

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BEYAZ EŞYA SEKTÖRÜNDE
UYGULANAN DÜŞÜRME TESTLERİNİN
BİLGİSAYARDA SİMULASYONU

Hakan BALABAN
YÜKSEK LİSANS TEZİ
TASARIM VE İMALAT MÜHENDİSİLİĞİ
ANABİLİMDALİ

GEBZE
2006

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BEYAZ EŞYA SEKTÖRÜNDE
UYGULANAN DÜŞÜRME TESTLERİNİN
BİLGİSAYARDA SİMULASYONU

Hakan BALABAN
YÜKSEK LİSANS TEZİ
TASARIM VE İMALAT MÜHENDİSİLİĞİ
ANABİLİMDALI

TEZ DANIŞMANI
Yrd.Doç.Dr. Hasan KURTARAN

GEBZE
2006

ÖZET

TEZİN BAŞLIĞI: Beyaz Eşya Sektöründe Uygulanan Düşürme Testlerinin

Bilgisayarda Simülasyonu

YAZAR ADI : Hakan BALABAN

Beyaz eşyaların taşınması sırasında düşürülmesi sık karşılaşılan durumlardır. Bu gibi durumlarda olası hasarı önlemek için beyaz eşyalar köpük koruyucularla (muhafazalarla) sarılarak taşınmaktadırlar. Muhafazaların yeterli performansı gösterip göstermediğini veya beyaz eşyanın hasara uğrayıp uğramadığını anlamak için gerçek düşürme testleri yapılmaktadır. Çeşitli düşürme senaryoları için gerçek testlerin yapılması, çoğu zaman maliyet ve zaman kaybına neden olmaktadır.

Bu tez beyaz eşya sektöründe yapılmakta olan paketleme tasarımı ve düşürme testlerinin bilgisayarda simülasyonunu içermektedir. Çalışmanın amacı daha düşük maliyette olan bilgisayar simülasyonlarının test ve prototiplerin yerini alabileceğini veya sayısını belirli oranda azaltabileceğini göstermektir. Bilgisayarda simülasyon yöntemi olarak, matris sistemine dayanan sonlu elemanlar yöntemi kullanılmıştır.

Sonlu elemanlar yöntemi optimizasyon yöntemi ile birlikte daha sonra beyaz eşya koruyucusunun (köpük koruyucu) tasarımında kullanılmıştır. En iyi (optimum) tasarım için, bir sanal tasarım modülü olan ANSYS Design Optimization modülü kullanılmıştır. ANSYS sanal tasarım modülü istenen özellikteki tasarım elde edilene kadar, sonlu elemanlar analizi ile optimizasyon metodunu konuşturarak, sanal ortamda çeşitli prototipler tasarlamakta ve denemektedir.

Köpük koruyucusunun tasarımı, ağırlığını azaltacak şekilde yapılmıştır. Ağırlığı azaltmak için köpük koruyucunun geometrik boyutları ile oynanmıştır. Geometrik boyutlar optimizasyonda tasarım parametreleri olarak seçilmiştir. Optimizasyon sonunda köpük koruyucunun ağırlığında ilk (referans) tasarıma göre % 11.5 luk bir azalma sağlanmıştır.

SUMMARY

**HEADER OF THE THESIS: Computerized simulations of the drop tests that
used in white goods sector**

NAME OF THE AUTHOR: Hakan BALABAN

Drops of white goods or appliances during their transportation are often encountered. These machines are often covered with protective materials such as foam materials in order to prevent any damage. In real environment, drop tests are often conducted to see the performance of the protective material and any damage or failure with the white good. When many drop scenarios are considered, drop tests can be expensive and time consuming.

In this thesis, drop tests are simulated in computer environment. With this thesis, it is aimed that real drop tests can be replaced with computer simulations. Finite Element Method, which is based on matrix theory, is used to carry out simulations.

Finite Element Method along with optimization method is used in design optimization of protective foam shape. For design optimization, ANSYS Design Optimization module has been used. ANSYS Design Optimization module couples Finite Element Method with an optimization program. This module creates several prototype designs and tests them until optimum design has been obtained.

Optimization of protective foam shape is performed to minimize the volume and thereby the weight. Dimensions of the foam geometry are chosen as design parameters (shape parameters). Upon optimization, weight of the protective foam has been reduced by 11.5% compared to the baseline design.

TEŞEKKÜR

Bu çalışmada uygulanan tasarım ve imalat mühendisliği probleminin çözümünde bana her konu da destek olan danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. Hasan Kurtaran'a, benzeri birçok çalışmada ortak çalıştığımız ve her zaman hoş görü ile yardımcı olan Sayın Mak. Yük. Müh. S. Hakan Oka'a ve çeşitli kaynaklarından faydalanma imkânı verdiği için Sayın Dr. Tarık Ögüt'e her zaman bana destek veren aileme sonsuz teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	x
ŞEKİLLER DİZİNİ	xi
ÇİZELGELER DİZİNİ	xiii
1 GİRİŞ	1
1.1 Beyaz eşya sektöründe mühendislik ve tasarım kavramı	1
1.2 Düşürme testleri ve optimum paketleme	3
1.2.1 Düşürme testleri	3
1.2.2 Paketleme	3
2 GENEL MALZEME DAVRANIŞLARI	4
2.1 Malzemelerin Yapısal Özellikleri	4
2.2 Akma Mukavemeti	5
2.3 Pekleşme, Süneklik, Tokluk ve Sertlik Tanımları	6
2.3.1 Pekleşme	6
2.3.2 Süneklik	6
2.4 Kırılma Biçimleri	7
2.4.1 Gevrek kırılma	8
2.4.2 Sünek kırılma	8
2.5 Gerinim Hızı	9
2.6 Gerilme kavramı	9
2.6.1 Tek Eksenli Gerilme Tanımı	9
2.7 Üç Boyutta Gerilme Tanımı	10
2.8 Gerilme Tensörü	13
2.9 Malzemelerin Akma Kriterleri	15
2.10 Gerilme-Gerinim İlişkileri	16
3 SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ	18
3.1 Giriş	18
3.2 Sonlu Elemanlar Yöntemi Kullanarak Modelleme	19

3.2.1 Genel Modelleme	19
3.2.2 Eleman Seçimi	21
3.2.3 3D Kiriş Elemanı	21
3.2.4 Sabit Gerilmeli Üçgen Eleman (SGU)	22
3.2.5 Lineer Gerilmeli Üçgen Eleman(LGU)	23
3.2.6 Çifte Lineer Dörtgen Eleman	23
3.2.7 Kabuk Elemanlar	24
3.2.8 Yüklemeler ve Sınır Koşulları	26
3.2.9 Önemli Noktalar ve Ayrıklaştırma	27
3.3 Eksplisit dinamik sonlu elemanlar teorisi	29
3.3.1 Eksplisit dinamik analizi teorisi	29
3.3.1.1 Virtüel İş Prensibi	30
3.3.2 Geometrinin Bölünmesi (Diskritizasyonu)	31
3.3.2.1 Hareket denkleminin zaman integrasyonu	35
3.3.2.2 Zaman Adımı Kriteri	38
3.3.3 Eksplisit ve implisit metotların karşılaştırması	40
3.3.4 Eksplisit kontak algoritmaları	42
3.3.4.1 Birbirine temas edecek uygun kontak nod ve elemanların tespiti	43
3.3.4.2 İç içe geçmeyi (Penetrasyonu) önleyecek kontak kuvvetlerinin hesabı	44
3.3.4.3 Kontak yay sabiti hesabı	45
3.3.4.4 Penetrasyon derinliği	46
3.4 Elastomerlerin ve kauçukların hiperelastik davranışları	47
3.4.1.1 Katı elastomerlerin ve kauçukların davranışlarının modellenmesi	47
3.4.1.1.1 Polinomik gerinme enerjisi fonksiyonu	48
3.4.1.1.2 Neo-Hookean formu (3.51.)	48
3.4.1.1.3 Money-Rivlin formu (3.52.)	48
3.4.1.1.4 Yeoh formu (3.53.)	48
3.4.1.1.5 Ogden gerinme enerjisi fonksiyonu	48
4 OLUŞTURULAN MODEL	49
4.1 İlk çalışılan basit model	49
4.2 Geliştirilen ikinci model	50
4.3 Sonlu elemanlar modeli	51

4.3.1 Mesh oluşturulması	51
4.3.2 Malzeme modeli seçimi	51
4.3.3 Sınır şartları ve kontaklar	53
4.3.3.1 Kontaklar	53
4.3.3.2 Yükleme ve çözüm süresi	54
5 KÖPÜK OPTİMİZASYONU	56
5.1 Amaç Fonksiyonu	56
5.2 Sınırlamalar	56
5.3 Değişkenlerin seçilmesi	56
5.4 Optimizasyon algoritması seçimi	58
6 SONUÇLAR VE ÖNERİLER	59
6.1 İlk modelin sonuçlara göre değişimi	59
6.2 İkinci geliştirilen model de ki sonuçlar	60
KAYNAKLAR	66
ÖZGEÇMİŞ	68

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

σ_1	.1. asal eksenindeki gerilme
σ_2	.2. asal eksenindeki gerilme
σ_3	.3. asal eksenindeki gerilme
θ	.Açısal yerdeğiştirme
σ_y	.Akma gerilmesi
L	.Boy
G	.Bulk modülü
I	.Eylemsizlik momenti
σ	.Gerilme
ε	.Gerinme
σ_{ij}	.Her hangi bir yöndeki
A_o	.İlk Alan
l_o	.İlk boy
F_o	.İlk kuvvet
a	.İvme
γ	.Kayma gerinmesi
K	.Kayma modülü
σ_u	.Kopme gerilmesi
F	.Kuvvet
m	.Kütle
M	.Moment
ν	.Poisson oranı
A_f	.Son Alan
l_f	.Son boy
F_x	.X yönündeki kuvvet
M_x	.X yönündeki moment
σ_{xx}	.XX yönündeki nominal gerilme
τ_{xy}	.XY yönündeki tegetsel gerilme
τ_{xz}	.XZ yönündeki tegetsel gerilme
F_y	.Y yönündeki kuvvet
M_y	.Y yönündeki moment
$G(0)$	.Yakınsak kayma modülü

E	.Young modülü
σ_{yy}	.YY yönündeki nominal gerilme
τ_{yz}	.YZ yönündeki tegetsel gerilme
Fz	.Z yönündeki kuvvet
Mz	.Z yönündeki moment
σ_{zz}	.ZZ yönündeki nominal gerilme
CAD	.Computer Aided Design
CAE	.Computer Aided Engineering
MKS	.Metre – Kilogram- Saniye
LGU	.Lineer Gerilmeli Üçgen Eleman
SEY	.Sonlu Elemanlar Yöntemi
SGU	.Sabit Gerilmeli Üçgen Eleman

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1 (a) ve (b) sünek bir metalin mühendislik çekme diyagramı.	4
2.2 Akma mukavemeti	5
2.3 Deformasyon bölgelerinin mühendislik gerilme/gerinim diyagramı ve test parçası ile ilişkisi.	6
2.4 Çekme deneyinde kırılma tipleri, (a) Çok kristalli metallerde gevrek kırılma, (b) Sünek tek kristallerde kayma kırılması, (c) Çok kristalli metallerde sünek çanak, koni tipi kırılma, (d) Çok kristalli metallerde tam sünek kırılma (kesit daralması % 100)	7
2.5 Tekeksenli gerinim a) Çekme b) Basma	9
2.6 Tek eksenli çekme testi.	10
2.7 Harici kuvvetlerin etkidiği sürekli yapı	11
2.8 Normali n olan düzleme etki eden iç kuvvetler	11
2.9 O noktasındaki pozitif x yüzündeki gerilme bileşenleri numaralı denklem grafiksel olarak gösterilmesi.	12
2.10 Pozitif ve negatif küp yüzeylerinin tanımlanması	12
2.11 Ox yönündeki kuvvet dengesi	13
2.12 Üç boyutlu asal gerilme düzleminde Tresca ve von Mises akma yüzeyleri	15
2.13 Akma kriterlerinin iz düşüm bakışı.	16
3.1 Sonlu elemanlar modeline bir örnek, dişli	19
3.2 Eleman geometrisinde müsaade edilebilir deformasyonlar	20
3.3 Silindir yüzey etrafındaki tipik eleman dağılımı	20
3.4 Delikli geometride delik etrafındaki tipik eleman dağılımı	21
3.5 Sabit Gerilmeli Üçgen Eleman	22
3.6 Dört Nodlu Çifte Lineer Dörtgen Eleman	24
3.7 Dört nodlu ve dört kenarlı elastik eleman (x,y eksenleri eleman düzlemi içindedir).	25
3.8 İki ucu basit mesnetli kiriş	26
3.9 a) Lagrange Uzayında Bulunan 3 Boyutlu Cisim, b) Cisim içindeki bir noktada gerilme durumu.	30
3.10 Geometrik uzayın elemanlara bölünmesi.	32
3.11 Eksplisit dinamik analizde çözüm zamanları.	35

3.12 Kontak nod ve hedef eleman araştırması.	43
3.13 Mesh connectivity algoritmasının kontak nod- hedef eleman araştırmasında başarısız olduğu durumlar.	43
3.14 Bucket sort algoritması ile kontak nod- hedef eleman araştırması.	44
3.15 a) penetrasyon anı, b) penetrasyonun önlenmiş hali.	45
3.16 Otomatik ve genel kontak algoritmalarında kontak kuvveti hesapları.	46
4.1 ilk ele alınan model	49
4.2 ilk ön görülen model	50
4.3 Bayraklı parametrik model	50
4.4 Tek eksenli basma testi sonuçları	52
4.5 Mooney Rivlin e göre eğri uydurması	52
4.6 Kontakların şekilsel gösterilmesi	53
4.7 Sınır koşulları	54
6.1 Optimize edilmiş ilk model	59
6.2 Optimize edilmiş ilk model in yakından görünümü	59
6.3 ilk modelin tasarım parametrelerinin tasarım setleri türetilmesine göre değişimi	60
6.4 İmpilisit ve ekspilisit çözümlerin karşılaştırılması	61
6.5 Bayraklı modelin optimizasyon sonucu oluşan en iyi tasarım setindeki Von Mises gerilmeleri	61
6.6 Bayraklı modelin Von Mises gerilme sonuçları	62
6.7 İlk tasarım parametrelerin bayraklı modeldeki değişimlerin tasarım setlerinin oluşturulmasına göre grafiksel gösterilmesi	63
6.8 Bayrak parametrelerinin tasarım setlerinin sayısına göre değişimlerinin grafiksel gösterilmesi	63
6.9 İlk tasarım parametrelerin bayraklı modeldeki değişimlerin hacim yani amaç fonksiyonun iterasyon sayısına göre değişiminin grafiksel gösterilmesi	64
6.10 Durum değişkenin iterasyon sayısına göre değişimlerinin grafiksel gösterilmesi	64

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Çizelge</u>	<u>Sayfa</u>
3.1 Eksplisit dinamik analizde çözüm algoritmasının işleyişi	37
3.2 Implisit ve eksplisit analiz metotların karşılaştırılması	42
4-1 Üç parametrelili Mooney Rivlin dataları	52
5-1 Optimizasyon parametreleri	57
5-2 Optimizasyon parametreleri	57
6-1 Olası tasarım setlerinin değişiminin bayraklı model parametreleri ile tablo şeklinde gösterilmesi	62

1 GİRİŞ

1.1 Beyaz eşya sektöründe mühendislik ve tasarım kavramı

Mühendislik, içinde barındırdığı çeşitli bilim dalları ile doğadaki şekil, madde ve yapıları incelemekle yükümlü olan bunun yanında insan yaşam standartlarını arttırmak amaçlı sanayide kullanılmasına veya en iyi şekilde uyarlanması problemini çözmeye çalışan bilimi olarak nitelendirebiliriz.

En iyi kavramı birçok açında ele alınabilecek bir konu olmasına karşın. Bu noktada en iyi üretilebilen, en ucuz, en dayanıklı, en hafif, en taşınabilen, en sık, en güzel gibi kavramlar irdelenmektedir. Bu irdellemelerde son yüzyılda ortaya atılan bir kavramı öne çıkarmaktadır, tasarım. Bu kavramı bu kadar öne çıkartan diğer bir özellik de üretici firmalara sağladığı kârlılık ve rekabet ortamlarında öncelik kazanması olmuştur.

Firmalar bu denli olan tasarım unsurunu bir kısmı kendi içlerindeki araştırma geliştirme birimleri içerisinde çözmeye çalışırken birçoğu da ilk geliştirmeye çalıştıkları ve ya ihtiyaç duydukları konularda akademik çevrelerden yardım almayı tercih etmiştir. Tasarım kavramının özellik ile mühendislik uygulamalarında bütün dünyada birçok konu ele alınmaktadır. Firmalar maliyet ucuzlatması, imalat kapasitelerini arttırması, pazardaki yerlerini yükseltmesi amaçlı araştırma ve geliştirmeye yani tasarıma yatırım yapmaktadırlar.

Tasarım bilincinde bir mühendisin temelde üç ana etkinlikte bulunur. Bunlar; yaratıcılık, karar verme ve modellemedir. Yaratıcılık sanılabileceği gibi bütünüyle doğuştan sahip olunan bir yeti değildir. Mühendislikte yaratıcılık doğal yeteneğe olduğu kadar bilgi birikimi, eğitim ve deneyime dayanır. Karar verme süreci ise çoğu zaman deneme yanılmaya dayanmaktadır. Ama bunun yanı sıra gelişen bilgisayar teknolojileri sayesinde bu gelişimi güzellikten sıyrılması sağlamakta ve daha gerçekçi olması sağlanmaktadır.

Tasarım sürecinin en sonunda ise tasarımın ürüne çoğunlukla da bir model veya prototip ürüne ulaşılması vardır. Bu da imal edilecek modelin seçilmesi ve belirlenmesini kolaylaştırmakta örnek kullanıcı ve mühendislerin seçim yapmasını kolaylaştırmaktadır.

Bilgisayar sistemlerinin yetmişli yıllarda ve doksanlı yıllarda kazandığı ivme ile gelişen programlar ve algoritmalar sayesinde modelleme ve simülasyon işlemlerini ara prototip, modelleme, ve yapılacak olan test işlemleri maliyetlerini azaltmak amaçlı geliştirilmiştir. Modellemeler için genellenleştirilen sistemlere bilgisayar destekli tasarım (CAD, Computer Aided Design) denmesi ile birlikte simülasyon yani gerçek durumlara benzetim amaçlı sistemlere de bilgisayar destekli mühendislik (CAE, Computer Aided Engineering) denmektedir

Çalışmamızda ele aldığımız problem, beyaz eşya sektöründe çok önemli bir yeri olan paketleme tasarımını ve düşürme simülasyonun bilgisayar ortamının da parametrik olarak modellenmesi ile en uygun tasarımın belirlenmesini hedeflemektedir. Paketleme öncelikli olarak ürünlerin taşınmaları esnasında belirli mesafelerden düşürüldüklerinde ürünün hasarsız kalmasını ve ya meydana gelebilecek hasarların en aza indirilmesini amaçlar. Bu amaçla da ürünlerin dış kısımları köpük yada hidrofor denen sönüm özellikleri bulunan malzemeler ile kaplanmaktadır.

Bu çalışmada düşürme simülasyonun da kullanılan modelin çözüm zamanının azaltılması amacı ile ele alınan beyaz eşyanın basitleştirmesine gidilmiştir. Bu basitleştirmede yaklaşık olarak bir model belirlenmiş ve benzer bir paket tasarımı yapılmıştır. Bu çalışmada optimizasyon parametreleri olarak eşyanın hacmi sabit alınmasına karşın alt destek boyu, üst destek boyu ve düşürmeyi yavaşlatan diğer bir etken olarak da yerleştirilen bayrakların pozisyonları ve kalınlıkları değiştirilmiştir. Bu sayede en iyi paket şeklini örnek problem için elde etmiş oluyoruz.

Çalışmanın en önemli özelliği uygun tasarımın sezgisel yapıdan veya tekrarlanan çoklu test ve prototiplerden sıyrılarak bilgisayar ortamında en iyi şeklin yani en küçük hacimde istenilen kriterlerdeki tasarımının sağlanmış olmasıdır.

Bu çalışmada ANSYS Multiphysics/LS-DYNA programı kullanılmıştır.

1.2 Düşürme testleri ve optimum paketleme

1.2.1 Düşürme testleri

Beyaz eşya sektörü ve gelişmekte olan elektronik sektörlerinin öngördüğü kullanıcı veya taşımadan kaynaklanan sorunlardan biri olan düşürme problemini yıllardan beri incelemektedir. Bu incelemeler daha çok fiziksel test esaslı yapılmakta olsa da prototip ve test maliyetleri firma giderleri arasında önemli bir bütçe oluşturmaktadır. Bir çok prototip ve test serilerinden oluşan bu uygulamayı bilgisayar ortamında simüle etme problemini ortaya çıkarmaktadır.

Firmaların bu konuda birçok çalışma hali hazırda yapılmaktadır. Bizim yaptığımız çalışmada ise bilgisayar desteği kullanılarak ele alınan bir birim modelin düşürme esnasında meydana gelen hasarları ve bunu en aza indirgeyecek optimum paketleme tasarımın elde edilmesi yönünde olmuştur. Ele aldığımız problemde 50 cm den 10 derece açılı bir yüzeye düşmekte olan bir beyaz eşyanın maruz kaldığı etkiler ele alınmıştır.

1.2.2 Paketleme

Paketleme konusunda ise minimum hacim ve imalat bandını etkilemeyecek düzeyde bir tasarım beklenmektedir. Bu tasarımda minimum hacmin sebeplerinden bir tanesini maliyet oluştururken diğer bir sebebini de artık malzeme olması ve doğaya zarar vermesi özelliği oluşturmaktadır.

Paketlemede en çok kullanılan malzeme köpüktür. Köpüklerin en çok tercih edileni poliüretan veya genişletilmiş polyesterlerdir. Bu tip malzemeler yükleme esnasında hacimlerini koruyup şekil değiştirmekte ve objeye gelen etkileri azaltmaktadırlar.

