

T.C.
GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DAMAR İÇİ KAN AKIŞI
MODELLEMESİ VE ÇÖZÜMÜ

ELİF KAYAALPATA
DOKTORA TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

GEBZE
2022

T.C.
GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DAMAR İÇİ KAN AKIŞI
MODELLEMESİ VE ÇÖZÜMÜ

ELİF KAYAALP ATA
DOKTORA TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

DANIŞMANI
PROF. DR. İLYAS KANDEMİR

GEBZE
2022



DOKTORA JÜRİ ONAY FORMU

GTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 06/10/2022 tarih ve 2022/52 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından 24/10/2022 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Elif KAYAALP ATA'nın tez çalışması Matematik Anabilim Dalında DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Prof. Dr. İlyas KANDEMİR

ÜYE : Prof. Dr. Engin HALİLOĞLU

ÜYE : Dr. Öğr. Üyesi Orhan Özgür AYBAR

ÜYE : Doç. Dr. Baha ZAFER

ÜYE : Doç. Dr. Burhan TİRYAKİOĞLU

ONAY

Gebze Teknik Üniversitesi Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
...../...../..... tarih ve/..... sayılı kararı.

ÖZET

Bu çalışmada kalp-damar sistemi hastalıklarından biri olan damar içi kesit daralmasının (stenoz) akış üzerindeki etkileri analitik olarak incelenmiştir. Kan, fiziksel gerçekliğe uygun şekilde non-Newtoniye (genelleştirilmiş power-law modeli) olarak modellenmiştir. Geniş çaplı atardamarlardan ziyade daha dar çaplı atardamar ile çalışılmıştır. Bu sayede daimî kan akışı varsayımı yapılmıştır. Bunun dışında kan akışı üzerinde laminer, sıkıştırılmaz ve eksenel simetri varsayımları bulunmaktadır. Kesit daralmasını tanımlamak adına duvar geometrisi sabitlenmiş kosinüs eğrisi ile modellenmiştir. Yumuşak bir daralma bölgesi çalışma bölgesi olarak seçilmiş ve akışın kopmaması için gerekli olan blokaj ve daralma oranı belirlenmiştir. Bu oranlara uygun olarak düşük Reynolds sayılarında çalışılmıştır. Fakat literatür ile kıyaslama yapabilmek için stenotik akışın en önemli karakteristiği olan ve akışın kopması sonucu oluşan ayrılma-birleşme bölgeleri daha yüksek Reynolds sayıları için elde edilmiştir. Analitik çözüm yöntemi olarak eksenel ve radyal hız profilleri için polinom olmayan çözüm önerisinde bulunulmuş ve çözüm önerisindeki katsayılar hesaplanmıştır. Literatürle uyumlu olarak oluşturulan ve aynı yapısal orana sahip stenoz modelleri için farklı yumuşaklık dereceleri, Reynolds sayıları ve non-Newtoniye dereceleri kullanılarak hız ve basınç değişimleri incelenmiştir. Ayrıca Newtoniye akış için sonuçlar elde edilmiş ve bu sonuçların literatür ile uyumlu olduğu gözlemlenmiştir. Non-Newtoniye akış modeli düşük Reynolds sayıları gözetilerek oluşturulduğu ve düşük Reynolds sayılı çalışmalar literatürde daha az olduğu için elde edilen sonuçların doğruluğu, yine bu çalışmada oluşturulan CFX simülasyonları ile gerçekleşmiştir.

Çalışmada, ayrılma ve birleşme noktalarının lokasyonu ile ayrılma-birleşme bölgesinin varlığının, polinom olmayan çözüm önerisindeki katsayılardan birisi ile doğrudan ilişkili olduğu sonucu elde edilmiştir. Ayrıca Reynolds sayısı ile non-Newtoniye parametresinin oranının akış çizgilerinin karakterizasyonunda dikkate değer bir anlama sahip olduğu gözlemlenen önemli sonuçlar arasındadır.

Anahtar Kelimeler: Kan akışı, Non-Newtoniye, Stenoz, Power-law, Eksenel hız, Radyal hız.

SUMMARY

In this study, the effects of intravascular cross-sectional narrowing (stenosis), which is one of the cardiovascular system diseases, on flow were analyzed analytically. The blood is modeled non-Newtonian (generalized power-law model) in accordance with physical reality. It was studied with narrower diameter arteries rather than large diameter arteries. In this way, the assumption of steady blood flow was made. In addition, there are laminar, incompressible and axial symmetry assumptions on blood flow. The wall geometry is modeled with a fixed cosine curve to define the section narrowing. A mild constriction region was chosen as the study region and the required blockage and contraction ratio was determined to prevent the flow from separation. In accordance with these ratios, low Reynolds numbers were studied. However, in order to make a comparison with the literature, the separation-reattachment regions, which are the most important characteristic of stenotic flow and formed as a result of flow rupture, were obtained for higher Reynolds numbers. As an analytical solution method, a non-polynomial solution was proposed for the axial and radial velocity profiles and the coefficients in the solution proposal were calculated. Velocity and pressure changes were investigated by using different mildness degrees, Reynolds numbers and non-Newtonian degrees for stenosis models that were created in accordance with the literature and have the same structural ratio. In addition, results for Newtonian flow were obtained and it was observed that these results were compatible with the literature. Since the non-Newtonian flow model was created by considering low Reynolds numbers and studies with low Reynolds numbers are less in the literature, the accuracy of the results obtained was verified by the CFX simulations created in this study.

