

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ
ENSTİTÜSÜ

BORU İÇİ AKIŞIN DİRSEKLERDE
İNCELENMESİ VE MEVCUT DİRSEK
TASARIMLARININ İYİLEŞTİRİLMESİ

MUSA ÖZKAN
YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

GEBZE

2011

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ
ENSTİTÜSÜ

BORU İÇİ AKIŞIN DİRSEKLERDE
İNCELENMESİ VE MEVCUT DİRSEK
TASARIMLARININ İYİLEŞTİRİLMESİ

Musa ÖZKAN
YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

DANIŞMANI
YRD. DOÇ. DR. İLYAS KANDEMİR

GEBZE

2011



MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

JÜRİ ONAY FORMU

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun tarih ve sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından **18/01/2011** tarihinde tez savunma sınavı yapılan **Musa ÖZKAN**'ın tez çalışması Makine Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Yrd. Doç. Dr. İlyas KANDEMİR

ÜYE : Doç. Dr. Mahmut F. AKŞİT

ÜYE : Yrd. Doç. Dr. A. Zafer ŞENALP

ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun/...../20... tarih ve/..... sayılı kararı.

İMZA/MÜHÜR

ÖZET

TEZİN BAŞLIĞI : BORU İÇİ AKIŞIN DİRSEKLERDE İNCELENMESİ VE MEVCUT DİRSEK TASARIMLARININ İYİLEŞTİRİLMESİ

YAZAR ADI : MUSA ÖZKAN

Bu çalışmada, standartlara uygun dirsek modelinde akış, sayısal olarak incelenmiştir. Sayısal çözümler, ampirik bağıntılardan elde edilen çözümler ile karşılaştırılmış, bu sayede sayısal sonuçların güvenilirliği sağlanmıştır. Sayısal analizler için Fluent, Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD), ticari yazılımı kullanılmıştır.

Bu çalışmanın amacı, yeni bir dirsek tasarımı sayesinde mevcut sabit eğrilikli modele kıyasla daha az basınç kaybı elde edilmesidir. Bunun için 35 adet yeni dirsek tasarımı yapılmıştır. Tasarımlarda, merkez eksenini bir eğri olarak tanımlayan, trigonometrik bir fonksiyon kullanılmıştır. Sabit eğrilikli model için yapılan sayısal çözümler, aynı şekilde tüm yeni tasarımlar için tekrar edilmiştir. Elde edilen bütün çözümler birbirleriyle mukayese edilerek sonuçlar yorumlanmıştır.

Çalışmada, ampirik bağıntılarla karşılaştırmalar sonucunda, akış karakterimiz için en uygun modelin RNG k-epsilon türbülans modeli olduğuna karar verilmiştir. Asıl amacımız olarak, basınç kaybını en aza indiren model tespit edilmiştir. Bunun yanında ek olarak, en az malzeme kullanılarak üretilebilecek dirsek tasarımı da bulunmuştur. Bulunan bu optimum modeller için basınç ve hız grafikleri çizilmiş ve yorumlanmıştır.

Anahtar kelimeler: 90° dirseklerde akış ve basınç kaybı, hidrolik sistemler, türbülanslı akış, hesaplamalı akışkanlar dinamiği

SUMMARY

**THESIS TITLE : INVESTIGATION OF PIPE FLOW
IN BENDS AND IMPROVING EXISTING BEND
DESIGNS**

AUTHOR NAME : MUSA ÖZKAN

In this study, the investigation of flow in pipe bend has been aimed. Numerical results compared with the empirical results thus ensure the accuracy of numerical method. Fluent, a Computational Fluid Dynamics (CFD) commercial program was used for numerical simulations.

The aim of this study is to find a new bend design which causes less pressure drop compared to the existing fixed curvature model. For this purpose, 35 new bend models were designed. A trigonometric function was used to design a curvature of new bends. All of new models were analyzed in the same way as fixed curvature one. Results were compared with each other, along with discussions.

Different turbulence models were applied and their comparisons compared with empirical results were done. By this way it has been concluded that the RNG k-epsilon turbulence model is the accurate one for our flow character. As our main aim, the model that provide minimum pressure drop has been selected. In addition to this, a model that provides maximum material gain has been achieved. For these optimum models, pressure and velocity contour plots were examined.

Keywords: Flows and pressure drops in 90° bend, hydraulic systems, turbulence flow, computational fluid Dynamics

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans öğrenimim boyunca desteğini benden esirgemeyen ve bu tez konusunu seçmemde bana vesile olup, yardımını eksik etmeyen danışman hocam, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Öğretim Üyesi Sayın Yrd.Doç. Dr. İlyas KANDEMİR'e, fikirlerine ve yardımlarına başvurduğum saygıdeğer bölüm hocalarıma ve değerli mesai arkadaşlarıma teşekkürü bir borç bilirim.

Öğrenim hayatım boyunca maddi ve manevi bütün imkanlarını sunan ve bugünlere gelmemde en büyük payın sahibi olan aileme ayrıca teşekkür ederim.

Musa ÖZKAN

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR	x
ŞEKİLLER DİZİNİ	xiii
ÇİZELGELER DİZİNİ	xv
1. GİRİŞ	1
1.1. Tezin Amacı	2
1.2. Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği	2
1.3. Literatür Araştırması	3
2. GENEL TANIMLAMALAR	8
2.1. Giriş	8
2.2. Navier-Stokes Denklemleri	8
2.2.1. Süreklilik Denklemi	8
2.2.2. Momentum Denklemleri	11
2.2.3. Enerji Denklemi	15
2.3. Dairesel Kesitli Borularda Akışlar	15
2.4. Borularda Sürtünmeli Akış	16

2.4.1. Laminer Akış Çözümü	18
2.4.2. Türbülanslı Akış Çözümü	19
2.5. Silindirik Borularda ve Dirseklerde Basınç Kayıpları	21
2.5.1. Silindirik Borularda Basınç Kaybı	21
2.5.2. Dirseklerde Basınç Kaybı	26
3. PROBLEMİN MATEMATİKSEL MODELİ	29
3.1. Geometrinin Tanımlanması	29
3.2. Yeni Dirsek Modeli İçin Fonksiyon Tanımlama	30
3.3. Simülasyonlarda Kullanılacak Dirsek Modelleri	37
3.3.1. Model 1 – 5 Seçimi	38
3.3.2. Model 6 – 10 Seçimi	39
3.3.3. Model 11 – 15 Seçimi	40
3.3.4. Model 16 – 20 Seçimi	41
3.3.5. Model 21 – 25 Seçimi	42
3.3.6. Model 26 – 30 Seçimi	43
3.3.7. Model 31 – 35 Seçimi	44
3.4. Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği Modelinin Oluşturulması	46
3.4.1. Geometri Ağ Yapısı	46
3.4.2. Sınır Şartları	49
3.4.3. Çözüm Metodu ve Yakınsama	50
4. ANALİZLER	52

4.1. Giriş	52
4.2. Tüm Modeller İçin Basınç ve Malzeme Kazançları	52
4.3. Eşdeğer Uzunluklar	55
4.4. Basınç Grafikleri	58
4.5. Hız Grafikleri	61
5. SONUÇLAR	68
KAYNAKLAR	70
ÖZGEÇMİŞ	74

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

CFD	: Computational Fluid Dynamics
DIN	: Deutsches Institut für Normung
DNS	: Direct Numerical Simulation
HAD	: Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği
LES	: Large Eddy Simulation
RANS	: Reynolds Averaged Navier Stokes
RNG	: Re-Normalisation Group
a	: Akışkan parçacığının toplam ivmesi
A	: Akış kesit alanı
dx, dy, dz	: x, y, z doğrultularında sonlu küçük mesafeler
D	: Dairesel kesitli boru çapı
e	: Toplam enerji
f	: Boru sürtünme katsayısı
F	: Akışkan parçacığına etkiyen toplam kuvvet
g	: Yerçekimi ivmesi
h_b	: Dirsekte, geçiş bölgelerinden ve eğrilikten dolayı yük kaybı
h_c	: Dirsekte, eğrilikten dolayı yük kaybı
h_f	: Boruda yük kaybı
h_L	: Dirsekte, dirsek uzunluğundan dolayı yük kaybı

h_p	: Dirsekte, geçiş bölgelerinden dolayı yük kaybı
h_t	: Dirsekte, toplam yük kaybı
I	: Türbülans Şiddeti
k	: Türbülans kinetik enerjisi
K	: Dirsek kayıp katsayısı
L	: Boru uzunluğu
$L_{eş}$	: Eşdeğer uzunluk
$\dot{m}$	: Kütlesel debi
P	: Basınç
ΔP_{dirsek}	: Dirsekteki basınç düşümü
$\dot{q}_s$	: Isı akısı
Q	: Akışkan debisi
r	: Dairesel kesitli boru yarıçapı
R	: Dirsek eğrilik yarıçapı
Re	: Reynolds sayısı
t	: Zaman
T	: Sıcaklık
u, v, w	: x, y, z yönlerinde akışkan hızı bileşenleri
$u(r)$	: Tam gelişmiş akışta r değerindeki sabit hız büyüklüğü
u_{max}	: Eksenel hız bileşeninin maksimum değeri
u^*	: Sürtünme hızı

U	: $y = \delta$ hız değeri
V	: Akışkan hızının büyüklüğü
V_r, V_θ, V_z	: θ, r, z yönlerinde hız bileşenleri
w	: Spesifik yayılım oranı
x, y, z	: Kartezyen koordinatlar
θ, r, z	: Silindirik koordinatlar
ε	: Yüzey pürüz yüksekliği
ε	: Türbülans yayılım oranı
ρ	: Akışkan yoğunluğu
μ	: Dinamik viskozite
ν	: Kinematik viskozite
δ	: Sınır tabaka kalınlığı
κ	: Eğrilik parametresi
Φ	: Viskoz disipasyon fonksiyonu
$\emptyset$	: Eğimli bir boruda eğim açısı
τ_{ij}	: Viskoz gerilme tensörü
τ_w	: Cidar kayma gerilmesi

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Sonsuz küçük kontrol hacmi	9
2.2. Laminer ve türbülanslı boru içi akışlar	16
2.3. Eğimli bir boru içinde, iki kesit arasındaki akışa ait kontrol hacmi	22
2.4. 90° dirsekte oluşan ikincil akış	26
3.1. Problemin geometrisinin şematik gösterimi	29
3.2. Yeni tasarımların merkez eksenlerini tanımlayan fonksiyonun $r_1 = 1$ birim ve $r_2 = 1.45$ birim için çizilmiş grafiği	34
3.3. Tanımlanan fonksiyonun koşulları sağlamadığı durumdaki, $r_1 = 1$ birim ve $r_2 = 1.8$ birim için çizilmiş grafiği	35
3.4. A katsayısına göre fonksiyonun değişimini veren grafik, $B = 0,75$ sabit	36
3.5. B katsayısına göre fonksiyonun değişimini veren grafik $A = 0,1$ sabit	37
3.6. Model 1 için ağ yapısı	47
3.7. Giriş yüzeyi için ağ yapısı	48
4.1. Mevcut dirsek modeli ile optimum modellerin merkez eksenleri	54
4.2. Maksimum basınç kazancı sağlayan modelin, mevcut modele göre düz borulardan kazancı	58
4.3. Eğrilik yarıçapı sabit olan model için basınç kontur grafiği	59
4.4. Minimum basınç kaybı elde edilen model için basınç kontur grafiği	60
4.5. Maksimum malzeme kazancı elde edilen model için basınç kontur grafiği	61
4.6. Eğrilik yarıçapı sabit olan model için hız kontur grafiği	62
4.7. Minimum basınç kaybı elde edilen model için hız kontur grafiği	63
4.8. Maksimum malzeme kazancı elde edilen model için hız kontur grafiği	64
4.9. Sabit eğrilik yarıçaplı modelde, dirsekten sonra belirli kesitlerde, akış profilleri	65

- 4.10. Minimum basınç kaybı sağlayan modelde, dirsekten sonra belirli kesitlerde, akış profilleri 66
- 4.11. Maksimum malzeme kazancı sağlayan modelde, dirsekten sonra belirli kesitlerde, akış profilleri 67

ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Cizelge</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Kontrol hacmine giren ve çıkan kütle debisi terimleri	10
2.2. Kontrol hacmine giren ve çıkan momentum akısı terimleri	11
2.3. Ticari borular için tavsiye edilen pürüzlülük değerleri	25
2.4. Farklı eğrilik oranlarında 90° dirsekler için kayıp katsayıları	28
3.1. Model 1'den model 5'e kadar r_1 , r_2 , A ve B değerleri	38
3.2. Model 6'dan model 10'a kadar r_1 , r_2 , A ve B değerleri	39
3.3. Model 11'den model 15'e kadar r_1 , r_2 , A ve B değerleri	40
3.4. Model 16'dan model 20'ye kadar r_1 , r_2 , A ve B değerleri	41
3.5. Model 21'den model 25'e kadar r_1 , r_2 , A ve B değerleri	42
3.6. Model 26'dan model 30'a kadar r_1 , r_2 , A ve B değerleri	43
3.7. Ekstra modellerin r_1 , r_2 , A ve B değerleri	44
3.8. Bütün modellerin r_1 , r_2 , A ve B değerleri	45
3.9. Problemimiz için türbülans modelleri ve sınır tabaka yaklaşımlarının hassasiyeti	51
4.1. Tüm modellerin basınç ve malzeme kazançları	53
4.2. Eşdeğer uzunluklar	57

1. GİRİŞ

Boru içerisinde akış, mühendislikte çok karşılaşılan bir konudur. Boru sistemleri ile hemen her mühendislik tasarımında karşılaşılır ve bundan dolayı yaygın bir şekilde çalışılır. Değişik hızlarda, değişik geometrilere sahip borularda ve değişik akışkan özelliklerine sahip çok sayıda boru içi akış olduğundan, bu konudaki çalışma alanı oldukça geniştir. Bu konuda literatürde çok sayıda teorik, deneysel ve sayısal hesaplamalı çalışmalar mevcuttur. Son zamanlarda, borularda ve dirseklerde akışlar hakkında çalışmalar, deneysel ve sayısal hesaplamaların karşılaştırılması şeklinde olmaktadır. Bunun için deney düzenekleri kurulur ve alınan deneysel ölçümler, yapılan sayısal hesaplarla karşılaştırılır. Yapılan çok sayıda deney sayesinde belirli geometrilerdeki akışlar için ampirik bağıntılar da elde edilmiştir. Boru içinde akışın çözülmesinin temel amacı, istenen akışkan debisini elde edebilmek için sisteme ne kadar basınç farkı uygulamak gerektiğini bulmaktır. Bir başka deyişle pompadan sağlanan basınç farkı, sistemde ne kadar akışkan debisi sağlamaktadır.

Bir boru sistemi tasarlandığında, bu sistemde mutlaka boru bağlantı elemanları olmalıdır. Sadece düz borular kullanılarak bir sistem oluşturabilme fikri anlamsızdır. Hidrolik sistemlerde kullanılan başlıca boru bağlantı elemanları olarak çeşitli açılardaki dirsekler, redüksiyonlar, rakorlar, flanşlar, t-dirsekler, y-biçimli borular, tıplar sayılabilir [1]. Bunlar içinden borulara hareket kabiliyeti sağlayan, yani istenilen doğrultuda yönlendirilmesini sağlayan dirsekler ile borular arasında çap değişimini sağlayan redüksiyonlar en çok kullanılanlardır [2]. Bu bağlantı elemanlarına ek olarak boruların akış kesitleri de farklı olabilir. Mevcut sistemlerde dairesel, dikdörtgen ve üçgen kesitli borular kullanılabilmektedir. Uygulamada en çok kullanılan borular dairesel kesitli borulardır.

1.1. Tezin Amacı

Bu çalışmanın amacı, mevcut bağlantı elemanlarından olan sabit eğrilikli 90° dirseğe nazaran daha az basınç kaybı sağlayabilecek yeni bir 90° dirsek tasarlamaktır. Bu yeni tasarımda dirseğin eğriliği sabit değil değişken olacaktır. Bu değişkenlik bir fonksiyonla tanımlanacaktır. Değişken eğrilikli bu dirsek modelinin, üretim metotlarındaki gelişmeler sayesinde üretiminin kolay olacağı öngörülmektedir. Bu amaç için öncelikle standartlara uygun bir dairesel kesitli 90° dirsek modeli alınmış ve bu modelin üzerindeki akış Fluent Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) yazılımı ile incelenmiştir. Yazılımdan elde edilen çözümler, literatürde bulunan ampirik bağıntılardan hesaplanan değerler ile karşılaştırılmıştır. Mevcut sabit eğrilikli modelden elde edilen bu veriler ile yeni tasarlanan değişken eğrilikli modellerden alınan çözümleri mukayese ederek, basınç kaybı açısından daha verimli bir 90° dirsek modeli bulmak amaçlanmıştır.

1.2. Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği

Gerçek hayatta karşılaşılan çoğu akışkanlar mekaniği probleminin çözümünü analitik olarak bulmak mümkün değildir; çünkü çok karmaşık geometriler üzerinde akışlar olabilmektedir. Bu akışlar içinde ilgili diferansiyel denklemlerin çözümü içinden çıkılmaz bir hal alır. Böyle akış modellerinin çözümü için denklemler sayısal olarak ifade edilerek, ardışık işlemler ile çözülürler. Bu çözümler için de problemin büyüklüğüne göre güçlü hesap kabiliyeti olan bilgisayarlar kullanılmaktadır. Bu şekilde karmaşık sayısal denklemlerin, hızlı bilgisayarlar yardımıyla ardışık hesaplarla çözülmesi yöntemine Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) denir [3]. Son yıllarda bilgisayar teknolojilerindeki hızlı gelişmelere paralel olarak HAD çalışmaları da artmıştır. Ayrıca akış modelleri daha kapsamlı modellenebilmektedir. Bu sayede gerçeğe daha yakın çözümler elde etmek mümkün olmaktadır.

Hesaplamalı akışkanlar dinamiği yaklaşımı, 1970'lerin başlarında başlamıştır. İlk HAD uygulamalarında, ses üstü, lineer olmayan potansiyel akışlar modellenmiştir. 1980'lerin başlarında ise ilk olarak 2-boyutlu, daha sonra da 3-boyutlu Euler denklemlerinin çözümleri mümkün olmaya başlamıştır. Bilgisayar teknolojilerindeki hızlı gelişmeler ve nümerik hesaplamaları hızlandıran çeşitli tekniklerin gelişmesi sayesinde hava taşıtı tasarımlarında ve turbo makinelerde viskoz olmayan akışlar da çözülmeye başlanmıştır. 1980'li yılların ortalarında ise viskoz olmayan akışlara göre daha zorlu, Navier-Stokes denklemleriyle ifade edilen viskoz akışların çözümüne odaklanılmıştır. Bununla beraber zaman içinde pek çok türbülans modeli çözümü geliştirilmiştir. Türbülans için ilk olarak kullanılan yaklaşımlar, Direk Sayısal Çözüm (Direct Numerical Simulation-DNS) ve Büyük Yapısal Simülasyon (Large Eddy Simulation-LES)'dur [4]. Ancak bu iki yaklaşım da, mühendislik uygulamalarında kullanılabilecek yeterlilikten çok uzaktır. Bunların yerine türbülans modellerinde, Reynolds Ortalamalı Navier-Stokes (Reynolds Averaged Navier Stokes-RANS) yaklaşımı daha doğru tahminler vermektedir. Günümüzde de sıklıkla bu yaklaşım kullanılmaktadır [5], [6].

Tarihsel gelişimi yukarıdaki gibi olan HAD yaklaşımının endüstride ve akademik çalışmalarda kullanımı çok yaygındır. Büyük ve pahalı deney düzenekleri kurmadan önce HAD sayesinde ön çalışma yapılarak, çok büyük maddi kayıplardan kurtulmak mümkündür. Ayrıca zaman açısından da HAD çalışmaları deneysel çalışmalara göre kat be kat hızlıdır. Elbette ki yapılan sayısal çalışmaların deneylerle desteklenmesi faydalı ve gereklidir. Ancak onlarca farklı deney düzeneği kurup, deney yapmak yerine, sayısal hesaplarla ön çalışma yapıp istenilen optimum şartları bularak bunlar için deney veya deneyler yapmak çok daha verimli olacaktır.

1.3. Literatür Araştırması

Boru içi akışlar hakkında literatürde pek çok çalışma vardır. Tabi ki boru bağlantı elemanları da, mühendisler ve akademisyenler tarafından çoklukla incelenmişlerdir. Bu konulardaki ilk araştırmalar akış karakteristiğini anlamaya

yönelik yapılmıştır. Daha sonra ki çalışmalarda akış, bilgisayar teknolojilerindeki gelişmeler ve buna bağlı olarak güçlü hesap kabiliyeti sayesinde, HAD analizleriyle gerçeğe daha yakın modellenebilmiştir. Bu sayede akış bölgesinde daha detaylı incelemeler yapılabilmiştir. Ayrıca deneysel çalışmalar da, deney düzenekleri ve ölçme aletlerindeki hassasiyetlerin gelişmesine paralel olarak daha kesin sonuçlar vermiştir. Gerçeğe çok yakın olarak bulunan bu çözümler karşılaştırılarak çalışmaların doğruluğu sağlamlaştırılmıştır. Bu çalışmalardan çok çeşitli ampirik bağıntılar elde edilmiştir. Bu ampirik bağıntıların çok çeşitli olmasının sebebi, bir çok farklı akış durumunun ve de farklı kişilerin farklı yaklaşımlarının olmasıdır. Bu bağıntıları kullanmak isteyen kişi, bağıntının hangi durumlar altında geçerli olduğunu göz önünde tutarak işlem yapmalıdır. Konuyla ilgili yapılan araştırmalar aşağıdaki gibi sıralanabilir.

