

**T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ**

**MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ
ENSTİTÜSÜ**

**ELEKTROMAGNETİK
DALGALARIN İÇİÇE GEÇMİŞ İKİ
KARŞILIKLI PARALEL PLAKALI
DALGA KILAVUZSİSTEMİNDEN
SAÇILMASI**

**Hikmet SUBAŞI
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ**

GEBZE

2012

**T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ**

**MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ
ENSTİTÜSÜ**

**ELEKTROMAGNETİK
DALGALARIN İÇİÇE GEÇMİŞ İKİ
KARŞILIKLI PARALEL PLAKALI
DALGA KILAVUZ SİSTEMİNDEN
SAÇILMASI**

**Hikmet SUBAŞI
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI**

**DANIŞMANI
Doç. Dr. İsmail Hakkı TAYYAR**

GEBZE

2012



YÜKSEK LİSANS TEZİ JÜRİ ONAY SAYFASI

Bu tez çalışması, G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 15.06.2012 tarih ve 2012/22 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(Tez Danışmanı) : Doç. Dr. İsmail Hakkı TAYYAR

ÜYE

: Yrd. Doç. Dr. Bektaş ÇOLAK

ÜYE

: Dr. Fatih DİKMEN

ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun.....tarih ve sayılı kararı.

İmza / Mühür

ÖZET

TEZ BAŞLIĞI :ELEKTROMAGNETİK DALGALARIN İÇİÇE GEÇMİŞ İKİ KARŞILIKLI PARALEL PLAKALI DALGA KILAVUZU SİSTEMİNDEN SAÇILMASI

YAZAR ADI :Hikmet SUBAŞI

Bu çalışmada, iç içe geçmiş, karşılıklı duran, iki adet farklı ağız açıklığına sahip yarı sonsuz paralel plakalı dalga kılavuzlarından düzlemsel elektromanyetik dalgaların saçılması ele alınmıştır. l Uzunluğu kadar iç içe geçmiş böyle bir yapıda elektromagnetik dalgaların saçılması Wiener-Hopf tekniği kullanılarak incelenmiştir. Sonuçta paralel plakalı dalga kılavuzlarında farklı ağız açıklığı ve iç içe geçme uzunluğu (l) gibi parametrelerin saçılma olayına etkisi incelenmiş ve grafikler ile ortaya konmuştur.

SUMMARY

TITLE OF THE THESIS : SCATTERING OF ELECTROMAGNETIC WAVES FROM NESTED, MUTUALLY FIXED, TWO PARALLEL PLATE WAVEGUIDE SYSTEM.

AUTHOR :Hikmet SUBAŞI

In this study, the scattering of a plane electromagnetic wave from nested, mutually fixed, semi-infinite two parallel plate waveguides which have different inlet openings, is analyzed. The scattering of electromagnetic waves from length of l nested parallel plate waveguides analyzed by Wiener-Hopf technique.

As a conclusion, the effects of parameters like l and different inlet openings to the scattering from parallel plate waveguides are examined and graphs are presented.

TEŞEKKÜR

Yapılan tez çalışması sırasında maddi ve manevi yardımlarını eksik etmeyen Elektronik Mühendisliği öğretim üyesi tez danışmanım Doç. Dr. İsmail Hakkı TAYYAR 'a ve desteğinden dolayı eşim Gülfidan SUBAŞI 'ya teşekkürü borç bilirim. Çalışmanın seyri sırasında değerli danışman hocamın gösterdiği anlayış ile alınan görevin başarıya ulaştırılmasındaki gayretin aynı oranda sürmesi, bilim ve teknolojiye ülkemiz menfaatlerinin korunup gelişmesinde daha yüksek faydalar getireceğine olan inancımı pekiştirmiştir. Bu bakımdan çalışmaya dolaylıda olsa katkı yapan herkesi daima saygıyla anmayı bir görev biliyorum.

İÇİNDEKİLER

ÖZET	IV
SUMMARY	V
TEŞEKKÜR	VI
İÇİNDEKİLER	VII
ŞEKİLLER VE ÇİZELGELER DİZİNİ	IX
1. GİRİŞ	1
1.1 KONU VE ÖNEMİ	1
2. PARALEL PLAKALI DALGA KILAVUZLARINDAN SAÇILMA	2
2.1 PROBLEMİN FORMÜLASYONU	2
2.1.1 <i>Sınır Koşulları</i>	3
2.1.2 <i>Süreklilik Koşulları</i>	3
2.2 WIENER-HOPF DENKLEMLERİNİN ELDE EDİLMESİ	4
2.2.1 <i>Sınır Koşullarının Kullanımı</i>	8
2.3 WIENER-HOPF DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ	17
2.4 $O_-(-k), O_-(-\alpha_m), \tilde{O}_+(k), \tilde{O}_+(\alpha_m), J_-(-k), J_-(-\alpha_m), \tilde{J}_+(k)$ VE $\tilde{J}_+(\alpha_m)$ BİLİNMEYENLERİNİN BELİRLENMESİ	23
2.5 SAÇILAN VE YANSIYAN ALANLARIN ANALİZİ	25
2.5.1 <i>Saçılan Alan</i>	25
2.5.2 <i>Geri Yansıyan Alan</i>	27
2.6 SAYISAL UYGULAMALAR	29
3. SONUÇ	35
KAYNAKLAR	36

SİMGELER VE KISALTMALAR

c	:	Işık hızı (m/s)
ℓ	:	İç içe geçme uzunluğu
μ	:	Ortamın manyetik geçirgenliği (H/m)
ε	:	Ortamın elektrik geçirgenliği (F/m)
λ	:	Dalga boyu (m)
f	:	Frekans (Hz)

ŞEKİLLER ve ÇİZELGELER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1 Problemin Geometrisi	2
2.2 Fourier Dönüşümlerinin Problemin Geometrisinde Gösterimi	7
2.3 Kompleks α -düzlemi	7
2.4 Farklı a açıklıklarına göre saçılan alanın genliğinin değişimi	29
2.5 Farklı b açıklıklarına göre saçılan alanın genliğinin değişimi	30
2.6 Farklı l uzunluklarına göre saçılan alanın genliğinin değişimi	30
2.7 Farklı k değerlerine göre saçılan alanın genliğinin değişimi	31
2.8 Farklı a açıklıkları için geri yansıyan alanın genliğinin değişimi	31
2.9 Farklı b açıklıkları için geri yansıyan alanın genliğinin değişimi	32
2.10 Farklı l uzunlukları için geri yansıyan alanın genliğinin değişimi	32
2.11 Farklı k değerleri için geri yansıyan alanın genliğinin değişimi	33
2.12 Farklı l uzunlukları için geri yansıyan alanın genliğinin N-kesme sayısına göre değişimi	33
2.13 Farklı l uzunlukları için saçılan alanın genliğinin N-kesme sayısına göre değişimi	34

1. GİRİŞ

1.1 KONU VE ÖNEMİ

Mikrodalga haberleşmesinde ve radar sistemlerinde yüksek frekanslı elektromagnetik dalgalar yoğun bir şekilde kullanılmaktadır. Kullanım esnasında karşılaşılan yenilik ve geliştirme taleplerinin çözümü doğrultusunda farklı geometriler veya kombinasyonlardan oluşan cisimlerden elektromanyetik dalgaların saçılma probleminin incelenmesi gereği ortaya çıkmıştır. Bu problemin bir örneği olan iç içe geçmiş paralel plakalı dalga kılavuzlarında elektromagnetik dalgaların saçılması bu tez çerçevesinde değerlendirilecektir.

Değişik fiziksel özelliklere sahip (mükemmel iletken, empedans, adım süreksizliği vs.) dalga kılavuzlarından elektromagnetik dalgaların saçılma ve radyasyon problemleri Wiener-Hopf tekniği kullanılarak çözülmüştür [1,2,3,4,5,6]. Rawlins [7] yarı sonsuz birdalga kılavuzundan yayılmakta olan akustik dalganın sonsuz bir dalga kılavuzu içerisine saçılma problemini incelemiştir.

Bu çalışmanın amacı daha önce Rawlins [7] tarafından ele alınmış saçılma probleminin dış sonsuz dalga kılavuzunun yarı sonsuz durumda düşünerek l uzunluğunda iç içe geçmiş iki yarı sonsuz paralel plakalı dalga kılavuzundan elektromagnetik dalganın saçılma ve radyasyon problemi durumuna genişletmektir.

2. PARALEL PLAKALI DALGA KILAVUZLARINDAN SAÇILMA

2.1 PROBLEMİN FORMÜLASYONU

Bu problemde ele alınan saçılma olayına kaynak teşkil eden TEM modu kılavuzlanmış dalgalar

$$H_z^i = u^i = e^{ikx} \quad (2.1)$$

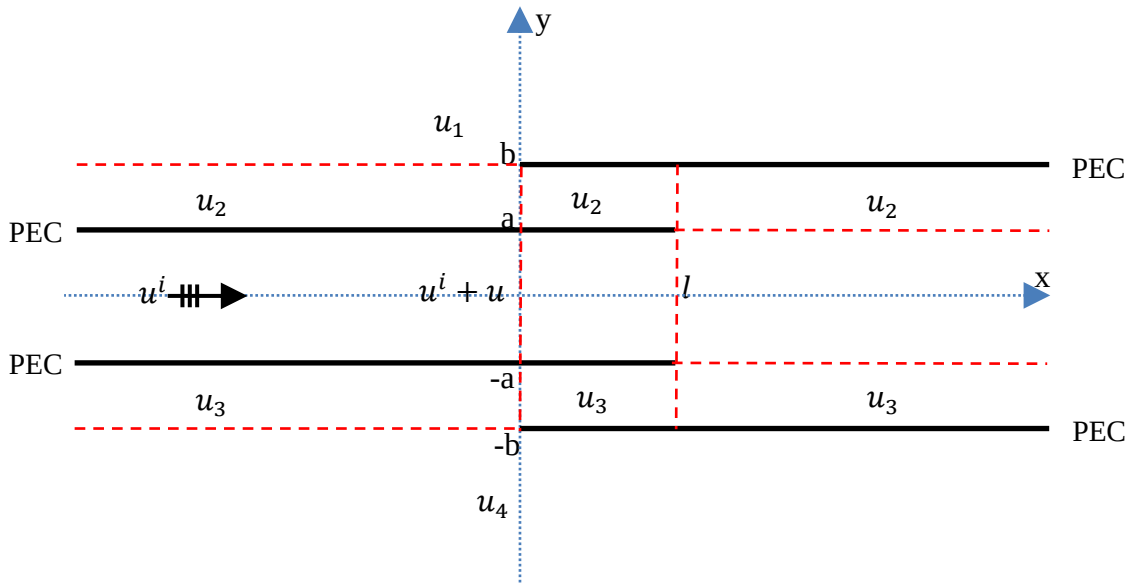
ile ifade edilmiş ve pozitif Ox yönünde yayıldığı kabul edilmiştir. Şekil 2.1' de gösterilen dalga iç içe geçmiş dalga kılavuzlarının bölgeleri aşağıdaki şekilde tanımlanmıştır.

$$S_1 = \{x, y, z: x \in (0, \infty), y = b, z \in (-\infty, \infty)\} \quad (2.2)$$

$$S_2 = \{x, y, z: x \in (-\infty, l), y = a, z \in (-\infty, \infty)\} \quad (2.3)$$

$$S_3 = \{x, y, z: x \in (-\infty, l), y = -a, z \in (-\infty, \infty)\} \quad (2.4)$$

$$S_4 = \{x, y, z: x \in (0, \infty), y = -b, z \in (-\infty, \infty)\} \quad (2.5)$$



Şekil 2.1 Problemin Geometrisi

$z \in (-\infty, \infty)$ olmak üzere toplam alan

$$u^T = \begin{cases} u_1(x, y) & , \quad y > b, \quad x \in (-\infty, \infty) \\ u_2(x, y) & , \quad a < y < b, \quad x \in (-\infty, \infty) \\ u^i + u(x, y) & , \quad -a < y < a, \quad x \in (-\infty, \infty) \\ u_3(x, y) & , \quad -b < y < -a, \quad x \in (-\infty, \infty) \\ u_4(x, y) & , \quad y < -b, \quad x \in (-\infty, \infty) \end{cases} \quad (2.6)$$

olarak ifade edilebilir. $u_j(x, y)$ $j=1, 2, 3, 4$ için Helmholtz denklemini sağlayan bilinmeyen fonksiyonlardır. Bu fonksiyonlar bölüm 2.1.1 Sınır koşulları ve bölüm 2.1.2 Süreklilik koşulları kullanılarak belirlenecektir.