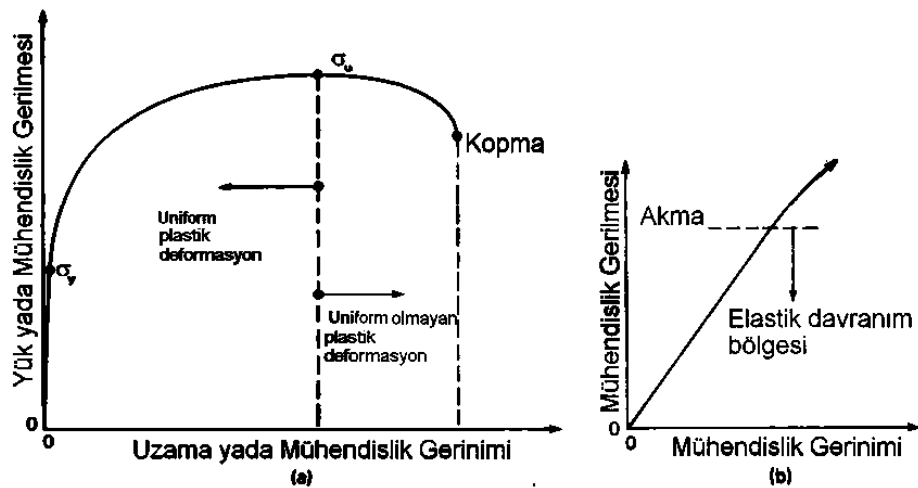
2 GENEL MALZEME DAVRANIŞLARI

2.1 Malzemelerin Yapısal Özellikleri

Sünek bir malzemenin (Alüminyum, bakır veya benzeri) yük uzama diyagramı ya da tipik mühendislik gerilme- mühendislik gerinim diyagramı Şekil 2.1de verilmiştir. Aynı şeklin (b) bölümünde ise doğrusal olan başlangıç bölgesi büyütülerek verilmiştir. Şekilden de görülebileceği gibi, gerinim başlangıçta gerilme ile doğrusal olarak artar. Bu bölgede şekil değişimi elastiktir, yani yükün boşaltılması ile parça başlangıçtaki boyutlarını alır. Doğrunun (Hooke doğrusu) eğimi E ile gösterilir ve elastiklik modülü (Young modülü) adını alır. Doğru boyunca Hooke kanunu (2.1) geçerlidir.

$$\sigma = E\varepsilon \quad (2.1)$$

Çekme deneyinde parça uzarken kesit yüzeyi de azalır. Deney çubuğunun eksenine dik doğrultudaki birim şekil değiştirme (en veya kalınlık doğrultusu) ile eksenel (boyuna) doğrultudaki birim şekil değiştirme arasındaki oranın mutlak değerine Poisson oranı denir ve ile gösterilir.



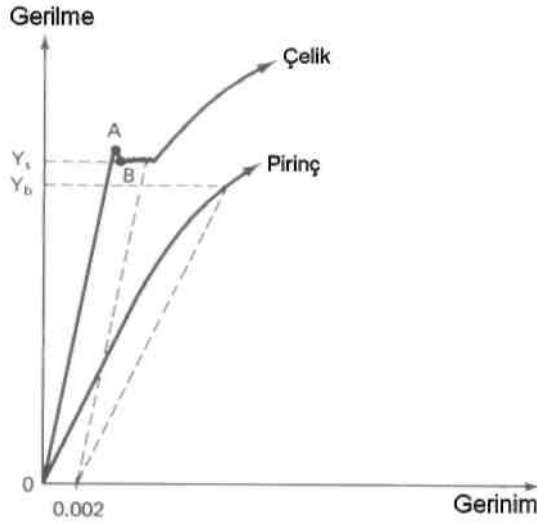
Şekil 2.1 (a) ve (b) sünek bir metalin mühendislik çekme diyagramı.

σ_y olarak belirtilen akma mukavemeti noktasından sonra gerilme-gerinim ilişkisi doğrusal olarak devam etmez, yani artık Hooke kanunu geçersizdir.

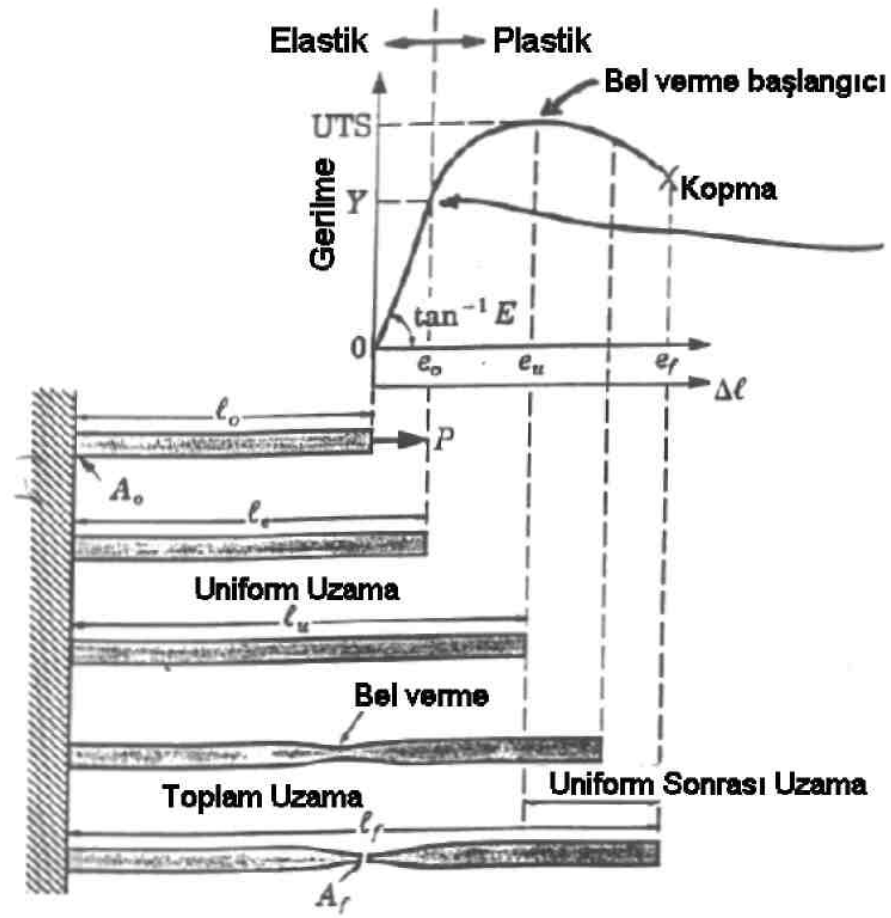
σ_y noktası elastiklik sınırıdır. Tarif olarak elastiklik sınırı, çekme yükü kaldırıldığı zaman malzemede kalıcı (plastik) şekil değişiminin görülmediği en büyük gerilmedir. Şekil 2.1 σ_u ile gösterilen tepe noktası maksimum yükün uygulandığı ya da maksimum mühendislik gerilme değerine ulaşıldığı noktadır. Bu noktadan sonra yük boşaltılmadıkça azalan yük de malzeme kopma noktasına kadar gider. Şekilde belirtildiği gibi σ_y noktasına kadar olan bölge uniform plastik deformasyon bölgesi sonrası ise uniform olmayan plastik deformasyon bölgesi olarak adlandırılır.

2.2 Akma Mukavemeti

Akma sınırının Şekil 2.2 de olduğu gibi belirgin olmadığı hallerde %0.2 plastik gerinimin meydana geldiği mühendislik gerilme değeri akma sınırı olarak kabul edilir. Bu gerilme değerinin bulunması için $e=0.002$ noktasından Hook doğrusuna paralel çizilir ve gerilme-gerinim eğrisini kestiği noktadaki gerilme değeri akma mukavemet değeri olarak alınır.



Şekil 2.2 Akma mukavemeti



Şekil 2.3 Deformasyon bölgelerinin mühendislik gerilme/gerinim diyagramı ve test parçası ile ilişkisi.

2.3 Pekleşme, Süneklik, Tokluk ve Sertlik Tanımları

2.3.1 Pekleşme

Metallerin uygulanan yükler altında elastik bölgeyi geçerek kalıcı şekil değişimine uğraması ve buna bağlı olarak mukavemet ve sertlik değerlerinin artmasına pekleşme adı verilir.

2.3.2 Süneklik

Kopma noktasına kadar olan uzama yüzdesi sünekliğin bir ölçütüdür. Uzama yüzdesi ne kadar fazla ise malzeme o kadar sünektir. Sünek malzemenin karşıtı kırılgan malzeme olarak adlandırılır. Süneklik şu şekilde tanımlanabilir. (2.2)

$$\frac{\ell_f - \ell_0}{\ell_0} \times 100 \quad (2.2)$$

$$\frac{A_0 - A_f}{A_0} \times 100 \quad (2.3)$$

Kırılmadaki % uzama veya alan kullanarak kırılmada % kesit azalması olarak yazılır.

A₀: ilk kesit alan

A_f: Son alan

l₀: ilk uzunluk

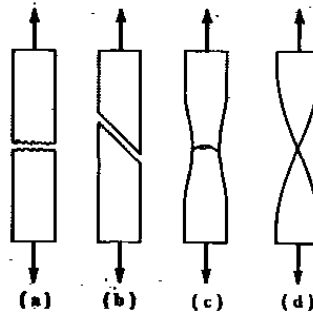
l_f: Son uzunluk

Değerlerini ifade etmektedir.

Genellikle sertlik artınca, süneklik azalır. Malzemeler sünek yapmak için; sıcaklık yükseltilir, hidrostatik basınç yükseltilir. Çok yüksek hidrostatik basınç uygulaması kopmayı da geciktirir.

2.4 Kırılma Biçimleri

İç veya dış çatlama sonucunda malzeme ayrılması kırılma olarak adlandırılır. Kırılma, sünek ve gevrek olmak üzere ikiye ayrılır. Şekil 2.4 çekme deneyindeki kırılma biçimleri gösterilmiştir.



Şekil 2.4 Çekme deneyinde kırılma tipleri, (a) Çok kristalli metallerde gevrek kırılma, (b) Sünek tek kristallerde kayma kırılması, (c) Çok kristalli metallerde sünek çanak, koni tipi kırılma, (d) Çok kristalli metallerde tam sünek kırılma (kesit daralması % 100)

2.4.1 Gevrek Kırılma

Gevrek kırılmada malzeme, çok az plastik şekil değiştirdikten sonra veya hiç plastik şekil değiştirmeden iki veya daha çok parçaya ayrılır. Çekme deneyinde bu ayrılma genellikle ayrılma düzlemleri boyunca oluşur. Ayrılma, normal gerilmenin maksimum olduğu kristal düzlemleri boyunca meydana gelir.

Çekmeye zorlanan çok kristalli bi-metalde, gevrek kırılma yüzeyi makroskopik olarak çekme gerilmesine diktir ve çatlağın taneden taneye yayılması sırasında ayrılma düzlemlerinin doğrultusu değiştiği için de parlak taneli bir görünüme sahiptir.

Genel olarak düşük sıcaklık ve yüksek şekil değiştirme hızı, özellikle bazı sıkı düzen hegzagonal ve birçok hacim merkezli kübik metalde, gevrek kırılmayı teşvik eden faktörlerdir. Gerilme hali de kırılma tipine etki eder (örneğin hidrostatik basınç sünekliği artırır. Yüzey merkezli kübik metaller genellikle gevrek kırılmazlar. Buna karşılık hacim merkezli kübik ve bazı sıkı düzen hegzagonal metallerde ayrılma kırılması görülür.

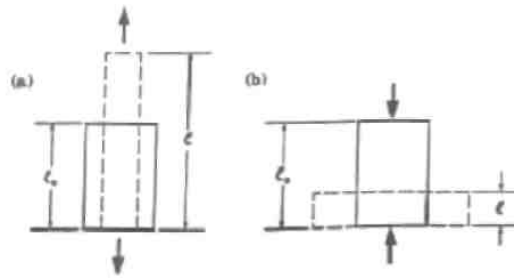
2.4.2 Sünek Kırılma

Sünek kırılma belli bir miktar plastik şekil değişiminden sonra oluşur. Sünek malzemelerin gerilme-gerinim eğrileri altındaki alan büyüktür yani sünek kırılma gevrek kırılmaya kıyasla oldukça büyük enerji yutar. Altın ve kurşun gibi çok sünek malzemelerin çekme deneyinde, kopmadan önce, büzülen kesitin çok küçülmesine ve hemen bir noktaya dönüşmesine karşılık

(Şekil 2.4 d) çoğunlukla kesit belirli bir değere düşünce kopma olur Sünek kırılma genellikle kayma gerilmesinin maksimum olduğu düzlemler boyunca oluşur.

Sünek kırılmalarda oluşan kırılmaya şeklinden dolayı çanak-koni tipi kırılma denir Kırılma yüzeyinin kenarlarındaki ve çekme doğrultusuyla 45° açı yapan yüzeye de kayma yanaklar adı verilir.

Oksit, sülfür, karbür, silikat gibi bileşikler olan kalıntılar metal ve alaşımlarda boşluk oluşumuna, dolayısıyla süneklik ve sünek kırılmaya negatif yönde etki ederler. Bu etki malzemelerin şekillendirilebilme kabiliyeti bakımından olumsuzdur. Benzer şekilde örneğin dökümde oluşan boşluk ve gözenekler de sünekliğin azalmasına yol açar. Çeliklerdeki mangan sülfür gibi yumuşak ve dolayısıyla kolay şekillendirilebilen kalıntılar şekil verme işlemini doğrudan engellemeyerek iş parçasının şekil değişimine uyarlar. Fakat bu kalıntılar daha sonra malzemenin kullanım özelliklerini etkilerler.



Şekil 2.5 Tekeksenli gerinim a) Çekme b) Basma

2.5 Gerinim Hızı

Gerinimin zamana karşı değişimi gerinim hızı olarak adlandırılır. (2.4.)

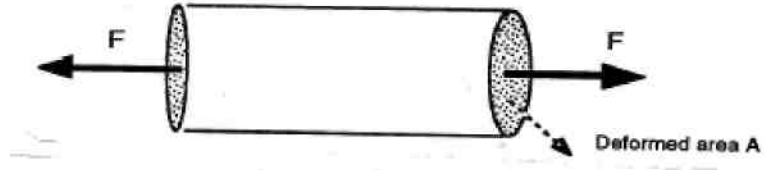
$$\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt} \quad (2.4.)$$

2.6 Gerilme kavramı

2.6.1 Tek Eksenli Gerilme Tanımı

Yapının sürekliliği varsayılarak limit alınabilir.

$$\sigma = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F}{\delta A} \quad (2.5.)$$



Şekil 2.6 Tek eksenli çekme testi.

F kuvveti A alanına dik olacak şekilde uygulanır. Kuvvet uygulanmadan önceki kesit alanı A_0 dır. Tek eksenli nominal ya da mühendislik gerilmesi yükün orijinal kesit alana bölünmesiyle elde edilir.(2.6.)

$$\sigma_0 = \frac{F}{A_0} \quad (2.6.)$$

Tekeksenli gerçek gerilme ise yükün, yük değeri hesaplandığı andaki alana bölünmesiyle elde edilir.(2.7.)

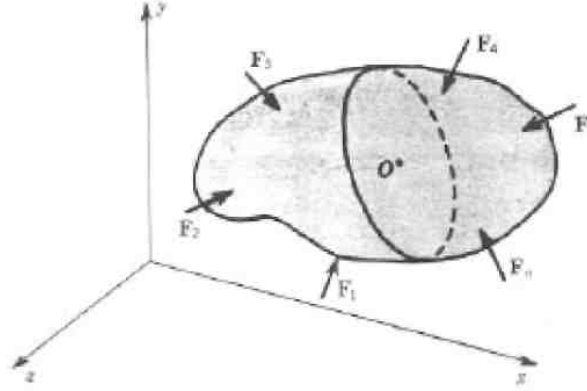
$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.7.)$$

İki tanımı kolaylıkla ilişkilendirmek mümkündür.(2.8.)

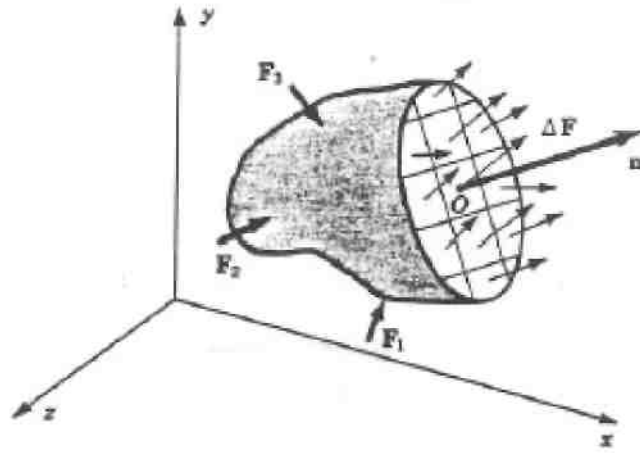
$$\sigma_0 = \frac{F}{A_0} = \frac{F}{A} \frac{A}{A_0} = \sigma \frac{A}{A_0} \quad (2.8.)$$

2.7 Üç Boyutta Gerilme Tanımı

Dıştan etkiyen kuvvetler tarafından yüklenen sürekli bir yapının içindeki bir O noktasındaki gerilme durumu tanımlanacaktır (Bkz. Şekil 2.7). Birinci aşamada, kavramsal olarak sürekli olan bu yapı O noktasından geçecek bir düzlemle iki parçaya ayrılmaktadır, n birim vektör olarak tanımlanırsa, bu vektör kesme sonucu oluşan yüzeyin normalidir. Şekil 2.8’de gösterilmiştir. Bu şekilde kesme sonucu oluşan parçalardan sadece biri gösterilmiştir. İki yapının statik dengesinin devamının sağlanması için, kesilmiş yüzeye diğer parçaya etki eden iç kuvvetler aktarılmıştır.



Şekil 2.7 Harici kuvvetlerin etkidiği sürekli yapı



Şekil 2.8 Normali n olan düzleme etki eden iç kuvvetler

Gösterilen kesik düzlem için traksiyon vektörü t_n tanımlanırsa (Tek boyuttaki gerilme tanımında yapıldığı gibi);

$$t_n = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (2.9.)$$

Burada;

ΔF : Küçük bir alana etki eden iç kuvvet

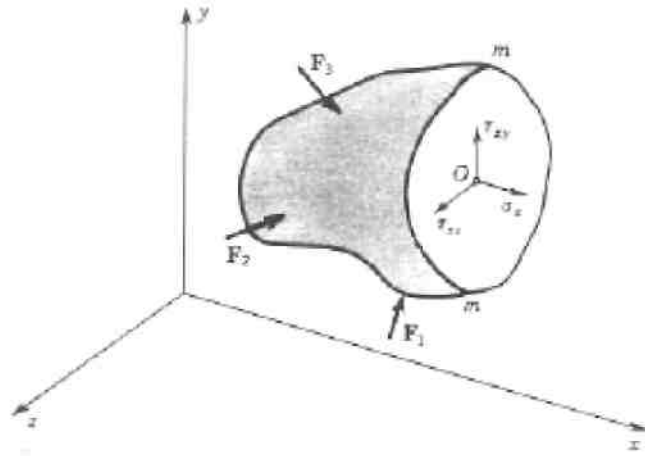
ΔA : O noktası etrafındaki küçük alan

t_n : Normali n olan bir düzleme O noktasında etki eden kuvvet yoğunluğu ya da gerilmedir. Eğer birim vektörleri n_x, n_y, n_z olan sabit kartezyen koordinat sistemi; x,y,z dikkate alınırsa traksiyon vektörü t_n 'nin bileşenleri aşağıdaki gibi yazılabilir. (2.10.)

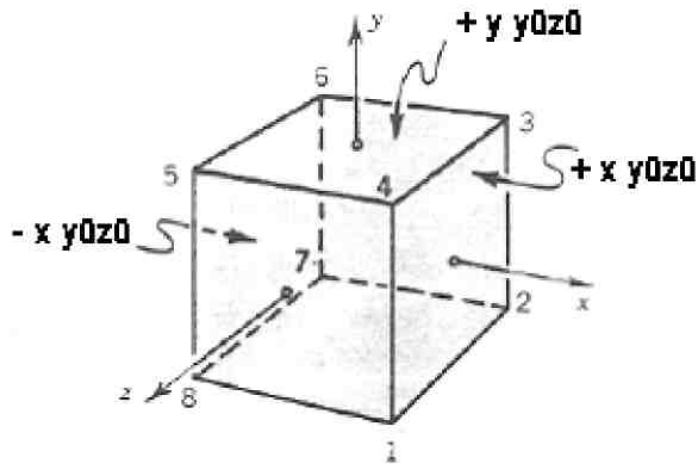
$$\mathbf{t}_n = n_x \mathbf{t}_{nx} + n_y \mathbf{t}_{ny} + n_z \mathbf{t}_{nz} \quad (2.10.)$$

Eğer bir noktadan geçen herhangi bir düzlem için traksiyon vektörü hesaplanabilirse bu nokta için gerilme durumu bilinir. Yukarıda düzleminin normali $\mathbf{n}$ olan bir O noktası için traksiyon $\mathbf{t}_n$ hesabını yapılmıştır. Eğer O noktasından geçen karşılıklı birbirlerine dik üç düzlemin traksiyon vektörleri biliniyorsa O noktasından geçen diğer herhangi bir düzlemin traksiyon vektörü hesaplanabilir.

n, n_x, n_y, n_z şeklinde seçilmiştir (x, y ve z eksenlerindeki birim vektörler). Bunlar yz, xz ve xy kesişim düzlemlerine etkiyen üç traksiyonu belirtir. Her bir traksiyon kuvveti üç bileşene sahiptir. Ayrıntılı olarak aşağıdakiler yazılabilir.