M. Rowe, 1970 yılında düz uzun bir borunun ucuna eklenmiş çeşitli dirseklerde, $Re = 2,36 \times 10^5$ için toplam basıncın ve boru ekseninden sapan akışın ölçümlerini yapmıştır. Bu verilerle, oluşan ikincil akışların davranışlarını incelemiştir. Ayrıca akış denklemlerini çözen bir bilgisayar programı kullanmış ve hesaplanan verilerle, deneylerden elde ettiği verileri karşılaştırmıştır. 180° dirsek için ikincil akışların şiddeti, dirsek girişinde maksimum seviyeye ulaşmış, daha sonra akış ekseninin devamında sürekli durumdaki değerine geri dönmüştür. M. Rowe ek olarak, çeşitli açılarda profillere sahip iki dirseğin birleştirilmesiyle oluşmuş S–profilli dirsek sistemlerinde de ikincil akışların davranışlarını incelemiştir [7].

S. V. Patankar ve arkadaşları eğimli borularda türbülanslı akışın gelişimini tahmin etmek için 1975 yılında sonlu farklar yöntemi uygulamışlardır. Kullandıkları türbülans modeli iki denklem içermektedir. Birisi türbülans kinetik enerjisini, diğeri de bu enerjinin dağılma oranını ifade etmektedir. 180° dirsekte, gelişmekte olan ve tam gelişmiş akış için bu denklemleri kullanarak tahmin ettikleri hız profillerini, deneysel ölçümlerle karşılaştırmışlar, sonuçların birbirleriyle makul değerlerde uyum sağladığını görmüşlerdir. Fakat sonuçlar arasındaki uyumun laminar akışta daha iyi olduğunu tespit etmişler, bu nedenle ileriki çalışmalarda, kullandıkları türbülans modelinin geliştirilmesi gerektiğini belirtmişlerdir [8].

Y. D. Choi ve arkadaşları 1989'da, Chang ve arkadaşlarının 1983'te yaptıkları deneysel çalışmaları sayısal hesaplamalarla tekrar ele almışlardır. Bu çalışma kare kesitli 180° U – dirsekteki akışın incelenmesidir. Sistemi modellerken kullanılan ağ yapısında ve kullanılan türbülans modellerinde art arda çeşitli iyileştirmeler yapmışlardır. Her iyileştirmede, ölçümlerle, hesaplananlar arasında daha iyi uyum sağlanmıştır. Elde ettikleri iyileştirmeleri beş madde halinde sunmuşlardır [9].

K. Sudo ve arkadaşları 1998 yılında yaptıkları çalışmalarında, pürüzsüz cidarlı ve dairesel kesitli 90° dirsekteki sürekli ve türbülanslı akışı deneysel olarak incelemişlerdir. Eğrilik yarıçapı oranı 4,0 olan bu dirsekteki hız bileşenlerini, kızgın tel anemometresi ile $Re = 6 \times 10^4$ için ölçmüşlerdir. Bu şekilde alınan ölçümler kullanılarak akış eksenini boyunca çeşitli kesitlerde (akış eksenine dik kesitler) hız profillerini elde etmişlerdir. Bu hız profillerini inceleyerek, birincil akışlardaki ayrılmalar ve ikincil akışların yoğunluklarını yorumlamışlardır [10].

T.J. Hüttel ve R. Friedrich 2000 yılında yaptıkları çalışmalarında, düz, eğrisel ve helisel sarmala sahip borularda, tam gelişmiş, sürekli türbülans akışı üzerinde, Direk Sayısal Çözüm ile $Re = 230$ için çalışmışlardır. Sıkıştırılmaz Navier-Stokes Denklemlerini, kutupsal koordinat sistemine göre yazmışlar ve ikinci mertebe sonlu hacimler metodu ile entegre etmişlerdir. Dirsek eğriliğinin akış karakteri üzerinde güçlü etkileri olan ikincil akışlara sebep olduğunu göstermişlerdir. Türbülansın, akım çizgisinin eğriliğinden dolayı önemli derecede engellendiğini ve yüksek eğrilik parametrelerinde ($\kappa = 0,1$) akışın neredeyse yeniden laminar olduğunu söylemişlerdir. Ayrıca bükülme etkisinin, eğrilikten daha zayıf olduğunu ancak buna rağmen ihmal edilemeyeceğini söylemişlerdir. Bükülmenin, sadece eğrilik yüzünden oluşmuş olan ikincil akışlar üzerine etkisi olduğunu, kinetik enerji ve yayılma oranındaki düzensizliklerin artmasına neden olduğunu söylemişlerdir [11].

J. Pruvost, 2004 yılında yaptığı çalışmada, torus reaktörlerindeki akışı modellemek için, ön çalışma olarak, iyi bilinen 90° ve 180° dirseklerdeki akışın simülasyonlarını, Fluent (HAD denklem çözücü) ticari yazılımını kullanarak yapmıştır. Bu dirsek modelleri için literatürde mevcut olan deneysel ölçümlerle,

Fluent programı ile hesaplanan değerleri karşılaştırarak programın verimini ve kullanılabilirliğini incelemiştir. Değişik türbülans modelleri ve sınır tabaka yaklaşımları kullanmıştır. Sonuç olarak kullandığı türbülans modelleri arasında çok büyük farklar olmamakla birlikte, iki model içinde (90° ve 180° dirsekler) programla hesaplanan değerler ile literatürde mevcut değerlerin çok güzel uyum sağladığını tespit etmiştir [12].

A. Kumar ve arkadaşları, 2008 yılında, boru çapı 53 mm olan kapalı devre deney düzeneğinden, U-borusu manometre kullanarak, basınç düşümleri ölçmüşlerdir. Deneylerinde, kum taneleri içeren üç farklı konsantrasyon kullanmışlardır (% 0, % 3.84, % 8.82). Bu deneydeki amaçları hidrolik taşıma sırasında meydana gelen basınç düşümlerini incelemektir. Her bir konsantrasyon için 1.78 m/s ile 3.56 m/s arasında değişen akış hızları kullanmışlardır. Akış hızı ile parçacık konsantrasyonu arttıkça dirsek boyunca basınç düşümünün arttığını gözlemlemişlerdir. Deney düzeneklerinin 3-boyutlu HAD modelini yaparak, ticari HAD kodu Fluent ile çözmüşlerdir. Deneysel ve hesaplanan değerleri karşılaştırmışlar ve iyi bir uyum sağladığını görmüşlerdir ($\pm \% 10$ sapma ile). Sonuçlarından, dirsek öncesindeki hız profillerinin, dirsekten sonraki hız profillerine göre, dirsekten kaynaklanan, akıştaki bozulmalardan daha az etkilendiğini görmüşlerdir. Ayrıca dirseğin dış cidarındaki basıncın, iç cidarındaki basınçtan daha büyük olduğunu tespit etmişlerdir [13].

N. Crawford ve arkadaşları, 2009 yılında yaptıkları çalışmada, eğrilik yarıçapı R 'nin, boru yarıçapı r 'ye oranı 1,3, 5 ve 20 olan üç dirsek modelinde basınç düşümünü deneysel olarak ve sayısal modelleme ile incelemişler, sonuçları mukayese etmişlerdir. Sayısal modellemede dört farklı türbülans modeli kullanmışlardır: Standart $k - \varepsilon$ Modeli, Gerçeklenir (realizable) $k - \varepsilon$ Modeli, $k - \omega$ Modeli ve Reynolds Gerilimi Modeli (Reynolds Stress Model). Çalışmaları sonucunda, işlem yükünün göze alınması halinde Reynolds Gerilim Modelinin en iyi performansı veren model olduğuna karar vermişlerdir. R/D değerleri 2,5 ve 10 olan modellerde daha hassas sonuçlar alınırken, oranın 1,3 olduğu modelde sonuçlar önemli ölçüde kötüleşmiştir. Buna sebep olarak bu modelde, akıştaki dağılımları,

büyük basınç değişimlerini ve akım çizgisindeki yüksek eğrilik değerini göstermişlerdir [14].

Yukarıdaki çalışmalarda olduğu gibi, boru bağlantı elemanlarından olan, mevcut sabit eğrilikli 90° dirsekler için pek çok çalışma literatürde bulunmaktadır. Buna rağmen, bu elemandaki basınç kaybını azaltmaya yönelik yeni bir dirsek modeli üzerinde çalışma yapılmamıştır. Biz bu çalışmamızda, literatürdeki bu boşluğu doldurmak için 90° özelliğini koruyup, daha az basınç kaybı sağlayacak yeni bir dirsek modeli tasarlamayı hedefledik.

2. GENEL TANIMLAMALAR

2.1. Giriş

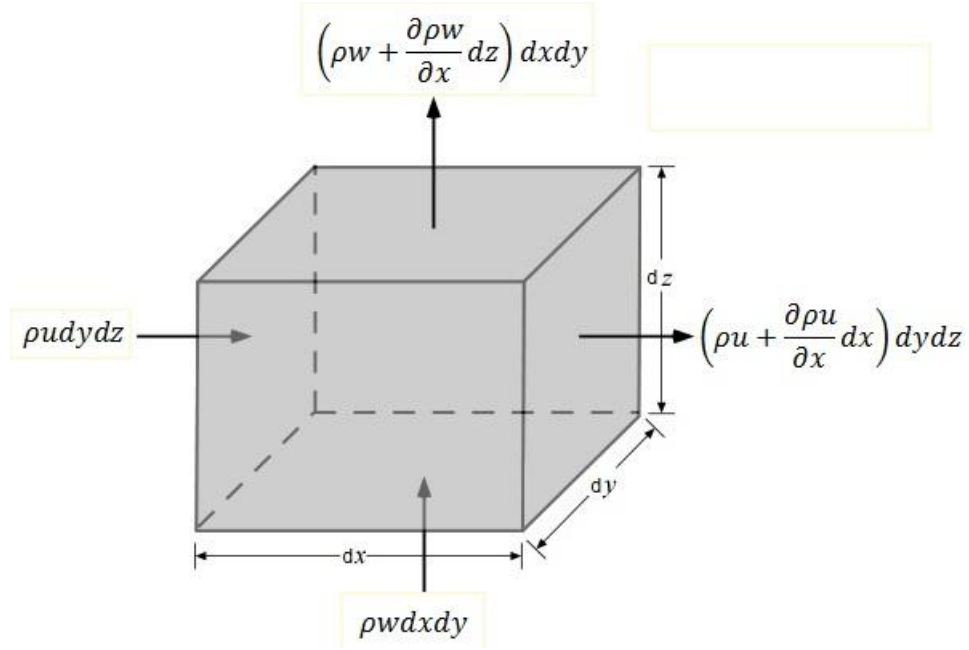
Çalıştığımız geometri, dairesel kesitli boru ve bu boru için 90° dirsek bağlantı elemanı olduğundan, bu bölümde, genel korunum denklemlerinin yanı sıra, ilgili geometrilerdeki akışlar için temel hareket denklemlerinin tanımı yapılmıştır. Genel haliyle dairesel kesitli borularda laminar ve türbülanslı akışlar tanımlandıktan sonra, asıl ilgilendiğimiz konu olan basınç düşümünü, düz dairesel kesitli borularda ve 90° dirsekte veren bağıntılar verilecektir.

2.2. Navier-Stokes Denklemleri

Akışkanların hareketinin analizinde, akış alanının sonsuz küçük bir bölgesini analiz ederek, akış yapısının ayrıntılarının nokta nokta bulunması bir yöntemdir. Bu bölümde temel korunum yasalarını sonsuz küçük bir kontrol hacmine uygulayarak, akışın diferansiyel denklemlerinin bulunuşu gösterilmiştir.

2.2.1. Süreklilik Denklemi

Tüm temel diferansiyel denklemler bir kontrol hacmi düşünülerek türetilirler. Aşağıdaki şekilde, dx, dy, dz boyutlarında sonsuz küçük bir kontrol hacmi seçilmiştir.



Şekil 2.1. Sonsuz küçük kontrol hacmi [15]

Bu kontrol hacmi için kütle korunumu aşağıdaki gibi yazılır [16].

$$\int \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{\text{çıkan}} - \sum_i (\rho_i A_i V_i)_{\text{giren}} = 0 \quad (2.1)$$

Eleman çok küçük olduğundan hacim integrali basitçe bir diferansiyel denkleme indirgenir.

$$\int \frac{\partial \rho}{\partial t} dV \approx \frac{\partial \rho}{\partial t} dxdydz \quad (2.2)$$

Kütle akısı terimleri, üç giriş ve üç çıkışta olmak üzere altı yüzeyde oluşur. Tüm bu yüzeylerdeki akılar aşağıdaki çizelgedeki gibidir.

Yüzler	Giren Kütle Debisi	Çıkan Kütle Debisi
x	$\rho u dy dz$	$\left[\rho u + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) dx \right] dy dz$
y	$\rho v dx dz$	$\left[\rho v + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) dy \right] dx dz$
z	$\rho w dx dy$	$\left[\rho w + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) dz \right] dx dy$

Çizelge 2.1. Kontrol hacmine giren ve çıkan kütle debisi terimleri

Çizelgedeki terimler Denklem 2.1’de yerine yazılır [15].

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) dx dy dz + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) dx dy dz + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) dx dy dz = 0 \quad (2.3)$$

Elemanın hacmi, tüm terimlerden atılırsa yoğunluk ve hızın türevlerinden oluşan bir kısmi diferansiyel denklem elde edilir.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (2.4)$$

Elde edilen bu denkleme *süreklilik denklemi* denir [17].

Boru içi akışlar için bu denklemin silindirik koordinatlarda tanımlanması çözümü çok kolaylaştırmaktadır. Silindirik koordinatlara dönüşüm için aşağıdaki bağıntılar kullanılır [18].

$$r = (x^2 + y^2)^{1/2}, \quad \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}, \quad z = z \quad (2.5)$$

Bu bağıntılar ile silindirik koordinatlar için elde edilen süreklilik denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho V_r r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho V_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_z) = 0 \quad (2.6)$$

2.2.2. Momentum Denklemleri

Kütlenin korunumu için yapıldığı şekliyle, momentumun korunumu için de kontrol hacmi için denklem aşağıdaki gibidir [19].

$$\sum \mathbf{F} = \frac{d}{dt} \left(\int \mathbf{V} \rho d\forall \right) + \sum (\dot{m}_i \mathbf{V}_i)_{\text{çıkan}} - \sum (\dot{m}_i \mathbf{V}_i)_{\text{giren}} \quad (2.7)$$

Aynı şekilde eleman çok küçük olduğundan, hacim integrali türev terimi biçimine indirgenir.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int \mathbf{V} \rho d\forall \right) \approx \frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{V}) dx dy dz \quad (2.8)$$

Kütle korunumun da olduğu gibi yüzeyler için giren çıkan akılar aşağıdaki çizelgede gösterilmiştir.

Yüzler	Giren Momentum Akısı	Çıkan Momentum Akısı
x	$\rho u \mathbf{V} dy dz$	$\left[\rho u \mathbf{V} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \mathbf{V}) dx \right] dy dz$
y	$\rho v \mathbf{V} dx dz$	$\left[\rho v \mathbf{V} + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \mathbf{V}) dy \right] dx dz$
z	$\rho w \mathbf{V} dx dy$	$\left[\rho w \mathbf{V} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \mathbf{V}) dz \right] dx dy$

Çizelge 2.2. Kontrol hacmine giren ve çıkan momentum akısı terimleri

Bu terimler, Denklem 2.7 ve Denklem 2.8’de yerlerine yazılarak aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\sum \mathbf{F} = dxdydz \left(\frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w \mathbf{V}) \right) \quad (2.9)$$

Bu bağıntı vektörel bir bağıntıdır. Parantez içindeki terimler aşağıdaki gibi kısımlara ayrılarak denklemde bir basitleştirme yapılmış olur.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \mathbf{V}) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w \mathbf{V}) \\ = \mathbf{V} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{V}) \right) + \rho \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Sağ taraftaki ilk parantez içindeki ifade süreklilik denklemidir ve sıfıra eşittir. Sağ taraftaki ikinci parantez içindeki uzun ifadenin, kontrol hacmini ani olarak işgal eden parçacığın toplam ivmesi olduğu aşağıdaki denklemde görülmektedir [20].

$$a = \frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \left(u \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} \right) = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} \quad (2.11)$$

Bu şekilde denklem aşağıdaki şekle indirgenmiş olur.

$$\sum \mathbf{F} = \rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} dxdydz \quad (2.12)$$

Denklem 2.12, kontrol hacmi üzerindeki net kuvvetin diferansiyel boyutta ve eleman hacmi ile orantılı olmak zorunda olduğunu gösterir. Bu kuvvetler iki çeşittir: *kütle kuvvetleri*, *yüzey kuvvetleri*. Kütle kuvvetleri (yerçekimi, manyetizma, elektrik potansiyel) gibi dış alanlar nedeniyle oluşur ve elemanın içindeki kütlenin tamamına etki ederler. Kontrol hacmi içindeki $\rho dxdydz$ diferansiyel kütlesi üzerindeki yerçekimi kuvveti aşağıdaki gibidir [19].

$$d\mathbf{F}_{y\check{c}ek} = \rho \mathbf{g} dx dy dz \quad (2.13)$$

Viskoz kuvvetler için denklem aşağıdaki gibidir [19].

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\mathbf{F}}{dV}\right)_{viskoz} = & \mathbf{i} \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right) + \mathbf{j} \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right) \\ & + \mathbf{k} \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Denklem 2.14'teki parantez içindeki her terim sırasıyla, x, y, z yüzeylerine etkiyen gerilme bileşenleri vektörünün diverjansını temsil ettiği için, Denklem 2.14 bazen diverjans biçiminde gösterilir.

$$\left(\frac{d\mathbf{F}}{dV}\right)_{viskoz} = \nabla \cdot \tau_{ij} \quad (2.15)$$

Burada, τ_{ij} , viskoz gerilme tensörüdür ve aşağıdaki gibi ifade edilir [21].

$$\tau_{ij} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Yüzey kuvveti, *basınç gradyeni* vektörü ile viskoz gerilme tensörünün diverjansının toplamıdır. Denklem 2.12'nin içine yerleştirilerek ve Denklem 2.13 kullanılarak, sonsuz küçük bir eleman için temel diferansiyel denklemi elde edilir.

$$\rho \mathbf{g} - \nabla P + \nabla \cdot \tau_{ij} = \rho \frac{d\mathbf{V}}{dt} \quad (2.17)$$

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial z} \quad (2.18)$$

Bu denklem tüm bileşenlerine ayrılarak yazıldığında momentum denklemleri aşağıdaki gibi bulunur [22].

x momentum denklemi:

$$\rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.19)$$

y momentum denklemi:

$$\rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) \quad (2.20)$$

z momentum denklemi:

$$\rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) \quad (2.21)$$

Sıkıştırılmaz akışlar için denklemler aşağıdaki şekillere indirgenir. Sabit yoğunluklu ve viskoziteli Newton tipi akışkan için momentum denklemleri şu şekildedir.

x momentum denklemi:

$$\rho g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \rho \frac{du}{dt} \quad (2.22)$$

y momentum denklemi:

$$\rho g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = \rho \frac{dv}{dt} \quad (2.23)$$

z momentum denklemi:

$$\rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = \rho \frac{dw}{dt} \quad (2.24)$$

2.2.3. Enerji Denklemi

Bu çalışmada enerji denklemleri çözülmemesine rağmen genel tanımlamaların bütünlüğünü bozmamak adına diferansiyel enerji denklemini de tanımlamayı uygun bulduk. Uzun işlemlerle denklemlerin ispatını yapmak yerine enerjinin korunumu için diferansiyel denklem direkt olarak aşağıdaki gibi verilmiştir [23].

$$\rho \left(\frac{\partial e}{\partial t} + u \frac{\partial e}{\partial x} + v \frac{\partial e}{\partial y} + w \frac{\partial e}{\partial z} \right) = \nabla \cdot (k \nabla T) - P(\nabla \cdot \mathbf{V}) + \mathbf{k} \cdot \mathbf{V} + \rho \cdot \dot{q}_s + \mu \Phi \quad (2.25)$$

Burada Φ , viskoz disipasyon fonksiyonudur ve aşağıdaki gibi ifade edilir [24].

