = 0$ olması gerektiği görülür. Denklem (3.12)'de verilen ve Şekil 3.4'te gösterilen Manara'nın zaman temel fonksiyonları $R \geq 0$ için bu özelliği sağlamaktadır.

Denklem (3.10) matris formunda

$$\Delta t^2 \bar{E}_j = \bar{\psi}_{j+1} - 2\bar{\psi}_j + \bar{\psi}_{j-1} + \Delta t^2 \bar{\phi}_j \quad (3.24)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (3.24), Denklem (3.20) ve Denklem (3.15)'ten yararlanılarak

$$\begin{aligned} \frac{4\pi}{\mu} \Delta t^2 \bar{E}_j &= \sum_{i=0}^{j+1} \bar{\bar{Z}}_{j-i+1}^{\psi} \bar{I}_i - 2 \sum_{i=0}^j \bar{\bar{Z}}_{j-i}^{\psi} \bar{I}_i + \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i-1}^{\psi} \bar{I}_i + \Delta t^2 \sum_{i=0}^j \bar{\bar{Z}}_{j-i}^{\phi} \bar{I}_i \\ &= \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i+1}^{\psi} \bar{I}_i - 2 \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i}^{\psi} \bar{I}_i + \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i-1}^{\psi} \bar{I}_i + \Delta t^2 \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i}^{\phi} \bar{I}_i \\ &\quad + \bar{\bar{Z}}_1^{\psi} \bar{I}_j + \bar{\bar{Z}}_0^{\psi} \bar{I}_{j+1} - 2\bar{\bar{Z}}_0^{\psi} \bar{I}_j + \Delta t^2 \bar{\bar{Z}}_0^{\phi} \bar{I}_j \\ &= \sum_{i=0}^{j-1} \underbrace{\left[\bar{\bar{Z}}_{j-i+1}^{\psi} - 2\bar{\bar{Z}}_{j-i}^{\psi} + \bar{\bar{Z}}_{j-i-1}^{\psi} + \Delta t^2 \bar{\bar{Z}}_{j-i}^{\phi} \right]}_{\bar{\bar{\Lambda}}_{j-i}} \bar{I}_i + \underbrace{\left[\bar{\bar{Z}}_1^{\psi} - 2\bar{\bar{Z}}_0^{\psi} + \Delta t^2 \bar{\bar{Z}}_0^{\phi} \right]}_{\bar{\bar{\Lambda}}_0} \bar{I}_j + \bar{\bar{Z}}_0^{\psi} \bar{I}_{j+1} \\ &= \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{\Lambda}}_{j-i} \bar{I}_i + \bar{\bar{\Lambda}}_0 \bar{I}_j + \bar{Z}_0^{\psi} \bar{I}_{j+1} \end{aligned} \quad (3.25)$$

şeklinde düzenlenebilir. Denklem (3.25)'te yer alan $\bar{I}_{j+1}$

$$\bar{I}_{j+1} = \left[\bar{\bar{Z}}_0^{\psi} \right]^{-1} \left[\frac{4\pi}{\mu} \Delta t^2 \bar{E}_j - \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{\Lambda}}_{j-i} \bar{I}_i - \bar{\bar{\Lambda}}_0 \bar{I}_j \right] \quad (3.26)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Denklem (3.26) kullanılarak tüm zaman adımlarındaki tüm akım katsayıları şu şekilde bulunabilir. Gelen dalga ile cisim etkileşime $t = 0$ anında başladığı için $j \leq 0$ için tüm akım katsayıları sıfırdır. Bu bilgi dahilinde, $j = 0$ için Denklem (3.26)

$$\bar{I}_1 = \left[\bar{\bar{Z}}_0^\psi \right]^{-1} \left[\frac{4\pi}{\mu} \Delta t^2 \bar{E}_0 \right] \quad (3.27)$$

şeklinde yazılır ve böylece ilk zaman adımı için akımlar bulunur. Daha sonra zamanda bir adım atılır ve $j = 1$ için yazılan

$$\bar{I}_2 = \left[\bar{\bar{Z}}_0^\psi \right]^{-1} \left[\frac{4\pi}{\mu} \Delta t^2 \bar{E}_1 - \bar{\bar{\Lambda}}_0 \bar{I}_1 \right] \quad (3.28)$$

denkleminde ikinci zaman adımının akımları hesaplanır. Diğer adımlar

$$j = 2 \text{ için } \bar{I}_3 = \left[\bar{\bar{Z}}_0^\psi \right]^{-1} \left[\frac{4\pi}{\mu} \Delta t^2 \bar{E}_2 - \sum_{i=0}^1 \bar{\bar{\Lambda}}_{2-i} \bar{I}_i - \bar{\bar{\Lambda}}_0 \bar{I}_2 \right] \quad (3.29)$$

$$j = 3 \text{ için } \bar{I}_4 = \left[\bar{\bar{Z}}_0^\psi \right]^{-1} \left[\frac{4\pi}{\mu} \Delta t^2 \bar{E}_3 - \sum_{i=0}^2 \bar{\bar{\Lambda}}_{3-i} \bar{I}_i - \bar{\bar{\Lambda}}_0 \bar{I}_3 \right] \quad (3.30)$$

şeklinde ilerletilerek tüm akımlar bulunur. Bu yöntem zamanda adım atarak sonuca ulaştığı için “Zamanda Adımlama” (*Marching-on-in-Time*) yöntemi olarak bilinir.

Klasik zamanda adımlama yönteminde Denklem (3.15) ve Denklem (3.20) 'deki integraller nümerik olarak alınır. Bu integrallerin 7 noktalı Gauss-Legendre yöntemiyle alınmasının yeterli olduğu yaptığımız çalışmalarda gözlenmiştir.

3.2 Nümerik Sonuçlar

Bu bölümde klasik Zamanda Adımlama yöntemiyle değişik tel yapılardan elektromanyetik alan saçılması analizlerine ait örnekler verilecektir.

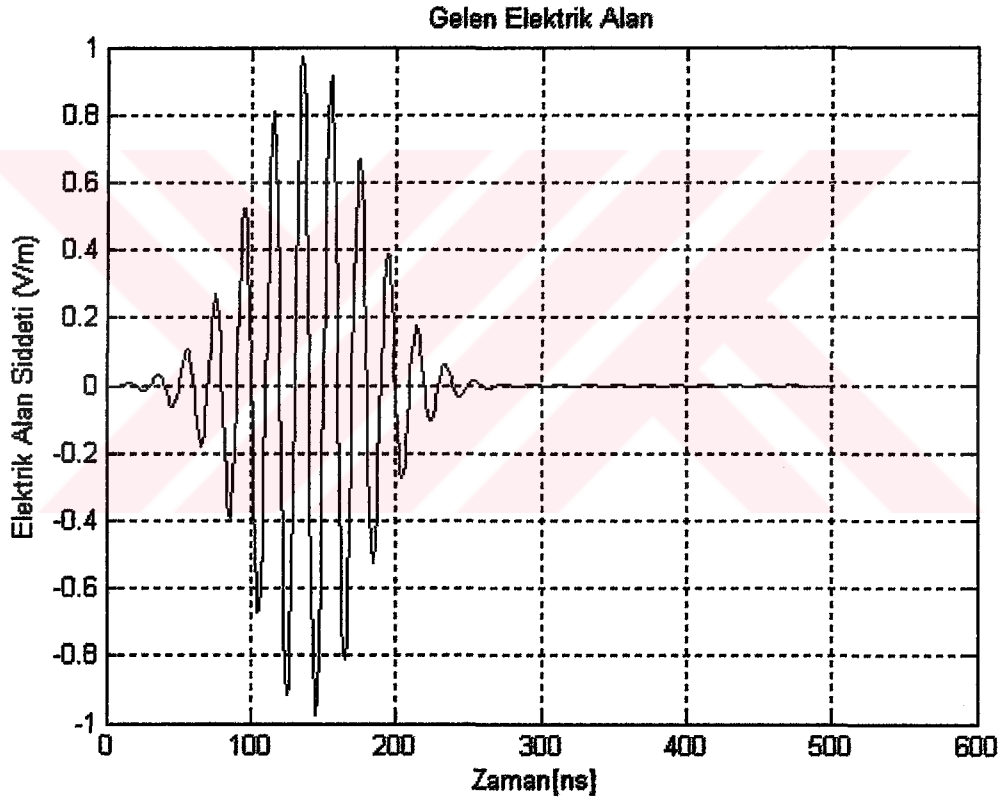
3.2.1 Problemlerin Tanımlanması

Gelen elektrik alan ifadesi olarak Şekil 3.5'te görülen

$$E'(r, t) = \hat{p} \cos(2\pi f_0 \tau) \exp \left[-\frac{(\tau - t_d)^2}{2\sigma^2} \right] \quad (3.31)$$

modüle edilmiş Gauss darbesi kullanılmıştır. Denklem (3.31)'de f_0 merkez frekans, $\tau = t - \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{k}}/c$, $\hat{\mathbf{k}}$ gelen dalganın yayılım yönü ve $\hat{\mathbf{p}}$ polarizasyonu, $\sigma = 6/(2\pi f_{bw})$, f_{bw} sinyalin yaklaşık bant genişliği, $t_d = 3.5\sigma$ olarak ifade edilebilir. Problemlerde $f_0 = 50$ MHz, $f_{bw} = 23.87$ MHz, polarizasyon $\hat{\mathbf{p}} = \hat{\mathbf{z}}$ ve yayılım yönü $\hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{x}}$ olarak kullanılmıştır.

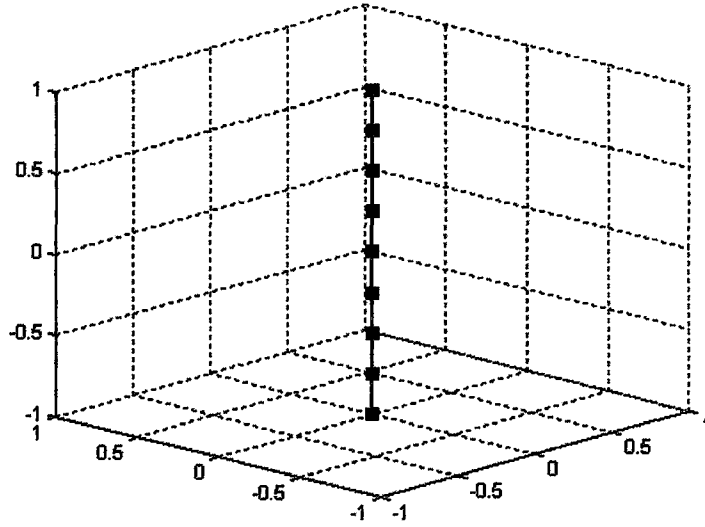
Mükemmel iletken cisim olarak ilk örnekte düz tel parçası, ikinci örnekte z şeklinde tel parçası ve son örnekte de çember şeklinde tel parçası kullanılmıştır. Kullanılan tel parçalarının yarıçapları $a = 0.001$ metredir. Sırayla bu yapılar üzerinde indüklenen akımları incelensin.



Şekil 3.5. Gelen elektrik alan.

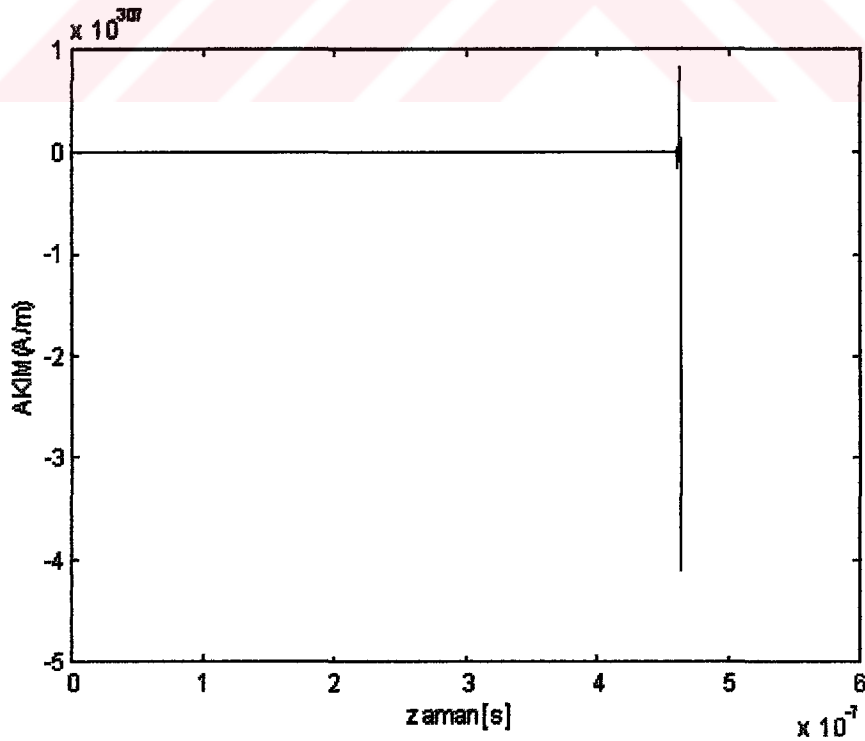
3.2.1.1 Düz Tel Parçası için çözüm:

Şekil 3.6'da geometrisi görülen düz tel yapı z eksenı boyunca $z = -1.00$ ve $z = 1.00$ noktaları arasında uzanan, her bir tel parçasının uzunluğunu 0.25 m olan 8 adet tel parçasının birleşiminden oluşmaktadır.

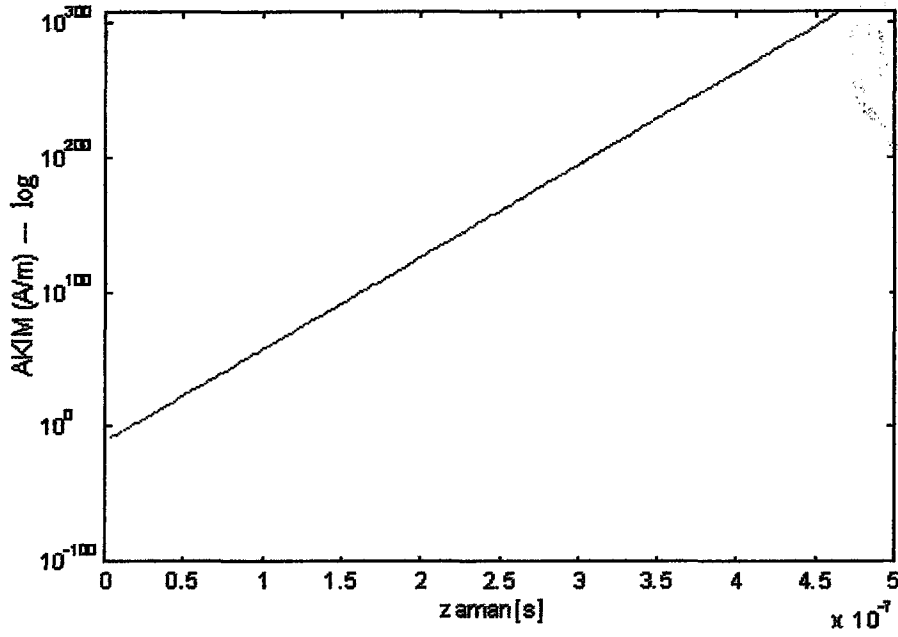


Şekil 3.6. Düz tel parçası.