Şekil 2.9 O noktasındaki pozitif x yüzündeki gerilme bileşenleri numaralı denklem grafiksel olarak gösterilmesi.



Şekil 2.10 Pozitif ve negatif küp yüzeylerinin tanımlanması

2.8 Gerilme Tensörü

O noktasındaki gerilme matris formunda aşağıdaki gibi gösterilir. (2.11.)

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.11.)$$

ve bu gösterim gerilme tensörü olarak adlandırılır. Gerilmeyi tensör yapan dört özellik vardır.

Bunlar:

Büyüklük

Yön

Uygulama düzlemi

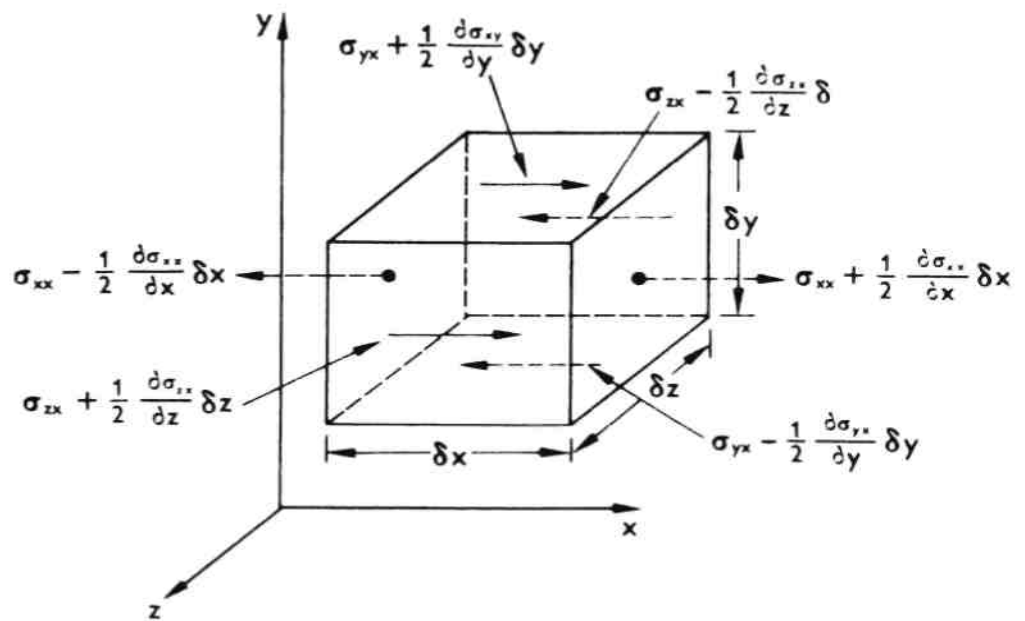
Uygulama yönü σ_{ij} ifadesinde;

i: Uygulama yönü

j: Uygulanan düzlemin normali yönünü ifade ederler.

Traksiyon t_n xyz düzlemine uygulanır. Bunun bileşeni olan σ_{xx} x yönündedir (yz düzlemine dik).

σ_{xx} , σ_{yy} ve σ_{zz} normal gerilme bileşenleridir. Geri kalan diğer σ_{ij} ; $i \neq j$ gerilme bileşenleri kayma gerilmesi olarak adlandırılırlar.



Şekil 2.11 Ox yönündeki kuvvet dengesi

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} = 0 \quad (2.12.)$$

Asal gerilmeler

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_{x'} + \sigma_{y'} + \sigma_{z'} \quad (2.13.)$$

$$\begin{aligned} I_2 &= -(\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) + \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 \\ &= -(\sigma_{x'} \sigma_{y'} + \sigma_{y'} \sigma_{z'} + \sigma_{z'} \sigma_{x'}) + \tau_{x'y'}^2 + \tau_{y'z'}^2 + \tau_{z'x'}^2 \end{aligned} \quad (2.14.)$$

$$\begin{aligned} I_3 &= \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 \\ &= \sigma_{x'} \sigma_{y'} \sigma_{z'} + 2\tau_{x'y'} \tau_{y'z'} \tau_{z'x'} - \sigma_{x'} \tau_{y'z'}^2 - \sigma_{y'} \tau_{z'x'}^2 - \sigma_{z'} \tau_{x'y'}^2 \end{aligned} \quad (2.15.)$$

Asal gerilme değerleri kullanılması durumunda (2.16.), (2.17.) ve (2.18.) denklemleri

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (2.16.)$$

$$I_2 = -(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_3 \sigma_1) \quad (2.17.)$$

$$I_3 = \sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 \quad (2.18.)$$

formunu alır.

Hidrostatik gerilmenin (2.19.) olduğu düşünülürse (2.20.) olur ve (2.21.) hidrostatik bileşen olarak

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \quad (2.19.)$$

$$I_1 = 3\bar{\sigma} \quad (2.20.)$$

adlandırılabilir. I_1 akmayı etkilemez ama kırılmayı geciktirir. Dolayısıyla akma kriteri I_1 'in fonksiyonu değildir. Bir gerilme sapma gerilmesi (deviatoric stress) bileşeni ve hidrostatik bileşen olarak ikiye ayrılabilir;

$$\sigma_1 = \sigma' + \bar{\sigma} \quad (2.21.)$$

O zaman sapma gerilmesi (2.21.)

$$\sigma' = \sigma - \bar{\sigma} \quad (2.22.)$$

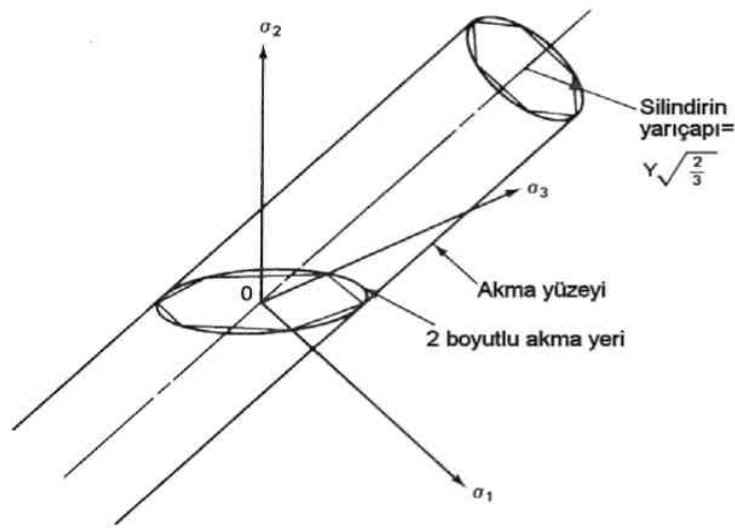
(2.22.) şeklinde ifade edilir.

Asal gerilmeler (2.23.)

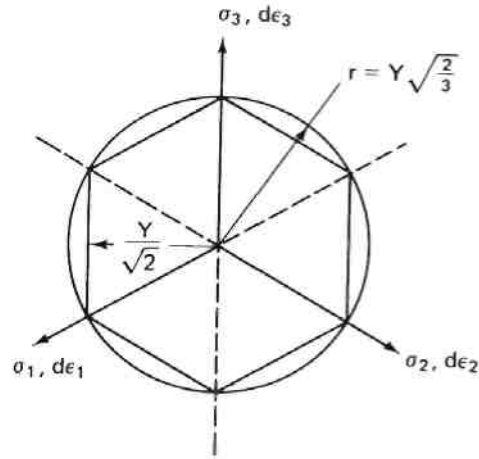
$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (2.23.)$$

2.9 Malzemelerin Akma Kriterleri

Şekil 2.12 de Tresca ve von Mises kriterlerinin asal gerilme uzayındaki çizimlerini göstermektedir. Tresca için olan sekizgen prizma von Mises için olan ise silindirdir. Her ikisi de yön kosinüsleri aynı olan bir çizgi merkezlidir. Eğer akma gerçekleşiyorsa $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ 'ün herhangi bi kombinasyonunun vektör toplamı akma yüzeyine temas etmelidir. Şekil 2.13 de gerçekleşiyorsa $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ sabit ile tanımlanan bir düzlem Şekil 2.12'deki bir yüzey içinden geçirilirse oluşan şekilleri göstermektedir. Şekil 2.13'de $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ eşitliği sabit olan bir düzleme izdüşümü alınan Tresca ve Von Mises akma yüzeyleri



Şekil 2.12 Üç boyutlu asal gerilme düzleminde Tresca ve von Mises akma yüzeyleri



Şekil 2.13 Akma kriterlerinin iz düşüm bakışı.

2.10 Gerilme-Gerinim İlişkileri

Deneyler göstermiştir ki tek eksenli yüklemde belirli bir gerilme değerine karşılık gelen gerinim iki kısımdan oluşur. Geri kazanılabilen elastik gerinim ve geri kazanılamayan plastik gerinim. Deneyler elastik gerinimin gerilmeye genel doğrusal elastik denklemlerle ilişkilendirilebileceğini göstermiştir ki izotropik katı malzemeler için geçerli olan gerilme gerinim denklemleri şunlardır.

$$e_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)) \quad (2.24.)$$

$$e_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)) \quad (2.25.)$$

$$e_z = \frac{1}{E} (\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)) \quad (2.26.)$$

$$2G\gamma_{xy} = \tau_{xy} \quad (2.27.)$$

$$2G\gamma_{yz} = \tau_{yz} \quad (2.28.)$$

$$2G\gamma_{xz} = \tau_{xz} \quad (2.29.)$$

ν : Poisson oranı

E : Young elastik modülü

G : Kayma elastik modülü

Yukarıdaki e_x, e_y ve e_z için olan denklemler yeniden düzenlenip hidrostatik ve sapma gerilmeleri cinsinden ifade edilebilir.

$$e_x = \frac{1}{2G}(\sigma_x - \sigma_m) + \frac{(1-2\nu)}{E}\sigma_m \quad (2.30.)$$

$$e_y = \frac{1}{2G}(\sigma_y - \sigma_m) + \frac{(1-2\nu)}{E}\sigma_m \quad (2.31.)$$

$$e_z = \frac{1}{2G}(\sigma_z - \sigma_m) + \frac{(1-2\nu)}{E}\sigma_m \quad (2.32.)$$

(2.32.); hidrostatik gerilmedir ve burada (2.33.) olarak tanımlıdır.

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad (2.33.)$$

σ' de sapma gerilmesi (deviatoric stress) dir ve (2.34.)olarak tanımlıdır. İndisel notasyonla yazılırsa (2.35.) ve (2.36.)

$$\sigma' = \sigma - \sigma_m \quad (2.34.)$$

$$e_{ij} = \frac{\sigma'_{ij}}{2G} + \frac{(1-2\nu)}{E}\delta_{ij}d\sigma_m \quad (2.35.)$$

$$\sigma_m = \frac{1}{3}\sigma_{ii} \quad (2.36.)$$

$$\delta_{ij}=1 \text{ eğer } i=j \text{ ise}$$

$$\delta_{ij}=0 \text{ eğer } i \neq j \text{ ise}$$

3 SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

3.1 Giriş

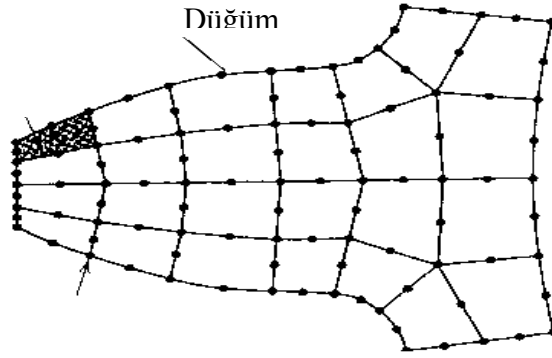
Sonlu elemanlar metodunun temeli mühendisler tarafından atılmış ve geliştirilmiştir. Metot ilk olarak gerilme analizi problemlerine uygulanmıştır. Tüm bu uygulamalarda bir büyüklük alanının hesaplanması istenmektedir. Gerilme analizinde bu değer deplasman alanı veya gerilme alanı; ısı analizinde sıcaklık alanı veya ısı akısı; akışkan problemlerinde ise akım fonksiyonu veya hız potansiyel fonksiyonudur.

Sonlu elemanlar metodunda tüm yapı, davranışı daha önce belirlenmiş olan bir çok elemana bölünür. Şekil 3.1 da görüldüğü gibi elemanlar "nod" adı verilen noktalarda tekrar birleştirilirler. Bu şekilde bir denklem takımı elde edilir (ANSYS Theory Manual 2006). Gerilme analizinde bu denklemler nodlardaki denge denklemleridir. İncelenen probleme bağlı olarak bu şekilde yüzlerce hatta binlerce denklem elde edilir. Bu denklem takımının çözümü ise bilgisayar kullanımını zorunlu kılmaktadır.

Sonlu elemanlar metodunda temel fikir sürekli fonksiyonları bölgesel sürekli fonksiyonlar (genellikle polinomlar) ile temsil etmektir. Bunun anlamı bir eleman içerisinde hesaplanması istenen büyüklüğün (örneğin deplasmanın) değeri o elemanın nodlarındaki değerler kullanılarak interpolasyon ile bulunur. Bu nedenle sonlu elemanlar metodunda bilinmeyen ve hesaplanması istenen değerler nodlardaki değerlerdir. Belirli bir prensip (örneğin; enerjinin minimum olması prensibi) kullanılarak büyüklük alanının nodlardaki değerleri için bir denklem takımı elde edilir. Bu denklem takımının matris formundaki gösterimi:

$$[K] \cdot [D] = [R] \quad (3.1)$$

Şeklinde. Burada $[D]$ büyüklük alanının nodlardaki bilinmeyen değerlerini temsil eden vektör, $[R]$ bilinen yük vektörü ve $[K]$ ise bilinen sabitler matrisidir. Gerilme analizinde $[K]$ rijitlik matrisi olarak bilinmektedir.



Şekil 3.1 Sonlu elemanlar modeline bir örnek, dişli

3.2 Sonlu Elemanlar Yöntemi Kullanarak Modelleme

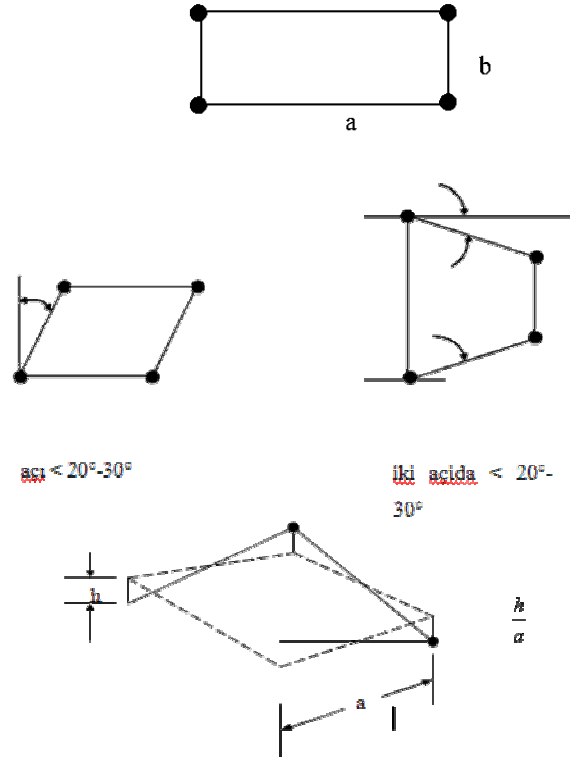
3.2.1 Genel Modelleme

Modelleme, bir fiziksel yapı veya sürecin analitik veya sayısal olarak yeniden inşa edilmesidir. Sonlu elemanlar metodunda modelleme basit bir nod ve elemanlardan oluşan ağ yapısı hazırlamak değildir. Problemi gerekli şekilde modelleyebilmek için gerekli sayı ve tipteki elemana karar vermek ancak problemin fiziğinin iyi şekilde anlaşılmasıyla mümkündür.

Kötü şekil verilmiş elemanlar ile hesaplanması istenilen büyüklüğün hesaplama alanı içindeki değişimini yansıtamayacak kadar büyük boyutlu elemanlar modellemede istenmez. Şekil 3.2 elemanlarda genelde izin verilebilecek geometrik biçim bozukluklarının seviyesi gösterilmektedir. Diğer yandan zaman ve bilgisayar olanaklarını boş yere harcamamıza neden olacak, gereğinden fazla sayıda elemanlardan oluşan bir modelleme de istenmemektedir. Hesaplanması istenilen büyüklüğü ve hesaplama alanı içindeki değişimini yeterli doğrulukta verecek kadar sıklıkta bir eleman dağılımına ihtiyaç vardır. Örneğin Şekil 3.3 de silindirik yüzeylerin modellenmesi için 4 nodlu veya 8 nodlu dörtkenarlı elemanlar kullanılması durumunda

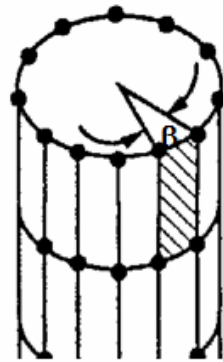
Tipik bir eleman dağılımı gösterilmiştir. Diğer yandan Şekil 3.4 de bir delik etrafında olması gereken tipik eleman dağılımı görülmektedir. Hesaplanan değerlerin kabul edilebilir olup olmadıklarının kontrol edilmesi ayrı bir öneme

sahiptir. Dikkat edilmesi gereken hususlar aşağıda kısaca belirtilecektir (ANSYS Theory Manual 2006).



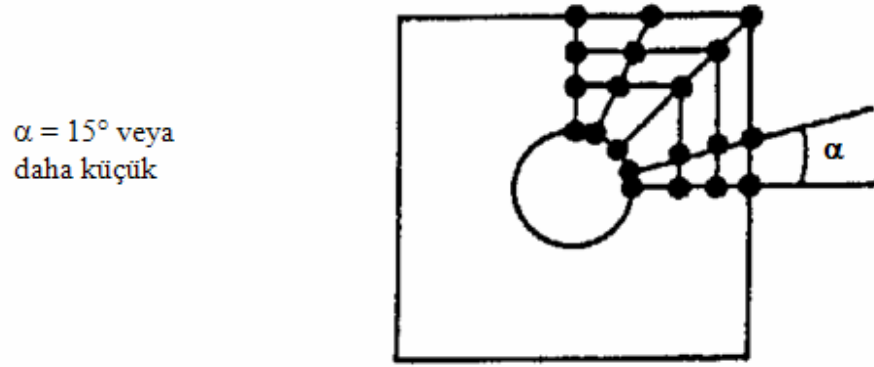
Şekil 3.2 Eleman geometrisinde müsaade edilebilir deformasyonlar

Genelde h/a oranı %5 den küçük olmalı, uzunluk oranı a/b için genelde 10:1 oranına kadar izin verilebilir.



$\beta < 15^\circ$ 4 nodlu dört kenarlı elemanlar için
 $\beta < 30^\circ$ 8 nodlu dörtgen elemanlar

Şekil 3.3 Silindir yüzey etrafındaki tipik eleman dağılımı



Şekil 3.4 Delikli geometride delik etrafındaki tipik eleman dağılımı

3.2.2 Eleman Seçimi

Sonlu elemanlar ile modelleme aşamasında, "eleman tipi (çubuk, kabuk, v.s). eleman şekli (dörtgen, üçgen) ve eleman sayısı ne olmalı?", "ara nodlu elemanlara ihtiyaç var mı?" gibi soruların cevaplanması gerekmektedir. Bu soruların cevabı ancak analiz edilen yapının ve seçilen eleman tiplerinin davranışı hakkında bilgi sahibi olunduktan sonra verilebilir. Örneğin, gerilme analizinde yapının bir bölgesindeki gerilme durumunu en iyi yansıtan eleman tipi o bölge için seçilmelidir. Aşağıda bazı eleman tipleri ve bunların kullanılabileceği mühendislik problem tipleri haklarında bilgi verilmektedir.

3.2.3 3D Kiriş Elemanı

3D Kiriş elemanı genel amaçlı bir sonlu eleman tipi olup 3 boyutlu işlemi yapabilme kapasitesine sahiptir. Bu eleman tipi aynı zamanda uzay kiriş elemanı olarak da adlandırılmaktadır. Eleman uzayda iki adet nod ile tarif edilmektedir. Üçüncü bir nod ise serbestlik derecesine haiz olmayan ve eleman koordinat sistemini tarif etmek amacıyla kullanılmaktadır. Elemanın iki ucunu tespit eden iki adet nod için 12 adet serbestlik derecesi mevcuttur. Her bir nod 3 adet öteleme ve 3 adet dönme serbestliğine sahiptir. Eleman herhangi doğrultuda gelen kuvvet ve herhangi bir eksen etrafında dönme zorlamasına direnç gösterecek kapasiteye sahiptir. Elemanı tarif etmek için nodların koordinatına, elastisite modülüne (E), kayma modülüne (G), kesit alanına, kesit atalet momenti değerlerine, burulma sabitine (J) ve kiriş eksenine dik doğrultudaki deformasyon faktörlerine ihtiyaç vardır.

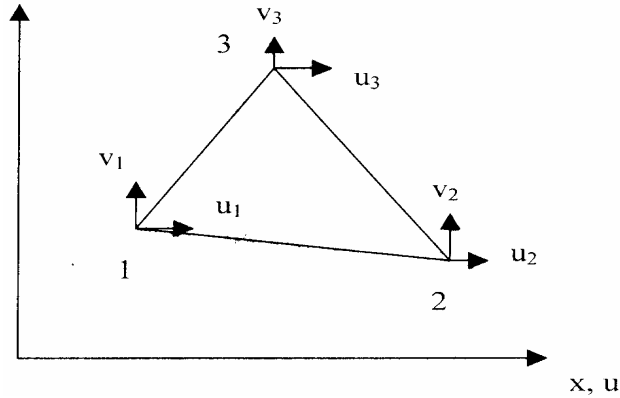
3.2.4 Sabit Gerilmeli Üçgen Eleman (SGU)

SGU elemanı sabit kalınlığı olan, üç nod noktasını birleştiren ve toplam altı serbestlik derecesi ile tarif edilen bir elemandır (Şekil 3.5). Eleman deplasman alanı aşağıdaki gibi tarif edilmektedir.

$$u = a_1 + a_2x + a_3y \quad (3.2.)$$

$$v = a_4 + a_5x + a_6y \quad (3.3.)$$

Yukarıdaki deplasman bağıntılarından görüldüğü gibi deplasman alanı eleman içinde ve kenarlar boyunca lineerdir. Eleman sınırları içinde ise gerilme değerleri sabittir. Birbirine bağlı elemanlar arasında deplasman uyumluluğu (compatibility), bağlı iki nod noktası arasındaki lineer kenar deformasyon karakteristiği dolayısıyla sağlanmaktadır. Yapının bütün olarak kuvvet dengesi ise nod noktalarında sağlanır (ANSYS Elements Manual 2006).