2.1.1 Sınır Koşulları

$$\frac{d}{dy} u_1(x, b) = 0, \quad x > 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{d}{dy} u_2(x, b) = 0, \quad x > 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{d}{dy} u_2(x, a) = 0, \quad x < l \quad (2.9)$$

$$\frac{d}{dy} u(x, a) = 0, \quad x < l \quad (2.10)$$

$$\frac{d}{dy} u(x, -a) = 0, \quad x < l \quad (2.11)$$

$$\frac{d}{dy} u_3(x, -a) = 0, \quad x < l \quad (2.12)$$

$$\frac{d}{dy} u_3(x, -b) = 0, \quad x > 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{d}{dy} u_4(x, -b) = 0, \quad x > 0 \quad (2.14)$$

2.1.2 Süreklilik Koşulları

$$u_1(x, b) = u_2(x, b), \quad x < 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{d}{dy} u_1(x, b) = \frac{d}{dy} u_2(x, b), \quad x < 0 \quad (2.16)$$

$$u_2(x, a) - [u^i + u(x, a)] = 0, \quad x > l \quad (2.17)$$

$$\frac{d}{dy} u_2(x, a) = \frac{d}{dy} [u^i + u(x, a)], \quad x > l \quad (2.18)$$

$$[u^i + u(x, -a)] = u_3(x, -a), \quad x > l \quad (2.19)$$

$$\frac{d}{dy} [u^i + u(x, -a)] = \frac{d}{dy} u_3(x, -a), \quad x > l \quad (2.20)$$

$$u_3(x, -b) = u_4(x, -b), \quad x < 0 \quad (2.21)$$

$$\frac{d}{dy} u_3(x, -b) = \frac{d}{dy} u_4(x, -b), \quad x < 0 \quad (2.22)$$

2.2 WIENER-HOPF DENKLEMLERİNİN ELDE EDİLMESİ

Problem $u_1(x, y)$, $u_2(x, y)$, $u_3(x, y)$, $u_4(x, y)$ fonksiyonlarının belirlenmesinden oluşmaktadır. Bu fonksiyonlar, ikinci mertebeye kadar sürekli türevlere sahip olup, tanımlı oldukları bölgelerde Helmholtz Denklemine sağlarlar. Örneğin $u_1(x, y)$ için aşağıdaki denklem $x \in (-\infty, \infty)$ aralığında doğrudur.

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k^2 \right) u_1(x, y) = 0 \quad (2.23)$$

$u_1(x, y)$ 'nin sağladığı (2.23) denklemi helmholtz denklemidir ve k dalga sayısıdır.

Wiener-Hopf denklemlerini elde ederken aşağıda tanımlanan $u(x, y)$ ve $u_j(x, y)$ $j = 1, 2, 3, 4$ fonksiyonlarının Fourier dönüşümlerini kullanacaktır.

$$u_1(x, y) \xrightarrow{F} F(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{\infty} u_1(x, y) e^{i\alpha x} dx \quad (2.24)$$

$$u_2(x, y) \xrightarrow{F} G(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{\infty} u_2(x, y) e^{i\alpha x} dx \quad (2.25)$$

$$u(x, y) \xrightarrow{F} H(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x, y) e^{i\alpha x} dx \quad (2.26)$$

$$u_3(x, y) \xrightarrow{F} \tilde{G}(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{\infty} u_3(x, y) e^{i\alpha x} dx \quad (2.27)$$

$$u_4(x, y) \xrightarrow{F} \tilde{F}(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{\infty} u_4(x, y) e^{i\alpha x} dx \quad (2.28)$$

(2.23) Denkleminin Fourier dönüşümü alınır,

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + K^2(\alpha) \right] F(\alpha, y) = 0 \quad (2.29)$$

elde edilir. Burada $K(\alpha)$ karekök fonksiyonu olup,

$$K(\alpha) = \sqrt{k^2 - \alpha^2} \quad (2.30)$$

şeklindedir.

(2.29) denkleminin radyasyon koşuluna uyan çözümü,

$$F(\alpha, y) = F_-(\alpha, y) + F_+(\alpha, y) = A(\alpha) e^{iK(\alpha)(y-b)} \quad (2.31)$$

olarak elde edilir. $u_1(x, y)$ 'nin Fourier Dönüşümünü x 'e ilişkin farklı aralıklarda ayrı ayrı göstermek Wiener-Hopf denklemini elde etmekte yardımcı olur.

$$F_-(\alpha, y) = \int_{-\infty}^0 u_1(x, y) e^{i\alpha x} dx \quad (2.32)$$

$$F_+(\alpha, y) = \int_0^{\infty} u_1(x, y) e^{i\alpha x} dx, \quad (2.33)$$

$u_1(x, y)$ ile benzer şekilde, $u_2(x, y), u_3(x, y), u_4(x, y)$ ve $u(x, y)$ fonksiyonları için homojen Helmholtz Denkleminin Fourier Dönüşümü alınır ve x 'e ilişkin farklı aralıklarda ayrı ayrı gösterilirse aşağıdaki eşitlikler elde edilir. Ayrıca $u_2(x, y), u_3(x, y), u_4(x, y)$ ve $u(x, y)$ fonksiyonlarının genel çözümleri aşağıda sırasıyla başlıklarda belirtilmiştir.

$u_2(x, y)$ Fonksiyonunun Fourier dönüşümü;

$$G(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{\infty} u_2(x, y) e^{i\alpha x} dx = G_-(\alpha, y) + G_1(\alpha, y) + e^{i\alpha l} G_+(\alpha, y) \quad (2.34)$$

$u_2(x, y)$ fonksiyonunun genel çözümü,

$$\begin{aligned} G(\alpha, y) &= G_-(\alpha, y) + G_1(\alpha, y) + e^{i\alpha l} G_+(\alpha, y) \\ &= B(\alpha) \cos[K(\alpha)y] + C(\alpha) \sin[K(\alpha)y] \end{aligned} \quad (2.35)$$

$u_3(x, y)$ fonksiyonunun Fourier dönüşümü;

$$\tilde{G}(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{\infty} u_3(x, y) e^{i\alpha x} dx = \tilde{G}_-(\alpha, y) + \tilde{G}_1(\alpha, y) + e^{i\alpha l} \tilde{G}_+(\alpha, y) \quad (2.36)$$

$u_3(x, y)$ fonksiyonunun genel çözümü,

$$\begin{aligned} \tilde{G}(\alpha, y) &= \tilde{G}_-(\alpha, y) + \tilde{G}_1(\alpha, y) + e^{i\alpha l} \tilde{G}_+(\alpha, y) \\ &= \tilde{B}(\alpha) \cos[K(\alpha)y] + \tilde{C}(\alpha) \sin[K(\alpha)y] \end{aligned} \quad (2.37)$$

$u_4(x, y)$ fonksiyonunun Fourier dönüşümü;

$$\tilde{F}(\alpha, y) = \int_{-\infty}^{\infty} u_4(x, y) e^{i\alpha x} dx = \tilde{F}_-(\alpha, y) + \tilde{F}_+(\alpha, y) \quad (2.38)$$

$u_4(x, y)$ fonksiyonunun genel çözümü,

$$\tilde{F}(\alpha, y) = \tilde{A}(\alpha) e^{-iK(\alpha)(y+b)} \quad (2.39)$$

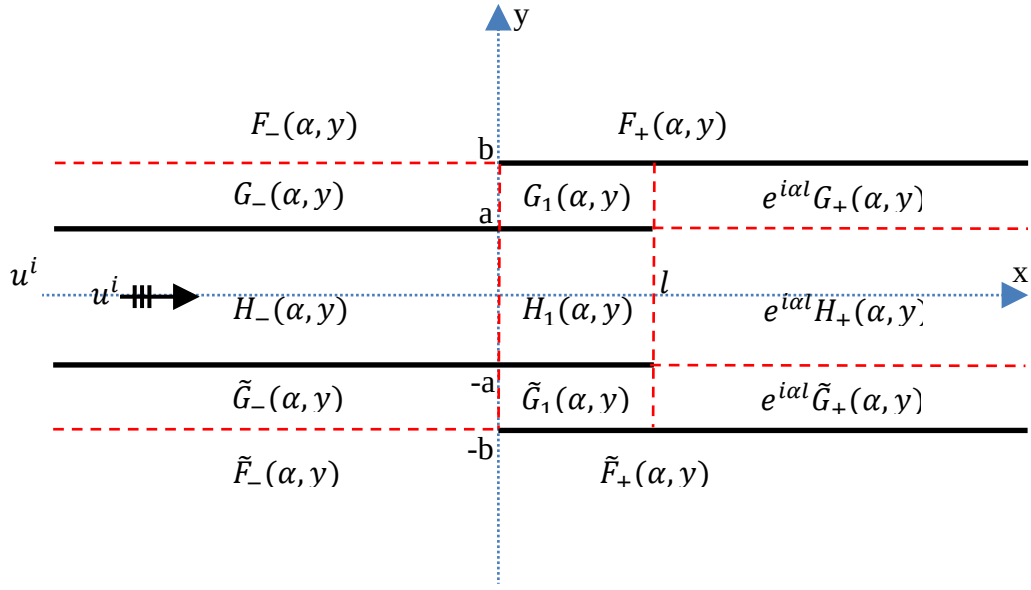
$u(x, y)$ fonksiyonunun Fourier dönüşümü;

$$\begin{aligned} H(\alpha, y) &= \int_{-\infty}^{\infty} u(x, y) e^{i\alpha x} dx \\ &= H_-(\alpha, y) + H_1(\alpha, y) + e^{i\alpha l} H_+(\alpha, y) \end{aligned} \quad (2.40)$$

$u(x, y)$ fonksiyonunun genel çözümü,

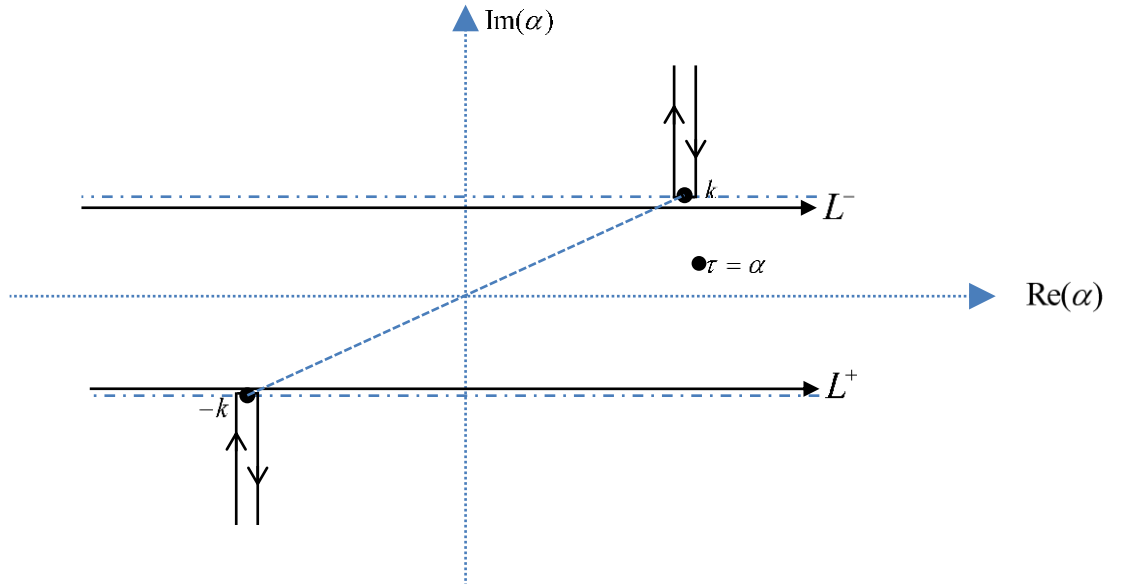
$$\begin{aligned} H(\alpha, y) &= H_-(\alpha, y) + H_1(\alpha, y) + e^{i\alpha l} H_+(\alpha, y) \\ &= D(\alpha) \cos[K(\alpha)y] + E(\alpha) \sin[K(\alpha)y] \end{aligned} \quad (2.41)$$

Fourier Dönüşümlerinin problemin geometrisi üzerindeki gösterimi Şekil 2.2 de yer almaktadır.



Şekil 2.2 Fourier Dönüşümlerinin Problemin Geometrisinde Gösterimi

$K(\alpha)$ karekök fonksiyonu Şekil 2.3 'teki gibi kesilmiş kompleks α -düzleminde $K(0) = k$ olacak şekilde tanımlanmıştır.



Şekil 2.3 Kompleks α -düzlemi

2.2.1 Sınır Koşullarının Kullanımı

Şimdi $(.)$ y değişkenine göre türevi ifade etmek üzere, $u_1(x, y)$ fonksiyonu için (2.7) sınır koşulu kullanıldığında,

$$\dot{F}(\alpha, b) = \dot{F}_-(\alpha, b) = A(\alpha) i K(\alpha) \quad (2.42)$$

elde edilir. $A(\alpha)$ katsayısı ,

$$A(\alpha) = \frac{\dot{F}_-(\alpha, b)}{i K(\alpha)} \quad (2.43)$$

olarak elde edilir ve (2.31) denkleminde yerine yazılırsa,

$$F(\alpha, y) = A(\alpha) e^{iK(\alpha)(y-b)} = \underbrace{\frac{\dot{F}_-(\alpha, b)}{i K(\alpha)}}_{A(\alpha)} e^{iK(\alpha)(y-b)} \quad (2.44)$$

elde edilir. $y = b$ için ,

$$F_-(\alpha, b) = \frac{\dot{F}_-(\alpha, b)}{i K(\alpha)} - F_+(\alpha, b) \quad (2.45)$$

olarak bulunur.

$u_2(x, y)$ fonksiyonu için (2.8) ve (2.9) sınır koşulları kullanıldığında,

$$\dot{G}(\alpha, b) = \dot{G}_-(\alpha, b) = -B(\alpha) \sin[K(\alpha)b] + C(\alpha) \cos[K(\alpha)b] \quad (2.46)$$

elde edilir ve

$$\dot{G}(\alpha, a) = e^{i\alpha l} \dot{G}_+(\alpha, a) = -B(\alpha) \sin[K(\alpha)a] + C(\alpha) \cos[K(\alpha)a] \quad (2.47)$$

elde edilir.