In the study, it was concluded that the location of the separation and reattachment points and the existence of the separation-reattachment region are directly related to one of the coefficients in the non-polynomial solution proposal. It is also among the important results observed that the ratio of the Reynolds number and the non-Newtonianity parameter has a remarkable meaning in the characterization of the flow lines.

Keywords: Blood flow, Non-Newtonian, Stenosis, Power-law, Axial velocity, Radial velocity.

TEŞEKKÜR

Zor bir dönem içinde iken ve disiplinlerimiz farklı olmasına rağmen danışmanım olarak bu anlamda beni sahiplenene, doktora süresince de zamanını, emeğini, bilgi birikimini benimle paylaşan, öğrencilerini geleceğın meslektaşları olarak gören saygıdeğer danışmanım Prof. Dr. İlyas KANDEMİR'e,

Yine zor bir dönemde beni desteksiz bırakmayan, emekli olduktan sonra bile jürimde bulunma inceliğini gösteren ve doktoramı başarı ile tamamlamam için sabırla bekleyen Prof. Dr. Engin HALİLOĞLU'na,

Sonradan jüri üyeliğine katılan ama toplantılarda verdiği destek ve moralle yardımını esirgemeyen Dr. Öğr. Üyesi Orhan Özgür AYBAR'a,

Öncelikle makalemin formata uygun hale getirilmesinde, sonrasında makalenin kabul alma sürecinde her ne zaman ihtiyacım olsa bana yardımcı olan Doç. Dr. Burhan TİRYAKİOĞLU'na,

Tezin formata uygun hale getirilmesinde desteklerini esirgemeyen, her zaman ulaşıp cevap alabildiğim Eylem BAHADIR'a,

Lisansüstü öğrenimi boyunca yaptıkları katkıdan dolayı TÜBİTAK'a,

Eğitim-öğretim hayatım boyunca her türlü desteğı ve ortamı bana sunan, yetiştirilmem konusunda çok çaba sarf eden anne ve babama,

Evlilik münasebeti ile sahip olduğum, maddi-manevî desteklerini, emeklerini, zamanlarını esirgemeyen ikinci anne ve babama,

Verdiğim kararlara saygı duyan, beni yargılamayan, uyarılmam gerektiğinde bunu en güzel yollarla yapan, dert ortağım, destekçim, güç kaynağım, eşim Emre ATA'ya,

Doktora sürecinin zorlu zamanlarında moral kaynağım olan ve bu anlamda en büyük yardımcılarım olan hayatımın rengarenk çiçekleri çocuklarım Halil ve Abdullah'a en içten teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	x
ŞEKİLLER DİZİNİ	xiii
TABLolar DİZİNİ	xv
1. GİRİŞ	1
1.1. Genel Bakış ve Tezin Amacı	1
1.2. Tezin İçeriği	5
2. BİYOMEKANİK BİR PROBLEM: KAN AKIŞI	7
2.1. Biyomekanik Problemin Kurulumu	7
2.2. Damar Yapısı ve Mekanığı	9
2.3. Kan Akışbilimi (Hemorheology)	12
2.3.1. Kan Fizyolojisi	13
2.3.2. Kanın Viskoz ve Viskoelastik Özellikleri	14
2.3.3. Kan İçin Bünye Denklemleri	15
3. TARİHSEL GELİŞİM	16
3.1. Eski Çağlardan 17. Yüzyıla	16
3.1.1. Bergamalı Galenos (Galen) (129-216)	16
3.1.2. İbnü'n Nefis (1210-1288)	17
3.1.3. Michael Servetus (1509/1511-1553)	17
3.1.4. William Harvey (1578-1657)	17
3.2. 17. Yüzyıldan 19. Yüzyıla	18
3.2.1. Giovanni Alfonso Borelli (1608-1679)	18
3.2.2. Stephen Hales (1677-1761)	18
3.2.3. John Hunter (1728-1793)	19
3.3. 19. Yüzyıldan 20. Yüzyıla	19

3.3.1.	Thomas Young (1773-1829)	19
3.3.2.	Wilhelm E. Weber(1804-1891) - Ernst H. Weber(1795-1878)	19
3.3.3.	Adriaan I. Moens (1846-1891) - Diederik Korteweg (1848-1941)	20
3.4.	1905'ten 1958'e	20
3.4.1.	Otto Frank (1865-1944)	20
3.4.2.	John R. Womersley (1907-1958)	22
3.5.	Kan İçin Uygun Bünye Denklemi Çalışmaları (1959-1980)	23
3.5.1.	Casson Modeli	23
3.5.2.	Power-Law Modeli	24
3.5.3.	Herschel-Bulkley Modeli	24
3.5.4.	Carreau-Yasuda Modeli	25
3.5.5.	Quemada Modeli	25
3.6.	Biyomekanik Çalışmalardan Örnekler	26
3.7.	Teorik Çalışmalardan Örnekler	30
3.8.	Deneysel Çalışmalardan Örnekler	33
3.9.	Teknoloji Paralelinde Yapılan Çalışmalardan Örnekler	35
3.10.	Newtoniyen Kan Akışı Çalışmalarından Örnekler	37
3.11.	Farklı Akış Modelli Çalışmalardan Örnekler	40
4.	PROBLEMİN KURULUMU VE ÇÖZÜMÜ	43
4.1.	Korunum Denklemleri	43
4.2.	Bünye Denklemi (Genelleştirilmiş power-law modeli için)	44
4.3.	Stenoz Geometrisi ve Geometrik Kabuller	48
4.4.	Büyüklik Analizi	49
4.4.1.	Süreklilik Denklemi İçin Büyüklik Analizi	50
4.4.2.	Stres Tensörü İçin Büyüklik Analizi	50
4.4.3.	z -Momentum Denklemi İçin Büyüklik Analizi	51
4.4.4.	r -Momentum Denklemi İçin Büyüklik Analizi	52
4.5.	Çözüm Önerisi	54
4.5.1.	Tıkaç Akışın (Plug Flow) Varlığı	55
4.5.2.	Polinom Olmayan Çözüm Önerisi	57
4.5.3.	Koşullar	58
4.5.4.	Hız Profillerindeki Katsayıların Hesabı	61