Şekil 3.5 Sabit Gerilmeli Üçgen Eleman

SGU elemanı sonlu eleman modellerinde küçük gerilme gradyeni karakteristiğine sahip bölgelerde iyi sonuç verecektir. Diğer durumlarda SGU elemanın kullanılması iyi sonuç vermeyecektir. Örneğin sadece eğilmeye maruz bir yapıyı SGU elemanlarıyla modellemek gerçek problem ile uyumsuz sonuçlar verecektir. SGU elemanlarının bu olumsuzlukları, daha sık bir eleman ağ yapısıyla kısmen giderilebilir.

3.2.5 Lineer Gerilmeli Üçgen Eleman(LGU)

LGU elemanları SGU tip elemanların aksine, köşe noktalarına ilaveten kenar orta noktalarında birer adet daha nod noktasına sahiptir. Böylece her bir LGU elemanı 6 adet nod noktasına ve toplam olarak 12 nod serbestlik derecesine sahiptir. Eleman deplasman alanı ise aşağıdaki gibi tarif edilmektedir.

$$u = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 \quad (3.4.)$$

$$v = a_7 + a_8 x + a_9 y + a_{10} x^2 + a_{11} y + a_{12} y^2 \quad (3.5.)$$

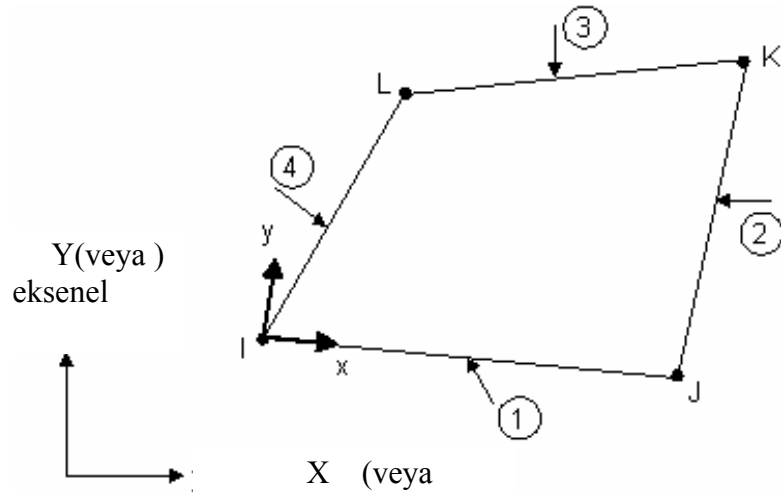
SGU elemanının aksine gerilme büyüklüğü LGU elemanı içerisinde x ve y koordinatları ile lineer olarak değişmektedir. Sadece eğilmeye maruz yapılar için LGU elemanlarıyla yapılan modellemelerde, deplasman ve gerilme alanları için çok iyi yaklaşımlar elde edilecektir.

3.2.6 Çifte Lineer Dörtgen Eleman

2 Boyutlu problemler için diğer bir tip eleman, çifte lineer dörtgen elemanlardır. Şekil 3.6 de elemanın köşelerinde dört adet nod yer almaktadır ve eleman sekiz nodal serbestlik derecesine sahiptir. Diğer yandan 8 nodlu eleman tipi için ise kenarların orta noktalarında dört adet nod vardır. Dört nodlu eleman için deplasman alanı aşağıdaki bağıntılarda verilmiştir.

$$u = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 xy \quad (3.6.)$$

$$v = a_5 + a_6 x + a_7 y + a_8 xy \quad (3.7.)$$



Şekil 3.6 Dört Nodlu Çifte Lineer Dörtgen Eleman

Elemanın en önemli özelliği σ_x değeri x - koordinatından bağımsızdır. Bu eleman tipi, örneğin ucundan yüklü konsol kirişlerin modellenmesinde uygun sonuç vermeyecektir (ANSYS Elements Manual 2006).

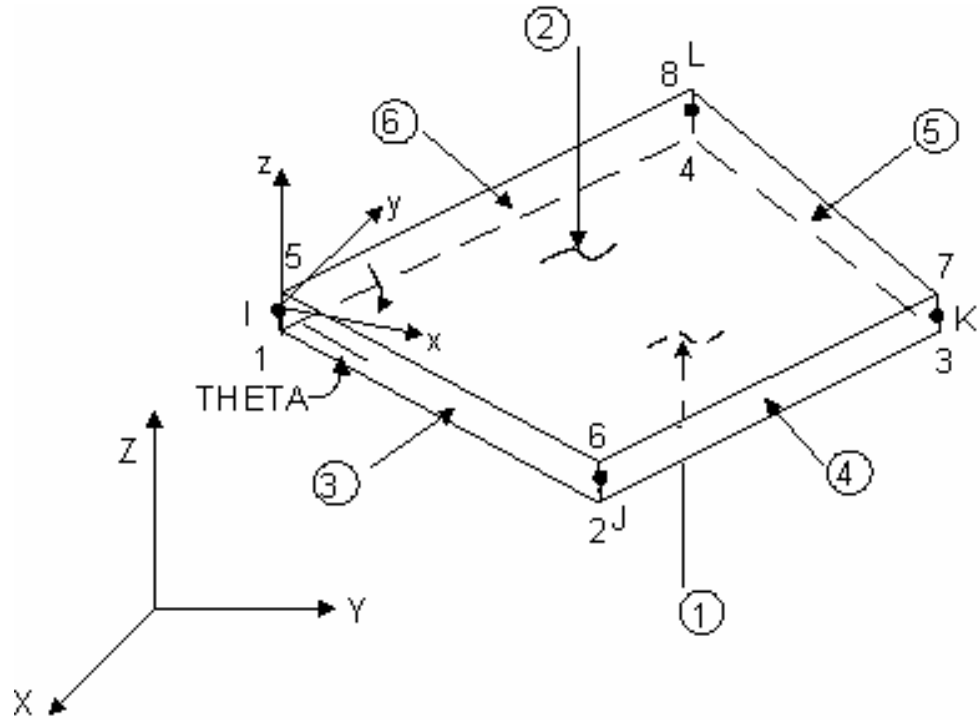
3.2.7 Kabuk Elemanlar

Bir genel kabuk eleman membran ve eğilme etkisini aynı anda temsil edebilmelidir. Örneğin dört nodlu basit bir dörtgen eleman tarif edilebilir. Elemanı tarif eden tüm nodlar aynı düzlem üzerinde olmayabilir. Bu da elemanda çarpılmaya neden olur. Elemanın çarpılması performansını olumsuz yönde etkiler. Ticari paket programlarda küçük miktarlarda çarpılmaya izin vermektedir. Bu dört nodlu elemanın en büyük avantajı formülasyonunun basit olmasıdır. Genellikle az sayıda daha karışık bir eleman tipi kullanılması yerine, daha fazla sayıda basit bir eleman tipi kullanılması tavsiye edilmektedir.

Dört kabuk elemanın en büyük dezavantajı düzgün eğrisel yüzeylerin düzlem elemanlarla veya az miktarda çarpılmış şekle sahip olan elemanla temsil edilmesidir. Kabuk teorisine dayanarak elde edilen eğrisel yüzeyli elemanlar düzlemsel elemanların yaratmış olduğu problemleri ortadan kaldırmaktadır. Fakat diğer yandan beraberinde başka zorlukları getirmektedir. Eğrisel elemanı tarif etmek için çok daha fazla geometrik bilgiye ihtiyacımız olmaktadır. Elemanın formülasyonu ise düzlemsel elemanlara nazaran çok daha zordur.

Çoğu ticari programda yer alan bu eleman tipi eğilme ve membrane yüklerini taşıyabilme özelliğine sahiptir. Eleman düzlemi içinde ve düzlemine dik doğrultudaki yüklemelere müsaade eder. Her nod, üç tanesi x , y , z - doğrultusunda öteleme ve üç tanesi de bu eksenler etrafında dönme serbestliği olmak üzere altı adet serbestlik derecesine sahiptir (Şekil 3.7).

Eleman dört nod ile tarif edilmekte ve değişken kalınlığa müsaade edilebilmektedir. Değişken kalınlıklı elemanlar için kalınlık eleman içerisinde düzgün olarak değişmelidir. Bu eleman tipi plakların olduğu kadar düzgün eğrisel yüzeylerin modellenmesinde de kullanılmaktadır. Eğrisel yüzeylerde iyi bir yaklaşım elde edebilmek için fazla sayıda bu elemandan kullanılmalıdır. Formülasyonunun basit olması nedeniyle diğer tip elemanlara göre daha avantajlıdır (ANSYS Elements Manual 2006).



Şekil 3.7 Dört nodlu ve dört kenarlı elastik eleman (x, y eksenleri eleman düzlemi içindedir).

3.2.8 Yüklemler ve Sınır Koşulları

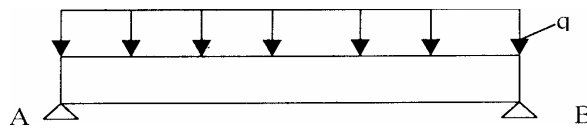
Tekil yükler mutlaka nod noktalarına uygulanmalıdır. Bu nedenle ağ yapısı tekil yüklerin nodal noktalara uygulanmasını sağlayacak şekilde yapılandırılmalıdır. Klasik lineer teoriye göre bir noktaya tekil yük uygulandığı zaman, o noktada;

- a)- Kiriş için sonlu bir deplasman ve gerilme değeri oluşur,
- b)- Levha için sonlu deplasman, sonsuz gerilme değeri oluşur,
- c)- İki veya üç boyutlu geometrik cisim için ise sonsuz deplasman ve gerilme değeri oluşur.

Diğer yandan bir tekil yük malzemede o bölgede akmaya neden olacaktır. Lineer teori ise akmayı modellemez. Sonuç olarak tekil yükler küçük alanlar üzerine dağıtılmış yüksek yoğunluklu yayılı yükler olarak modellenenbilir. Eğer tekil yük bir nod noktasına uygulanırsa sonsuz deplasman ve gerilme değerleri hesaplanmaz.

Bir tekil moment sadece öteleme serbestlik derecesine sahip bir noda uygulanamaz. Bu durumda tekil momentler eşlenik kuvvetler olarak temsil edilirler. Diğer yandan yayılı yükler nod noktalarına tekil yükler olarak uygulanırlar.

Sınır koşulları yapıların mekaniğinde mesnet şartları olarak da isimlendirilmektedir. Sonlu eleman modellemelerin de sınır koşulları (mesnet şartları) sık sık yanlış veya eksik olarak tanımlanmaktadır. Modelleme de sınır koşullarına gerekli özen daima gösterilmelidir. Her ne kadar yapılan hata küçük gibi görülse de, sonuçlar üzerindeki etkisi oldukça büyük olacaktır. Örneğin Şekil 3.8 de görülen ve iki ucu basit mesnetlenmiş kirişin sonlu elemanlar modelinde, elemanlar tarafsız ekseninden geçen çizgi üzerinde yer alırlar. Kiriş parçasının uçlarının yatay doğrultudaki hareketi sınırlandırıldığı için, kiriş bu doğrultuda zorlanmaya maruz kalacaktır. Bu nedenle kirişin sonlu eleman modelinin uçları düşey bağlantılarla A ve B noktalarına bağlanır.



Şekil 3.8 İki ucu basit mesnetli kiriş

Sonlu elemanlar modelinde aktif olmayan serbestlik dereceleri çözüm işleminden önce sınırlandırılmalıdır. Bu sınırlandırılması gereken serbestlik derecesi modelin sınırdaki veya başka bir bölgesinde olabilir. Örneğin düzlem elemanlar nodlarda düzlem içinde iki doğrultudaki ötelemeye karşı direnç gösterirler. Fakat genel amaçlı bir sonlu elemanlar programı her bir noda üçü öteleme ve diğer üçü de dönme olmak üzere altı serbestlik derecesi atayacaktır. Rijidlik matrisinde tekillikleri önlemek amacıyla düzlem elemanlar için her noddaki üç dönme serbestliği ve eleman düzlemine dik doğrultudaki öteleme serbestliği kısıtlanmalıdır. Çünkü seçilen eleman tipi bu serbestlik dereceleri için direnç gösteremeyeceğinden, rijidlik matrisinde tekillikler oluşacak, bu da denklemlerin çözümünü zorlaştıracak veya imkansız hale getirecektir. Doğru bir modelleme için düzlem elemanların her bir nodu için üç serbestlik derecesi atanır. Sınır koşulları için ise yine sınırdaki yer alan nodlar için bu serbestlik derecelerinden bazılarının kısıtlanması gerekebilir.

Bazı durumlarda gerçek problem için sınır koşulları net olarak anlaşılır olmayabilir. Böyle durumlar için çözümün üst ve alt sınırlarını iki ayrı analizle saptamak fiziksel olarak daha anlamlı olabilir. Örneğin iki ucundan mesnetlenmiş uniform yüklü bir kirişin uçları dönmeye belli olmayan bir dereceye kadar kısıtlanmış olabilir. Böyle bir durum için kirişin uçları bir çözüm için basit mesnetli olarak kabul edilir, diğer bir analiz içinse tamamıyla tespit edilmiş olarak kabul edilerek problem çözülür: İki analizden elde edilen değerler aslında gerçek problem için alt ve üst sınırları göstermektedir (ANSYS Stuctural Analysis Guide 2006).

3.2.9 Önemli Noktalar ve Ayrıklaştırma

Bir problemin sonlu elemanlar metoduyla çözümü için kaç adet eleman gereklidir? Böyle bir soruya cevap aramak için aynı problemi iki farklı modelle ayrı ayrı analiz edelim. İkinci analizde daha fazla sayıda eleman ile daha sık bir ağ kullandığımızı farz edelim. İkinci sonlu eleman modeli daha küçük bir ayrıklaştırma hatası verecektir. Ayrıca gerçek fiziksel objenin geometrisi daha iyi modellenmiş olacaktır. Eğer iki analiz neticesinde bulduğumuz sonuçlar arasında önemli bir fark yoksa, sonuçların yakınsamış olduğunu kabul edebiliriz.

Yazılımlarda genelde bir takım hatalar bulunabilir. Sonlu eleman paket programları oldukça büyük yazılımlar olup, devamlı düzeltmeler yapılmaktadır. Elde edilen hatalı sonuçlar için programı suçlamak kolay bir yol olmasına rağmen, hatalı sonuçlara genelde yanlış modellemeler neden olmaktadır. Doğru modelleme yapabilmek için ayırıklaştırma esnasında bir takım hususlara dikkat edilmesi gerekmektedir. Bu hususlar aşağıda sıralanmaya çalışılmıştır.

Sonlu elemanlar eleman ağının mümkün olduğu kadar düzgün olmasına dikkat edilmelidir. Fakat yüklemede ve yapının davranışında hızlı değişimlerin görüldüğü bölgelerde daha sık bir ağ yapısı için düzgünlüğün bozulmasına izin verilebilir.

Dört kenarlı elemanların üçgen elemana göre bir çok avantajı olması nedeniyle, dört kenarlı elemanlar daima üçgen elemanlara tercih edilmelidir. Fakat geometrinin ve/veya yüklemenin üçgen eleman gerektirdiği durumlarda bu kural bozulabilir.

Deplasman analizi için gerilme analizinde kullanıldığı kadar sık ağ yapısına gerek yoktur. Geometride veya malzemede non-lineerliliği hesaba katan analizler için lineer analizlere kıyasla daha sık bir ağ yapısına ihtiyaç vardır.

Titreşim modlarının hesabı doğal frekansların hesabına kıyasla daha sık ağ yapısı gerektirmektedir. Nodların numaralandırılması mümkün olduğu kadar büyük deplasman bölgelerinden küçük deplasman bölgelerine doğru yapılmalıdır. Fakat genelde sonlu eleman paket programlarında sonuçlar numaralandırmadan etkilenmezler. Eğrisel yüzeylerin düzlemsel elemanlar ile tarif edilmesi durumunda yüzey normali etrafındaki dönme serbestliği kaldırılmalıdır. Aksi taktirde kötü koşullu bir matrisle uğraşılması gerekecektir. Elemanların kenar uzunluk oranları (aspect ratio) eleman tipleri arasında değişiklik gösterse de, uzunluk oranı deplasman hesapları için 10'un altında, gerilme hesapları için ise 5'in altında kalmalıdır. Yüksek mertebeden elemanlar için ara nodların dağılımı mümkün olduğu kadar uniform olmalıdır.

Sonlu eleman hesaplarının ilk kontrolü için yüklerin, kuvvetlerin ve reaksiyonların dengesinin kontrol edilmesi tavsiye edilmektedir. Eğer analiz edilen yapı ve yükleme simetrik ise, hesaplamalarda bu avantaj kullanılmalıdır. Yani analiz

için yapının yarısı veya dörtte biri modelleme için kullanılabilir. Fakat burkulma ve özdeğer problemlerinde dikkatli olunması gerekir. Çünkü anti-simetrik nodlar bu problemler için önemli olabilir. Yüksek frekanslı tepkisel değerlerin önemli olmadığı dinamik analizler için. Statik analizde kullanılabilecek bir ağ yapısı yeterli olacaktır. Transient dinamik analizlerde eleman boyu, zaman adımı, integrasyon metodu ve pulse süresi uyumlu olmalıdır. Yüksek uzunluk oranlı dörtgen elemanlar, büyük açılı üçgen eleman gibi elemanlardan mümkün olduğu kadar sakınılması gerekmektedir. Yakınsaklık analizinde orijinal mesh kullanılarak ağ sıkılaştırılmalıdır. Eğer farklı bir mesh kullanılırsa yakınsaklık analizine tekrar başlamak gerekecektir.

Yüksek ve düşük mertebeden elemanların birbirine bağlanması gerilmelerde düzensizliklere neden olacaktır. Eleman boyutlarında hızlı değişiklikler mümkün olduğu kadar minimize edilmelidir. Anisotropik malzemeler için Poisson oranı açıkça tanımlanmalıdır. Ayrıca ν , E ve G değerlerinin teorik limitlerinin aşılmaması kontrol edilmelidir. Kompleks yapıların sonlu elemanlar metoduyla analizinde, tüm yapı göreceli olarak kaba bir ağ yapısıyla analiz edilir. Bu analiz sonuçları yapı içinde detaylı bilgi sahibi olmak istediğimiz bölge için sınır koşulu olarak kullanılarak, bu bölge daha sıkı bir ağ yapısı ile analiz edilebilir (ANSYS Elements Manual 2006).

3.3 Eksplisit Dinamik Sonlu Elemanlar Teorisi

Eksplisit dinamik sonlu elemanlar analizi, gerçek yapıların yavaş (quasi-statik) veya hızlı yüklemeler altında davranışının bilgisayar ortamında modellenmesinin de son yıllarda yaygın olarak kullanılan bir yöntemidir. Metot günümüzde Bilgisayar Destekli Tasarımın/Mühendisliğin (CAD/CAE) en önemli araçlarından birisidir. Bu metot sayesinde prototip geliştirme süreci bilgisayar ortamına taşınmakta, hızlanmakta ve maliyeti ise düşürülmektedir.

3.3.1 Eksplisit Dinamik Analizi Teorisi

Esnek cisimlerin hareketi rijit cisimlerden farklı olarak cisim içinde noktadan noktaya değişebilmektedir. Bu tür cisimlerin her bir noktasındaki hareketi/davranışı diferansiyel denklemlerle tanımlanır. Cisim içindeki herhangi bir nokta, sonsuz

küçüklükte bir küp olarak düşünülüp bu küpün yükleme altında dengesi kullanılarak noktanın diferansiyel hareket denklemi çıkarılabilir. Aşağıda elde edilen hareket denklemi ve sınır şartları tensörel notasyonda gösterilmektedir:

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i - \rho \ddot{x}_i = 0 \quad \begin{array}{l} \text{Cismin } V \text{ hacmi} \\ \text{üzerinde} \end{array} \quad (3.8.)$$

$$\sigma_{ij} n_j = T_i \quad \begin{array}{l} \text{Zorlama} \\ \text{yüzeyi üzerinde} \end{array} \quad \text{St} \quad (3.9.)$$

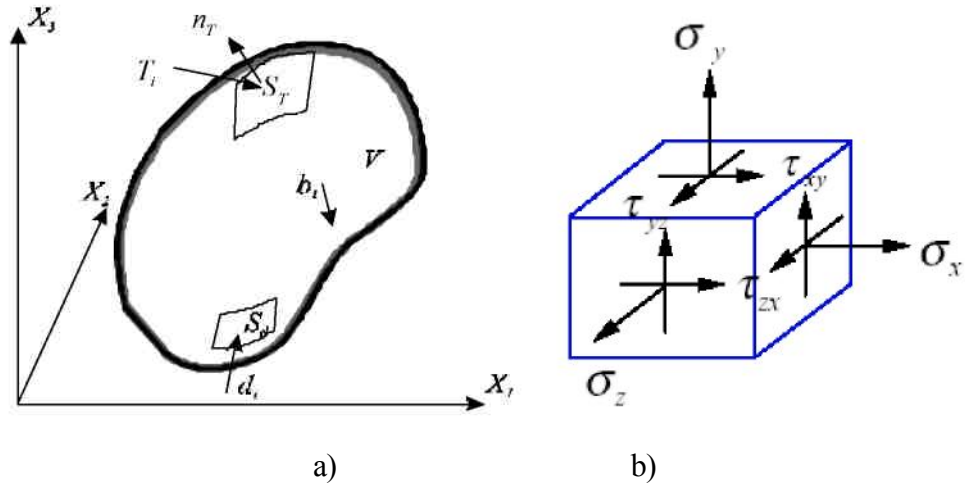
$$x_i = d_i \quad \begin{array}{l} \text{Yer} \\ \text{Sd üzerinde} \end{array} \quad \text{değiştirme} \quad (3.10.)$$

s_{ij} : Cauchy gerilme tensörünü,

ρ : malzemenin o anki yoğunluğunu,

$n_j S_T$: zorlama yüzeyine normal doğrultuda olan birim dış vektörü ifade eder.