(2.46) ve (2.47) denklemleri kullanılarak $B(\alpha)$ ve $C(\alpha)$ katsayılarını aşağıdaki gibi elde edilir.

$$B(\alpha) = \frac{\cos[K(\alpha)a] \dot{G}_-(\alpha, b) - \cos[K(\alpha)b] e^{i\alpha l} \dot{G}_+(\alpha, a)}{-K(\alpha) \sin[K(\alpha)(b-a)]} \quad (2.48)$$

$$C(\alpha) = \frac{\sin[K(\alpha)b] e^{i\alpha l} \dot{G}_+(\alpha, a) - \sin[K(\alpha)a] \dot{G}_-(\alpha, b)}{K(\alpha) \sin[K(\alpha)(b-a)]} \quad (2.49)$$

(2.41)ifadesi ile (2.10) ve (2.11) sınır koşulları kullanıldığında,

$$e^{i\alpha l} \dot{H}_+(\alpha, a) = -D(\alpha) K(\alpha) \sin[K(\alpha)a] + E(\alpha) K(\alpha) \cos[K(\alpha)a] \quad (2.50)$$

ve

$$e^{ial} \dot{H}_+(\alpha, -a) = D(\alpha)K(\alpha)\sin[K(\alpha)a] + E(\alpha)K(\alpha)\cos[K(\alpha)(a)] \quad (2.51)$$

ifadesi elde edilir.

(2.50) ve (2.51) denklemlerini kullanarak benzer şekilde $D(\alpha)$ ve $E(\alpha)$ katsayıları aşağıdaki şekilde bulunur.

$$D(\alpha) = \frac{-e^{ial} [\dot{H}_+(\alpha, a) - \dot{H}_+(\alpha, -a)]}{2K(\alpha)\sin[K(\alpha)a]} \quad (2.52)$$

$$E(\alpha) = \frac{e^{ial} [\dot{H}_+(\alpha, a) + \dot{H}_+(\alpha, -a)]}{2K(\alpha)\cos[K(\alpha)(a)]} \quad (2.53)$$

$u_3(x, y)$ fonksiyonu için (2.9) ve (2.12) sınır koşulları kullanıldığında,

$$e^{ial} \ddot{G}_+(\alpha, -a) = \tilde{B}(\alpha)K(\alpha)\sin[K(\alpha)(a)] + \tilde{C}(\alpha)K(\alpha)\cos[K(\alpha)(a)] \quad (2.54)$$

ve

$$\dot{G}_-(\alpha, -b) = \tilde{B}(\alpha)K(\alpha)\sin[K(\alpha)(b)] + \tilde{C}(\alpha)K(\alpha)\cos[K(\alpha)(b)] \quad (2.55)$$

elde edilir.

(2.54) ve (2.55) denklemlerini kullanarak $\tilde{B}(\alpha)$ ve $\tilde{C}(\alpha)$ katsayıları aşağıdaki şekilde bulunur.

$$\tilde{B}(\alpha) = \frac{\cos[K(\alpha)(b)]e^{ial}\ddot{G}_+(\alpha, -a) - \cos[K(\alpha)(a)]\dot{G}_-(\alpha, -b)}{-K(\alpha)\sin[K(\alpha)(b-a)]} \quad (2.56)$$

$$\tilde{C}(\alpha) = \frac{\sin[K(\alpha)(a)]\dot{G}_-(\alpha, -b) - \sin[K(\alpha)(b)]e^{ial}\ddot{G}_+(\alpha, -a)}{-K(\alpha)\sin[K(\alpha)(b-a)]} \quad (2.57)$$

Son olarak $u_4(x, y)$ fonksiyonu için (2.14) sınır koşulu kullanıldığında,

$$\dot{F}(\alpha, -b) = \dot{F}_-(\alpha, -b) = -iK(\alpha)\tilde{A}(\alpha) \quad (2.58)$$

elde edilir. $\tilde{A}(\alpha)$ katsayısı ,

$$\tilde{A}(\alpha) = \frac{\dot{F}_-(\alpha, b)}{-iK(\alpha)} \quad (2.59)$$

olarak elde edilir ve (2.39) denkleminde yerine yazılırsa,

$$\tilde{F}(\alpha, y) = \frac{\dot{\tilde{F}}_-(\alpha, -b)}{\underbrace{-iK(\alpha)}_{\tilde{A}(\alpha)}} e^{-iK(\alpha)(y+b)} \quad (2.60)$$

elde edilir.. $y = -b$ için

$$\tilde{F}_-(\alpha, -b) = \frac{\dot{\tilde{F}}_-(\alpha, -b)}{-iK(\alpha)} - \tilde{F}_+(\alpha, -b) \quad (2.61)$$

olarak bulunur.

(2.15) Süreklilik koşulu kullanıldığında,

$$F_-(\alpha, b) = G_-(\alpha, b) \quad (2.62)$$

$$G_-(\alpha, b) = \frac{\dot{F}_-(\alpha, b)}{iK(\alpha)} - F_+(\alpha, b) \quad (2.63)$$

$$\begin{aligned} \frac{\dot{F}_-(\alpha, b)}{iK(\alpha)} - F_+(\alpha, b) &= \frac{\cos[K(\alpha)a] \cos[K(\alpha)b] \dot{G}_-(\alpha, b) - \cos[K(\alpha)b] \cos[K(\alpha)a] e^{ial} \dot{G}_+(\alpha, a)}{-K(\alpha) \sin[K(\alpha)(b-a)]} \\ &+ \frac{\sin[K(\alpha)b] \sin[K(\alpha)a] e^{ial} \dot{G}_+(\alpha, a) - \sin[K(\alpha)a] \sin[K(\alpha)b] \dot{G}_-(\alpha, b)}{K(\alpha) \sin[K(\alpha)(b-a)]} \\ &- G_1(\alpha, b) - e^{ial} G_+(\alpha, b) \end{aligned} \quad (2.64)$$

(2.16) Süreklilik koşulu kullanıldığında,

$$\dot{F}_-(\alpha, b) = \dot{G}_-(\alpha, b) \quad (2.65)$$

$$\begin{aligned} \frac{e^{ial} \dot{G}_+(\alpha, a)}{K^2(\alpha) \sin[K(\alpha)(b-a)]} - \frac{\dot{G}_-(\alpha, b)}{K^2(\alpha) \sin[K(\alpha)(b-a)] e^{iK(\alpha)(b-a)}} \\ \frac{K(\alpha)}{K(\alpha)} - \frac{K(\alpha)}{K(\alpha)} \\ -G_1(\alpha, b) - e^{ial} G_+(\alpha, b) + F_+(\alpha, b) = 0 \end{aligned} \quad (2.66)$$

elde edilir. Burada

$$\Phi_1(\alpha, b) = -G_1(\alpha, b) \quad (2.67)$$

ve

$$\Phi_+(\alpha, b) = -e^{ial} G_+(\alpha, b) + F_+(\alpha, b) \quad (2.68)$$

ise

$$\frac{e^{ial}\dot{G}_+(\alpha, a)}{K^2(\alpha)N_1(\alpha)} - \frac{\dot{G}_-(\alpha, b)}{K^2(\alpha)N_1(\alpha)N_2(\alpha)} + \Phi_1(\alpha, b) + \Phi_+(\alpha, b) = 0 \quad (2.69)$$

elde edilir. (2.69) ifadesinde $N_1(\alpha)$ ve $N_2(\alpha)$ aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$N_1(\alpha) = \frac{\sin[K(\alpha)(b-a)]}{K(\alpha)} \quad (2.70)$$

$$N_2(\alpha) = e^{iK(\alpha)(b-a)} \quad (2.71)$$

(2.21) Süreklilik koşulu kullanıldığında,

$$\tilde{G}_-(\alpha, -b) = \tilde{F}_-(\alpha, -b) \quad (2.72)$$

$$\tilde{G}_-(\alpha, -b) = \frac{\dot{\tilde{F}}_-(\alpha, -b)}{-iK(\alpha)} - \tilde{F}_+(\alpha, -b) \quad (2.73)$$

$$\tilde{G}_-(\alpha, -b) = \tilde{B}(\alpha)\cos[K(\alpha)b] - \tilde{C}(\alpha)\sin[K(\alpha)b] - \tilde{G}_1(\alpha, -b) - e^{ial}\tilde{G}_+(\alpha, -b) \quad (2.74)$$

elde edilir.

(2.73) ve (2.74) denklemleri beraber kullanıldığında,

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\tilde{F}}_-(\alpha, -b)}{-iK(\alpha)} - \tilde{F}_+(\alpha, -b) &= \tilde{B}(\alpha)\cos[K(\alpha)b] - \tilde{C}(\alpha)\sin[K(\alpha)b] \\ &\quad - \tilde{G}_1(\alpha, -b) - e^{ial}\tilde{G}_+(\alpha, -b) \end{aligned} \quad (2.75)$$

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\tilde{F}}_-(\alpha, -b)}{-iK(\alpha)} - \tilde{F}_+(\alpha, -b) &= \frac{e^{ial}\dot{\tilde{G}}_+(\alpha, -a) - \cos[K(\alpha)(b-a)]\dot{\tilde{G}}_-(\alpha, -b)}{-K(\alpha)\sin[K(\alpha)(b-a)]} \\ &\quad - \tilde{G}_1(\alpha, -b) - e^{ial}\tilde{G}_+(\alpha, -b) \end{aligned} \quad (2.76)$$

bulunur.

(2.22) süreklilik koşulu (2.74) ve (2.76) ile beraber yazılırsa,

$$\frac{e^{ial}\dot{\tilde{G}}_+(\alpha, -a)}{K^2(\alpha)N_1(\alpha)} - \frac{\dot{\tilde{G}}_-(\alpha, -b)}{K^2(\alpha)N_1(\alpha)N_2(\alpha)} - \tilde{G}_1(\alpha, -b) - e^{ial}\tilde{G}_+(\alpha, -b) + \tilde{F}_+(\alpha, -b) = 0 \quad (2.77)$$

elde edilir.

(2.69) ve (2.77) denklemleri taraf tarafa toplanırsa,

$$\frac{e^{ial}\tilde{O}_+(\alpha)}{K^2(\alpha)N_1(\alpha)} - \frac{O_-(\alpha)}{K^2(\alpha)N_1(\alpha)N_2(\alpha)} + T_+(\alpha) + T_1(\alpha) = 0 \quad (2.78)$$

birinci Weiner Hopf Denklemi elde edilir.

Burada

$$J_-(\alpha) = \dot{G}_-(\alpha, b) - \dot{\tilde{G}}_-(\alpha, -b) \quad (2.79)$$

$$\tilde{J}_+(\alpha) = \dot{G}_+(\alpha, a) - \dot{\tilde{G}}_+(\alpha, -a) \quad (2.80)$$

$$O_-(\alpha) = \dot{G}_-(\alpha, b) + \dot{\tilde{G}}_-(\alpha, -b) \quad (2.81)$$

$$\tilde{O}_+(\alpha) = \dot{G}_+(\alpha, a) + \dot{\tilde{G}}_+(\alpha, -a) \quad (2.82)$$

$$T_+(\alpha) = -e^{ial}\tilde{G}_+(\alpha, -b) + \tilde{F}_+(\alpha, -b) + \Phi_+(\alpha, b) \quad (2.83)$$

$$T_1(\alpha) = \Phi_1(\alpha, b) - \tilde{G}_1(\alpha, -b) \quad (2.84)$$

$$\tilde{T}_+(\alpha) = \Phi_+(\alpha, b) + e^{ial}\tilde{G}_+(\alpha, -b) - \tilde{F}_+(\alpha, -b) \quad (2.85)$$

$$\tilde{T}_1(\alpha) = \Phi_1(\alpha, b) + \tilde{G}_1(\alpha, -b) \quad (2.86)$$

şeklinde iken

(2.69) ve (2.77) denklemleri taraf tarafa çıkarıldığında ise,

$$\frac{e^{ial}\tilde{J}_+(\alpha)}{K^2(\alpha)N_1(\alpha)} - \frac{J_-(\alpha)}{K^2(\alpha)N_1(\alpha)N_2(\alpha)} + \tilde{T}_+(\alpha) + \tilde{T}_1(\alpha) = 0 \quad (2.87)$$

şeklinde ikinci Weiner Hopf Denklemi elde edilir.

(2.70) ve (2.71) denklemlerinden $N(\alpha)$ fonksiyonunu

$$N(\alpha) = N_1(\alpha).N_2(\alpha) = \frac{\sin[K(\alpha)(b-a)]}{K(\alpha)} e^{iK(\alpha)(b-a)} \quad (2.88)$$

şeklinde tanımlayabiliriz.

