

T.C
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TEK BÖLMELİ EKSENEL SİMETRİK
BOBİNLİ ELEKTROMANYETİK
FIRLATICININ ZAMAN UZAYINDA SONLU
FARKLAR YÖNTEMİ İLE SİLİNDİRİK
KOORDİNATLARDA MODELLENMESİ

Mehmed Faruk YAVUZ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANA BİLİM DALI

GEBZE

2010

T.C
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

TEK BÖLMELİ EKSENEL SİMETRİK
BOBİNLİ ELEKTROMANYETİK
FIRLATICININ ZAMAN UZAYINDA SONLU
FARKLAR YÖNTEMİ İLE SİLİNDİRİK
KOORDİNATLARDA MODELLENMESİ

Mehmed Faruk YAVUZ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANA BİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI
DOÇ. DR. SERKAN AKSOY

GEBZE

2010

ÖZET

TEZİN KONU BAŞLIĞI: TEK BÖLMELİ EKSENEL SİMETRİK BOBINLİ ELEKTROMANYETİK FIRLATICININ ZAMAN UZAYINDA SONLU FARKLAR YÖNTEMİ İLE SİLİNDİRİK KOORDİNATLARDA MODELLENMESİ

YAZAR ADI: MEHMED FARUK YAVUZ

Bu tez çalışmasında tek bölmeli bir Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'nın Zaman Uzayında Sonlu Farklar (ZUSF) yöntemi kullanılarak, silindirik koordinatlarda benzetimi yapılmıştır. İncelenen Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı eksenel (açısal) simetrik olarak ele alınmış olduğundan, ZUSF uygulaması da iki boyutlu ($r - z$) düzleminde gerçekleştirilmiştir. Özel olarak $r = 0$ 'da ortaya çıkan tekillik, Maxwell denklemlerinin integral gösterilimi ile kaldırılmıştır. Problem uzayının sonlandırılması için silindirik koordinatlarda birinci/ikinci mertebeden MUR türü Soğurucu Sınır Koşulu kullanılmıştır. Bu aşamada öncelikle analitik çözümü iyi bilinen silindirik bir rezonatör problemi aracılığı ile önerilen sayısal çözümün doğruluğu kontrol edilmiştir. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'da besleme amaçlı kullanılan elektriksel kaynakların pratik uygulamalarda düşük frekanslı olması nedeni ile ZUSF çözümü özel olarak Kuvazi-Statik durum için ele alınmıştır. ZUSF çözümünde merminin hareketli olması problemi Kuvazi-Sürekli Hal tekniği ile değerlendirilmiştir. Böylece elde edilen sayısal çözüm üzerinden, zamana göre kuvvet, yer-değiştirme ve hız değişimleri hesaplanarak, çıkış hızı bakımından deneysel olarak elde edilen sonuçlar ile karşılaştırılıp, sonuçlar arasındaki uyumluluk gözlenmiştir.

SUMMARY

TOPIC OF THESIS: MODELLING OF A SINGLE SECTION AXIAL SYMMETRIC COIL ELECTROMAGNETIC LAUNCHER WITH FINITE DIFFERENCE TIME DOMAIN METHOD IN CYLINDRICAL COORDINATES

AUTHOR OF THESIS: MEHMED FARUK YAVUZ

In this thesis work, a single-section coil electromagnetic launcher system is modeled by using Finite Difference Time Domain (FDTD) method in cylindrical coordinates. Because the analyzed coil electromagnetic launcher is considered with assumption of axial symmetry, the FDTD application is implemented in two dimensional ($r - z$) plane. Specially, singularity appeared at $r = 0$ is removed by using the integral form of Maxwell equations. The first/second order MUR type absorbing boundary condition is used in order to terminate the FDTD problem space. At first, the proposed numerical solution's accuracy is checked through a cylindrical resonator problem which has a well known analytical solution. In practice, due to the electrical power supplies have low frequencies which are used for the purpose of feeding coil electromagnetic launcher, the FDTD solution is considered for the case of Quasi-Static assumption. In the FDTD solution, the problem of moving projectile is evaluated with the method of Quasi-Static steady state. Thus, the numerical results obtained by calculating the force, displacement and speed of change according to the time through, these results with the experimental results in terms of the muzzle velocity by comparing, the good agreement between the results is observed.

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca yakın ilgisini hiç esirgemeyen, yönlendirmeleri ve teşvikleri ile tezimi bitirmeme yardımcı olan danışmanım Doç. Dr. Serkan Aksoy'a, rahat ve huzurlu bir ortam sağlayan Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü yetkililerine, Araştırma Görevlisi Ahmet Yılmaz'a ve bu çalışma esnasında bana destek olan aileme teşekkür ederim. Ayrıca bu tez çalışmasının 107E107 numaralı "Generatörle Sürülen Lineer İndüksiyon Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı Tasarımı ve Uygulaması" isimli TÜBİTAK 1001 Araştırma Projesi kapsamında yapılmasına imkan sağlayan Yrd. Doç. Dr. Abdülkadir Balıkcı'ya teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	x
TABLolar DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ	1
1.1. Konu ve Önemi	1
1.2. Tezin Amacı ve İçeriği	2
1.3. Tarihsel Gelişim	4
2. BOBİNLİ ELEKTROMANYETİK FIRLATICI	7
2.1. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı Çalışma Prensibi	7
2.1.1. Bobinli Fırlatıcı Tasarımına Etki eden Faktörler	12
3. TEORİK YÖNTEMLER	14
3.1. İletim Hatları Yöntemi	14
3.1.1. Akım Lifleri Tekniği	17
3.2. Akım Perdesi Yöntemi	20
3.3. Akım Perdesi ve İletim Hatları Hibrit Yöntemi	24
3.4. Sonlu Elemanlar Yöntemi	26
4. ZAMAN UZAYINDA SONLU FARKLAR	28
4.1. ZUSF Yöntemi ve Maxwell Denklemleri	29
4.2. Silindirik Koordinatlarda Maxwell Denklemleri	33
4.3. İki Boyutlu Silindirik Koordinatlarda ZUSF	35
4.3.1. Kararlılık Koşullu	37
4.3.2. Tekilliliğin Düzenlenmesi	37
4.3.3. Soğurucu Sınır Koşulları	38
4.4. Silindirik ZUSF Çözümünün Doğrulanması	39
5. BOBİNLİ ELEKTROMANYETİK FIRLATICI ZUSF BENZETİMİ	43
5.1. Üstel Fark Uygulaması	43
5.2. Kuvazi-Statik Yaklaşımı	45

5.3. Hareketli Cisim Uygulaması	47
5.4. Yürüyen Dalgalı Kaynak Uygulaması	48
6. SAYISAL VE DENEYSEL SONUÇLAR	50
6.1. Sayısal Sonuçlar	52
6.2. Deneysel Sonuçlar	56
7. SONUÇLAR VE YORUMLAR	59
8. KAYNAKLAR	60
ÖZGEÇMİŞ	63

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı genel yapısı.	7
2.2. Sürücü ve mermi bobinleri tek birer bobin olarak modellenen Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı modeli.	8
2.3. Sürücü ve mermi bobininin üstten görünüşü.	8
2.4. Beş bölgeli silindirik Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı.	11
3.1. Kapasitif sürülen Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı eş değer devre modeli.	15
3.2. Sürücü (ya da mermi) bobininin birim alt bobinlerden oluşturulan yapısı.	17
3.3. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı akım perdesi eş değeri.	21
3.4. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı İletim Hatları yöntemi ve Akım Perdesi yöntemi hibrit devre eş değeri.	25
4.1. İki boyutlu silindirik koordinatlarda ZUSF birim hücresi.	35
4.2. Silindirik rezonatörün genel görünümü.	40
4.3. Baskın modda H_z 'in z 'e göre analitik hesaplanan normalize alan dağılımı.	41
4.4. Baskın modda uygun bir anda H_z 'in z 'e göre normalize alan dağılımı.	42
4.5. Normalize H_z 'in zamana göre değişimi.	42
4.6. Normalize H_z 'in frekansa göre değişimi.	42
6.1. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı yarı kesiti geometrisi.	50
6.2. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'nın ZUSF uzayında sembolik ızgaralanması.	53
6.3. ZUSF problem uzayında $t \cong 0$ anında H_r ye ait normalize genlik dağılımı.	54
6.4. ZUSF problem uzayında merminin sürücü bobinden çıktığı andaki H_r ye ait normalize genlik dağılımı.	54
6.5. $t \cong 0$ 'da normalize sürücü bobin ve mermi akımlarının sürücü bobin ve mermi boyunca değişimi.	54
6.6. Mermi'ye etki eden kuvvetin zamana göre değişimi.	55
6.7. Mermi hızının zamana göre değişimi.	55
6.8. Mermi yer değiştirmesinin zamana göre değişimi.	56
6.9. Fırlatıcı deney düzeneği genel şematik gösterilimi	57
6.10. Elektrik motoru, jeneratör ve fırlatıcının genel görünümü.	58

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

$\vec{H}(r, t)$: Manyetik alan vektörü (A/m)

$\vec{E}(r, t)$: Elektrik alan vektörü (V/m)

$\vec{D}(r, t)$: Elektrik akı yoğunluğu vektörü (C/m^2)

$\vec{B}(r, t)$: Manyetik akı yoğunluğu vektörü (T)

$\vec{A}(r, t)$: Manyetik vektör potansiyeli (Vsn/m)

$\vec{J}_\sigma(\vec{r}, t)$: İletken malzemede indüklenen elektrik akım yoğunluğu vektörü (A/m^2)

$\vec{J}^{kaynak}(\vec{r}, t)$: Kaynak elektrik akım yoğunluk vektörü (A/m^2)

r : Konum vektörü (m)

t : Zaman (sn)

ϵ_0 : Boşluk dielektrik sabiti (F/m)

ϵ_r : Bağlı dielektrik sabiti

μ_0 : Boşluk manyetik geçirgenliği (H/m)

μ_r : Bağlı manyetik geçirgenlik sabiti

σ : Malzemenin iletkenlik sabiti (S/m)

c : Işığın boşluktaki hızı (m/sn)

λ : Dalga boyu (m)

β : Dalga sayısı (rad/m)

τ : Jeneratör kutup sıklığı (m)

τ_m : Manyetik difüzyon zamanı (sn)

Δr : Radyal yönde birim konum adımı

Δz : Eksenel yönde birim konum adımı

Δt : Birim zaman adımı

$\vec{e}_r, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z$: Silindirik koordinatlar birim vektörleri

SSK: Soğurucu Sınır Koşulu

TABLÖLAR DİZİNİ

<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
6.1. Bobinli Elektromanyetik Fırılaticı tasarım parametreleri.	51
6.2. Kuvazi-Statik ZUSF yönteminde uygulanan parametreler.	52

1. GİRİŞ

1.1. Konu ve Önemi

Elektromanyetik fırlatıcıların temel çalışma ilkesi sürücü kısımda oluşturulan yürüyen elektromanyetik dalganın mermide Lorentz kuvveti oluşturarak merminin ivme kazanıp fırlatılmasına dayanmaktadır. Teorik olarak cisim üzerinde indüklenen itici kuvvet nedeni ile oluşan cismin hızının elektromanyetik dalga hızına ulaşması bakımından bir kısıt mevcut değildir. Bu bakımından elektromanyetik fırlatıcıların gelişime açık olması oldukça ilgi çekici gözükmemektedir. Elektromanyetik fırlatıcılar temelde üç türe sahiptirler.

- Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcılar,
- Raylı Elektromanyetik Fırlatıcılar,
- Hibrit Elektromanyetik Fırlatıcılar.

Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı temel olarak elektriksel olarak beslenen sabit sürücü bobinler ile fırlatılan mermiden meydana gelmektedir. Sürücü bobinlerden akan akımlar mermi üzerinde itici bir kuvvete neden olup, merminin ileriye doğru fırlamasını sağlamaktadır.

Raylı Elektromanyetik Fırlatıcıların çalışma ilkesi, metal iki ray arasına yerleştirilmiş cisimlerin elektromanyetik itme kuvveti ile fırlatılmasına dayanmaktadır. Raylı fırlatıcılarda ray malzemesi genellikle bakır olmakla beraber, yüksek verimliliğe sahip raylı fırlatıcılarda mekanik basınçlara dayanıklı çok yüksek amperler mertebesinde akım taşıyabilecek ve iletkenliği daha yüksek olan çeşitli özel malzemeler kullanılmaktadır. Raylı fırlatıcılarda rayların ısınması, rayın ömrü ve ray oyuk geometrilerinin verimliliğe etkisi gibi birçok konuda araştırmalar devam etmektedir [Fair, 2005].

Hibrit Elektromanyetik Fırlatıcılar yapılarında raylı, bobinli ve/veya kimyasal patlamalı fırlatıcıların kombinasyonlarını bulunduran sistemlerdir. Hibrit fırlatıcıların yüksek akımlara ihtiyaç duyan Raylı Elektromanyetik Fırlatıcılar ve Bobinli

Elektromanyetik Fırlatıcılara karşın en büyük üstünlüğü aynı sonuçlara ulaşmak için daha az akıma ihtiyaç duymalarıdır.

Elektromanyetik fırlatıcıların uygulama alanları oldukça geniş olup aşağıda belirtilmiştir [Fair, 2005].

- Uçak gemilerinden uçakların fırlatılması,
- Güdümlü silah sistemlerine karşı koruma sağlanması,
- Çeşitli askeri elektromanyetik zırh koruma sistemlerinin geliştirilmesi,
- Denizaltı ve gemilerden torpido fırlatılması,
- Zırhlı sistemlerin zırhlarının tahrip edilmesi,
- Uzun menzilli güdümlü füzelerin fırlatılması.

1.2. Tezin Amacı ve İçeriği

Bu tez çalışmasında amaç, Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'nın Zaman Uzayında Sonlu Farklar yöntemi ile modellenerek tasarım amaçlı sonuçlarının değerlendirilmesidir. Böylece Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı tasarımına yönelik öncül bilgiler elde edilerek, gelişmiş ve yeni Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı sistemlerinin üretimine destek sağlanmış olacaktır.

Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'ların modellenmesinde kullanılan mevcut teorik yöntemler, probleme genellikle frekans uzayında çözüm imkânı sunmuşlardır. Bu tez çalışmasında teorik yöntemlerden farklı olarak sayısal bir yöntem olan Zaman Uzayında Sonlu Farklar (ZUSF) yöntemi ile Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcının benzetimi yapılarak, buna ilişkin tasarım ve analiz sonuçları elde edilmiştir. Bu doğrultuda ilk defa ZUSF yöntemi ile zaman uzayı Maxwell denklemleri iki boyutlu silindirik koordinatlarda ele alınarak Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı problemi için sayısal çözümler elde edilmiştir.

Zaman Uzayında Sonlu Farklar (ZUSF) yöntemi, birçok elektromanyetik probleme uygulanmış olup Maxwell denklemlerindeki analitik zaman ve konum

türev ifadelerinin yerine sayısal eş değerleri yazılarak zamanda ve konumda ayrıklaştırılmasıyla elde edilen denklemlerin zamanda döngüsel olarak çözümüne dayanır. Elde edilen ayrıklaştırılmış alan ifadelerine güncelleme denklemleri adı verilir. Bunların zamanda döngüsel olarak çözümünde kararlılık koşulunun da sağlanması lazım gelir. Sonuç olarak ZUSF yönteminin Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'nın geçici hal cevaplarının analizinde, farklı geometri ve malzemelere sahip mermilerin modellenmesinde, analiz sonuçlarının zaman uzayında direkt elde edilerek ve deneylerle karşılaştırılmasında etkinliği kuşkusuzdur. Böylece bu konudaki sağlanacak ilerlemeler ile Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'ya olan ilgi ve araştırmaların artmasını sağlayarak elde edilen sonuçların yayımlanması ile uluslararası akademik çevrelerin ilgisini çekmek, bilimsel birikime katkı sağlamak ve ülkemizin savunma teknolojilerinde rekabet gücünü arttırmak hedeflenmektedir. Bu tez çalışmasının 107E107 numaralı "Generatörle Sürülen Lineer İndüksiyon Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı Tasarımı ve Uygulaması" isimli TÜBİTAK 1001 Araştırma Projesi kapsamında yapılmıştır.

Tez çalışmasının birinci bölümünde Elektromanyetik fırlatıcı'lar konusunun önemi, amacı ve tarihsel gelişimi hakkında genel bilgi verilmiştir. İkinci bölümde konunun esasını oluşturan Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcının çalışma ilkesi anlatılmıştır. Üçüncü bölümde daha önce yapılmış modelleme çalışmalarında kullanılan mevcut teorik yöntemler hakkında detaylı bilgi verilmiştir. Dördüncü bölümde ZUSF yönteminin Maxwell denklemlerinin kayıplı ortamlarda iki boyutlu silindirik uzayda uygulaması anlatılmıştır. Fırlatıcı geometrik ve yapısal olarak simetriktir. İki boyutlu silindirik uzayda birbirine göre zamanda kayık elektrik ve manyetik alan bileşenlerine ait ZUSF güncelleme denklemleri elde edilmiştir. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı namlusunu besleyen yüksek güçlü kaynaklar gerçekte oldukça düşük frekanslı (kHz mertebesinde) olduğundan dolayı Kuvazi-Statik yaklaşımın sağlanmasıyla, özel olarak Kuvazi-Statik durumda ZUSF yöntemi silindirik koordinatlarda uygulanmıştır. Kuvazi-Statik analiz, fırlatıcı modeli için gereken toplam zaman iterasyonu sayısını azaltarak problemin uygulanabilir bilgisayar gücü ve hesap zamanına indirilmesi bakımından avantaj sağlar. Bu kapsamda gerçekleştirilen ZUSF çözümü öncelikle silindirik koordinatlarda bilinen bir silindirik rezonatör problemi için uygulanarak doğruluğu ispatlanmıştır. Beşinci

bölümde Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'nın iki boyutlu silindirik uzayda ZUSF yöntemi ile benzetimine ilişkin uygulama detayları gösterilmiştir. Böylece Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'da mermi üzerinde indüklenen kuvvetin, mermi hızının, sürücü bobin ve mermide indüklenen akım dağılımlarının ve merminin yer değiştirmesinin zamana göre değişimleri hesaplanmıştır. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı problemi bir açık uzay problemi olduğundan ZUSF problem uzayının sonlandırılması için silindirik koordinatlarda birinci/ikinci mertebeden doğruluğa sahip MUR türü Soğurucu Sınır Koşulu kullanılmıştır. Altıncı bölüm'de Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı benzetimi sonuçları ile proje kapsamında geliştirilen Bobinli Elektromanyetik fırlatıcı deneyi ve sonuçları hakkında bilgi verilmiştir [Balıkçı, 2007]. Yedinci bölüm'de Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı benzetimi bulguları deney sonuçları ile karşılaştırılarak ZUSF yöntemi ile yapılan benzetimin ne kadar gerçekçi olduğu üzerine yorumlar yapıp geleceğe yönelik önerilerde bulunulmuştur.