(3.8.) hareketin güçlü (strong) formu da denir. Bu denklem sınır şartlarıyla birlikte cisim üzerindeki ve yüzeylerdeki her noktada sağlanmalıdır.



Şekil 3.9 a) Lagrange Uzayında Bulunan 3 Boyutlu Cisim, b) Cisim içindeki bir noktada gerilme durumu.

3.3.1.1 Virtüel İş Prensibi

Diferansiyel hareket denklemi eğer çözülebilirse cisim içindeki her bir noktanın hareketini tüm zamanlar için verir. Yalnız karmaşık geometriye sahip

ve/veya yüklemeye maruz cisimlerde bu denklemi çözmek çok zordur veya imkânsızdır. Bu gibi durumlar mühendisleri diferansiyel denklemin çözümüne özdeş, yeni ve daha kolay çözümlere yöneltmiştir. Bunlardan biri de Virtüel is ilkesidir. Virtüel is ilkesinde cismin davranışı diferansiyel hareket denklemi yerine, cismin üzerine etkiyen iç ve dış kuvvetlerin yaptığı işlerin dengesinden elde edilir. Bu tür çözüme hareketin zayıf (weak) formu da denir. Zayıf formda, şartlar cisim üzerindeki her noktada sağlanmak zorunda değildir, bunun yerine şartlar cismin toplamı üzerinde ve ortalama olarak sağlanır.

Zayıf formun kullanımı sonuçların doğruluğunu etkilemez. Bu bölümde görüleceği gibi zayıf form ve kuvvetli form bağıntıları eşdeğerdir.

Hareket denkleminin zayıf formunu elde ederken, Sd bölgesi üzerinde yer değiştirme sınır şartını sağlayan herhangi bir Virtüel (hayali) yer değiştirme δx_i düşünülür. (3.11.)'ü Virtüel yer değiştirme ile çarpar ve cismin hacmi üzerinde entegre edersek:

$$\int_V (\sigma_{ij,j} + \rho b_i - \rho \ddot{x}_i) \delta x_i dV = 0 \quad (3.11.)$$

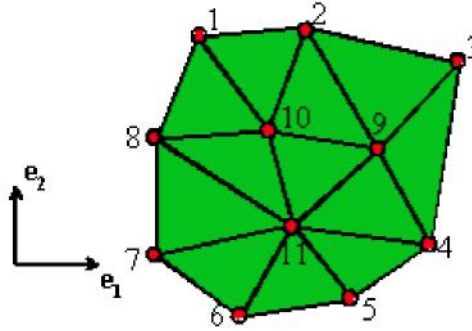
$$-\int_V \rho \ddot{x}_i \delta x_i dV - \int_V \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} dV + \int_V \rho b_i \delta x_i dV + \int_{S_T} T_i \delta x_i dS = 0 \quad (3.12.)$$

(3.12.) elde edilir. Şekil 3.9'de tanımlanan genel bir üç boyutlu problem için virtüel is prensibi ifadesidir.

3.3.2 Geometrinin Bölünmesi (Diskritizasyonu)

Sonlu elemanlar denklemlerini çıkarmak için bir sonraki adım geometrik uzayın bölünmesidir. Cismin karmaşık şekli, aşağıdaki şekilde gösterildiği gibi eleman adı verilen daha basit şekillere bölünür. Elemanlar birbirine köselerindeki

düğüm noktalarından bağıdırlar. Düğüm noktaları ve elemanlar sonlu eleman modelini (mesh) oluşturur.



Şekil 3.10 Geometrik uzayın elemanlara bölünmesi.

Yer değiştirme alanının sonlu eleman ağı boyunca sürekliliğini sağlamak amacıyla enterpolasyon fonksiyonları (sekil fonksiyonları olarak ta bilinirler) kullanılırlar. Sekil fonksiyonları eleman içerisindeki noktaların yer değiştirmesi ile düğüm noktalarının yer değiştirmesi arasında ilişki kurarlar:

$$x_i = \sum_{\alpha=1}^n N_{\alpha} x_{\alpha i} \quad (3.13.)$$

$$\dot{x}_i = \sum_{\alpha=1}^n N_{\alpha} \dot{x}_{\alpha i}$$

$$\ddot{x}_i = \sum_{\alpha=1}^n N_{\alpha} \ddot{x}_{\alpha i}$$

$$\delta x_i = \sum_{\alpha=1}^n N_{\alpha} \delta x_{\alpha i} \quad (3.14.)$$

(3.13.)'de dxi'ler eleman içindeki bir noktanın yer değiştirmelerini, n elemanın düğüm noktası sayısını, Na a düğüm noktasındaki sekil fonksiyonunu ve d xa i a düğüm noktasındaki yer değiştirmeleri göstermektedir.

Benzer ifadeler aşağıdaki gibi eleman içindeki bir noktanın koordinatları, hızları ve ivmeler içinde yazılabilir.

(3.14.)’de x_α , $\dot{x}_{\alpha i}$ ve $\ddot{x}_\alpha$, α düğüm noktasının sırasıyla yer değiştirmelerini, hızlarını ve ivmelerini göstermektedir. Sekil fonksiyonları ile bir fonksiyonun herhangi bir noktadaki değeri, o fonksiyonun düğüm noktasındaki değerleri kullanılarak tahmin edilir. Tahminin doğruluğu sekil fonksiyonuna ve fonksiyonun derecesine bağlıdır. Diğer bölümlerde sekil fonksiyonları çeşitli elemanlar için ayrıntılı olarak açıklanmaktadır.

Sonlu eleman bağıntıları (3.13.)’de verilen virtüel is denklemini uzayda bölerek (diskritize ederek) bulunur. Cismin virtüel is denklemi, sistemdeki her elemanın potansiyel enerjilerin toplanmasıyla elde edilir. (3.14.)dikkate alınarak (3.15.) şöyle yazılabilir:

$$\sum_{m=1}^M \left\{ \int_{V_m} \rho \ddot{x}_i \delta x_i dV_m + \int_{V_m} \sigma_{ij} \delta x_{i,j} dV_m - \int_{V_m} \rho b_i \delta x_i dV_m - \int_{S_T} T_i \delta x_i dS_m \right\} = 0 \quad (3.15.)$$

burada, M sistemdeki toplam eleman sayısidir, V_m elemanın hacmidir. Daha sonra, virtüel yer değiştirmeler δx_i , ve ivmeler $\ddot{x}_i$, (3.13.) ve (3.14.)’deki sekil fonksiyonu enterpolasyonlarıyla değiştirilir:

$$\sum_{m=1}^M \left\{ \int_{V_m} \rho (N_\beta \ddot{x}_{\beta i})(N_\alpha \delta x_{\alpha i}) dV_m + \int_{V_m} \sigma_{ij} (N_{\alpha,j} \delta x_{\alpha i}) dV_m - \int_{V_m} \rho b_i (N_\alpha \delta x_{\alpha i}) dV_m - \int_{S_T} T_i (N_\alpha \delta x_{\alpha i}) dS_m \right\} = 0 \quad (3.16.)$$

Burada $\delta x_{\alpha i}$ ve $\ddot{x}_{\alpha i}$ sırasıyla virtüel yer değiştirmeler ve düğüm noktalarındaki ivmeleri

Göstermektedir. Düğüm noktalarındaki virtüel yer değiştirmeler $\delta x_{\alpha i}$ sabit değerlerdir ve integral dışına alınabilirler. Ayrıca (3.15.) sadece küçük virtüel yer değiştirmeler için geçerli olduğundan, $\delta x_{\alpha i}$ denklem dışına alınabilir:

$$\sum_{m=1}^M \left\{ \int_{V_m} \rho N_{\alpha} N_{\beta} \ddot{x}_{\beta i} dV_m + \int_{V_m} N_{\alpha, j} \sigma_{ij} dV_m - \int_{V_m} N_{\alpha} \rho b_i dV_m - \int_{S_T} N_{\alpha} T_i dS_m \right\} = 0 \quad (3.17.)$$

(3.17.) şöyle de yazılabilir:

$$\sum_{m=1}^M \left\{ \int_{V_m} \rho N_{\alpha} N_{\beta} dV_m \right\} \ddot{x}_{\beta i} = \sum_{m=1}^M \int_{V_m} N_{\alpha} \rho b_i dV_m + \sum_{m=1}^M \int_{S_T} N_{\alpha} T_i dS_m - \sum_{m=1}^M \int_{V_m} N_{\alpha, j} \sigma_{ij} dV_m \quad (3.18.)$$

(3.18.) matris formunda sadeleştirilirse:

$$[\mathbf{M}]\{\ddot{\mathbf{x}}\} = \{\mathbf{F}\} \quad (3.19.)$$

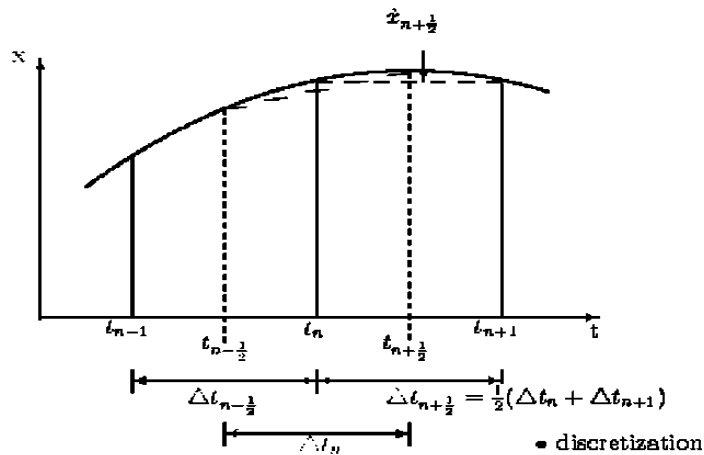
Burada, $[\mathbf{M}]$ kütle matrisi, ivme $\{\ddot{\mathbf{x}}\}$ vektörü ve $\{\mathbf{F}\}$ tüm iç ve dış kuvvetlerin vektörel toplamıdır. (3.19.) Denkleminde sonlu elemanlar hareket denklemi de denir. Sonlu elemanlar hareket denkleminde $[\mathbf{M}]$ kütle matrisi şöyle ifade edilebilir: (3.20.)

$$[\mathbf{M}] = \sum_{n=1}^M \int_{V_m} \rho N^t N dV_m \quad (3.20.)$$

3.3.2.1 Hareket Denkleminin Zaman İntegrasyonu

(3.19.) denklemi ile ifade edilen sonlu elemanlar hareket denkleminin çözümü belli zaman adımlarında yapılır. Eksplisit metotlar belli zaman adımlarında çoğunlukla merkezi farklar metodunu kullanarak çözüm yapmaktadırlar. Eksplisit metotlar dinamik problemlerin çözümünde en ekonomik metotlardır. En ekonomik metotlar olusu, *merkezi farklar* ile birlikte *yoğunlaşmış kütle (lumped mass)* kavramının kullanmasından gelmektedir.

LS-DYNA gibi eksplisit dinamik analiz programları hareket denklemini daha doğru bir şekilde çözmek için klasik merkezi farklar yerine geliştirilmiş merkezi farklar metodunu kullanırlar. Geliştirilmiş merkezi farkların klasik merkezi farklardan farkı, değişken zaman adımlarında çözüm yapması (yani çözüm boyunca değişken zaman adımı büyüklüğü kullanması) ve hız hesaplarında ise ara zaman değerlerinin kullanılmasıdır. Bu formülasyon da hız vektörü, zaman adımlarının yarısında hesaplanır. Başka bir ifade ile yer değiştirme ve ivme vektörleri(burada t_f problemin bitiş zamanıdır) zamanlarında hesaplanırken, hız vektörü $t_{1/2}, \dots, t_{n-1/2}, t_{n+1/2}, \dots, t_{f-1/2}$ zamanlarında hesaplanır. Metot t_0 zamanındaki yer değiştirmelerin t_0 ve $t_{1/2}$ anındaki (t_0 anından yârim zaman adımı önceki) hızların başlangıç değerlerinin tahmin edilmesi ile baslar.



Şekil 3.11 Eksplisit dinamik analizde çözüm zamanları.

Değişken zaman adımı büyüklükleri yukarıdaki şekilde gösterildiği gibi aşağıdaki bağıntılarla hesaplanır:

$$\Delta t_{n+\frac{1}{2}} = t_{n+1} - t_n \quad (3.21.)$$

$$\Delta t_{n-\frac{1}{2}} = t_n - t_{n-1} \quad (3.22.)$$

$$\Delta t_n = \frac{1}{2} \left(\Delta t_{n+\frac{1}{2}} + \Delta t_{n-\frac{1}{2}} \right) \quad (3.23.)$$

$$t_{n+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (t_n + t_{n+1}) \quad (3.24.)$$

LS-DYNA gibi analiz programları hareket denklemini yer değiştirme cinsinden değil de gerçek geometrik koordinatlar cinsinden ifade ederek çözerler. Bu nedenle klasik merkezi farklarda bilinmeyen u yer değiştirme değerleri geliştirilmiş merkezi farklarda x koordinat değeri ile değiştirilmiş olarak kullanılmaktadır.

Geliştirilmiş merkezi farklarla hız ve ivmenin t_n zamanı için ifade edilmesi:

$$\text{Hız: } \dot{x}_{n+\frac{1}{2}} = \frac{x_{n+1} - x_n}{\Delta t_{n+\frac{1}{2}}} \quad (3.25.)$$

$$\text{İvme: } \ddot{x}_n = \frac{\dot{x}_{n+\frac{1}{2}} - \dot{x}_{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t_n} \quad (3.26.)$$

Nonlineer hareket denkleminin t_n zamanı için ifade edilmesi:

$$M \ddot{x}_n + C \dot{x}_n + K x_n = F_n \quad (3.27.)$$

Buradan ivme değerleri aşağıdaki bağıntı ile elde edilir.

$$\ddot{x}_n = M^{-1} \left(F_n - C \dot{x}_n - K x_n \right) \quad (3.28.)$$

Kabul: $C \dot{x}_n \approx C \dot{x}_{n-\frac{1}{2}}$ (hızlar tam zamanda değil de ara zamanda hesaplandığı için)

Bu durumda ivme eşitliği:

$$\ddot{x}_n = M^{-1} \left(F_n - C \dot{x}_{n-\frac{1}{2}} - Kx_n \right) \quad (3.29.)$$

İvme değerlerinden hız, hız değerlerinden yer değiştirmenin hesaplanması, hız ve ivme için yazılan merkezi fark ifadelerinin aşağıdaki gibi düzenlenmesinden elde edilir.

$$\dot{x}_{n+\frac{1}{2}} = \dot{x}_{n-\frac{1}{2}} + \Delta t_n \ddot{x}_n \quad (3.30.)$$

$$x_{n+1} = x_n + \Delta t_{n+\frac{1}{2}} \dot{x}_{n+\frac{1}{2}} \quad (3.31.)$$

Eksplisit çözüm algoritması kendiliğinden çözüme başlayamaz. Başlangıçta (ilk adımda) ihtiyaç duyulan bazı değerlerin (yârim zamandaki hız gibi, $\dot{x}_{\frac{1}{2}}$) Taylor serisi yardımıyla önceden tahmin edilmesi gerekir.

Çizelge 3.1 Eksplisit dinamik analizde çözüm algoritmasının işleyişi

	İlk Adım Hesabı	Diğer Adım Hesapları
İvme	$\ddot{x}_0 = M^{-1} \left(F_0 - C \dot{x}_0 - Kx_0 \right)$	$\ddot{x}_n = M^{-1} \left(F_n - C \dot{x}_{n-\frac{1}{2}} - Kx_n \right)$
Hız	$\dot{x}_{\frac{1}{2}} = \dot{x}_0 + \frac{\Delta t_0}{2} \ddot{x}_0 \quad (\text{Taylor serisi})$	$\dot{x}_{n+\frac{1}{2}} = \dot{x}_{n-\frac{1}{2}} + \Delta t_n \ddot{x}_n$
Konum	$x_1 = x_0 + \Delta t_{\frac{1}{2}} \dot{x}_{\frac{1}{2}}$	$x_{n+1} = x_n + \Delta t_{n+\frac{1}{2}} \dot{x}_{n+\frac{1}{2}}$

Dikkat: Yukarıdaki çözüm algoritması basit olmasına karşın hesap maliyeti ve doğruluk için bazı şartlar ileri sürmektedir. Bunlar:

1- Yeni yer değiştirme değerlerinin hesabında matris tersi hesaplamaları gerekmektedir. Özel durumlar (köşegen matrisler) hariç matris tersi çok hesap gerektiren bir işlemdir. Bu dezavataji ortadan aldirmek için, köse genel olmayan kütle ve sönüm matrisi (kütle orantılı sönüm matrisi) bazı yöntemlerle köşegen

hale getirilir. Köşegen hale getirilen matrislerin tersini hesaplamak çok kolaydır.

Örneğin köşegen kütle matrisi

Manin

$$M^{-1} = \begin{vmatrix} \frac{1}{m_1} & & & & \\ & \frac{1}{m_2} & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \frac{1}{m_N} \end{vmatrix}$$

nın tersi

$$M = \begin{vmatrix} m_1 & & & & \\ & m_2 & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & m_N \end{vmatrix}$$

dır.

Kütle orantılı sönüm durumunda, sönüm matrisi kütle matrisinin bir katsayı ile çarpımı olarak:

$$C=aM$$

İfade edilir.

2- Zaman adımı büyüklüğü Δt 'nin seçimi: Δt 'nin seçimi eksplisit dinamik analizde çözümün *doğruluğu* ve *kararlılığı* üzerinde hayati öneme sahiptir. Eksplisit dinamik analizlerin kararlı olabilmesi için Δt 'nin *kritik zaman adımı büyüklüğü* denen belli bir değeri asmaması gerekir. Bu değere kararlılık sınırı denir ve çoğunlukla t_{cr} olarak sembolize edilir. Kritik zaman adımı dinamik sistemin en büyük frekansı kullanılarak hesaplanabilir:

$$\Delta t \leq \Delta t_{\text{cr}} = \frac{2}{\omega_{\text{max}}} \quad (3.32.)$$

Eksplisit metotta zaman adımı çok küçük olduğundan (genellikle zaman adımları 10 – 6 saniye civarındadır), zaman integrasyonu metodundan gelen hata zaman adımları kararlılık şartını sağladığı sürece çok küçüktür.

3.3.2.2 Zaman Adimi Kriteri

Açık (eksplisit) dinamik sonlu eleman analizlerinde zaman adımlarının seçimi kritik öneme sahiptir. Büyük zaman adımı çözümü kararsızlığa sürüklerken, küçük

zaman adımı hesap maliyetlerini oldukça arttırır. Bu nedenle kritik zaman adımı doğru bir şekilde bulunmalıdır. Kritik zaman adımı eksplisit metodun kararlılık şartlarını sağlamalıdır. Örneğin, zaman adımı gerilme dalgasının her zaman adımı döngüsünde birden fazla eleman içinden geçmesini önleyecek kadar küçük seçilmelidir. Bu Courant kriteri kullanılarak yapılabilir:

$$\Delta t_e = \frac{l}{c} \quad (3.33.)$$

Burada Δt_e model içerisindeki bir eleman için kritik zaman adımıdır, l kritik uzunluktur (eleman içerisindeki en kısa kenardır) ve c dalga hızıdır. Tek boyutlu elemanlar için c dalga hızı şöyle hesaplanabilir:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad (3.34.)$$

Burada E ve ρ sırasıyla malzemenin elastisite modülü ve yoğunluğudur. (3.33.) ve (3.34.) birleştirilerek çubuk eleman için zaman adımı şöyle bulunur:

$$\Delta t_e = l \sqrt{\frac{\rho}{E}} \quad (3.35.)$$

Dalga hızının benzer ifadeleri, iki ve üç boyutlu elemanlar için de yazılabilir:

Kabuk elemanlar için:

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\nu^2)}} \quad (3.36.)$$

$$L_j = \frac{(1+\beta)A_j}{\max(L_1, L_2, L_3, (1-\beta)L_4)} \quad (3.37.)$$

dörtgen kabuk elemanlar için $\beta = 0$, üçgen kabuk elemanlar için $\beta = 1$.

Kati (Solid) elemanlar için:

$$c = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)\rho}} \quad (3.38.)$$

$$L_e = \frac{v_e}{A_{e\max}} \quad (3.39.)$$

Modeldeki tüm elemanlar için hesaplanan zaman adımlarından en küçüğü, çözüm döngüsünün kritik zaman adımı olarak kabul edilir. Eksplisit dinamik çözümün kararlılığından emin olmak için, hesaplanan kritik zaman adımından daha küçük bir değer kullanılır. Kararlılık için kullanılan zaman adımı(3.40.)’da gösterilmektedir:

$$\Delta t^{n+1} = a \cdot \min\{\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \dots, \Delta t_N\} \quad (3.40.)$$

a ile temsil edilen küçültme katsayısı ise genellikle $a=0.9$ dur.

3.3.3 Eksplisit ve İmplicit Metotların Karşılaştırması

Bu bölümde eksplisit teorisi tanıtılmasına rağmen implicit metotla arasındaki farkı anlatmak faydalı olacaktır. Böylece hangi metodun hangi tip problemlerin çözümünde daha uygun olacağı açıklığa kavuşturulmuş olacaktır.