(2.17) Süreklilik koşulundan

$$e^{i\alpha l} G_+(\alpha, a) = e^{i\alpha l} H_+(\alpha, a) + \int_l^\infty e^{ikx} e^{i\alpha x} dx \quad (2.89)$$

elde edilir. (2.18) Süreklilik koşulundan

$$\dot{G}_+(\alpha, a) = \dot{H}_+(\alpha, a) \quad (2.90)$$

elde edilir. (2.20) Süreklilik koşulundan,

$$\dot{H}_+(\alpha, -a) = \dot{\tilde{G}}_+(\alpha, -a) \quad (2.91)$$

denklemleri elde edilir. u^i fonksiyonunun Fourier dönüşümü

$$u^i \xrightarrow{F} \int_l^\infty e^{ikx} e^{i\alpha x} dx = \int_l^\infty e^{i(k+\alpha)x} dx = \int_l^\infty e^{i(k+\alpha)x} dx = -\frac{e^{i(k+\alpha)l}}{i(k+\alpha)} = -\frac{e^{ikl} e^{i\alpha l}}{i(k+\alpha)} \quad (2.92)$$

şeklindedir. (2.92) ifadesi (2.89) da yerine yazılırsa,

$$e^{i\alpha l} G_+(\alpha, a) = e^{i\alpha l} H_+(\alpha, a) - \frac{e^{ikl} e^{i\alpha l}}{i(k+\alpha)} \quad (2.93)$$

elde edilir.

(2.35) Denklemi $y=a$ için.

$$e^{i\alpha l} G_+(\alpha, a) = B(\alpha) \cos[K(\alpha)a] + C(\alpha) \sin[K(\alpha)a] - G_-(\alpha, a) - G_1(\alpha, a) \quad (2.94)$$

olarak yazılır.

(2.48) ve (2.49) ile verilen $B(\alpha)$ ve $C(\alpha)$ (2.94) 'da yerine yazılırsa

$$e^{i\alpha l} G_+(\alpha, a) = \frac{-\dot{G}_-(\alpha, b) + \cos[K(\alpha)(b-a)] e^{i\alpha l} \dot{G}_+(\alpha, a)}{K(\alpha) \sin[K(\alpha)(b-a)]} - G_-(\alpha, a) - G_1(\alpha, a) \quad (2.95)$$

elde edilir.

(2.41) Denklemi $y=a$ için aşağıdaki gibidir.

$$e^{i\alpha l} H_+(\alpha, a) = D(\alpha) \cos[K(\alpha)a] + E(\alpha) \sin[K(\alpha)a] - H_-(\alpha, a) - H_1(\alpha, a) \quad (2.96)$$

(2.52) ve (2.53) ile verilen $D(\alpha)$ ve $E(\alpha)$ (2.96) 'da yerine yazılır ve (2.18) ve (2.20) süreklilik koşullarından elde edilen (2.90) ve (2.91) denklemleri de kullanılırsa,

$$e^{i\alpha l} H_+(\alpha, a) = \frac{e^{i\alpha l} \left[-\dot{H}_+(\alpha, a) \{1 - 2\sin^2[K(\alpha)a]\} + \dot{H}_+(\alpha, -a) \right]}{2K(\alpha)\sin[K(\alpha)a]\cos[K(\alpha)a]} - H_-(\alpha, a) - H_1(\alpha, a) \quad (2.97)$$

$$e^{i\alpha l} H_+(\alpha, a) = \frac{e^{i\alpha l} \left[\dot{\tilde{G}}_+(\alpha, -a) - \dot{G}_+(\alpha, a) \cos[2K(\alpha)a] \right]}{K(\alpha)\sin[2K(\alpha)a]} - H_-(\alpha, a) - H_1(\alpha, a) \quad (2.98)$$

elde edilir. (2.93) Denkleminde (2.95) ve (2.98) denklemleri yerlerine yazılır ise,

$$\begin{aligned} & \frac{-\dot{G}_-(\alpha, b)}{K(\alpha)\sin[K(\alpha)(b-a)]} - \frac{e^{i\alpha l} \dot{\tilde{G}}_+(\alpha, -a)}{K(\alpha)\sin[2K(\alpha)a]} \\ & + e^{i\alpha l} \dot{G}_+(\alpha, a) \left\{ \frac{\sin[K(\alpha)(b+a)]}{K(\alpha)\sin[K(\alpha)(b-a)]\sin[2K(\alpha)a]} \right\} \\ & + P_-(\alpha) + P_1(\alpha) = -\frac{e^{ikl} e^{i\alpha l}}{i(k+\alpha)} \end{aligned} \quad (2.99)$$

elde edilir. Burada,

$$P_-(\alpha) = H_-(\alpha, a) - G_-(\alpha, a) \quad (2.100)$$

ve

$$P_1(\alpha) = H_1(\alpha, a) - G_1(\alpha, a) \quad (2.101)$$

olarak tanımlanmıştır.

(2.19) Süreklilik koşulu kullanıldığında,

$$e^{i\alpha l} \tilde{G}_+(\alpha, -a) = e^{i\alpha l} H_+(\alpha, -a) + \int_l^\infty e^{ikx} e^{i\alpha x} dx \quad (2.102)$$

Olduğu ve u^i nin Fourier dönüşümü,

$$u^i \xrightarrow{F} \int_l^\infty e^{ikx} e^{i\alpha x} dx = \int_l^\infty e^{i(k+\alpha)x} dx = \int_l^\infty e^{i(k+\alpha)x} dx = -\frac{e^{i(k+\alpha)l}}{i(k+\alpha)} = -\frac{e^{ikl} e^{i\alpha l}}{i(k+\alpha)} \quad (2.103)$$

şeklinde iken (2.102) denkleminde yerine yazılırsa

$$e^{i\alpha l} \tilde{G}_+(\alpha, -a) = e^{i\alpha l} H_+(\alpha, -a) - \frac{e^{ikl} e^{i\alpha l}}{i(k+\alpha)} \quad (2.104)$$

elde edilir.

(2.37) Denklemi $y=-a$ için aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}\tilde{G}(\alpha, -a) &= \tilde{G}_-(\alpha, -a) + \tilde{G}_1(\alpha, -a) + e^{i\alpha l} \tilde{G}_+(\alpha, -a) \\ &= \tilde{B}(\alpha) \cos[K(\alpha)a] - \tilde{C}(\alpha) \sin[K(\alpha)a]\end{aligned}\quad (2.105)$$

$\tilde{B}(\alpha)$ ve $\tilde{C}(\alpha)$ (2.105)'da yerine yazılırsa $e^{i\alpha l} \tilde{G}_+(\alpha, -a)$ ifadesi

$$e^{i\alpha l} \tilde{G}_+(\alpha, -a) = \frac{-e^{i\alpha l} \dot{\tilde{G}}_+(\alpha, -a) \cos[K(\alpha)(b-a)] + \dot{\tilde{G}}_-(\alpha, -b)}{K(\alpha) \sin[K(\alpha)(b-a)]} - \tilde{G}_-(\alpha, -a) - \tilde{G}_1(\alpha, -a) \quad (2.106)$$

olarak yazılır.

(2.41) Denklemi $y=-a$ için aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned}H(\alpha, -a) &= H_-(\alpha, -a) + H_1(\alpha, -a) + e^{i\alpha l} H_+(\alpha, -a) \\ &= D(\alpha) \cos[K(\alpha)a] - E(\alpha) \sin[K(\alpha)a]\end{aligned}\quad (2.107)$$

$D(\alpha)$ ve $E(\alpha)$ (2.107) 'de yerine yazılırsa ve (2.90) ve (2.91) denklemleri de kullanılırsa, $e^{i\alpha l} H_+(\alpha, -a)$ ifadesi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}e^{i\alpha l} H_+(\alpha, -a) &= \frac{-e^{i\alpha l} [\dot{G}_+(\alpha, a) - \dot{\tilde{G}}_+(\alpha, -a) \cos[2K(\alpha)a]]}{K(\alpha) \sin[2K(\alpha)a]} \\ &\quad - H_-(\alpha, -a) - H_1(\alpha, -a)\end{aligned}\quad (2.108)$$

(2.104) denklemde (2.106) ve (2.108) denklemleri yerlerine yazılırsa

$$\begin{aligned}& -\frac{e^{i\alpha l} \dot{\tilde{G}}_+(\alpha, -a) \sin[K(\alpha)(b+a)]}{K(\alpha) \sin[K(\alpha)(b-a)] \sin[2K(\alpha)a]} + \frac{\dot{\tilde{G}}_-(\alpha, -b)}{K(\alpha) \sin[K(\alpha)(b-a)]} \\ & + \frac{e^{i\alpha l} \dot{G}_+(\alpha, a)}{K(\alpha) \sin[2K(\alpha)a]} + Q_-(\alpha) + Q_1(\alpha) = -\frac{e^{ikl} e^{i\alpha l}}{i(k+\alpha)}\end{aligned}\quad (2.109)$$

elde edilir. Burada

$$Q_-(\alpha) = H_-(\alpha, -a) - \tilde{G}_-(\alpha, -a) \quad (2.110)$$

ve

$$Q_1(\alpha) = H_1(\alpha, -a) - \tilde{G}_1(\alpha, -a) \quad (2.111)$$

şeklindedir.

(2.99) ve (2.109) denklemlerini taraf tarafa topla ve düzenlersek,

$$\frac{N_4(\alpha)e^{ial}\tilde{J}_+(\alpha)}{K^2(\alpha)N_1(\alpha)N_3(\alpha)} - \frac{J_-(\alpha)}{K^2(\alpha)N_1(\alpha)} + S_-(\alpha) + S_1(\alpha) = -\frac{2e^{ikl}e^{ial}}{i(k+\alpha)} \quad (2.112)$$

Üçüncü Wiener- Hopf denklemi elde edilir. Burada $S_-(\alpha)$, $S_1(\alpha)$, $N_3(\alpha)$ ve $N_4(\alpha)$ aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$S_-(\alpha) = P_-(\alpha) + Q_-(\alpha) \quad (2.113)$$

$$S_1(\alpha) = P_1(\alpha) + Q_1(\alpha) \quad (2.114)$$

$$N_3(\alpha) = N_3^-(\alpha)N_3^+(\alpha) = \frac{\sin[K(\alpha)a]}{K(\alpha)} \quad (2.115)$$

$$N_4(\alpha) = N_4^-(\alpha)N_4^+(\alpha) = \frac{\sin[K(\alpha)b]}{K(\alpha)} \quad (2.116)$$

Şimdi ise (2.99) ve (2.109) denklemini taraf tarafa çıkarır ve düzenlersek,

$$e^{ial}\tilde{O}_+(\alpha)\frac{N_5(\alpha)}{K^2(\alpha)N_1(\alpha)N_6(\alpha)} - \frac{O_-(\alpha)}{K^2(\alpha)N_1(\alpha)} + R_-(\alpha) + R_1(\alpha) = 0 \quad (2.117)$$

Dördüncü Wiener-Hopf denklemini elde ederiz. Burada $R_-(\alpha)$, $R_1(\alpha)$, $N_5(\alpha)$ ve $N_6(\alpha)$ aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$R_-(\alpha) = P_-(\alpha) - Q_-(\alpha) \quad (2.118)$$

$$R_1(\alpha) = P_1(\alpha) - Q_1(\alpha) \quad (2.119)$$

$$N_5(\alpha) = \cos[K(\alpha)b] \quad (2.120)$$

$$N_6(\alpha) = \cos[K(\alpha)a] \quad (2.121)$$

2.3 WIENER-HOPF DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ

Bu bölümde önceki bölümde elde edilen Wiener-Hopf denklemlerinin çözümü incelenecektir. Bunun için çekirdek fonksiyonlarını (+) ve (-) tipten iki fonksiyonun çarpımı şeklinde yazmak gerekir.

$$N(\alpha) = N^-(\alpha).N^+(\alpha) \quad (2.122)$$

$$N_j(\alpha) = N_j^-(\alpha).N_j^+(\alpha) \quad j=1,2,3,4,5,6... \quad (2.123)$$

Burada (-) fonksiyonlar $\text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$ alt yarı-düzleminde, (+) fonksiyonlar $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(k)$ üst-yarı düzleminde regüler ve sıfırı olmayan fonksiyonlardır. Fonksiyonların açık ifadeleri [3, sf.127] yardımıyla bulunur.

$$N_1(\alpha) = N_1(0) \prod_{m=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_m}\right) e^{\frac{-i\alpha}{b-a} \frac{m\pi}{b-a}} \cdot \prod_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_m}\right) e^{\frac{i\alpha}{b-a} \frac{m\pi}{b-a}}. \quad (2.124)$$

şeklinde elde edilir. Burada α_m 'ler

$$\alpha_m = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{b-a}\right)^2} \quad (2.125)$$

'dir.

$$N^+(\alpha) = \sqrt{\frac{\sin k(b-a)}{k}} \prod_{m=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_m}\right) e^{\frac{i\alpha}{b-a} \frac{m\pi}{b-a}} \cdot e^{\frac{-i\alpha(b-a)}{m\pi} \left[1 - C + \ln\left(\frac{2\pi}{kb}\right) + i\frac{\pi}{2}\right]} \quad (2.126)$$

$$N_3^+(\alpha) = \sqrt{\frac{\sin(ka)}{k}} \prod_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_m}\right) e^{\frac{i\alpha}{a} \frac{m\pi}{a}} \quad (2.127)$$

$$N_4^+(\alpha) = \sqrt{\frac{\sin(kb)}{k}} \prod_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_m}\right) e^{\frac{i\alpha}{b} \frac{m\pi}{b}} \quad (2.128)$$

$$N_5^+(\alpha) = \sqrt{\cos(kb)} \prod_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_m}\right) e^{\frac{i\alpha}{b} \frac{m\pi}{b}} \quad (2.129)$$

$$N_6^+(\alpha) = \sqrt{\cos(ka)} \prod_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_m} \right) e^{\frac{i\alpha/m\pi}{a}} \quad (2.130)$$

Şimdi çekirdek fonksiyonlarının (2.122) ve (2.123) 'teki gibi çarpanlarına ayrılmış ifadelerini göz önüne alarak (2.78) denkleminin her iki tarafını

$$V_1^+(\alpha) = (k + \alpha)N_1^+(\alpha)N_2^+(\alpha) \quad (2.131)$$

fonksiyonu ile çarparsak

$$\underbrace{\frac{N_2^+(\alpha)e^{i\alpha l}\tilde{O}_+(\alpha)}{(k - \alpha)N_1^-(\alpha)}}_{g_1(\alpha)} - \frac{O_-(\alpha)}{(k - \alpha)N_1^-(\alpha)N_2^-(\alpha)} + V_1^+(\alpha)T_+(\alpha) + V_1^+(\alpha)T_1(\alpha) = 0 \quad (2.132)$$

denklemini elde edilir.