4.5.5. CFX ile Yapılan Hesaplamalar	63
5. SONUÇLAR VE YORUMLAR	64
5.1. Akım Çizgileri	64
5.2. Ayrılma ve Birleşme Noktaları	66
5.2.1. Newtoniyen Durum	68
5.2.2. Non-Newtoniyen Durum	70
5.3. Basınç Düşüşü	74
5.3.1. Newtoniyen Durum	74
5.3.2. Non-Newtoniyen Durum	76
5.4. Akış Hızı	77
5.4.1. Newtoniyen Durum	77
5.4.2. Non-Newtoniyen Durum	80
5.5. Sonuç	86
KAYNAKLAR	88
ÖZGEÇMİŞ	99
EKLER	100

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler</u> <u>ve Kısaltmalar</u>	<u>Açıklamalar</u>
$0D$	: 0-boyutlu.
$1D$	: 1-boyutlu.
$2D$	: 2-boyutlu.
$3D$	: 3-boyutlu.
$\frac{D}{Dt}$	: Materyal türev.
f_c	: Radyal yönde ayrılma-birleşme koşulundan elde edilen sayı.
F, G	: Eksenel çözüm önerisindeki z 'ye bağlı katsayılar.
K, M, H	: Radyal çözüm önerisindeki z 'ye bağlı katsayılar.
$\mathbf{g}$	: Yerçekimi vektörü.
g_r, g_z, g_θ	: Yerçekimi vektörü bileşenleri.
G_c	: Ayrılma ve birleşme noktalarını belirleyen sayı.
h	: Duvar kalınlığı.
I_1, I_2, I_3	: Şekil değiştirme hız tensörünün invariantları.
J_2	: Şekil değiştirme hız tensörünün pozitif değerli bir invariantı.
m	: Gerilme tensörü formülasyonundaki viskoziteyi temsil eden sabit terim.
n	: Non-Newtoniye indeks.
p	: Basınç.
r, z, θ	: Silindirik koordinat bileşenleri.
$R(z)$	: Damar yarıçapı.
R_0	: Stenoz bölgesi dışındaki damar yarıçapı.
Re	: Reynolds sayısı.

sgn	: İşaret fonksiyonu.
t	: Zaman parametresi.
$u(r, t)$	: Hız profili.
$\mathbf{u}$	: Hız vektörü.
u, v, w	: Sırasıyla eksenel, radyal, açısall hız bileşenleri.
U	: Merkezî çizgi hızı.
U_0	: Yukarı akış bölgesindeki merkezî çizgi hızı.
$\overline{U}$	: Hacimsel ortalama hız.
$\overline{U_0}$	: Ortalama hız.
V_{ij}	: Şekil değıştirme hız tensörü bileşeni.
z_b	: Büküm noktası.
Z_0	: Stenoz uzunluğunun yarısı.
∇	: Diferansiyel operatörü.
α	: Boyutsuz Womersley sayısı.
$\dot{\gamma}$	: Şekil değıştirme hızı.
δ	: Stenozun yüksekliğı.
δ	: Birim vektör.
δ_{ij}	: Birim vektör bileşeni.
Δ	: Sonlu fark.
$\eta(J_2)$	: $\mu(J_2)$ yerine kullanılan kayma gerilmesine bağı viskozite katsayısı.
μ	: Viskozite katsayısı.
$\mu(J_2)$	: Kayma gerilmesine bağı viskozite katsayısı (skaler fonksiyon).
ρ	: Yoğunluk.
σ	: Bünye denklemi.
σ_{ij}	: Bünye denklemi bileşeni.

τ	: Kayma gerilmesi.
τ_y	: Akma gerilimi.
$\boldsymbol{\tau}$	: Gerilim tensörü.
τ_{ij}	: Stres tensörü bileşeni.
ALE	: Arbitrary Lagrangian Eulerian.
CFD	: Computational fluid dynamics.
DNS	: Direct Numerical Simulation.
HAD	: Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği.