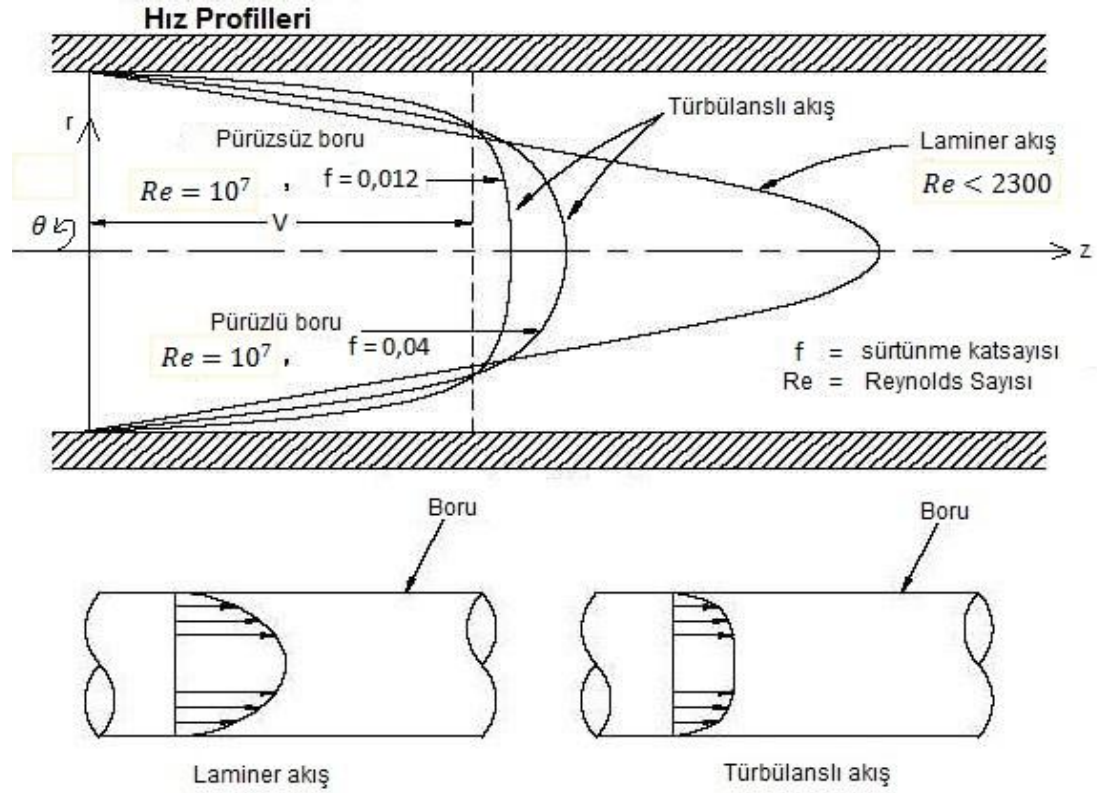
$$\begin{aligned} \Phi = 2 \cdot \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] &+ \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ &- \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \quad (2.26)$$

Yüksek süpersonik ve hipersonik uçuşlar gibi sıra dışı örnekler hariç, Φ çoğunlukla ihmal edilebilir [23].

2.3. Dairesel Kesitli Borularda Akışlar

Boru içinde akış uygulamalı mühendislikte fazlasıyla karşılaşılan bir durumdur. Borulardaki akış, bir iç akıştır ve akışkan, sistemi çevreleyen sınırlardan

yani sürtünmelerden fazlasıyla etkilenir. Borular içinde iki tip akış tanımlanmaktadır; *laminer akış*, *türbülanslı akış* [25]. Aşağıdaki şekilde laminer ve türbülanslı boru içi akışlar gösterilmiştir.



şekil 2.2. Laminer ve türbülanslı boru içi akışlar [26].

2.4. Borularda Sürtünmeli Akış

Boru akışları için kullanılacak denklemlerin silindirik koordinatlarda kullanılması büyük çözüm kolaylığı sağlamaktadır. Silindirik koordinatlarda süreklilik denkleminin aşağıdaki gibi tanımlandığı, 2.2.1. numaralı başlık altında belirtilmiştir.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho V_r r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho V_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho V_z) = 0 \quad (2.27)$$

Sıkıştırılmaz akış için bu denklem aşağıdaki şekli almaktadır.

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0 \quad (2.28)$$

Dönme ve çevresel değişim olmadığından $\partial V_\theta / \partial \theta = 0$ olur. Ayrıca tamamen gelişmiş akış halinde $V_z = u(r)$ olduğunu kabul ederiz. Böylece Denklem 2.27 aşağıdaki durumu alır.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r V_r) = 0 \quad (2.29)$$

Yani $r V_r = \text{sabit}$ olur. Cidarlarda, yani $r = D/2$ olduğunda, $V_r = 0$ olduğundan, Denklem 2.29 her yerde $V_r = 0$ olduğunu ifade eder. Böylece tamamen gelişmiş akışta sadece bir hız bileşeni, $u = u(r)$, vardır. Bu durumda silindirik koordinatlarda hareketin diferansiyel denklemi aşağıdaki şekli alır.

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{dP}{dz} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau) \quad (2.30)$$

Burada τ , ya laminar ya da türbülanslı kayma gerilmesini temsil eder. Ayrıca bu denklemde, $u = u(r)$ olduğundan sol taraf sıfır olur. Denklem 2.30 şu şekli alır.

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau) = \frac{dP}{dz} \quad (2.31)$$

Bu denklemde sol taraf sadece r ile sağ taraf ise sadece z ile değişmektedir. Denklem sağlanması için her iki tarafında aynı sabite eşit olması gerekmektedir. Bu bilgiye ek olarak, $r = 0$ da $\tau = 0$ sınır şartını da kullanarak Denklem 2.31'in integrali alınırsa, kayma gerilmesi dağılımı için denklem aşağıdaki gibi olur.

$$\tau = \frac{1}{2} r \frac{dP}{dz} = (\text{sabit})(r) \quad (2.32)$$

Böylece, hem laminar hem de türbülanslı akış için kayma gerilmesi simetri ekseninden cidara doğru doğrusal olarak değişir [19]. Laminer veya türbülanslı akış formüllerini uygulayarak Denklem 2.32 tamamlanır.

2.4.1. Laminer Akış Çözümü

Laminer akış halinde, newtonyen [27] akışkanlarda, aşağıdaki denklem geçerlidir [28].

$$\tau = \mu \frac{du}{dr} \quad (2.33)$$

Bu denklemi, Denklem 2.32’de yerine yazarsak aşağıdaki gibi bir denklem elde edilir.

$$\mu \frac{du}{dr} = \frac{1}{2} r K, \quad K = \frac{dP}{dz} \quad (2.34)$$

Yukarıdaki denklemin bir kere integrali alınırsa, aşağıdaki ifade bulunur.

$$u = \frac{1}{4} r^2 \frac{K}{\mu} + C_1 \quad (2.35)$$

Sabit sayı C_1 , $r = D/2$ ‘de $u = 0$ sınır şartı kullanılarak aşağıdaki gibi bulunmaktadır.

$$0 = \frac{1}{4} r^2 \frac{K}{\mu} + C_1 \quad \rightarrow \quad C_1 = -\frac{\left(\frac{D}{2}\right)^2 K}{4\mu} \quad (2.36)$$

Bulunan bu katsayı, Denklem 2.35’de yerine yazılarak aşağıdaki denklem bulunur.

$$u = \frac{1}{4\mu} \left(-\frac{dP}{dz} \right) \left[\left(\frac{D}{2} \right)^2 - r^2 \right] \quad (2.37)$$

Böylece laminar akış hız profilinin, cidarda sifıra düşen, simetri ekseninde maksimuma ulaşan bir parabol olduğu görülmektedir. Simetri eksenini üzerinde maksimum değerine ulaşan hızın fonksiyonu da aşağıdaki gibidir.

$$u_{max} = \frac{\left(\frac{D}{2} \right)^2}{4\mu} \left(-\frac{dP}{dz} \right) \quad (2.38)$$

Dairesel kesitli boru içinde laminar hız dağılımı Denklemi 2.37, Hagen-Poiseuille akışı olarak adlandırılmaktadır. Çünkü bu denklem, G. Hagen'in 1839'da ve J. Poiseuille'ün 1840'da yaptıkları deneysel çalışmalar ile ortaya çıkarılmıştır [29].

2.4.2. Türbülanslı Akış Çözümü

Türbülanslı akışlarda, akışkan parçacıklarının hareketi, laminar akışlardakinin aksine çok dengesizdir. Türbülansla sürekli girdaplar ve ters akıntılar vardır. Türbülansın kesin matematiksel çözümü çok zordur; bu nedenle çoğunlukla deneyler yapmaya ihtiyaç vardır. En gelişmiş türbülans akışı teorileri bile deneysel çalışmalardan faydalanmıştır [30].

Laminer kayma cidar yakınında hakimdir (*cidar tabakası*) ve türbülanslı kayma *dış tabakada* daha çok rol oynar. Hem laminar hem de türbülanslı kaymanın önemli olduğu, *örtüşme tabakası* denilen, bir orta bölge vardır. Cidar tabakasında, Prandtl 1930'da u 'nun kayma-tabakası kalınlığından bağımsız olması gerektiği sonucunu çıkardı [19].

$$u = f(\mu, \tau_w, \rho, y) \quad (2.39)$$

Boyut analizi ile bu denklem aşağıdaki bağıntıya eşdeğerdir.

$$u^+ = \frac{u}{u^*} = F\left(\frac{yu^*}{\nu}\right) \quad u^* = \left(\frac{\tau_w}{\rho}\right)^{1/2} \quad (2.40)$$

Denklem 2.40, *cidar yasası* olarak adlandırılır ve u^* büyüklüğü *sürtünme hızı* olarak adlandırılır, çünkü gerçekte bir akış hızı olmamasına rağmen $\{LT^{-1}\}$ boyutundadır. Ardından, Karman 1933’de dış tabakadaki u ’nun moleküler viskoziteden bağımsız olduğu, akım hızı U ’dan sapmasının tabaka kalınlığı δ değerine ve diğer özelliklere bağlı olması gerektiği sonucunu çıkardı [19].

$$(U - u)_{dış} = g(\delta, \tau_w, \rho, y) \quad (2.41)$$

Yine boyut analizi ile bu denklemi aşağıdaki bağıntıya çevirebiliriz.

$$\frac{U - u}{u^*} = G\left(\frac{y}{\delta}\right) \quad (2.42)$$

Burada u^* , Denklem 2.40’taki ile aynı anlama sahiptir. Buradaki Denklem 2.42, dış tabaka için *hız-azalması yasası* olarak adlandırılmaktadır [19].

Hem cidar yasası Denklem 2.40 hem de azalma yasası Denklem 2.42’nin çok çeşitli deneysel türbülanslı kanal ve sınır tabaka akışları için doğru olduğu bulunur. Bu iki yasa şekil bakımından farklıdır, ama buna karşılık orta tabakada düzgün bir şekilde örtüşmelidirler. 1937’de C. B. Millikan, eğer örtüşme tabakası hızı y ile logaritmik olarak değişirse bunun gerçekleşebileceğini gösterdi [19].

$$\frac{u}{u^*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{yu^*}{\nu} + B \quad \text{örtüşme tabakası} \quad (2.43)$$

Türbülanslı pürüzsüz cidar akışlarının tümünde, boyutsuz sabitler κ ve B ’nin $\kappa \approx 0,41$ ve $B \approx 5,0$ yaklaşık değerlerine sahip olduğu bulunmuştur. Denklem 2.43, *logaritmik örtüşme tabakası* olarak adlandırılır [19].

Türbülanslı boru akışı için bir diferansiyel denklem çözmeye gerek duyulmaz, bunun yerine logaritmik yasa ile işlem yapılır. Denklem 2.43'ün borunun tüm kesiti boyunca hızın yersel olarak zaman ortalaması $u(r)$ 'yi korele ettiğini kabul edelim.

$$\frac{u(r)}{u^*} \approx \frac{1}{\kappa} \ln \frac{\left(\frac{D}{2} - r\right) u^*}{v} + B \quad (2.44)$$

Esas formüldeki y yerine $D/2 - r$ konmuştur. Hızın kesit içindeki ortalaması bu dağılımdan hesaplanabilir [19].

$$\begin{aligned} V = \frac{Q}{A} &= \frac{1}{\pi(D/2)^2} \int_0^R u^* \left[\frac{1}{\kappa} \ln \frac{(D/2 - r) u^*}{v} + B \right] 2\pi r dr \\ &= \frac{1}{2} u^* \left(\frac{1}{\kappa} \ln \frac{(D/2) u^*}{v} + 2B - \frac{3}{\kappa} \right) \end{aligned} \quad (2.45)$$

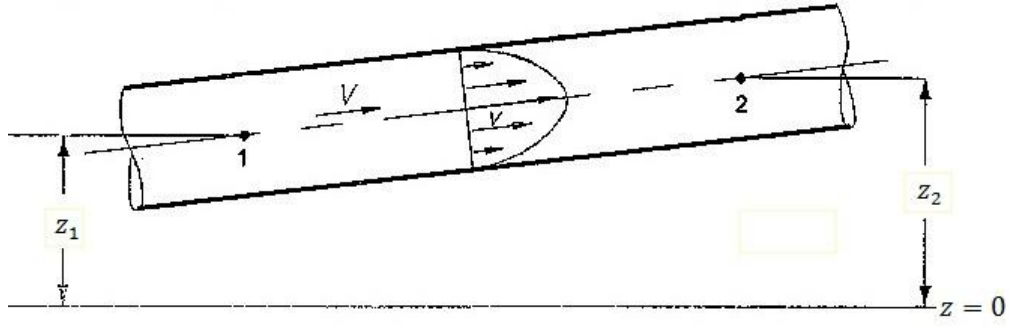
Denklemde $\kappa = 0,41$ ve $B = 5,0$ yerine koyulursa, Denklem 2.46, elde edilir.

$$\frac{V}{u^*} \approx 2,44 \ln \frac{(D/2) u^*}{v} + 1,34 \quad (2.46)$$

2.5. Silindirik Borularda ve Dirseklerde Basınç Kayıpları

2.5.1. Silindirik Borularda Basınç Kaybı

Boru içi akışlarda, boru cidarındaki sürtünmeden ve akışkanın viskozitesinden dolayı basınç kayıpları olmaktadır [31]. Boru içi akışta basınç kaybını formüsel olarak ifade etmek için kesit alanı sabit kalan aşağıdaki şekildeki gibi bir boruda 1 ve 2 noktaları arasında bir kontrol hacmi alarak süreklilik denklemini yazılır.



Şekil 2.3. Eğimli bir boru içinde, iki kesit arasındaki akışa ait kontrol hacmi [32]

Boru sabit kesitli olduğundan denklem aşağıdaki gibi olur, yani iki noktadaki kütleli debiler birbirine eşittir.

$$Q_1 = Q_2 = \text{sabit} \quad (2.47)$$

$$V_1 = \frac{Q_1}{A_1} = V_2 = \frac{Q_2}{A_2} \quad (2.48)$$

Bu denkleme ek olarak daimi akış için enerji denklemi, mekanik iş ve ısı geçişi etkileri olmadığı halde, aşağıdaki gibi elde edilir. Bu denkleme *Bernoulli Denklemi* denir [33].

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{1}{2} V_1^2 + g z_1 = \frac{P_2}{\rho} + \frac{1}{2} V_2^2 + g z_2 + g h_f \quad (2.49)$$

Denklem 2.48'de $V_1 = V_2$ olduğunu görmüştük. Bunu da göz önünde bulundurarak Denklem 2.49, h_f yük kaybını yalnız bırakacak şekilde tekrar düzenlenirse, aşağıdaki denklem elde edilir.

$$h_f = \left(z_1 + \frac{P_1}{\rho g} \right) - \left(z_2 + \frac{P_2}{\rho g} \right) = \Delta \left(z + \frac{P}{\rho g} \right) = \Delta z + \frac{\Delta P}{\rho g} \quad (2.50)$$

Bu denklemin bize söylediği, iki nokta arasındaki boru yük kaybının, iki noktadaki basınç ve yükseklik farkına bağlı olduğudur. Ayrıca kontrol hacmine, basınç, yerçekimi ve kayma gerilmesinden ötürü uygulanan kuvvetler hesaba katılarak, momentum bağıntısı uygulanır ve aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\Delta P \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 + \rho g \left(\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2\right) \Delta L \sin\phi - \tau_w \left(2\pi \frac{D}{2}\right) \Delta L = \dot{m}(V_2 - V_1) = 0 \quad (2.51)$$

Bu denklem h_f 'i cıdardaki kayma gerilmesi ile ilişkilendirir [19].

$$\Delta z + \frac{\Delta P}{\rho g} = h_f = \frac{2 \tau_w}{\rho g} \frac{\Delta L}{D/2} \quad (2.52)$$

Buraya kadar laminar veya türbülanslı akış kabulü yapılmamıştır. τ_w , akış koşullarıyla ifade edilerek, boru akışında yük kaybı çözülür [34].

$$\tau_w = F(\rho, V, \mu, d, \varepsilon) \quad (2.53)$$

Burada ε , yüzey pürüz yüksekliğini ifade etmektedir. Boyut analizi yapılarak yukarıdaki fonksiyon aşağıdaki gibi elde edilir [34].

$$\frac{8 \tau_w}{\rho V^2} = f = F\left(Re_d, \frac{\varepsilon}{D}\right) \quad (2.54)$$

Denklemdaki boyutsuz parametre f , 1857'deki boru akış deneyleri ile boru direnci üzerine pürüzlülük etkisini ilk defa ortaya koyan Fransız mühendis Henry Darcy'nin (1808 – 1858) adına, *Darcy Sürtünme Katsayısı* olarak adlandırılır [35]. Denklem 2.54'teki τ_w değeri çekilerek, Denklem 2.52'de yerine yazılarak boru yük kaybı için aşağıdaki denklem elde edilir.

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad (2.55)$$

Bu denklem herhangi bir kesit alanına sahip olan laminar ya da türbülanslı akışlar için geçerli olan *Darcy-Weisbach Denklemi*dir. Bu bağıntı 1850’de hidrodinamik üzerine ilk modern kitabı yayınlayan Alman Profesör Julius Weisbach tarafından önerilmiştir [19].

Boyut analizi yapıldığında da görüleceği gibi Denklem 2.55, borudaki yük kaybını metre cinsinden ifade etmektedir. Bu ifadeyi basınç düşümü değerine çevirmek için aşağıdaki bağıntı kullanılmaktadır.

$$\Delta P = \rho g h_f \quad (2.56)$$

Yani borularda basınç kaybı için Denklem 2.55 ile Denklem 2.56’nın beraber kullanımından elde edilen, aşağıdaki denklem kullanılmaktadır.

$$\Delta P = f \frac{L}{D} \frac{\rho}{2} V^2 \quad (2.57)$$

Yukarıdaki denklemde kullanılan, f boyutsuz sürtünme katsayısının hesabında, akışın laminar ve türbülanslı olması durumuna göre farklı bağıntılar kullanılır.

Akışın laminar olması durumunda, yani iç akış için $Re < 2300$ olduğunda, sürtünme katsayısı aşağıdaki bağıntıdan hesaplanır [36].

$$f = \frac{64}{Re}, \quad Re < 2300 \quad (2.58)$$

Akışın türbülanslı olması durumunda ise, yani aynı şekilde iç akış için $Re \geq 2300$ olduğunda, sürtünme katsayısı hesabı aşağıdaki bağıntı ile yapılır [36].

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -2 \log \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re f^{1/2}} \right), \quad Re \geq 2300 \quad (2.59)$$

Bu bağıntı 1939'da, Colebrook tarafından tanımlanmıştır ve bu bağıntı kullanılarak akışkanlar mekaniğinin belki de en ünlü ve faydalı diyagramı olan *Moody Diyagramı* çizilmiştir. Bu denklemin çözümü biraz zor olduğundan, bunun yerini alabilecek yeni bir açık denklemi, 1983 yılında Haaland bulmuştur. Sürtünme katsayısı için Haaland'ın tanımladığı açık denklem aşağıdaki gibidir [19].

$$\frac{1}{f^{1/2}} = -1,8 \log \left(\frac{6,9}{Re} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} \right)^{1,11} \right) \quad (2.60)$$

Bu formül, Denklem 2.59'dan en fazla % 2 farklı sonuç verir. Biz de bu çalışmamızda, basınç kayıplarının hesaplarında Haaland'ın bağıntısını kullandık.

Formüldeki ε değeri için, ticari borularla çok sayıda deney yapılmış ve ortalama boru pürüzlülüğü için tavsiye edilen değerler elde edilmiştir. Bu değerlerden bazıları çizelge halinde aşağıda verilmiştir.

Malzeme	Durumu	$\varepsilon(mm)$	Belirsizlik, %
Çelik	Saç levha	0,05	± 60
	Paslanmaz	0,002	± 50
	Ticari	0,046	± 30
	Perçinli	3,0	± 70
	Paslanmış	2,0	± 50
Demir	Döküm	0,26	± 50
	Çekme	0,046	± 20
	Galvanizli	0,15	± 40
Pirinç	Çekme	0,002	± 50
Plastik	Çekme	0,0015	± 60
Cam	-	Pürüzsüz	
Beton	Pürüzsüzleştirilmiş	0,04	± 60
	Kaba	2,0	± 50
Lastik	Pürüzsüzleştirilmiş	0,01	± 60

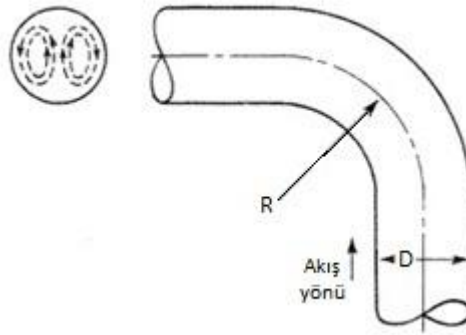
Çizelge 2.3. Ticari borular için tavsiye edilen pürüzlülük değerleri [19]

Biz çalışmamızda galvanizli demir boru üzerinde çalıştık, dolayısıyla pürüzlülük değeri $0,15 \text{ mm}$ alındı. Borulardaki kayıpların hesabı tanımlandıktan sonra asıl incelediğimiz geometri olan dirsekler için basınç kaybının hesabı da bir sonraki başlıkta anlatılmıştır.

2.5.2. Dirseklerde Basınç Kaybı

Boru sistemlerindeki basınç kayıplarında, boru bağlantı elemanlarından dolayı oluşan kayıpların büyük payı vardır [37]. Dirseğin de en çok kullanılan boru bağlantı elemanı olduğu daha önceki bölümlerde söylenmişti. Bu bölümde dirsek nedeniyle oluşan basınç düşümü incelenmiştir.

Bağlantı elemanlarındaki akışlar oldukça karmaşık olduğundan, teori burada çok zayıf kalır. Bu geometriler için kayıplar, genelde deneysel olarak ölçülerek, boru akışı parametrelerini kapsayan bağıntılarla ifade edilirler. Dirseklerde basınç kaybı üç nedenden dolayı oluşur. Bunlar, dirsek eğriliğinden dolayı, akıştaki geçiş bölgelerinden dolayı ve dirsek uzunluğundan dolayı oluşan kayıplardır [38]. Aşağıdaki şekilde 90° 'lik bir dirsekte, çeperlerdeki akış ayrılması ve merkezci ivmeden dolayı oluşan ikincil akış görülmektedir.