Şimdi $g_1(\alpha)$, Cauchy Formülü yardımıyla biri $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k)$ üst yarı düzleminde regüler olan $g_1^+(\alpha)$ fonksiyonu ve diğeri $\text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$ alt yarı düzleminde regüler olan $g_1^-(\alpha)$ fonksiyonunun toplamı şeklinde yazılabilen bir fonksiyon olmak üzere,

$$g_1^-(\alpha) - \frac{O_-(\alpha)}{(k - \alpha)N_1^-(\alpha)N_2^-(\alpha)} = -g_1^+(\alpha) - V_1^+(\alpha)T_+(\alpha) - V_1^+(\alpha)T_1(\alpha) \quad (2.133)$$

denklemini elde edilir. (2.133) denkleminde $T_1(\alpha)$ tam fonksiyondur. (2.133) denklemin sol yanı $\text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$ alt yarı düzleminde ve sağ yanı $\text{Im}(\alpha) > \text{Im}(-k)$ üst yarı düzleminde regüler fonksiyonlardan oluşur.

Bu durum bir yandaki ifade diğeri yandaki ifadenin $\text{Im}(-k) < \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$ band üzerinden analitik devamıdır. Liouville teoremi uyarınca

$$g_1^-(\alpha) = \frac{O_-(\alpha)}{(k - \alpha)N_1^-(\alpha)N_2^-(\alpha)} \quad (2.134)$$

eşitliği elde edilir. $g_1^-(\alpha)$ fonksiyonunu elde etmek üzere $\text{Im}(-k) < \text{Im}(\alpha) < \text{Im}(k)$ bandında tanımlı olan L^- integral eğrisi üzerinden integral eğrisi için bölge Jordan Lemması'na göre üstten kapatılır.

$$g_1^-(\alpha) = -\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{g_1(\tau)}{(\tau - \alpha)} d\tau \quad (2.135)$$

$$g_1(\tau) = \frac{N_2^+(\tau)N_1^+(\tau)e^{i\alpha l}\tilde{O}_+(\tau)}{(k - \tau)N_1(\tau)} \quad (2.136)$$

$$g_1^-(\alpha) = -\frac{1}{2\pi i} \int_L \frac{N_2^+(\tau)N_1^+(\tau)e^{i\tau l}\tilde{O}_+(\tau)}{(k - \tau)N_1(\tau)(\tau - \alpha)} d\tau \quad (2.137)$$

$g_1^-(\alpha)$ fonksiyonunu Rezidü Teoremi yardımıyla $N_1(\alpha_m)$ çekirdek fonksiyonundan $\text{Re} z(\alpha_m)$ ve $\tau = k$ 'dan gelen $\text{Re} z(k)$ residüleri hesaplanarak aşağıdaki gibi bulunur.

$$g_1^-(\alpha) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_m l} N_2^+(\alpha_m)N_1^+(\alpha_m)\tilde{O}_+(\alpha_m)}{(k - \alpha_m)\dot{N}_1(\alpha_m)(\alpha_m - \alpha)} - \frac{e^{ikl} N_2^+(k)N_1^+(k)\tilde{O}_+(k)}{N_1(k)(k - \alpha)} \quad (2.138)$$

(2.134), (2.135)ve (2.138) denklemlerinden,

$$\frac{O_-(\alpha)}{(k - \alpha)N_1^-(\alpha)N_2^-(\alpha)} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_m l} N_2^+(\alpha_m)N_1^+(\alpha_m)\tilde{O}_+(\alpha_m)}{(k - \alpha_m)\dot{N}_1(\alpha_m)(\alpha_m - \alpha)} - \frac{e^{ikl} N_2^+(k)N_1^+(k)\tilde{O}_+(k)}{N_1(k)(k - \alpha)} \quad (2.139)$$

ve

$$\frac{O_-(\alpha)}{(k - \alpha)N^-(\alpha)} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_m l} N^+(\alpha_m)\tilde{O}_+(\alpha_m)}{(k - \alpha_m)\dot{N}_1(\alpha_m)(\alpha_m - \alpha)} - \frac{e^{ikl} N^+(k)\tilde{O}_+(k)}{N_1(k)(k - \alpha)} \quad (2.140)$$

elde edilir.

İkinci Wiener-Hopf denklemini çözmek için (2.87)denklemini (2.131) ile verilen $V_1^+(\alpha)$ ile çarparsak

$$\frac{e^{i\alpha l} N_2^+(\alpha)\tilde{J}_+(\alpha)}{(k - \alpha)N_1^-(\alpha)} - \frac{J_-(\alpha)}{(k - \alpha)N_1^-(\alpha)N_2^-(\alpha)} + V_1^+(\alpha)\tilde{T}_1^-(\alpha) + V_1^+(\alpha)\tilde{T}_+^-(\alpha) = 0 \quad (2.141)$$

elde edilir. (2.141) ifadesinin ilk terimi

$$g_5(\alpha) = \frac{e^{i\alpha l} N_1^+(\alpha)N_2^+(\alpha)\tilde{J}_+(\alpha)}{(k - \alpha)N_1(\alpha)} \quad (2.142)$$

olarak tanımlar ve buradan,

$$g_5^-(\alpha) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L^-} \frac{g_5(\tau)}{(\tau - \alpha)} d\tau = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L^-} \frac{e^{i\tau l} N_1^+(\tau) N_2^+(\tau) \tilde{J}_+(\tau)}{(k - \tau) N_1(\tau) (\tau - \alpha)} d\tau \quad (2.143)$$

İntegrali Rezidü yardımıyla hesaplanırsa,

$$g_5^-(\alpha) = -\frac{e^{ikl} N_1^+(k) N_2^+(k) \tilde{J}_+(k)}{N_1(k)(k - \alpha)} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_m l} N_1^+(\alpha_m) N_2^+(\alpha_m) \tilde{J}_+(\alpha_m)}{(k - \alpha_m) \dot{N}_1(\alpha_m) (\alpha - \alpha_m)} \quad (2.144)$$

elde edilir. Sonuç olarak (2.141) ile verilen Wiener-Hopf denkleminin çözümü

$$\frac{J_-(\alpha)}{(k - \alpha) N^-(\alpha)} = -\frac{e^{ikl} N^+(k) \tilde{J}_+(k)}{N_1(k)(k - \alpha)} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_m l} N^+(\alpha_m) \tilde{J}_+(\alpha_m)}{(k - \alpha_m) \dot{N}_1(\alpha_m) (\alpha - \alpha_m)} \quad (2.145)$$

olarak elde edilir.

Üçüncü Wiener-Hopf çözmek için (2.112) denkleminin her iki yanını

$$V_3^-(\alpha) = \frac{(k - \alpha) e^{-i\alpha l} N_3^-(\alpha) N_1^-(\alpha)}{N_4^-(\alpha)} \quad (2.146)$$

ile çarparsak

$$\begin{aligned} & \frac{N_4^+(\alpha) \tilde{J}_+(\alpha)}{(k + \alpha) N_1^+(\alpha) N_3^+(\alpha)} - \frac{e^{-i\alpha l} N_3^-(\alpha) J_-(\alpha)}{(k + \alpha) N_1^+(\alpha) N_4^-(\alpha)} \\ & + V_3^-(\alpha) S_-(\alpha) + V_3^- S_1(\alpha) = -\frac{(k - \alpha) 2e^{ikl} N_3^-(\alpha) N_1^-(\alpha)}{i(k + \alpha) N_4^-(\alpha)} \end{aligned} \quad (2.147)$$

yazılır. (2.147) ifadesinde

$$g_2(\alpha) = \frac{e^{-i\alpha l} N_3^-(\alpha) J_-(\alpha) N_1^-(\alpha)}{(k + \alpha) N_1(\alpha) N_4^-(\alpha)} \quad (2.148)$$

olarak tanımlanır ve buradan

$$g_2^+(\alpha) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L^+} \frac{g_2(\tau)}{(\tau - \alpha)} d\tau = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L^+} \frac{e^{-i\tau l} N_3^-(\tau) J_-(\tau) N_1^-(\tau)}{(k + \tau) N_1(\tau) N_4^-(\tau) (\tau - \alpha)} d\tau \quad (2.149)$$

İntegrali $\text{Re } z(-\alpha_m)$ ve $\text{Re } z(-k)$ rezidü katkıları yardımıyla

$$g_2^+(\alpha) = -\frac{e^{ikl} N_3^+(k) J_-(-k) N_1^+(k)}{(k + \alpha) N_1(-k) N_4^+(k)} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_m l} N_3^+(\alpha_m) J_-(-\alpha_m) N_1^+(\alpha_m)}{(k - \alpha_m) \dot{N}_1(-\alpha_m) N_4^+(\alpha_m) (\alpha + \alpha_m)} \quad (2.150)$$

şeklinde bulunur. Ayrıca (2.147) denkleminde yola çıkarak,

$$g_3(\alpha) = \frac{2e^{ikl}(k-\alpha)N_3^-(\alpha)N_1^-(\alpha)}{i(k+\alpha)N_4^-(\alpha)} \quad (2.151)$$

tanımlanır. Buradan,

$$g_3^+(\alpha) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L^+} \frac{g_3(\tau)}{(\tau-\alpha)} d\tau = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L^+} \frac{2e^{ikl}(k-\tau)N_3^-(\tau)N_1^-(\tau)}{i(k+\tau)N_4^-(\tau)(\tau-\alpha)} d\tau \quad (2.152)$$

integrali rezidü yardımıyla hesaplanırsa

$$g_3^+(\alpha) = -\frac{4ke^{ikl}N_3^+(k)N_1^+(k)}{iN_4^+(k)(k+\alpha)} \quad (2.153)$$

elde edilir. (2.150) ve (2.153) kullanılarak,

$$\begin{aligned} & \frac{N_4^+(\alpha)\tilde{J}_+(\alpha)}{(k+\alpha)N_1^+(\alpha)N_3^+(\alpha)} - \frac{e^{ikl}N_3^+(k)J_-(-k)N_1^+(k)}{(k+\alpha)N_1(-k)N_4^+(k)} \\ & - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_m l}N_3^+(\alpha_m)J_-(-\alpha_m)N_1^+(\alpha_m)}{(k-\alpha_m)N_1(-\alpha_m)N_4^+(\alpha_m)(\alpha+\alpha_m)} = -\frac{4ke^{ikl}N_3^+(k)N_1^+(k)}{iN_4^+(k)(k+\alpha)} \end{aligned} \quad (2.154)$$

ifadesi elde edilir.

Dördüncü Wiener-Hopf denklemi çözmek için (2.117) denkleminin her iki yanını

$$V_4^-(\alpha) = \frac{(k-\alpha)e^{-i\alpha l}N_6^-(\alpha)N_1^-(\alpha)}{N_5^-(\alpha)} \quad (2.155)$$

fonksiyonu ile çarpma sonucunda,

$$\frac{N_5^+(\alpha)\tilde{O}_+(\alpha)}{(k+\alpha)N_1^+(\alpha)N_6^+(\alpha)} - \frac{N_6^-(\alpha)e^{-i\alpha l}O_-(\alpha)}{(k+\alpha)N_5^-(\alpha)N_1^-(\alpha)} + V_4^-(\alpha)R_-(\alpha) + V_4^-(\alpha)R_1(\alpha) = 0 \quad (2.156)$$

yazılır.(2.156) denkleminde

$$g_4(\alpha) = \frac{e^{-i\alpha l}N_1^-(\alpha)N_6^-(\alpha)O_-(\alpha)}{(k+\alpha)N_1(\alpha)N_5^-(\alpha)} \quad (2.157)$$

tanımlanır. Buradan ,

$$g_4^+(\alpha) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L^+} \frac{g_4(\tau)}{(\tau-\alpha)} d\tau = -\frac{1}{2\pi i} \int_{L^+} \frac{e^{-i\tau l}N_6^-(\tau)O_-(\tau)N_1^-(\tau)}{(k+\tau)N_1(\tau)N_5^-(\tau)(\tau-\alpha)} d\tau \quad (2.158)$$

integrali rezidü teoremi yardımıyla aşağıdaki gibi bulunur.

$$g_4^+(\alpha) = -\frac{e^{ikl}N_6^+(k)N_1^+(k)O_-(-k)}{N_5^+(k)N_1(-k)(k+\alpha)} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_m l}N_6^+(\alpha_m)N_1^+(\alpha_m)O_-(-\alpha_m)}{N_5^+(\alpha_m)(k-\alpha_m)\dot{N}_1(-\alpha_m)(\alpha+\alpha_m)} \quad (2.159)$$

Wiener-Hopf denkleminin çözümü

$$\begin{aligned} & \frac{N_5^+(\alpha)\tilde{O}_+(\alpha)}{(k+\alpha)N_1^+(\alpha)N_6^+(\alpha)} - \frac{e^{ikl}N_6^+(k)N_1^+(k)O_-(-k)}{N_5^+(k)N_1(-k)(k+\alpha)} \\ & - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_m l}N_6^+(\alpha_m)N_1^+(\alpha_m)O_-(-\alpha_m)}{N_5^+(\alpha_m)(k-\alpha_m)\dot{N}_1(-\alpha_m)(\alpha+\alpha_m)} = 0 \end{aligned} \quad (2.160)$$

olarak elde edilir.