1.3. Tarihsel Gelişim

Elektromanyetik fırlatıcı geliştirilmesinde bilinen ilk çalışma 1845 yılında Wheatstone tarafından yapılmıştır [Chas, 1945]. Daha sonra ilk ciddi gayret 1901 yılında Kristian Birkeland tarafından yapılmıştır [Putman, 2006]. Birkeland, deneylerinde bobin içinden demir parçacıklarının çekilerek bir mermi gibi davrandığını gözlemlemiştir. Böylece sürücü bobin dizileri tarafından manyetik olarak etkinleştirilen demir mermi kullanarak, bir yıl içinde ilk elektromanyetik silahını yapmıştır. Birkeland, bu konuda ilk patentini aldıktan sonra ikinci deneyinde mermi olarak katı demir yerine bobin deneyerek araştırmalarına devam etmiştir. Birkeland, araştırmalarında özellikle fırlatıcının elektriksel anahtarlanması konusundaki gelişmeleri dikkate değerdir. Burada sürücü ve mermi bobinlerinin indüktansları birbirine göre denkleştirilmelidir. Bu durumda besleme (sürücü) bobininden kaynaklanan ters elektromanyetik kuvvet, mermi geçerken mermi üzerine uygulanan gerilime denk olması için anahtarlar sıfır akımda açılmalıdır. Birkeland bu çalışmalarında en yüksek 100 m/sn mermi hızına ulaşılabilmiştir. Bundan daha yüksek hızlar elde edilmesinde yeterli enerjiyi bir sn 'lık bir sürede mermiye ulaştırabilecek bir besleme kaynağı gerektiği anlaşılmıştır. Daha sonra 1936 yılında Edwin Northrup tarafından Amerikan ordusu için elektromanyetik fırlatıcı tasarımı

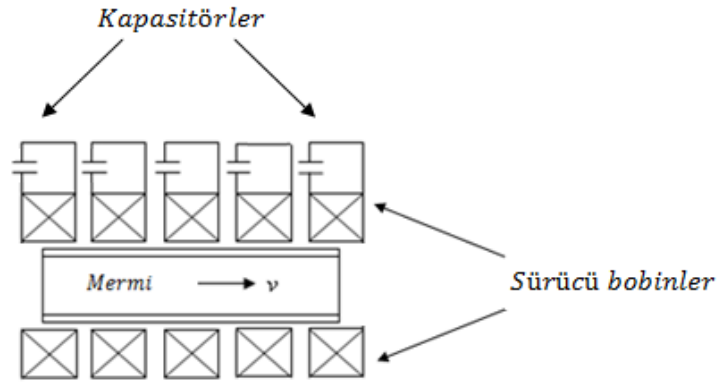
geliştirilmiştir. Bu fırlatıcı yapısı üç fazlı AC güç kaynakları ile beslenerek silahın namlusu bölmelere ayrılmıştır. Her bir bölme altı bobinden oluşup, bir sonrakine göre 60 derece faz farkı gözetilerek, yürüyen elektromanyetik dalganın mermi üzerinde akım indüklenmesine dayanarak tasarlanmıştır [Putman, 2006]. 1961 yılına gelindiğinde Thom ve Norwood tarafından kayan kontaklı fırlatıcılar üretilmiştir. Bu fırlatıcının fonksiyonu için üç farklı düzenleme denemişlerdir. İlkinde fırlatıcı yapısı dört kayan kontaklı olarak, birinci kontak kaynak rayından sürülen bobine akım taşımada, ikinci kontak sürülen bobinden sürücü bobini beslemede, üçüncü kontak sürücü bobinden akımı alarak son kontak ile besleme rayına tekrardan geri vererek fırlatıcı sistemi tasarlanmıştır. Diğer düzenlemeler ise biri kaynaktan akımı çekmeyi, diğeri de sürücü ve sürülen bobinler (mermi) arasındaki bağlantıyı kurmayı sağlayan iki kayan kontaklı meydana gelmiştir. 1966 yılında her bir sürücü bobinin kapasitörlerle beslendiği Winterberg fırlatıcısı tasarlanmıştır. Bu fırlatıcı yapısı bobinlerin ve kapasitörlerin iletim hatları parametreleri kullanılarak modellenmesi üzerine dayandırılmıştır. Buna göre namluyu oluşturan sürücü bobinler ile mermi arasında bir eş zamanlılık gerekli olmayıp, başlangıç anahtarından başka diğer anahtarlar pasiftir [Putman, 2006].

Elektromanyetik fırlatma bilimi ve teknolojisinde özellikle son yıllarda büyük ilerleme görülmüştür [Fair, 2005]. Bu teknolojik ilerleme ile geleceğin silah sistemlerinin belirlenmesinde çok yüksek hızlı fırlatıcılar önemli bir yer teşkil etmektedir. Yüksek hızlı elektromanyetik fırlatma teknolojisinin güdümlü ve kontrol elemanları üzerindeki dikkate değer gelişmelerle gelişmiş elektromanyetik fırlatıcı sistemlerinin elde edilmesi Amerika Birleşik Devletleri (ABD) tarafından ciddi olarak desteklenmiştir. Bu konuda ilk olarak birkaç gram'dan daha ağır kütlelerin yüksek hızlarla fırlatılmasının başarımı 1980 yılında ABD'nin elektromanyetik silah teknolojileri konusunda ulusal programının kurulmasını sağlayarak Strategic Defense Initiative Organization (SDIO) tarafından desteklenmiştir. Öyle ki bu ulusal program on yıl içinde geniş kalibreli elektrik silah sistemini gerçekleştirmeyi amaç edinmiştir. Amerikan ordusu ve Defense Advanced Research Projects Agency (DARPA) ile yapılan işbirliğiyle geleceğin savaş sistemleri için ileri teknolojilerin geliştirilmesi, ileri katı hal radarları, geniş bantlı yarı iletken teknolojisinin geliştirilmesi ve gelişmiş insansız hava savaş sistemleri ve arazi araç sistemleri ele alınmıştır [Reed, 2004].

Ayrıca ulusal program, uzayda yüksek hızlı silahların balistik füze savunma sisteminin bir parçası olabileceği fikrini geliştirmek amacıyla SDIO tarafından cesaretlendirilmiştir. 1985’lerde ise Amerikan ordusu ve DARPA arazi savaş araçları için gelişmiş zırhlı savaş araçlarını yenilgiye uğratacak elektromanyetik fırlatıcı teknolojilerini değerlendirmeye almıştır. Ancak zırhlı araçları tahrip etmek amacıyla fırlatılacak mermilerin uçuşlarının atmosferin yoğun olduğu yerlerde gerçekleşecek olması sebebiyle, fırlatma hızları 3 km/sn de sınırlı kalmıştır. Bu durum zırhlı bir aracı tahrip etme yeteneğini zorlaştıran bir etkidir. Bu sebeple daha sonraları elektromanyetik fırlatıcı sistemlerinden daha yüksek bir verim elde etmek için çeşitli Raylı Elektromanyetik Fırlatıcılar kullanılmıştır. Güç kaynakları olarak kondansatörler ve darbeli alternatörlerle kullanılmıştır. 1990’lı yıllarda Sandia Ulusal Laboratuvarlarında selonoidal sarılmış bobinler ile sıra dışı tasarımlara sahip Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı’lar üzerine çalışılmıştır. Bu çalışmalarda kullanılan düz-tabakalı mermi, sürücü bobinlere ulaştığı anda anahtarlama devresinden bobinlere akım verilmesi, mermi üzerinde manyetik alanın tersi yönde akım indüklenmesine ve mermiyi iten bir kuvvetin meydana gelmesine neden olmuştur. Mermi tabakasına etki eden kuvvetin manyetik alan çizgilerinin eksen boyunca düz olduğu görüntülenmiş ve bu fırlatıcıya Yeniden Bağlantılı Silah denilmiştir. Yapılan çalışmalar neticesinde 150 kg ağırlıklı düz-tabakalı mermi ile 1 km/sn hıza, 10 gr ve 5 gr ağırlıklı silindirik mermilerle 335 m/sn ’a ulaşılmıştır [Putman, 2006]. Bunlardan başka yapılan elektromanyetik fırlatma çalışmaları raylı silahlar ve hibrit sistemler üzerine olmuştur. Ayrıca çeşitli bileşke teknolojileri üzerindeki çalışmalar elektrik silah sistemleri yapmaya katkı sağlamıştır. Bu tür yeni elektromanyetik fırlatıcı sistemlerinin araştırılması ve geliştirilmesi büyük bir hızla devam etmektedir.

2. BOBİNLİ ELEKTROMANYETİK FIRLATICI

Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcılar'ın çalışma prensibi en basit biçimde sürücü bobinlerin oluşturduğu elektromanyetik itme kuvveti ile bobinler arasına yerleştirilen cismin fırlatılması ilkesine dayanır. Sürücü bobinin (namlu) oluşturduğu yürüyen elektromanyetik dalgalar nedeni ile mermi üzerinde indüklenen akım, mermiyi iten ve sıkıştıran Lorentz kuvvetini meydana getirir [Kaye, 2005]. Bu tür fırlatıcılar tek ya da çok bölmeli olarak tasarlanabilirler. Fırlatıcının besleme kaynakları olarak jeneratörler veya kapasitör dizileri kullanılabilir. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcıların diğer fırlatıcılara göre temel avantajı fırlatıcının namlusu ile mermi arasında fiziksel bir temasın bulunmaması ve namlunun tekrar kullanımına olanak sağlamasıdır. Mekanik basınçların geniş yüzeylere dağıtılması da daha büyük mermilerin fırlatılmasına olanak sağlar [He et al, 1991]. Kapasitif olarak sürülen bir Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'nın genel yapısı Şekil 2.1'de gösterilmiştir.

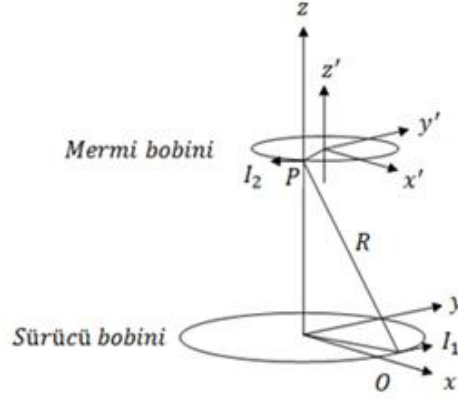


Şekil 2.1. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı genel yapısı.

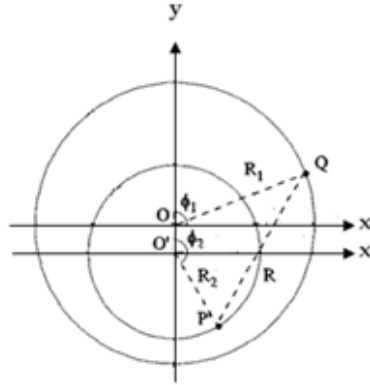
2.1. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı Çalışma Prensibi

Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı lineer indüksiyon fırlatıcısının hava boşluklu bir çeşididir. Bu fırlatıcının sürücü kısmı (namlu) lineer bir bobin dizisinden oluşur ve bu kısım jeneratör ya da kapasitör gibi güç kaynaklarıyla beslenir. Sürücü bobinin içine yerleştirilmiş mermi olarak tanımlanan hareketli diğer kısım ise genellikle, fırlatıcı yükü tutan pasif içi oyuk silindirik bir iletkenidir. Lineer indüksiyon fırlatıcısı asenkron indüksiyon motor ile aynı prensiple çalışır. Yani namlu kısmında üretilen yürüyen elektromanyetik dalga paketi mermi üzerinde akımlar indükler. Böylece

elektromanyetik dalga ile indüklenen akımlar arasındaki etkileşme mermi üzerinde itme kuvveti oluşturur. Bu olay, mermide indüklenen elektromanyetik kuvvetin hareketli kısmı sürüklediği anlamına gelir. Bu durumu daha detaylı açıklamak için Şekil 2.2’de sürücü ve mermi bobinleri tek birer bobin olarak modellenen Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı düşünölsün.



Şekil 2.2. Sürücü ve mermi bobinleri tek birer bobin olarak modellenen Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı modeli.



Şekil 2.3. Sürücü ve mermi bobininin üstten görünüşü.

Şekil 2.2 kapsamında Şekil 2.3’e göre Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı iç içe geçmiş halka biçimli iki iletken telden meydana gelmiş bir yapı olarak düşünülebilir. Gerçek modelleme bakımından iki halkanın aynı düzlemde olmaması ve içteki halkanın dışarıdan yerleştirilmesi nedeniyle, başlangıçta aynı eksen üzerinde bulunmaması gerekir. Yarıçapı büyük olan halka sürücü bobini, diğeri ise mermi

bobinini temsil etmek üzere, sürücü bobindeki zamana bağlı $I_1(t)$ akımı mermi bobini üzerinde azimutal yönde $I_2(t)$ akımı indükler [Kim et al, 1996]. Böylece sürücü bobindeki akımlar, mermi bobini üzerinde itici bir Lorentz kuvvetine sebep olurlar. Mermi bobini önce radyal (r) eksene göre dengeye gelerek, daha sonra (z) eksenini yönünde fırlar. Mermideki itici kuvvet manyetik akı yoğunluğunun radyal bileşeni ile mermide indüklenen akım yoğunluğunun çarpımına eşittir. Bu durumun net anlaşılması için Şekil 2.2'ye göre sürücü bobinin P noktasındaki oluşturduğu Vektör Potansiyeli, $\vec{A}$

$$A = A_\phi \vec{e}_\phi = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi r} \sqrt{(R_1 + r)^2 + z^2} \left[\left(1 - \frac{2R_1 r}{(R_1 + r)^2 + z^2}\right) \int_0^{\pi/2} \left(1 - \frac{4R_1 r}{(R_1 + r)^2 + z^2} \sin^2 \eta\right)^{1/2} d\eta - \int_0^{\pi/2} \left(1 - \frac{4R_1 r}{(R_1 + r)^2 + z^2} \sin^2 \eta\right)^{-1/2} d\eta \right] \quad (2.1)$$

olarak verilir [Smythe, 1950]. Burada $R = \sqrt{R_1^2 + r^2 + z^2 - 2R_1 r \cos \phi_1}$, $r = \sqrt{(y + R_2 \cos \phi_2)^2 + (R_2 \sin \phi_2)^2}$ olmak üzere $\vec{B} = \nabla \times \vec{A} = \vec{B} = \vec{B}_r \vec{e}_r + \vec{B}_\phi \vec{e}_\phi + \vec{B}_z \vec{e}_z$ Manyetik Endüksiyon Yoğunluğu alan bileşenlerinin değerleri

$$B_r = \frac{\mu_0 I_1 z}{2\pi r \sqrt{(R_1 + r)^2 + z^2}} \left[\left(\frac{R_1^2 - r^2 - z^2}{(R_1 - r)^2 + z^2}\right) \int_0^{\pi/2} \left(1 - \frac{4R_1 r}{(R_1 + r)^2 + z^2} \sin^2 \eta\right)^{1/2} d\eta - \int_0^{\pi/2} \left(1 - \frac{4R_1 r}{(R_1 + r)^2 + z^2} \sin^2 \eta\right)^{-1/2} d\eta \right] \quad (2.2)$$

$$\vec{B}_\phi = 0 \quad (2.3)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi\sqrt{(R_1 + r)^2 + z^2}} \left[\left(\frac{R_1^2 - r^2 - z^2}{(R_1 - r)^2 + z^2} \right) \int_0^{\pi/2} \left(1 - \frac{4R_1 r}{(R_1 + r)^2 + z^2} \sin^2 \eta \right)^{1/2} d\eta + \int_0^{\pi/2} \left(1 - \frac{4R_1 r}{(R_1 + r)^2 + z^2} \sin^2 \eta \right)^{-1/2} d\eta \right] \quad (2.4)$$

olarak hesaplanır [Kim et al, 1996]. Buradan sürücü bobin ile mermi bobini için Şekil 2.2. ve Şekil 2.3.'de gösterilen koordinat sistemleri arasında geçiş yapılırsa, $\vec{B}_r \vec{e}_r = \vec{B}'_r \vec{e}'_r + \vec{B}'_\phi \vec{e}'_\phi$ olmak üzere

$$B'_r = B_r \cos \left(\tan^{-1} \left(\frac{R_2 \sin \phi_2}{y + R_2 \cos \phi_2} \right) - \phi_2 \right) \quad (2.5)$$

$$B'_\phi = B_r \sin \left(\tan^{-1} \left(\frac{R_2 \sin \phi_2}{y + R_2 \cos \phi_2} \right) - \phi_2 \right) \quad (2.6)$$

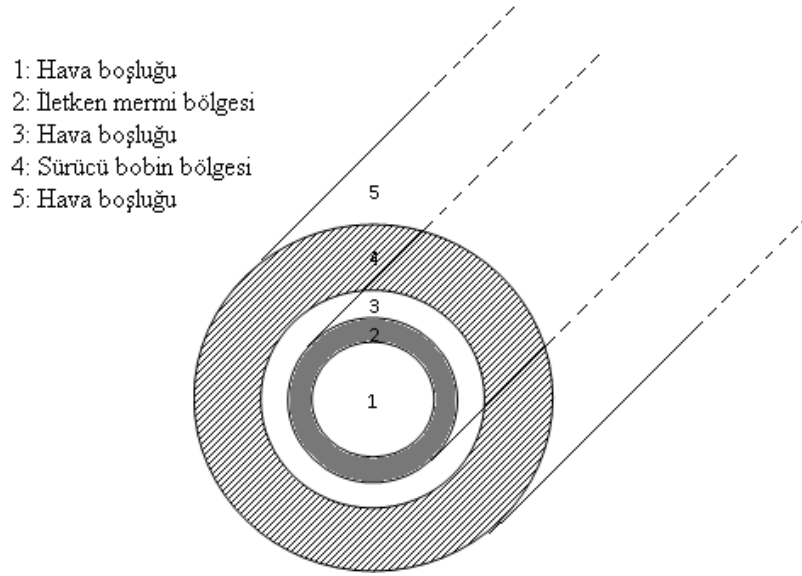
ilişkileri elde edilir. Bu bilgiler ışığında azimutal olarak $I_2 \vec{dl}$ akımı indüklenen mermi bobinine, sürücü bobin tarafından etkileyen Lorentz kuvveti

$$\begin{aligned} d\vec{F} &= I_2 \vec{dl} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{e}'_r & \vec{e}'_\phi & \vec{e}'_z \\ 0 & I_2 R_2 \phi_2 & 0 \\ B'_r & B'_\phi & B'_z \end{vmatrix} \\ &= [(I_2 R_2 d\phi_2 B'_z - B'_\phi 0) \vec{e}'_r - (B'_z 0 - B'_r 0) \vec{e}'_\phi + (B'_\phi 0 - I_2 R_2 d\phi_2 B'_r) \vec{e}'_z] \\ &= I_2 R_2 d\phi_2 B'_z \vec{e}'_r - I_2 R_2 d\phi_2 B'_r \vec{e}'_z = dF_r \vec{e}'_r + dF_z \vec{e}'_z \end{aligned} \quad (2.7)$$

olarak verilir. Buradan görüldüğü üzere mermi bobinine etki eden kuvvet radyal ($\vec{F}_r$) ve eksenel ($\vec{F}_z$) yönlerinde iki bileşenden meydana gelmektedir. Bu radyal yönde etki

eden kuvvetler merminin silindirik ve eksenel simetrik olmasından ötürü merkezleyici olarak etki eder. Bu da merminin sürücü bobine (namluya) değmeden sorunsuzca çıkmasını sağlar. Burada mermi bobinine etki eden $\vec{F}_r$ kuvveti için, ters yönde bir $\vec{F}_r$ Geri Çağırıcı Kuvvet oluşacağından mermi bobininin ortada dengede kalması sağlanır.

Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'nın daha gerçekçi bir modeli de beş bölgeden oluşan silindirik bir yapı olarak Şekil 2.4'de gösterildiği gibi düşünülebilir.



Şekil 2.4. Beş bölge silindirik Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı.