Denklem (3.31) ile tanımlanan elektrik alan ile aydınlatıldığında tel parçasının ortasında Şekil 3.7’de görülen akım dağılımı oluşur. Şekil 3.8’de telin orta noktasındaki akım dağılımı logaritmik skala olarak verilmiştir. Görüldüğü gibi ilk zaman adımlarından itibaren kararsızlık gözlenmektedir. Bir sonraki bölümde Newmark – Beta formülasyonu kullanılarak bu kararsızlığın giderilmesine çalışılacaktır.



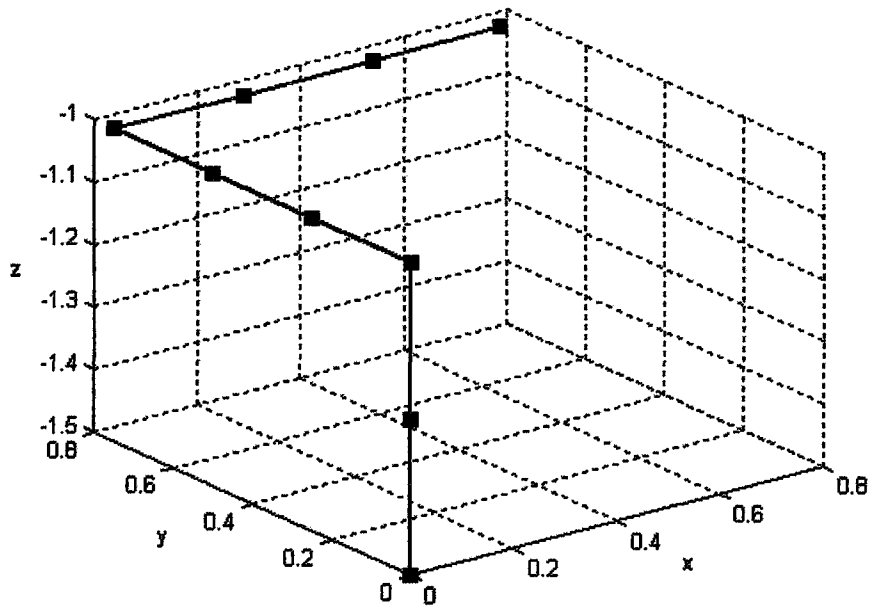
Şekil 3.7. Düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı.



Şekil 3.8. Düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı.(log)

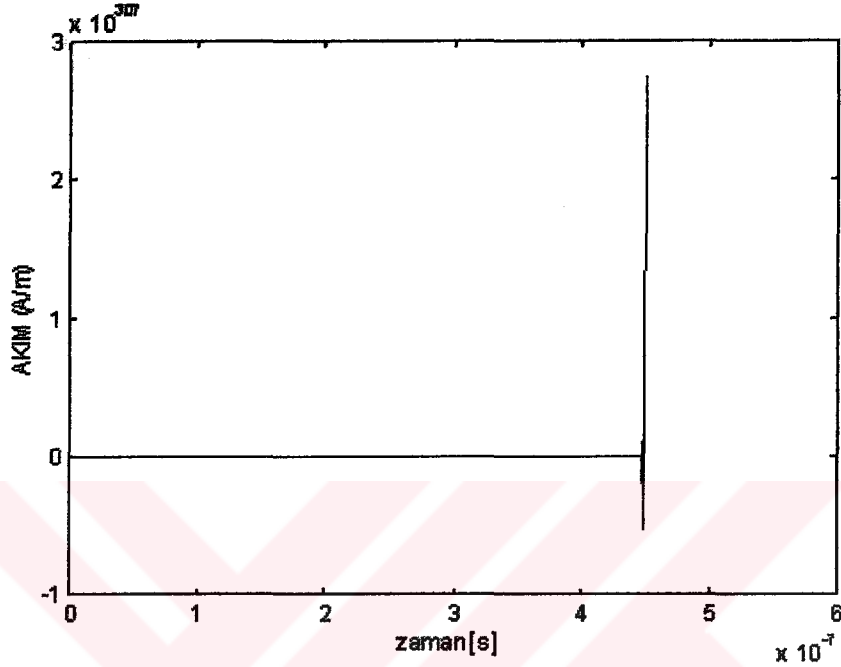
3.2.1.2 . Z şeklindeki tel parçası için çözüm

Şekil 3.9'da geometrisi görülen z şeklindeki tel yapı x eksenini boyunca $x=0.00$ ve $x=0.75$ noktaları arasında, y eksenini boyunca $y=0.00$ ve $y=0.75$ noktaları arasında ve z eksenini boyunca $z=-1.00$ ve $z=-1.50$ noktaları arasında yer alır. Her bir tel parçasının uzunluğu 0.25m olan 8 adet tel parçasının birleşiminden oluşmaktadır.

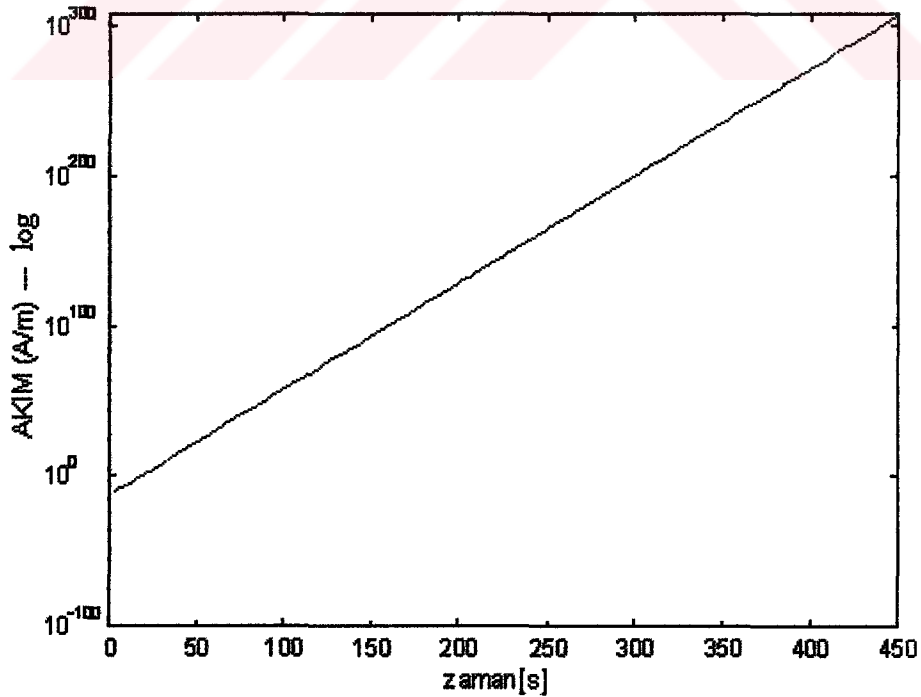


Şekil 3.9. Z şeklindeki tel parçası.

Denklem (3.31) ile tanımlanan elektrik alan ile aydınlatıldığında tel parçasının ortasında Şekil 3.10'da görülen akım dağılımı oluşur. Şekil 3.11'de telin orta noktasındaki (0,0.5,-1) akım dağılımı logaritmik skala olarak verilmiştir. Görüldüğü gibi yine kararsızlık gözlenmektedir. Bir sonraki bölümde Newmark - Beta formülasyonu kullanılarak bu kararsızlığın giderilmesine çalışılacaktır.



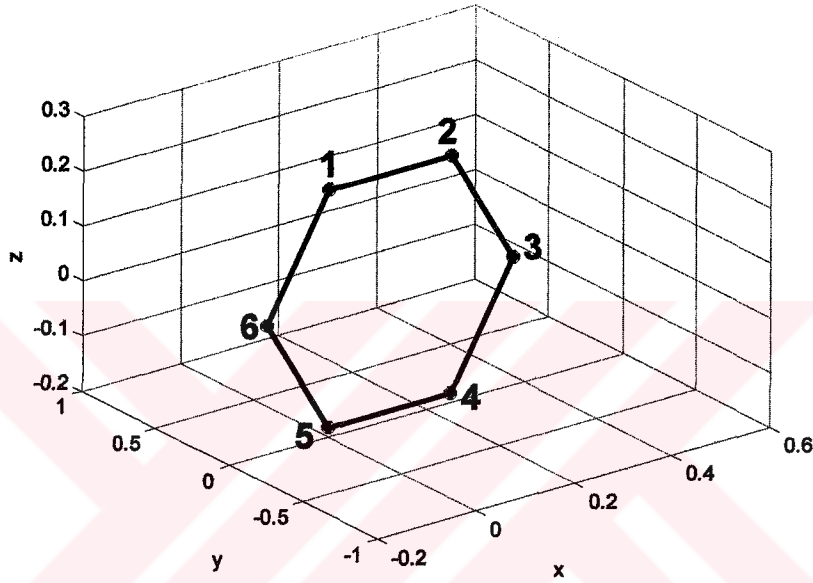
Şekil 3.10. Z şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.



Şekil 3.11. Z şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.(log)

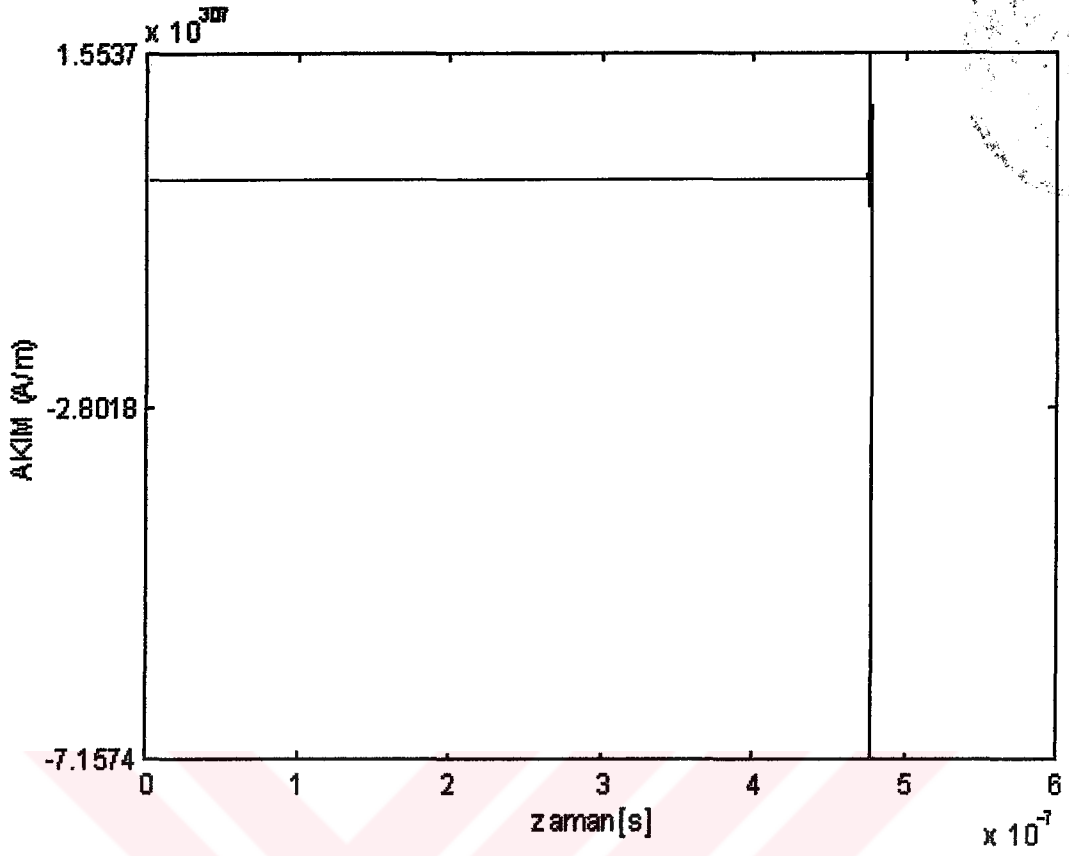
3.2.1.3 Çember Şeklindeki Tel Parçası İçin Çözüm

Şekil 3.12’de geometrisi görülen çember şeklindeki tel yapı, düğüm koordinatları bir numaralı düğüm için (0.00 , 0.00 , 0.25), iki numaralı düğüm için (0.25 , 0.00 , 0.25), üç numaralı düğüm için (0.375 , 0.00 , 0.0335), dört numaralı düğüm için (0.25 , 0.00 , -0.183), beş numaralı düğüm için (0.00 , 0.00 , -0.183), altı numaralı düğüm için (-0.125 , 0.00 , 0.0335) olarak belirlenen, her bir tel parçasının uzunluğu 0.25m olan 6 adet tel parçasının birleşiminden oluşmuştur.

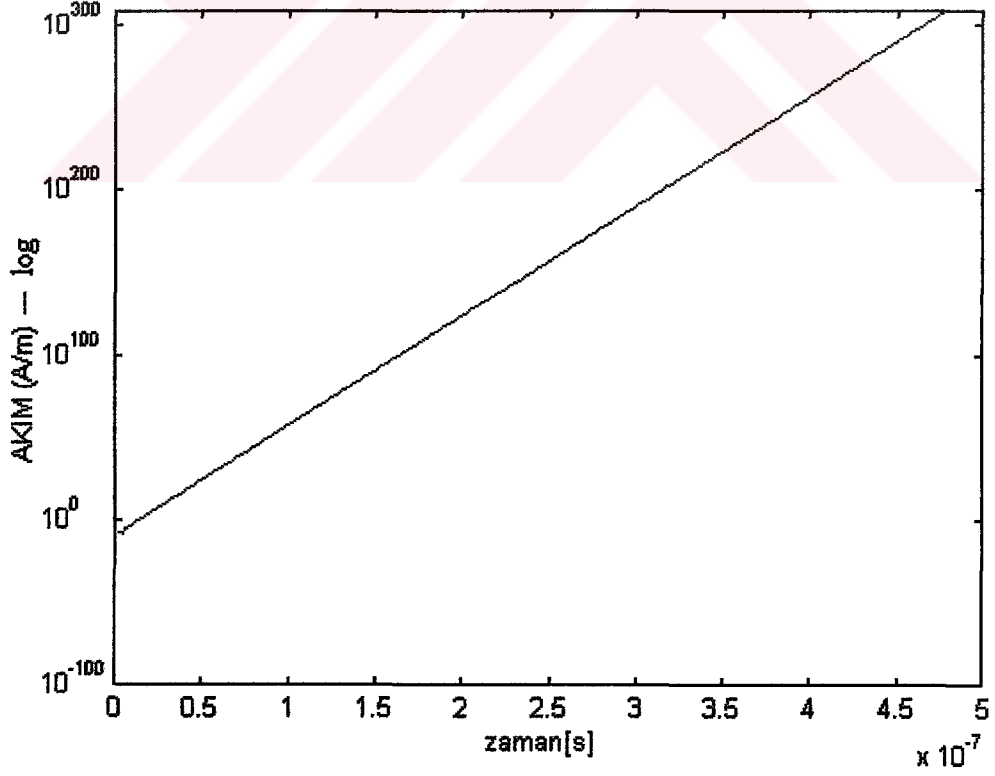


Şekil 3.12. Çember şeklindeki tel parçası.