Implicit metotla sonlu eleman analizi yapan programların başında ANSYS, ABAQUS, NASTRAN gibi programlar gelmektedir. Bu metot daha çok statik ve kuasi-statik (düşük hızlı dinamik problemlerin) çözümünde daha uygundur. Eksplisit metot ise (LS-DYNA, RADIOSS, DYTRAN, PAM-CRASH, ABAQUS/Explicit) bölüm başında belirtildiği gibi daha çok dinamik problemlerin çözümünde kullanılmaktadır.

İmplicit Metot

Atalet etkileri ([C] and [M]) genellikle dikkate alınmaz

Statik problemler için uygundur.

Problemine göre (lineer, nonlinear, burkulma, titreşim, harmonik analiz vs. olmasına göre) özel çözüm yöntemleri vardır.

Ortalama ivme ve yer değişimleri

$t + \Delta t$ zamanında hesaplanır:

$$\{u_{t+\Delta t}\} = [K]^{-1} \{F_{t+\Delta t}^a\}$$
Eksplisit Metot

Atalet etkileri ([C] and [M]) dikkate alınır.

Dalga yayılımı, sok yüklemeler, ve metal şekillendirme gibi yüksek dereceden doğrusal olmayan kısa süreli dinamik problemler için uygundur.

Genel çözüm yöntemidir. Özel problemleri ayırt etmez. Bütün problemleri nonlinear kabul ederek çözer.

Merkezi farklar metodu kullanılarak ivmeler t zamanında hesaplanır:

$\{a_t\} = [M]^{-1} ([F_t^{ext}] - [F_t^{int}])$ ki buradan hızlar ve yer değişimleri

$$\{v_{t+\Delta t/2}\} = \{v_{t-\Delta t/2}\} + \{a_t\} \Delta t$$

$$\{u_{t+\Delta t}\} = \{u_t\} + \{v_{t+\Delta t/2}\} \Delta t_{t+\Delta t/2}$$

olur ki burada,?

$$\Delta t_{t+\Delta t/2} = 0.5(\Delta t_t + \Delta t_{t+\Delta t})$$

ve

$$\Delta t_{t-\Delta t/2} = 0.5(\Delta t_t - \Delta t_{t+\Delta t})$$

Matrisin tersini almak gerekir.

Matrisin tersini almak gerekmez.

Nonlinear problemler iteratif çözüm gerektirir (yakinsama problemleri vardır). Nonlinear problemler rahatlıkla çözülür (yakinsama problemleri yoktur).

Integrasyon zaman adimi Δt büyük tutulabilir ancak yakinsama problemleri göz önünde bulundurulmalıdır.

$$\Delta t \leq \Delta t^{crit} = \frac{2}{\omega_{max}}$$

Δt 'nin küçük olmasını gerektiren durumlar dışında oldukça verimlidir.

Integrasyon zaman adimi Δt küçük olmak durumundadır (genellikle 1×10^{-6} saniye civarındadır).

Çizelge 3.2 Implisit ve eksplisit analiz metotların karşılaştırılması

3.3.4 Eksplisit Kontak Algoritmaları

Büyük deformasyonların olduğu eksplisit dinamik analizlerde model içindeki parçalar arasında/içinde sürtünmeler ve temaslar olur. Parçalar arasında cereyan eden kuvvet ve momentum transferleri kontak- impact algoritmalarıyla sağlanır. Birbiri içine geçen yüzeyler arasına hayali elastik yaylar yerleştirilerek oluşacak yay kuvvetleri sayesinde yüzeyleri dışarı çıkarmaya çalışır.

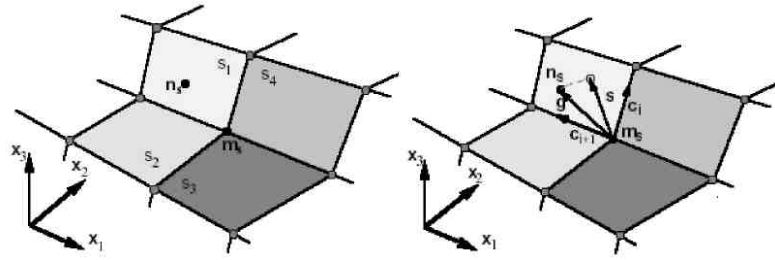
Eksplisit dinamik analizlerde Kontak- impact algoritmaları:

- 1- Birbirine temas edecek noda ve elemanlarla birlikte iç içe geçme miktarını (penetrasyon derinliğini) tespit ederler.
- 2- İç içe geçen kontak yüzeylerini/elemanlarını dışarı çıkaracak gerekli kontak kuvvetlerini hesaplarlar.

3.3.4.1 Birbirine Temas Edecek Uygun Kontak Nod Ve Elemanların Tespiti

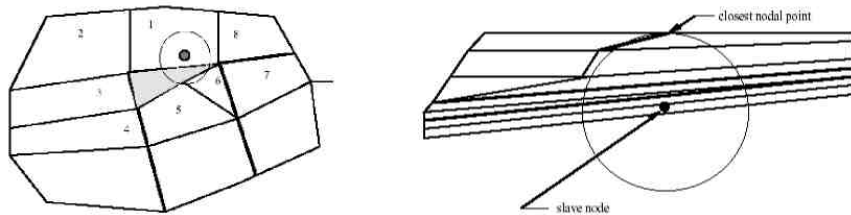
Eksplisit dinamik metotta yer değiştirmeler sırasında hangi noda ile hangi elemanların kontakta olacağını tespit edilmesi simülasyonların gerçeği yansıtmaları açısından çok önemlidir. Uygun nod ve eleman çiftlerinin tespiti için 2 tür algoritma (Mesh connectivity tracking ve Bucket sorting) yaygın olarak kullanılmaktadır.

- *Mesh Connectivity Tracking*: Bu algoritma deformasyon esnasında kontak noda en yakın hedef yüzeyi üzerinde bir hedef nod tespit eder. Sonra kontak nodun, hedef nodu paylasan hedef elemanlardan hangisiyle temasta (penetrasyonun gerçekleştiği) olduğu sırasıyla araştırılır.



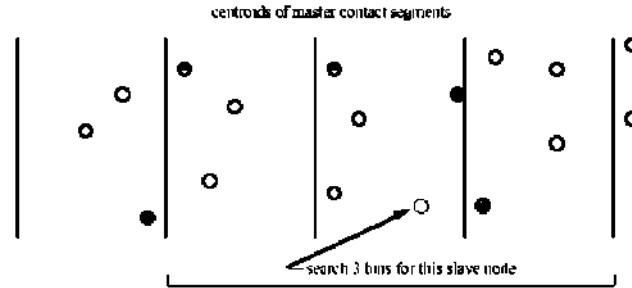
Şekil 3.12 Kontak nod ve hedef eleman araştırması.

- Mesh bağlantı metodu çok hızlı (hesap zamanı düşük) olmasına rağmen her zaman kontakları yakalamada başarılı değildir. Bu metodun başarılı çalışması için mesh'in düzgün olması (sürekli), keskin kenarların olmaması gerekir.
- Aşağıda görüldüğü gibi düzgün meshlenmemiş yüzeylerde kontak durumlarını gözden kaçırabilir.



Şekil 3.13 Mesh connectivity algoritmasının kontak nod- hedef eleman araştırmasında başarısız olduğu durumlar.

- *Bucket sort algoritması:* Bu algoritma kontak yüzeylerini eleman merkezlerini içeren küp şeklinde bloklara (demetlere) böler. Her kontak nodla temasta olacak en yakın eleman merkezinin bulunduğu demeti veya bitişik demetleri tespit eder.



Şekil 3.14 Bucket sort algoritması ile kontak nod- hedef eleman araştırması.

- Bucket sorting metodu çok etkindir, fakat hedef yüzeyin çok eleman içerdiği durumlarda mesh connectivity metodundan daha yavaştır.
- Birçok model süreksiz mesh (keskin kenarlar) içerebileceği için, kontak araştırma algoritması olarak bucket sort algoritmasını seçmek daha iyi olabilir.

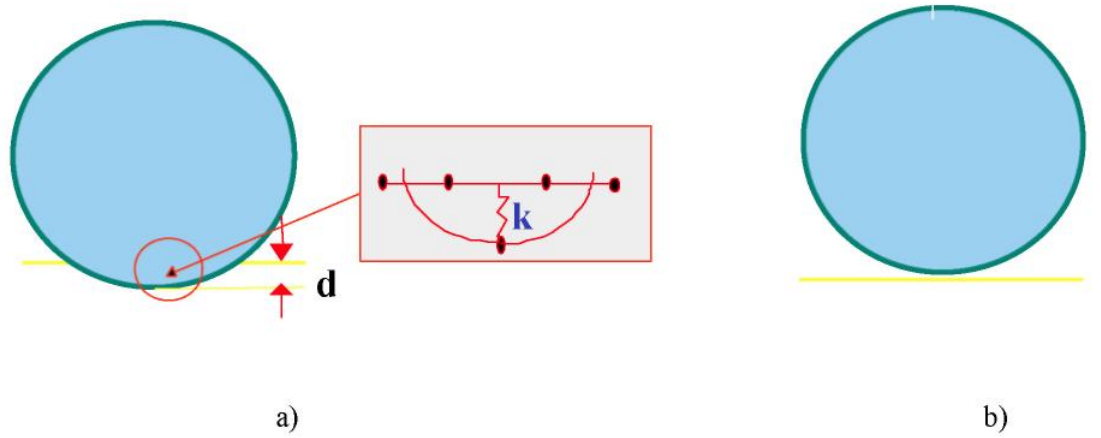
3.3.4.2 . İç İç Geçmeyi (Penetrasyonu) Önleyecek Kontak Kuvvetlerinin Hesabı

Eksplisit dinamik analizlerde kontak kuvvetlerinin hesaplanmasında penalty metodu esaslı çeşitli algoritmalar kullanılır.

Penalty metodu: birbirini içine geçen yüzeyler arasına hayali elastik yaylar yerleştirerek oluşacak yay kuvvetleri sayesinde yüzeyleri dışarı çıkarmaya çalışır. Yay kuvveti hesabı:

$$F_{\text{kontak}} = k \cdot d \quad (3.41.)$$

k: elastik yay sabiti, d: içiçe geçme (penetrasyon) derinliği



Şekil 3.15 a) penetrasyon anı, b) penetrasyonun önlenmiş hali.

Eksplisit dinamik analizlerin matematiksel hesaplamalar olduğu unutulmamalıdır. Analizin stabilitesi (mantıklı sonuç üretip üretememesi) hesaplanacak kontak kuvvetinin büyüklüğü ile çok yakından ilgilidir. Birbirine çok hızlı değen/çarpan cisimlerin simülasyonlarında instabilite ile karşılaşılabilir.

Yukarıdaki formülden görüldüğü gibi kontak kuvvetinin değeri kontak yay sabiti ve kontak (penetrasyon) derinliğine bağlıdır. Instabilite ve cismin dış yüzeyini saran sonlu eleman tipleri göz önünde bulundurularak kontak yay ve penetrasyon hesabi için çeşitli yaklaşımlar üretilmiştir.

3.3.4.3 . Kontak Yay Sabiti Hesabi

$$k = \frac{f_s K A}{\max(\text{kabuk_kosegeni})}$$

Kabuk elemanlar için:

$$k = \frac{f_s K A^2}{V}$$

Kati elemanlar için:

f_s : arayüz stiffness'i için katsayı (sabit) , $f_s=0.1$

tavsiye edilir. V = eleman hacmi, A = eleman dis yüzey alanı

3.3.4.4 . Penetrasyon Derinliği

Kontak kuvveti hesabında penetrasyon derinliği otomatik ve genel kontakta değişik şekilde göz önünde bulundurulur.

Otomatik kontak:

- Otomatik kontak iki yönlü (kabuk elemanlarının üst ve alt yüzeylerindeki temas durumlarını) kontagi dikkate alabilir.
- Otomatik kontakta kontak derinliği: kabuk elemanlar için:

$$d=d_{\max}=t/2 \quad (t: \text{kabuk elemanın kalınlığı})$$

$$d=0, \text{ eger } d > t/2 \text{ ise}$$

- Genel kontak, kontak kuvvetlerini hesaplamada kabuk elemanın kalınlığını göz önüne almaz. d herhangi bir değer olabilir.



Şekil 3.16 Otomatik ve genel kontak algoritmalarında kontak kuvveti hesapları.

3.4 . Elastomerlerin ve Kauçukların Hiperelastik Davranışları

Elastomerler ve kauçuklar (lastiksi yapılar) elastik olarak çok yüksek gerinmelere kadar uzaya bilirler. Uzunluklarını yüzde 800 uzatabilirler. Buna benzer yapılara hiperelastik yapılar denir. Katı elastomerler ve kauçuklar nerdeyse sıkıştırılamazlar. Bu deformasyon esnasında şekil değiştirebildikleri ama hacimlerini değiştirmedikleri anlamına gelir. Bu yüzden poisson oranları 0.5 e yakındır. Deformasyonları büyük oranda deviatoriktir ve kesme modülleri bulk modüllerine göre çok düşüktür.

3.4.1.1 . Katı Elastomerlerin ve Kauçukların Davranışlarının Modellenmesi

Elastomerlerin ve kauçukların yapısı tamamen hiperelastiktir. Davranışın izotropik olduğu varsayılırsa, gerinme enerji fonksiyonu W (3.42.) gerinme aralıkları (3.43.) cinsinden tanımlana bilir.

$$W = W(I_1, I_2) \quad (3.42.)$$

$$I_1 = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (3.43.)$$

$$I_1 = \lambda_1^{-2} + \lambda_2^{-2} + \lambda_3^{-2} \quad (3.44.)$$

Ve λ_i 'ler (3.44.) de asal uzama oranları veya asal yönlerdeki uzatmalar olarak nitelendirilir.

$$\lambda_i = \frac{\text{Uzatılmış uzunluk}}{\text{Orijinal uzunluk}} \quad (3.45.)$$

Malzeme sıkıştırılamaz olduğundan,

$$\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1 \quad (3.46.)$$

Bu denklemler gerçek gerilme tensörlerine uygulandığında,

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_3^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (3.47.)$$

$$\sigma_2 - \sigma_3 = 2(\lambda_2^2 - \lambda_3^2) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_1^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (3.48.)$$

$$\sigma_3 - \sigma_1 = 2(\lambda_3^2 - \lambda_1^2) \left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \lambda_2^2 \frac{\partial W}{\partial I_2} \right) \quad (3.49.)$$

Ağırlıklı olarak iki adet gerinme enerjisi fonksiyonu vardır.

3.4.1.1.1 Polinomik gerinme enerjisi fonksiyonu

Genel olarak polinomik gerinme fonksiyonu sonlu seriler halinde verilir. (3.50.)

$$W = \sum_{i,j=0}^{\infty} C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (3.50.)$$

Ama uygulamada polinomik gerime enerjisi fonksiyonu sonlu seriler halinde verilmektedir.

3.4.1.1.2 Neo-Hookean formu (3.51.)

$$W = C_{10} (I_1 - 3) \quad (3.51.)$$

3.4.1.1.3 Money-Rivlin formu (3.52.)

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) \quad (3.52.)$$

3.4.1.1.4 Yeoh formu (3.53.)

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3)^2 + C_{30} (I_1 - 3)^3 \quad (3.53.)$$

3.4.1.1.5 Ogden gerinme enerjisi fonksiyonu

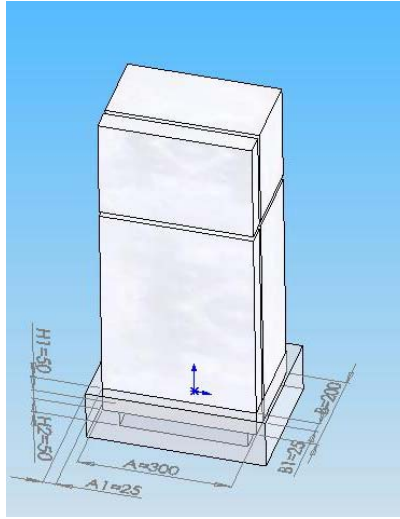
Ogden gerinme enerjisi fonksiyonu aşağıdaki şekilde ifade edilir. (3.54.)

$$W = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (3.54.)$$

Ogden parametreleri α_n ve μ_n pozitif olmaları gerekmez ama stabilite durumları yüzünden $\alpha_n \mu_n > 0$ olması bütün n değerleri için tavsiye edilir. Ogden gerime enerji fonksiyonu N=3 değeri daha çok kullanılan halidir. N=2 olduğu zaman $\mu_1 = 2C_{10}$, $\mu_2 = 2C_{01}$ ve $\alpha_1 = 2, \alpha_2 = -2$ olur ve Ogden formu Moonley –Rivlin halini alır.

4 OLUŞTURULAN MODEL

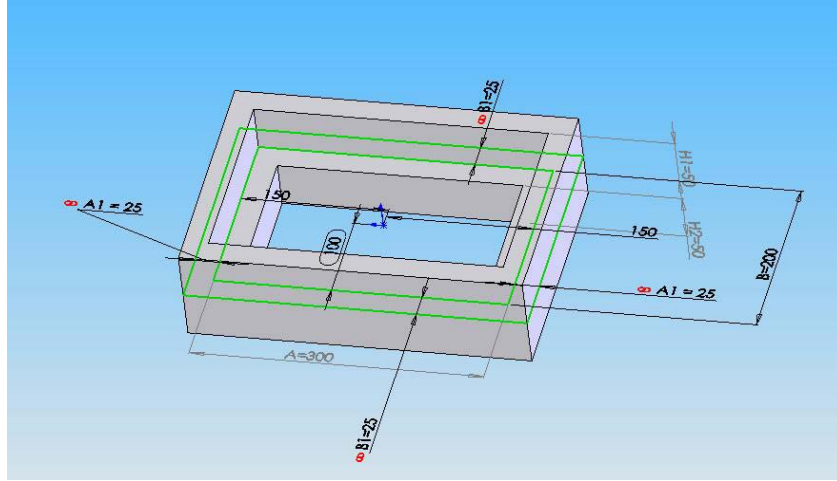
Bu çalışmada oluşturulan model bir adet buzdolabının iç bileşenleri bilgisayar zamanından kazanmak amaçlı dâhil edilmeyerek standart bir köpük şekli ile başlanması ile oluşturulmuştur. Düşürme simülasyonlarında yukarıda (bkz **Çizelge 3.2**) bahsedilen her iki metotta kullanılmaktadır. İmplicit metotta kütle ve sönüm etkilerinin eklemesi amaçlı zamana bağlı anlamına gelen transient analiz metodu kullanılmaktadır. Eksplisit metotta ise yine **Çizelge 3.2** 'de bahsedildiği gibi formülasyonun da zaten kütle ve sönümler barındırmaktadır. Her iki çözüm metotunu ile de karşılaştırma yapılmıştır.



Şekil 4.1 ilk ele alınan model

4.1 İlk Çalışılan Basit Model

Bu ilk optimize edilecek tasarımda değişkenler yukarıda görüldüğü gibi verilmiştir. Buzdolabı tabanı sabit alınıp H_1, H_2 , alt ve üst yükseklikler, A_1 ve B_1 de dış yanal kalınlıklar, A_2 ve B_2 de iç yanal kalınlıklar olarak seçilmiştir.

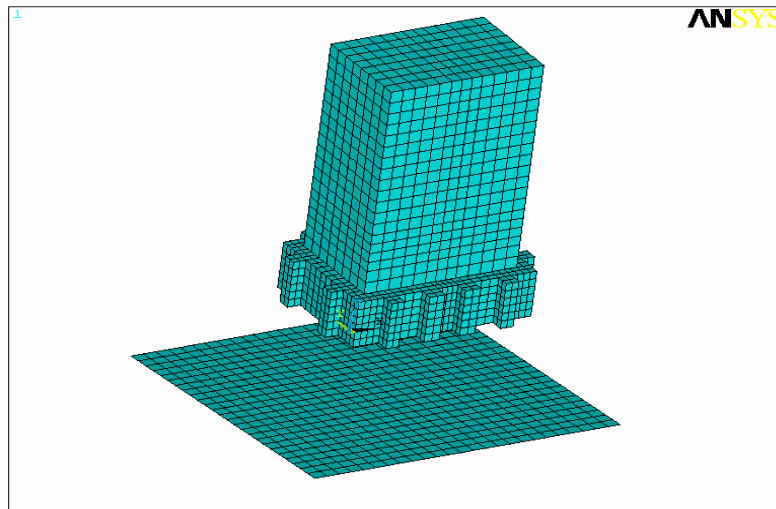


Şekil 4.2 ilk ön görülen model

Daha sonra elde edilen verilere göre model tekrar şekillenmiştir ve bu modele bayraklar eklenmiştir. Bayrakların yerleri ve kalınlıkları parametre cinsinden girilmiştir. Bu da pozisyon ve kalınlıklarının istenilen değerler dâhilinde oluşmasını sağlamıştır.

4.2 Geliştirilen ikinci model

Bu ikinci modele de bayraklar eklenmiştir. Bu eklenen bayraklar sayesinde hacimden kazanma ve dayanaklıkta artım hedeflenmiştir. Bu bayraklarda parametrik olarak modellenmiş ve yerleri kalınlıkları optimize edilmesi hedeflenmiştir. Şekil 4.3’de oluşturulan ikinci modelin sonlu elemanlar modelini gösterilmektedir.



Şekil 4.3 Bayraklı parametrik model

4.3 Sonlu Elemanlar Modeli

4.3.1 Mesh Oluşturulması

Sonlu elemanlar modelinde yukarıda bahsedilen mesh yoğunluğu kriterleri ve çözüm doğruluğu hedeflendiği gibi bunun yanı sıra bilgisayar çözüm süresinin de göz önüne alarak belirli bir değer belirlenmiştir. Bu değere etki eden diğer faktörlerin başında eksplisit zaman adımı ve implisit yakınsama sorunu da değerlendirilmiştir. Ama en önemli etken ise optimizasyon sırasında oluşturulan sürekli yapılacak olan otuz ve ya üzeri analizin süresi de göz önüne alınmıştır.