Elektromanyetik fırlatıcı tasarımında ana amaç mümkün olduğu kadar çok elektrik enerjisini mermi üzerinden kinetik enerjiye dönüştürüp, yüksek verim elde etmektir. Sonuç olarak fırlatıcı için etkin bir yürüyen elektromanyetik dalga üretilerek sürücü bobinler ile mermi arasında iyi bir kuplajlama yapılmalıdır. Sürücü bobinlerinde yayılım hızı yüksek bir elektromanyetik dalga elde etmek için, kaynak frekansını (jeneratör kutup sıklığını) arttırmak gerekir. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'nın performansının iyi olması için kullanılacak mermi malzemesi de ısı ve mekanik basınç sınırlarını karşılayabilecek şekilde uygun olmalıdır.

2.1.1. Bobinli Fırlatıcı Tasarımına Etki eden Faktörler

2.1.1.1. Merminin Başlangıç Pozisyonu

Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı tasarımında önemli aşamalardan birisi de merminin başlangıçtaki pozisyonudur. Başlangıçta yürüyen elektromanyetik dalgaların mermi içine etkin biçimde nüfuz edebilmesi faz (empedans) uyumluluğunu gerektirir. Başlangıçta mermi başlangıç pozisyonu durumuna göre faz uyumsuzlukları nedeni ile kuvvet ters yönde indüklenerek, merminin geriye doğru çekilmesine (bir çeşit geri tepme etkisi) sebep olabilmektedir. Merminin başlangıç pozisyonunun değiştirilmesi ile bu durumun etkisinin azaltılması mümkün olabilmektedir. Böylece mermi çıkış hızı artırılabilir. Bu durumun çok bölmeli fırlatıcılar (multi-section coilguns) kullanılması durumunda da görülmektedir. Öyle ki mermi bir bölümden diğerine geçerken, bölmeler arası faz (empedans) uyumsuzlukları nedeni ile ters yönde indüklenen kuvvetler mermi hızını yüksek oranda yavaşlatmaktadır. Bölmeler arasındaki ateşleme zamanlarının düzenlenmesi ile bu durumun etkisi azaltılabilmektedir [He et al, 1991].

2.1.1.2. Besleme Kaynağı ve Sürücü Bobinler

Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'nın sürücü bobini (namlusu), her biri bağımsız seri veya paralel bağlanmış alt bobinlerden oluşmuştur. Jeneratörler veya kapasitörler bu alt bobinlerin uygun elektriksel anahtarlama düzeneği ile elektriksel enerji sağlamak için kullanılırlar [Çoşkun ve Kalender, 2006].

- Jeneratörler: Üç fazlı bir düzeneğe bağlanmış sürücü bobinlere sahip jeneratörlerle beslenen bobinli fırlatıcıda faz voltajlarının frekansı (kutup sıklığı) direkt mermi hızını etkiler. Jeneratörün açık durum faz açısı jeneratörün açıldığı ana bağlıdır. Frekans uzayında yüksek harmoniklerin bir sonucu olarak mermide akımlar indüklenir. Dolayısıyla eş zamanlı hızda kuvvetler yok olmaz. Jeneratörlerle sürülen bir bobinli fırlatıcıda jeneratörün yapısından kaynaklanan *DC* bileşenlerden dolayı başlangıçta fazlarda asimetriklik meydana gelir. Asimetrik akım etkisine karşı pürüzsüz bir geçiş olması gerekliliğinden her bir faz için jeneratör düğmesi sıfır açma fazında açılmalıdır [He et al, 1991].

- Kapasitörler: Fırlatıcı tasarımında sürücü bobin birçok alt bölmeye ayrılarak her bir bölmedeki bobinler faz sayısı ile bağlanıp, her bir faz jeneratör yerine kapasitör dizisi ile beslenebilir. Kapasitör dizileri ile sürülen Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'lar anahtarların ateşleme dizisine göre farklı türleri mevcuttur. Bu tür beslemenin en büyük avantajı kapasitörlerin şarj edilerek, taşınabilir fırlatıcıların üretilmesine imkân sağlamasıdır. Mermi çıkış hızı jeneratör veya kapasitörler üzerinden anahtarlama tekniği ile de direkt ilişkilidir.

3. TEORİK YÖNTEMLER

Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'nın matematiksel modelini incelemek için

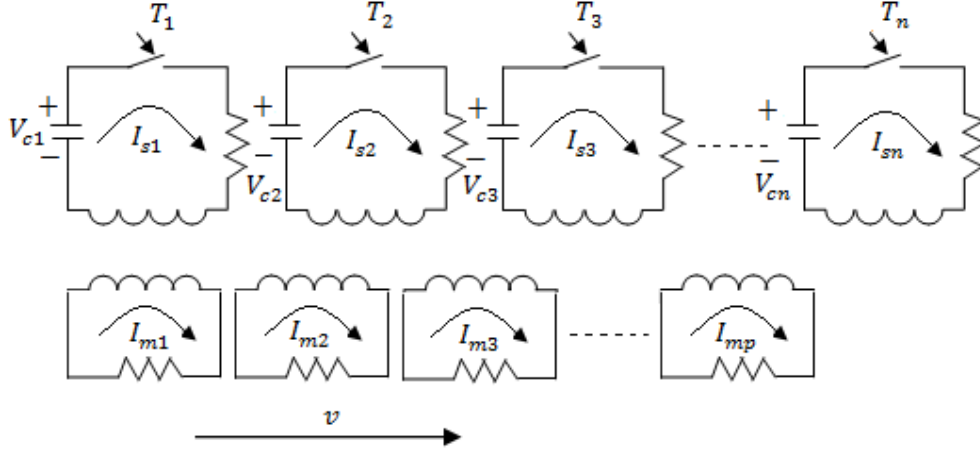
- İletim Hatları yöntemi,
- Akım Perdesi tekniği,
- Sonlu Elemanlar yöntemi,
- Zaman Uzayında Sonlu Farklar yöntemi

v.b. çeşitli analitik ya da sayısal yöntemler kullanılabilir [He et al, 1989], [He et al, 1991], [Chang et al, 1993]. İletim Hatları yönteminin bu problem için yaklaşık çözümler sunması, Akım Perdesi modelinin de sadece birkaç temel durum için geçerli olması ve Sonlu Elemanlar yöntemi ile fırlatıcı modellemesinin zaman uzayında zor olması, farklı bir yöntemle bu problemin tespit edilip çözülmesi ve sonuçlarının diğerleri ile karşılaştırılması bakımından önem arz etmektedir. Bununla beraber matematiksel modellerin çözüm kolaylığından dolayı genellikle frekans uzayında sürekli hal durumu için uygulanmasına karşın, Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'nın geçici halde (transient) çalışmakta olması, gerçekçi modellemenin zaman uzayında çözümler gerektirdiğini göstermektedir.

3.1. İletim Hatları Yöntemi

İletim Hatları yöntemi, devre elemanları kullanılarak fırlatıcının eş değer devresi ile modellemesine dayanır. Buna örnek olarak kapasitif olarak sürülen çok bölmeli Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı eş değer devre modeli Şekil 3.1'de gösterilmiştir [He et al, 1989].

Şekil 3.1'e göre mermi üzerinde indüklenmiş olan akımların eksensel dağılımı tek bir formda olmadığından, birbirlerine göre elektriksel olarak yalıtılmış alt bölümlere ayrılarak, her biri ayrı bir mermi bobini temsil edecek biçimde eş değer devre modellenmiştir.



Şekil 3.1. Kapasitif sürülen Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı eş değer devre modeli.

Mermi bobinlerinin sayısı istenilen doğruluk seviyesine göre değişir. Sürücü bobinlerin sayısı ise fırlatıcı sistemin performansını belirleyen

- Mermi çıkış hızı,
- Mermi ağırlığı,
- Mermi çapı,
- Namlu boyu

v.b. koşullara bağlıdır. Eş değer devrede sürücü bobinlerin sayısı n , mermi bobinlerinin sayısı m olarak verilmek üzere, Kirchoff'un gerilim yasası uygulanarak matris formda devre denklemleri

$$[V] = [R][I] + \frac{d}{dt}\{[L][I] + [M][I]\} \quad (3.1)$$

olarak elde edilir [He et al, 1989]. Burada $[V]$ sürücü ve mermi bobin gerilimlerini gösteren $m + n$ elemanlı sütun matrisi, $[I]$ sürücü ve mermi bobinlerinin akımını gösteren $m + n$ elemanlı sütun matrisi, $[R]$ sürücü ve mermi bobin dirençlerini değerlerini gösteren $m + n$ elemanlı çapraz matrisi, $[L]$ sürücü ve mermi bobin öz-indüktanslarını (self-inductance) değerlerini gösteren $m + n$ elemanlı çapraz matrisi, $[M]$ sürücü ve mermi bobinleri arasındaki ortak indüktans (mutual inductance) değerlerini gösteren $m + n$ elemanlı kare matrisi ifade eder. Burada ortak indüktans

değeri Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı için $[M]=[M(x)]$ olmak üzere mermi konumunun bir fonksiyonu olduğundan, konuma göre türevi

$$\frac{d}{dx}[M(x)] \neq 0 \quad (3.2)$$

olarak sıfırdan farklıdır. Bu durumda ortak indüktans konum ve zamana göre değişen bir fonksiyon olarak düşünülebilir. O halde (3.1) denklemindeki zamana göre türevi alınacak olan ortak indüktans ifadesi

$$\frac{d}{dt}\{[M][I]\} = [I]\frac{d}{dt}[M] + [M]\frac{d}{dt}[I] \quad (3.3)$$

olarak düzenlenip, (3.3)'deki ilk terimdeki zamana bağlı türev ifadesi

$$\frac{d}{dt}[M] = \frac{dx}{dt} \frac{d[M]}{dx} \quad (3.4)$$

olmak üzere, (3.1) denklemi yeniden düzenlenirse

$$[V] = [R][I] + \{[L] + [M]\}\frac{d}{dt}[I] + v_{mermi}\frac{d[M]}{dx}[I] \quad (3.5)$$

halini alır. Bu denklem de daha genel olarak düzenlenirse, Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'yı modelleyen eş değer devre denklemi

$$\{[L] + [M]\}\frac{d}{dt}[I] = [V] - [R][I] - v_{mermi}\frac{d[M]}{dx}[I] \quad (3.6)$$

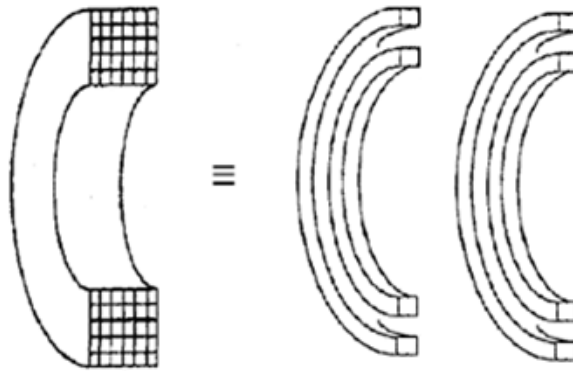
olarak elde edilir. Burada mermi hızı $v_{mermi} = dx/dt$ bağıntısı ile hesaplanmıştır. Buradan ek olarak mermi üzerine etkiyen Lorentz kuvveti $F = (1/2)[I]^T(dM/dx)[I]$ olmak üzere

$$F = m_{mermi} a_{mermi} = m_{mermi} \frac{d}{dt} v_{mermi} = \sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n I_k^{mermi} I_l^{sürücü} \frac{dM_{kl}}{dx} \quad (3.7)$$

biçiminde elde edilir. Burada m_{mermi} merminin kütlesini, a_{mermi} mermi ivmesini gösterir. İletim Hatları yöntemi özellikle sürücü bobin ile mermi arasındaki ortak indüktansın dinamik olarak hesaplanmasını gerektirdiğinden dolayı kolay bir yöntem değildir [He et al, 1989].

3.1.1. Akım Lifleri Tekniği

İletim Hatları yöntemini temel alan Akım Lifleri tekniğinde Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'nın iletken kısımları olan sürücü ve mermi bobinleri uniform akım dağılımlarına sahip birim elemanlara bölünerek, her bir birim eleman akım lifleri olarak tanımlanarak modellenir. Buradan her bir birim elemanın direnç, öz-indüktans ve ortak-indüktans gibi elektriksel parametreleri hesaplanarak fırlatıcı sistemi modelleyen eş değer ağ matrisi ortaya çıkarılır. Fırlatıcı sistemde sürücü ve mermi bobinlerinin ayrıklaştırılmasıyla elde edilen birim elemanların sayısı eş değer ağ matrisinin dallarını ve sistem denklemlerinin çözümünü belirler. Buna göre aşağıdaki şekilde sürücü (ya da mermi) bobini eş değeri tekli birim alt bölümlerden oluşmuş birim bobinlerin toplamı olarak gösterilmiştir [Azzerboni et al, 1993].



Şekil 3.2. Sürücü (ya da mermi) bobininin birim alt bobinlerden oluşturulan yapısı.

Bu halde Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı, sürücü bobini sabit, hareketli kısım olan mermi bobini sabit hızda hareketli birer referans sisteminde tanımlanarak

modellenebilir. Buna göre sürücü bobini üzerindeki elektrik ve manyetik alan $\vec{E}_{statik}$ ve $\vec{H}_{statik}$ olmak üzere mermiye etki eden Lorentz kuvveti

$$\vec{F} = q(\vec{E}_{statik} + \vec{v} \times \vec{B}_{statik}) \quad (3.8)$$

şeklinde hareketli referans sisteminde ifade edilir [İdemen, 1996]. Mermi üzerinde manyetik alan dönüşümü $\vec{B} = \vec{B}_{statik}$ olacağından, $v = v_{mermi}$ iken $\vec{J}_{sürücü} = \vec{J}_\theta$, $\vec{A} = \vec{A}_\theta$, $\vec{B} = \vec{B}_r + \vec{B}_z$ ve $\vec{E} = \vec{J}_k / \sigma_k$ olmak üzere, kuvvet üzerinden

$$\vec{E} = \vec{E}' + \vec{v} \times \vec{B} \quad (3.9)$$

bağıntısı yazılabilir. Özel olarak kuvvet denklemi skaler ve vektörel potansiyeller ile

$$\begin{aligned} \frac{\vec{J}_k}{\sigma_k} &= -\nabla V_k - \frac{\partial \vec{A}_k}{\partial t} + \vec{v}_{mermi} \times (\nabla \times \vec{A}_k) \\ \Rightarrow -\nabla V_k &= \frac{\vec{J}_k}{\sigma_k} + \frac{\partial \vec{A}_k}{\partial t} - \vec{v}_{mermi} \times (\nabla \times \vec{A}_k) \end{aligned} \quad (3.10)$$

biçiminde de yeniden ifade edilebilir. Burada k indisi z koordinatında ikame edilmiş her bir birim alt bobine ait büyüklükleri tanımlar. Sistemin lineer olarak modellenmesi dolayısı ile n adet akım lifine sahip sürücü bobini ile m adet akım lifine sahip mermi bobini için (3.10) denklemi

$$\begin{aligned} -\nabla V_k &= \frac{\vec{J}_k}{\sigma_k} + \sum_{j=1}^{n+m} \left(\frac{\partial \vec{A}_j}{\partial t} - \vec{v}_{mermi} \times \nabla \times \vec{A}_j \right) \\ &= \frac{\vec{J}_k}{\sigma_k} + \sum_{j=1}^{n+m} \left(\frac{\partial \vec{A}_j}{\partial t} - \vec{v}_{mermi} \frac{\partial \vec{A}_j}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3.11)$$

olarak düzenlenebilir. Buradan (3.11)'in çizgisel integrali alınarak

$$-\int_{l_1} \nabla V_k d\vec{l}_1 = \int_{l_1} \frac{\vec{J}_k}{\sigma_k} d\vec{l}_1 + \int_{l_1} \sum_{j=1}^{n+m} \left(\frac{\partial \vec{A}_j}{\partial t} - \vec{v}_{mermi} \frac{\partial \vec{A}_j}{\partial z} \right) d\vec{l}_1 \quad (3.12)$$

bulunur. Bu durumda denklemin sol tarafındaki terim çizgisel olarak integre edilip çözümlerse k 'ya bağlı potansiyel ifade

$$-\int_{l_1} \nabla V_k d\vec{l}_1 = -\int_A^B \left(\frac{\partial V_k}{\partial l_1} \vec{e}_t + \frac{\partial V_k}{\partial n_1} \vec{e}_n \right) dl_1 \vec{e}_t = -\int_A^B \left(\frac{\partial V_k}{\partial l_1} \right) dl_1 = V_k \quad (3.13)$$

biçiminde elde edilir. Burada $\vec{e}_t$ teğetsel, $\vec{e}_n$ dik birim vektörü gösterir. Yine (3.12) denklemin sağ tarafındaki ilk terimde

$$\begin{aligned} \int_{l_1} \frac{\vec{J}_k}{\sigma_k} d\vec{l}_1 &= \frac{1}{s_k} \int_{s_k} \int_{l_1} \frac{\vec{J}_k}{\sigma_k} d\vec{l}_1 ds_k \\ &= \int_{l_1} \frac{1}{\sigma_k} \frac{\overbrace{\int_{s_k} \vec{J}_k ds_k}^{I_k}}{s_k} dl_1 = \frac{1}{\sigma_k s_k} \frac{I_k}{s_k} \int_{l_1} dl_1 = \left(\frac{1}{\sigma_k s_k} \right) I_k = R_k I_k \end{aligned} \quad (3.14)$$

olarak düzenlenebilir. Ayrıca Biot-Savart yasasına göre Manyetik Vektör Potansiyeli ifadesi

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi} \int_v \frac{\vec{J}}{r} dv = \frac{\mu}{4\pi} \int_c \int_s \frac{\vec{J} \vec{e}_t}{r} dc \quad (3.15)$$

olarak yazılarak, (3.12) denkleminin sağ tarafındaki ikinci terimde yerine konulursa, bu terim üzerinden manyetik akı yoğunluğunun sürücü ve mermi bobin liflerinin toplamına bağlı olarak zamana ve konuma göre değişimi

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=1}^{n+m} \frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\left\{ \int_c \frac{\mu}{4\pi} \int_{l_1} \int_s \frac{\vec{e}_t \vec{e}_{t_1}}{r} dcdl_1 J ds \right\}}_{\substack{M_{kj} \\ \phi_{kj}}} \\
& - \sum_{j=1+n}^{n+m} v_{mermi} \frac{\partial}{\partial z} \underbrace{\left\{ \int_c \frac{\mu}{4\pi} \int_{l_1} \int_s \frac{\vec{e}_t \vec{e}_{t_1}}{r} dcdl_1 J ds \right\}}_{\substack{M_{kj} \\ \phi_{kj}}}
\end{aligned} \tag{3.16}$$

olmak üzere Manyetik Akı Yoğunluğu $\phi_{kj} = \int_c M_{kj} J ds = M_{kj} \int_c J ds = M_{kj} I$ bulunarak (3.12) denklemini yeniden düzenlenirse

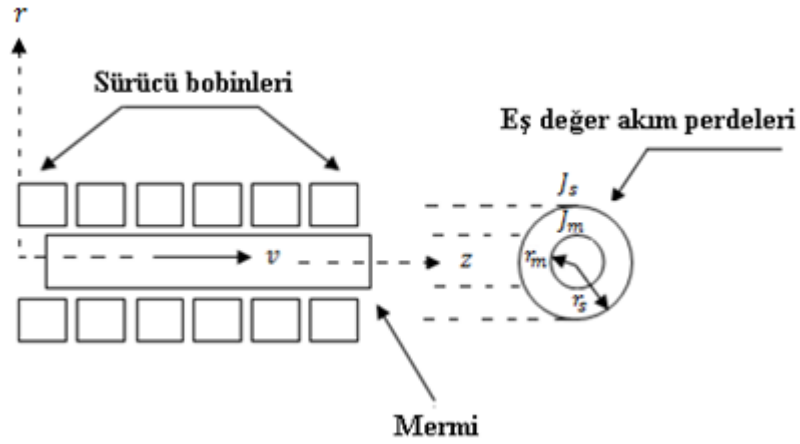
$$V_k = R_k I_k + \sum_{j=1}^{n+m} M_{kj} \frac{dI_j}{dt} - \sum_{j=1+n}^{n+m} v_{mermi} \frac{\partial (M_{kj} I_j)}{\partial x} \tag{3.17}$$

halini alır. Burada M_{kj} sürücü ve mermi bobinleri arasındaki ortak indüktansı gösterir. Böylece sistem $n + m$ halkalarıyla ilgili İletim Hatları yöntemi için eş değer devre oluşturur. Burada $[L] = [M_{jj}(= L_{jj}) + M_{jk}]$ olmak üzere bobinlerin öz ve ortak indüktansları matris olarak tanımlanmıştır. Buradan anlaşılacağı üzere Akım Lifleri tekniği ile çözüm aslında daha önce de bahsedilen İletim Hatları yöntemi ile yapılan çözümden başka bir şey değildir. Bu nedenle yine dinamik olarak ortak indüktans hesabına ihtiyaç duyduğundan uygulanması zordur.