Denklem (3.31) ile tanımlanan elektrik alan ile aydınlatıldığında tel parçasının ortasında Şekil 3.13’te görülen akım dağılımı oluşur. Şekil 3.14’te telin orta noktasındaki (0.25,0.00,-0.183) akım dağılımı logaritmik skala olarak verilmiştir. Görüldüğü gibi yine kararsızlık gözlenmektedir.



Şekil 3.13. Çember şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.



Şekil 3.14. Çember şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.(log)

3.3 Yorumlar

Klasik yöntemle yapılan çözümlerde kararsızlık olduğu gözlenmektedir. Bölüm 4 ve Bölüm 5'te bu kararsızlıkların üstesinden gelmek için iki yöntem önerilecektir.



4. NEWMARK-BETA FORMÜLASYONU (B-MOT) İLE TEL YAPILAR İÇİN EAİD ÇÖZÜMÜ

Bir önceki bölümde klasik zamanda adımlama yöntemiyle yapılan çözümün kararsız olduğu gözlenmişti. Bu gibi kararsızlıklar zamanda adımlama yönteminin yaygın kullanılmasına engel olmuştur. Yüzeylerden saçılma problemleri için kararsızlıkların sebepleri ve bunların üstesinden gelinmesi için pek çok araştırma (ör.[15],[20]) yapılmış olmakla birlikte tel yapılardan saçılma problemlerinde bu araştırmaların sayısı yok denecek kadar azdır. Benzer kararsızlıkların zaman domeni sonlu elemanlar yönteminde de gözlemlendiği ve çözümü için Newmark-Beta formülasyonunun önerildiği bilinmektedir[22]. Bu bölümde zamanda adımlama yönteminde de Newmark-Beta formülasyonunun kullanılmasının kararlılığı sağlayıp sağlamadığı incelenecektir.

4.1 Formülasyon

Newmark-Beta formülasyonunda bir diferansiyel denklemdeki değişik mertebedeki türevler şu şekilde yaklaşık olarak hesaplanır:

Newmark- Beta Formülasyonu;

$$\frac{d^2v}{dt^2} = \frac{1}{\Delta t^2} [v(n+1) - 2v(n) + v(n-1)] \quad (4.1)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{2\Delta t} [v(n+1) - v(n-1)] \quad (4.2)$$

$$v = \beta v(n+1) + (1-2\beta)v(n) + \beta v(n-1) \quad (4.3)$$

Denklem (4.1)-(4.3)'te yer alan $v(n)$ ifadesi $v(t)$ 'nin ayrık zaman gösterimidir ve $v(n) = v(n\Delta t)$ olarak yazılabilir. β ise kararlılığı etkileyen bir parametredir. Belirli uygulamalarda koşulsuz kararlı duruma $\beta = 1/4$ olduğunda ulaşıldığı bilinmektedir[19].

Bölüm 3'te yer alan Denklem (3.9)'daki ikinci dereceden türev ifadesi sonlu farklar yöntemi ile Denklem (4.1)'e uygun olarak ifade edilmişti. Bu bölümde buna

ek olarak Denklem (3.10)'de yer alan $\varphi_{m,j}$ ifadesi de Newmark-Beta formülasyonu ile yaklaşık olarak

$$E_{m,j} \cong \frac{\psi_{m,j+1} - 2\psi_{m,j} + \psi_{m,j-1}}{\Delta t^2} + \beta\varphi_{m,j+1} + (1-2\beta)\varphi_{m,j} + \beta\varphi_{m,j-1} \quad (4.4)$$

şeklinde ifade edilir. Denklem (4.4) matris formunda

$$\Delta t^2 \bar{E}_j = \bar{\psi}_{j+1} - 2\bar{\psi}_j + \bar{\psi}_{j-1} + \Delta t^2 [\beta\bar{\varphi}_{j+1} + (1-2\beta)\bar{\varphi}_j + \beta\bar{\varphi}_{j-1}] \quad (4.5)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (4.5), Denklem (3.15) ve Denklem (3.20)'den de yararlanılarak düzenlenirse

$$\begin{aligned} \frac{4\pi}{\mu} \Delta t^2 \bar{E}_j = & \sum_{i=0}^{j+1} \bar{\bar{Z}}_{j-i+1}^{\psi} \bar{I}_i - 2 \sum_{i=0}^j \bar{\bar{Z}}_{j-i}^{\psi} \bar{I}_i + \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i-1}^{\psi} \bar{I}_i + \Delta t^2 \beta \sum_{i=0}^{j+1} \bar{\bar{Z}}_{j-i+1}^{\varphi} \bar{I}_i + \\ & + \Delta t^2 (1-2\beta) \sum_{i=0}^j \bar{\bar{Z}}_{j-i}^{\varphi} \bar{I}_i + \Delta t^2 \beta \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i-1}^{\varphi} \bar{I}_i \end{aligned} \quad (4.6)$$

şeklinde yazılabilir. Denklem (4.6)

$$\begin{aligned} \frac{4\pi}{\mu} \Delta t^2 \bar{E}_j = & \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i+1}^{\psi} \bar{I}_i - 2 \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i}^{\psi} \bar{I}_i + \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i-1}^{\psi} \bar{I}_i + \Delta t^2 \beta \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i+1}^{\varphi} \bar{I}_i + \\ & + \Delta t^2 (1-2\beta) \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i}^{\varphi} \bar{I}_i + \bar{\bar{Z}}_1^{\psi} \bar{I}_j - 2\bar{\bar{Z}}_0^{\psi} \bar{I}_j + \bar{\bar{Z}}_0^{\psi} \bar{I}_{j+1} + \\ & + \Delta t^2 \beta \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i-1}^{\varphi} \bar{I}_i + \Delta t^2 \beta \bar{\bar{Z}}_0^{\varphi} \bar{I}_{j+1} + \Delta t^2 \beta \bar{\bar{Z}}_1^{\varphi} \bar{I}_j + \Delta t^2 (1-2\beta) \bar{\bar{Z}}_0^{\varphi} \bar{I}_j \end{aligned} \quad (4.7)$$

şeklinde yeniden düzenlenebilir. Buradan da

$$\frac{4\pi}{\mu} \Delta t^2 \bar{E}_j = \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{\Lambda}}_{j-i} \bar{I}_i + \bar{\bar{\Lambda}}_0 \bar{I}_j + (Z_0^{\psi} + \Delta t^2 \beta \bar{\bar{Z}}_0^{\varphi}) \bar{I}_{j+1} \quad (4.8)$$

denkleminde ulaşılır. Denklem (4.8)'de $\bar{\bar{\Lambda}}_{j-i}$ ve $\bar{\bar{\Lambda}}_0$ Bölüm 3.1'deki tanımlarından farklı olarak

$$\begin{aligned} \bar{\bar{\Lambda}}_{j-i} = & \left[\bar{\bar{Z}}_{j-i+1}^{\psi} - 2\bar{\bar{Z}}_{j-i}^{\psi} + \bar{\bar{Z}}_{j-i-1}^{\psi} + \Delta t^2 \beta \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i+1}^{\varphi} + \Delta t^2 (1-2\beta) \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i}^{\varphi} + \Delta t^2 \beta \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\bar{Z}}_{j-i-1}^{\varphi} \right] \\ \bar{\bar{\Lambda}}_0 = & \left[\bar{\bar{Z}}_1^{\psi} - 2\bar{\bar{Z}}_0^{\psi} + \Delta t^2 \bar{\bar{Z}}_0^{\varphi} + \Delta t^2 \beta \bar{\bar{Z}}_1^{\varphi} + \Delta t^2 (1-2\beta) \bar{\bar{Z}}_0^{\varphi} \right] \end{aligned} \quad (4.9)$$

şekline tanımlanmışlardır. Dikkatle incelendiğinde bu ifadelerde $\beta = 0$ alınırsa Denklem (3.25)'deki $\bar{\bar{\Lambda}}$ tanımlarına ulaşıldığı görülür. Yani klasik formülasyon, Newmark-Beta formülasyonunun özel bir durumudur. Denklem (4.6)'da yer alan $\bar{I}_{j+1}$

$$\bar{I}_{j+1} = \left[\bar{Z}_0'' + \Delta t^2 \beta \bar{Z}_0'' \right]^{-1} \left[\frac{4\pi}{\mu} \Delta t^2 \bar{E}_j - \sum_{i=0}^{j-1} \bar{\Lambda}_{j-i} \bar{I}_i - \bar{\Lambda}_0 \bar{I}_j \right] \quad (4.10)$$

şeklinde ifade edilebilir ve bu denklem kullanılarak zamanda adımlama, klasik yöntemde olduğu gibi gerçekleştirilebilir.

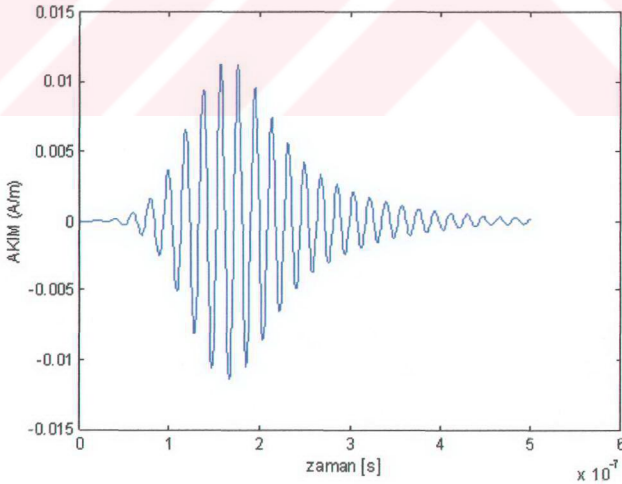
4.2 Nümerik Sonuçlar

4.2.1 Problemin Tanımlanması

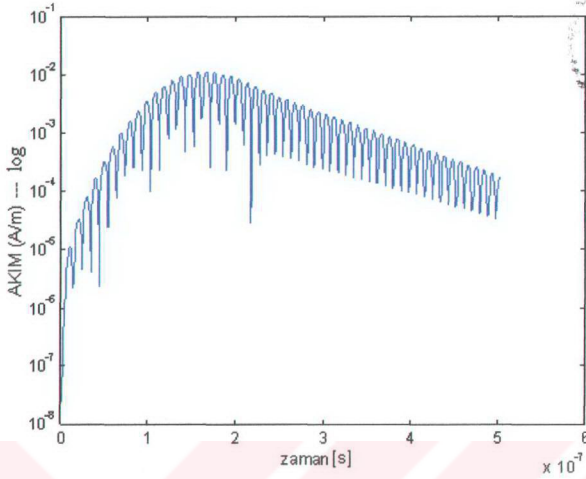
Problemin tanımı ve tel yapıları Bölüm 3.2.1’de yapılan tanım ile aynıdır.

4.2.1.1 Düz Tel için çözüm

Denklem (3.31) ile tanımlanan elektrik alan ile aydınlatıldığında tel parçasının ortasında Şekil 4.1’de görülen akım dağılımı oluşur. Görüldüğü gibi klasik yöntemde 450ns’den sonraki zaman adımlarında gözlenen kararsızlık Newmark-Beta formülasyonu ile giderilmiştir. Ancak sonuçlar olması gerektiği gibi değildir (Şekil 4.6 ile birlikte açıklanacaktır). Şekil 4.2’de telin orta noktasındaki akım dağılımı logaritmik skala olarak verilmiştir. Teldeki akımın beklendiği üzere giderek azaldığı görülmektedir.

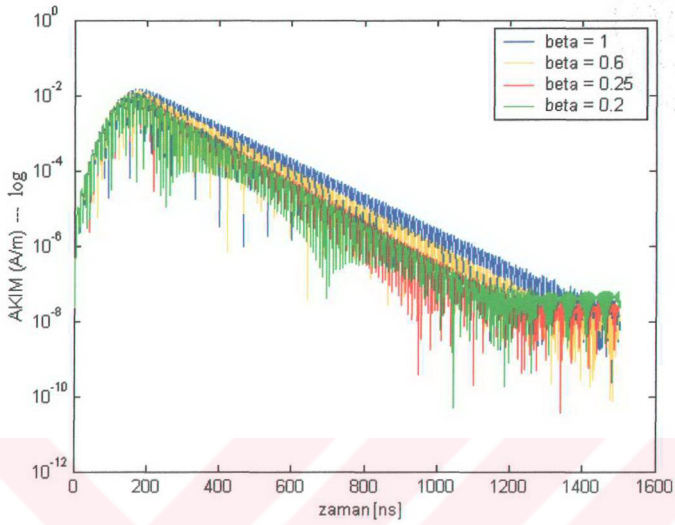


Şekil 4.1. Düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı.(B-MOT çözümü)

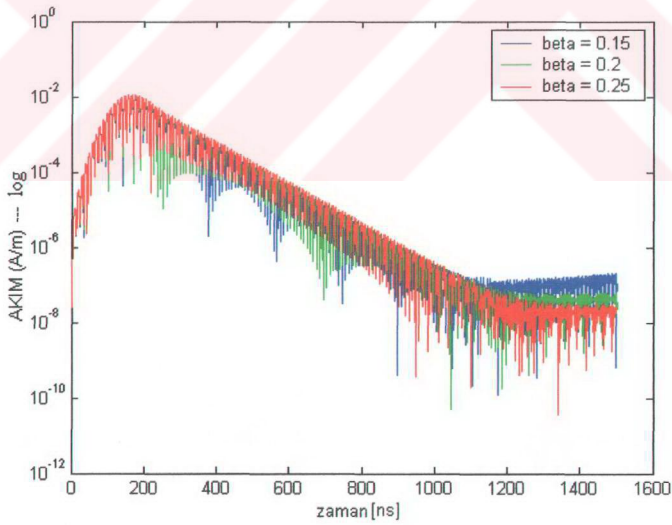


Şekil 4.2. Düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı.(log)

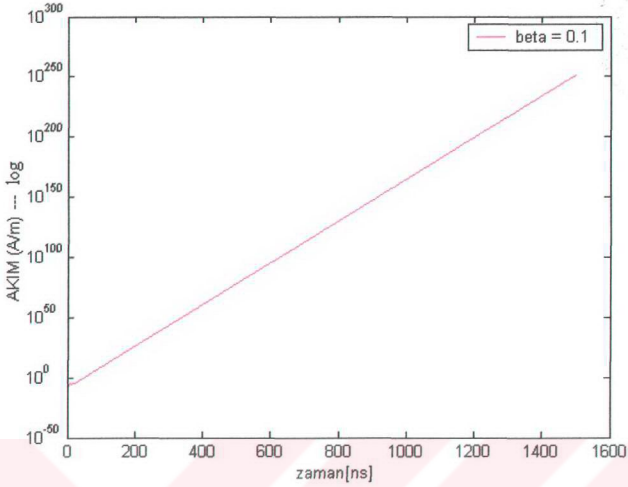
Farklı β değerleri için düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı Şekil 4.3'te gösterilmiştir. β değerinin 0.25'e kadar küçülmesiyle kararlılığın arttığı gözlenmiştir. Şekil 4.4'te $\beta = 0.25$ değerinden küçük β değerleri için kararlılığın azalmaya başladığı gösterilmiştir. Şekil 4.5'te $\beta = 0.1$ değerinin kararsızlığa neden olduğu gözlenmektedir.