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil No:</u>	<u>Sayfa</u>
1.1: Stenoza neden olan durumlar.	2
2.1: Damarların yapısal özellikleri.	10
2.2: Damarlara göre nabız basıncı.	10
2.3: Damarların çap-hız karşılaştırması.	10
2.4: Damar duvar yapısı.	11
2.5: Kanın yapısı.	13
3.1: Windkessel Modeli.	21
3.2: Bazı kalp-damar sistemi parametrelerinin elektrik devre parametreleri ile olan benzerliği.	22
4.1: Stenoz geometrisi.	48
4.2: Forrester'ın doktora çalışmasında $Z_0=4R_0=12\delta$ geometrisi için tahmin edilen hız profilleri.	54
5.1: Model $M2$, $M3$ ve $M4$ 'ün farklı Re ve n değerlerindeki akım çizgileri.	65
5.2: Ayrılma-birleşme bölgesinin (a) olduğu ve (b) olmadığı durumlar için G , f_c ve G_c katsayıların değişimi.	68
5.3: Ayrılma-birleşme noktaları.	69
5.4: Analitik yaklaşım ile ayrılma birleşme noktaları.	72
5.5: CFX ile ayrılma birleşme noktaları.	73
5.6: $M2$ ve $M3$ modellerinin basınç düşüşü karşılaştırmaları.	75
5.7: Model $M4$, $n = 0.9$, $Re = 50$ ve Deshpande'nin çalışmasındaki Model $M3$, $n = 1$, $Re = 50$ için basınç değişimleri.	76
5.8: Model $M2$, $Re = 50$ için Deshpande ve meslektaşlarının çalışmasında yer alan hız bileşenleri.	78
5.9: Model $M2$, $Re = 50$ için mevcut çalışmada yer alan hız bileşenleri.	79
5.10: Deshpande ve meslektaşlarının çalışmasında Model $M3$ için farklı Reynolds sayılarında hesaplanan merkezî çizgi hızının eksenel değişimleri.	80
5.11: Model $M3$ ve farklı Reynolds sayıları için mevcut çalışmadan elde edilen merkezî çizgi hızının eksenel değişimleri.	80

5.12: $M3$ modeli için azalan n değerine karşılık hız bileşeninde artan düzleşme durumuna bir örnek.	81
5.13: Model $M4$, $n = 0.8$ için $Re = 20$, $Re = 35$, $Re = 50$ durumlarında eksenel hız profillerinin ve damar yarıçapının karşılaştırması.	82
5.14: Model $M2$, $n = 1$ için (a) akım ayrılması yokken (b) akım ayrılması varken eksenel hız bileşenlerinin işaret değişimleri.	83
5.15: Model $M4$, $n = 0.8$ için (a) akım ayrılması yokken (b) akım ayrılması varken eksenel hız bileşenlerinin işaret değişimleri.	84
5.16: Eksenel hız profili üzerinden çukurlaşma örnekleri.	85
5.17: Kayma gerilmesi-şekil değiştirme hızı ilişkileri.	102

TABLÖLAR DİZİNİ

<u>Tablo No:</u>	<u>Sayfa</u>
3.1: Zaman alanı ve frekans alanı çalışmalarına uygun çalışma alanları.	39
4.1: Stenoz modellerinin geometrileri ve çalışılan Reynolds sayısı aralıkları.	63
5.1: G_c 'nin n 'nin değişimine göre aldığı farklı değerler.	67
5.2: Akım ayrılmasının gerçekleştiği Reynolds sayıları.	70
5.3: Akım ayrılmasının gerçekleştiği andaki Reynolds sayısı değerleri.	71
5.4: Ayrılma-birleşme bölgesi uzunlukları.	74
5.5: Basınç değişimlerinin sayısal değerleri.	77

1. GİRİŞ

1.1. Genel Bakış ve Tezin Amacı

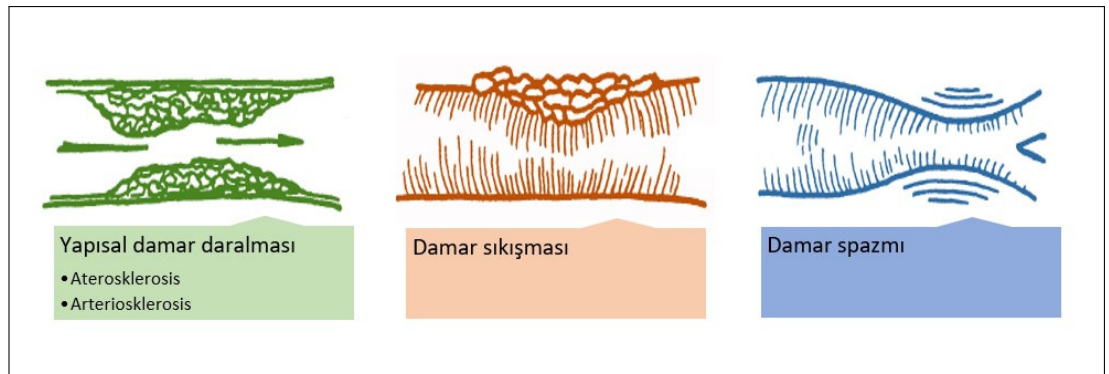
Bileşenleri kalp, oldukça sofistike bir damar ağı ve kan olan kalp-damar sisteminin (cardiovascular system) esas görevi vücut için gerekli olan besini hücrelere iletmek ve atıkları gerekli yerlere taşımaktır. Bu ise kanın damarlara kanı pompalaması ve tüm vücuda yayılan damarların bu kanı organlara dağıtması ile, ardından kirli kanın temizlenmek üzere akciğerlere gönderilip temiz kan olarak tekrar kalbe gelmesi ile döngüsel bir şekilde gerçekleşir. Kan damarları, kalp-damar sisteminin yaşamsal faaliyetlerini sürdürebilmesi için değişen koşullara uyum sağlar. Bu uyum normal bir uyum olabileceği gibi patolojik bir hastalık şeklinde de olabilir [1]. Dünya Sağlık Örgütü'nün verilerine göre dünya üzerinde, her yıl ortalama 17.9 milyon olmak üzere, en fazla ölümlle sonuçlanan hastalıkların başında kalp-damar sistemi hastalıkları gelir. Kalp-damar sistemi hastalıklarının ana nedenleri arasında ileri yaş, cinsiyet, sağlıksız beslenme, hareketsizlik, alkol ve tütün kullanımının yanı sıra (arka planda) stres, genetik faktörler, sosyokültürel, sosyoekonomik vb. nedenler yer almaktadır [2].