Şekil 2.4. 90° dirsekte oluşan ikincil akış [38]

Dirseklerde oluşan basınç kayıpları aşağıdaki denklemdeki gibi ifade edilebilir [38].

$$h_t = h_p + h_c + h_L \quad (2.61)$$

Burada, h_t : toplam kaybı [m], h_p : geçiş bölgelerinden dolayı kaybı [m], h_c : eğrilikten dolayı kaybı [m], h_L : dirsek uzunluğundan dolayı kaybı [m] ifade etmektedir. Uzunluktan kaynaklanan basınç düşümünü ayrı tutarak, geçiş bölgelerinden ve eğrilikten kaynaklanan kayıplar toplanır ise Denklem 2.62 elde edilir.

$$h_b = h_p + h_c \quad (2.62)$$

Bu yeni basınç kaybı ifadesi için ise aşağıdaki denklem tanımlanır [38].

$$h_b = K_b \frac{V^2}{2g} \quad (2.63)$$

Bu denklemde, K_b : dirsek kayıp katsayısını, V : akışkan hızını [m/s] ve $g = 9,81 m/s$ olarak yer çekimi ivmesini ifade eder. Dirsek kayıp katsayısının bulunması için çeşitli yaklaşımlar olmakla birlikte, bizim de çalışmamızda kullandığımız şekliyle, kayıp katsayısı formülü aşağıdaki gibidir [36].

$$K_b = (n - 1) \left(0,25 \pi f \frac{R}{D} + 0,5 K \right) + K \quad (2.64)$$

Bu formülde, n : 90° 'lik dirsek sayısıdır; K ise bir tane 90° 'lik dirsekler için aşağıdaki çizelgeye göre kayıp katsayısıdır. Bu katsayılar çok sayıda deney sayesinde, farklı eğrilik oranlarına elde edilmişlerdir.

(R/D)	K	(R/D)	K
1	$20f$	8	$24f$
1,5	$14f$	10	$30f$
2	$12f$	12	$34f$
3	$12f$	14	$38f$
4	$14f$	16	$42f$
6	$17f$	20	$50f$

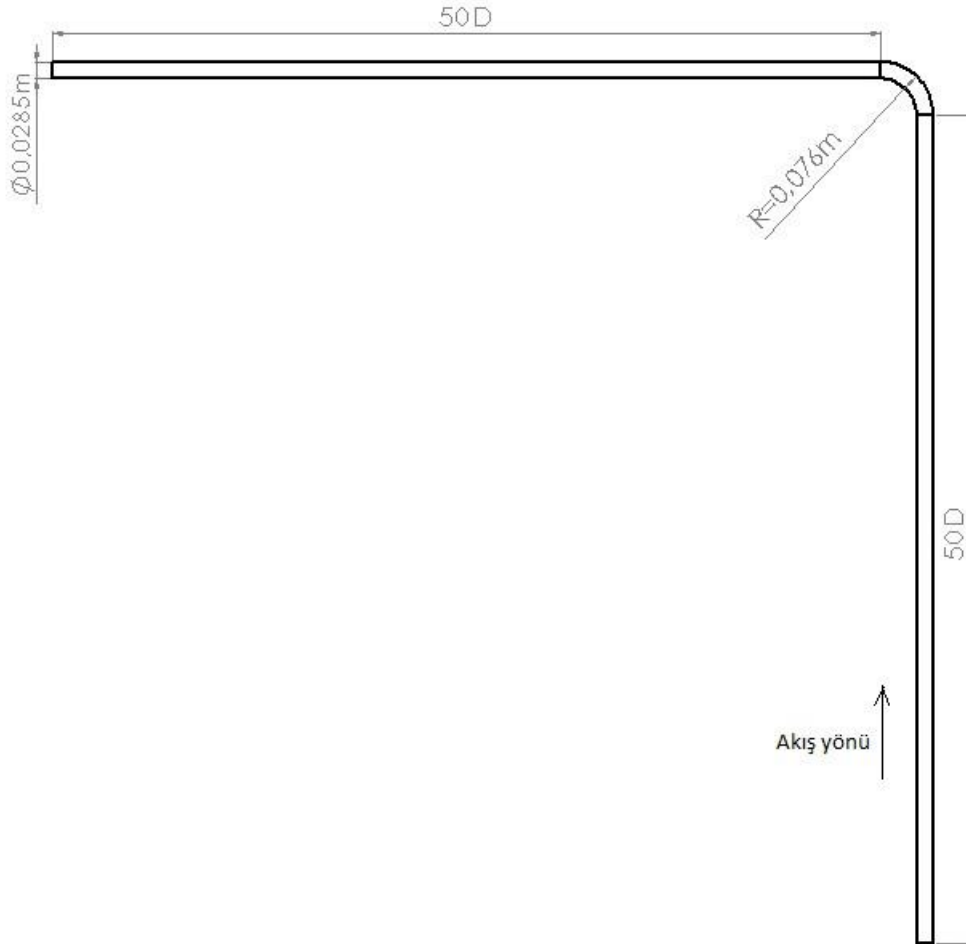
Çizelge 2.4. Farklı eğrilik oranlarında 90° dirsekler için kayıp katsayıları [38]

Bizim modelimizde $R = 0,076\ m$ ve $D = 0,0285\ m$ 'dir. Yani $R/D = 2,666$ 'dır. Çizelgeye bakıldığında oran 2 olduğunda, $K = 12f$ olduğu; oran 3 olduğunda ise yine $K = 12f$ olduğu görülmektedir. Bizim eğrilik oranımızda 2 ve 3 arasında olduğundan, modelimiz için dirsek kayıp katsayımız $K = 12f$ olur.

3. PROBLEMİN MATEMATİKSEL MODELİ

3.1. Geometrinin Tanımlanması

Bu çalışmada, eğrilik yarıçapı $R = 0,076 \text{ m}$ ve hidrolik çapı $D = 0,0285 \text{ m}$ olan 90° dirsek modeli incelenmiştir. Bu ölçüler, ‘Eren Boru’ firmasının, DIN 2605 normuna göre ürettiği dirsek ölçüleridir [39]. Bu akış için ampirik bağıntılarla hesaplanan basınç kaybı, Fluent HAD programıyla sayısal çözümler yapılarak karşılaştırılmıştır. Mevcut modelden daha az basınç kaybı veren bir model bulmak amacıyla 35 farklı tasarım üzerinde Fluent ile analizler yapılmıştır. Problemin geometrisi aşağıdaki şekilde şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 3.1. Problemin geometrisinin şematik gösterimi

Sistemde akışkan olarak su kullanılmaktadır. Akış, sürekli, sıkıştırılamaz ve viskoz kabul edilmektedir. Suyun sisteme giriş hızı $V \cong 1,058 \text{ m/s}$ 'dir. Bu değer modelimiz için $Re = 30000$ 'e karşılık gelmektedir. Dirsek girişinde akışın tam gelişmiş olabilmesi için boru çapının 50 katı uzunluğunda düz boru modellenmiştir. Bu uzunluk girişte tam gelişmiş akış oluşması için yeterlidir [14]. Aynı şekilde dirsek çıkışında da çapın 50 katı uzunluğunda düz boru eklenmiştir. Çünkü akışın dirsek geometrisinin etkilerini kaybedip, tekrar tam gelişmiş akış olduğu bölge görülmek istenmektedir.

3.2. Yeni Dirsek Modeli İçin Fonksiyon Tanımlama

Mevcut dirsek modelinden daha verimli bir model bulmayı amaçladığımızı daha önceki bölümlerde de söylemiştik. Bu yeni tanımlanacak dirsek geometrilerinin merkez eksenleri için bir fonksiyon tanımlanmıştır. Bu sayede bulunan verimli geometri, bu fonksiyon ile literatüre sunulabilecektir.

Mukayese yaptığımız mevcut dirsek modelinin giriş ve çıkış düzlemleri arasındaki açı 90° 'dir. Dolayısıyla yeni tasarlayacağımız modellerinde bu iki düzlemi arasındaki açı aynı olmalıdır. Bu şartı sağlayabilmek için tanımlanacak fonksiyona sınır şartı eklemek gerekmektedir.

Dirsek modelimizin fonksiyonu polar koordinatlarda tanımlanmıştır. Çünkü dirsek eğriliği R 'nin değişimini, dirsek merkez açısı θ 'ya bağlamak fonksiyonun kullanımını kolaylaştıracaktır. Ayrıca görsellik ve fonksiyonun sadeliği açısından da polar koordinatlarda çalışmak daha doğru olacaktır. Yukarıdaki paragrafta bahsettiğimiz şartı sağlamak için fonksiyona $\theta = 0^\circ$ ve $\theta = 90^\circ$ 'de sınır şartları uygulamamız gerekmektedir. İlk öncelikle bir fonksiyon tahmin edilmiştir. Bulmayı hedeflediğimiz fonksiyon sinüzoidal olduğundan tahmin fonksiyonumuz trigonometrik fonksiyon seçilmiştir. Tahmin fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$R(\theta) = A\sin(n\theta) + B\cos(n\theta) + C \quad (3.1)$$

Yukarıda $\theta = 0^\circ$ ve $\theta = 90^\circ$ 'de sınır şartları uygulamamız gerektiğini belirtmiştik. Bu açı değerlerinde fonksiyon, $\theta = 0^\circ$ ve $\theta = 90^\circ$ eksenlerini dik kesmelidir. Böylece giriş ve çıkış yüzeylerinin normalleri arasındaki açı 90° olur. Bu noktalardaki sınır koşulları aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\left. \frac{dR}{d\theta} \right|_{\theta=0} = 0 \quad (3.2)$$

$$\left. \frac{dR}{d\theta} \right|_{\theta=\pi/2} = 0 \quad (3.3)$$

Bu denklemler, belirtilen noktalarda R 'nin θ ile değişmediğini göstermektedir. Yani fonksiyon bu iki noktada, eksenleri dik kesmektedir. Bu sınır şartlarının denkleminimize uygulanabilmesi için öncelikle fonksiyonun θ 'ya göre türevi alınır.

$$\frac{dR}{d\theta} = A n \cos(n\theta) - B n \sin(n\theta) \quad (3.4)$$

Yukarıda bulduğumuz denklemde, $\theta = 0$ ve $\theta = \pi/2$ değerlerini yerine koyduğumuzda denklem sıfır olmalıdır. İlk önce θ yerine sıfır koyularak aşağıdaki çözüm elde edilir.

$$A n \cos(0) - B n \sin(0) = 0 \quad (3.5)$$

$$A n = 0 \quad (3.6)$$

Burada n terimi sıfır kabul edilirse fonksiyonun çözümü bulunmaz. Yani $n = 0$ olur ise θ 'nın değişiminin fonksiyon sonucunda hiçbir etkisi olmaz. Bu yüzden katsayı olan A 'yı sıfır kabul etmek doğru olacaktır.

$$A = 0 \quad (3.7)$$

Daha sonra da θ yerine $\pi/2$ koyularak, aşağıdaki çözüm elde edilir.

$$A n \cos\left(n \frac{\pi}{2}\right) - B n \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad (3.8)$$

$$B n \sin\left(n \frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad (3.9)$$

Burada sinüslü ifade sıfır olmaz ise A katsayısı gibi, B katsayısı da sıfır olur ve elimizde bir fonksiyon kalmaz. Bundan dolayı sinüslü terimi sıfır yapacak n değerlerini düşünmek gerekmektedir. n , ± 2 veya katları olursa sinüslü terim sıfır olur. Biz denklemin görselliğinin daha basit olması açısından $n = 2$ kabul ettik.

$$n = 2 \quad (3.10)$$

Fonksiyondaki bu iki terimi sınır şartlarını kullanarak bulduktan sonra, fonksiyonun, $\theta = 0$ ve $\theta = \pi/2$ de aldığı değerleri de yerlerine yazılarak B ve C katsayıları da bulunur. Açılı değeri $\theta = 0$ iken fonksiyonun değeri $R(0) = r_1$ olsun ve $\theta = \pi/2$ iken fonksiyonun değeri $R(\pi/2) = r_2$ olsun. A katsayısı sıfır olduğundan, o terimi denklemden çıkararak ve katsayıları yeniden düzenleyerek aşağıdaki denklemleri elde ederiz.

$$R(0) = A \cos(0) + B = r_1 \quad (3.11)$$

$$A + B = r_1 \quad (3.12)$$

$$R\left(\frac{\pi}{2}\right) = A \cos(\pi) + B = r_2 \quad (3.13)$$

$$-A + B = r_2 \quad (3.14)$$

Denklemler 3.12 ve 3.14'ten B ve C katsayıları, r_1 ve r_2 'ye bağlı olarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$A = \frac{r_1 - r_2}{2} \quad (3.15)$$

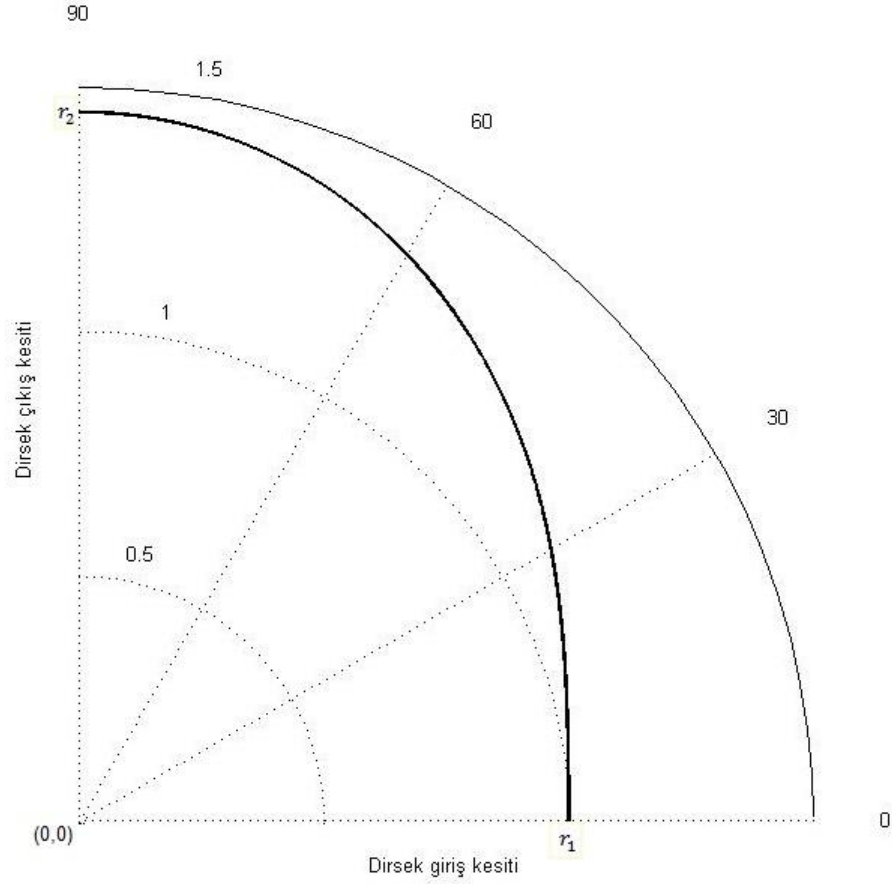
$$B = \frac{r_1 + r_2}{2} \quad (3.16)$$

Katsayıları yukarıdaki denklemler gibi olan fonksiyonun son hali aşağıdaki gibidir.

$$R(\theta) = A \cos(2\theta) + B \quad (3.17)$$

$$R(\theta) = \left(\frac{r_1 - r_2}{2}\right) \cos(2\theta) + \left(\frac{r_1 + r_2}{2}\right) \quad (3.18)$$

Bu katsayılarla göre denklemin $r_1 = 1$ birim ve $r_2 = 1,45$ birim için grafiği aşağıdaki gibidir.



Şekil 3.2. Yeni tasarımların merkez eksenlerini tanımlayan fonksiyonun $r_1 = 1$ birim ve $r_2 = 1.45$ birim için çizilmiş grafiği

Bulduğumuz trigonometrik fonksiyonun mantıklı bir geometri verebilmesi için bazı koşullar altında kullanılması gerekmektedir. Bu koşullar şu şekilde ifade edebilirler.

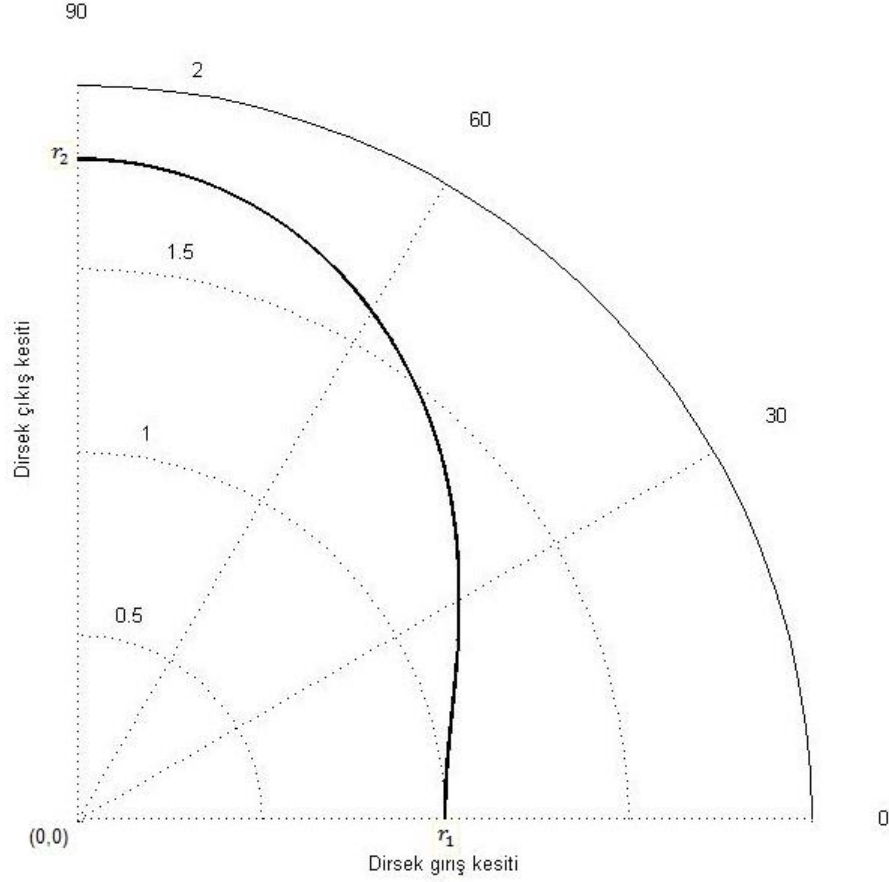
r_1 seçilirken aşağıdaki koşul kullanılmalıdır.

$$0,7r_2 \leq r_1 \leq 1,45r_2 \quad (3.19)$$

Aynı şekilde r_2 seçilirken de aşağıdaki koşul kullanılmalıdır.

$$0,7r_1 \leq r_2 \leq 1,45r_1 \quad (3.20)$$

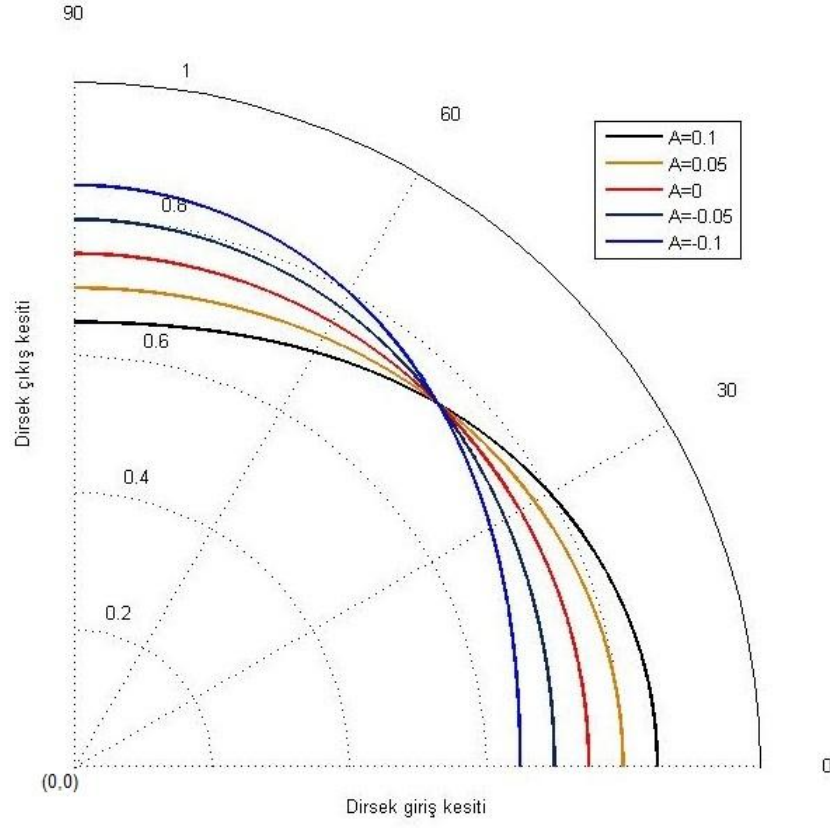
Bu koşullar sağlanmadığı takdirde fonksiyonumuzun grafiği aşağıdaki gibi olmaktadır.