2.4 $O_-(-k)$, $O_-(-\alpha_m)$, $\tilde{O}_+(k)$, $\tilde{O}_+(\alpha_m)$, $J_-(-k)$, $J_-(-\alpha_m)$, $\tilde{J}_+(k)$ VE $\tilde{J}_+(\alpha_m)$ BİLİNMEYENLERİNİN BELİRLENMESİ

Söz konusu bilinmeyenlerin belirlenmesi için Wiener- Hopf denklemlerinin çözümlerinde $\alpha = \pm k$ ve $\alpha = \pm \alpha_m$ yerine yazılır ve gerekli düzenlemeler yapılır.

$\alpha = -k$ için (2.140) denklemi (2.161) gibi yazılır.

$$O_-(-k) - \frac{e^{ikl} N^+(k) N^+(k) \tilde{O}_+(k)}{N_1(k)} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{2k N^+(k) e^{i\alpha_m l} N^+(\alpha_m) \tilde{O}_+(\alpha_m)}{(k - \alpha_m) \dot{N}_1(\alpha_m) (k + \alpha_m)} = 0 \quad (2.161)$$

$\alpha = -\alpha_m$ için (2.140) denklemi (2.162) gibi yazılır.

$$\frac{O_-(-\alpha_m)}{(k + \alpha_m) N^+(\alpha_m)} + \frac{e^{ikl} N^+(k) \tilde{O}_+(k)}{N_1(k) (k + \alpha_m)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_n l} N^+(\alpha_n) \tilde{O}_+(\alpha_n)}{(k - \alpha_n) \dot{N}_1(\alpha_n) (\alpha_n + \alpha_m)} = 0 \quad (2.162)$$

$\alpha = k$ için (2.154) denklemi (2.163) gibi yazılır.

$$\begin{aligned} & \frac{N_4^+(k) \tilde{J}_+(k)}{2k N_1^+(k) N_3^+(k)} - \frac{e^{ikl} N_3^+(k) J_-(-k) N_1^+(k)}{2k N_1(-k) N_4^+(k)} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_m l} N_3^+(\alpha_m) N_1^+(\alpha_m) J_-(-\alpha_m)}{(k - \alpha_m) (k + \alpha_m) \dot{N}_1(-\alpha_m) N_4^+(\alpha_m)} \\ &= - \frac{2e^{ikl} N_3^+(k) N_1^+(k)}{i N_4^+(k)} \end{aligned} \quad (2.163)$$

$$R_2^+(\alpha) = \frac{N_3^+(\alpha) N_1^+(\alpha)}{N_4^+(\alpha)} \quad (2.164)$$

(2.164) Eşitliği kullanılarak (2.163) denklemi (2.165) şeklini alır.

$$\frac{\tilde{J}_+(k)}{2k R_2^+(k)} - \frac{e^{ikl} R_2^+(k) J_-(-k)}{2k N_1(-k)} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_m l} R_2^+(\alpha_m) J_-(-\alpha_m)}{(k - \alpha_m) (k + \alpha_m) \dot{N}_1(-\alpha_m)} = - \frac{2e^{ikl} R_2^+(k)}{i} \quad (2.165)$$

$\alpha = \alpha_m$ için (2.154) denklemi (2.166) gibi yazılır.

$$\frac{\tilde{J}_+(\alpha_m)}{(k + \alpha_m) R_2^+(\alpha_m)} - \frac{R_2^+(k) e^{ikl} J_-(-k)}{(k + \alpha_m) N_1(-k)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{R_2^+(\alpha_n) e^{i\alpha_n l} J_-(-\alpha_n)}{(k - \alpha_n) \dot{N}_1(-\alpha_n) (\alpha_m + \alpha_n)} = - \frac{4k R_2^+(k) e^{ikl}}{i(k + \alpha_m)} \quad (2.166)$$

$\alpha = k$ için (2.160) denklemi (2.167) gibi yazılır.

$$\frac{N_5^+(k) \tilde{O}_+(k)}{2k N_1^+(k) N_6^+(k)} - \frac{e^{ikl} N_6^+(k) N_1^+(k) O_-(-k)}{N_5^+(k) N_1(-k) (2k)} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_m l} N_6^+(\alpha_m) N_1^+(\alpha_m) O_-(-\alpha_m)}{N_5^+(\alpha_m) (k - \alpha_m) \dot{N}_1(-\alpha_m) (k + \alpha_m)} = 0 \quad (2.167)$$

$$R_3^+(\alpha) = \frac{N_6^+(\alpha)N_1^+(\alpha)}{N_5^+(\alpha)} \quad (2.168)$$

(2.168) Eşitliği kullanılarak (2.167) denklemi (2.169) şeklini alır.

$$\frac{\tilde{O}_+(k)}{2kR_3^+(k)} - \frac{e^{ikl}R_3^+(k)O_-(-k)}{N_1(-k)(2k)} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_m l}R_3^+(\alpha_m)O_-(-\alpha_m)}{(k-\alpha_m)\dot{N}_1(-\alpha_m)(k+\alpha_m)} = 0 \quad (2.169)$$

$\alpha = \alpha_m$ için (2.160) denklemi (2.170) gibi yazılır.

$$\begin{aligned} & \frac{N_5^+(\alpha_m)\tilde{O}_+(\alpha_m)}{(k+\alpha_m)N_1^+(\alpha_m)N_6^+(\alpha_m)} - \frac{e^{ikl}N_6^+(k)N_1^+(k)O_-(-k)}{N_5^+(k)N_1(-k)(k+\alpha_m)} \\ & - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_n l}N_6^+(\alpha_n)N_1^+(\alpha_n)O_-(-\alpha_n)}{N_5^+(\alpha_n)(k-\alpha_n)\dot{N}_1(-\alpha_n)(\alpha_m+\alpha_n)} = 0 \end{aligned} \quad (2.170)$$

(2.168) Eşitliği kullanılarak (2.170) denklemi şeklini alır.

$$\frac{\tilde{O}_+(\alpha_m)}{(k+\alpha_m)R_3^+(\alpha_m)} - \frac{e^{ikl}R_3^+(k)O_-(-k)}{N_1(-k)(k+\alpha_m)} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_n l}R_3^+(\alpha_n)O_-(-\alpha_n)}{(k-\alpha_n)\dot{N}_1(-\alpha_n)(\alpha_m+\alpha_n)} = 0 \quad (2.171)$$

$\alpha = -k$ için (2.145) denklemi (2.172) gibi yazılır.

$$\frac{J_-(-k)}{2kN^+(k)} + \frac{e^{ikl}N^+(k)\tilde{J}_+(k)}{2kN_1(k)} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_m l}N^+(\alpha_m)\tilde{J}_+(\alpha_m)}{(k-\alpha_m)\dot{N}_1(\alpha_m)(-k-\alpha_m)} = 0 \quad (2.172)$$

$\alpha = -\alpha_m$ için (2.145) denklemi (2.173) gibi yazılır.

$$\frac{J_-(-\alpha_m)}{(k+\alpha_m)N^+(\alpha_m)} + \frac{e^{ikl}N^+(k)\tilde{J}_+(k)}{N_1(k)(k+\alpha_m)} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_n l}N^+(\alpha_n)\tilde{J}_+(\alpha_n)}{(k-\alpha_n)\dot{N}_1(\alpha_n)(-\alpha_m-\alpha_n)} = 0 \quad (2.173)$$

2.5 SAÇILAN VE YANSIYAN ALANLARIN ANALİZİ

2.5.1 Saçılan Alan

$y > b$ bölgesinde tanımlı $u_1(x, y)$, $F(\alpha, y)$ 'nin ters fourier dönüşümü ile elde edilir.

(2.44) ve (2.63) denkleminde $F(\alpha, y)$ aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$F(\alpha, y) = \frac{\dot{G}_-(\alpha, b)}{iK(\alpha)} e^{iK(\alpha)(y-b)} \quad (2.174)$$

(2.140) Denkleminde $\dot{G}_-(\alpha, b)$

$$\dot{G}_-(\alpha, b) = -\frac{e^{ikl} N^+(k) \dot{G}_+(k, a) N^-(\alpha)}{N_1(k)} + (k - \alpha) N^-(\alpha) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{i\alpha_m l} N^+(\alpha_m) \dot{G}_+(\alpha_m, a)}{(k - \alpha_m) \dot{N}_1(\alpha_m) (\alpha_m - \alpha)} \quad (2.175)$$

şeklinde elde edilir. $u_1(x, y)$

$$u_1(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L \frac{\dot{F}_-(\alpha, b) e^{iK(\alpha)(y-b)}}{iK(\alpha)} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (2.176)$$

ters fourier dönüşümü ile elde edilir. (2.65) denklemi kullanılarak,

$$u_1(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L \frac{\dot{G}_-(\alpha, b) e^{iK(\alpha)(y-b)}}{iK(\alpha)} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (2.177)$$

şeklinde yazılır. (2.177) integralini çözmek üzere

$$x = r \cos \phi \quad (2.178)$$

$$\alpha = -k \cos t \quad (2.179)$$

$$y - b = r \sin \phi \quad (2.180)$$

$$d\alpha = k \sin t dt \quad (2.181)$$

değişken dönüşümleri yapılır. Bu dönüşümler sonucunda

$$u_1(x, y) = \frac{1}{2\pi i} \int_L \dot{G}_-(-k \cos t, b) e^{ikr \cos(t-\phi)} dt \quad (2.182)$$

olarak elde edilir. $t_s = \phi$ semer noktasıdır. Bu çerçevede integralin asimptotik hesabı

$$u_1(r, \phi) \cong \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi i}} \dot{G}_-(-k \cos \phi, b) \frac{e^{ikr}}{\sqrt{kr}} \quad (2.183)$$

$$D_1(r, \phi) = \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi i}} \dot{G}_-(-k \cos \phi, b) \quad (2.184)$$

olarak elde edilir. Burada $\dot{G}_-(\alpha, b)$ ifadesi

$$\dot{G}_-(\alpha, b) = \frac{J_-(\alpha) + O_-(\alpha)}{2} \quad (2.185)$$

olarak elde edilir. $J_-(\alpha)$ ve $O_-(\alpha)$ ifadeleri sırasıyla (2.79) ve (2.80) denklemleriyle verilmiştir.

2.5.2 Geri Yansıyan Alan

$-a < y < a$ aralığında tanımlı $u(x, y)$, $H(\alpha, y)$ 'nin ters fourier dönüşümü ile elde edilir.

$$u(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L H(\alpha, y) e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (2.186)$$

(2.41) Denklemi kullanılarak,

$$u(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L \left\{ D(\alpha) \cos[K(\alpha)y] + E(\alpha) \sin[K(\alpha)y] \right\} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (2.187)$$

elde edilir. (2.52), (2.53), (2.90) ve (2.91) denklemleri kullanılarak,

$$u(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L \left\{ \frac{-\dot{H}_+(\alpha, a) + \dot{H}_+(\alpha, -a)}{2K(\alpha) \sin[K(\alpha)a]} \cos[K(\alpha)y] + \frac{\dot{H}_+(\alpha, a) + \dot{H}_+(\alpha, -a)}{2K(\alpha) \cos[K(\alpha)a]} \sin[K(\alpha)y] \right\} e^{i\alpha l} e^{-i\alpha x} d\alpha$$

ve

$$u(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L \left\{ \frac{-\dot{G}_+(\alpha, a) \cos[K(\alpha)(a+y)] + \dot{\tilde{G}}_+(\alpha, -a) \cos[K(\alpha)(a-y)]}{K(\alpha) \sin[2K(\alpha)a]} \right\} e^{i\alpha l} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (2.188)$$

elde edilir.