Yaşamsal faaliyeti birinci derecede ilgilendirmesi bakımından kalp-damar sistemine yönelik çalışmalar sadece hastalık durumlarında değil, sağlıklı durumlarda bile önemli araştırma konusudur. Bu sistemin biyomekanik bir problem olarak ele alınması ile makine mühendisliği, kimya mühendisliği, matematik, fizik, bilgisayar mühendisliği gibi bilim dallarında uzmanlığı olan araştırmacıların kalp-damar sistemi çalışmalarına dahil olması neticesinde disiplinler arası çalışma ortamı oluşmuş ve oldukça geniş bir yelpazeye yayılan çalışmalar bilim dünyasına kazandırılmıştır/kazandırılmaktadır.

Kalp-damar sisteminin biyomekanik bir sistem olarak ele alınabilmesinin nedeni, kalbin kan pompalaması neticesinde oluşan basınç, damarların farklı akış durumlarında bu basınca verdiği tepki (direnç) ve kanın akış özellikleri gibi fiziksel zeminde incelenebilecek unsurların varlığıdır. Bahsi geçen basınç, direnç ve akış ise hemodinamiğin temel kavramları arasında yer alır. Dolayısıyla kalp-damar sistemini biyomekanik bir sistem olarak değerlendirmek, hemodinamik değişimleri incelemek olarak da düşünülebilir. Yine benzer bir bakış açısıyla kalp-damar sistemi hastalıkları, hemodinamik aksaklıklar neticesinde oluşan patolojiler olarak değerlendirilebilir. Bu patolojilerden biri olan

damar sertliği (arteriosclerosis) sonucu oluşan kesit daralmasının akış uzerindeki etkileri mevcut çalışmanın konusunu teşkil etmektedir. Damar sertliği damarın esnekliğini kaybetmesi neticesinde oluşan bir hastalıktır ve damar çapına bağlı olarak farklı isimlendirmeleri mevcuttur. Bunlardan en yaygın ve lml olanı geniş çaplı atardamar duvarında biriken ve damarı içe doğru daraltan plaklar neticesinde oluşan aterosklerozdur (atherosclerosis). Bu plaklar kolesterol artığı, yağ, kalsiyum gibi maddelerden oluşur ve zamanla damarın sertleşmesine yol açar. Bu hastalığın grldđđ damarlar şah damarı (carotid artery), tadamar (coronary artery), karın aortu (abdominal aorta) ve uyluk kemiğinin yüzey kısmındaki uyluk atardamarıdır (superficial femoral artery) [1]. Daha dar çaplı atardamarlarda gelişen arteriosklerozda ise hücre çoğalması veya hiyalin birikimi görülür. İsimlerinden anlaşılacağı üzere daralmanın geliştiği damarlar atardamarlardır ve dolayısıyla bu çalışmada da damar derken atardamar kastedilmektedir.

Literatürde damarlarda gelişen bu yerel daralmalar stenoz (stenosis), daralma blgeleeri ise stenoz bölgesi veya stenotik bölge olarak adlandırılmaktadır. Damarda daralma neticesinde gelişen duvar sertleşmesi, kan akış hızını etkilediği gibi kanın organlara iletimini de etkiler. Dolayısıyla stenoz bölgesinde ve yakın civarında gelişen ve birbiri ile karmaşık bir etkileşim içerisinde olan akış ve damar duvar durumunu anlamlandırmak, hastalığın seyrini anlamak ve müdahale edebilmek açısından önemlidir. şekil 1.1’de stenozu neden olan bazı durumlar gösterilmiştir (Kaynak [3], sf. 39).



şekil 1.1: Stenozu neden olan durumlar.

Biyomekanik anlamda kan akışını ve hastalıklarla olan bağlantısını anlamak için literatürde birçok deneysel, sayısal ve analitik çalışma mevcuttur. Sistemin karmaşıklığından dolayı, hangi çözüm yöntemi ele alınırsa alınsın bazı basitleştirmeleri yapmak

kaçınılmazdır. Özellikle idealize edilmiş stenoz geometrilerinde çeşitli basitleştirmeler ile kan akışı problemini ele almak tarihsel süreç boyunca sıklıkla rastlanan bir durumdur. Basitleştirmeler ile akış karakteristiklerini izole ederek onlar üzerinde ayrı ayrı çalışmak ise karakteristiklerin birbiri ile olan ilişkisini anlamak açısından faydalıdır [1], [4], [5], [6].