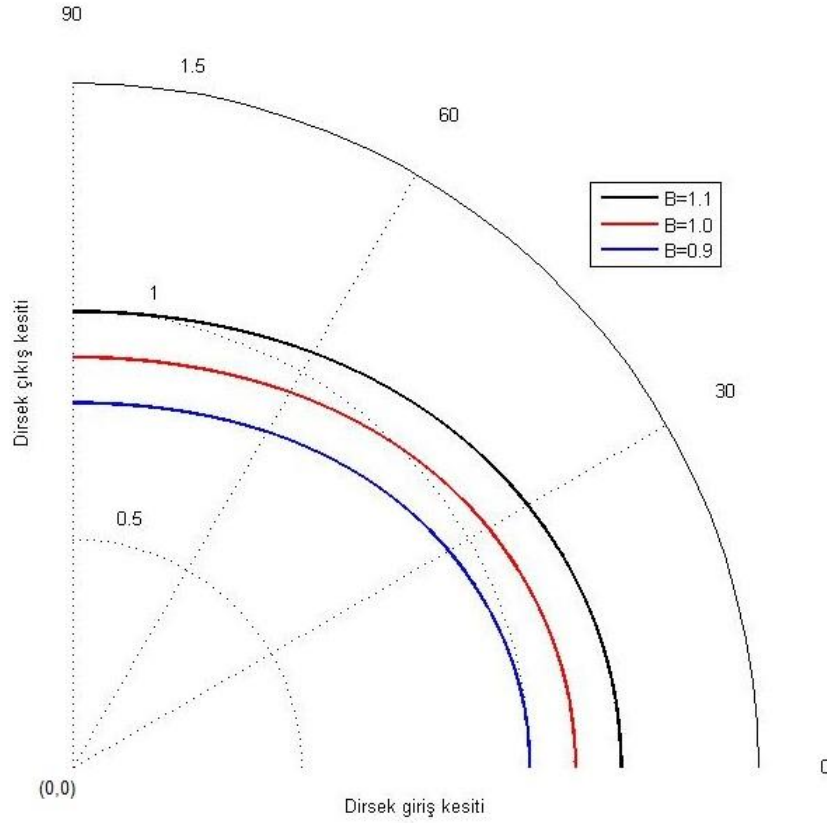
Şekil 3.3. Tanımlanan fonksiyonun koşulları sağlamadığı durumdaki, $r_1 = 1$ birim ve $r_2 = 1.8$ birim için çizilmiş grafiği

Grafikte de görülen böyle bir geometriyle karşılaşmamak için belirtilen koşullara uymak gerekir. Çünkü böyle bir geometrinin dirsek modeli olarak kullanılması hem üretiminde hem de kullanımında sorunlar çıkaracaktır.

Yukarıdaki koşullar altında, katsayılara bağlı olarak fonksiyondaki değişimi görebilmek için aşağıdaki gibi iki grafik hazırlanmıştır. Birinci grafik A katsayısına göre fonksiyonun değişimini, ikinci grafik ise B katsayısına göre fonksiyonun değişimini göstermektedir.



Şekil 3.4. A katsayısına göre fonksiyonun değişimini veren grafik, $B = 0,75$ sabit



Şekil 3.5. B katsayısına göre fonksiyonun değişimini veren grafik $A = 0,1$ sabit

3.3. Simülasyonlarda Kullanılacak Dirsek Modelleri

Toplamda 30 adet dirsek geometrisi tasarlanıp, bunların akış analizleri yapılmıştır. Bütün modeller için elde edilen değerler incelendikten sonra kritik görülen modellerin arasından, farklı 5 adet daha geometri seçilip analizleri yapılmıştır. Modeller seçilirken şöyle bir yöntem uygulanmıştır. İlk 5 modelin r_1 değerleri, muadil 90° dirseğin sabit eğrilik yarıçapı olan R 'nin 0,75 katı seçildi. Bu r_1 değerlerine bağlı olarak da, ilgili koşulu sağlayacak şekilde r_2 değerleri seçildi. Diğer modellerin seçimi de aşağıdaki başlıklarda açıklanmıştır. Bu yöntemin kullanılmasındaki amaç, mevcut dirsek modelinin etrafında bölgeler oluşturarak, optimum bölgeyi ve tabi ki bu bölgedeki optimum modeli bulmaktır.

3.3.1. Model 1 – 5 Seçimi

İlk 5 model, r_1 değerinin sabit eğrilik yarıçapı R 'nin 0,75 katına eşit olduğu modellerdir.

$$r_1 = 0,75 R = 0,75 \times 0,076 \text{ m} = 0,057 \text{ m} \quad (3.21)$$

Koşulları uygulayarak r_2 'nin seçileceği aralığı da aşağıdaki gibi bulabiliriz.

$$r_{2min} = 0,7 \times r_1 = 0,0399 \text{ m} \quad (3.22)$$

$$r_{2max} = 1,45 \times r_1 = 0,08265 \text{ m} \quad (3.23)$$

Buradaki maksimum ve minimum aralığında 5 model ele alındı. Bunun için minimumdan başlayarak 0,0106875 m'lik artırımlarla maksimuma kadar r_2 değerleri seçildi. Yani r_2 aralığı 5 eşit parçaya bölünmüş oldu. Seçilen ilk 5 modelin r_1 ve r_2 değerleri ve fonksiyon katsayıları A ve B aşağıdaki çizelgede listelenmiştir.

Model No	r_1 (m)	r_2 (m)	A	B
1	0,057	0,0399	0,00855	0,04845
2	0,057	0,0505875	0,00320625	0,05379375
3	0,057	0,061275	-0,0021375	0,0591375
4	0,057	0,0719625	-0,00748125	0,06448125
5	0,057	0,08265	-0,012825	0,069825

Çizelge 3.1. Model 1'den model 5'e kadar r_1 , r_2 , A ve B değerleri

3.3.2. Model 6 – 10 Seçimi

Sonraki 5 model, r_2 değerinin sabit eğrilik yarıçapı R 'nin 0,75 katına eşit olduğu modellerdir. İlk beş modelin seçiminde yapılan işlemler aynen bu modellerin seçiminde de yapıldı.

$$r_2 = 0,75 R = 0,75 \times 0,076 \text{ m} = 0,057 \text{ m} \quad (3.24)$$

Koşulları uygulanarak r_1 'in seçileceği aralık da aşağıdaki gibi bulunur.

$$r_{1min} = 0,7 \times r_2 = 0,0399 \text{ m} \quad (3.25)$$

$$r_{1max} = 1,45 \times r_2 = 0,08265 \text{ m} \quad (3.26)$$

Bu minimum ve maksimum aralığı, bir önceki 5 modelin seçiminde olduğu gibi 5 eşit parçaya bölündü. Bunun için r_1 değerleri minimumdan başlayarak 0,0106875 m'lik artırımlarla maksimum değerine kadar seçildi. Model 6 – 10 için r_1 ve r_2 değerleri ve fonksiyon katsayıları A ve B aşağıdaki çizelgede listelenmiştir.

Model No	r_1 (m)	r_2 (m)	A	B
6	0,0399	0,057	-0,00855	0,04845
7	0,0505875	0,057	-0,00320625	0,05379375
8	0,061275	0,057	0,0021375	0,0591375
9	0,0719625	0,057	0,00748125	0,06448125
10	0,08265	0,057	0,012825	0,069825

Çizelge 3.2. Model 6'dan model 10'a kadar r_1 , r_2 , A ve B değerleri

3.3.3. Model 11 – 15 Seçimi

Bu modellerde r_1 değerleri sabit eğrilik yarıçapı R 'ye eşittir. Yukarıdaki modellerin seçiminde uygulanan aynı metotlar burada da uygulanmıştır.

$$r_1 = R = 0,076 \text{ m} \quad (3.27)$$

Koşullar uygulandığında r_2 'in seçileceği aralık aşağıdaki gibidir.

$$r_{2min} = 0,7 \times r_2 = 0,0532 \text{ m} \quad (3.28)$$

$$r_{2max} = 1,45 \times r_2 = 0,1102 \text{ m} \quad (3.29)$$

Bu aralıkta seçilecek 5 model için r_2 adımı $0,01425 \text{ m}$ 'dir. Seçilen modellerin r_1 ve r_2 değerleri ve fonksiyon katsayıları A ve B aşağıdaki çizelgede listelenmiştir.

Model No	$r_1 \text{ (m)}$	$r_2 \text{ (m)}$	A	B
11	0,076	0,0532	0,0114	0,0646
12	0,076	0,06745	0,004275	0,071725
13	0,076	0,0817	-0,00285	0,07885
14	0,076	0,09595	-0,009975	0,085975
15	0,076	0,1102	-0,0171	0,0931

Çizelge 3.3. Model 11'den model 15'e kadar r_1 , r_2 , A ve B değerleri

3.3.4. Model 16 – 20 Seçimi

Bu modellerde r_1 değerleri sabit eğrilik yarıçapı R 'ye eşittir.

$$r_2 = R = 0,076 \text{ m} \quad (3.30)$$

Koşullar uygulanarak r_1 'in seçileceği aralık aşağıdaki gibidir.

$$r_{1min} = 0,7 \times r_2 = 0,0532 \text{ m} \quad (3.31)$$

$$r_{1max} = 1,45 \times r_2 = 0,1102 \text{ m} \quad (3.32)$$

Bu aralıkta seçilecek 5 model için r_1 adımı $0,01425 \text{ m}$ 'dir. Seçilen modellerin r_1 ve r_2 değerleri ve fonksiyon katsayıları A ve B aşağıdaki çizelgede listelenmiştir.

Model No	$r_1 \text{ (m)}$	$r_2 \text{ (m)}$	A	B
16	0,0532	0,076	-0,0114	0,0646
17	0,06745	0,076	-0,004275	0,071725
18	0,0817	0,076	0,00285	0,07885
19	0,09595	0,076	0,009975	0,085975
20	0,1102	0,076	0,0171	0,0931

Çizelge 3.4. Model 16'dan model 20'ye kadar r_1 , r_2 , A ve B değerleri

3.3.5. Model 21 – 25 Seçimi

Bu modellerde r_1 değerleri sabit eğrilik yarıçapı R 'nin 1,25 katına eşittir.

$$r_1 = 1,25 R = 1,25 \times 0,076 \text{ m} = 0,095 \text{ m} \quad (3.33)$$

Koşullar uygulanarak r_2 'in seçileceği aralık aşağıdaki gibidir.

$$r_{2_{min}} = 0,7 \times r_1 = 0,0665 \text{ m} \quad (3.34)$$

$$r_{2_{max}} = 1,45 \times r_1 = 0,13775 \text{ m} \quad (3.35)$$

Bu aralıkta seçilecek 5 model için r_2 adımı $0,0178125 \text{ m}$ 'dir. Seçilen modellerin r_1 ve r_2 değerleri ve fonksiyon katsayıları A ve B aşağıdaki çizelgede listelenmiştir.

Model No	$r_1 \text{ (m)}$	$r_2 \text{ (m)}$	A	B
21	0,095	0,0665	0,01425	0,08075
22	0,095	0,0843125	0,00534375	0,08965625
23	0,095	0,102125	-0,0035625	0,0985625
24	0,095	0,1199375	-0,01246875	0,10746875
25	0,095	0,13775	-0,021375	0,116375

Çizelge 3.5. Model 21'den model 25'e kadar r_1 , r_2 , A ve B değerleri

3.3.6. Model 26 – 30 Seçimi

Bu modellerde r_2 değerleri sabit eğrilik yarıçapı R 'nin 1,25 katına eşittir.

$$r_2 = 1,25 R = 1,25 \times 0,076 \text{ m} = 0,095 \text{ m} \quad (3.36)$$

Koşullar uygulanarak r_1 'in seçileceği aralık aşağıdaki gibidir.

$$r_{1_{min}} = 0,7 \times r_2 = 0,0665 \text{ m} \quad (3.37)$$

$$r_{1_{max}} = 1,45 \times r_2 = 0,13775 \text{ m} \quad (3.38)$$

Bu aralıkta seçilecek 5 model için r_1 adımı $0,0178125 \text{ m}$ 'dir. Seçilen modellerin r_1 ve r_2 değerleri ve fonksiyon katsayıları A ve B aşağıdaki çizelgede listelenmiştir.

Model No	$r_1 \text{ (m)}$	$r_2 \text{ (m)}$	A	B
26	0,0665	0,095	-0,01425	0,08075
27	0,0843125	0,095	-0,00534375	0,08965625
28	0,102125	0,095	0,0035625	0,0985625
29	0,1199375	0,095	0,01246875	0,10746875
30	0,13775	0,095	0,021375	0,116375

Çizelge 3.6. Model 26'dan model 30'a kadar r_1 , r_2 , A ve B değerleri

3.3.7. Model 31 – 35 Seçimi

Yukarıdaki 30 modele ek olarak, ekstra 5 model daha seçilmiştir. Bu modeller, 30 model için analizler tamamlandıktan sonra, bu modellerin lüzum görülenlerinin arasında yeni r_1 ve r_2 değerleri seçilerek oluşturulmuşlardır. Optimum olan modellerin aralıklarında yeni değerler seçilerek bunlarında incelenmesi, optimizasyonda bölge tarama yöntemi olarak geçer. Seçilen ekstra modellerin r_1 ve r_2 değerleri ve fonksiyon katsayıları A ve B aşağıdaki çizelgede listelenmiştir.

Model No	r_1 (m)	r_2 (m)	A	B
31	0,076	0,074575	0,0007125	0,0752875
32	0,076	0,0710125	0,00249375	0,07350625
33	0,095	0,111031	-0,0080155	0,1030155
34	0,095	0,1170	-0,011	0,106
35	0,095	0,12	-0,0125	0,1075

Çizelge 3.7. Ekstra modellerin r_1 , r_2 , A ve B değerleri

İncelenen bütün modellerin r_1 ve r_2 değerleri ve fonksiyon katsayıları A ve B 'leri aynı çizelgede aşağıdaki gibi birleştirebiliriz.

Model No	r_1 (m)	r_2 (m)	A	B
1	0,057	0,0399	0,00855	0,04845
2	0,057	0,0505875	0,00320625	0,05379375
3	0,057	0,061275	-0,0021375	0,0591375
4	0,057	0,0719625	-0,00748125	0,06448125
5	0,057	0,08265	-0,012825	0,069825
6	0,0399	0,057	-0,00855	0,04845
7	0,0505875	0,057	-0,00320625	0,05379375
8	0,061275	0,057	0,0021375	0,0591375
9	0,0719625	0,057	0,00748125	0,06448125
10	0,08265	0,057	0,012825	0,069825
11	0,076	0,0532	0,0114	0,0646
12	0,076	0,06745	0,004275	0,071725
13	0,076	0,0817	-0,00285	0,07885
14	0,076	0,09595	-0,009975	0,085975
15	0,076	0,1102	-0,0171	0,0931
16	0,0532	0,076	-0,0114	0,0646
17	0,06745	0,076	-0,004275	0,071725
18	0,0817	0,076	0,00285	0,07885
19	0,09595	0,076	0,009975	0,085975
20	0,1102	0,076	0,0171	0,0931
21	0,095	0,0665	0,01425	0,08075
22	0,095	0,0843125	0,00534375	0,08965625
23	0,095	0,102125	-0,0035625	0,0985625
24	0,095	0,1199375	-0,01246875	0,10746875
25	0,095	0,13775	-0,021375	0,116375
26	0,0665	0,095	-0,01425	0,08075
27	0,0843125	0,095	-0,00534375	0,08965625
28	0,102125	0,095	0,0035625	0,0985625
29	0,1199375	0,095	0,01246875	0,10746875
30	0,13775	0,095	0,021375	0,116375
31	0,076	0,074575	0,0007125	0,0752875
32	0,076	0,0710125	0,00249375	0,07350625
33	0,095	0,111031	-0,0080155	0,1030155
34	0,095	0,1170	-0,011	0,106
35	0,095	0,12	-0,0125	0,1075

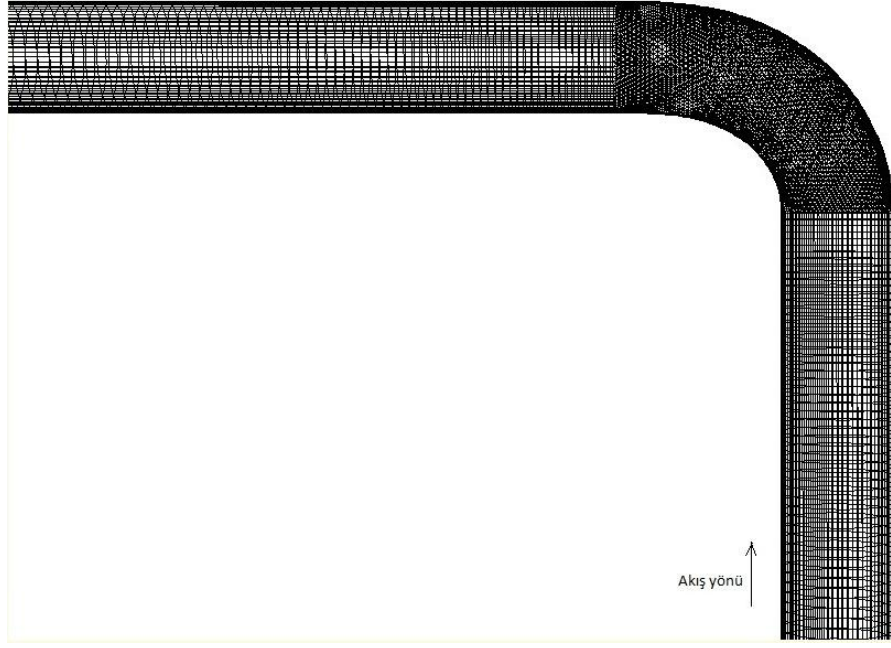
Çizelge 3.8. Bütün modellerin r_1 , r_2 , A ve B değerleri

3.4. Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği Modelinin Oluşturulması

Simülasyonu yapılacak bütün modellerin seçimi ve CAD modellerinin çizimi bittikten sonra, bu modellerin Fluent ticari yazılımı ile çözümlerinin alınabilmesi için HAD modellerinin oluşturulması gerekir. HAD modellemede öncelikle geometriye uygun bir ağ yapısı oluşturulur. Daha sonra sistemin sınır şartları, akışkan hacmi, çözümde kullanılacak denklemler tanımlanır.

3.4.1. Geometri Ağ Yapısı

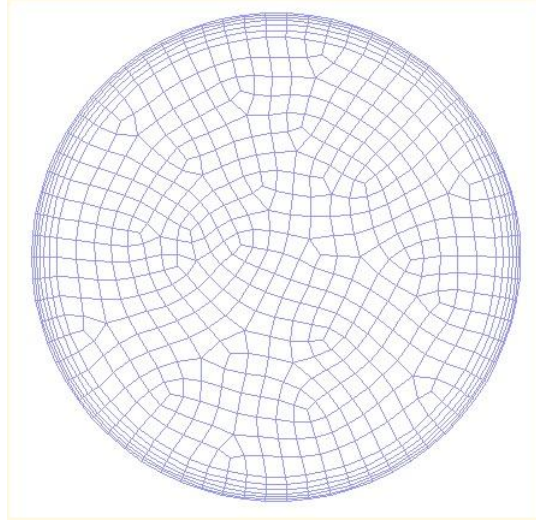
Seçilen dirsek modeline göre, ‘3.1. Problemin Tanımlanması’ başlığı altında tanımlanan geometri, 546000 ile 780000 arasında değişen sayıda elemana bölünmüştür. Modelden modele eleman sayılarındaki bu değişimin nedeni, her modelde düz boru geometrileri aynı olmasına rağmen, dirsek geometrilerinin ve boyutlarının farklı olmasıdır. Her modeldeki ağ yapısının kalitesi aynı olmasına rağmen, geometrideki bu boyut farkından dolayı eleman sayılarında değişimler olmaktadır. Aşağıdaki şekilde model 1 için ağ yapısı görülmektedir.



Şekil 3.6. Model 1 için ağ yapısı

Şekil 3.6.'da görüldüğü gibi, düz borular dörtgen ağ yapısıyla modellenmiş, dörtgen ağ yapısının kullanılması için uygun olmayan dirsek ise üçgen ağ yapısıyla ve daha sık olarak modellenmiştir. Şekilde düz borular aynı boyutlara sahip elemanlarla modellenmiş gibi gözükse de aslında hücrelerin boyutları birbirinden farklıdır. Dirsek giriş ve çıkışına yakın bölgelerde düz borular daha sık ağ yapısı ile modellenmişlerdir [40].

Ağ yapısının oluşturulması şu şekildedir. Öncelikle suyun giriş yaptığı yüzey modellenmiştir. Bunun için çapı $D = 0,0285 \text{ m}$ olan giriş yüzeyinin kenarı, yani dairenin çevresi 70 eşit parçaya bölünmüştür. Daha sonra cidara yakın yerlerde daha hassas çözüm istendiğinden, sınır bölgesi için özel ağ yapısı tanımlanır. Bu yapı, cidardan $\%5D$ 'lik uzaklığa kadar 6 tane hücre içerir. Bu hücreler için cidardan itibaren büyüme faktörü 1,3'tür. Benzer bir çalışmada Kumar ve arkadaşları, cidardan $\%5D$ 'lik uzaklığa 4 hücre yerleştirip, büyüme faktörü olarak 1,2 kullanmışlardır [13]. Daha sonra ise tüm yüzey dikdörtgen yüzeylere ayrılır. Giriş yüzeyi için oluşturulan ağ yapısı şekildeki gibidir.