Şekil 4.3. $\beta = 1, \beta = 0.6, \beta = 0.25$ ve $\beta = 0.2$ için telin orta noktasındaki akım dağılımı.

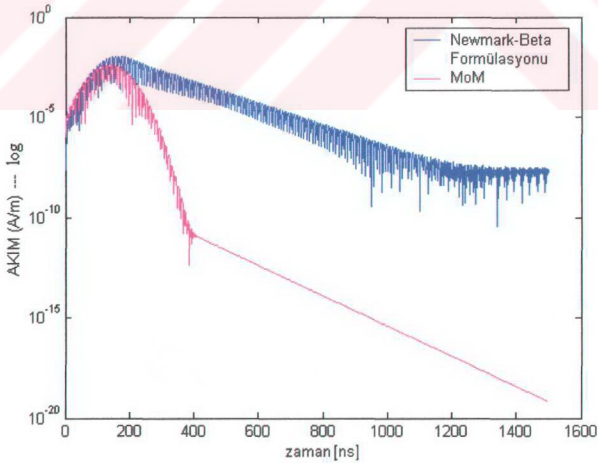


Şekil 4.4. $\beta = 0.2$ ve $\beta = 0.25$ için düz telin orta noktasındaki akım dağılımı.



Şekil 4.5. $\beta = 0.1$ için düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı.

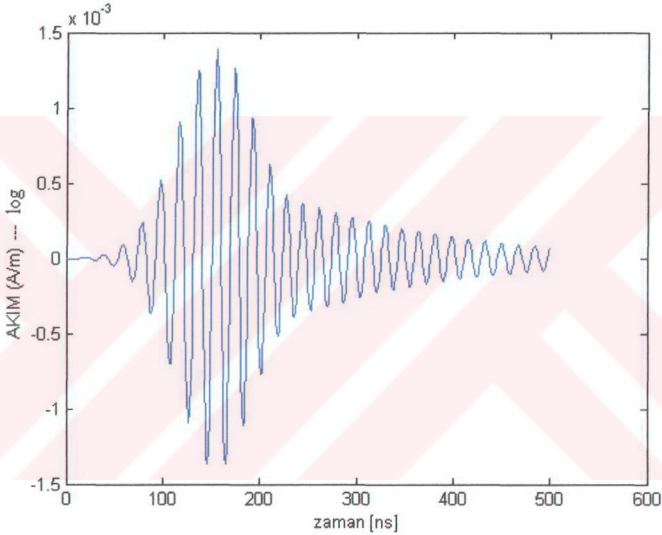
Şekil 4.6'da bu tezde Newmark-Beta formülasyonu (B-MOT) ile üretilen sonuçların [2]'de üretilmiş olan zaman domeni MoM sonuçları ile karşılaştırılması gösterilmektedir. Bulunan sonuçların kararlı olduğu ama tutarlı olmadığı gözlenmiştir.



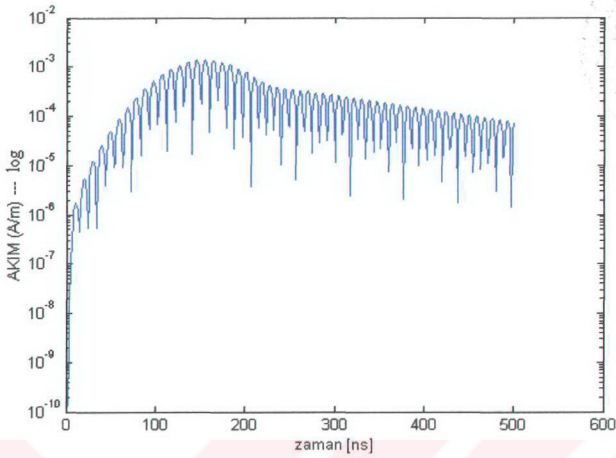
Şekil 4.6. Düz tel şeklindeki tel parçası için zaman domeni MoM çözümü ile B-MOT çözümünün logaritmik olarak karşılaştırılması.

4.2.1.2 Z Şeklindeki Tel Parçası İçin Çözüm

Denklem (3.31) ile tanımlanan elektrik alan ile aydınlatıldığında tel parçasının ortasında (0,0.5,-1) Şekil 4.7’de görülen akım dağılımı oluşur. Görüldüğü gibi klasik yöntemde 450ns’den sonraki zaman adımlarında gözlenen kararsızlık Newmark–Beta formülasyonu ile giderilmiştir. Ancak sonuçların tutarlı olmadığı gözlenmektedir (Şekil 4.9 ile birlikte açıklanacaktır). Şekil 4.8’de telin orta noktasındaki akım dağılımı logaritmik skala olarak verilmiştir. Akımın giderek azaldığı görülmektedir. Buradaki çözümlerde $\beta = 0.25$ olarak alınmıştır.

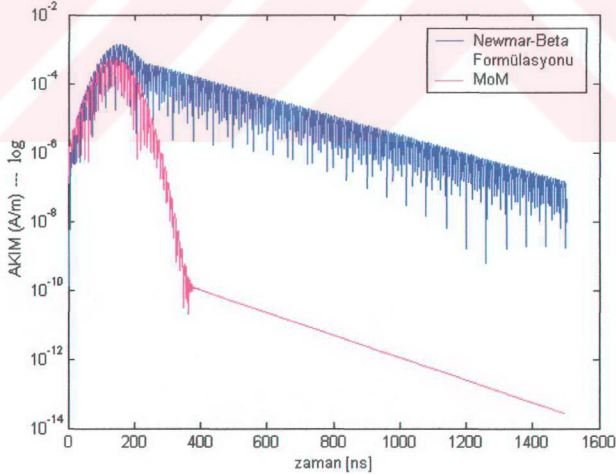


Şekil 4.7. Z şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.



Şekil 4.8. Z şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.(log)

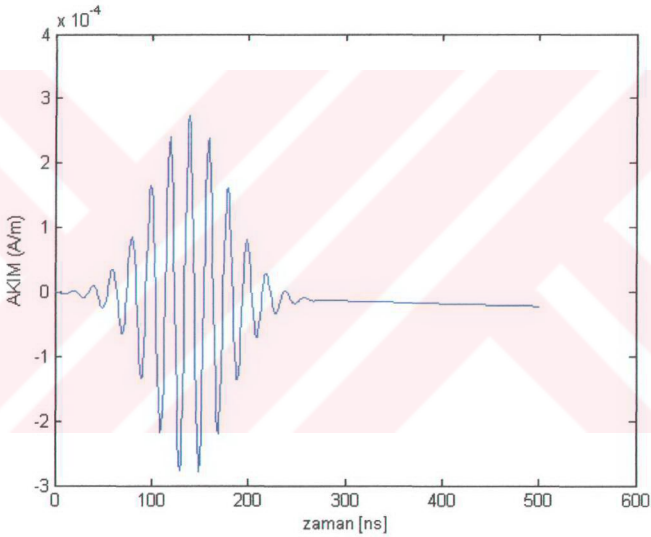
Şekil 4.9'da bu tezde Newmark-Beta formülasyonu ile üretilen sonuçlarla [2]'de zaman domeni MoM ile üretilen sonuçların logaritmik olarak karşılaştırılması gösterilmektedir. Bulunan sonuçların kararlı fakat istenilen sonuçlar olmadığı görülmektedir.



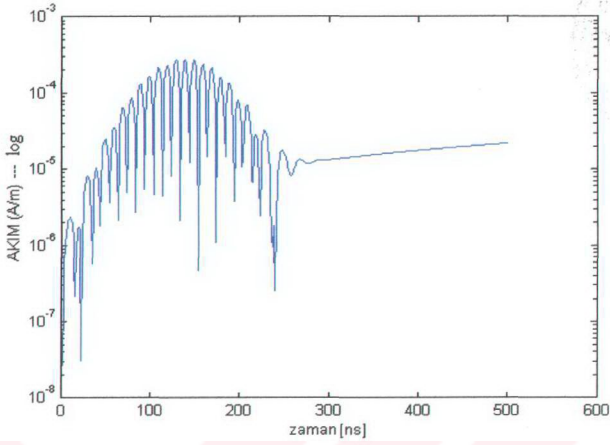
Şekil 4.9 Z şeklindeki tel parçası için zaman domeni MoM çözümü ile B-MOT çözümünün logaritmik olarak karşılaştırılması.

4.2.1.3 Çember Şeklindeki Tel Parçası İçin Çözüm

Denklem (3.31) ile tanımlanan elektrik alan ile aydınlatıldığında tel parçasının ortasında (0.25,0.00,-0.183) Şekil 4.10'da görülen akım dağılımı oluşur. Görüldüğü gibi klasik yöntemde 450ns'den sonraki zaman adımlarında gözlenen kararsızlık Newmark-Beta formülasyonu ile giderilmiştir. Ancak doğru olmadığı açık olan bir sonuç vardır (Şekil 4.12 ile birlikte açıklanacaktır). Şekil 4.11'de telin orta noktasındaki akım dağılımı logaritmik skala olarak verilmiştir. Kararlılığın giderek azaldığı görülmektedir. $\beta = 0.25$ olan bu durumda akımın giderek azaldığı görülmektedir.

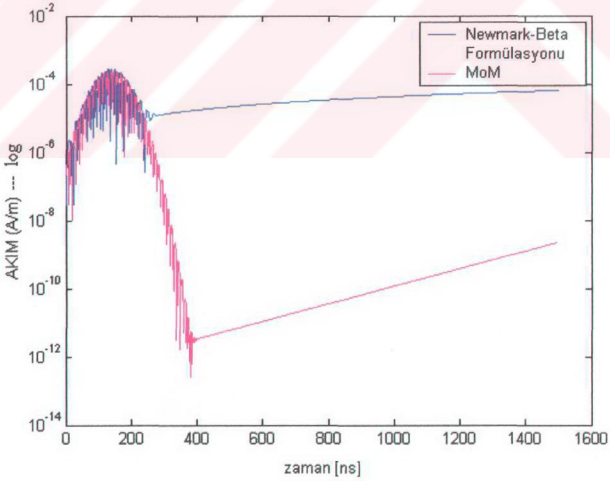


Şekil 4.10. Çember şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.



Şekil 4.11. Çember şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.(log)

Şekil 4.12’de bu bölümde anlatılan B-MOT yöntemi ile bulunan akım dağılımı zaman domeni Moment Metodu [2] ile bulunan sonuçlar ile logaritmik skala kullanılarak karşılaştırılması verilmiştir. Klasik MOT çözümünde gözlenen karasızlığın giderildiği ancak sonuçların tutarlı olmadığı gözlenmektedir.



Şekil 4.12. Çember şeklindeki tel parçası için MoM çözümü ile B- MOT çözümünün logaritmik olarak karşılaştırılması.

4.3 Yorumlar

Newmark-Beta formülasyonu ile yapılan çözümler ile klasik yöntemle kıyasla kararsızlıkların kontrol altına alındığı gözlenmektedir. Ancak sonuçların tutarlı olmadığı sonucuna varılmıştır. Gelecek bölümde Newmark-Beta formülasyonu ile yapılan çözümlerde nümerik olarak alınan integrallerin analitik olarak alınmasının kararlılığa etkisi incelenecektir.

5. POTANSİYEL İNTEGRALLERİNİN ANALİTİK OLARAK ALINDIĞI EAİD ÇÖZÜMÜ (A-MOT)

Önceki bölümde Newmark-Beta formülasyonu ile kararlı sonuçlar elde edilmesine rağmen geç zamanlardaki çözümün β parametresine göre değiştiği de gözlenmiştir. Bu bölümde Bölüm 3 ve Bölüm 4'te nümerik olarak alınan integrallerin analitik olarak alınmasının kararlılığa ve tutarlılığa olan etkisi incelenecektir.

5.1 Formülasyon

Elektrik alan ifadesinin bulunabilmesi için Denklem (4.4)'te yer alan $\psi_{m,p}$ ve $\varphi_{m,p}$ integralleri, Denklem (3.14) ve Denklem (3.19)'da nümerik olarak hesaplanmıştı. Bu integrallerin analitik olarak alınabilmesi için bu denklemler yeniden düzenlenebilir ve integrallerin alınmasını daha anlaşılır hale getirmek için küçük parçalara ayrılabilir.

5.1.1 $\psi_{m,p}$ integralinin analitik olarak hesaplanması

Denklem (3.14)'te yer alan $\mathbf{J}(\ell, t_p - R/c)$ terimi $\mathbf{J}(\ell, t)$ akım yoğunluğunun Dirac delta fonksiyonu ile konvolüsyonu

$$\mathbf{J}(\ell, t) * \delta\left(t - \frac{R}{c}\right) \quad (5.1)$$

olarak ifade edilebilir ve

$$\mathbf{J}_n(\ell, t - R/c) = \mathbf{J}_n(\ell, t) * \delta\left(t - \frac{R}{c}\right) = \int \mathbf{J}_n(\ell, t - t') \delta\left(t' - \frac{R}{c}\right) dt' \quad (5.2)$$

halinde yazılabilir. Denklem (5.2)'de yer alan akım yoğunluğu ifadesini Denklem (3.11)'de olduğu gibi uzayda bilinen N adet temel fonksiyon cinsinden

$$\mathbf{J}(\ell, t - R/c) = \sum_{n=1}^N \sum_i I_{n,i} \int_{-\infty}^{\infty} T_i(t - t') \delta\left(t' - \frac{R}{c}\right) \mathbf{f}_n(\ell) dt' \quad (5.3)$$

denklemini halinde yazabiliriz. Denklem (5.3) dikkate alınarak Denklem (3.14) yeniden düzenlenirse

$$\begin{aligned}
\psi_{m,p} &= \int_{S_m} \mathbf{f}_m(\ell) \cdot \mu \int_S \frac{\mathbf{J}(\ell', t_p - R/c)}{4\pi R} d\ell' d\ell \\
&= \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N \sum_i I_{n,i} \int_{S_m} \mathbf{f}_m(\ell) \cdot \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} T_i(t_p - t') \underbrace{\int_{S_n} \mathbf{f}_n(\ell') \frac{\delta\left(t' - \frac{R}{c}\right)}{R} d\ell' dt' d\ell}_{\mathbf{h}_n^{\psi}(\ell, t')} \quad (5.4) \\
&\quad \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{\mathbf{V}_n^{\psi}(\ell, t_p - t_i)} \\
&\quad \underbrace{\qquad\qquad\qquad}_{Z_{nm,p-i}^{\psi}}
\end{aligned}$$

şeklinde yazılabilir.