Yansıyan alan $x < l$ bölgesinde oluşacağından (2.188) integral hesabında *Jordan* lemmasına göre üstten kapatılarak yansıma katsayısı aşağıdaki gibi bulunur.

$$u(x, y) = \Gamma e^{-ikx} \quad (2.189)$$

$$\Gamma = \frac{e^{ikl} [\dot{G}_+(k, a) - \dot{\tilde{G}}_+(k, -a)]}{i4ka} \quad (2.190)$$

Burada $\dot{G}_+(k, a)$ ve $\dot{\tilde{G}}_+(k, -a)$ ifadeleri aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\dot{G}_+(k, a) = \frac{\tilde{J}_+(k) + \tilde{O}_+(k)}{2} \quad (2.191)$$

$$\dot{\tilde{G}}_+(k, -a) = \frac{-\tilde{J}_+(k) + \tilde{O}_+(k)}{2} \quad (2.192)$$

Buradan (2.190) , (2.191) ve (2.192) denklemlerinden yansıma katsayısı,

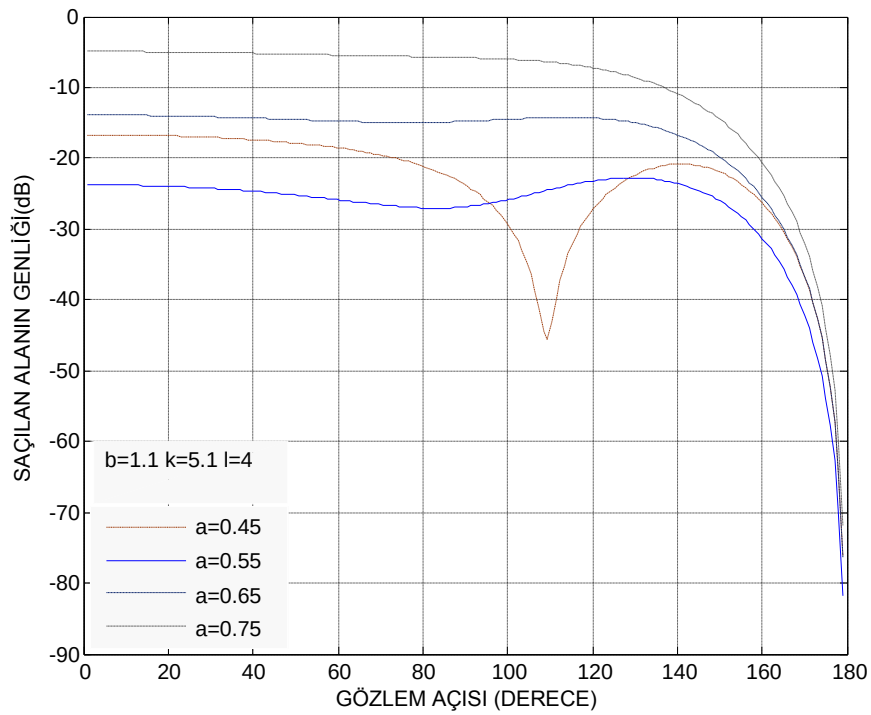
$$\Gamma = \frac{e^{ikl} \tilde{J}_+(k)}{i4ka} \quad (2.193)$$

şeklinde bulunur.

2.6 SAYISAL UYGULAMALAR

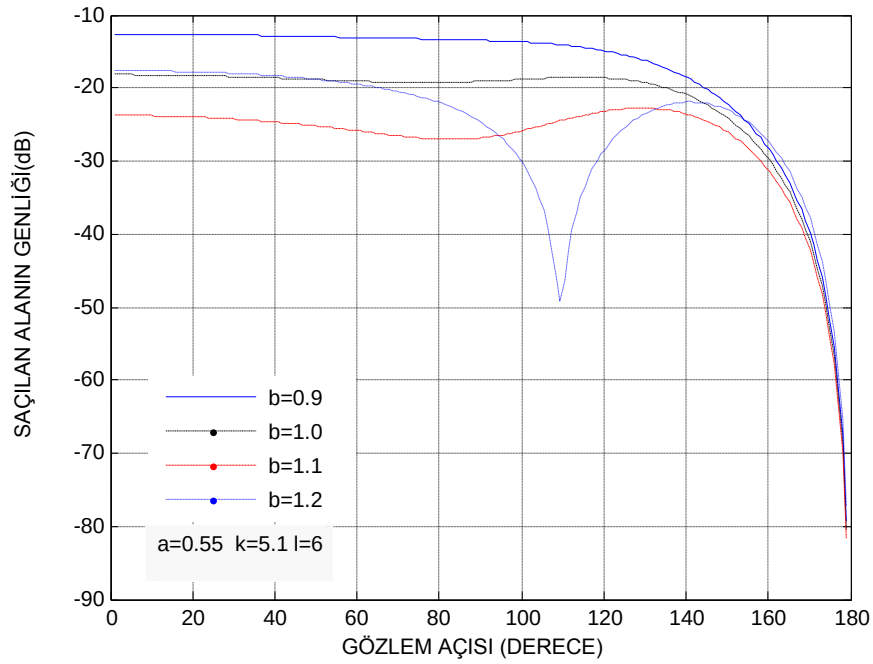
Bu bölümde analitik olarak elde edilen saçılan ve geri yansıyan alanların sayısal analizi yapılmıştır. Aşağıdaki grafikler farklı l uzunluklarına, farklı dalga kılavuzu açıklıklarına ve farklı dalga sayılarına göre saçılan ve geri yansıyan alanların davranışını göstermektedir.

Şekil2.4 'te gösterildiği gibi a açıklığı arttıkça saçılan alanın genliği az miktarda arttığı görülmektedir.



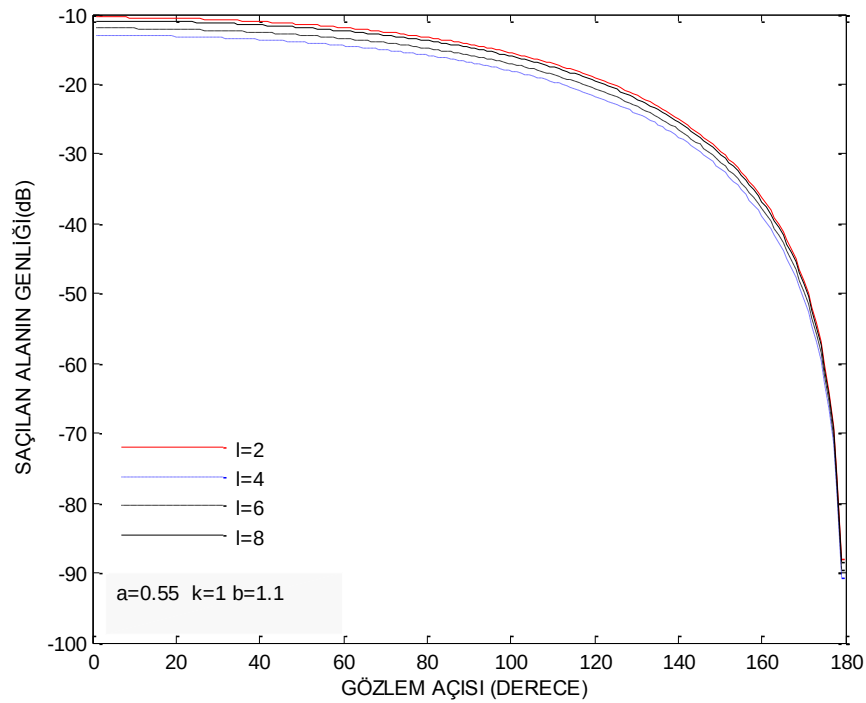
Şekil 2.4 Farklı a açıklıklarına göre saçılan alanın genliğinin değişimi

Şekil2.5 'te gösterildiği gibi b açıklığı arttıkça saçılan alanın genliği az miktarda azaldığı görülmektedir.



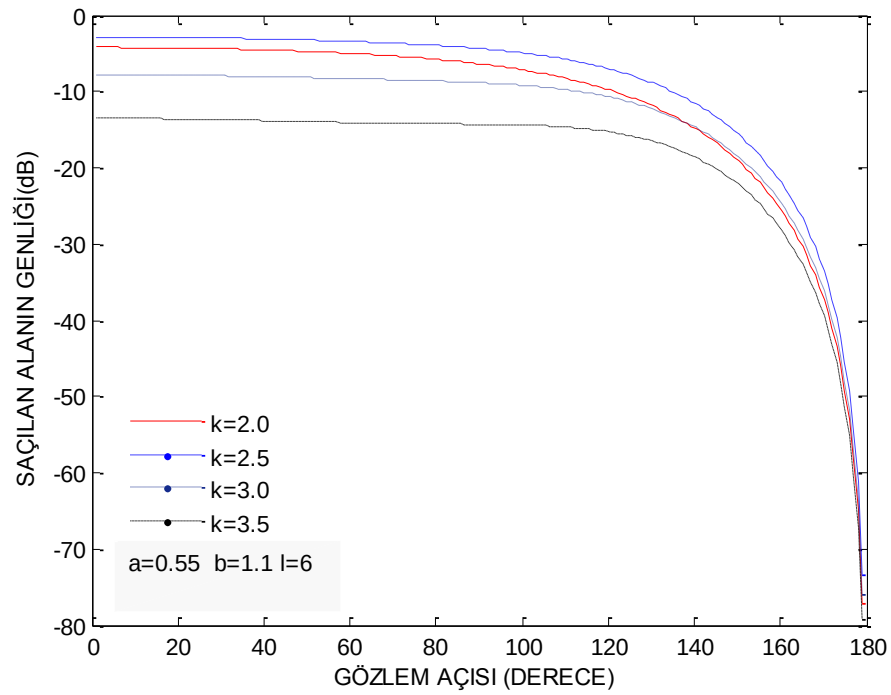
Şekil 2.5 Farklı b açıklıklarına göre saçılan alanın genliğinin değişimi

Şekil 2.6'da gösterildiği gibi l uzunluğu arttıkça saçılan alanın genliği çok az değişmektedir.



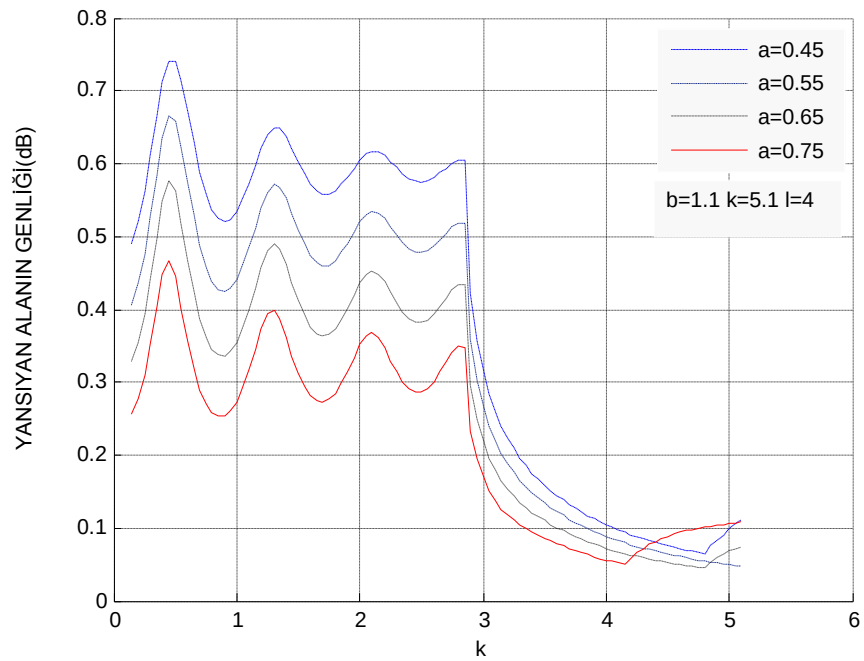
Şekil 2.6 Farklı l uzunluklarına göre saçılan alanın genliğinin değişimi

Şekil 2.7 'de gösterildiği gibi farklı k değerlerine göre saçılan alanın genliği kısmen azalmaktadır.



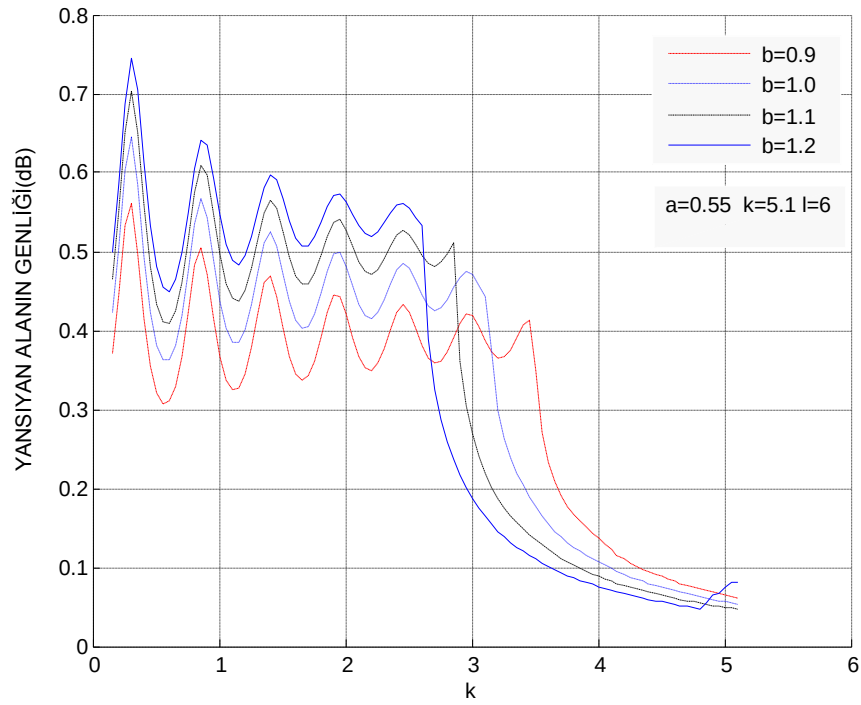
Şekil 2.7 Farklı k değerlerine göre saçılan alanın genliğinin değişimi

Şekil 2.8'de gösterildiği gibi a açıklıkları arttıkça geri yansıyan alanın genliği azalmaktadır.