3.2. Akım Perdesi Yöntemi

Akım Perdesi yönteminde sürücü bobin akımları ve mermideki indüklenmiş akımlar Şekil 3.3’de gösterildiği üzere eş değer akım perdeleri ile tanımlanmıştır [He et al, 1991]. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcının sürücü bobini çok sayıda seri bağlanmış alt birim bobinler içerdiğinden akım dağılımı, homojen seçilebilir. Mermi iletken olduğundan deri kalınlığı (skin depth) önem taşır. Bununla beraber mermi malzemesinden en iyi şekilde yararlanmak için, sürücü bobin radyal yönde akım

dağılımının homojen olmasına özen gösterilmelidir. Bu durum sürücü bobini ve mermi bobininde radyal yönde deri etkisinin ihmal edilebileceğini gösterir. Böylece sürücü ve mermi bobinindeki akım dağılımları, akım yoğunluğu sonsuza giderken iletken kalınlığının sıfıra götürülmesi ile sadece yüzey akım perdelerine indirgenebilir. Buna göre sürücü bobininde $\vec{J}_s$ yüzey akım yoğunluğu azimutal olarak yönelmiş olan etkin r_s yarıçapı ile mevzilenmiştir. $\vec{J}_m$, ise r_m yarıçaplı mermide mevzilenmiş indüklenen yüzey akım yoğunluğudur.



Şekil 3.3. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı akım perdesi eş değeri.

Buna göre sürücü bobin (kaynak) yüzey akımları

$$\vec{J}_s = J_s \cos(\omega t - \beta z) \vec{e}_\theta = \text{Re}\{J_s e^{j(\omega t - \beta z)}\} \vec{e}_\theta \quad (3.18)$$

olarak gösterilir. Burada ω radyal frekansı olmak üzere, $\beta = \omega/c = \pi/\tau$ dalga sayısı olup, τ jeneratör kutup sıklığını gösterir. Bu durumda eksensel simetrik silindirik koordinatlarda sürücü bobine ait Manyetik Vektör Potansiyel azimutal bileşeni A_θ^s

$$\frac{d^2 A_\theta^s}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dA_\theta^s}{dr} - \left(\beta^2 + \frac{1}{r^2} \right) A_\theta^s = 0 \quad (3.19)$$

olarak yazılabilir. Buradan $\vec{H} = \vec{B}/\mu_0$ ve $\nabla \times \vec{B} = \vec{A}$ olmak üzere verilen

$$H_z(r_s^+) - H_z(r_s^-) = J_s, \quad B_r(r_s^+) = B_r(r_s^-), \quad A(\infty) = 0 \quad (3.20)$$

sınır koşulları sağlanır. Böylece A_θ^s verilen sınır koşulları altında

$$A_\theta^s = \begin{cases} \mu_0 J_s r_s I_1(\beta r_s) K_1(\beta r) & , \quad r_s \leq r < \infty \\ \mu_0 J_s r_s I_1(\beta r_s) K_1(\beta r) & , \quad 0 \leq r < r_s \end{cases} \quad (3.21)$$

olarak bulunur. Burada I_1 ve K_1 değiştirilmiş Bessel fonksiyonlarıdır. Mermi hızı v olarak alınır. r_s etkin yarıçapında yerleştirilmiş J_s sürücü bobini akım yoğunluğundan dolayı mermide A_θ^m Manyetik Vektör Potansiyeli indüklenir ve

$$A_\theta^m = \begin{cases} \mu_0 J_m r_m I_1(\beta r_m) K_1(\beta r) & , \quad r_m \leq r < \infty \\ \mu_0 J_m r_m I_1(\beta r_m) K_1(\beta r) & , \quad 0 \leq r < r_m \end{cases} \quad (3.22)$$

olarak hesaplanır. Bununla birlikte mermide indüklenen akım yoğunluğu J_m bilinmeyen bir büyüklük olup, belirlemek için akım yoğunluklarından dolayı oluşan alan katkıları da göz önüne alınarak $r = r_m$ sınırında

$$J_m = a_m \sigma_m (E_\theta^s + E_\theta^m + v(B_r^s + B_r^m)) \quad (3.23)$$

olarak verilir. Burada a_m ve σ_m sırasıyla merminin kalınlığı ve iletkenliğidir. E_θ^s ve E_θ^m ise $r = r_m$ sınırında sürücü bobin ve mermi bobinine ait elektrik alanların azimutal bileşenleridir. B_r^s ve B_r^m ise $r = r_m$ sınırında sürücü bobin ve mermi bobinine ait Manyetik İndüksiyon Alanı radyal bileşenleridir. Bu durumda $E_m = -j\omega A_\theta$ ve $B_s = j\beta A_\theta$ olmak üzere (3.21) ve (3.22)'deki denklemler ilişkilendirilerek mermide indüklenen akım yoğunluğu, J_m

$$J_m = -j\beta a_m \sigma_m s v_m \mu_0 [(J_s r_s K_1(\beta r_s) I_1(\beta r_m)) + (J_m r_m K_1(\beta r_m) I_1(\beta r_m))] \quad (3.24)$$

olarak yazılabilir. Burada v_m senkron hızdır olmak üzere, elektromanyetik dalga hızı ile mermi hızı arasındaki kayma farkı (slip) $s = (v_m - v)/v_m$ olarak yukarıdaki denklem yeniden düzenlenerek

$$J_m = \frac{-sr_s K_1(\beta r_s) J_s}{r_m K_1(\beta r_m) \sqrt{s_c^2 + s^2}} \angle \phi \quad (3.25)$$

halini alır. Burada $\phi = \tan^{-1}(s_0/s)$ sürücü ile mermi akım perdeleri arasındaki faz kayması, s_c itme kuvvetinin en yüksek değerini aldığı andaki kritik kayma değeri olup, $\beta r_s \gg 1$ durumunda $s_c = 2/(\mu_0 \sigma_m a_m v_m)$ olarak verilir [He et al, 1991]. Görüleceği üzere kritik kayma direkt olarak merminin iletkenliği, kalınlığı ve senkron hızı ile ilgilidir. Verilen sürücü bobin aralık uzunluğu için mermi akımı s/s_c oranına kuvvetle bağlıdır. Buradan $r = r_m$ mermi sınırında (3.22) (3.23) ve (3.25) denklemleri arasında ilişki kurularak, Manyetik Endüksiyon Alanı radyal bileşeni

$$B_r = j\beta(A_\theta^s + A_\theta^m) = s_c \mu_0 \beta I_1(\beta r_m) K_1(\beta r_s) J_s / \sqrt{s^2 + s_c^2} \quad (3.26)$$

olarak bulunur Mermide oluşan itme kuvveti mermide indüklenen akım yoğunluğu ile Manyetik Endüksiyon Alan yoğunluğunun radyal bileşeninin çarpımına eşittir. Buna göre mermi üzerindeki yerel kuvvet zamanın ve konumun birer fonksiyonu olup, genliği $F_{z,m}$ olmak üzere

$$f_z = J_m(z, t) B_r(z, t) = F_{z,m} \{ \cos[2(\omega t - \beta z + \phi)] + 1 \} \quad (3.27)$$

$$F_{z,m} = \frac{ss_c \mu_0 \beta r_s^2 K_1^2(\beta r_s) I_1(\beta r_m) J_s^2}{(s_c^2 + s^2) 2r_m K_1(\beta r_m)} \text{ (N/m}^2\text{)} \quad (3.28)$$

olarak yazılır. Özel olarak kritik kayma durumunda kuvvetin genliği

$$F_{z,max} = \mu_0 \beta r_b^2 K_1^2(\beta r_b) I_1(\beta r_s) K_b^2 / 4 r_s K_1(\beta r_s) \quad (3.29)$$

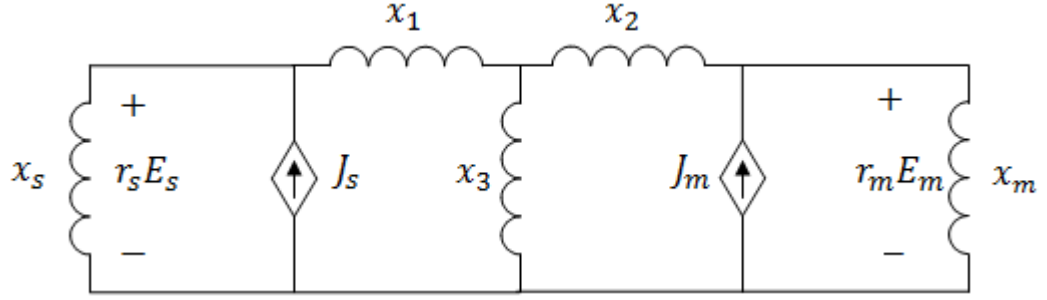
olarak en yüksek değerini alır. Burada sürücü bobin ile mermi bobini arasındaki kuplajlama fonksiyonu güç faktörü ile ifade edilir. Bobinli fırlatıcılarda ferromanyetik malzemeler kullanılmadığından güç faktörü düşüktür. Bunun bir sonucu olarak elektromanyetik enerji bobinli fırlatıcının etrafında her yerde depolanır [He et al, 1991]. Bu durumda Bobinli fırlatıcıya ilişkin kuplajlama fonksiyonu Ω

$$\Omega = \frac{I_1(\beta r_m) K_1(\beta r_s)}{I_1(\beta r_s) K_1(\beta r_m)} \quad (3.30)$$

olarak verilir. Akım Perdesi yöntemi özellikle mermide indüklenen akımın sadece yüzeyde aktığı varsayımına bağlı olduğundan mermi kalınlığı ve iletkenlik etkisi deri kalınlığı kapsamında gerçekçi biçimde dikkate alınmadığından, daha gerçekçi modelleme için yetersizdir.

3.3. Akım Perdesi ve İletim Hatları Hibrit Yöntemi

Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı modellenmesinde İletim Hatları yöntemi veya Akım Perdesi yöntemi tek başına kullanılabileceği gibi, bu iki yöntemin bir arada bulunduğu hibrit bir yöntem de ortaya koymak mümkündür. Böylece elektromanyetik parametreler ile devre parametreleri arasında ilişki kurularak fırlatıcı yapısı daha gerçekçi modellenerek, mermiye etki eden kuvvet hesaplanabilir. Bu amaç için Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'nın, İletim Hatları yöntemi ve Akım Perdesi yönteminin birlikte kullanıldığı durumda eş değer devresi Şekil 3.4'de gösterilmiştir.



Şekil 3.4. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı İletim Hatları yöntemi ve Akım Perdesi yöntemi hibrit devre eş değeri.

Burada J_s ve J_m akım perdesi eş değerinden gelen eş değer sürücü ve mermi akım yoğunlukları, r_s ve r_m sürücü bobin ve mermi bobini yarıçapı, E_s ve E_m sürücü bobin ve mermi bobini elektrik alan yoğunlukları olup, eş değer devre reaktans ifadeleri

$$x_m = \frac{\omega \mu I_1(k_z r_m)}{k_z I_0(k_z r_m)} r_m \quad (3.31)$$

$$x_s = \frac{\omega \mu I_1(k_z r_s)}{k_z I_0(k_z r_s)} r_s \quad (3.32)$$

$$x_1 = x_3 [k_z r_s (K_0(k_z r_m) I_1(k_z r_s) + I_0(k_z r_m) K_0(k_z r_s)) - 1] \quad (3.33)$$

$$x_2 = x_3 [k_z r_s (K_1(k_z r_m) I_0(k_z r_s) + I_1(k_z r_m) K_0(k_z r_s)) - 1] \quad (3.34)$$

$$x_3 = \frac{\omega \mu}{k_z^2} \frac{1}{K_0(k_z r_m) I_0(k_z r_s) - I_0(k_z r_m) K_0(k_z r_s)} \quad (3.35)$$

olarak verilir [He et al, 1993]. Burada x_1 , x_2 , x_3 sürücü bobin ile mermi arasındaki kuplaja bağlı olan reaktanslar olup, x_s ve x_m ise sürücü bobinin iç ve dış uzaya bakan eş değer reaktanslarını ifade eder. Bu durumda sürücü bobin direnci ihmal edilmek üzere, mermi üzerinde oluşan itici kuvvet

$$F = \frac{2}{\phi} \frac{\frac{W_0 V_0^2}{4\pi\mu_0 N_0^2 v_m^2 r_s}}{\frac{s}{\phi} + \frac{\frac{\mu_0 \sigma_m a_m v_m}{s}}{\mu_0 \sigma_m a_m v_m}} \quad (3.36)$$

olarak verilir. Burada W_0 her bir sürücü bobinin eksensel uzunluğu, N_0 her bir bobine ilişkin sarım sayısı, V_0 her bir bobine ait gerilimi, σ_m mermi iletkenliği, v_m mermi hızı, a_m mermi kalınlığı, r_s sürücü bobinin yarıçapı, s elektromanyetik dalga hızı ile mermi hızı arasındaki kayma farkı olup ϕ ve φ değerleri

$$\phi = \frac{x_1 x_3 + x_2 (x_1 + x_3)}{\mu_0 v_m} \frac{x_1 x_3 + (x_2 + x_a)(x_1 + x_3)}{r_s x_a x_3^2} \quad (3.37)$$

$$\varphi = r_m v_m \mu_0 \left\{ \frac{1}{x_a} + \frac{(x_1 + x_3)}{(x_1 + x_3)x_2 + x_1 x_3} \right\} \quad (3.38)$$

olarak verilir [He et al, 1993]. Akım Perdesi ve İletim Hatları Hibrit yöntemi de her bir yöntem için daha önce bahsedilen dezavantajları nedeni ile zorluklara sahiptir.

3.4. Sonlu Elemanlar Yöntemi

Sonlu Elemanlar (Finite Element) yöntemi ile ilgili bölgenin alan analizleri, bölgenin alt bölgelere yoğunluğa göre ayrıklaştırılmasıyla elde edilir. Sonlu Elemanlar yöntemi ile ayrıklaştırılamayan bölgelerin analizinde Sınır Elemanlar (Boundary Element) yöntemi kullanılır. Bu yöntemlerin birlikte değerlendirilmesi ile fırlatıcının elektromanyetik ve yapısal büyüklükleri arasında ilişkiler kurulmuştur. [Cristina and Napoli, 1983]. Daha sonraları Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı geçici hal davranışlarını analiz etmek amacıyla Sonlu ve Sınır Elemanları yöntemleri birleştirilerek hibrit potansiyeller ile bobinli fırlatıcı modeli analiz edilmiştir [Chang et al, 1993]. Ayrıca merminin asimetrik ve eğimli durumları için Sonlu Elemanlar yöntemi ile devre eş değeri karşılaştırma amaçlı çalışmalar da yapılmıştır [Hainsworth et al, 1993]. Sonlu Elemanlar yöntemi ile yapılan Bobinli

Elektromanyetik Fırlatıcı modellemesi çalışmalarında ortaya çıkan temel zorluklardan biri merminin hareketinin zaman uzayında analiz edilememesidir. Çünkü klasik Sonlu Elemanlar veya Sınır Elemanlar yöntemi Helmholtz denkleminin çözümlerini frekans uzayında vermektedir. Bundan dolayı zamana göre değişen ve ivmeli mermi hareketinin modellenebilmesi için mermi konumunun değiştirilerek oluşan yeni problemin her mermi konumu için tekrardan çözümlerin elde edilmesi gerekmektedir. Bu durumda toplam hesap zamanının yüksek olması bakımından bu durum önemli bir dezavantaj olarak gözükmektedir. Bu nedenle bahsedildiği üzere özellikle ivmeli mermi hareketlerinin direkt zaman uzayında modellenmesi bakımından fırlatıcıların geçici hal (transient) rejimde çalıştıkları da dikkate alınarak Sonlu ve Sınır Elemanları yöntemlerinin zaman uzayı versiyonlarının kullanılması daha uygun olacaktır. Bununla birlikte, hali hazırda literatürde Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcılar için bu tür bir çalışmaya rastlanmamış olup, bu yöntemlerin gerçekleştirilmesindeki güçlükler nedeni ile bu tez çalışmasında, Zaman Uzayında Sonlu Farklar yöntemi kullanılarak, Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı modelleneyecektir.

4. ZAMAN UZAYINDA SONLU FARKLAR

Elektromanyetik uygulamalarda Zaman Uzayında Sonlu Farklar, ZUSF (Finite Difference Time Domain, FDTD) yöntemi, Maxwell denklemlerindeki zaman ve konum bağımlı analitik türevlerin temelde sayısal merkezi farklar eş değerleri ile değiştirilerek, zamanda iteratif olarak çözümüne dayanır [Yee, 1966]. Burada kullanılan sayısal merkezi fark türev eş değerleri Taylor serisi kullanılarak zamanda ve konumda çoğunlukla ikinci mertebeden hataya sahip olacak biçimde elde edilir. ZUSF yöntemi genellikle kartezyen koordinatlar üzerine kurulu olarak uygulanmakla birlikte, daha az yaygın olmakla beraber silindirik ve küresel koordinatlara da uygulanması mümkündür. ZUSF yönteminin kartezyen koordinatlarda uygulanması durumundaki temel zorluk, özellikle karmaşık geometriye sahip cisimlerin varlığı durumunda bu cisimlerin geometrik/elektromanyetik tanımlarının yapılabilmesi için merdivenleme (staircasing) tekniğini kullanılmasının zorunluluğu nedeni ile ortaya çıkan ızgaralama faz hatalardır. Bu nedenle eğer ilgili cisim geometrik olarak silindirik veya küresel v.b. temel koordinat sistemlerinden biri veya birlikte kullanılmaları ile tanımlanmaya uygunsa (kanonik yapı), kartezyen koordinatlar yerine uygun koordinat sisteminde ZUSF yöntemi ile çözümün elde edilmesi daha doğru olacaktır. Bu tez çalışmasında incelenen Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı problemi silindirik koordinatlarda tanımlanmaya daha uygun olduğundan, ZUSF çözümünde silindirik koordinatlar uygulanmıştır.