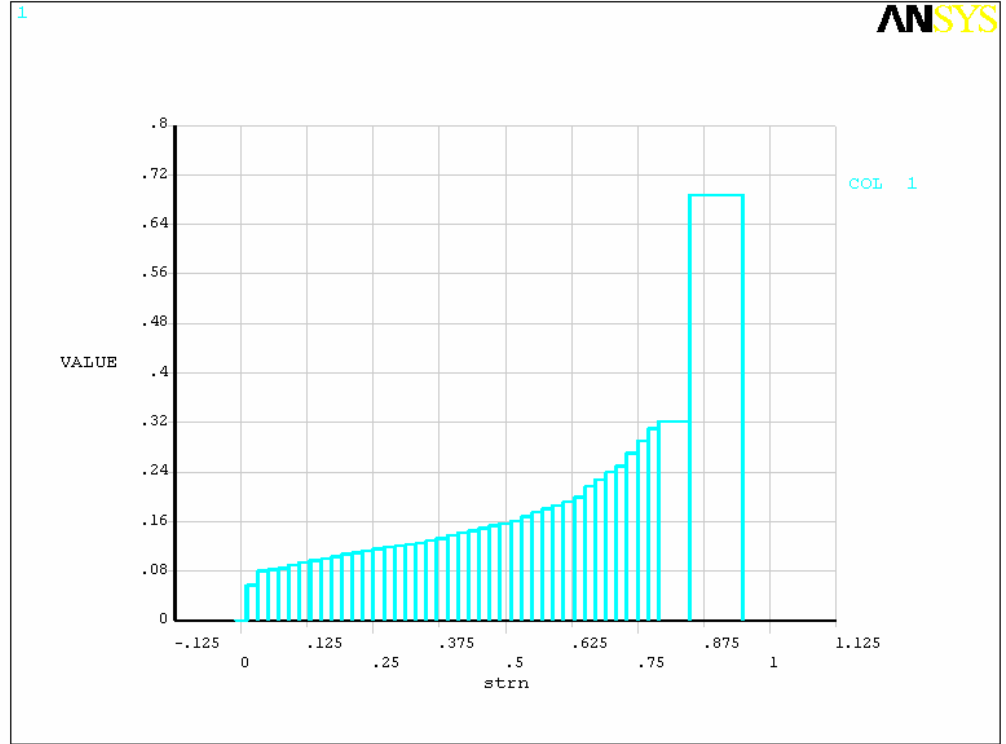
Yakınsama kriterini incelemek amacı ile dörtgensel prizmatik basit bir model hazırlanmış ve mesh boyutu tayinini yapılmıştır.

Diğer bir mesh sorunu ise optimizasyon adımında ele alınan parametrik modelin meshlerinin parametrik olarak modele göre değişmesidir. Bu değişim modeller arasında meshinde istenmeyen şekil bozukluklarının oluşması çözüm süresini ve yakınsamaya etkidiği için bayraklar ve kalınlıklar boyunca Şekil 4.3 de görüldüğü gibi ikişer eleman yerleştirilmiştir. Aynı kriter ile boyuna olan uzunluluklar da 4'er eleman yerleştirilmiştir.

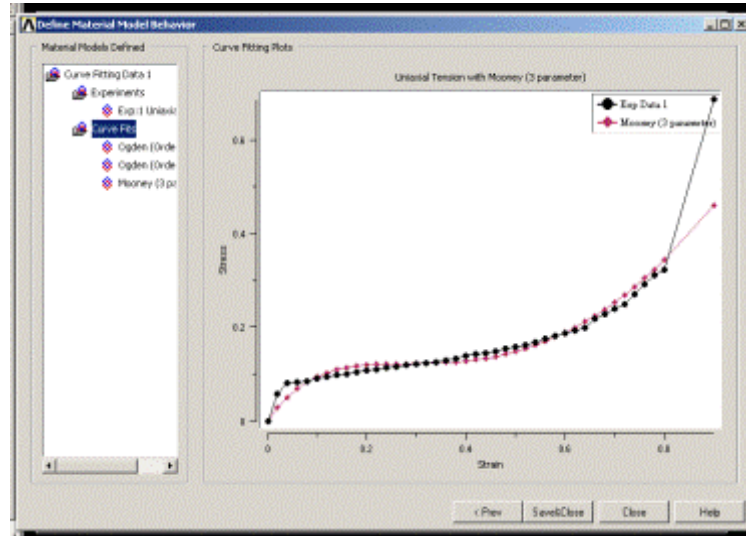
Toplamda 3427 eleman ve 4524 nod ile modellenmiştir. Köpük malzemesinde 8 nodlu üç boyutlu eleman kullanılırken. Diğer zemin ve obje için 4 nodlu kabuk elemanlar tercih edilmiştir.

4.3.2 Malzeme Modeli Seçimi

İmplicit analiz için malzeme özellikleri köpük için Money Rivlin üç parametrelili (bkz Şekil 4.5) malzeme modeli seçilmiştir ve model tek eksenli basma testi sonuçlarından türetilmiştir.(Şekil 4.4).



Şekil 4.4 Tek eksenli basma testi sonuçları



Şekil 4.5 Mooney Rivlin e göre eğri uydurması

Çizelge 4.1 Üç parametrelili Mooney Rivlin dataları

C10	C01	C11	d
-0.7952	1.0488	0.19589	3.94321

Malzeme modeli seçimi konusunda da Şekil 4.4’de görüldüğü gibi eğri uydurma ile eğriyi en doğru yakalayanın bu malzeme olduğu belirlenmesine karşın yakınsama kriteri bakımından yapılan dörtgensel prizma analizinde de yine en iyi yakınsayan modelin bu olduğu görülmüştür.

Eksplisit model de ise köpük için “Crushable foam” modeli kullanılmıştır. (LSDYNA theory manual)

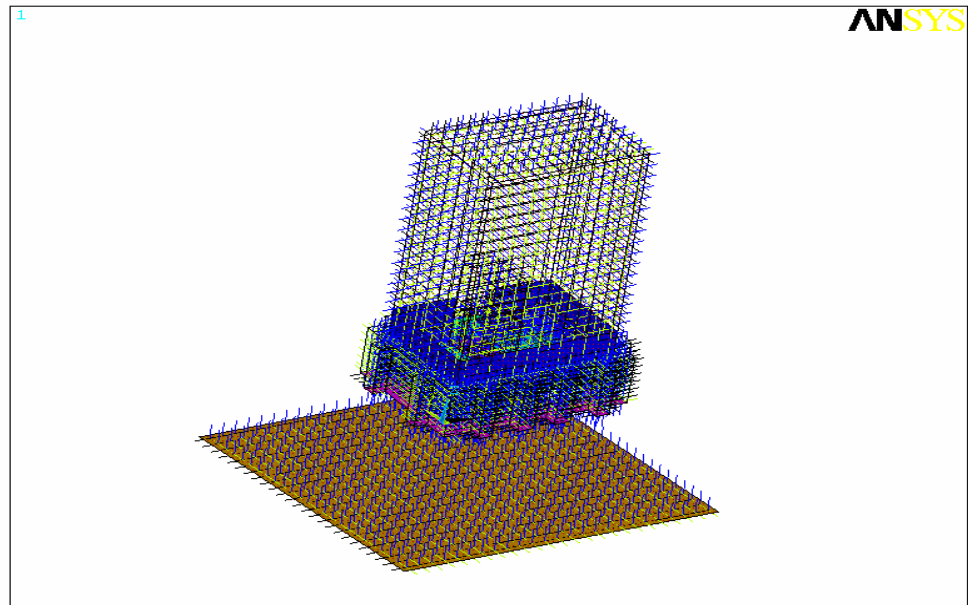
Köpük için ele alınan tek eksenli basma değerleri literatürden en çok kullanılan köpüklerden biri olan genişletilmiş polyster olarak literatürden alınmıştır.[Wang,2004] Yoğunluk olarak da $1.475E-011$ değeri alınmıştır.

Diğer bütün komponentler lineer izotropik malzeme modeli ile modellenmiştir. Çelik malzemesi alınmıştır. Elastisite modülü 210000 Mpa , posisson oranı da 0.3 ve yoğunluğu da $7.83E-010$ olarak alınmıştır.

Birim sistemi MKS seçilmiştir

4.3.3 Sınır Şartları ve Kontaklar

4.3.3.1 Kontaklar



Şekil 4.6 Kontakların şekilsel gösterilmesi

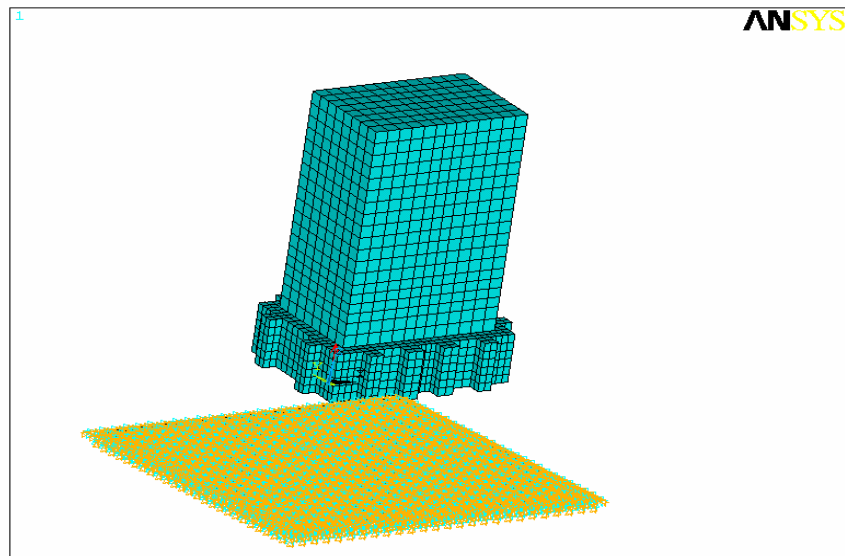
İmplicit çözümde kullanılan kontak modeli ANSYS programı içindeki kontak sihirbazı kullanılarak belirlenen elemanlara uygulanmıştır. Sonlu elemanlar metodunda en genel kontak algoritmalarından olan “Augmented Lagrange” metodu standart model olarak seçilmiştir. Sürtünme katsayısı ise 0.5 olarak alınmasına karşın kontak malzemesi olarak köpük seçilmiştir. [Ansys theory manual]. Kontak yüzeyi olarak bütün kontaklarda köpük malzemesi, hedef yüzey olarak da çelik seçilmiştir.

Kontak için belirlenen yüzeyler köpük malzemesinin iç yüzey alanları bunlar objeye temas eden yüzeylerdir. Diğer bir kontak noktası ise zemin ile köpük parçanın alt yüzeyi arasındadır.

Kontak algoritmalarının kontak yüzeylerini tanınması için kontak normallerine özen gösterilmiştir. Ki zamana bağlı çözüm metodunda çözüm adımın kontak algoritmalarının algılaya bilmesi içinde çözüm adımının küçüklüğü kadar kontak elemanlarının yoğunluğu da önem taşımaktadır.

Eksplisit çözümde ise “Automatic General Contact” tipi seçilmiştir. [LSDYNA Theory manual] bu kontak tipinde ise bütün yüzeyleri bir biri ile kontak içerisinde görmektedir.

4.3.3.2 Yükleme ve Çözüm Süresi



Şekil 4.7 Sınır koşulları

Sınır koşulları olarak Şekil 4.7’de görüldüğü gibi zemin bütün serbestlik dereceleri ile hareketsiz varsayılmıştır. Diğer komponentlere ise yerçekimi ivmesi $Z +$ yönünde şekilde kırmızı okla gösterilen yönde 9800 mm/s^2 olarak verilmiştir.

İmpakt esnasında en önemli zararın ilk çarpma anında olduğu düşünülmüş ve çözüm süresi 0.3 sn olarak belirlenmiştir. Çarpma mesafesi ve basit fizik kuralları göz önüne alındığında çarpmanın 0.22 inci saniyede başlayacağı hesaplanmıştır.

5 KÖPÜK OPTİMİZASYONU

5.1 Amaç Fonksiyonu

Amaç fonksiyonun seçilmesin deki en önemli kriter maliyet azaltılması ve tek kullanımlık paketlenme malzemesinin çevreye verdiği zararın azaltılması olarak belirlendiği için hacmin en az indirgenmesi olarak belirlenmiştir.

5.2 Sınırlamalar

En önemli sınırlanama köpük malzemesinin işlevini gerçekleştiremeyecek hale gelmesidir. Ama bunun yanında ürüne zarar gelmemesi de önemlidir. Bu noktada her iki bileşendeki maksimum gerilme değerleri göz önüne alınmıştır. Fakat görülmüştür ki köpük malzemesindeki gerilme 10 MPa'ı geçmediği sürece beyaz eşya üzerinde oluşan gerilmelerde oluşan gerilmelerde çok yüksek olmadığı görülmektedir.

5.3 Değişkenlerin Seçilmesi

Köpük koruyucunun boyutları optimizasyon değişkenleri olarak seçilmiştir. Bu değişkenlerin ağırlık üzerinde etkili parametreler olduğu düşünülmüştür. Değişkenlerin alt (minimum) ve üst (maximum) sınır değerlerinin seçiminde çok geniş bir aralık kullanılmıştır. Optimizasyon sonunda değişken değerleri alt veya üst sınırdan elde edildiği zaman, alt ve üst sınırlar genişletilerek ikinci bir optimizasyon yapılmıştır. Bu aralık içerisinde tasarıma uygun boyutların belirlenmesi ile optimizasyon algoritmasından kaynaklanan lokal minimumları göz önüne alarak optimizasyon algoritması çoklu koşturulmuştur. İlk uygulanan referans değerler ve parametre aralıkları Çizelge 5-1'de verilmiştir.

Çizelge 5-1 Optimizasyon parametreleri

Parameter	Referans	Min	Max	Tölerans
SMAX	2.5	0.0	10.0	0.75
A1	25.0	10.0	50.0	0.4
A2	25.0	10.0	50.0	0.4
B1	25.0	10.0	50.0	0.4
B2	25.0	10.0	50.0	0.4
H1	50.0	25.0	75.0	0.2
H2	50.0	25.0	75.0	0.2
RIB1PO1	25.0	15.0	50.0	0.1
RIB1PO2	25.0	15.0	50.0	0.1
RIB2PO1	25.0	15.0	50.0	0.1
RIB2PO2	15.0	10.0	25.0	0.1
RIB3PO1	25.0	15.0	50.0	0.1
RIB3PO2	25.0	15.0	50.0	0.1
RIB4PO1	15.0	10.0	25.0	0.75
RIB4PO2	15.0	10.0	25.0	0.75

Çizelge 5-2 Optimizasyon parametreleri

Parameter	Referans	İkinci değerleri
SMAX	2.5	4.8394
A1	25.0	17.867
A2	25.0	27.224
B1	25.0	22.276
B2	25.0	26.303
H1	50.0	60.453
H2	50.0	37.354
RIB1PO1	25.0	14.575
RIB1PO2	25.0	10.301
RIB2PO1	25.0	12.835
RIB2PO2	15.0	17.128
RIB3PO1	25.0	10.9
RIB3PO2	25.0	10.63
RIB4PO1	15.0	5.2664
RIB4PO2	15.0	15.093

İkinci parametrelerinin belirlenmesi parametrelerin alt veya üst parametre sınırlarına yaklaşması ile genişletilmesiyle olmuştur.

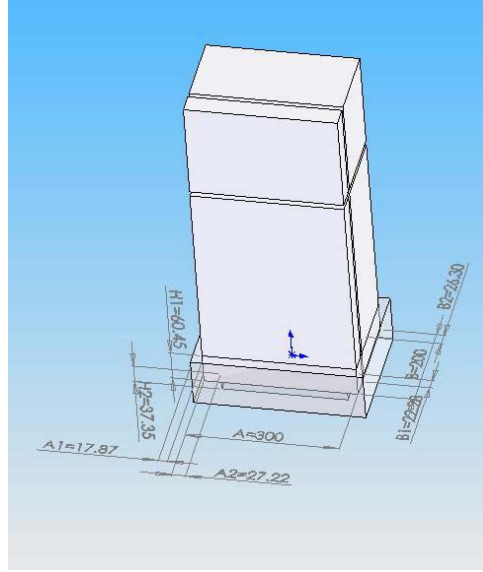
5.4 Optimizasyon Algoritması Seçimi

Optimizasyon algoritması seçiminde de parametreler arasında en uygun yöntem olarak Alt problem algoritması seçilmiştir. Diğer algoritmalar ile kıyaslandığında hem bilgisayar zamanı hem de 0. derecen bir algoritma olması birçok avantaj kazanmasına sebep vermektedir. Örneğin aynı problemde süpürme aracı 4 bölümlü şekilde kullanıldığında analizlerin sayısı ve aşırı uzamaktadır. Bizim örneğimizde üçüncü günün sonunda durdurulmuştur. Ama alt problem metodu her biri bir saat kadar süren analizlerden maksimum 30 tane ve 9 tane olası olmayan sonuçta durması şeklinde verilmesine rağmen daha 30. analize gelmeden en iyi tasarım setini vermektedir. Problemin lineer olmayışı göz önüne alındığında bu metodun en iyi cevap verecek olduğuna kara verilmiştir. Ama bu metodun diğer bir kötü yanı ise lokal minimuma rastlaması olduğu için referans parametreleri değiştirilerek değişik tekrarlar yapılmıştır. Optimizasyon çözüm zamanını kısaltmanın diğer bir yolu olarak da optimizasyon için implisit algoritmanın seçimi olmuştur. Her iki metot ile benzer sonuçlar elde edilmesi ile bu yöntemin geçerliliğine karar verilmiştir. Sonuçlar kısmında bu karşılaştırmayı bulabilirsiniz.

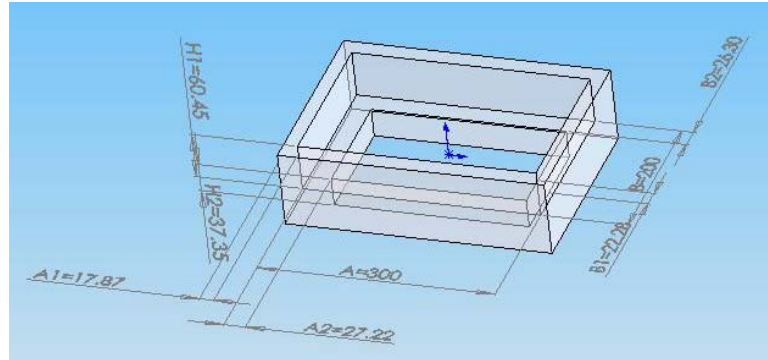
6 SONUÇLAR VE ÖNERİLER

6.1 İlk Modelin Sonuçlara Göre Değişimi

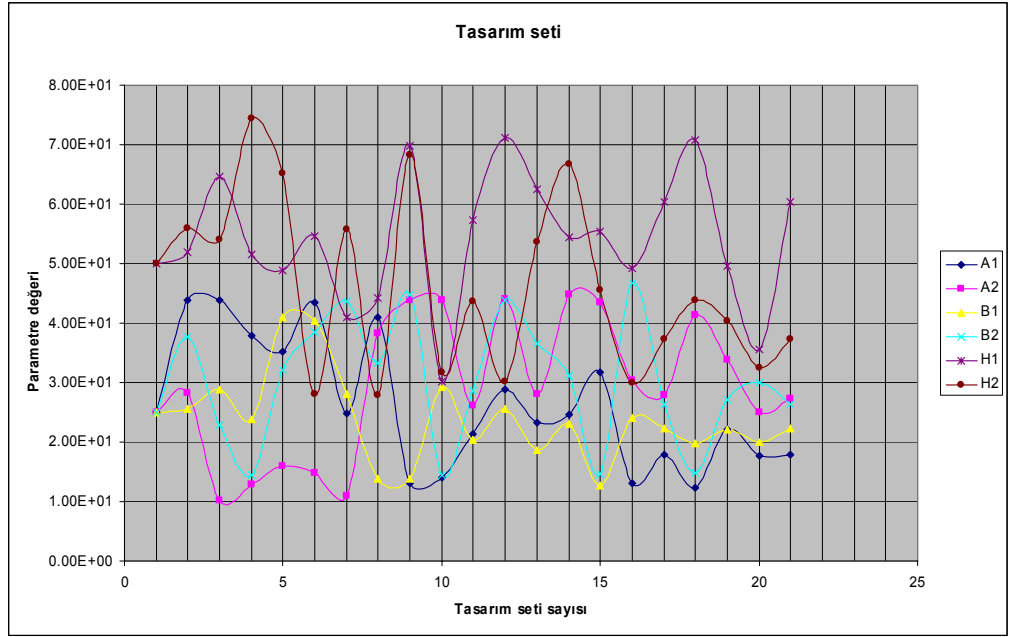
Şekil 6.1 ve Şekil 6.2’de ilk modelde yapılan optimizasyon çalışması sonucunda elde edilen sonuçların sonunda oluşturulan yeni model gösterilmektedir. Bu modelde ilk model için belirtilen sınır şartları uygulanmış ve parametrelerin nasıl değiştiği gözlemlenmiştir.