Şekil 3.7. Giriş yüzeyi için ağ yapısı

Daha sonra düz borular giriş bölgesindeki ağ yapısı tüm boru hacmi üzerinde süpürülerek hacim ağ yapısı modellenir. Burada boruların dirseğe yakın uçlarında daha sık eleman istenmektedir, o yüzden düz borularda da büyüme faktörü kullanılmıştır, $50D = 1,425\text{ m}$ uzunluğundaki borularda büyüme faktörü 1,01'dir. Dirseğe yakın uçlarda daha yoğun ağ yapısı istenmesinin nedeni, dirsek geometrisinden etkilenen akışın hareketinin daha hassas görülmek istenmesidir.

Dirsek giriş ve çıkış tarafındaki düz boruların ağ yapıları, yukarıda tarif edildiği şekliyle modellendikten sonra, modellenmemiş olarak kalan dirsek bölgesi de, üçgen ağ yapısı seçilerek giriş ve çıkış yüzeylerindeki ağ yapısına göre otomatik olarak modellenmiştir. Bu şekilde tüm sistem ağ yapısının modellenmesi tamamlanmıştır.

3.4.2. Sınır Şartları

Sistemimizde 3 adet sınır çeşidi vardır; akışkanın sisteme girdiği *giriş yüzeyi*, sistemden çıktığı *çıkış yüzeyi* ve boru cidarları olarak tanımlanan *duvar yüzeyleri*.

Giriş yüzeyinde akışkan hızını $V = 1,057693 \text{ m/s}$ olarak tanımladık. Bu hız değeri aşağıdaki denklemde de görüldüğü gibi $Re = 30000$ 'e karşılık gelmektedir.

$$\text{Akışkan hızı : } V = 1,057693 \text{ m/s}$$

$$\text{Hidrolik çap : } D = 0,0285 \text{ m}$$

$$\text{Kinematik viskozite : } \nu = 1,004 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Re = \frac{VD}{\nu} = 30000 \quad (3.39)$$

İç akışlarda kritik Reynolds sayısı 2300'dür. Bizim sistemimizde Reynolds sayısı kritik değerden büyük olduğu için akış türbülanslıdır. Bunun için girişte türbülans şiddetini de tanımlamak gerekmektedir. Türbülans şiddeti, Reynolds sayısına bağlı olarak aşağıdaki formülle bulunabilir [41].

$$I = 0,16 \times Re^{-1/8} = 0,0441 \quad (3.40)$$

Bulunan bu değer giriş sınır şartında % 4,41 türbülans şiddeti olarak tanımlanır [42]. Bunun yanında hidrolik çap değeri de giriş için $D = 0,0285 \text{ m}$ olarak tanımlandıktan sonra diğer sınır şartlarının tanımlanmasına geçilir.

Çıkış sınırımızda, gösterge basıncını sıfır olarak tanımladık. Bunun yanında türbülans şiddeti ve hidrolik çap, giriş sınırında tanımlandığı şekilde aynen çıkış içinde tanımlanmıştır.

Duvar sınır şartında ise çalıştığımız malzeme, galvanizli demir boru olduğu için pürüzlülük yüksekliği, Çizelge 2.3.'te de görüldüğü gibi, $\varepsilon = 0,00015 \text{ m}$ olarak tanımlanmıştır.

3.4.3. Çözüm Metodu ve Yakınsama

Problemimiz sürekli rejim problemidir. Ayrıca Reynolds sayısının, hesaplandığında, iç akış için kritik Reynolds sayısının çok üzerinde olduğu gösterilmişti. Bu nedenle akış türbülanslıdır ve çözüm için uygun bir türbülans modeli seçilmelidir.

Türbülans modeli olarak RNG – k-epsilon modeli seçilmiştir. Bunun nedeni bu modelin gergin ve dönen akışlarda doğru çözümler veren bir yöntem olmasıdır [12], [41]. Ayrıca momentum, türbülans kinetik enerji ve türbülans yayılma oranı denklemleri için ikinci derece sonlu fark denklemleri kullanılmıştır.

Bir üst paragraftaki kaynaklara ek olarak, kendimiz de çözümlerimize başlamadan önce, hangi türbülans modelinin bizim problemimiz için daha hassas sonuçlar verdiğini inceledik. Bunun için mevcut dirsek modeli için literatürde bulunan ampirik bağıntılar kullanılarak, bu model için basınç düşümü hesaplanmıştır. Daha sonra çeşitli türbülans modelleri ve sınır tabaka yaklaşımları tanımlanarak, Fluent ticari yazılımı ile çözümler alınmıştır. Bulunan çözümler ampirik bağıntı sonuçlarıyla mukayese edilerek sistemimiz için kullanılacak türbülans modeli ve sınır tabaka yaklaşımını tespit ettik. Yaptığımız tespit ile ilk paragrafta bahsettiğimiz literatürdeki çalışmaların örtüştüğünü gördük.

Bu mukayese için '3.1. Problemin Tanımlanması' başlığı altında tanımlanan 90° dirsek modelinde, giriş bölgesinde dirsekten $20D$ uzaklıkta, çıkış bölgesinde ise dirsekten $40D$ uzaklıkta iki nokta arası için basınç farkı hesaplanmıştır. Bu mesafelerin akışın dirsek etkisinden kurtulması için yeterli olduğunu daha önce

belirmiştik. Türbülans modelleri ve sınır yaklaşımları arasında yapılan mukayese aşağıdaki çizelgede verilmiştir.

Türbülans Modeli	Sınır Tabaka Yaklaşımı	Hassasiyet (%)
Standart $k - \varepsilon$ Turbulence Model	Standart Wall Function	6,63
	Enhanced Wall Treatment	28,22
RNG $k - \varepsilon$ Turbulence Model	Standart Wall Function	2,48
	Enhanced Wall Treatment	28,34
Reynolds Stress Model	Standart Wall Function	8,87
	Enhanced Wall Treatment	12,34

Çizelge 3.9. Problemimiz için türbülans modelleri ve sınır tabaka yaklaşımlarının hassasiyeti

Yukarıdaki çizelgede de görüldüğü gibi çalıştığımız sistem için RNG $k - \varepsilon$ Türbülans Modeli ve ‘Standart Wall Function’ sınır tabaka yaklaşımı, en hassas çözümü elde ettiğimiz model ve yaklaşımdır. Çizelgeden ‘Enhanced Wall Treatment’ sınır tabaka yaklaşımının hassasiyetinin çok kötü olduğu görülmektedir. Bunun sebebi, duvar sınırına yakın bölgelerdeki ağ yapısının, bu sınır tabaka yaklaşımına uygun olmadığını göstermektedir. Duvarda daha yoğun bir ağ yapısı kullanılarak bu sınır tabaka yaklaşımı ile hassas sonuçlar elde edilebilir. Ancak bu, çözümler için daha çok bilgisayar işlemcisi ve zaman demektir. Bizim, RNG $k - \varepsilon$ modeli ile sağladığımız, % 2,48 hassasiyetin yeterli olduğu düşünüldüğünden, daha uzun çözüm süresi ve daha çok bilgisayar yükünün altına girmeye gerek duyulmamıştır. Kumar ve arkadaşları, Fluent programından aldıkları çözümlerle, yaptıkları deneyler arasında % 10 hassasiyetin yeterli olduğunu kabul etmişlerdir [13].

Yakınsama kriteri olarak ise tüm denklemler için (srekliplik denklemi, momentum denklemleri k ve ε denklemleri) yakınsama kriteri 10^{-6} seçilmiştir. Buna ek olarak, belirli bir yüzey üzerindeki statik basınç değeri, alan üzerinden ortalaması alınarak, çözüm esnasında takip edilmiş, bu değerin artık sapma yapmadığı ve sabitlendiği zamanda, ‘çözümümüz yakınsadı’, kabul edilmiştir.

4. ANALİZLER

4.1. Giriş

Bu bölümde tasarladığımız 35 dirsek modeli için elde ettiğimiz sayısal çözümleri, mevcut sabit eğrilikli dirsek modeli için aldığımız çözümler ile ve birbirleriyle karşılaştırdık. Hız ve basınç renk grafikleri ve de sayısal sonuçları mukayese ederek, sabit eğrilikli 90° dirsek modeline oranla, basınç kaybı açısından daha verimli olan modeller bulunmuştur. Bu modellerdeki basınç kaybının daha az olmasının sebebi ilgili grafiklerin akabinde yorumlanmıştır. Daha az basınç kaybı sağlayan modellerin yanı sıra, yeni tasarımı sayesinde daha az malzeme ile üretilebilecek dirsek modelleri de bu bölümde sunulmuştur. Malzeme kazancı sağladığımız modellerde, ne kadar basınç kaybını göze almamız gerektiği ve de basınç kaybını azalttığımız modellerde ne kadar malzeme kaybını göze almamız gerektiği ayrıca belirtilmiştir.

4.2. Tüm Modeller İçin Basınç ve Malzeme Kazançları

Tasarladığımız 35 yeni model için sonuçları, mevcut dirsek modelimiz ile karşılaştırdık. Bu karşılaştırmaların sonuçları aşağıdaki çizelgede verilmiştir. Minimum basınç kaybı ve maksimum malzeme kazancı sağladığımız modeller, çizelgenin akabinde ki paragraflarda belirtilmiştir.

Model No	A	B	Basınç Kazancı (%)	Malzeme Kazancı (%)
1	0,00855	0,04845	-4,84	34,28
2	0,00320625	0,05379375	-3,04	28,95
3	-0,0021375	0,0591375	-2,42	22,05
4	-0,00748125	0,06448125	-1,79	14,01
5	-0,012825	0,069825	-1,86	5,05
6	-0,00855	0,04845	-4,70	34,28
7	-0,00320625	0,05379375	-3,11	28,95
8	0,0021375	0,0591375	-2,35	22,05
9	0,00748125	0,06448125	-1,79	14,01
10	0,012825	0,069825	-1,93	5,05
11	0,0114	0,0646	-2,83	12,37
12	0,004275	0,071725	-0,89	5,28
13	-0,00285	0,07885	-0,06	-3,89
14	-0,009975	0,085975	0,62	-14,64
15	-0,0171	0,0931	0,41	-26,55
16	-0,0114	0,0646	-2,76	12,37
17	-0,004275	0,071725	-0,89	5,28
18	0,00285	0,07885	-0,13	-3,89
19	0,009975	0,085975	0,48	-14,64
20	0,0171	0,0931	0,27	-26,55
21	0,01425	0,08075	-0,41	-9,51
22	0,00534375	0,08965625	1,31	-18,41
23	-0,0035625	0,0985625	1,93	-29,84
24	-0,01246875	0,10746875	2,49	-43,28
25	-0,021375	0,116375	1,45	-58,19
26	-0,01425	0,08075	-0,34	-9,51
27	-0,00534375	0,08965625	1,38	-18,41
28	0,0035625	0,0985625	1,86	-29,84
29	0,01246875	0,10746875	2,28	-43,28
30	0,021375	0,116375	1,52	-58,19
31	0,0007125	0,0752875	-0,41	-0,94
32	0,00249375	0,07350625	-0,41	3,16
33	-0,0080155	0,1030155	1,79	-36,36
34	-0,011	0,106	2,00	-40,96
35	-0,0125	0,1075	1,38	-43,34

Çizelge 4.1. Tüm modellerin basınç ve malzeme kazançları

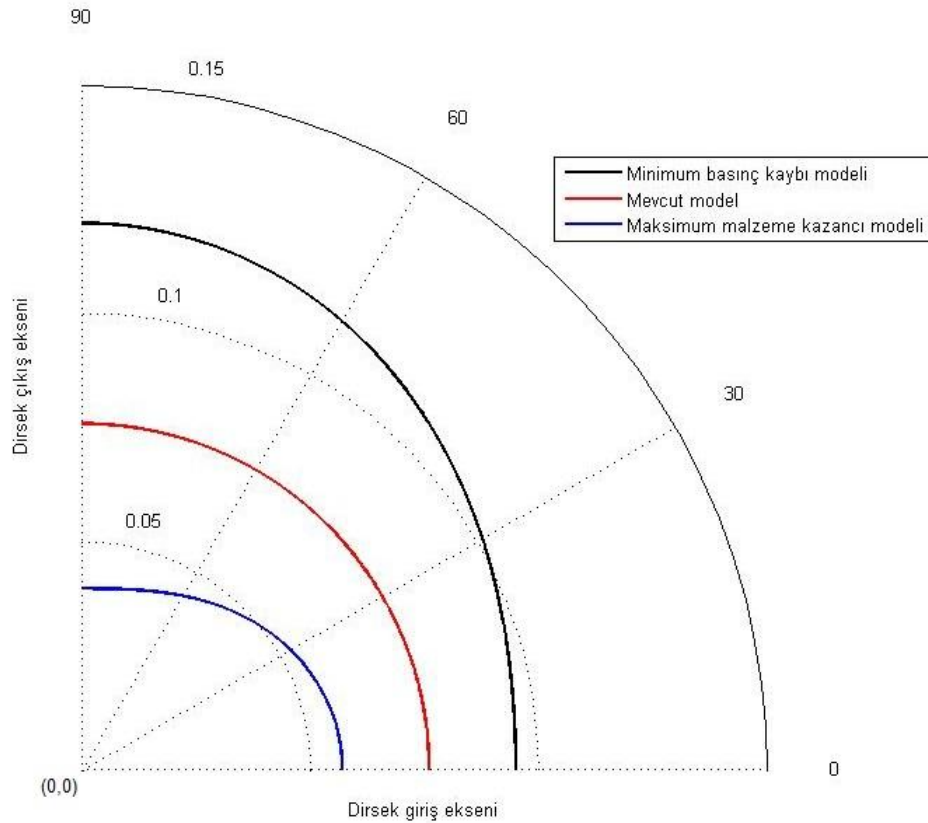
Çizelgeden de görüleceği gibi bazı modellerde hem basınçtan hem de malzemeden kayıp olmuştur. Bunlar 5, 10, 13, 14, 15, 18, 19, 20, 21, 26, 31'dir. Bu modelleri göz önünde tutup, değerlendirmeye gerek yoktur.

İncelenen modeller içinde, asıl hedefimiz olan, minimum basınç kaybını model 24'de elde ettik. Bu modelde basınç kaybında % 2,49'luk bir azalma

sağlanmıştır. Ancak modelde, % 43,28 oranında fazla malzeme kullanılması gerektiği göz önünde tutulmalıdır.

Maksimum malzeme kazancı ise model 1 ve model 6'da elde edilmiştir. Malzemeden kazanç % 34,28 oranındadır. Ancak bu kazanç istendiğinde, çizelgeden de görüldüğü gibi, basınç kaybında, % 4,70'lik bir artışı kabul etmek gerekmektedir.

Sonuçların yorumunda, minimum basınç kaybı ve maksimum malzeme kazancı sağlanan modeller ile mevcut dirsek modelinin mukayesesine daha çok yer verilmiştir. Aşağıdaki şekilde bu üç modelin merkez eksenleri grafik üzerinde karşılaştırılmıştır.



Şekil 4.1. Mevcut dirsek modeli ile optimum modellerin merkez eksenleri

4.3. Eşdeğer Uzunluklar

Eğrilik yarıçapı sabit olan modelimizde, basınç farkının, dirsekten önce ve direktten sonra iki nokta arasında hesaplandığı önceki bölümlerde görülmüştü. Dirsek giriş bölgesi tarafında seçilen noktanın, dirseğin giriş yüzeyine uzaklığının $20D$ ve dirsek çıkış bölgesi tarafında seçilen noktanın, dirseğin çıkış yüzeyine uzaklığının $40D$ olduğu sistemin tanımı yapılırken belirtilmişti. Bu iki nokta arasında hesaplanan basınç farkı, hem aradaki düz boru uzunluğundan ($60D$) hem de dirsekteki eğrilikten ve dirsek uzunluğundan kaynaklanmaktadır. Dirsekler üzerinden akışlarda, basınç kaybının daha anlaşılır ve karşılaştırılabilir olması açısından direk olarak basınç farkı değerini kullanmak yerine, yeni bir ifade tanımlanmıştır. İşte bu ifadeye *eşdeğer uzunluk* denir [43]. Eşdeğer uzunluk, bir dirsek bağlantısı nedeniyle kaybedilen basıncın, düz boru üzerinde ne kadar mesafeye tekabül ettiğini gösterir. Uzunluk genellikle boru çapının katı olarak verilir. Sabit eğrilik yarıçaplı model için eşdeğer uzunluk hesabı aşağıdaki gibidir.

Model için belirlediğimiz noktalar arasındaki toplam basınç kaybını, sadece düz borulardan kaynaklanan ve sadece dirsekten kaynaklanan basınç kayıplarını bulmuştuk. Sadece dirsekten kaynaklanan kaybı kullanarak eşdeğer uzunluk bulunur.

$$\Delta P_{dirsek} = 0,033494 \left(\frac{L_{eş}}{D} \right) \left(\frac{998,204}{2} \right) (1,057693)^2 = 323 \text{ Pa} \quad (4.1)$$

$$L_{eş} \cong 17,27D \quad (4.2)$$

Delft Teknoloji Üniversitesi'nin, internet sayfasında yayınladığı bilgilere göre 90° dirsekler için eşdeğer uzunluklar aşağıdaki gibidir [44].

$$90^\circ \text{ dirsek, } R = 1,5D \text{ için } L_{eş} = 20D$$

$$90^\circ \text{ dirsek, } R = 5D \text{ için } L_{eş} = 16D$$

Bizim kullandığımız modelde $R = 2,66D$ ve hesapladığımız eşdeğer uzunluk $L_{eş} \cong 17D$ 'dir. Bulduğumuz değerin üniversitenin verdiği değerlerle yakınsadığını görebiliyoruz. Bu şekilde çözümümüzü bir başka kaynaktan daha doğrulamış olduk.

Minimum basınç kaybı ve maksimum malzeme kazancı sağlayan modeller için de eşdeğer uzunluk hesabı yapılmıştır ve sonuçlar karşılaştırmalı olarak aşağıda ki çizelgede verilmiştir.

Minimum basınç kaybı sağlayan model (Model 24):

$$1409 = 0,033494 \left(\frac{L_{eş}}{D} \right) \left(\frac{998,204}{2} \right) (1,057693)^2 + 0,033494 \left(\frac{L_{düzboru}}{D} \right) \left(\frac{998,204}{2} \right) (1,057693)^2 \quad (4.3)$$

$$1409 = 0,033494 \left(\frac{L_{eş}}{D} \right) \left(\frac{998,204}{2} \right) (1,057693)^2 + 0,033494 \left(\frac{57,7916D}{D} \right) \left(\frac{998,204}{2} \right) (1,057693)^2 \quad (4.4)$$

$$L_{eş} \cong 17,55D \quad (4.5)$$

Maksimum malzeme kazancı sağlayan model (Model 1):

$$1515 = 0,033494 \left(\frac{L_{eş}}{D} \right) \left(\frac{998,204}{2} \right) (1,057693)^2 + 0,033494 \left(\frac{L_{düzboru}}{D} \right) \left(\frac{998,204}{2} \right) (1,057693)^2 \quad (4.6)$$

$$1515 = 0,033494 \left(\frac{L_{eş}}{D} \right) \left(\frac{998,204}{2} \right) (1,057693)^2 + 0,033494 \left(\frac{61,9333D}{D} \right) \left(\frac{998,204}{2} \right) (1,057693)^2 \quad (4.7)$$

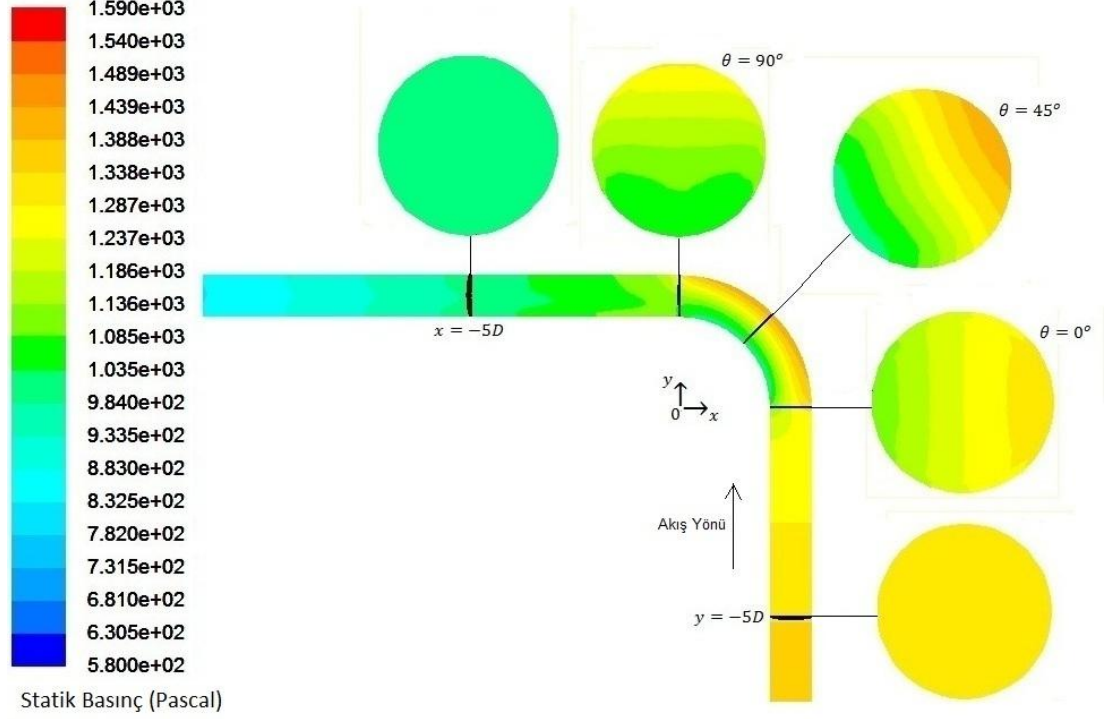
$$L_{eş} \cong 19,07D \quad (4.8)$$

Model	Sadece Dirsekte Basınç Kaybı (eşdeğer uzunluk)	Tüm Sistemde Basınç Kaybı (eşdeğer uzunluk)	Dirsek Eğrilik Uzunluğu
Sabit eğrilik yarıçapı olan model	17,27 <i>D</i>	77,27 <i>D</i>	4,18 <i>D</i>
Minimum basınç kaybı veren model	17,55 <i>D</i>	75,34 <i>D</i>	6,00 <i>D</i>
Maksimum malzeme kazancı veren model	19,07 <i>D</i>	81,00 <i>D</i>	2,75 <i>D</i>