ZUSF yöntemi hangi koordinat sisteminde uygulanırsa uygulanılsın, çözümün yeteri doğrulukta ve fiziksel şartları karşılayabilmesi bakımından belirli temel kistas ve koşullar altında gerçekleşmesi gerekir. Bu koşullar silindirik koordinatlarda ZUSF yöntemi uygulaması için genel olarak

- Kararlılık koşulları,
- Tekilliğin düzenlenmesi,
- Soğurucu Sınır Koşulları

ve Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı problemine özel olarak

- Üstel Fark uygulaması,
- Kuvazi-Statik yaklaşımı,
- Hareketli cisim uygulaması,
- Yürüyen dalgali kaynak uygulaması

olmak üzere ele alınmalıdır. Bahsedilen tüm bu adımlar hakkında ileriki bölümlerde daha detaylı bilgi verilecek olup, özellikle silindirik koordinatlarda her biri için uygulamalar yapılacaktır. Bu aşamada öncelikle aşağıda ZUSF yönteminin temellerinden bahsedilsin.

4.1. ZUSF Yöntemi ve Maxwell Denklemleri

Zaman Uzayında Sonlu Farklar (ZUSF) yöntemi temelde Taylor serisi açılımı ile belirli bir hata kapsamında birinci (veya ikinci, üçüncü, ...) mertebeden bir türevin sayısal eş değerinin yaklaşık seri açılımı ifadesi üzerine dayalıdır. Buna göre silindirik koordinatlarda ele alınan bir $f = f(r, \phi, z)$ fonksiyonunu sadece z 'e göre kısmi türevi $\partial f(r, \phi, z)/\partial z$ düşünölsün. $f(z)$ fonksiyonunun $z = z_i$ civarında Taylor serisi açılımı

$$\begin{aligned}
 f(z) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(z_i)}{n!} (z - z_i)^n \\
 &= f(z)|_{z=z_i} + (z - z_i)f'(z)|_{z=z_i} + \frac{(z - z_i)^2}{2!} f''(z)|_{z=z_i} + \dots
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

iken $(z - z_i) = h$ olarak seçilmek üzere $z = z_i + h$ olarak

$$f(z_i + h) = f(z_i) + hf'(z_i) + \frac{h^2}{2} f''(z_i) + \dots \tag{4.2}$$

şeklinde yazılabilir. Burada özel olarak $z = z_i$ için hesap yapıldığı hatırlanarak

$$f(z+h) = f(z) + hf'(z) + \frac{h^2}{2}f''(z) + \frac{h^3}{6}f'''(z) + \dots \quad (4.3)$$

olmak üzere

$$\frac{f(z+h) - f(z)}{h} = f'(z) + \frac{h}{2}f''(z) + \frac{h^2}{6}f'''(z) + \dots \quad (4.4)$$

bulunur. Benzer şekilde

$$f(z-h) = f(z) - hf'(z) + \frac{h^2}{2}f''(z) - \frac{h^3}{6}f'''(z) + \dots \quad (4.5)$$

ve

$$-\frac{f(z-h) - f(z)}{h} = f'(z) - \frac{h}{2}f''(z) + \frac{h^2}{6}f'''(z) - \dots \quad (4.6)$$

olmak üzere, (4.4) ve (4.6) denklemleri taraf tarafa toplanırsa *merkezi farklar* olarak bilinen

$$\frac{f(z+h) - f(z-h)}{2h} = f'(z) + \frac{h^2}{6}f'''(z) + \dots \quad (4.7)$$

ilişkisi bulunur. Burada ikinci mertebeden hata $O(h^2)$ kabulü ile, birinci mertebeden sayısal merkezi fark türevi

$$f'(z) = \frac{f(z+h) - f(z-h)}{2h} + O(h^2) \quad (4.8)$$

olarak ifade edilebilir. Burada $2h$ türevin alınmasında kullanılan $f(z+h)$ ve $f(z-h)$ noktaları arasındaki uzaklığı gösterir. Böylece en başta ele alınan $\partial f(r, \phi, z)/\partial z$ kısmi türevi sayısal olarak

$$\frac{\partial f(r, \phi, z)}{\partial z} \cong \frac{f(r, \phi, z+h) - f(r, \phi, z-h)}{2h} \quad (4.9)$$

biçiminde yazılabilir.

Yukarıda anlatılanlar kapsamında ZUSF yöntemi ile Maxwell denklemlerindeki zaman ve konum bağımlı tüm türevler düzenlenerek, zamanda iteratif olarak çözüm sağlanabilir. Buna göre Maxwell denklemleri

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} \\ \nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) &= \frac{\partial \vec{D}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{j}^\sigma(\vec{r}, t) + \vec{j}^{kaynak}(\vec{r}, t) \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\nabla \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = \rho(\vec{r}, t)$$

$$\nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0$$

olarak ele alınsın. Burada konum-zaman $(\vec{r}, t)$ bağımlı olarak $\vec{E}(\vec{r}, t)$ ve $\vec{D}(\vec{r}, t)$ sırası ile Elektrik alan (V/m) ve Yer Değiştirme alan (C/m^2) vektörünü, $\vec{H}(\vec{r}, t)$ ve $\vec{B}(\vec{r}, t)$ Manyetik alan (A/m) ve Manyetik Endüksiyon alan ($Weber/m^2$) vektörünü gösterir. Yine (∇) , Nabla operatörünü ve $\vec{j}^\sigma(\vec{r}, t)$, $\vec{j}^{kaynak}(\vec{r}, t)$ ve $\rho(\vec{r}, t)$ ise sırası ile İletkenlik Akım yoğunluğu (A/m^2), Kaynak Akım yoğunluğu (A/m^2) ve Hacimsel Elektrik Yük yoğunluğunu (C/m^3) gösterir.

Bu aşamada öncelikle Maxwell denklemlerindeki zamana bağlı türevler ikinci mertebeden doğrulukla merkezi farklar biçiminde ele alınsın. Burada tüm alan

bileşenlerinin argümanları $f(\vec{r}, t) = f(\vec{r}, n\Delta t) = f^n(\vec{r})$ biçiminde gösterilmek üzere, zamanda n anında türev alınsın (Δt birim zaman adımı). Bu durumda birinci Maxwell denklemi

$$\nabla \times \vec{E}^n(\vec{r}) = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B}^n(\vec{r}) \Rightarrow \nabla \times \vec{E}^n(\vec{r}) = -\frac{\vec{B}^{n+1/2}(\vec{r}) - \vec{B}^{n-1/2}(\vec{r})}{\Delta t} \quad (4.11)$$

olmak üzere, zamanda en ileri terim olan $\vec{B}^{n+1/2}(\vec{r})$ için düzenlenirse

$$\vec{B}^{n+1/2}(\vec{r}) \cong \vec{B}^{n-1/2}(\vec{r}) - \Delta t [\nabla \times \vec{E}^n(\vec{r})] \quad (4.12)$$

olarak bulunur. Burada Manyetik Endüksiyon vektörü (zaman türevi n anında alınması nedeni ile) zamanda $n + 1/2$ anlarında hesaplanması gerektiğinden, $\vec{B} = \mu \vec{H}$ olmak üzere zamanda uyumluluğunun sağlanması bakımından ikinci Maxwell denklemi $n + 1/2$ anlarında ele alınarak, düzenlenirse

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{H}^{n+1/2}(\vec{r}) &= +\frac{\partial}{\partial t} \vec{D}^{n+1/2}(\vec{r}) + \vec{J}^{n+1/2}(\vec{r}) \\ \Rightarrow \nabla \times \vec{H}^{n+1/2}(\vec{r}) &\cong +\frac{\vec{D}^{n+1}(\vec{r}) - \vec{D}^n(\vec{r})}{\Delta t} + \vec{J}^{n+1/2}(\vec{r}) \end{aligned} \quad (4.13)$$

olmak üzere, zamanda en ileri terim olan $\vec{D}^{n+1}(\vec{r})$ çekilirse

$$\vec{D}^{n+1}(\vec{r}) \cong \vec{D}^n(\vec{r}) - \Delta t [\vec{J}^{n+1/2}(\vec{r}) - \nabla \times \vec{H}^{n+1/2}(\vec{r})] \quad (4.14)$$

olarak bulunur [Aksoy, 2010]. Böylece elektromanyetik alan bileşenleri sayısal ve zamanda iteratif olarak adım adım çözülebilecektir. Burada görüleceği üzere elektrik ve manyetik alanlar zamanda (ve dolayısı ile konumda) kayık durumdadırlar.

Bu çalışmada incelenecek olan Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı probleminin geometrik ve yapısal özellikleri silindirik koordinatlara daha uygun olduğundan ZUSF çözümü de silindirik koordinatlarda ele alınacaktır. Özel olarak eksenel (açısal) simetrik durum inceleneceğinden, ϕ 'den bağımsız olarak $(r - z)$ düzleminde olmak üzere iki boyutlu silindirik koordinatlarda ZUSF çözümü elde edilecektir. Bu kapsamda öncelikle Maxwell denklemleri kayıplı basit ortamda rotasyonel $(\nabla \times)$ operatörü aracılığı ile silindirik koordinatlarda açık olarak düzenlenip, daha sonra ZUSF güncelleme denklemleri elde edilecektir.

4.2. Silindirik Koordinatlarda Maxwell Denklemleri

Maxwell denklemleri rotasyonel $(\nabla \times)$ operatörünün silindirik koordinatlarda (r, ϕ, z) düzenlenmesi ile kayıplı ve basit bir ortamda

$$\frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - \frac{\partial E_\phi}{\partial z} = - \frac{\partial B_r}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = - \frac{\partial B_\phi}{\partial t} \quad (4.15)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\phi) - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \phi} = - \frac{\partial B_z}{\partial t}$$

$$\frac{1}{r} \left(\frac{\partial H_z}{\partial \phi} - \frac{\partial H_\phi}{\partial z} \right) = \frac{\partial D_r}{\partial t} + J_r^\sigma + J_r^{kaynak}$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = \frac{\partial D_\phi}{\partial t} + J_\phi^\sigma + J_\phi^{kaynak} \quad (4.16)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\phi) - \frac{1}{r} \frac{\partial H_r}{\partial \phi} = \frac{\partial D_z}{\partial t} + J_z^\sigma + J_z^{kaynak}$$

halini alır. Burada ε (F/m) ve μ (H/m) sırası ile ortam dielektrik geçirgenliğini ve ortamın manyetik geçirgenliğini, σ (S/m) ise ortamın iletkenliğini gösterir.

Bu tez çalışmasında incelenecek Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı problemi eksenel simetrik olarak ele alınacağından, silindirik koordinatlarda Maxwell denklemlerindeki ϕ 'ye bağlı türevler sıfır olarak alınacaktır. Bu durumda silindirik koordinatlarda $(r - z)$ düzleminde $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$, $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ ve $\vec{J}_\sigma = \sigma \vec{E}$ bünye bağıntılarının kullanılması ile iki boyutlu Maxwell denklemleri

$$-\frac{\partial E_\phi}{\partial z} = -\mu_0 \frac{\partial H_r}{\partial t}$$

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -\mu_0 \frac{\partial H_\phi}{\partial t} \quad (4.17)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\phi) = -\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial H_\phi}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial E_r}{\partial t} + \sigma \vec{E}_r + J_r^{kaynak}$$

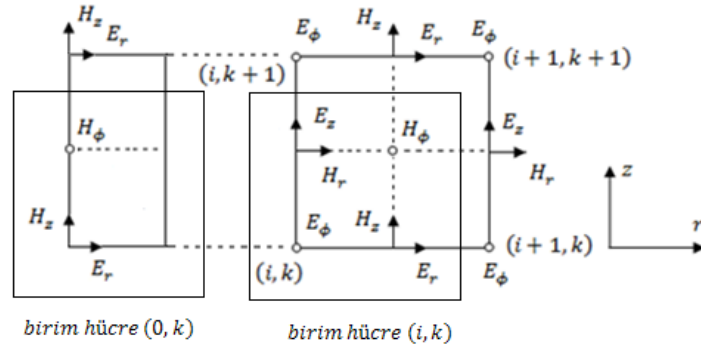
$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = \varepsilon \frac{\partial E_\phi}{\partial t} + \sigma \vec{E}_\phi + J_\phi^{kaynak} \quad (4.18)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\phi) = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma \vec{E}_z + J_z^{kaynak}$$

halini alır. Bu denklemlere göre σ 'lı terimler mermide indüklenen akımları göstermektedir. Bu tez çalışmasında sürücü bobin boyunca sadece azimutal (J_ϕ^{kaynak}) yönde kaynak akımların aktığı varsayılarak, diğer yöndeki kaynak akımları yok sayılacaktır.

4.3. İki Boyutlu Silindirik Koordinatlarda ZUSF

Silindirik koordinatlarda $(r - z)$ düzleminde bir önceki bölümde düzenlenen Maxwell denklemlerinde zaman ve konum bağımlı analitik türevler yerine Taylor seri açılımı ile elde edilen ikinci mertebeden doğruluğa sahip türevler konularak silindirik koordinatlarda ZUSF güncelleme denklemleri elde edilecektir. Bu aşamada alan bileşenlerinin aşağıda görüldüğü üzere iki boyutlu eksensel silindirik birim ZUSF hücresindeki gibi yerleştirildiği düşünölsün.



Şekil 4.1. İki boyutlu silindirik koordinatlarda ZUSF birim hücresi.

Buna göre her bir alan bileşeni $f(\vec{r}, t) = f(r, z, t) = f(i\Delta r, k\Delta z, n\Delta t) = f^n(i, k)$ olmak üzere $(\Delta r, \Delta z)$ birim uzunluklar ve Δt birim zaman adımı üzerinden (i, k) konumsal hücre numaralarını, n zaman iterasyonu sayısını göstermek üzere ayrıklaştırılırsa, silindirik koordinatlarda kayıplı basit ortama ait, eksensel simetrik Maxwell denkleminde dayalı ZUSF güncelleme denklemleri

$$H_r \Big|_{i, k + \frac{1}{2}}^{n + \frac{1}{2}} = H_r \Big|_{i, k + \frac{1}{2}}^{n - \frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu_0} \left(\frac{E_\phi \Big|_{i, k + 1}^n - E_\phi \Big|_{i, k}^n}{\Delta z} \right) \quad (4.19)$$

$$H_\phi \Big|_{i + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}}^{n + \frac{1}{2}} = H_\phi \Big|_{i + \frac{1}{2}, k + \frac{1}{2}}^{n - \frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu_0} \left(\frac{E_z \Big|_{i + 1, k + \frac{1}{2}}^n - E_z \Big|_{i, k + \frac{1}{2}}^n}{\Delta r} - \frac{E_r \Big|_{i + \frac{1}{2}, k + 1}^n - E_r \Big|_{i + \frac{1}{2}, k}^n}{\Delta z} \right) \quad (4.20)$$

$$H_z|_{i+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} = H_z|_{i+\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{\mu_0 r_{i+\frac{1}{2}}} \left(\frac{r_{i+1} E_\phi|_{i+1,k}^n - r_i E_\phi|_{i,k}^n}{\Delta r} \right) \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned} E_r|_{i+\frac{1}{2},k}^{n+1} &= \left(\frac{1 - \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}} \right) E_r|_{i+\frac{1}{2},k}^n \\ &\quad - \left(\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}} \right) \left(\frac{H_\phi|_{i+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_\phi|_{i+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right) \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} E_\phi|_{i,k}^{n+1} &= \left(\frac{1 - \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}} \right) E_\phi|_{i,k}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon} J_\phi|_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} \\ &\quad + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}} \right) \left(\frac{H_r|_{i,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_r|_{i,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} - \frac{H_z|_{i+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta r} \right) \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} E_z|_{i,k+\frac{1}{2}}^{n+1} &= \left(\frac{1 - \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}} \right) E_z|_{i,k+\frac{1}{2}}^n \\ &\quad + \left(\frac{\frac{\Delta t}{\varepsilon r_i}}{1 + \frac{\sigma \Delta t}{2\varepsilon}} \right) \left(\frac{r_{i+\frac{1}{2}} H_\phi|_{i+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - r_{i-\frac{1}{2}} H_\phi|_{i-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta r} \right) \end{aligned} \quad (4.24)$$

olarak elde edilir. Denklemlerde elektrik ve manyetik alan bileşenleri arasındaki zaman kayıklığı Maxwell denkleminin ZUSF birim hücresi yerleşimleri ile ilgili olarak, sayısal türevlerin kullanılmasının bir sonucudur. Güncelleme denklemlerine

göre kartezyen koordinatlarında uygulanan ZUSF yönteminden farklı olan iki önemli durum mevcuttur. Bunlar güncelleme denklemlerinde gözükür

- $r_i = (i - 1/2)\Delta r$ olmak üzere $r_0 = r_{1/2}$ yarıçap uzaklığının paydada olması nedeni ile $r = 0$ 'da karşılaşılabilecek tekillik durumu,
- r_i , $r_{i+1/2}$ ve r_{i+1} yarıçap uzaklığının hücre numarası i 'ye bağlı olması nedeni ile her hücrede yapılan hesaba katkı yapması sonucu kaynaklanan programlama karmaşası.

Bu kapsamda ileriki bölümlerde bahsedilen konularla ilgili daha detaylı bilgiler verilecektir.

4.3.1. Kararlılık Koşullu

Maxwell denklemlerinin silindirik koordinatlarda ZUSF çözümünün kararlı olması zorunludur. Burada kararlılık sınırlı giriş işaretlerine karşın, sınırlı çıkış işaretlerinin elde edilmesi prensibini karşılar. Buna göre iki boyutlu silindirik koordinatlar sisteminde ZUSF çözümünün kararlılığı için, birim zaman adımı Δt 'nin

$$\Delta t < \frac{k_t}{c \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta r}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}} \quad (4.25)$$

şartını sağlaması gerekmektedir [Liu and Crozier, 2004]. Burada k_t güvenlik katsayısı, c ışık hızı, Δr ve Δz sırası ile r ve z yönlerinde birim hücre boyutlarını gösterir. k_t güvenlik katsayısının değeri uygulamada 0.9 civarında alınabilir.

4.3.2. Tekillik Düzenlenmesi

Silindirik uzayda $r_i = (i - 1/2)\Delta r$ ve $r_0 = r_{1/2} = 0$ olmak üzere elde edilen iki boyutlu güncelleme denklemlerinden görüldüğü gibi $r = 0$ 'da E_z ve H_z bileşenlerinde tekillik görülmektedir. Özel olarak Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı problemi için sadece $\vec{J}_\phi$ akımının varlığı nedeni ile sadece E_ϕ , H_r ve H_z alan bileşenleri uyarılacağından dolayı sadece H_z 'deki tekillik değerlendirilmelidir. Bu

duruma çözüm olarak H_z bileşeni için $r = 0$ 'da Maxwell denklemlerinin zaman uzayında integral formunu

$$\int_{\Delta c} \vec{E} d\vec{l} = - \int_{\Delta s} \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} d\vec{s} \quad (4.26)$$

olarak kullanılıp çözüm elde edilecektir. Burada Δc sonlu integral yolunu ve Δs sonlu farklar alanını ifade ederek buradan hareketle H_z , $r = 0$ için ZUSF güncelleme denklemi

$$H_z|_{(0,k)}^{n+\frac{1}{2}} = H_z|_{(0,k)}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{4\Delta t}{\mu_0 \Delta r} E_\phi|_{(1,k)}^n \quad (4.27)$$

olarak uygulanmalıdır [Chen et al, 1996].