Denklem (5.4)'te yer alan integrallerin analitik olarak alınmasına $\mathbf{h}_n^{\psi}(\ell, t')$ terimi ile başlansın. Denklem (3.6)'dan yararlanarak $\mathbf{h}_n^{\psi}(\ell, t')$ integralini temel fonksiyonun + ve - segmentlerini

$$\begin{aligned}
\mathbf{h}_n^{\psi\pm}(\ell, t') &= \int_{S_n^{\pm}} \mathbf{f}_n(\ell') \frac{\delta\left(t' - \frac{R}{c}\right)}{R} d\ell' \\
&= \int_{\ell_n}^{\ell_{n\pm 1}} \frac{\ell_{n\pm 1} - \ell'}{s_n^{\pm}} \hat{\ell}_n^{\pm} \frac{\delta\left(t' - \frac{R}{c}\right)}{R} d\ell' \quad (5.5) \\
&= c \int_{\ell_n}^{\ell_{n\pm 1}} \frac{\ell_{n\pm 1} - \ell'}{s_n^{\pm}} \hat{\ell}_n^{\pm} \frac{\delta(ct' - R)}{R} d\ell'
\end{aligned}$$

şeklinde yazmak mümkündür. Denklem (5.5)'in son adımında

$\int_S \delta\left(t - \frac{|r|}{c}\right) dr = c \int_S \delta(ct - |r|) dr$ kuralı kullanılmıştır. Denklem (5.5)'te

$$R = \sqrt{(\ell')^2 + (d_n^{\pm})^2} \quad (5.6)$$

olarak tanımlanmıştır. Karekök fonksiyonunun çift değerli bir fonksiyon olmasından dolayı Şekil 3.3'te tanımlandığı üzere ℓ' parametrik olarak

$$\ell' = \chi \sqrt{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|^2 - (d_n^{\pm})^2} \quad ; \quad \chi = \begin{cases} -1 & \hat{\ell} \cdot (\mathbf{r}' - \mathbf{r}) < 0 \\ 1 & \hat{\ell} \cdot (\mathbf{r}' - \mathbf{r}) > 0 \end{cases} \quad (5.7)$$

şeklinde ifade edilebilir. Burada $d_n^{\pm}$ Şekil 3.3'te tanımlandığı üzere gözlem noktasının ilgili tel parçasına olan dik uzaklığıdır ve

$$d_n^{\pm} = \sqrt{|\mathbf{R}|^2 - |\mathbf{R} \cdot \hat{\ell}^{\pm}|^2} \quad (5.8)$$

olarak bulunabilir. Eğer integral değişkeni R olarak değiştirilirse

$$d\ell' = \frac{RdR}{\chi \sqrt{R^2 - (d_n^{\pm})^2}} \quad (5.9)$$

denklemini elde edilir. Denklem (5.9) Denklem (5.5)'te yerine konulursa

$$\mathbf{h}_n^{\psi \pm}(\ell, t') = c \hat{\ell}_n^{\pm} \int_{R_n}^{R_{n+1}} \frac{\ell_{n+1} - \chi \sqrt{R^2 - (d_n^{\pm})^2}}{s_n^{\pm}} \frac{\delta(ct' - R)}{R} \frac{RdR}{\chi \sqrt{R^2 - (d_n^{\pm})^2}} \quad (5.10)$$

olarak yazılabilir. Denklem (5.10)'da

$$\int_S \delta(t - \tau) f(\tau) d\tau = f(t) \quad t \in S \quad (5.11)$$

kuralı uygulanırsa ve düzenlenirse

$$\mathbf{h}_n^{\psi \pm}(\ell, t') = c \hat{\ell}_n^{\pm} \frac{\ell_{n+1} - \chi \sqrt{(ct')^2 - (d_n^{\pm})^2}}{s_n^{\pm}} \frac{1}{\chi \sqrt{(ct')^2 - (d_n^{\pm})^2}} ; R_n \leq ct' \leq R_{n+1} \quad (5.12)$$

$$= c \hat{\ell}_n^{\pm} \left[\chi \frac{\ell_{n+1}}{s_n^{\pm}} \frac{1}{\sqrt{(ct')^2 - (d_n^{\pm})^2}} - \frac{1}{s_n^{\pm}} \right] ; R_n \leq ct' \leq R_{n+1}$$

$$\mathbf{h}_n^{\psi \pm}(\ell, t') = \hat{\ell}_n^{\pm} \left[\chi \frac{\ell_{n+1}}{s_n^{\pm}} \frac{1}{\sqrt{(t')^2 - \left(\frac{d_n^{\pm}}{c}\right)^2}} - \frac{c}{s_n^{\pm}} \right] ; \frac{R_n}{c} \leq t' \leq \frac{R_{n+1}}{c} \quad (5.13)$$

olarak ifade edilebilir.

Denklem (5.13)

$$\mathbf{h}_n^{\psi\pm}(\ell, t') = \begin{cases} \hat{\ell}_n^+ \left[\chi \frac{\ell_{n+1}}{s_n^+} \frac{1}{\sqrt{(t')^2 - \left(\frac{d_n^+}{c}\right)^2}} - \frac{c}{s_n^+} \right] ; & R_n \leq ct' \leq R_{n+1} \\ -\hat{\ell}_n^- \left[\chi \frac{\ell_{n-1}}{s_n^-} \frac{1}{\sqrt{(t')^2 - \left(\frac{d_n^-}{c}\right)^2}} - \frac{c}{s_n^-} \right] ; & \frac{R_{n-1}}{c} \leq t' \leq \frac{R_n}{c} \end{cases} \quad (5.14)$$

olarak da yazılabilir. Denklem (5.14) Tablo 5.1'den yararlanılarak

$$\mathbf{h}_n^{\psi\pm}(\ell, t') = \begin{cases} \hat{\ell}_n \left[\frac{C_1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} - C_3 \right] ; & \frac{R_n}{c} \leq t' \leq \frac{R_{n+1}}{c} \\ \hat{\ell}_n \left[\frac{C_1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} - C_3 \right] ; & \frac{R_{n-1}}{c} \leq t' \leq \frac{R_n}{c} \end{cases} \quad (5.15)$$

şeklinde ifade edilebilir.

Tablo 5.1. Kullanılan katsayılar.

	C_1	C_2	C_3	$\hat{\ell}_n$	Sınırlar
$\mathbf{h}_n^+$	$\chi \frac{\ell_{n+1}}{ \ell_{n+1} - \ell_n }$	$\frac{d_n^+}{c}$	$\frac{c}{ \ell_{n+1} - \ell_n }$	$\hat{\ell}_n^+$	$t_n \rightarrow t_{n+1}$
$\mathbf{h}_n^-$	$\chi \frac{\ell_{n-1}}{ \ell_{n-1} - \ell_n }$	$\frac{d_n^-}{c}$	$\frac{c}{ \ell_{n+1} - \ell_n }$	$-\hat{\ell}_n^-$	$t_{n-1} \rightarrow t_n$

Denklem (5.4)'te $V_n^{\psi}(\ell, t_p - t_i)$ ifadesinin içinde yer alan $T_i(t_p - t')$ zaman temel fonksiyonunun genel ifadesi Denklem (3.12)'de verilmişti. $T_i(t_p - t')$ ifadesi $T(t_p - t_i - t') = T(t_q - t')$ olarak yazılabilir. Denklem (3.12)'nin en açık ifadesi

$$T(t_q - t') = \begin{cases} \frac{(t_q - t')^2}{2\Delta t^2} + \frac{3(t_q - t')}{2\Delta t} + 1 & ; t_q \leq t' \leq t_q + \Delta t \\ -\frac{(t_q - t')^2}{\Delta t^2} + 1 & ; t_q - \Delta t \leq t' \leq t_q \\ \frac{(t_q - t')^2}{2\Delta t^2} - \frac{3(t_q - t')}{2\Delta t} + 1 & ; t_q - 2\Delta t \leq t' \leq t_q - \Delta t \end{cases} \quad (5.16)$$

şeklindedir. Denklem (5.16)'daki her aralıkta formül

$$T(t_q - t') = e(t')^2 + ft' + g \quad (5.17)$$

formundadır. Denklem (5.17)'de yer alan e terimi $(t')^2$ teriminin katsayısını, f terimi t' teriminin katsayısını ve g terimi denklemin sabit terimini ifade etmektedir.

Denklem (5.4)'te yer alan $V_n^{\psi}(\ell, t_p - t_i)$ integrali, analitik olarak hesaplayabilmek için yeniden düzenlenirse

$$\begin{aligned} V_n^{\psi}(\ell, t_p - t_i) &= \int_{-\infty}^{\infty} T_i(t_p - t') h_n^{\psi}(\ell, t') dt' \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} T_i(t_p - t') h_n^{\psi+}(\ell, t') dt' + \int_{-\infty}^{\infty} T_i(t_p - t') h_n^{\psi-}(\ell, t') dt' \end{aligned} \quad (5.18)$$

olarak ayrıştırılabilir. Bu denklemde $h_n^{\psi\pm}(\ell, t')$ ve $T(t_q - t')$ ifadeleri yerine konulursa

$$\begin{aligned} V_n^{\psi}(\ell, t_p - t_i) &= \hat{\ell}_n \int_{\frac{R_n}{c}}^{\frac{R_{n+1}}{c}} \left(e(t')^2 + ft' + g \right) \left[\frac{C_1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} - C_3 \right] dt' + \\ &\quad + \hat{\ell}_n \int_{\frac{R_{n-1}}{c}}^{\frac{R_n}{c}} \left(e(t')^2 + ft' + g \right) \left[\frac{C_1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} - C_3 \right] dt' \end{aligned} \quad (5.19)$$

denklemine ulaşılır. Bu denklemde kullanılan e , f ve g katsayıları farklı t' zaman aralıklarında farklı değerler almaktadır. Bu yüzden her iki terimdeki integraller, e , f ve g katsayılarının sabit olduğu alt integrallere bölünerek hesaplanmalıdır.

Bundan sonra integral limitlerindeki bu parçalı yapıyı betimlemek için integrallerin limitleri 'a' ve 'b' olarak belirtilecektir. Denklem (5.19)'da yer alan integral ifadeler ayrı ayrı yazılarak her bir integral

$$\begin{aligned}
 V_n^\psi(\ell, t_p - t_i) = & \hat{\ell}_n^+ \left\{ \underbrace{\int_a^b e(t')^2 \left[\frac{C_1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} - C_3 \right] dt'}_B + \underbrace{\int_a^b ft' \left(\frac{C_1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} - C_3 \right) dt'}_C + \right. \\
 & \left. + \underbrace{\int_a^b g \left(\frac{C_1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} - C_3 \right) dt'}_D \right\} - \\
 & - \hat{\ell}_n^- \left\{ \underbrace{\int_a^b e(t')^2 \left[\frac{C_1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} - C_3 \right] dt'}_B + \underbrace{\int_a^b ft' \left(\frac{C_1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} - C_3 \right) dt'}_C + \right. \\
 & \left. + \underbrace{\int_a^b g \left(\frac{C_1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} - C_3 \right) dt'}_D \right\}
 \end{aligned} \tag{5.20}$$

olarak isimlendirilebilir. Denklem (5.20)'da yer alan B, C ve D integrallerinin alınmasında Tablo 5.2'de yer alan formüllerden yararlanılır.

Tablo 5.2. İntegral Tablosu.

$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \ln \left(x + \sqrt{x^2 - a^2} \right)$
$\int \frac{xdx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \sqrt{x^2 - a^2}$
$\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{x\sqrt{x^2 - a^2}}{2} + \frac{a^2}{2} \ln \left(x + \sqrt{x^2 - a^2} \right)$
$\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2 - a^2}} = \frac{(x^2 - a^2)^{3/2}}{3} + a^2 \sqrt{x^2 - a^2}$

B integral ifadesi

$$\begin{aligned}
 B &= \int_a^b e(t')^2 \left[\frac{C_1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} - C_3 \right] dt' = e C_1 \int_a^b \frac{(t')^2}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} dt' - C_3 e \int_a^b (t')^2 dt' \\
 &= e C_1 \left[\frac{t' \sqrt{(t')^2 - C_2^2}}{2} + \frac{C_2^2}{2} \ln \left(t' + \sqrt{(t')^2 - C_2^2} \right) \right]_a^b - e C_3 \frac{(t')^3}{3} \Big|_a^b
 \end{aligned} \tag{5.21}$$

olarak yazılabilir. Denklem (5.21)'de integral sınırları yerine konulursa

$$\begin{aligned}
 B &= e C_1 \left[\frac{b \sqrt{(b)^2 - C_2^2}}{2} + \frac{C_2^2}{2} \ln \left(b + \sqrt{(b)^2 - C_2^2} \right) - \frac{a \sqrt{(a)^2 - C_2^2}}{2} + \frac{C_2^2}{2} \ln \left(a + \sqrt{(a)^2 - C_2^2} \right) \right] - \\
 &\quad - e C_3 \frac{(b-a)^3}{3}
 \end{aligned} \tag{5.22}$$

denkleminde ulaşılır. C integral ifadesi

$$\begin{aligned}
 C &= \int_a^b f t' \left(\frac{C_1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} - C_3 \right) dt' = f C_1 \int_a^b \frac{t'}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} dt' - f C_3 \int_a^b t' dt' \\
 &= f C_1 \left[\sqrt{(t')^2 - C_2^2} \right]_a^b - f C_3 \frac{(t')^2}{2} \Big|_a^b \\
 C &= f C_1 \left[\sqrt{(b)^2 - C_2^2} - \sqrt{(a)^2 - C_2^2} \right] - f C_3 \frac{(b)^2 - (a)^2}{2}
 \end{aligned} \tag{5.23}$$

olarak düzenlenebilir. D integrali ise

$$\begin{aligned}
 D &= \int_a^b g \left(\frac{C_1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} - C_3 \right) dt' = g C_1 \int_a^b \frac{1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} dt' - g C_3 \int_a^b dt' \\
 &= g C_1 \ln \left(t' + \sqrt{(t')^2 - C_2^2} \right) \Big|_a^b - g C_3 t' \Big|_a^b \\
 D &= g C_1 \left[\ln \left(b + \sqrt{(b)^2 - C_2^2} \right) - \ln \left(a + \sqrt{(a)^2 - C_2^2} \right) \right] - g C_3 (b-a)
 \end{aligned} \tag{5.24}$$

olarak hesaplanabilir. Denklem (5.20) yardımıyla hesaplanan $V_n^\psi(\ell, t_p - t_i)$ ifadesi

$$Z_{mn,p-i}^\psi = \int_{S_m} \mathbf{f}_m(\ell) \mathbf{V}_n^\psi(\ell, t_p - t_i) d\ell \tag{5.25}$$

denkleminde yerine konularak Denklem (5.4)

$$\psi_{m,p} = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N \sum_i I_{n,i} Z_{mn,p-i}^{\psi} \quad (5.26)$$

hesaplanabilir. Denklem (5.25)'teki integral klasik yöntemde olduğu gibi nümerik olarak hesaplanır.