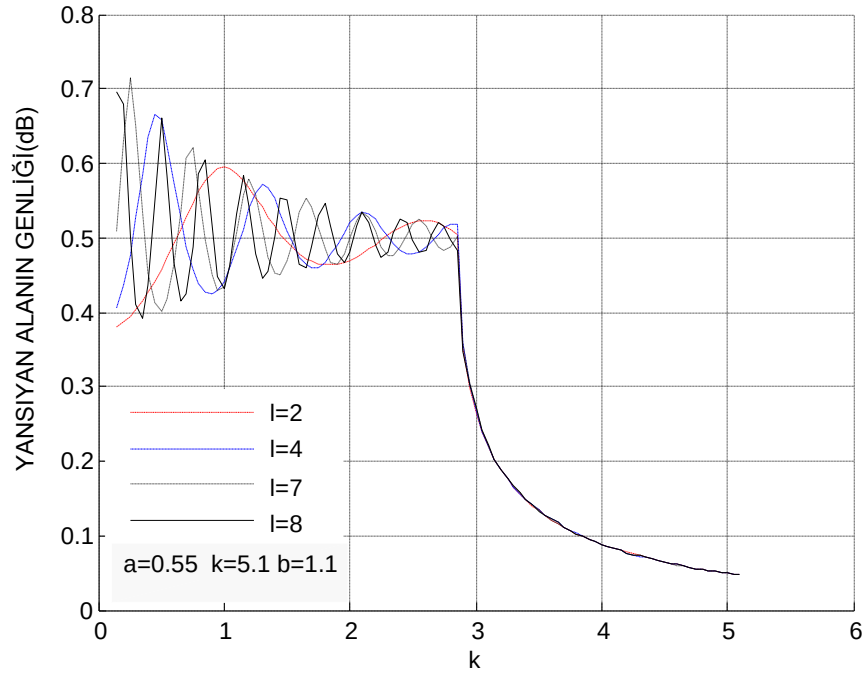
Şekil 2.8 Farklı a açıklıkları için geri yansıyan alanın genliğinin değişimi

Şekil 2.9'da gösterildiği gibi b açıklıkları arttıkça geri yansıyan alanın genliği artmaktadır.



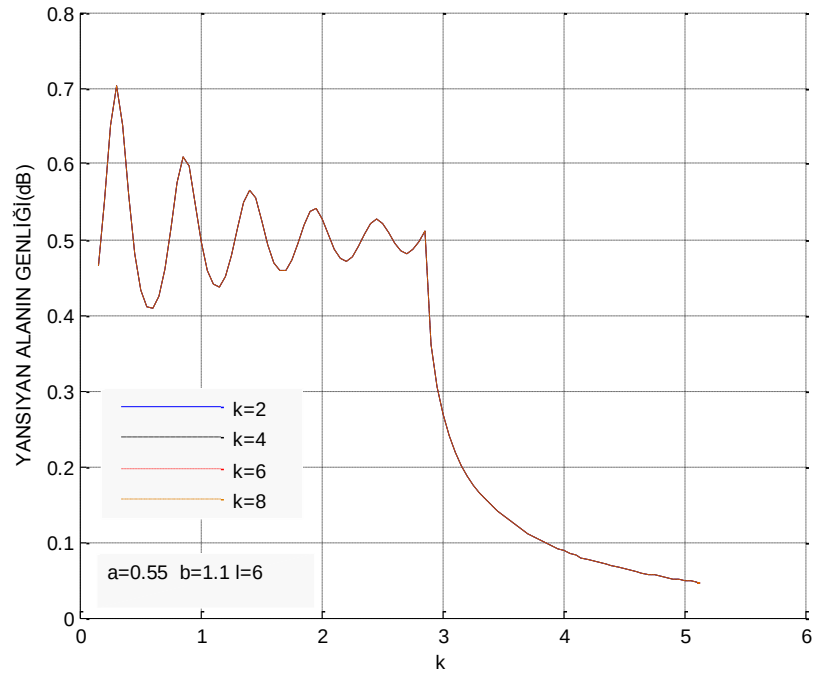
Şekil 2.9 Farklı b açıklıkları için geri yansıyan alanın genliğinin değişimi

Şekil 2.10'da gösterildiği gibi l uzunlukları arttıkça geri yansıyan alanın rezonans sayısı artmaktadır.



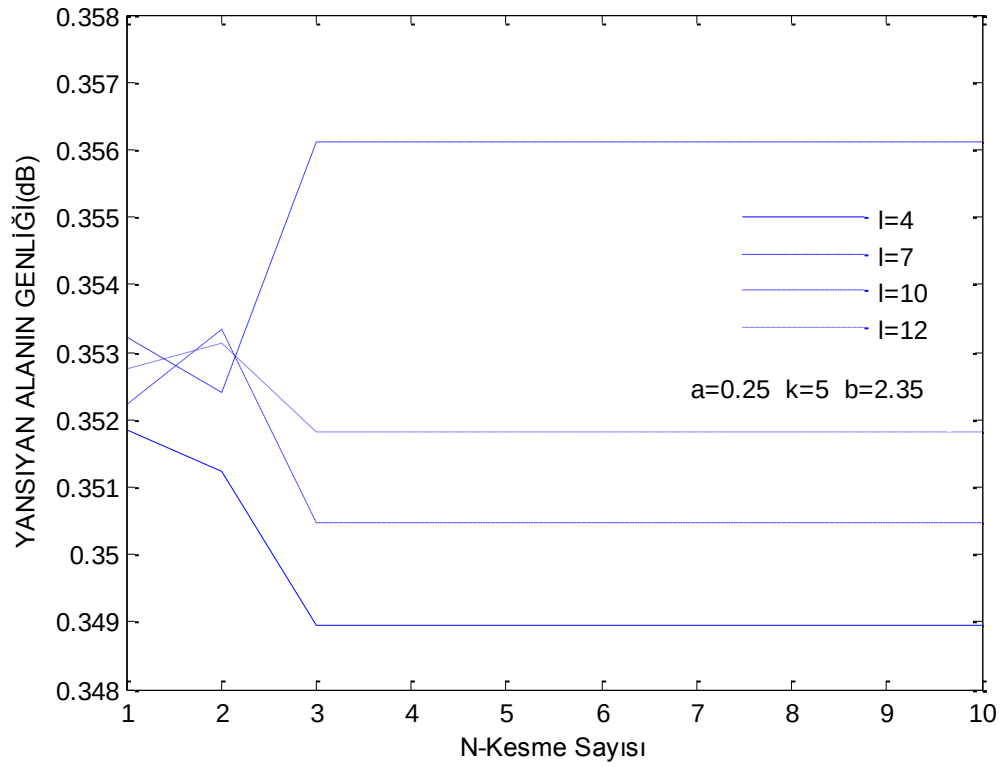
Şekil 2.10 Farklı l uzunlukları için geri yansıyan alanın genliğinin değişimi

Şekil 2.11'de gösterildiği gibi farklı k sayıları için geri yansıyan alanın genliği değişmemektedir.



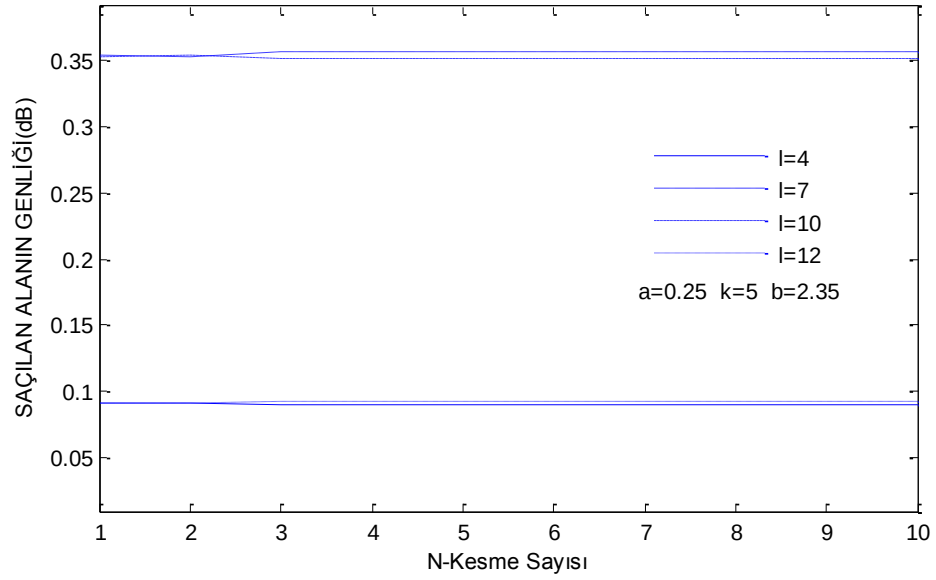
Şekil 2.11 Farklı k değerleri için geri yansıyan alanın genliğinin değişimi

Şekil 2.12'de gösterildiği gibi l uzunluğu arttıkça geri yansıyan alanın genliği N-kesme sayısı 3 değerinden büyük olduğu sürece değişmemektedir.



Şekil 2.12 Farklı l uzunlukları için geri yansıyan alanın genliğinin N-kesme sayısına göre değişimi

Şekil 2.13’de gösterildiği gibi l uzunluğu arttıkça saçılan alanın genliği N-kesme sayısı 3 değerinden büyük olduğu sürece değişmemektedir.



Şekil 2.13 Farklı l uzunlukları için saçılan alanın genliğinin N-kesme sayısına göre değişimi

3. SONUÇ

Bu çalışmada iç içe geçmiş, karşılıklı duran, iki adet farklı ağız açıklığına sahip yarı sonsuz paralel plakalı dalga kılavuzlarından düzlemsel elektromanyetik dalgaların kırınımı ele alınmıştır. Paralel plakalı dalga kılavuzlarında farklı ağız açıklığı ve iç içe geçme uzunluğu (l) gibi parametrelerin saçılan alana ve geri yansıyan alana etkisi, alanların sayısal uygulamalar yardımıyla incelenmesi ve grafiklerle gösterim ile ortaya konmuştur.

Analitik olarak çözümü elde edilmiş probleme ilişkin gerçekleştirilen sayısal uygulamalar beklenen fiziksel gerçeklere uygundur.

KAYNAKLAR

- [1]G. Çınar, A.Büyükaksoy, “A Hybrid Method for the Solution of Plane Wave Diffraction by an Impedance Loaded Parallel Plate Waveguide”, PIER 60, 293-310, 2006.
- [2]J.H. Lee, H.J. Eom, “Scattering and Radiation from Finite Thick Slits in Parallel-Plate Waveguide”, IEEE Trans. on AP., Vol.44, No.2, 1996.
- [3]A.Büyükaksoy, G. Uzgören, “Kırınım Problemleri”, GYTE Yayınları No.4, Gebze 1999
- [4]A.İşkyer, “Paralel Plaka Dalga Kılavuzlarındaki Oyuk Tipi Süreksizliklerin Wiener-Hopf Yöntemi ile İncelenmesi “ GYTE Y.Lisans Tezi , 2009.
- [5] E. H. Shang and K. Kobayashi, “Wiener-Hopf analysis of the diffraction by a terminated, semi-infinite parallel-plate waveguide with four-layer material loading,” Proc. Progress In Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2007 Prague), p. 58, August 2007.
- [6]K. Kobayashi and A. Sawai, “Plane wave diffraction by an open-ended parallel plate waveguide cavity,” J. Electromagn. Waves Appl., vol. 6, pp. 475-512, 1992.
- [7] A. D. RAWLINS, “Two waveguide trifurcation problems”, Brunel University, Uxbridge, 1995.
- [8]G.Çınar, “Bir Empedans Düzlemle Sınırlandırılmış Yarım Uzayda Bir Yarıktan Düzlemsel Dalgaların Kırınımı”, ITU Y.Lisans Tezi , 2001.
- [9]M.Demirci, “Kısmi Türevli Differansiyel Denklemlerin Çözümünde Wiener-Hopf Tekniği” GYTE Y.Lisans Tezi , 2007.
- [10] İ.Hakkı Tayyar, A.Büyükaksoy, “Plane wave diffraction by two oppositely placed, parallel two-part planes”, IEE Proc.-Sci. Meas. Technol., Vol. 153, No. 4, July 2006.
- [11] I.D.Abrahams, J.B.Lawrie, “On the factorization of a class of Wiener-Hopf kernels” Keele University February, 1995.
- [12]Mittra, R., and S. W. Lee “Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves,” McMillan, New York.,1971.
- [13]Kobayashi, K. “Some diffraction problems involving modified Wiener-Hopf Geometries”, 2003.

- [14] Noble B. "Methods based on the "Wiener-Hopf Technique for the solution of partial differential equations", Pergamon Press, London, 1958.
- [15] Senior, T. B. A., and J. L. Volakis "Approximate Boundary Conditions in Electromagnetics", Inst. of Electr. Eng., London, 1995.
- [16] A. Altıntaş "Electromagnetic scattering from a class of open-ended waveguide discontinuities", Ohio State University, 1986.
- [17] A. Büyükaksoy, G. Uzgören, F. Birbir "The scattering of a plane wave by two parallel semi-infinite overlapping screens with dielectric loading", December 2000.
- [18] J. R. Pace and R. Mittra. "The trifurcated waveguide." Radio Science 1 117±121, (1966).