4.3.3. Soğurucu Sınır Koşulları

Zamanda iteratif olarak elektromanyetik denklemleri açık sonsuz bir uzayda ZUSF yöntemi ile çözerken bu uzayın Soğurucu Sınır Koşulları ile sonlandırılması gerekmektedir. Böylece problem uzayının sonlu olması nedeni ile oluşacak istenmeyen yansımalar bertaraf edilmiş olacaktır. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı problemi de bir çeşit açık uzay problemi olduğundan, bu amaçla MUR türü soğurucu sınır koşulu [Mur, 1981] ZUSF problem uzayının sonlandırılmasında kullanılarak eksensel yönde $z = 0$ 'da

$$E_\phi|_{(i,0)}^{n+1} = E_\phi|_{(i,1)}^n + \left(\frac{c\Delta t - \Delta z}{c\Delta t + \Delta z} \right) (E_\phi|_{(i,1)}^{n+1} - E_\phi|_{(i,0)}^n) \quad (4.28)$$

$z = z_{maks}$ sınırında

$$E_\phi|_{(i,z_{maks})}^{n+1} = E_\phi|_{(i,z_{maks-1})}^n + \left(\frac{c\Delta t - \Delta z}{c\Delta t + \Delta z}\right) \left(E_\phi|_{(i,z_{maks-1})}^{n+1} - E_\phi|_{(i,z_{maks})}^n\right) \quad (4.29)$$

ve $r = r_{maks}$ sınırında

$$\begin{aligned} E_\phi|_{(i_{maks},k)}^{n+1} = & -\frac{1}{1 + \frac{c\Delta t}{4r_{i_{maks-\frac{1}{2}}}} + \frac{c\Delta t}{\Delta r}} \left[E_\phi|_{(i_{maks-1},k)}^{n+1} \right. \\ & \times \left(1 + \frac{c\Delta t}{4r_{i_{maks-\frac{1}{2}}}} - \frac{c\Delta t}{\Delta r} \right) + E_\phi|_{(i_{maks},k)}^{n-1} \\ & \times \left(1 - \frac{c\Delta t}{4r_{i_{maks-\frac{1}{2}}}} - \frac{c\Delta t}{\Delta r} \right) + E_\phi|_{(i_{maks-1},k)}^{n-1} \\ & \times \left(1 - \frac{c\Delta t}{4r_{i_{maks-\frac{1}{2}}}} + \frac{c\Delta t}{\Delta r} \right) \\ & + \left(-2 + \frac{c^2\Delta t^2}{\Delta z^2} \right) \{ E_\phi|_{(i_{maks},k)}^n + E_\phi|_{(i_{maks-1},k)}^n \} \\ & \left. - \left(\frac{c^2\Delta t^2}{2\Delta z^2} \right) \left\{ \begin{array}{l} E_\phi|_{(i_{maks},k+1)}^n + E_\phi|_{(i_{maks},k-1)}^n \\ + E_\phi|_{(i_{maks-1},k+1)}^n + E_\phi|_{(i_{maks-1},k-1)}^n \end{array} \right\} \right] \end{aligned} \quad (4.30)$$

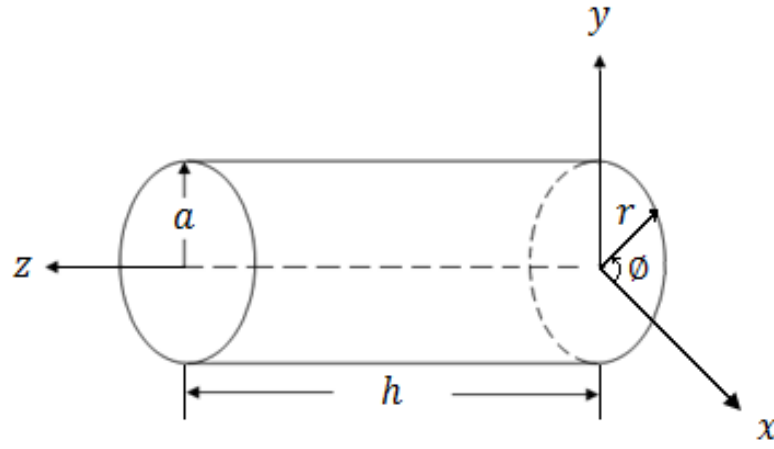
biçiminde uygulanmıştır [Xu et al, 1999], [Yang and Zhou, 2004]. Buradaki MUR uygulaması koşulu birinci/ikinci mertebeden doğruluğa sahiptir.

4.4. Silindirik ZUSF Çözümünün Doğrulanması

Rezonatör, belirli ayırık frekanslarda elektromanyetik bir işaretin genliğinin diğer frekanslara göre çok daha büyük olmasını (rezonansa girmesini) sağlayan bir sistem olarak tanımlanabilir. Bu ilgili ayırık frekanslara rezonans frekanslar adı verilir. Rezonatör problemi temel kanonik geometriler için, analitik çözümü iyi

bilindiğinden elektromanyetik problemler için karşılaştırma amaçlı olarak kullanılabilir.

Bu amaç için ZUSF yönteminin Maxwell denklemlerine uygulanması ile elde edilen sonuçların doğruluğunun sınanması için, genel geometrisi Şekil 4.2’de gösterilen eksenel simetrik (ϕ açısından bağımsız iki boyutlu) silindirik rezonatör problemi ZUSF yöntemi ile sayısal olarak çözülecektir.

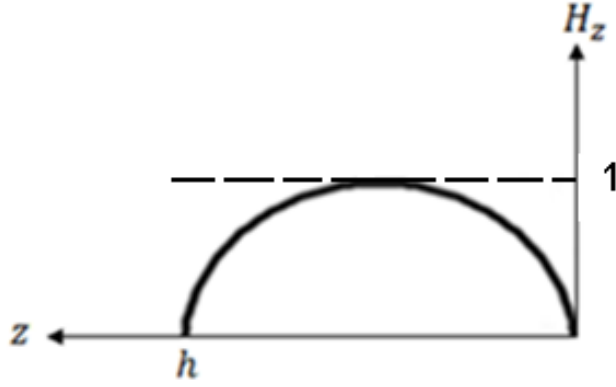


Şekil 4.2. Silindirik rezonatörün genel görünümü.

Silindirik rezonatörün TE_{111}^z modunda uyarılması için, analitik olarak rezonans frekansı için

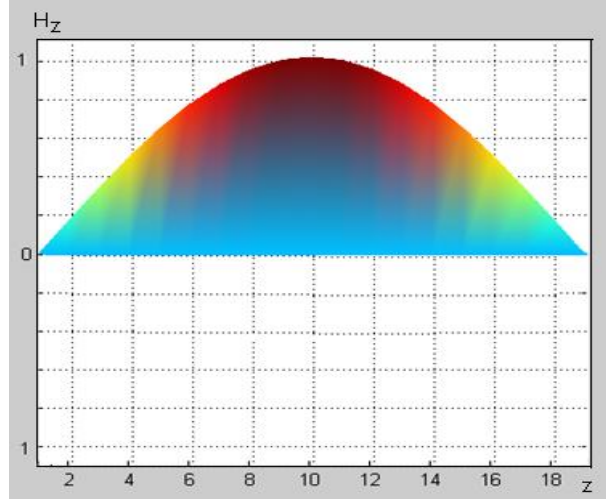
$$f_{\text{rezonans}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\epsilon\mu}} \sqrt{\left(\frac{\pi}{h}\right)^2 + \left(\frac{1.8412}{a}\right)^2} \quad (4.31)$$

denklemini kullanılmıştır [İdemen, 1991]. Burada özel olarak $a = 0,0274 \text{ m}$ rezonatörün yarıçapı, $h = 0,0548 \text{ m}$ rezonatörün yüksekliği olup, $\epsilon = 2\epsilon_0$, $\mu = \mu_0$ olarak seçilmiştir. Bu durumda rezonans frekansı değeri $f_{\text{rezonans}} = 2.9821 \text{ GHz}$ olarak hesaplanır. Bu durumda analitik çözüm kapsamında TE_{111}^z baskın (dominant) modunda z boyunca H_z normalize alan dağılımı Şekil 4.3’de gösterildiği gibi analitik olarak bulunmalıdır [Jackson, 1962].

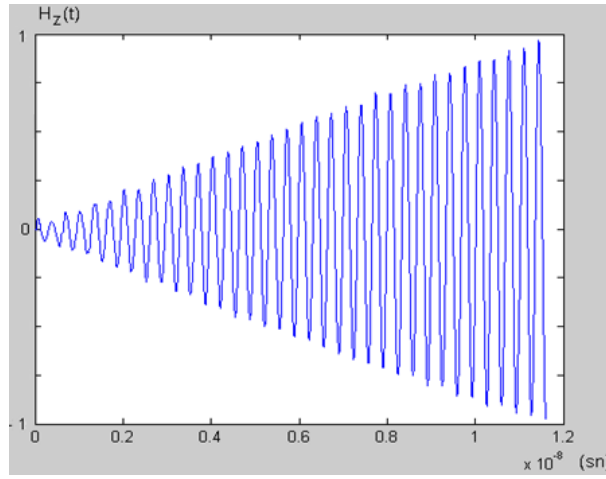


Şekil 4.3. Baskın modda H_z 'in z 'e göre analitik hesaplanan normalize alan dağılımı.

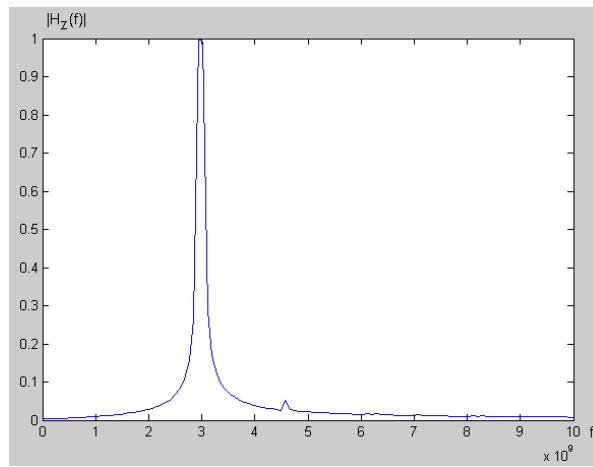
Karşılaştırma için ZUSF problem uzayı birim hücre boyutları $\Delta r = \Delta z = 0,0031 \text{ m}$ olan, $(N_r, N_z) = (18, 18)$ adet hücreden oluşmaktadır. Bu durumda $\Delta t = 0,92788 \times 10^{-11} \text{ sn}$ 'lik birim zaman adımı ile kararlılık koşulu sağlanarak, toplam $n = 1250$ zaman iterasyonunda *MATLAB* programı ile ZUSF benzetimi yapılmıştır. Burada geliştirilen ZUSF çözümünün doğrulanması için, belirli uygun bir anda analitik olarak hesaplanan rezonans frekansı altında, sayısal olarak normalize H_z bileşeninin z 'e göre alan dağılımı (Şekil 4.4), problem uzayında $(r_g, z_g) = (N_r - 2, N_z - 2)$ gözlem noktasında normalize H_z 'in zamana göre değişimi (Şekil 4.5) ve Hızlı Fourier dönüşümü kullanılarak elde edilen normalize H_z 'in frekansa göre değişimi (Şekil 4.6) kullanılmıştır. ZUSF yöntemi ile elde edilen sayısal sonuçlar, eksenel simetrik iki boyutlu silindirik rezonatörün ZUSF yöntemi ile çözümünün doğruluğunu göstermektedir. Bu durum geliştirilen ZUSF çözümünün bir sonraki aşamada güvenilir biçimde Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı benzetiminde kullanılabileceğinin açık bir ispatıdır.



Şekil 4.4. Baskın modda uygun bir anda H_z 'in z 'e göre normalize alan dağılımı.



Şekil 4.5. Normalize H_z 'in zamana göre değişimi.



Şekil 4.6. Normalize H_z 'in frekansa göre değişimi.

5. BOBİNLİ ELEKTROMANYETİK FIRLATICI ZUSF BENZETİMİ

Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı ZUSF benzetiminin yapılabilmesi için önceki bölümlerde bahsedildiği ve ileriki bölümlerde detayları verilecek olan, ZUSF yönteminde özel ek uygulamalara gerek duyulmaktadır. Bunlar:

- Üstel fark uygulaması,
- Kuvazi-Statik yaklaşımı,
- Hareketli cisim uygulaması,
- Yürüyen dalgalı kaynak uygulaması.

5.1. Üstel Fark Uygulaması

Klasik ZUSF yönteminin merkezi sonlu farklar ile hesabının, iletken cisimlere elektromanyetik dalga nüfuzunu modelleme de yeterince verimli olmaması nedeni ile üstel farklar kullanılarak türev alınmasına dayalı ZUSF yöntemi bu tez çalışmasında uygulanmıştır. Böylece mermi'ye nüfuz eden elektromanyetik dalgalar ve dolayısı ile indüklenen kuvvet daha doğru hesaplanabilecektir. Buna göre silindirik koordinatlarda $(r - z)$ düzleminde üstel ZUSF güncelleme denklemleri

$$E_r|_{i+\frac{1}{2},k}^{n+1} = e^{-\sigma\Delta t/\varepsilon} E_r|_{i+\frac{1}{2},k}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon} J_r|_{i+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - \left(\frac{1 - e^{-\sigma\Delta t/\varepsilon}}{\sigma} \right) \left(\frac{H_\phi|_{i+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_\phi|_{i+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} \right) \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned}
E_\phi|_{i,k}^{n+1} &= e^{-\sigma\Delta t/\varepsilon} E_\phi|_{i,k}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon} J_\phi|_{i,k}^{n+\frac{1}{2}} \\
&+ \left(\frac{1 - e^{-\sigma\Delta t/\varepsilon}}{\sigma} \right) \left(\frac{H_r|_{i,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_r|_{i,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta z} - \frac{H_z|_{i+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta r} \right)
\end{aligned} \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned}
E_z|_{i,k+\frac{1}{2}}^{n+1} &= e^{-\sigma\Delta t/\varepsilon} E_z|_{i,k+\frac{1}{2}}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon} J_z|_{i,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \\
&- \left(\frac{1 - e^{-\sigma\Delta t/\varepsilon}}{r_i\sigma} \right) \left(\frac{r_{i+\frac{1}{2}} H_\phi|_{i+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - r_{i-\frac{1}{2}} H_\phi|_{i-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta r} \right)
\end{aligned} \quad (5.3)$$

$$H_r|_{i,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = H_r|_{i,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu_0} \left(\frac{E_\phi|_{i,k+1}^n - E_\phi|_{i,k}^n}{\Delta z} \right) \quad (5.4)$$

$$\begin{aligned}
H_\phi|_{i+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} &= H_\phi|_{i+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} \\
&+ \frac{\Delta t}{\mu_0} \left(\frac{E_z|_{i+1,k+\frac{1}{2}}^n - E_z|_{i,k+\frac{1}{2}}^n}{\Delta r} - \frac{E_r|_{i+\frac{1}{2},k+1}^n - E_r|_{i+\frac{1}{2},k}^n}{\Delta z} \right)
\end{aligned} \quad (5.5)$$

$$H_z|_{i+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} = H_z|_{i+\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{\mu_0 r_{i+\frac{1}{2}}} \left(\frac{r_{i+1} E_\phi|_{i+1,k}^n - r_i E_\phi|_{i,k}^n}{\Delta r} \right) \quad (5.6)$$

olarak verilir [Trakic et al, 2006]. Bu tez kapsamında sadece J_ϕ^{kaynak} akımları sürücü bobin üzerinden uygulandığından, yalnızca E_ϕ , H_r ve H_z alan bileşenleri için çözümün yapılacağı unutulmamalıdır.

5.2. Kuvazi-Statik Yaklaşımı

İki boyutlu silindirik koordinatlarda ZUSF ile Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı için çözüm elde edilmesinde, karşılaşılan temel bir güçlük sürücü bobinlerini besleyen elektriksel kaynakların uygulamada düşük frekanslarda (kHz 'ler mertebesinde) olmasıdır. Bu durumda dalga boyu m 'ler ve/veya km 'ler mertebesinde olmaktadır. Bu durumda sayısal dispersiyon hatalarının belli sınırlarda kalmasını sağlamak için, genelde dalga boyunun on'da biri ($\lambda/10$) olarak alınan birim hücre boyutları da son derece büyük olacaktır. Buna karşın fırlatıcı bakımından sürücü bobin, mermi v.b. kalınlıkları ise mm 'ler mertebesinde. Bu durum doğru modelleme (örnekleme) yapılabilmesi için birim hücre boyutlarının mm 'ler mertebesinde olmasını gerektirir. Bunu sağlayabilmek için ise birim hücre boyutu $\lambda/10$ 'dan çok daha küçük alınmak zorundadır. Sayısal ZUSF çözümünde aynı zamanda kararlılık şartları da sağlanması gerektiğinden, bu durumda çok küçük birim hücre boyutları çok küçük birim zaman adımı Δt kapsamında çok fazla hesap adımına (zamanına) karşılık gelir. Böylece tekrar dolaylı olarak sayısal dispersiyon hataları da çözüm üzerinde baskın hale gelir. Yukarıda bahsedilen bu durumun daha iyi anlaşılması için aşağıdaki gibi bir örnek ele alalım. Buna göre $f = 50 \text{ Hz}$ de çalışan elektriksel kaynakla beslenen r boyunca sürücü bobin kalınlığı $R_{\text{sürücü}} = 1 \text{ mm} = 0.001 \text{ m}$ olan fırlatıcı ZUSF çözümü için ayrıklaştırılsın. Dalga boyu $\lambda = c/f = 6 \times 10^6 \text{ m}$ olmak üzere, birim hücre boyutu fırlatıcının gerçek boyutları ile kıyaslanabilmelidir. Bunun için örnek olarak birim hücre boyutu $\Delta r = R_{\text{sürücü}} = \lambda/N_r$ en basit halde ele alınırsa, buradan r boyunca ayrıklaştırma sayısı $N_r = 6 \times 10^9$ olarak bulunur. Bu durumda birim hücre boyutlarının $\Delta r = \Delta z$ olduğu kabulü ile birim zaman adımı ZUSF kararlılık koşulu kapsamında

$$\Delta t \leq \frac{1}{c \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta r}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}} \cong 0,234 \times 10^{-12} \text{ sn} \quad (5.7)$$

olarak bulunur. Bu durumda çözüm, zamanda bir periyot boyunca elde edilecekse iterasyon sayısı $T = n\Delta t = 1/f = 0.02 \text{ sn} \Rightarrow n = 0.02 \text{ sn} / 0,234 \times 10^{-12} \text{ sn} = 85 \times 10^9$ olarak bulunur. Bu durumda iterasyon sayısı bakımından yüksek bilgisayar

hafızası gereksinimi, hesap zamanı ve ZUSF algoritmasının getireceği dispersiyon hataları bakımından kişisel bilgisayar kullanılarak uygulanabilirlikten uzaktır.