Çizelge 4.2. Eşdeğer uzunluklar

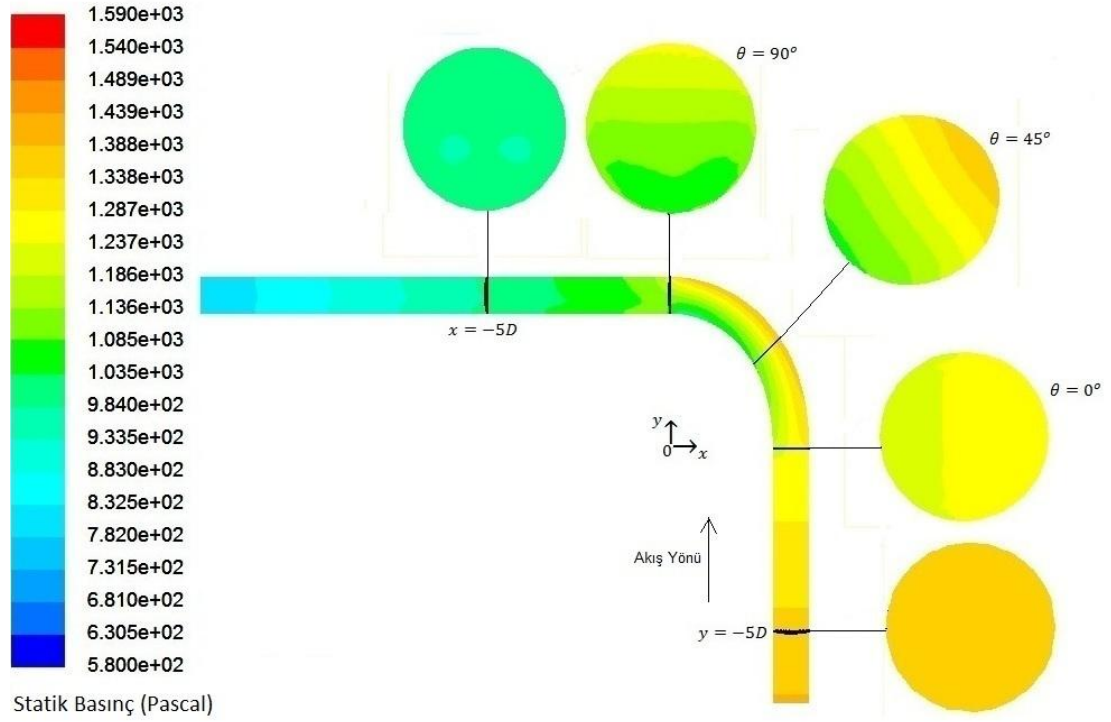
Çizelge 4.2.'de sabit eğrilik yarıçaplı mevcut model ile minimum basınç kaybı sağlayan modelin eşdeğer uzunlukları neredeyse aynıdır. Hatta minimum basınç kaybı sağlayan modelde eşdeğer uzunluğun mevcut modelden daha büyük olduğu görülmektedir. Bu noktada yeni tasarımın, mevcut modele göre neden daha az basınç kaybı verdiği sorusu akla gelebilir. Buradaki eşdeğer uzunluklar sadece dirsekler için hesaplanmışlardır. Ancak bir sistem içinde, düz borular da hesaba katıldığından, çizelgede de görüldüğü gibi basınçtan kazanç komple sistemde sağlanmaktadır. Yeni tasarlanan dirsek, sistemde kullanıldığında, mevcut dirseğin kullanılması durumuna göre daha az düz boru kullanımı sağlamaktadır. Aşağıda bu durum, görsel olarak daha anlaşılır şekilde, grafik olarak verilmiştir.

sağlayan modelin basınç konturları, akış doğrultusunda, belirli akışa dik kesitlerde gösterilmiştir.



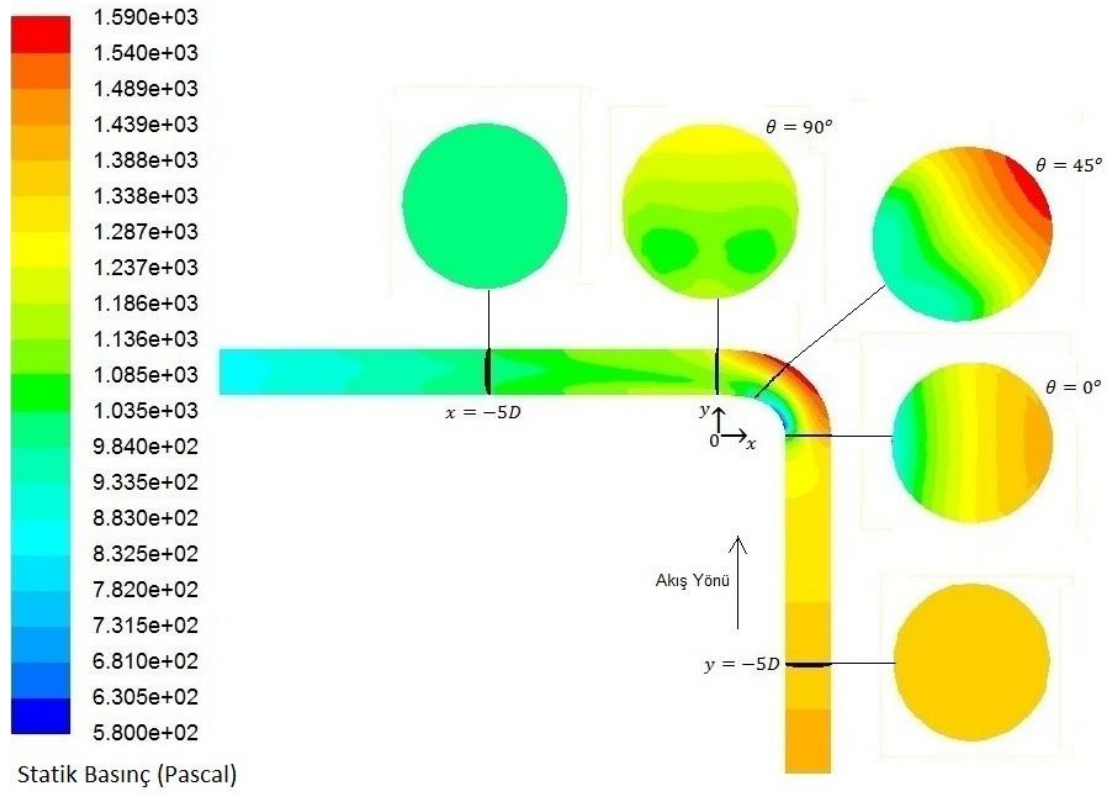
Şekil 4.3. Eğrilik yarıçapı sabit olan model için basınç kontur grafiği

Şekil 4.3., mevcut dirsek modelindeki basınç dağılımını göstermektedir. Boru içerisinde, doğal olarak akış yönünde basıncın giderek azaldığı görülmektedir. Dirseğin giriş ve çıkış düzlemlerinden, $5D$ uzaklıktaki akışa dik kesitlerde basınç dağılımının sabit olduğu görülmektedir. Bu kesitlerde dirsek eğriliğinin basınç üzerinde etkisinin olmadığı açıkça görülmektedir. Tam dirsek girişinde ($\theta = 0^\circ$) ve dirsek çıkışında ($\theta = 90^\circ$) basınç, dış cidardan iç cidara doğru azalma göstermiştir. Bu durum $\theta = 45^\circ$ 'de de görülmektedir. Bunun nedeni eğriliğin, akışkanın yönünü değiştirmeye zorlamasıdır. Buradaki yön değişiminde akışkan enerjisinin çoğunu, dirseğin dış çeperine çarparak kaybetmektedir.



Şekil 4.4. Minimum basınç kaybı elde edilen model için basınç kontur grafiği

Yukarıdaki Şekil 4.4.'de ise yeni tasarladığımız modeller içinde, minimum basınç düşümünü elde ettiğimiz model için basınç dağılımı görülmektedir. Dirsek üzerindeki kesitlerde basınç dağılımına bakıldığında, mevcut dirsek modeline göre daha düzgün bir dağılım görmekteyiz. Bunun nedeni yeni modelin eğriliğinin, mevcut modele nazaran daha yumuşak olmasıdır. Akışkan dirsek dış çeperinde daha az enerji kaybeder ve dolayısıyla bu geometrideki basınç düşümü mevcut modele göre daha az olur.



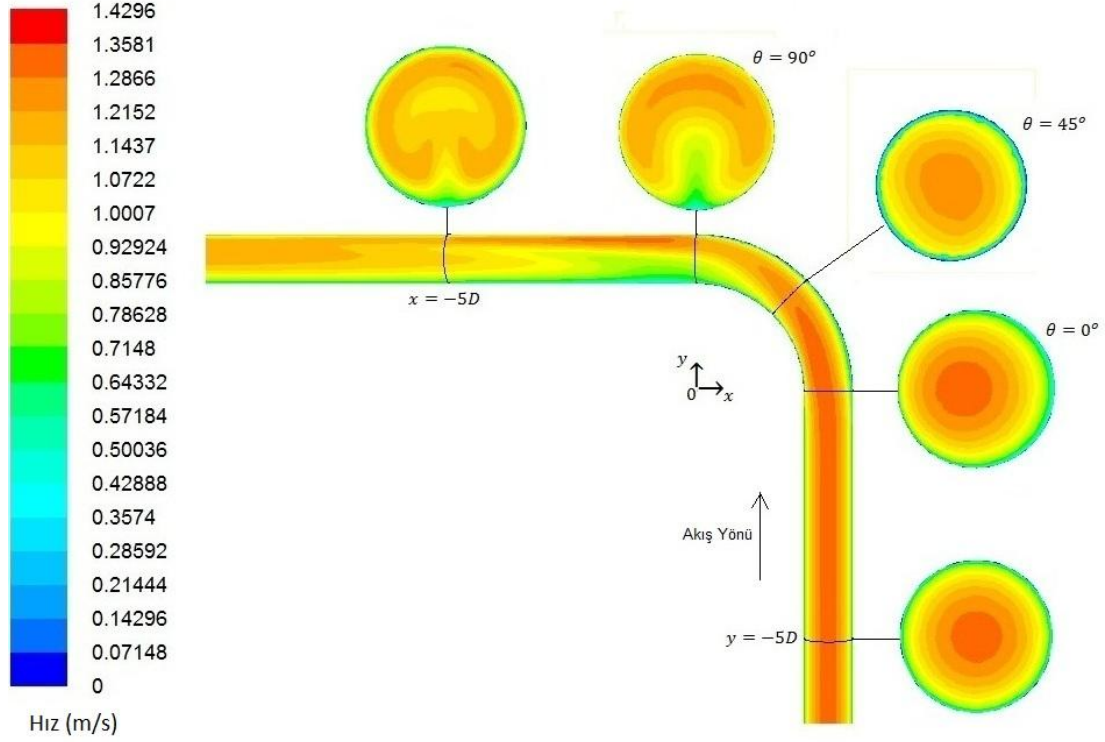
Şekil 4.5. Maksimum malzeme kazancı elde edilen model için basınç kontur grafiği

Şekil 4.5.'te maksimum malzeme kazancı sağladığımız modelde basınç dağılımı görülmektedir. Bu geometrideki 90°'lik eğrilik daha keskin olduğundan, buradaki basınç farkı diğer modellere göre çok yüksektir. Akış, bu modelde daha sert şekilde yön değiştirmeye zorlandığından, dirseğin dış çeperindeki basınç artışı diğer modellere göre daha çok olmuştur. Ayrıca bu geometride dirsek iç çeperinde basıncın diğer modellere göre bir hayli düştüğü görülmektedir. Çünkü burada akışkan keskin dönüş nedeniyle sınır tabakadan bir anda ayrılmış ve yüksek hızlara ulaşmıştır.

4.5. Hız Grafikleri

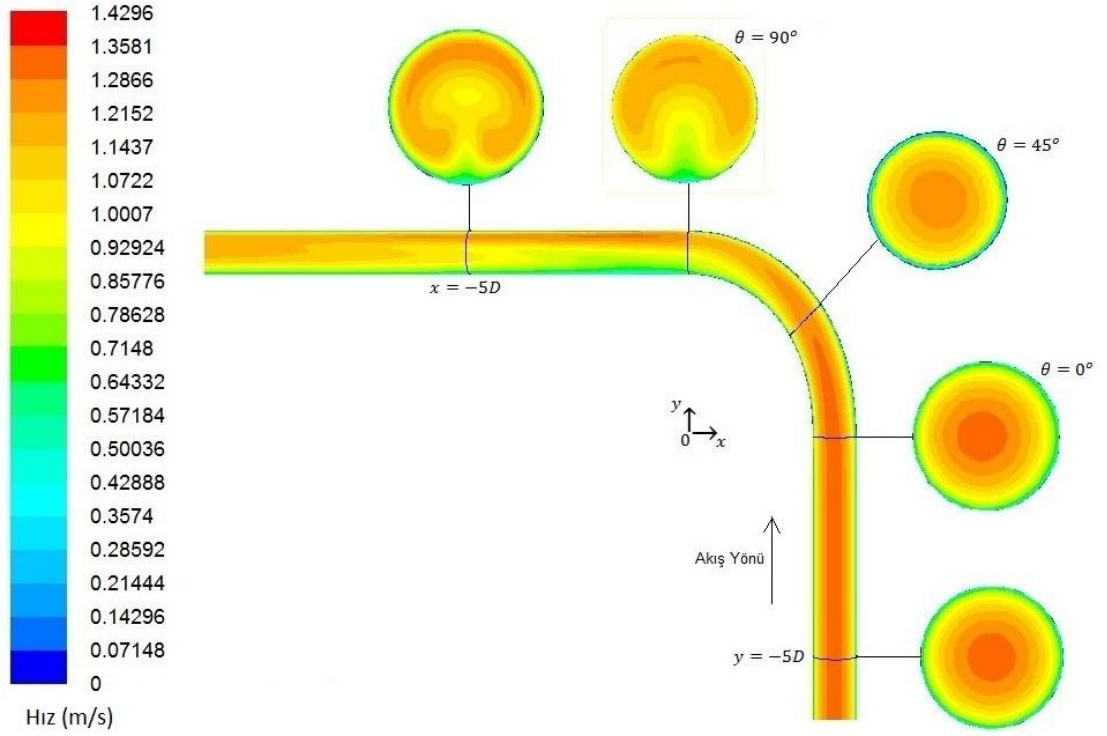
Bu başlık altında mevcut modelin ve optimum modellerin hız kontur grafikleri karşılaştırılmıştır. Aşağıdaki şekillerde, sabit eğrilik yarıçaplı mevcut

model, minimum basınç kaybı sağlayan model ve maksimum malzeme kazancı sağlayan modelin hız konturları, akış doğrultusunda, belirli akışa dik kesitlerde gösterilmiştir.



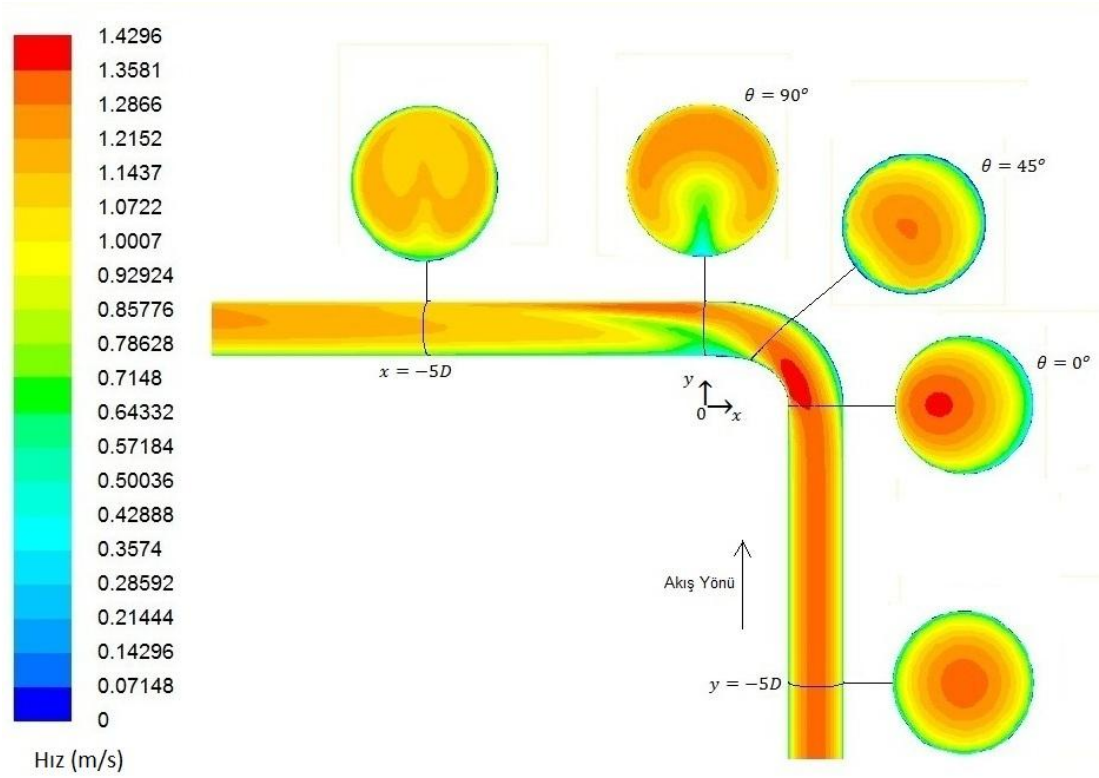
Şekil 4.6. Eğrilik yarıçapı sabit olan model için hız kontur grafiği

Şekil 4.6.'da sabit eğrilik yarıçaplı mevcut dirsek modelindeki hız dağılımı görülmektedir. Bu grafikte, dirsekten sonra akışa dik kesitte hız profilindeki bozulmalar net şekilde görülmektedir. Dirsek giriş bölgesinde, girişten $5D$ uzaklıktaki hız profili tam gelişmiş gözükmürken, çıkış tarafındaki $5D$ uzaklıkta ise hız profili çok bozulmuştur. Buradan dirsek eğriliğinin, çıkış tarafındaki akış üzerindeki enflasyonun, giriş tarafındakine nazaran daha fazla olduğu anlaşılr.



Şekil 4.7. Minimum basınç kaybı elde edilen model için hız kontur grafiği

Şekil 4.7.'de görülen, minimum basınç kaybı veren modeldeki hız dağılımı, mevcut modeldekine göre daha düzgün dağılımlıdır. Eğrilik keskin olmadığından, akışkan dirsek üzerinden daha yumuşak şekilde geçmektedir. Dirsek çıkış tarafında akışa dik kesitteki hız dağılımlarının, mevcut dirsekte aynı kesitlerdeki hız dağılımlarına göre daha az bozulmasının sebebi de dirsek eğrilidir.

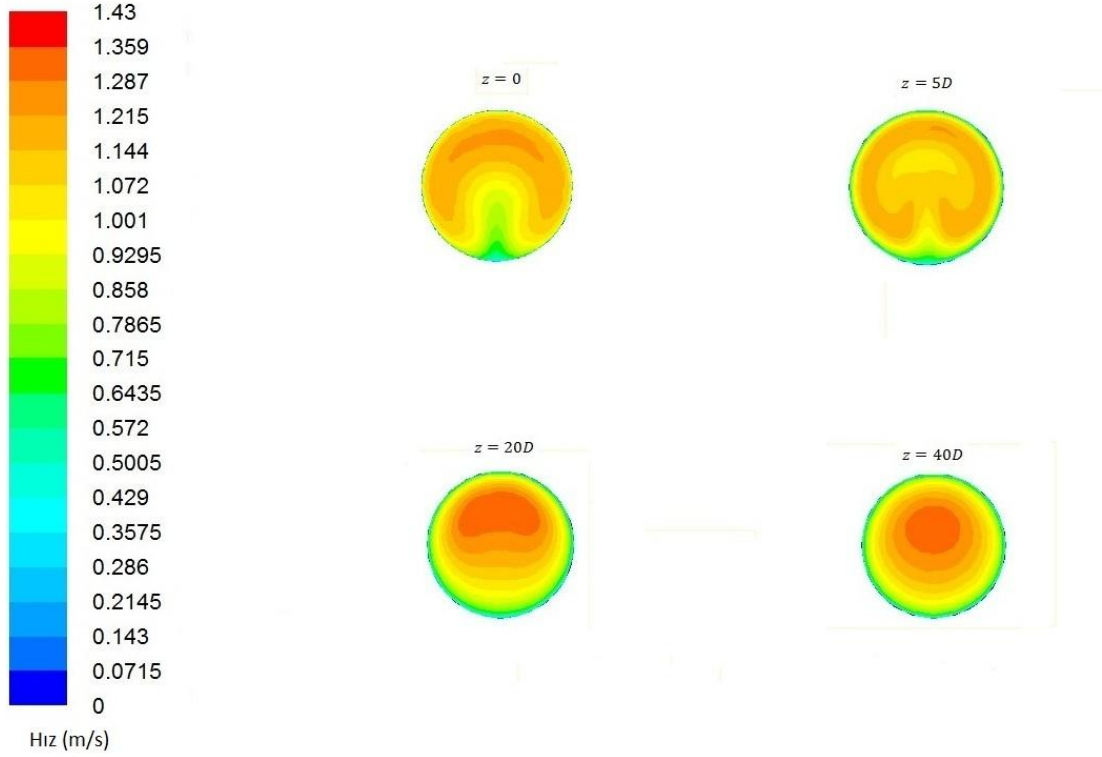


Şekil 4.8. Maksimum malzeme kazancı elde edilen model için hız kontur grafiği

Hız dağılımlarının son grafiğinde, maksimum malzeme kazancı veren model için grafik Şekil 4.8.'deki gibidir. Bu modelde dirseğin iç çeperinde hız muazzam şekilde artmıştır. Eğrilik çok keskin olduğundan, akış burada bir anda cidardan ayrılmıştır ve grafikte görüldüğü gibi bir sonuç ortaya çıkmıştır. Dirsek sonrasında, akışa kesitlerdeki hız dağılımlarının da diğer iki modele göre çok daha bozuk olduğu bu şekilde açıkça görülmektedir.