5.1.2 $\varphi_{m,p}$ integralinin analitik olarak alınması

Denklem (3.19)'da yer alan integrallerin analitik olarak hesaplanabilmesi için Denklem (5.3)'ten yararlanılarak $\nabla \cdot \mathbf{J}(\ell', t_p - R/c)$ ifadesini

$$\nabla \cdot \mathbf{J}(\ell', t_p - R/c) = \sum_{n=1}^N \sum_i I_{n,i} \int_{-\infty}^{\infty} [\nabla \cdot \mathbf{f}_n(\ell)] T_i(t - t') \delta\left(t' - \frac{R}{c}\right) dt' \quad (5.27)$$

olarak yazmak mümkündür. Bu ifade Denklem (3.19)'daki yerine yerleştirilir ve düzenlenirse her bir integral

$$\varphi_{m,p} = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N \sum_i I_{n,i} c^2 \underbrace{\int_{S_m} [\nabla \cdot \mathbf{f}_m(\ell)] \int_{-\infty}^{\infty} T_i(t_p - t') \underbrace{\int_{S_n} [\nabla \cdot \mathbf{f}_n(\ell')] \frac{\delta(t' - R/c)}{R} d\ell'}_{h_n^{\varphi}(\ell, t')} dt' d\ell}_{V_n^{\varphi}(\ell, t_p - t_i)} \quad (5.28)$$

şeklinde isimlendirilebilir. Bu ifadenin hesaplanmasına $h_n^{\varphi}(t', \ell)$ integralinden başlansın. Bu integral

$$h_n^{\varphi}(\ell, t') = \int_{S_n} [\nabla \cdot \mathbf{f}_n(\ell')] \frac{\delta(t' - R/c)}{R} d\ell' \quad (5.29)$$

olarak yazılabilir. Denklem (5.29)'da yer alan temel fonksiyonun diverjans ifadesi

$$\nabla \cdot \mathbf{f}_n(\ell') = \begin{cases} \frac{1}{s_n^-} & \ell' \in S_n^- \\ -\frac{1}{s_n^+} & \ell' \in S_n^+ \end{cases} \quad (5.30)$$

olarak yazılabilir. Denklem (5.30), Denklem (5.29)'da yerine konulursa

$$h_n^{\varphi\pm}(\ell, t') = \underbrace{\int_{S_n^-} \frac{1}{s_n^-} \frac{\delta(t' - R/c)}{R} d\ell'}_{h_n^{\varphi-}(\ell, t')} - \underbrace{\int_{S_n^+} \frac{1}{s_n^+} \frac{\delta(t' - R/c)}{R} d\ell'}_{h_n^{\varphi+}(\ell, t')} \quad (5.31)$$

denklemini elde edilir. Denklem (5.31)'de $\int_S \delta\left(t - \frac{|r|}{c}\right) dr = c \int_S \delta(ct - |r|) dr$ kuralı

kullanılırsa ve integral sınırları düzenlenirse

$$h_n^{\varphi\pm}(\ell, t') = c \int_{\ell_{n-1}}^{\ell_n} \frac{1}{s_n^-} \frac{\delta(ct' - R)}{R} d\ell' - c \int_{\ell_n}^{\ell_{n+1}} \frac{1}{s_n^+} \frac{\delta(ct' - R)}{R} d\ell' \quad (5.32)$$

denklemini elde edilir. Eğer integral değişkeni Denklem (5.9) kullanılarak R olarak değiştirilirse

$$h_n^{\varphi\pm}(\ell, t') = c \int_{\ell_{n-1}}^{\ell_n} \frac{1}{s_n^-} \frac{\delta(ct' - R)}{R} \frac{R dR}{\chi \sqrt{R^2 - (d_n^\pm)^2}} - c \int_{\ell_n}^{\ell_{n+1}} \frac{1}{s_n^+} \frac{\delta(ct' - R)}{R} \frac{R dR}{\chi \sqrt{R^2 - (d_n^\pm)^2}} \quad (5.33)$$

denklemini elde edilir. Denklem (5.33)'te $\int_S \delta(t - t') f(t') dt' = f(t) \quad t \in S$ kuralı

uygulanırsa

$$\begin{aligned} h_n^{\varphi\pm}(\ell, t') &= c \frac{1}{s_n^-} \frac{dR}{\chi \sqrt{ct' - (d_n^\pm)^2}} - c \frac{1}{s_n^+} \frac{dR}{\chi \sqrt{ct' - (d_n^\pm)^2}} ; R_n \leq ct' \leq R_{n+1} \\ &= \mp c \frac{1}{s_n^\pm} \frac{dR}{\chi \sqrt{ct' - (d_n^\pm)^2}} ; R_n \leq ct' \leq R_{n+1} \end{aligned} \quad (5.34)$$

denklemini elde edilir. Denklem (5.34) Tablo 5.3'te yer alan katsayılar kullanılarak yeniden düzenlenirse

$$\begin{aligned} h_n^{\varphi\pm}(\ell, t') &= C_1 \frac{dR}{\chi \sqrt{(t')^2 - (d_n^\pm)^2}} ; R_n \leq ct' \leq R_{n+1} \\ &= \begin{cases} -\frac{1}{s_n^+} \frac{1}{\chi \sqrt{(t')^2 - \left(\frac{d_n^+}{c}\right)^2}} ; \frac{R_n}{c} \leq t' \leq \frac{R_{n+1}}{c} \\ \frac{1}{s_n^-} \frac{1}{\chi \sqrt{(t')^2 - \left(\frac{d_n^-}{c}\right)^2}} ; \frac{R_{n-1}}{c} \leq t' \leq \frac{R_n}{c} \end{cases} \\ &= \begin{cases} C_1 \frac{1}{\chi \sqrt{(t')^2 - C_2^2}} ; \frac{R_n}{c} \leq t' \leq \frac{R_{n+1}}{c} \\ C_1 \frac{1}{\chi \sqrt{(t')^2 - C_2^2}} ; \frac{R_{n-1}}{c} \leq t' \leq \frac{R_n}{c} \end{cases} \end{aligned} \quad (5.35)$$

denklemini elde edilir.

Tablo 5.3. Kullanılan katsayılar.

	C_1	C_2	Sınırlar
$h_n^{\varphi+}(\ell, t')$	$-\frac{1}{s_n^+}$	$\frac{d_n^+}{c}$	$t_n \rightarrow t_{n+1}$
$h_n^{\varphi-}(\ell, t')$	$\frac{1}{s_n^-}$	$\frac{d_n^-}{c}$	$t_{n-1} \rightarrow t_n$

Denklem (5.28)'de yer alan $V_n^{\varphi}(\ell, t_p - t_i)$ ifadesi

$$V_n^{\varphi}(\ell, t_p - t_i) = \int_{-\infty}^{\infty} T_i(t_p - t') h_n^{\varphi\pm}(\ell, t') dt' \quad (5.36)$$

olarak yazılabilir. Bu denklemde yer alan $T_i(t_p - t')$ ifadesini Denklem (5.17)'de yazılan haliyle yerine konulursa

$$V_n^{\varphi}(\ell, t_p - t_i) = \int_{\frac{R_n}{c}}^{\frac{R_{n+1}}{c}} \left(e(t')^2 + ft' + g \right) \left[\frac{C_1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} \right] dt' + \int_{\frac{R_{n-1}}{c}}^{\frac{R_n}{c}} \left(e(t')^2 + ft' + g \right) \left[\frac{C_1}{\sqrt{(t')^2 - C_2^2}} \right] dt' \quad (5.37)$$

denklemini elde edilir. Denklem (5.37) Bölüm 5.1.1'de $\psi_{m,p}$ ifadesinin hesaplandığı şekilde hesaplanırsa

$$V_n^{\varphi}(\ell, t_p - t_i) = C_1 \left[\left. e \left(\frac{t' \sqrt{(t')^2 - C_2^2}}{2} + \frac{C_2^2}{2} \ln \left(t' + \sqrt{(t')^2 - C_2^2} \right) \right) \right|_a^b + f \left(\sqrt{(t')^2 - C_2^2} \right) \right|_a^b + \left. g \left(\ln \left(t' + \sqrt{(t')^2 - C_2^2} \right) \right) \right|_a^b \right] + C_1 \left[\left. e \left(\frac{t' \sqrt{(t')^2 - C_2^2}}{2} + \frac{C_2^2}{2} \ln \left(t' + \sqrt{(t')^2 - C_2^2} \right) \right) \right|_a^b + f \left(\sqrt{(t')^2 - C_2^2} \right) \right|_a^b + \left. g \left(\ln \left(t' + \sqrt{(t')^2 - C_2^2} \right) \right) \right|_a^b \right] \quad (5.38)$$

olarak bulunur. Bu denklemde integrallerin sınırları yerine konulursa

$$\begin{aligned}
 V_n^\varphi(\ell, t_p - t_i) = & C_1 \left[e^{\left(\left(\frac{b\sqrt{(b)^2 - C_2^2}}{2} + \frac{C_2^2}{2} \ln \left(b + \sqrt{(b)^2 - C_2^2} \right) \right) - \left(\frac{a\sqrt{(a)^2 - C_2^2}}{2} + \frac{C_2^2}{2} \ln \left(a + \sqrt{(a)^2 - C_2^2} \right) \right) \right)} \right. \\
 & + f \left(\left(\sqrt{(b)^2 - C_2^2} \right) - \left(\sqrt{(a)^2 - C_2^2} \right) \right) + \\
 & \left. + g \left(\ln \left(b + \sqrt{(b)^2 - C_2^2} \right) - \ln \left(a + \sqrt{(a)^2 - C_2^2} \right) \right) \right] \\
 & + C_1 \left[e^{\left(\left(\frac{b\sqrt{(b)^2 - C_2^2}}{2} + \frac{C_2^2}{2} \ln \left(b + \sqrt{(b)^2 - C_2^2} \right) \right) - \left(\frac{a\sqrt{(a)^2 - C_2^2}}{2} + \frac{C_2^2}{2} \ln \left(a + \sqrt{(a)^2 - C_2^2} \right) \right) \right)} \right. \\
 & + f \left(\left(\sqrt{(b)^2 - C_2^2} \right) - \left(\sqrt{(a)^2 - C_2^2} \right) \right) + \\
 & \left. + g \left(\ln \left(b + \sqrt{(b)^2 - C_2^2} \right) - \ln \left(a + \sqrt{(a)^2 - C_2^2} \right) \right) \right] \quad (5.39)
 \end{aligned}$$

denklemini elde edilir. Denklem (5.28)'de yer alan $Z_{mn,p-i}^\varphi$ ifadesi

$$Z_{mn,p-i}^\varphi = c^2 \int_{S_m} [\nabla \cdot \mathbf{f}_m(\ell)] V_n^\varphi(\ell, t_p - t_i) d\ell \quad (5.40)$$

olarak hesaplanabilir. Buradaki integral de klasik yöntemde olduğu gibi nümerik olarak hesaplanabilir. Bu denklem Denklem (5.28)'de yerine konularak $\varphi_{m,p}$ ifadesi

$$\varphi_{m,p} = \frac{\mu}{4\pi} \sum_{n=1}^N \sum_i I_{n,i} Z_{mn,p-i}^\varphi \quad (5.41)$$

olarak bulunabilir.

5.2 Nümerik Sonuçlar

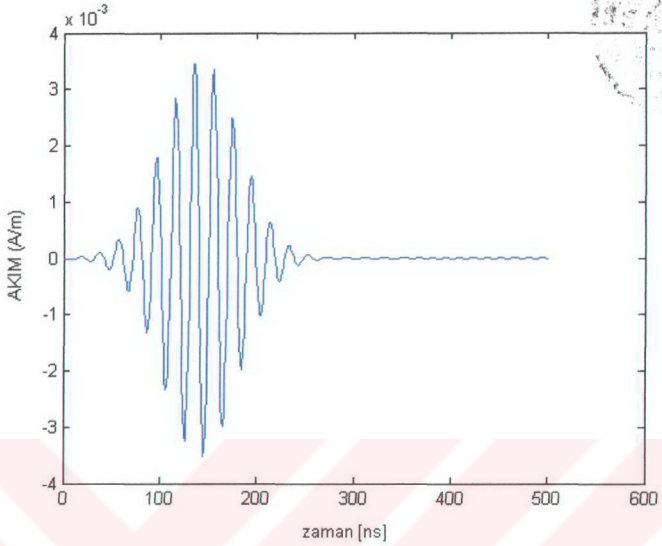
Analitik olarak hesaplanan $\psi_{m,p}$ ve $\varphi_{m,p}$ integralleri Denklem (4.4)'te yerine konularak akımlar hesaplanabilir. Bu bölümde bu integrallerin analitik olarak hesaplanmasının kararlılığı olan etkisi incelenecektir.

5.2.1 Problemlerin Tanımlanması

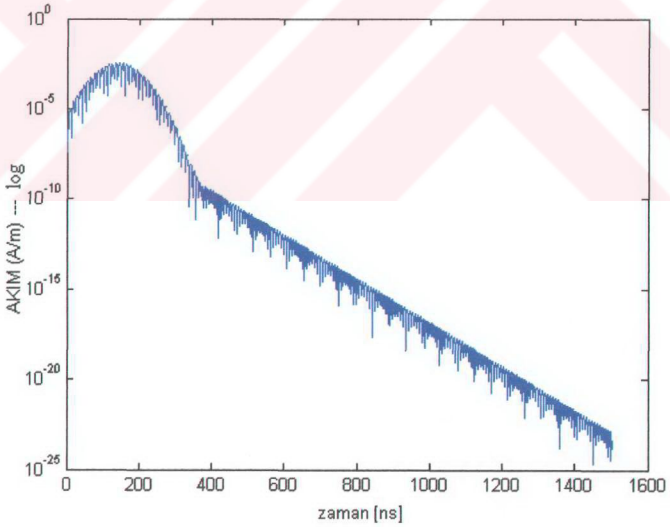
Problemlerin tanımı ve tel yapıları Bölüm 3.2.1'de yapılan tanımla aynıdır. Bu bölümde anlatılan yöntemle bulunan sonuçlara A-MOT yöntemi ile bulundu denilecektir. Aksi belirtilmedikçe $\beta = 0.25$ alınmıştır.