Bu zorluğun üstesinden gelebilmek için Kuvazi-Statik ZUSF yöntemi Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı problemine uygulanmıştır. Kuvazi-Statik ZUSF yönteminin kullanılabilmesi için öncelikle Kuvazi-Statik yaklaşımının (Quasi-Static approximation) geçerli olması gerekir. Kuvazi-Statik yaklaşımı zaman uzayında

$$\frac{\partial}{\partial t} \vec{D}(\vec{r}, t) \ll \sigma \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (5.8)$$

olmak üzere Maxwell denklemlerindeki *iletkenlik akımlarının, yer değiştirme akımlarına* göre çok büyük olması şartını gerektirir. Bu durum basit ortamlar için frekans uzayında

$$j\omega\epsilon\vec{E}(\vec{r}) \ll \sigma\vec{E}(\vec{r}) \Rightarrow |j\omega\epsilon| \ll |\sigma| \Rightarrow 2\pi f\epsilon_0 \ll \sigma \quad (5.9)$$

şartına karşılık düşer. Bu durumda elektromanyetik olayın hızının düşürüldüğü bir ortamda gerçekleştiği yaklaşımı ile $\epsilon_\alpha = \alpha\epsilon_0$ alınmak üzere, Kuvazi-Statik halde ışık hızı, c^{KS}

$$c^{KS} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} c = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_\alpha\mu_0}} \quad (5.10)$$

olacağından, Kuvazi-Statik ZUSF kararlılık koşulu

$$\Delta t^{KS} < \sqrt{\alpha} \Delta t = \frac{k_t \sqrt{\alpha}}{c \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta r}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}} \quad (5.11)$$

olarak bulunur. Buradan açıkça görüldüğü gibi Kuvazi-Statik durumda birim zaman adımı Δt , normal koşuldaki halden $\sqrt{\alpha}$ kat daha büyüktür. Bu durumda, toplam iterasyon sayısı, n^{KS}

$$T_{toplam} = n^{KS} \Delta t \Rightarrow n^{KS} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} n = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \frac{T_{toplam}}{\Delta t} \quad (5.12)$$

olmak üzere önceki iterasyon sayısına göre $\sqrt{\alpha}$ kat azalmıştır. Böylece iterasyon zamanının bilgisayar yardımı ile hesaplanması mümkün hale gelmiştir.

5.3. Hareketli Cisim Uygulaması

Elektromanyetik problem içerisinde hareketli cisimler bulunması durumunda problemin çözümü özel olarak ele alınmalıdır. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı probleminde mermi hareketli olduğundan dolayı, ZUSF çözümünde de bu durum özel olarak değerlendirilmelidir. İçerisinde hareketli cisim bulunduran mevcut ZUSF çözümlerine göz atıldığında, hareketli cismin değerlendirilmesi için temelde

- Kuvazi-Sürekli Hal yöntemi,
- Kısmi-Relativistik Sınır Koşulu uygulaması,
- Tam-Relativistik Sınır Koşulu uygulaması

olmak üzere üç farklı yaklaşımın varlığı görülür [Harfoush et al, 1989]. Kısmi-Relativistik ve Tam-Relativistik Sınır Koşullarının uygulanması için cismin hızının mümkünse önceden bilinmek üzere sabit (ivmesiz) olması gerekmektedir. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı hızının deneysel çalışmalarda sabit olmadığı ve yüksek ivmelenme gösterdiği bilindiğinden [Zabar et al, 1991], bu problemde relativistik sınır koşulları uygulamasının uygun olmayacağı ortadadır. Bu durumda tek yol Kuvazi-Sürekli Hal yönteminin (Quasi-Steady State method) uygulanması olur. Bir mühendislik uygulaması olarak Kuvazi-Sürekli Hal yöntemi, relativistik sınır koşulları uygulanmaksızın, hareketli cismin birim zaman adımı boyunca hareket

miktarının hesaplanarak ZUSF hücresi içerisinde dinamik olarak yerinin değiştirilmesi prensibine dayanır [Bladel, 1984], [Harfoush et al, 1989].

Bu tez çalışmasında Kuvazi-Statik Sürekli Hal yöntemi kapsamında öncelikle mermi üzerinde indüklenen elektromanyetik alanlar nedeni ile oluşan itici kuvvet hesaplanarak, mermi yer değiştirmesi (hızı ve ivmesi) hesaplanmıştır. Hesaplanan yer değiştirme miktarı birim ZUSF hücre uzunluğundan büyük olması durumunda, bir sonraki zaman adımında mermi'nin yeri ZUSF ızgarasında dinamik olarak değiştirilerek iteratif olarak mermi hareketi değerlendirilmiştir.

5.4. Yürüyen Dalgalı Kaynak Uygulaması

Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'da mermi üzerine uygulanan kuvveti oluşturacak elektromanyetik alanların etkin biçimde uyarılabilmesi için, daha önce bahsedildiği üzere kapasitör dizileri veya jeneratörler kullanılabilir. Bu tez çalışmasında jeneratörler kullanılarak farklı fazlarda sürücü bobinlerin sürülmesinin sağlandığı düşünülerek, yürüyen dalgalı bir akımın sürücü bobin üzerinden akıtılıp, yürüyen elektromanyetik dalgaların (travelling electromagnetic waves) uyarılması gerçekleştirilmiştir. Bu nedenle geliştirilen ZUSF çözümünde yürüyen dalgalı akımların modellenmesine ihtiyaç duyulur. Buna göre sürücü bobin akımları sadece azimutal yönde aktığı varsayılan yürüyen dalgalı akım olarak

$$I = I_m \cos(\beta z - \omega t) \quad (5.13)$$

biçiminde uygulanmıştır. Burada I_m akımın tepe değerini, β dalga sayısını, $\omega = 2\pi f$ olmak üzere açısal frekansı gösterir. β dalga sayısı, sürücü bobin kutup sıklığı τ ile ilişkili olarak

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi}{\tau} \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{\lambda}{2} \quad (5.14)$$

şeklinde yazılabilir. Böylece λ dalga boyu olmak üzere jeneratör kutup sıklığı τ 'da bir tasarım parametresi olarak ZUSF çözümünde hesaba katılmış olur. ZUSF uygulaması bakımından yürüyen dalgalı akım

$$I = I_m \cos(\beta k \Delta z - \omega n \Delta t) \quad (5.15)$$

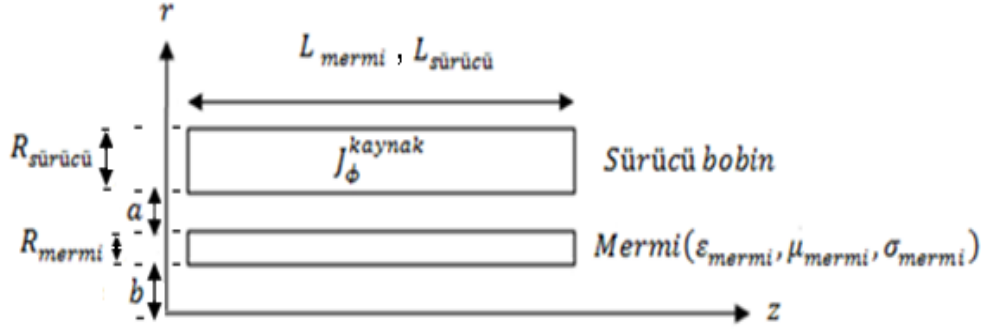
biçiminde z eksenini boyunca ayırık olarak ele alınacaktır. Burada k sadece mermi boyunca tanımlı hücreleri modelleyen indistir. Böylece sürücü bobini üzerinden ω açısal frekanslı ve β dalga sayılı *yürüyen elektromanyetik dalgalar* oluşturulabilecektir. Burada her ne kadar akım modeli kurulmuş olsa da, ZUSF çözümü Maxwell denklemleri üzerine kurulu olduğundan, çözüm için direkt akım yerine akım yoğunluğu bilgisine ihtiyaç vardır. Akım ve akım yoğunluğu arasındaki ilişki sürücü bobinindeki tellerin sonsuz ince ve mükemmel elektrik iletken olmaları varsayımı ile, eş değer yüzey akım yoğunluğu yaklaşıklığı kullanılarak

$$J_\phi = N \frac{I_m}{L_{\text{sürücü}}} \quad (5.16)$$

ilişkisi ile hesaplanmıştır [Haus and Melcher, 1989]. Burada N sarım sayısını, $L_{\text{sürücü}}$ ise sürücü bobinin uzunluğunu göstermektedir.

6. SAYISAL VE DENEYSEL SONUÇLAR

İncelenen iki boyutlu ve eksenel simetrik Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı yarı kesitinin silindirik koordinatlarda $(r - z)$ düzlemindeki geometrik yapısı aşağıda gösterilmiştir.



Şekil 6.1. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı yarı kesiti geometrisi.

Şekle göre açısal simetrik Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'da üst sürücü bobininden sadece J_{ϕ}^{kaynak} akım yoğunluklu azimutal yönünde kaynak akımı akmaktadır. Böylece oluşan yürüyen elektromanyetik dalgaların iletken mermi'ye nüfuz etmeleri ile indüklenen alanlar sayesinde Lorentz kuvveti meydana gelmektedir. Burada $R_{sürücü}$ ve R_{mermi} sırası ile sürücü bobin ve mermi kalınlıklarını, $L_{sürücü}$ ve L_{mermi} ise sırası ile sürücü bobin ve mermi uzunluklarını göstermektedir. Yine a sürücü bobin ve mermi arasındaki boşluk mesafesini ve b mermi bobini ile orijin arası boşluk mesafesini göstermektedir. Merminin elektromanyetik bakımdan modellenmesi için malzeme parametreleri olan dielektrik sabiti ($\epsilon_{mermi} = \epsilon_0$), manyetik sabiti (μ_{mermi}) ve iletkenliği (σ_{mermi}) kullanılmıştır. Sürücü bobin ve merminin olmadığı diğer bölgeler çok düşük kayıplı (yaklaşık boş uzay) kabul edilerek modellenmiştir. Buna göre Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı tasarım parametreleri Tablo 6.1'de gösterilmiştir.

Tablo 6.1. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı tasarım parametreleri.

Tasarım Parametreleri	
Sürücü bobin boyu, L_{namlu}	0.2 m
Mermi boyu, L_{mermi}	0.2 m
Sürücü bobin kalınlığı, $R_{sürücü}$	0.015 m
Merminin kalınlığı, R_{mermi}	0.001 m
Merminin kütlesi, m	1 kg
Merminin iletkenliği, σ	$3.96 \times 10^7 S/m$
Sürücü bobin– Mermi uzaklığı, a	0.001 m
Mermi – Origin uzaklığı, b	0.014 m
Jeneratör kutup arası uzaklığı, τ	0.1 m
Frekans, f	250 Hz
Akımın genliği, I_{RMS}	65 A

Bu parametreler altında, mermiye etki eden Lorentz kuvveti iletken mermi üzerinde indüklenen akım ile manyetik akı yoğunluğunun çarpımı olarak

$$\vec{F}_{toplaml}(\vec{r}, t) = \vec{J}_{\phi}(\vec{r}, t) \times \vec{B}(\vec{r}, t) = J_{\phi} B_z \vec{e}_r - J_{\phi} B_r \vec{e}_z \quad (6.1)$$

$$\vec{F}_{toplaml}(\vec{r}, t) = \sigma \mu_0 E_{\phi} H_z \vec{e}_r - \sigma \mu_0 E_{\phi} H_r \vec{e}_z$$

biçiminde bulunur. Görüldüğü üzere mermiye iki farklı kuvvet etki etmektedir. Radyal yöndeki eden kuvvet mermiyi merkezleyen, eksenel yönde etki eden kuvvet ise merminin namludan çıkmasını sağlayan itici kuvvettir. Buradan hesaplanan kuvvet ile mermi kütlesi m , ivmesi a , hızı $v(t)$ ve yer değiştirmesi $Z(t)$ ilişkisi

$$F_{toplaml} = ma = m \frac{d}{dt} v(t) = m \frac{d^2}{dt^2} Z(t) \quad (6.2)$$

bağıntısı kapsamında modellenmiştir. Bu denklem üzerinden n anlarında ZUSF ayrıklaştırılması yapılırsa, yer değiştirme

$$Z^{n+\frac{1}{2}} = \left(\frac{F}{m}\right) \Delta t^2 + 2Z^n - Z^{n-1} \quad (6.3)$$

olarak sayısal çözüm elde edilmiştir. Hız içinde benzer bir uygulama yapılabilir. Özel olarak mevcut parametreler altında

$$|i\omega\varepsilon| \ll |\sigma| \quad \Rightarrow \quad 2\pi f \varepsilon_0 \ll \sigma \quad (6.4)$$

olmak üzere Kuvazi-Statik koşulunun sağlandığı açıktır.

6.1. Sayısal Sonuçlar

Bahsedilenler kapsamında Kuvazi-Statik ZUSF çözümünde uygulanan parametreler Tablo 6.2’de verilmiştir. Buna göre $\Delta r = \Delta z = 0.001 \text{ m}$ (1 mm) durumunda $\alpha = 5 \times 10^{11}$ iken Kuvazi-Statik halde $\lambda = c/f$ iken, $\Delta r = \Delta z = \lambda/N$ olmak üzere, $N = 1697$ olduğu görülür. Bu durum ızgaralama nedeni ile oluşacak sayısal dispersiyon hatalarının da son derece küçük olduğunun bir göstergesidir.

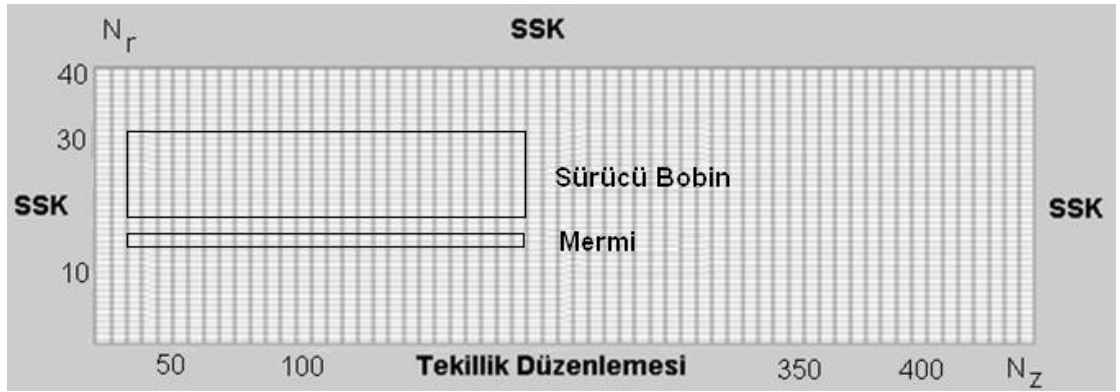
Tablo 6.2. Kuvazi-Statik ZUSF yönteminde uygulanan parametreler.

Yönteme ilişkin Parametreler	
z boyunca birim hücre boyutu, Δz	0.001 m
z boyunca toplam hücre sayısı, N_z	425
r boyunca birim hücre boyutu, Δr	0.001 m
r boyunca toplam hücre sayısı, N_r	40
KS parametresi, α	5×10^{11}
Birim zaman adımı, Δt	$1.5 \times 10^{-6} \text{ sn}$
Toplam iterasyon sayısı, n	3500

Bu aşamada dikkat edilmesi gereken bir diğer hususta

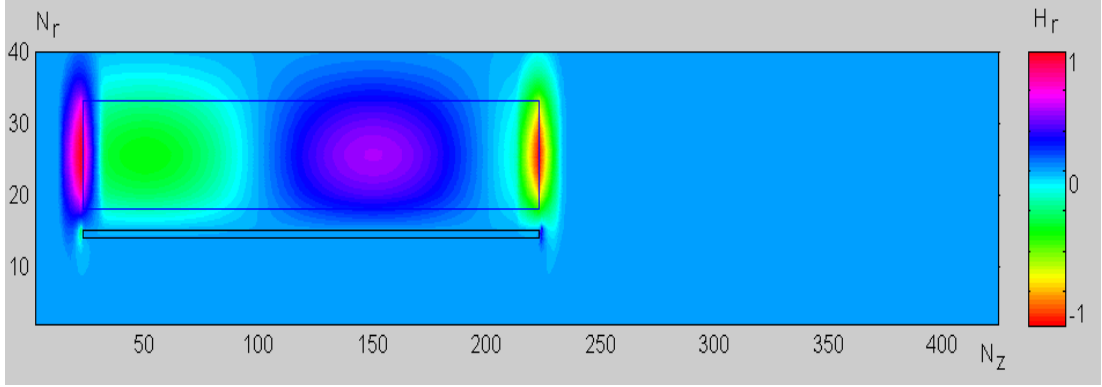
$$\tau_m = \mu\sigma S \quad (6.5)$$

olarak verilen manyetik difüzyon zamanıdır [Haus and Melcher, 1989]. Burada mermiye elektromanyetik dalgaların nüfuzu bakımından $\mu = \mu_0$ olmak üzere S mermi alanını gösterir. Buna göre Kararlılık Koşulu bakımından uygulanan ZUSF birim zaman adımının Δt 'nin τ_m manyetik difüzyon zamanından yeterince küçük olması gereklidir. Böylece manyetik alanın mermiye nüfuzu iyi ZUSF çözümünde iyi modellenebilecektir. Bu durumda incelenen problemde $\Delta t = 1.5 \times 10^{-6} \text{ sn}$ 'nin manyetik difüzyon zamanı değeri $\tau_m = \mu_0 \sigma S = 4\pi \times 10^{-7} (H/m) \times 3.96 \times 10^7 (S/m) \times 0.2 (m) \times 0.015 (m) = 0.1493 \text{ sn}$ 'den yeterince küçük olduğu açıktır. Buna göre Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı ZUSF uzayı sembolik ızgaralanması Soğurucu Sınır Koşulu (SSK) uygulaması ve teklik düzenlemeleri ile birlikte aşağıda gösterilmiştir.

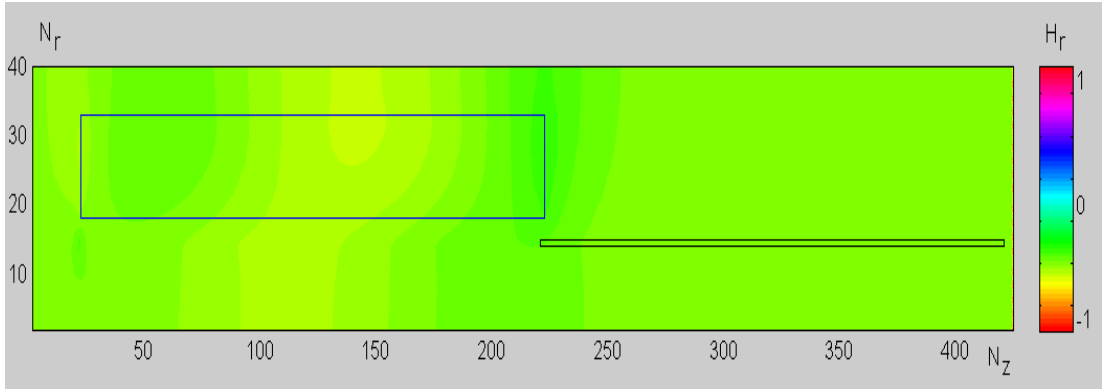


Şekil 6.2. Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı'nın ZUSF uzayında sembolik ızgaralanması.