Şekil 6.1 Optimize edilmiş ilk model



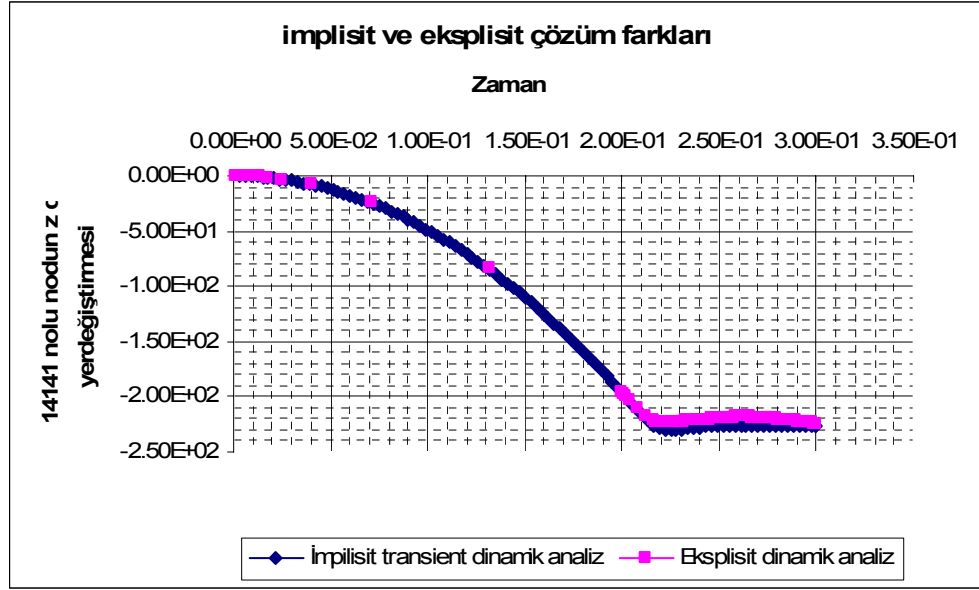
Şekil 6.2 Optimize edilmiş ilk model in yakından görünümü



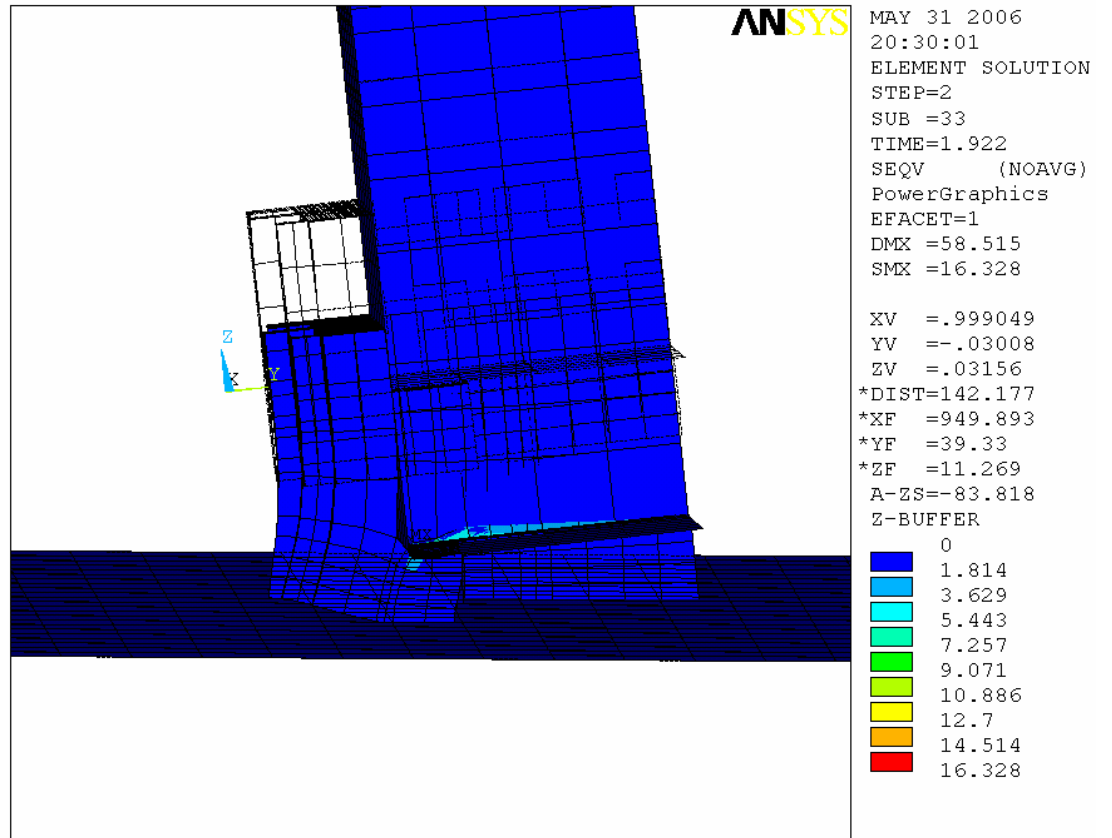
Şekil 6.3 ilk modelin tasarım parametrelerinin tasarım setleri türetilmesine göre değişimi

6.2 İkinci Geliştirilen Modeldeki Sonuçlar

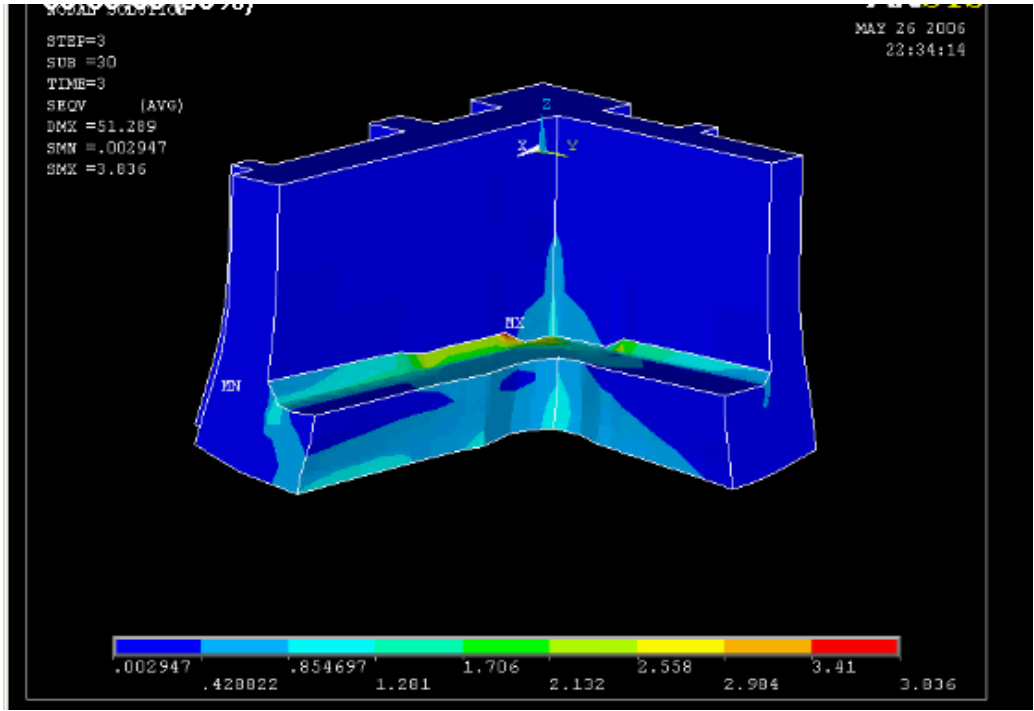
Bu model biraz daha ayrıntılı incelenmiştir ve parametre sayısı da bayraklar ile beraber artmıştır. Bu modelde implisit ve eksplisit karşılaştırılması da yapılmıştır. Düşürme testlerinin simülasyonlarında her iki çözüm modelinin de karşılaştırması Şekil 6.4 ‘de “14141” nolu noda ki Z yönündeki yer değiştirmeleri için yapılmıştır. Sonuçların bir birinden çok da farklı olmadığı kanısına varılmış ve optimizasyon analizi için daha uygun olduğuna karar verilmiştir. Maksimum eşdeğer gerilme değerinin 2.5 Mpa olduğu referans model de bulunmuştur. Bu değer köpük malzemesinin başarısızlık kriteri olarak 10 Mpa [Yen,Lai 2005] olarak tanımlanmıştır. Bu aynı zamanda durum değişkeni olarak da tanımlanmıştır. Yapısal analizle de en uygun amaç fonksiyonu olarak da hacmin minimize edilmesi tanımlanmıştır. Bu değerler sonucunda hacim yüzde 11.5 azaltılmış ve maksimum gerilme değeri de 9.5 Mpa ya yükselmesine izin verilmiştir.



Şekil 6.4 İmpilisit ve eksplisit çözümlerin karşılaştırılması



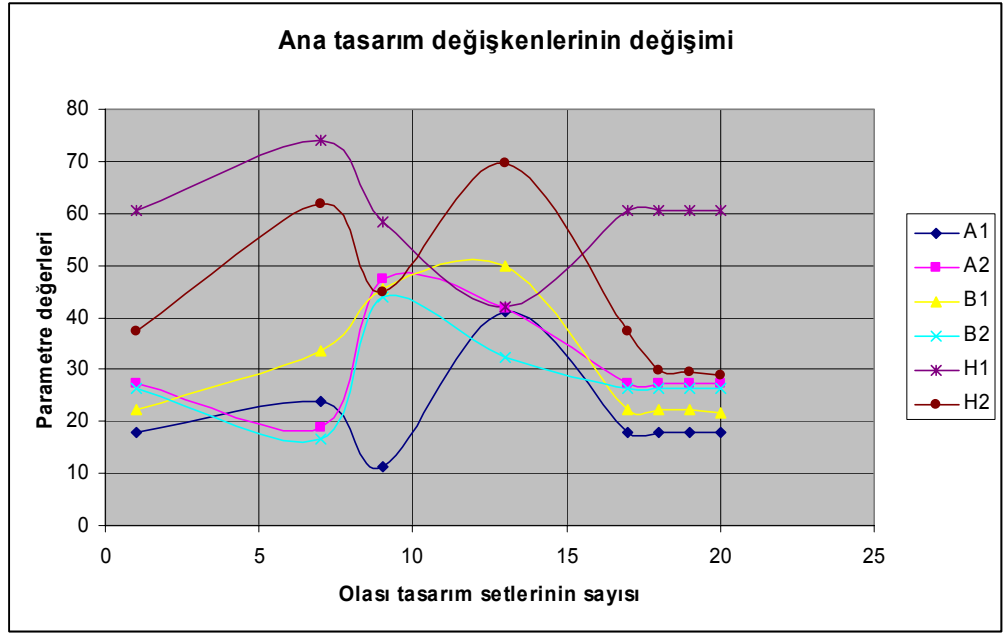
Şekil 6.5 Bayraklı modelin optimizasyon sonucu oluşan en iyi tasarım
setindeki Von Mises gerilmeleri



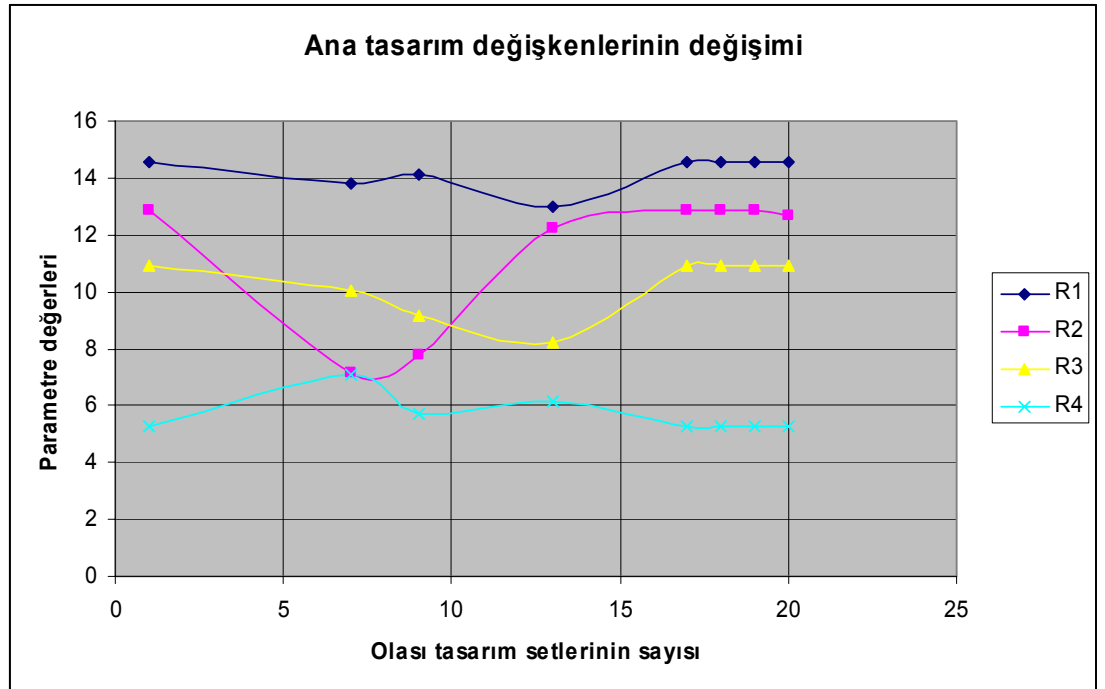
Şekil 6.6 Bayraklı modelin Von Mises gerilme sonuçları

Çizelge 6-1 Olası tasarım setlerinin değişiminin bayraklı model parametreleri ile tablo şeklinde gösterilmesi

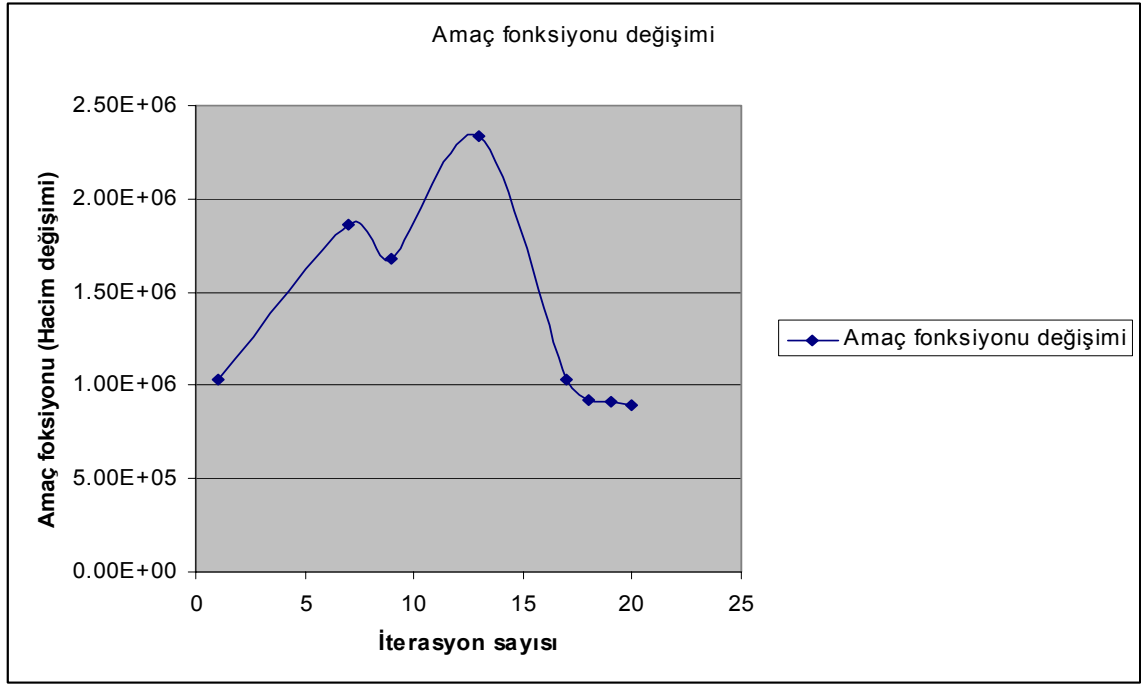
		SET 1	SET 7	SET 9	SET 13	SET 17	SET 18	SET 19	*SET 20*
		OLASI	OLASI	OLASI	OLASI	OLASI	OLASI	OLASI	OLASI
SMAX	(Durum değişkeni)	4.8394	2.7145	3.2084	4.8885	7.534	6.6163	7.4579	9.5002
A1	(Tasarım değişkeni)	17.867	23.982	11.377	40.962	17.867	17.866	17.866	17.866
A2	(Tasarım değişkeni)	27.224	18.933	47.257	41.656	27.224	27.224	27.224	27.224
B1	(Tasarım değişkeni)	22.276	33.673	45.339	49.726	22.276	22.275	22.275	21.755
B2	(Tasarım değişkeni)	26.303	16.589	43.973	32.344	26.303	26.303	26.303	26.303
H1	(Tasarım değişkeni)	60.453	73.995	58.211	42.159	60.453	60.453	60.453	60.452
H2	(Tasarım değişkeni)	37.354	61.824	44.851	69.747	37.354	29.719	29.456	28.806
RIB1PO1	(Tasarım değişkeni)	14.575	13.811	14.106	12.968	14.576	14.576	14.576	14.576
RIB1PO2	(Tasarım değişkeni)	10.301	10.975	14.718	5.3488	10.301	10.301	10.301	10.301
RIB2PO1	(Tasarım değişkeni)	12.835	7.1506	7.7943	12.266	12.835	12.835	12.835	12.705
RIB2PO2	(Tasarım değişkeni)	17.128	20.405	12.428	18.373	17.128	17.128	17.05	17.05
RIB3PO1	(Tasarım değişkeni)	10.9	10.062	9.1311	8.1967	10.9	10.9	10.9	10.9
RIB3PO2	(Tasarım değişkeni)	10.63	9.1491	13.544	11.045	10.63	10.63	10.63	10.5
RIB4PO1	(Tasarım değişkeni)	5.2664	7.1106	5.72	6.1177	5.2664	5.2664	5.2664	5.2664
RIB4PO2	(Tasarım değişkeni)	15.093	18.038	20.452	16.097	15.093	15.093	15.093	15.093
TOTVOL	(Amaç)	1.03E+06	1.86E+06	1.68E+06	2.34E+06	1.03E+06	9.19E+05	9.15E+05	8.97E+05



Şekil 6.7 İlk tasarım parametrelerin bayraklı modeldeki değişimlerin tasarım setlerinin oluşturulmasına göre grafiksel gösterilmesi



Şekil 6.8 Bayrak parametrelerinin tasarım setlerinin sayısına göre değişimlerinin grafiksel gösterilmesi



Şekil 6.9 İlk tasarım parametrelerin bayraklı modeldeki değişimlerin hacim yani amaç fonksiyonun iterasyon sayısına göre değişiminin grafiksel gösterilmesi



Şekil 6.10 Durum değişkenin iterasyon sayısına göre değişimlerinin grafiksel gösterilmesi

Bu çalışmanın sonucunda bir düşürme testinin bilgisayarda simülasyonun nasıl uygulanacağı incelenmiş ve bilgisayarlı simülasyon metotlarının kullanım alanlarından olan optimizasyon yani en iyiyi bulma işlemi gerçekleştirilmiştir.

Bir mühendislik ve matematik probleminin gelişen bilgisayar hızları ve hassasiyetleri sayesinde çok daha iyi modellenmesi ve incelenmesi mümkün bir problem olduğu gösterilmiştir. Düşürme simülasyonların da diğer önemli bir faktörde analize dâhil edilen bileşenlerinin sayısıdır. Bu şekilde test koşullarında elde edilen sonuçlara bilgisayar ortamında da ulaşılması mümkündür. Tasarım ve imalat mühendisliğinin probleminin çeşitli firmalar tarafından uygulanan örnekleri olsa da bu şekilde bir çalışmaya ihtiyaç olduğu ortadadır.

KAYNAKLAR

Ansys theory manual v10

Ls dyna theory manual

Yrd. Doç. Hasan Kurtaran Sonlu elemanlar II ders notları

Yrd. Doç. Hasan Kurtaran Sonlu elemanlar III ders notları

Prof. Dr. Abdülkadir Erdem Mühendislik tasarımı ders notları

Chang-Lin Yeh, Yi-Shao Lai (2005) "Support excitation scheme for transient analysis of JEDEC board-level drop test" *Microelectronics Reliability* 46 (2006) 626–636

Low, Yang, Hoon (2001) "Initial study of drop – impact behavior of mini Hi-Fi audio products" *Advances in Engineering software* 32 (2001) 683-693

Y.Y. Wang, C. Lu, J. Li, X.M. Tan, Y.C. Tse (2005) "Simulation of drop/impact reliability for electronic devices "Finite Elements in Analysis and Design 41 (2005) 667–680

Yehi, Lai (2005) Support excitation scheme for transient analysis of JEDEC board-level drop test *Microelectronics Reliability* 46 (2006) 626-636

Jeong-Wook Yi, Gyung-Jin Park, (2005) "Development of a design system for EPS cushioning package of a monitor using axiomatic design" *Advances in Engineering Software* 36 (2005) 273–284

Boulton AJM, Hardisty CA, Betts RP, Frnaks CI, Worth RC, Ward JD, Duckworth T. (1983), "Dynamic foot pressure and other studies as diagnostic and management aids in diabetic neuropathy." *Diabetes Care* 1983;6:26-33.

Balmaseda MT, Koozekanani SH, Fatehi MT, Gordon C, Dreyfuss PH, Tanbonliong EC. 1988, "Ground reaction forces, center of pressure, and duration of stance with and without an ankle-foot orthosis." *Arch Phys Med Rehabil* 1988;69:1009-12.

Mills and Moreu (2004) "Finite element analysis applied to polyethylene foam cushion in package drop tests" *Packaging science and technology*

www.bringham.edu.tr/materialscience

O.C. Zienkiewicz, CBE, FRS, FREng "The finite element method Volume 1: The Basis"

O.C. Zienkiewicz, CBE, FRS, FREng "The finite element method Volume 2:
Solid Mechanics"

T. Belytschko, " Finite Elements for Nonlinear Continua&Structures,1997"

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	27.06.1979	
Doğum yeri	İstanbul	
Lise	1990–1997	F.M.V. Özel Ayazağa Işık Lisesi
Lisans	1997–2003	Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fak. Makine Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	2003-2006	Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Tasarım ve İmalat Mühendisliği Anabilim dalı

Çalıştığı kurum(lar)

2004–2005	Figes A.Ş.
2005-2006	Mercedes Benz Türk A.7