5.2.1.1 Düz Tel İçin Çözüm

Denklem (3.31) ile tanımlanan elektrik alan ile aydınlatıldığında tel parçasının ortasında (0,0,0) oluşan akım dağılımı Şekil 5.1'de görülmektedir. A-MOT ile bulunan akım dağılımında, Newmark-Beta formülasyonu ile bulunan akımda da gözlendiği gibi klasik yöntemde gözlenen kararsızlık giderilmiştir ve bulunan sonuçların tutarlı olduğu gösterilmiştir (bkz. Şekil 5.7). Şekil 5.2'de telin orta noktasındaki akım dağılımı logaritmik skala olarak verilmiştir. Akımın ilerleyen zamanla giderek azaldığı görülmektedir.

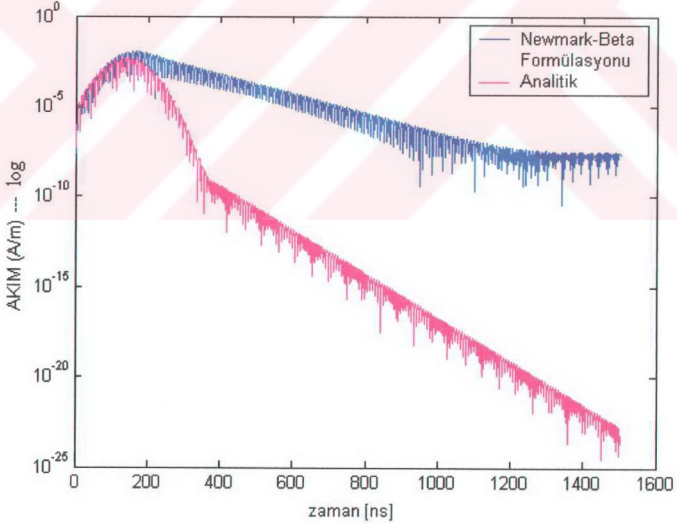


Şekil 5.1. Düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı.(A-MOT)

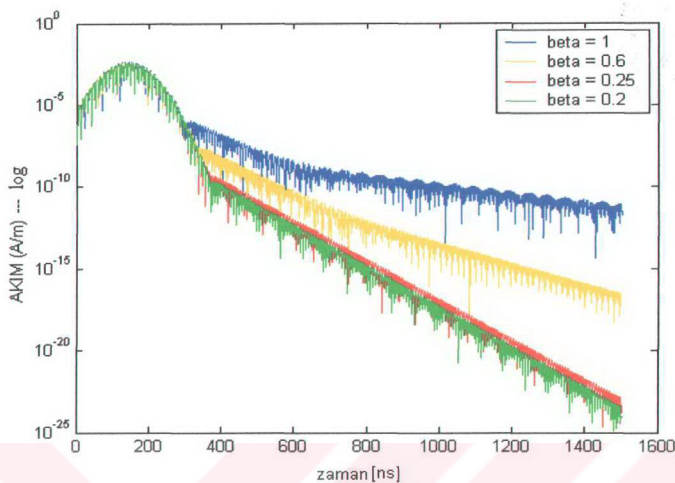


Şekil 5.2. Düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı.(A-MOT-log).

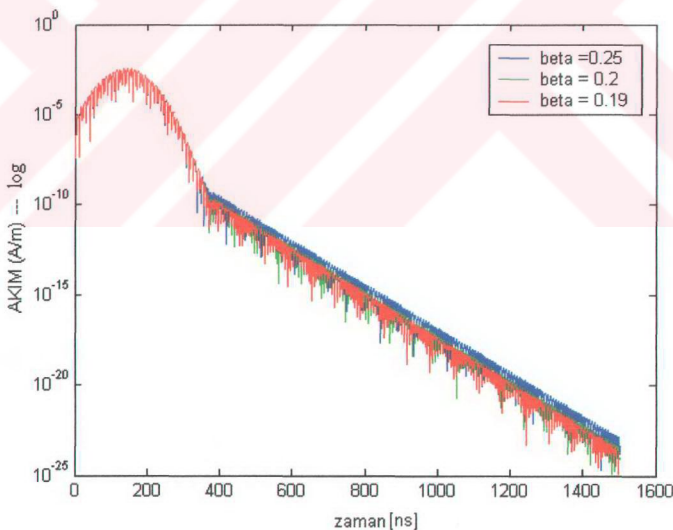
Şekil 5.3'te A-MOT ile bulunan akım dağılımının, bir önceki bölümde Newmark-Beta formülasyonu ile bulunan akım dağılımına kıyasla daha kararlı olduğu logaritmik skala ile gösterilmiştir. Şekil 5.4'te farklı β değerleri için düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı görülmektedir. β değerinin 0.19'a kadar küçülmesiyle kararlılığın arttığı gözlenmiştir. Şekil 5.5'te $\beta = 0.19$ değerine kadar olan β değerleri için kararlılığın hala sağlandığı ve bu değer için düz tel şeklindeki yapı için en kararlı çözümün sağlandığı β değeri olduğu gösterilmektedir. Newmark-Beta formülasyonu ile akım dağılımı bulunurken $\beta = 0.25$ değerinden küçük β değerleri için kararlılığın azaldığı gözlenmişti. A-MOT çözüm ile en kararlı çözümün sağlandığı β değerinin küçülmüş olmasının nedeni olarak Newmark-Beta formülasyonu ile alınan integrallerin bu bölümde analitik olarak alınması ile ilgili matrislerin detay durumunun değişmiş olması gösterilebilir. Şekil 5.6'da $\beta = 0.18$ değerinin kararsızlığa neden olduğu gözlenmektedir. Newmark-Beta formülasyonu ile $\beta = 0.1$ değerinden küçük β değerleri için kararsızlık gözlenmekteydi.



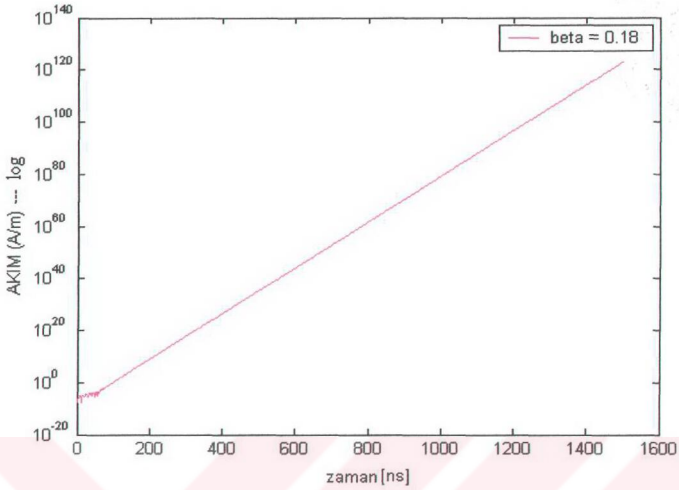
Şekil 5.3. Düz tel yapılar için Newmark-Beta formülasyonu ile bulunan akım dağılımı ile A-MOT ile bulunan akım dağılımının karşılaştırılması.



Şekil 5.4. $\beta = 1, \beta = 0.6, \beta = 0.25$ ve $\beta = 0.2$ için telin orta noktasındaki akım dağılımı. (A-MOT)

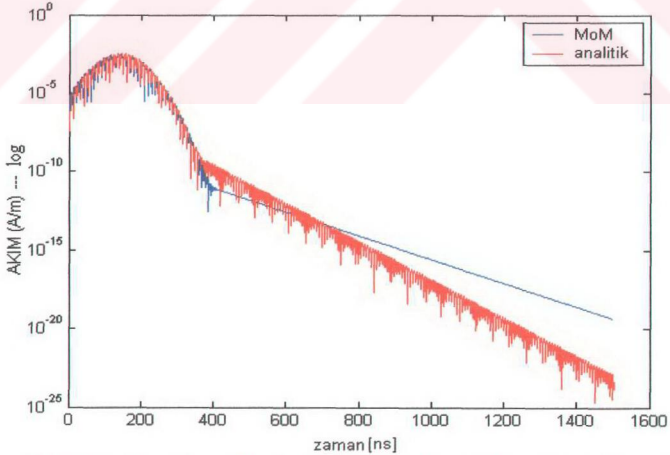


Şekil 5.5. $\beta = 0.19, \beta = 0.2$ ve $\beta = 0.25$ için düz telin orta noktasındaki akım dağılımı. (A-MOT)



Şekil 5.6. $\beta = 0.18$ için düz tel parçasının orta noktasındaki akım dağılımı.(A-MOT)

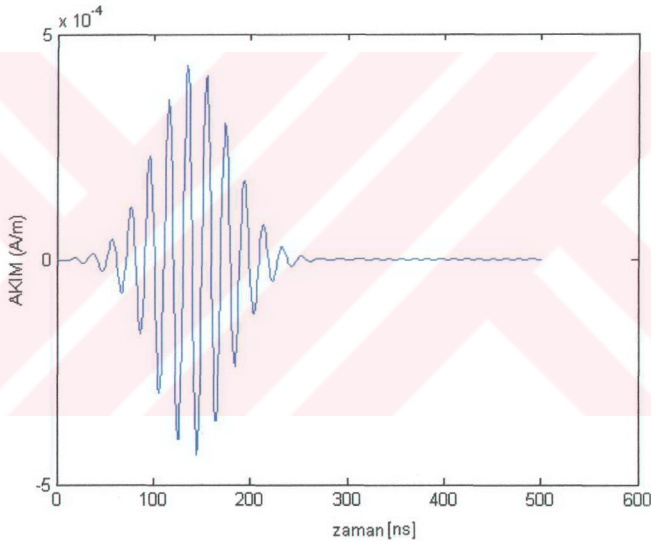
Şekil 5.7’de bu tezde A-MOT ile üretilen sonuçlarla [2]’de zaman domeni Moment Metodu ile üretilen sonuçların logaritmik olarak karşılaştırılması gösterilmektedir. Bulunan sonuçların kararlı ve tutarlı olduğu gözlenmiştir.



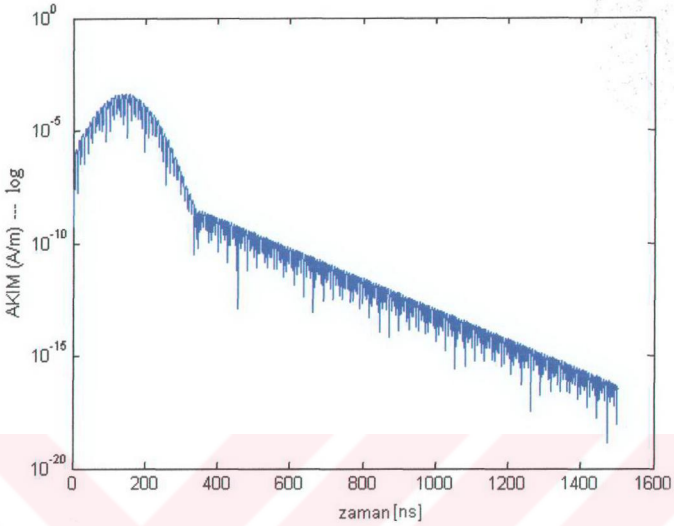
Şekil 5.7. Düz tel şeklindeki tel parçası için MoM çözümü ile A-MOT çözümünün logaritmik olarak karşılaştırılması.

5.2.1.2 Z Şeklindeki Tel Parçası İçin Çözüm

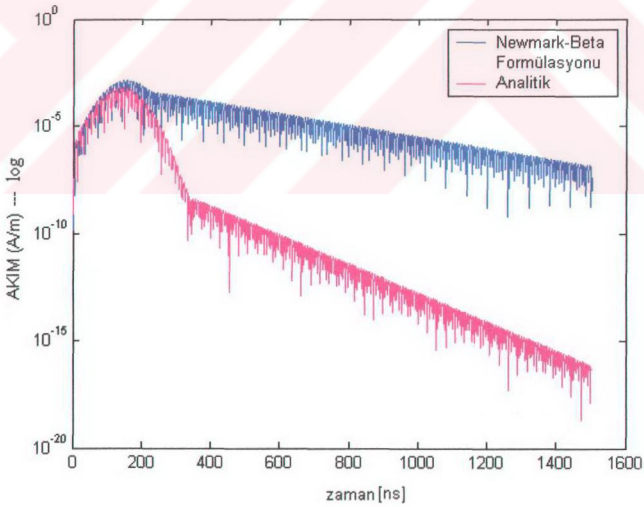
Denklem (3.31) ile tanımlanan elektrik alan ile aydınlatıldığında tel parçasının ortasında (0,0.5,-1) Şekil 5.8’de görülen akım dağılımı oluşur. Görüldüğü gibi klasik yöntemde 450 ns’den sonraki zaman adımlarında gözlenen kararsızlık A-MOT formülasyonu ile giderilmiştir ve sonuçların tutarlı olduğu gözlenmiştir (bkz. Şekil 5.11). Şekil 5.9’da telin orta noktasındaki akım dağılımı logaritmik skala olarak verilmiştir. Akımın giderek azaldığı görülmektedir. Şekil 5.10’da z şeklindeki tel yapı için A-MOT ile bulunan akım dağılımının, bir önceki bölümde Newmark-Beta formülasyonu ile bulunan akım dağılımına kıyasla daha kararlı olduğu logaritmik skala ile gösterilmiştir.



Şekil 5.8. Z şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.(A-MOT)

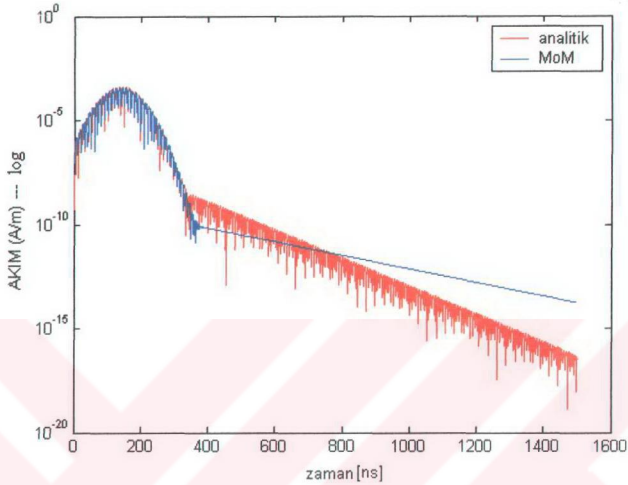


Şekil 5.9. Z şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.(A-MOT - log)



Şekil 5.10. Z şeklindeki tel yapılar için Newmark-Beta formülasyonu ile bulunan akım dağılımı ile A-MOT ile bulunan akım dağılımının karşılaştırılması.