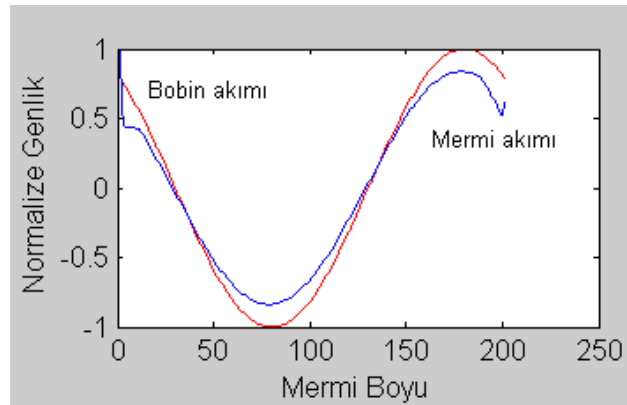
ZUSF çözümü sonucunda radyal manyetik alan bileşeni H_r 'ye ilişkin normalize alan dağılımı Şekil 6.3'de $t \cong 0$ anında (başlangıçta) ve Şekil 6.4'de merminin sürücü bobinlerden çıktığı anda olmak üzere gösterilmiştir. Yaklaşık $t \cong 0$ anında (başlangıçta) sürücü bobin boyunca akım dağılımı ile, mermi boyunca indüklenen iletkenlik akımlarının dağılımı normalize olarak Şekil 6.5'de gösterilmiştir.



Şekil 6.3. ZUSF problem uzayında $t \cong 0$ anında H_r ye ait normalize genlik dağılımı.



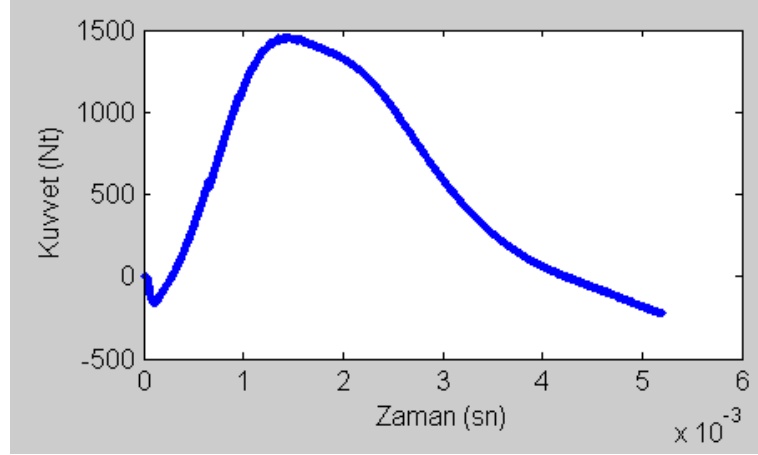
Şekil 6.4. ZUSF problem uzayında merminin sürücü bobinden çıktığı andaki H_r ye ait normalize genlik dağılımı.



Şekil 6.5. $t \cong 0$ 'da normalize sürücü bobin ve mermi akımlarının sürücü bobin ve mermi boyunca değişimi.

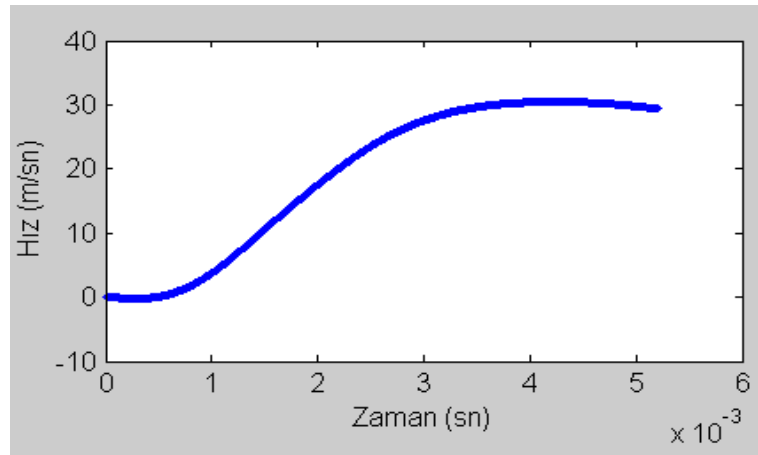
Bu durumda mermi üzerinde indüklenen toplam Lorentz kuvvetinin zamana göre değişimi Şekil 6.6'da, buna karşılık düşen mermi hızının zamana göre değişimi Şekil

6.7’de ve bu durumda merminin yer değiştirmesinin zamana göre değişimi de şekil 6.8’de gösterilmiştir.

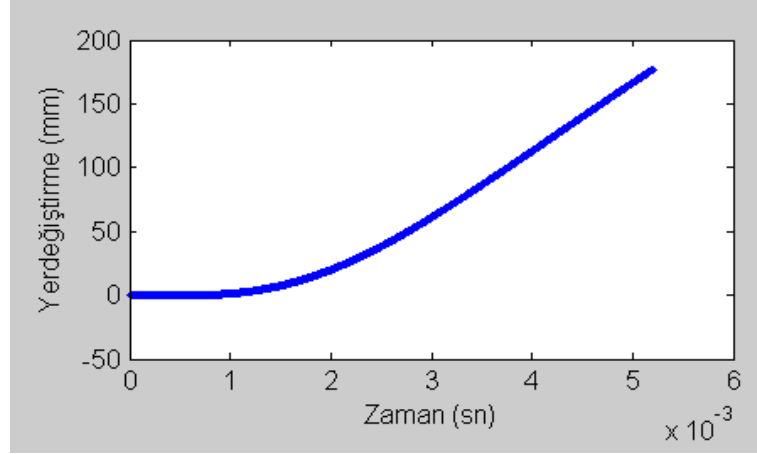


şekil 6.6. Mermi’ye etki eden kuvvetin zamana göre değişimi.

Kuvvetin zamana göre değişimi incelendiğinde başlangışta negatif değerler aldığı gözlemlenmektedir. Bu durum başlangıştaki faz (empedans) uyumsuzlukları nedeni ile oluşan geri tepme etkisinden kaynaklanmaktadır.



şekil 6.7. Mermi hızının zamana göre değişimi.



Şekil 6.8. Mermi yer değıştirmesinin zamana göre değışimi.

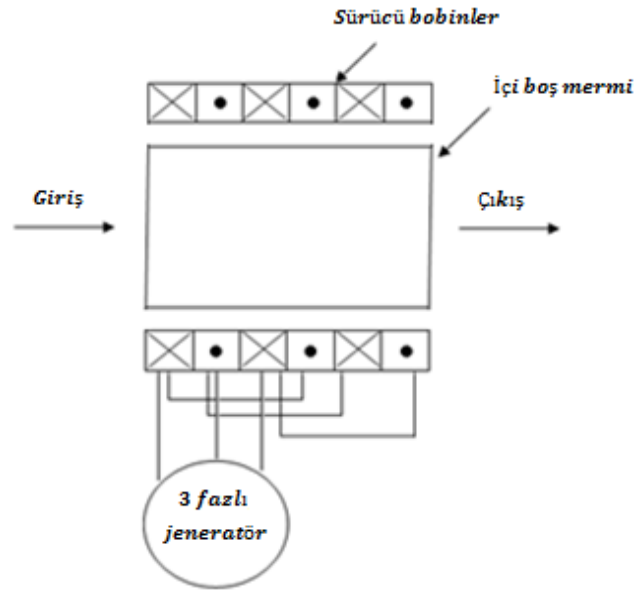
Burada sayısal olarak ZUSF yöntemi ile elde edilen sonuçların bir şekilde doğrulanma ihtiyacı açıktır. Bu doğrulamanın belirli düzeyde yapılabilmesi amacı ile deneysel bir düzenek kurularak, daha önce Tablo 1'de verilen parametrelerin ışığı altında deneysel çalışmalar yapılmıştır. Doğrulama amaçlı olarak sayısal ve deneysel karşılaştırmada mevcut deneysel imkânlar kapsamında, mermi çıkış hızı (muzzle velocity) ele alınacaktır. Bu bakımdan Şekil 6.7'de incelenirse sayısal olarak ZUSF yöntemi ile hesaplanan mermi çıkış hızının yaklaşık 30 m/sn civarlarında olduğu görülmektedir.

6.2. Deneysel Sonuçlar

Zaman Uzayında Sonlu Farklar yöntemi ile sayısal olarak elde edilen çözüm kapsamında incelenen Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı sonuçlarının doğrulanabilmesi amacı ile deneyler yapılmıştır. Deney imkânları dâhilinde doğrulama amaçlı olarak mermi çıkış hızı (muzzle velocity) ölçülmüş ve ZUSF sayısal çözümünden elde edilen çıkış hızı ile karşılaştırılmıştır.

Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı sistemi temelde güç kaynağı, sürücü bobini ve içi boş bir mermi (kovan)'den oluşmaktadır. Güç kaynağı olarak bir elektrik motoru tarafından sürülen üç fazlı jeneratör ile 250 Hz frekansında bir akım oluşturulmuştur. Bu jeneratör ile altı farklı alt-bobin kullanılarak tasarlanan sürücü bobin sürülmektedir. Alt-bobinlerin üç fazlı olarak sürülmesi sonucu sürücü bobin

boyunca yürüyen dalgalı bir akım oluşturulmuştur. Böylece meydana gelen yürüyen dalgalı elektromanyetik dalgaların oluşturduğu mermi üzerinde indüklenen kuvvet (Lorentz kuvveti) ile merminin fırlatılması sağlanabilmektedir. Bu durumda uygulanan gerilim 1500 V olarak ölçülmüş olup, deney düzeneğinin hazırlanmasında Tablo 1 ile verilen ve sayısal ZUSF çözümü için kullanılan tasarım parametrelerinin aynısı kullanılmıştır. Buna göre kullanılan fırlatıcı deney düzeneğinin genel şematik gösterilimi Şekil 6.9’da verilmiştir [Balıkçı, 2007].



Şekil 6.9. Fırlatıcı deney düzeneği genel şematik gösterilimi

Elektrik motoru, jeneratör ve fırlatıcı'yı içeren deney düzeneğinin genel görünümü Şekil 6.10’da gösterilmiştir.



Şekil 6.10. Elektrik motoru, jeneratör ve fırlatıcının genel görünümü.

Deneyin gerçekleştirilmesinde % 0.1 ölçüm hatasına sahip bir hız sensörü kullanılarak, merminin çıkış hızı $33,17 \text{ m/s}$ olarak ölçülmüştür. Bu değer Şekil 6.7'de ZUSF yöntemi ile hesaplanan çıkış hızı ile son derece yakın bir değerdir. Bu durum sayısal ZUSF çözümü doğruluğunun belirli düzeyde bir göstergesi olarak ele alınabileceğini gösterir.

7. SONUÇLAR VE YORUMLAR

Bu tez çalışmasında eksenel (açısal) simetrik bir Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı problemi iki boyutlu silindirik koordinatlarda ($r - z$) düzleminde Zaman Uzayında Sonlu Farklar (ZUSF) yöntemi ile incelenmiştir. ZUSF çözümünde düşük frekanslı kaynakların getireceği yüksek hesap yükünün üstesinden gelmek için, Kuvazi-Statik yaklaşımının kullanılması ile günümüz kişisel bilgisayarları kullanılarak çözümün elde edilmesine imkân sağlanmıştır. Silindirik koordinatlarda $r = 0$ 'da karşılaşılan tekillik Maxwell denklemlerinin integral formda kullanımı ile düzenlenerek, MUR türü Soğurucu Sınır Koşulu ile sayısal problem uzayı sonlandırılmıştır. İki boyutlu sayısal silindirik ZUSF problem uzayı içerisinde yürüyen dalgalı akım kaynakları fırlatıcının sürücü bobinleri boyunca ve sadece azimutal yönde aktığı varsayımı altında uygulanmıştır. Böylece oluşan yürüyen dalgalı elektromanyetik dalgalar iletken olarak modellenen mermi'de akımlar indükleyerek, Lorentz kuvvetini oluşturmaktadırlar. ZUSF problem uzayında mermi hareketleri de Kuvazi-Sürekli Hal yöntemi ile değerlendirilmiştir.

Sayısal olarak hesaplanan kuvvet üzerinden merminin kütlesi dâhilinde hareketi sağlanarak, itici kuvvet, mermi hızı ve yer değiştirmesinin zamana bağlı değişimi hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçların bir ölçüde doğrulanması amacı ile düzenlenen deney düzeneği kullanılarak, mermi çıkış hızı bakımından sayısal sonuçlar ve deneysel sonuçlar arasında tutarlılık sağlanmıştır. Sayısal ve deneysel olarak yapılan tüm çalışmalar sayesinde genel anlamda fırlatıcı tasarımına yönelik olarak ufukumuzun açılması sağlamıştır.

Geleceğe yönelik olarak öncelikle üç boyutlu olarak problemin ele alınması ile eksenel simetri kısıtlamasından kurtulmak planlanmaktadır. Böylece daha gerçekçi olarak Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı tasarımına yönelik çalışmaların yapılabilmesi mümkün olabilecektir. Yine fırlatıcı tasarımında bir diğer önemli adım olan ısı analizlerin yapılabilmesi için, ısı denkleminin ZUSF çözümlerinin Maxwell denklemleri ile birlikte değerlendirilmesi planlanmaktadır.

8. KAYNAKLAR

1. S. Aksoy, Zaman Uzayında Sonlu Farklar Yöntemi, Revizyon 1.3.3, Ders Notları, Elektronik Mühendisliği Bölümü, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, 2010.
2. B. Azzerboni, E. Cardelli, M. Raugi, A. Tellini, "Some remarks on the current filament modeling of electromagnetic launchers," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 29, No. 1, 643-648, January 1993.
3. A. Balıkcı, "Generatörle Sürülen Lineer İndüksiyon Bobinli Elektromanyetik Fırlatıcı Tasarımı ve Uygulaması," TÜBİTAK 1001 Bilimsel Araştırma Projesi, Teknik Rapor, Proje No: 107E107, 2007.
4. J. V. Bladel, *Relativity and Engineering*, New York, Springer-Verlag, 1984.
5. J. H. Chang, E. B. Becker, M. D. Driga, "Coaxial electromagnetic launcher calculations using FE-BE method and hybrid potentials," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 29, No. 2, pp. 655-660, January 1993.
6. G. P. Chas, "New electromagnetic engine," *American Journal of Science and Arts*, Vol. 49, pp. 131-135, 1945.
7. Y. Chen, R. Mitra, P. Harms, "Finite-difference time-domain algorithm for solving Maxwell's equation in rotationally symmetric geometries," *IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 44, No. 6, pp. 832-839, June 1996.
8. S. Christina, A. Di Napoli, "Combination of finite and boundary elements for magnetic field analysis," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 19, No. 6, pp. 2337-2339, November 1983.
9. İ. Çoşkun, O. Kalender, "Dört kademeli bir indüksiyon bobin silahı tasarımı ve gerçekleştirilmesi," Kara Harp Okulu Savunma Bilimleri Enstitüsü, Savunma Bilimleri Dergisi, Cilt 5, Sayı 2, sayfa 141-154, Kasım 2006.
10. H. D. Fair, "Electromagnetic launch science and technology in the United States enters a new era," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 41, No. 1, pp. 158-164, January 2005.
11. G. Hainsworth, P. J. Lonard, D. Rodger, H. C. Lai, "A comparison between finite element and mutual inductance models of coilguns," *Proc. of the 4th European Symp. on EML Technology*, 1993.
12. H. A. Haus, J. R. Melcher, *Electromagnetic Fields and Energy*, Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall, USA, 1989.

13. F. Harfoush, A. Taflove, G. A. Kriegsmann, "A numerical technique for analyzing electromagnetic wave scattering from moving surfaces in one and two dimensions," *IEEE Trans. Ant. and Prop.*, vol. 37-1, pp. 55-63, January 1989.
14. J. He, E. Levi, Z. Zabar, L. Birenbaum, "Concerning the design of capacitively drive induction coil guns," *IEEE Trans. Plasma Science*, Vol. 17, No. 3, pp. 429-438, June 1989.
15. J. L. He, Z. Zabar, E. Levi, L. Birenbaum, "Transient performance of linear induction launchers fed by generators and capacitors banks," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 27, No. 1, pp. 585-590, January 1991.
16. J. L. He, E. Levi, Z. Zabar, L. Birenbaum, "Analysis of induction-type coilgun performance based on cylindrical current sheet model," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 27, No. 1, pp. 579-584, January 1991.
17. J. L. He, E. Levi, Z. Zabar, L. Birenbaum, "Equivalent circuits and parameters for induction-type electromagnetic launchers," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 29, No. 1, 667-674, January 1993.
18. M. İdemen, *Elektromanyetik Alan Teorisinin Temelleri*, Literatür Yayıncılık, January 1996.
19. M. İdemen, *Elektromagnetik Dalgaların Temelleri*, Sayı: 1441, İTÜ Yayını, 1991.
20. J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, John Wiley & Sons Inc., USA, 1962.
21. R. J. Kaye, "Operational requirements and issues for coil gun electromagnetic launchers," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 41, No. 1, pp. 194-199, January 2005.
22. K. B. Kim, E. Levi, Z. Zabar, L. Birenbaum, "Restoring force between two noncoaxial circular coils," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 41, No. 1, pp. 155-157, March 1996.
23. F. Liu, S. Crozier "An FDTD model for calculation of gradient-induced Eddy currents in MRI system," *IEEE Trans. on Applied Superconductivity*, Vol. 14, No. 3, pp. 1983-1989, September 2004.
24. X. N. Lu, E. Levi, Z. Zabar, L. Birenbaum, "Behavior of azimuthal currents induced in the projectile of the linear induction launcher (LIL)," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 29, No. 1, pp. 696-700, January 1993.

25. G. Mur, "Absorbing boundary condition for FDTD approximation of time domain electromagnetic field equations," *IEEE Trans. on Elect. Compat.*, Vol. 23, No. 4, pp. 377-382, November 1981.
26. P. Putman, "Milestones in cannon launch to space," *EM Launch Competitors' Guide*, Lifeboat Foundation, March 2006.
27. J. D. Reed, "Keynote remarks at the 12th symposium on electromagnetic launch technology," *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 32, No. 2, pp. 478-484, January 2005.
28. W. R. Smythe, *Static and Dynamic Electricity*, New York. Mc-Graw Hill, 1950.
29. A. Trakic, H. Wang, F. Liu, H. S. Lopez, S. Crozier, "Analysis of transient eddy currents in MRI using a cylindrical FDTD method," *IEEE Trans. on Applied Superconductivity*, Vol. 16, No. 3, pp. 1924-1936, September 2006.
30. Y. Xu, J. S. Vuckovic, R. K. Lee, O. J. Painter, A. Scherer, A. Yariv, "Finite difference time-domain calculation of spontaneous emission life time in a microcavity," *J. Opt. Soc. Amer. B*, vol. 16, no. 3, pp. 465-474, March 1999.
31. C. Yang, B. Zhou, "Calculation methods of electromagnetic fields very close to lightning," *IEEE Trans. on Elect. Compat.*, Vol. 46, No. 1, pp. 133-141, February 2004.
32. K. S Yee, "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Trans. on Antennas & Propagation*, Vol. 14, No. 3, pp. 302-307, May 1966.
33. Z. Zabar, X. N. Lu, J. L. He, L. Birenbaum, E. Levi, S. B. Kuznetsov, M. D. Nahemow, "Test results for three prototype models of a linear induction launcher," *IEEE Trans. on Magnetics.*, Vol. 27, No. 1, pp. 558-562, January 1991.

ÖZGEÇMİŞ

Mehmet Faruk Yavuz 22.01.1984 tarihinde Erzurum’da doğmuştur. İlk öğrenimini İstanbul Üsküdar Sokullu Mehmet Paşa İlköğretim okulunda, lise öğrenimini Özel Üsküdar Bağlarbaşı Lisesinde görmüştür. 2006 yılında İstanbul Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümünden mezun olmuştur. 2007 yılının bahar döneminde Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsünün Elektronik Mühendisliği Bölümünde Yüksek Lisans eğitimine başlamıştır. Halen öğrenci olarak eğitimine devam etmektedir.