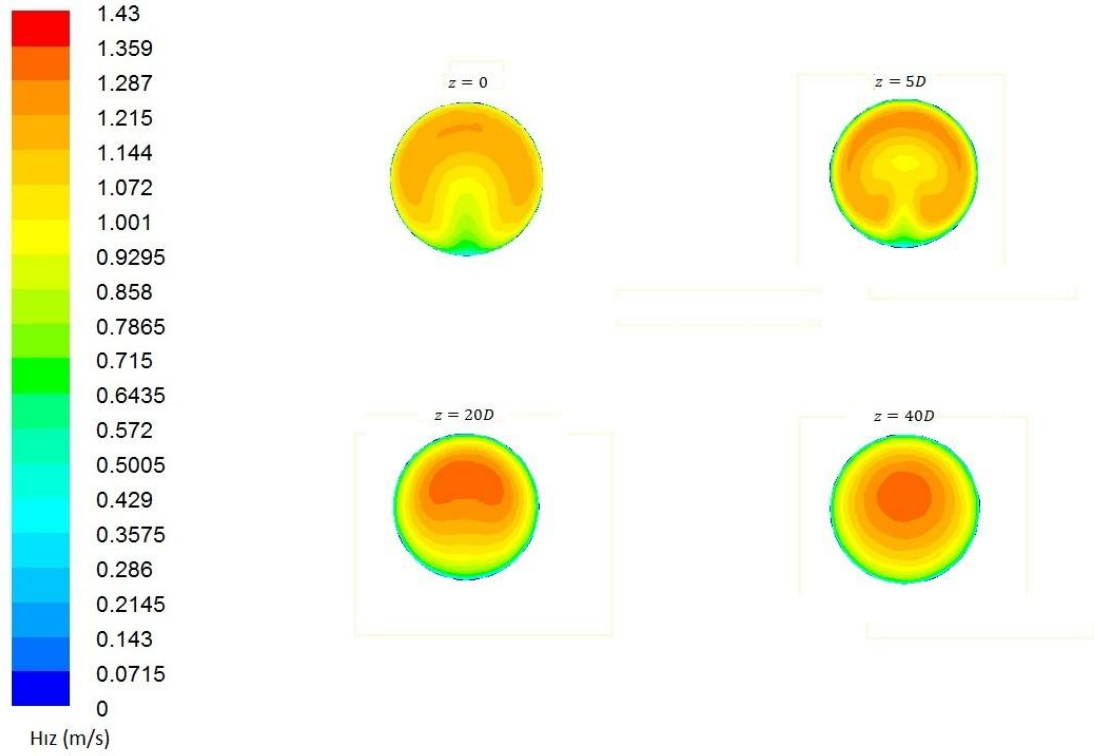
Tüm akış kesiti boyunca ve akışa dik kesitlerdeki hız dağılımlarını kontur grafikleriyle gösterdikten sonra, tekrar akışa dik kesitlerde fakat dirsekten oldukça uzak mesafelerdeki hız dağılımları da aşağıdaki şekillerde gösterildi.

Sabit eğrilik yarıçapı olan modelde, dirsek çıkışında $z = 0$ ve sonrasında 3 farklı kesitte ($z = 5D$, $z = 20D$, $z = 40D$) toplam hız profilleri incelenmiştir. Bu dört kesit için modellerin eğrilğine göre akış profilindeki bozulmalar aşağıdaki şekillerde gösterilmiştir.



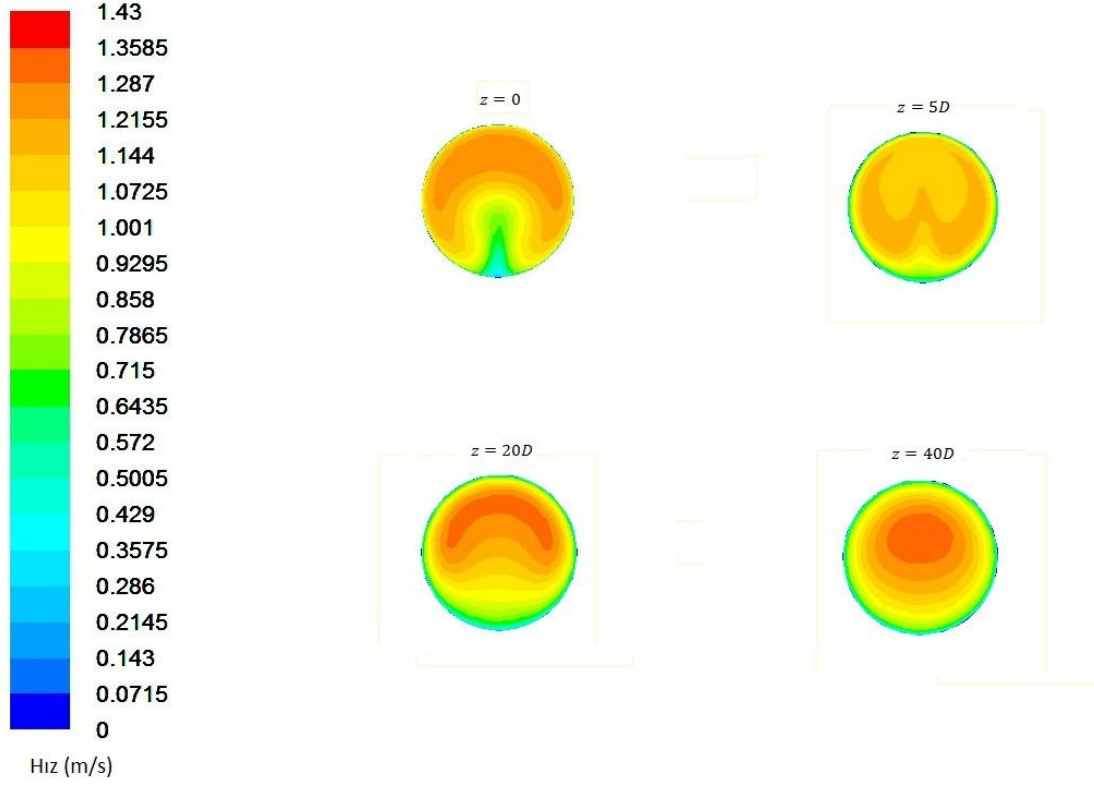
Şekil 4.9. Sabit eğrilik yarıçaplı modelde, dirsekten sonra belirli kesitlerde, akış profilleri

Yukarıda Şekil 4.9.'da mevcut dirsek modeli için akıştaki ayrılmalar görülmektedir. Burada tam dirsek çıkışındaki kesitte, yani $z = 0$ 'da hız profilindeki bozulma en fazladır. Dirsekten uzaklaştıkça akış tam gelişmişliğe doğru geçiş yapmaktadır. Görüldüğü gibi dirsekten $40D$ uzaklıkta akış neredeyse tam gelişmiştir denilebilir.



Şekil 4.10. Minimum basınç kaybı sağlayan modelde, dirsekten sonra belirli kesitlerde, akış profilleri

Şekil 4.10.'da aynı şekilde, dirsekten sonra değişik akışa dik kesitlerde, minimum basınç kaybı elde edilen model için hız dağılımlarını göstermektedir. Burada tam dirsek çıkışındaki hızın ve sonrasındaki hız profillerinin mevcut modele göre daha düzgün dağılımlı olduğu görülmektedir. Daha yumuşak eğrilik ile elde edilen, hızdaki bu düzgün geçiş sayesinde, bu modelde basınç kaybı mevcut modele göre daha azdır.



Şekil 4.11. Maksimum malzeme kazancı sağlayan modelde, dirsekten sonra belirli kesitlerde, akış profilleri

Şekil 4.11. ise maksimum malzeme kazancı veren modeldeki farklı akışa dik kesitlerde hız dağılımlarını göstermektedir. Kesitlerdeki hız profillerinin diğer iki modele göre çok daha bozuk olduğu görülmektedir. Dirsekten $20D$ uzaklıktaki hız profilinde bile akış tam gelişmişliğe yaklaşamamıştır. Diğer modellerde aynı mesafede akış tam gelişmişliğe yaklaşmıştır. Ancak diğer iki modelde olduğu gibi bu modelde de $40D$ uzaklıkta akış, dirsek eğriliğinin etkisinden kurtulmuş ve tam gelişmiş akış oluşmuştur.

5. SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında mevcut 90° dirsek modeline göre daha az basınç kaybı sağlayacak yeni tasarımlar bulunması amaçlanmıştır. Çalışmalarımız sonucunda, bu hedefi sağlayan birkaç model bulunmuştur. Bunların içinden minimum basınç kaybına neden olan model, çalışmamızın sonucu olarak sunulmuştur. Bu modelde, % 2,49'luk basınç kazancı sağlanmıştır. Ancak bu modelin üretimi için % 43,28'lik oranda daha fazla malzeme kullanılması gerekmektedir. Tabi bu malzeme sadece dirsek modelinin üretimi göz önüne alındığında ortaya çıkmaktadır. Bir sistem içinde ele alındığında aslında malzemeden kazanç veya kayıp yoktur. Çünkü dirsekten kaybedilen malzeme miktarı, düz borulardan geri kazanılmaktadır. Bulunan bu model için merkez eğriliğini ya da bir başka deyişle eğrilik yarıçapı R 'nin, θ dirsek açısıyla değişimini veren fonksiyon aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$R(\theta) = A \cos(2\theta) + B \quad (4.9)$$

Minimum basınç kaybı veren model için fonksiyon katsayıları aşağıdaki gibidir.

$$A = -0,01246875 \quad B = 0,10746875 \quad (4.10)$$

Bütün tasarımlarımız gözden geçirildiğinde, asıl amacımız olan basınç kazancının yanı sıra, daha az malzeme kullanılarak üretilebilecek tasarımlar da ortaya çıkmıştır. Tasarımlarımız içinde minimum malzeme kullanımıyla üretilebilecek modelin fonksiyon katsayıları aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$A = 0,00855 \quad B = 0,04845 \quad (4.11)$$

Bu modelin üretiminde % 34,28'lik oranda daha az malzeme kullanılmaktadır. Tabi ki bu kazanç, yukarıdaki paragrafta da belirtildiği üzere, sadece dirsek göz önüne alındığında sağlanmaktadır. Yoksa komple sistemde

malzemeden kazanç veya kayıp yok denecek kadar azdır. Ancak bu modelde % 4,84'lük basınç kaybı artışı göze almak gerekmektedir.

Silindirik borularda ve dirseklerde türbülanslı akışın nümerik olarak incelenmesinde, RNG k-epsilon türbülans modelinin, sınır tabakada standart duvar fonksiyonlarıyla birlikte kullanılmasının daha iyi sonuçlar verdiği çalışmada tespit edilen bir başka sonuçtur. Çalışmanın başında literatür taraması yapılmış ve öngörülen türbülans modelleri ve sınır tabaka yaklaşımları belirlenmiştir. Bütün bu modeller sabit eğrilik yarıçaplı standart bir 90° dirsek modelinde uygulanmış ve elde edilen sonuçlar ampirik bağıntılardan elde edilenler ile karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmalar sonucunda RNG k-epsilon modelinin, standart duvar fonksiyonu sınır tabaka yaklaşımıyla kullanıldığında, ampirik bağıntılarla % 2,48 hassasiyetle yakınsadığı görülmüştür. Bütün modellerin içinde elde ettiğimiz en iyi hassasiyet bu olmuştur. Bulduğumuz bu sonuç literatürdeki çalışmalarda daha öncede belirtilmiştir.

Tez çalışmamızın sonucunda görülmektedir ki, tek bir dirsek üzerinden akışta iyi bir basınç kazancı sağlanmıştır. Bütün hidrolik sistemin üzerindeki dirseklerin sayısı düşünüldüğünde, bu kazanç toplamda gerçekten büyük bir enerji kazancı sağlayacaktır. Bunun yanı sıra basınç kaybını önemsemeyip sadece malzeme odaklı çalışan bir üretici için de tek bir dirsekten % 34,28 malzeme kazancı sağlaması mümkündür.

Çalışma sadece 90° dirsek modeli için yapılmıştır. Bu çalışmadaki 35 adet tasarım göz önünde tutularak, çeşitli deney tasarım ve optimizasyon yöntemleri sayesinde daha iyi tasarımların bulunması, gelecek çalışmalarda incelenebilir. Ek olarak, 180° dirsek için ve de birbiri ardına yerleştirilmiş dirsek modelleri için de aynı incelemeler yapılabilir. Ayrıca da burada dirseğin sadece eğrilik yarıçapı değişken olarak atanmıştır. Ancak dirsek çapı da değişken olarak atanıp buna göre de çalışmalar yapılmasında fayda vardır. Çünkü akış ayrılmaları dirsek eğrilğine bağlı olduğu kadar çapa da bağlıdır.

KAYNAKLAR

1. *Piping and Plumbing Fittings*. 21 Eylül 2010 03 Ekim 2010]; Available from: http://en.wikipedia.org/wiki/Piping_and_plumbing_fittings.
2. PARR, A., *Hydraulics and Pneumatics: A Technician's and Engineer's Guide*. 2006: Elsevier Ltd.
3. Chung, T.J., *Computational Fluid Dynamics*. 2010: Cambridge University Press.
4. KOYUN, A., *Güneş Bacası ile Enerji Üretiminin İncelenmesi*, in *Makine Mühendisliği Anabilim Dalı*. 2006, Süleyman Demirel Üniversitesi: Isparta. p. 35-37.
5. Blazek, J., *Computational Fluid Dynamics: Principle and Applications*, ed. D.J. Milne. 2001, Kidlington, Oxford: Engineering and Technology Elsevier Science Ltd.
6. Löhner, R., *Applied CFD Techniques*. 2001: John Wiley & Sons Ltd.
7. Rowe, M., *Measurements and Computations of Flow in Pipe Bends*. J . Fluid Mech., 1970. **43**(4): p. 771-783.
8. Patankar, S.V., *Prediction of Turbulent Flow in Curved Pipe*. J . Fluid Mech., 1975. **67**(3): p. 583-595.
9. Choi, Y.D., H. Lacovides, and B.E. Launder, *Numerical Computation of Turbulent Flow in a Square-Sectioned 180 Deg Bend*. Journal of Fluids Engineering, 1989. **111**: p. 59-68.
10. Sudo, K., M. Sumida, and H. Hibara, *Experimental Investigation on Turbulent Flow in a Circular-Sectioned 90-Degree Bend*. Experiments in Fluids, 1998. **25**: p. 42-49.
11. Hüttl, T.J. and R. Friedrich, *Influence of Curvature and Torsion on Turbulent Flow in Helically Coiled Pipes*. International Journal of Heat and Fluid Flow, 2000. **21**: p. 345-353.
12. Pruvost, J., *Numerical Investigation of Bend and Torus Flows, Part I : Effect of Swirl Motion on Flow Structure in U-bend*. Chemical Engineering Science, 2004. **59**(16): p. 3345-3357.

13. Kumar, U., A. Kumar, and D.R. Kaushal, *Bend Pressure Drop Experiments Compared with Fluent*. Proceedings of the ICE - Engineering and Computational Mechanics, 2008. **161**(1): p. 35-42.
14. Crawford, N., et al., *A Numerical Investigation of the Flow Structures and Losses for Turbulent Flow in 90° Elbow Bends*. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part E: Journal of Process Mechanical Engineering, 2009. **223**(1): p. 27-44.
15. Saad, T. *Derivation of the Continuity Equation in Cartesian Coordinates*. 21 Şubat 2009 04 Ekim 2010]; Available from: http://pleasemakeanote.blogspot.com/2009_02_01_archive.html.
16. Amir Faghri, Y.Z., John Howell, *Advanced Heat and Mass Transfer*. 2010, Columbia: Global Digital Press.
17. Çengel, Y. and J. Cimbala, *Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications*. 2006: McGraw-Hill Higher Education.
18. Wattenberg, F. *Cylindrical Coordinates*. 1997 05 Ekim 2010]; Available from: <http://www.math.montana.edu/frankw/ccp/multiworld/multipleIVP/cylindrical/learn.htm>.
19. White, F.M., *Akışkanlar Mekaniği*, ed. P.D.C. Özgür. 2004, USA: The McGraw - Hill Companies, Inc.
20. *Fluid Kinematics*. 2 Temmuz 2010 26 Kasım 2010]; Available from: <http://output.to/sideway/default.asp?vno=100882&webcc=mech002a>.
21. Mei, C.C., *Relations Between Stress and Rate-of-Strain Tensors*. 2007, MIT.
22. Bird, R., W. Stewart, and E. Lightfoot, *Transport Phenomena*. 1960: Wiley. 77-78.
23. Attribution/Share-Alike, C.C. *Navier-Stokes Denklemleri*. 22 Ekim 2010 21 Kasım 2010]; Available from: http://tr.wikipedia.org/wiki/Navier-Stokes_denklemleri.
24. Hughes, W., *An Introduction to Viscous Flow*. 1979: Hemisphere Pub. Corp. 107.
25. Merle C. Potter, D.C.W., *Schaum's Outline of Fluid Mechanics*. 2008: McGraw-Hill Companies.
26. *Flow Velocity Profiles*. 2003 27 Ekim 2010]; Available from: http://www.tpub.com/content/doe/h1012v3/css/h1012v3_40.htm.

27. CERYAN, E., *Yeni Bir Newtonyen Olmayan Akışkan Modelinin Boru İçerisindeki Akışının İncelenmesi*, in *Makine Eğitimi Anabilim Dalı*. 2010, Afyonkarahisar Kocatepe Üniversitesi: Afyonkarahisar
28. Batchelor, G.K., *An Introduction to Fluid Dynamics*. 2000, New York: Cambridge University Press.
29. Tokaty, G.A., *A History and Philosophy of Fluid Mechanics*. 1971: Pan American and International Copyright Conventions.
30. Khan, I., *Fluid Mechanics*. 1987: Holt, Rinehart & Winston.
31. Gupta, *Fluid Mechanics and Hydraulic Machines*. 2006, New Delhi: Dorling Kindersley (India) Pvt. Ltd.
32. *Basic Concepts Related to Flowing Water and Measurement*. 17 Aralık 2010 28 Aralık 2010]; Available from: http://www.usbr.gov/pmts/hydraulics_lab/pubs/wmm/chap02_10.html.
33. Granger, R.A., *Fluid Mechanics*. 1995: Pan American and International Copyright Conventions.
34. Hermann Schlichting, K.G., *Boundary Layer Theory*. 2000: Springer.
35. *Darcy-Weisbach Formula*. Eylül 2010 06 Kasım 2010]; Available from: http://www.pipeflow.co.uk/public/articles/Darcy_Weisbach_Formula.pdf.
36. Blevins, R., *Applied Fluid Dynamics Handbook*. 1992: Krieger Pub. Co.
37. California, U., *Pipe and Pipe Fittings*. 1910: Industrial Press.
38. Division, C.C.E., *Flow of Fluids Through Valves, Fittings, and Pipe*. 1978: Crane Co. 2-12.
39. Eren, B. *Dirsekler DIN 2605*. 2009 [cited 13 Haziran 2010; Available from: <http://www.erenboru.com/13.htm>.
40. Fluent, I., *Gambit 2.2 Tutorial Guide*. 2004.
41. Kulkarni, A.C.a.A. *Modeling Turbulent Flows in Fluent*. 15.08.2010 04.09.2010]; Available from: <http://www.fluent.com/software/university/blog/turbulent.pdf>.

42. Fluent, I. *Fluent 6.1 User's Guide*. 25 Ocak 2003 08 Eylül 2010]; Available from: http://jullio.pe.kr/fluent6.1/help/html/ug/main_pre.htm.
43. A. Kayode Coker, E.E.L., *Ludwig's Applied Process Design for Chemical and Petrochemical Plants*. 2007: Elsevier Inc.
44. Technology, D.U.o. *Equivalent Length of Pipe Bends, Valves, and Filters*. 17 Haziran 2006 02 Aralık 2010]; Available from: <http://www.lr.tudelft.nl/live/pagina.jsp?id=db50b831-d0dc-467d-a4c7-370fa8e0d9c1&lang=en>.

ÖZGEÇMİŞ

Musa ÖZKAN, 1985 yılında Bilecik’te doğdu. İlk, orta ve lise eğitimini Eskişehir’de tamamladıktan sonra 2004 yılında Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümünde Lisans eğitime başladı. Buradan 2008 yılında mezun olduktan sonra aynı öğretim yılında Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü, Makine Mühendisliği Bölümünde başladığı Yüksek Lisans eğitimini 2011 yılında tamamladı. Aynı bölümde 2009 yılında Araştırma Görevlisi olarak başladığı görevini halen sürdürmektedir.