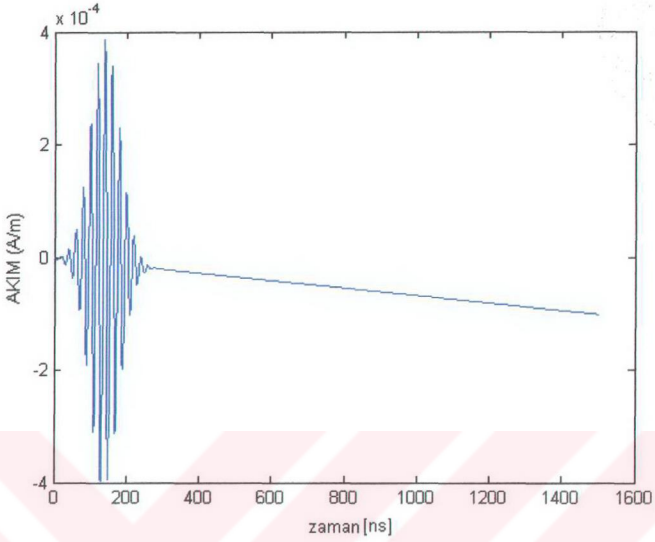
Şekil 5.11'de ise bu tezde A-MOT ile üretilen [2]'de zaman domeni Moment Metodu ile üretilen sonuçların logaritmik olarak karşılaştırılması gösterilmektedir. Bulunan sonuçların kararlı ve tutarlı olduğu gözlenmiştir.



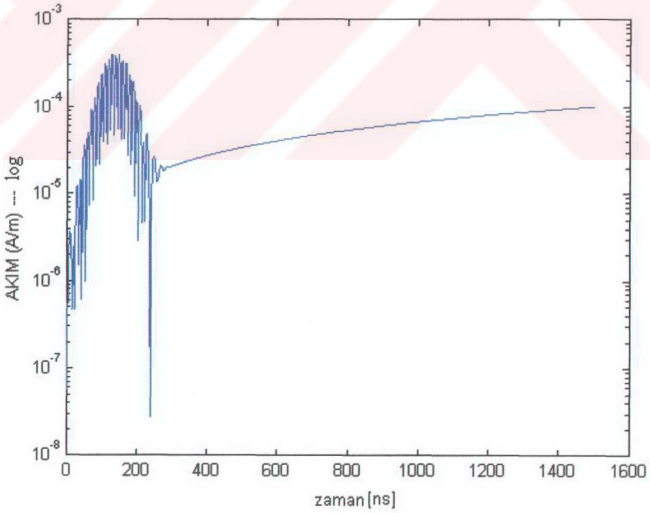
Şekil 5.11. Z şeklindeki tel parçası için MoM çözümü ile A-MOT çözümünün logaritmik olarak karşılaştırılması.

5.2.1.3 Çember Şeklindeki Tel Parçası İçin Çözüm

Denklem (3.31) ile tanımlanan elektrik alan ile aydınlatıldığında tel parçasının ortasında (0.25,0.00,-0.183) Şekil 5.12'de görülen akım dağılımı oluşur. Görüldüğü gibi klasik yöntemde 450ns'den sonraki zaman adımlarında gözlenen kararsızlık A-MOT formülasyonu ile giderilmiştir. Şekil 5.13'te telin orta noktasındaki akım dağılımı logaritmik skala olarak verilmiştir. Bu çözümlerde akımın ilerleyen zamanla birlikte bir eksilme gösterdiği gözlenmektedir. Bu eksilmenin sebebi tam olarak anlaşılamamıştır ve araştırmalar devam etmektedir.

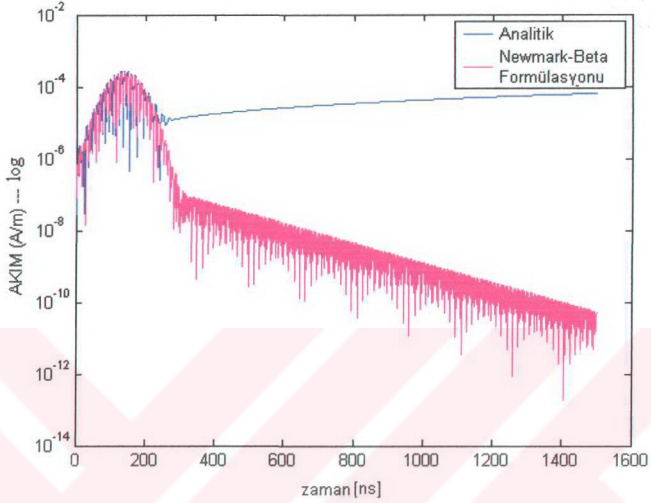


Şekil 5.12. Çember şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı. (A-MOT)



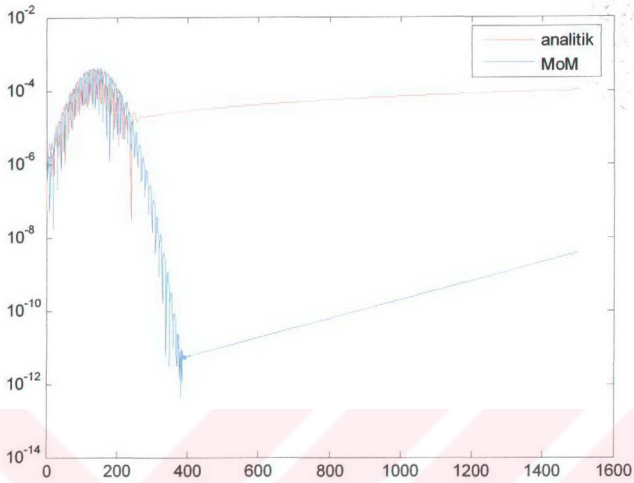
Şekil 5.13. Çember şeklindeki telin orta noktasındaki akım dağılımı.(A-MOT - log)

Şekil 5.14'te çember şeklindeki tel için A-MOT ile üretilen sonuçlarla, B-MOT Formülasyonu ile üretilen sonuçların logaritmik olarak karşılaştırılması gösterilmektedir. Bulunan sonuçların kararlı ve tutarlı olduğu gözlenmiştir.



Şekil 5.14. Çember şeklindeki tel yapıları için Newmark-Beta formülasyonu ile bulunan akım dağılımı ile A-MOT ile bulunan akım dağılımının karşılaştırılması.

Şekil 5.15'de bu tezde A-MOT ile üretilen sonuçlarla [2]'de zaman domeni Moment Metodu ile üretilen sonuçların logaritmik olarak karşılaştırılması gösterilmektedir. Bulunan sonuçların kararlı ve tutarlı olduğu gözlenmiştir.



Şekil 5.15. Şekil 4.12. Çember şeklindeki tel parçası için MoM çözümü ile B- MOT çözümünün logaritmik olarak karşılaştırılması.

5.3 Yorumlar

A-MOT formülasyonu ile üretilen sonuçların Newmark-Beta Formülasyonu ile üretilen sonuçlara kıyasla daha kararlı ve tutarlı olduğu gözlenmektedir. Bu bölümde üretilen sonuçlar zaman domenı Moment Metodu [2] ile de karşılaştırılarak sonuçların kararlı ve tutarlı olduğu gösterilmiştir.

6. SONUÇLAR VE YORUMLAR

Bu tezde ince tel yapılardan elektromanyetik alanların zaman domeninde saçılmasını analiz etmeye yarayan zamanda adımlama yöntemi tanıtılmış ve klasik uygulamasında görülen kararsızlık probleminde iki çözüm önerisinde bulunulmuştur. Çözülen elektrik alan integral denklemi Bölüm 2’de, klasik zamanda adımlama yöntemi ise Bölüm 3’te açıklanmıştır. Bölüm 3’te klasik yöntemle elde edilen sonuçların kararsız olduğu gözlenmiştir.

Bölüm 3’te düz , Z ve çember şeklindeki tel yapılarda indüklenen akımlar bulunurken gözlenen kararsızlığın Bölüm 4’te Newmark-Beta formülasyonu ile giderildiği gösterilmiştir. Şekil 4.6’da Newmark-Beta formülasyonu ile bulunan akım dağılımın düz tel parçası için zaman domeni Moment Metodu [2] ile belirlenen akım dağılımı ile kıyaslandığında kararlı ancak istenilen sonuçları üretmediği gözlenmiştir. Şekil 4.4’te ise Newmark-Beta formülasyonunda bahsedilen β parametresinin kararlılığa etkisi gösterilmiş ve en kararlı durumun sağlandığı β parametresinin değeri belirtilmiştir. Bölüm 5’te ise Newmark-Beta formülasyonunda nümerik olarak alınan integrallerin analitik olarak alınmasının kararlılığa etkisi incelenmiştir. Bu sayede Şekil 5.7, Şekil 5.11 ve Şekil 5.15’de gösterildiği gibi A-MOT ile üretilen sonuçlarla düz, Z ve çember şeklindeki yapılarda indüklenen akımlar ile zaman domeni Moment Metodu [2] ile üretilen sonuçların kararlı ve tutarlı olduğu sonucuna varılmıştır.

7. ÖNERİLER

İleri çalışma olarak öncelikle literatürde analitik olarak sonucu bilinen dipol ve çember gibi yapılardan saçılan alan ile bu tez kapsamında bulunan saçılan alanın karşılaştırılması, Şekil 5.12'de görülen çember şeklindeki tel yapıda indüklenen akımın zamana göre azalmasının nedeninin araştırılması önerilebilir.

Sonraki aşamlarda Envelope FEM gibi bir Envelope-MOT yöntemi geliştirilebilir[19].

KAYNAKLAR

- [1] Shanker, B.; Ergin, A.A.; Aygün, K.; Michielssen, E.; “*IEEE Transactions on Antennas and Propagation*”, Vol: 48, No: 7, Pages:1064 – 1074, 2000
- [2] Ş. Özsoy, “İnce Tellerden Oluşan Yapılardan Saçılma Analizi İçin Zamana Ve Frekansa Bağlı İki Çözücü”, *Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü*, 2003.
- [3] A. Taflove, “Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method”, *MA: Artech House*, 1995.
- [4] K. S. Kunz and R. J. Luebbers, “The Finite Difference Time Domain Method for Electrodynamics”, *Baco Raton, FL: CRC Press*, 1993.
- [5] C. L. Bennet, “A Technique for Computing Approximate Impulse Response for Conducting Bodies”, *Ph.D. Dissertation, Purdue University*, 1968.
- [6] A. J. Poggio and E. K. Miller, “Computer Techniques for Electromagnetics”, *Oxford, U.K.:Pergamon Press*, 1973, böl. 4.
- [7] Z. Zhou, “Multiresolution Basis Functions For Adaptive Time-Domain Integral Equation Electromagnetic Solvers”, *University of New Mexico*, 2003.
- [8] R. F. Harrington, “Field Computation by Moment Methods”, *New York: IEEE Press*, 1993
- [9] A. G. Tijhuis, “Electromagnetic Inverse Profiling: Theory and Numerical Implementation.”, *Utrecht, the Netherlands: VNU Science Pres BV*, 1987
- [10] D. A. Vechinski and S. M. Rao, “A stable procedure to calculate the transient cattering by conducting surfaces of arbitrary shape,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.* , vol. 40, sayfa. 661–665, Haziran 1992.
- [11] B. P. Rynne and P. D. Smith, “Stability of time marching algorithms for the electric field integral equations,” *J. Electromagn. Waves Applicat.*, vol. 12, sayfa. 1181–1205, 1990.
- [12] A. Sadigh and E. Arvas, “Treating instabilities in matching-on-in-time methods from a different perspective,” *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 41, sayfa. 1695–1702, Aralık. 1993.

- [13] P. J. Davies, "A stability analysis of a time marching scheme for the general surface electric field integral equation," *Appl. Numer. Math.*, vol. 27, sayfa. 35–57, 1998.
- [14] M. J. Bluck and S. P. Walker, "Time-domain bie analysis of large three dimensional electromagnetic scattering problems," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 45, sayfa. 894–901, Mayıs 1997.
- [15] S. Dodson, S. P. Walker, and M. J. Bluck, "Implicitness and stability of time domain integral equation scattering analysis," *Appl. Comp. Electromagn. Soc. J.*, vol. 13, no. 3, sayfa. 291–301, 1998.
- [16] G. Manara, A. Monorchio, and R. Reggiannini, "A space-time discretization criterion for a stable time-marching solution of the electric field integral equation," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 45, sayfa. 527–532, Mart 1997.
- [17] W. Pinello, A. Ruehli, and A. Cangellaris, "Stabilization of time domain solutions of the efie based on the partial element equivalent circuit models," *Proc. IEEE Antennas Propagat. Soc. Int. Symp.*, vol. 3, sayfa. 966–969, Temmuz. 1997.
- [18] B. Shanker, A. A. Ergin, K. Aygün, E. Michielssen, "Analysis of Transient Electromagnetic Scattering from Closed Surfaces Using a Combined Field Integral Equation" *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 48, no. 7, sayfa. 1064-1074, 2000.
- [19] Y. Wang and T. Itoh, "Envelope-Finite-Element (EVFE) Technique A More Efficient Time-Domain Scheme," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 49, sayfa. 2241-2247, Aralık 2001.
- [20] P. D. Smith, "Instabilities in time marching methods for scattering: cause and rectification," *Electromagn.*, vol. 10, sayfa. 439–451, 1990.
- [21] D. K. Cheng, "Field and Wave Electromagnetics", *Sydney: Addison-Wesley Publishing Company*, s. 282, 1983.
- [22] J.-F. Lee, R. Lee, A. Cangellaris, "Time-domain finite-element methods," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 45, sayfa. 430–442, Mart 1997.



ÖZGEÇMİŞ

Sena Esen Bayer 6 Haziran 1982'de İstanbul'da doğmuştur. 1999 yılında Gebze Anadolu Tıp Teknik Lisesi'nden mezun olduktan sonra Kocaeli Üniversitesi Teknik Eğitim Fakültesi, Elektronik Öğretmenliği Bölümü'ne girmiştir. 2003 yılında Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü'nde Elektronik Mühendisliği Bölümünde yüksek lisans eğitimine başlamıştır. Yüksek lisans eğitimi boyunca çalışmalarını tel yapılardan saçılan alanların Moment Metodu ile bulunması üzerine yoğunlaştırmıştır.