Son 120 yıla odaklandığımızda, artan matematiksel yetkinliğin analitik çözüm elde etmede önemli rol oynadığı görülmektedir. Bu anlamda Womersley'nin damar içi kan akışının hız profilini analitik olarak ifade etmesi büyük bir kırılma noktasıdır [7]. Analitik çalışmaların yanı sıra, deneysel çalışmalar ile de kan akışının karakteristiklerine dair birçok yeni bulgunun bu dönemde elde edildiği görülmektedir. Kanın non-Newtoniyen özelliklere sahip oluşu ([8], [9]), tıkaç akışa (plug flow) dair bulgular ([9]), hemodinamik kuvvetler ile hastalıklar arasındaki ilişki ([10]) elde edilen bulgulara örnek olarak verilebilir. Deneysel çalışmaların yeterli olamadığı noktalarda, gelişen teknoloji ile paralel olarak Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (Computational Fluid Dynamics-CFD) teknikleri devreye girmiştir [11]. Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) teknikleri ile paralel gelişme gösteren görüntüleme teknikleri beraber kullanılmaya başlandığında ise daha gerçekçi modellemeler yapabilmenin önü açılmıştır ve bu sayede hastaya özel (patient-specific) çalışmalar yapılabilmiş, ameliyat öncesi planlama, tıbbi cihaz tasarlama ve tedavi yöntemi geliştirme, bu tarz çalışmaların çıktıları olmuştur [12], [13].

Her ne kadar yazılım teknolojisi gelişmiş olsa da ve ginenen noktada tatmin edici sonuçlar elde edilse de kan akışını tümüyle bilgisayar ortamında modelleyecek bir yazılım henüz mevcut değildir. Günümüz teknolojisi ile yapılan kan akışı modellemelerinde birçok zorlukla karşılaşmaktadır. Bu zorluklar arasında atardamar geometrisinin modellenmesi, lineer olmayan duvar özellikleri, karmaşık hemodinamik özelliklerin modellenmesinin çok zaman alan ve ağır işleyen bir süreç olması ve sınır koşullarının karmaşık modellemelere uygulanmasının zorluğu sayılabilir [6], [12], [14]. Bu durum araştırmacıları, üstesinden gelebilecekleri sayıda parametre ile uğraşmaya yönlendirmiştir.

Günümüzde her şeye rağmen bilgisayar tabanlı çalışmalar ağırlıklı olsa da problem analitik yaklaşmak, sistemin nasıl çalıştığını anlamak ve yeni çalışmalara ön ayak olmak, daha da önemlisi, sayısal yöntemlerin gelişmesine katkı sağlamak için elzemdir.

Örneğin kan akışı çalışmaları özelinde yapılan sayısal çalışmalarda sonuçların doğrulanması (validation) Womersley'nin elde ettiği analitik sonuçlar ile mukayese edilerek gerçekleştirilmektedir [12], [15].

Kan akışı modellemelerinin en göze çarpan kabullerinden biri Newtoniyen akış kabulüdür. Özellikle sayısal yöntemlerin daha çok kullanılmaya başlandığı dönemlere kadar Newtoniyen kan akışı kabulü ile yapılan çalışmalar ağırlıklıdır. Bunun sebebi, özellikle 1980'lere kadar geniş atardamarlarda yapılan çalışmaların sık olması ve bu damarlarda kayma hızının (*shear rate*) yüksek olması sonucu kanın Newtoniyen özellik gösterdiği varsayımıdır. Diğer yandan yapılan deneysel çalışmalar kan akışının non-Newtoniyen özellik gösterdiğini, hastalık durumlarında bu özelliğin daha belirgin olduğunu göstermiştir [9], [16]. Son 30 yılda kanı non-Newtoniyen model ile modellemenin yanı sıra aynı çalışmanın içerisinde farklı non-Newtoniyen modellemeler tanımlayarak bu modellemelerin hemodinamik kuvvetleri nasıl etkilediğini inceleyen çalışmaların sayısının artmış olduğu gözlenmektedir. Kan, damar içerisinde ilerlerken farklı maddesel özellikler gösterdiğinden, akışı ifade eden genel bir bünye denklemi yoktur. Dolayısıyla literatür farklı bünye denklemleri ile çözülen sınır değer problemleri açısından zengindir. Ciddi bir fiziksel uyumsuzluk olmadıktan sonra bu durumda bir anormallik yoktur. Zira arayış devam etmektedir.

Kan akışı modellemelerinde sıklıkla kullanılan bir diğer kabul rijit duvar kabulüdür. Bu kabulün gerekçeleri olarak kan akışı-damar deformasyonu ikilisini çözmenin zorluğu, damar çapının dolaşım süresince %5-10 arasında değişim göstermesi [12], damar sertliği söz konusu olduğunda damar duvarının elastikiyetini büyük oranda kaybetmiş olması [17] ve duvar hareketinin az olduğu damarlarda duvar deformasyonunun hız alanını çok değiştirmemesi gibi nedenler gösterilebilir [15].

Kan akışı modellemelerinde yine sıklıkla kullanılan bir diğer kabul de daimî akış kabulüdür. Kan akışı gerçekte atımlı (pulsatile) karaktere sahip olsa da daimî akış kabulü, sistemin genel işleyişi hakkında bilgi edinebilme, problemin parametrelerini idare edilebilir sayıda tutabilme gibi durumlara imkân sağlar.

Bu çalışma, hemodinamik aksaklıkların neticelerinden biri olan atardamar daralmasının kanın damar içindeki akışını nasıl etkilediğini, fiziksel gerçeklikten olabildiğince kopmadan fakat sistemin iç dinamiklerini anlamak adına analitik olarak inceleme amacıyla yapılmıştır. Kan, fiziksel gerçekliğe uygun şekilde non-Newtoniyen

akış yaklaşımı ile modellenmiştir. Non-Newtoniyen akış modeli olarak, çalışılan geometriye uygunluğu açısından genelleştirilmiş power-law modeli tercih edilmiştir. Çalışmanın yapıldığı hastalıklı damar tipi olarak çok geniş olmayan atardamarlar seçilmiştir. Bu kabul ile kalpten biraz uzak bölgede çalışma imkânı olduğu için atımlı hareket ihmal edilmiş, daimî akış kabulü yapılmıştır. Damar sertliğinin, yukarıda bahsedildiği üzere elastikiyeti azalttığı bilindiğinden ve işlem kolaylığı açısından damar duvarı rijit kabul edilmiştir. Çalışmada, literatürde non-Newtoniyen analitik çalışmalarda eksikliği hissedilen, hem eksenel hem radyal hız profili modellemesi yapılmış ve makul çözümler elde edilmiştir.

1.2. Tezin İçeriği

Bu çalışma, kan akışı problemlerinin disiplinler arası çalışma ortamına katkı sağlamak ve arkadan gelen araştırmacıları teşvik etmek amacıyla anlatım açısından olabildiğince kapsamlı tutulmuştur. Kan ve damar yapısının ayrı ayrı karmaşık özelliklere sahip olmasının yanı sıra ikisinin etkileşimi, durumu daha da karmaşıktır. Kan ve damar yapısının fizyolojik ve mekanik özelliklerini bilmek ise, hangi koşullarda hangi özelliklerin birincil ve ikincil öneme sahip olduğuna karar vermek ve makul bir problem kurulumu gerçekleştirmek için elzemdir. Bölüm 2’de bu amaca yönelik temel bilgiler bulunmaktadır.

Bölüm 3’te kapsamlı bir tarihçe yer almaktadır. Kan akışının tarihçesini yazarken, kullanılan yöntemleri birbirinden ayırarak değerlendirmek, disiplinler arası çalışmanın yoğun olduğu bu alanda pek sağlıklı değildir. Bu anlamda çalışılan konunun yakın civarı, farklı yöntemler de dahil edilerek geniş bir açıdan ele alınmıştır. Kan akışının tarihsel serüveni, günümüzdeki bilgi düzeyine kolay gelinmediğinin en büyük göstergesidir. Tarihçe anlatımı esnasında, çalışılan problemin koşullarına uygun olarak basitleştirmelerin ve kabullerin nasıl yapıldığı üzerinde durulmuştur. Ayrıca disiplinler arası çalışmaların daha verimli sonuçlar için elzem olduğu ve farklı çözüm yöntemlerinin birlikteliğinin daha gerçekçi sonuç elde etmede kritik öneme sahip olduğu idrakine varılması, tarihçe anlatımında hedeflenen önemli çıktılardandır.

Bölüm 4’te problemin kurulumu açıklanmıştır. Bu doğrultuda stenoz geometrisi ve bu geometri üzerinden varsayılan kabuller ile denklemlerde büyüklük analizi yapılmıştır. Problemin çözümüne yönelik yapılan polinom olmayan hız profilleri yaklaşımının

gerekçeleri bu bölümde detaylı olarak anlatılmıştır. Analitik yaklaşım ile problemin ele alınması problemin iç dinamikleri hakkında konuşma imkânı sağlamıştır. Orta bölgede oluşan tıkaç akışın varlığı ve çözüm önerisindeki katsayıların akış karakteristiğine dair fiziksel anlam barındırması bu imkân nispetinde elde edilen çıktılarından bazılarıdır.

Bölüm 5'te problemin çözülmesi ile elde edilen sonuçlar ve bu sonuçlar ve yorumlar yer almaktadır. Yorumlar elde edilen akım çizgileri, ayrılma-birleşme noktaları, basınç değişimleri ve akış hızı üzerinden yapılmıştır. Newtoniyen akış için de non-Newtoniyen akış için de elde edilen sonuçların bazı durumlarda kalitatif, bazı durumlarda kantitatif olarak literatür ile uyum içerisinde olduğu görülmüştür. Kalitatif uyumun sebebi analitik yaklaşımın uygulandığı denklemin parabolik, analitik yaklaşımla elde edilen sonuçların karşılaştırıldığı denklemlerin ise eliptik ve hiperbolik tipli olmasıdır.

Ek A'da bu çalışmada kritik öneme sahip olan bazı kavramların, multidisipliner çalışma ortamı göz önünde bulundurularak, açıklandığı bir sözlük yer almaktadır.

Ek B'de kan akışı çalışmalarında yapılan temel kabuller ve gerekçeleri, bu çalışmanın referansları çerçevesinde infografik olarak sunulmuştur.

2. BİYOMEKANİK BİR PROBLEM: KAN AKIŞI

Biyomekanik, biyolojik sistemlerin yapısı, fonksiyonu ve hareketi ile mekanik yöntemler aracılığı ile ilgilenen ve birçok uygulama alanı olan popüler bir bilim dalıdır. Biyoakışkanlar, kalp-damar sistemi, çeşitli spor dalları, ortopedi, rehabilitasyon bu bilim dalının önemli uygulama alanları olarak sayılabilir. Bu anlamda sporcu faaliyetlerini geliştirmek, ameliyat öncesi planlama yapmak, protez, medikal cihaz geliştirmek vb. çalışmalar biyomekaniğin önemli çıktıları olarak gösterilebilir.

Kan akışı problemi biyomekanik açıdan değerlendirildiğinde, adeta bir pompa görevi gören kalbin oluşturduğu basıncın etkilerini incelemek, bir boru ağı gibi tasvir edilebilen damar ağının farklı basınç ve farklı akış koşullarına nasıl adapte olduğunu anlamaya çalışmak ve kan akışbilimini (hemorheology) tüm bu sistem dahilinde ele almak, hayati faaliyetler açısından önemli bir problemler yumağıdır. Bu yumağı çöze-bilme becerisi ise matematiksel yetkinlik ve teknolojik gelişmeler ile doğru orantılıdır. Her ne kadar modelleme yapmanın kendi içinde birçok zorluğu olsa da deneysel çalış-malarda yaşanan zorluklar ve kısıtlamalar, canlı üzerinde ölçüm yapmanın zorluğu ve ölçüm tekniklerinin akışı bozması gibi nedenler araştırmacıları modelleme çalışmalarına yöneltmektedir.

Kan akışı modellemesinin zorlukları arasında ilk sırayı sistemin kompleks ge-ometrik yapısı alır. Damarların vücut içerisinde yayılırken eğrilmesi (curve), dallanması (bifurcation), birleşmesi (junction), daralıp genişlemesi (converging-diverging) gibi du-rumlar bu kompleks yapıya örnek gösterilebilir. Bir diğer önemli zorluk ise modelleme esnasında göz önünde bulundurulması gereken fizyolojik ve fiziksel parametrelerin çokluğu ve bunların birbiri ile olan bağlantısıdır. Matematiksel ya da sayısal modelleri besleyecek veri ve ölçüm sonuçlarının azlığı da bir diğer modelleme zorluğu olarak sayılabilir.

2.1. Biyomekanik Problemin Kurulumu

Biyomekanik problemler yukarıda da bahsedildiği gibi karmaşık problemlerdir ve bu problemleri çözmek için sistemli bir yaklaşım gerekir. Bir fizik veya mühendislik problemini çözmek için izlenmesi gereken adımlar sistematik olarak birçok kaynakta mevcuttur. Bu çalışmada, (modern biyomekaniğin kurucusu kabul edilen) Y. C. Fung'un

”Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues” adlı kitabında sıraladığı adımlar esas alınmış ve bu adımlar kan akışı problemine uyarlanmıştır [18]:

- i) Geometrik konfigürasyon: Kan akışı damar içinde ilerlediğinden, problemi kurarken damar geometrisini belirlemek ilk adım olarak kabul edilebilir. Yukarıda da bahsedildiği üzere damarlar vücut içerisine yerleştirilmiş düz borular gibi düşünülemez. Ayrıca damar yapısının anlatılacağı bir sonraki başlıkta ifade edileceği gibi damar duvarlarının karmaşık özellikleri de geometrik konfigürasyon için zorlayıcı unsurlardır. Bunlara rağmen geometri, incelenen problemin durumuna göre belli bazı ön kabuller ile çeşitli basitleştirmeler yapılarak tanımlanabilir.
- ii) Mekanik özellikler: Kan akışbilimi ve damarların mekanik özellikleri hakkında bilgi sahibi olmayı amaçlayan bu adım, dolaşım sisteminin birbirinden izole düşünülemeyen karmaşık biyolojik yapısı dolayısıyla oldukça zorlu bir adımdır.
- iii) Denklemlerin kurulumu: Bu adım, kütle ve momentum korunum denklemlerinin çıkarılması ile kanın maddesel özelliklerini ifade eden bünye denkleminin belirlenmesi ile tamamlanır.
- iv) Sınır koşulları: Fiziksel ve biyolojik gerçeklik göz önünde bulundurularak modellenen geometrinin sınırlarındaki akış koşulları belirlenir.
- v) Sınır-değer probleminin çözümü: Elde edilen tam sistem analitik, sayısal, yarı analitik-yarı sayısal veya deneysel olarak çözülür.
- vi) Bünye denklemlerinin sınanması: İlk etapta teorik olarak ortaya atılan bünye denklemlerinin problem için uygunluğu, kurulan sınır-değer probleminin sonuçları ve deneysel çalışmaların sonuçları kıyaslanarak sınanır. Teorik ve deneysel çalışmaların uyumu için gerekli görülürse sınır değer problemi tekrar formüle edilir ve çözülür. Kan, damar içerisinde ilerlerken farklı maddesel özellikler gösterdiğinden, akışı ifade eden net olarak belirlenmiş bir bünye denklemi yoktur. Dolayısıyla literatür farklı bünye denklemleri ile çözülen sınır değer problemleri açısından zengindir.
- vii) Karşılaştırma: Bu adımda kan akışı için sınır değer problemi sonuçları analitik, sayısal, yarı analitik-yarı sayısal veya deneysel sonuçlar ile kıyaslanır ve gerekli yorumlamalar yapılır.

- viii) Yöntemin doğrulanması: Aynı problem için farklı disiplinlerden analogik olarak fayda sağlanabilir. Dolayısıyla elde edilecek sonuçlar, benzer özellikler gözetilerek formüle edilebilen sınır değer problemlerinin sonuçlarının tahmini için kullanılabilir.

2.2. Damar Yapısı ve Mekanîği

Damarlar kanı vücudun farklı bölümlerine taşımakla görevli organlardır. Damarları atardamar (arter), kılcal damar (kapiler) ve toplardamar (ven) olarak üç ana başlık altında toplamak mümkündür.

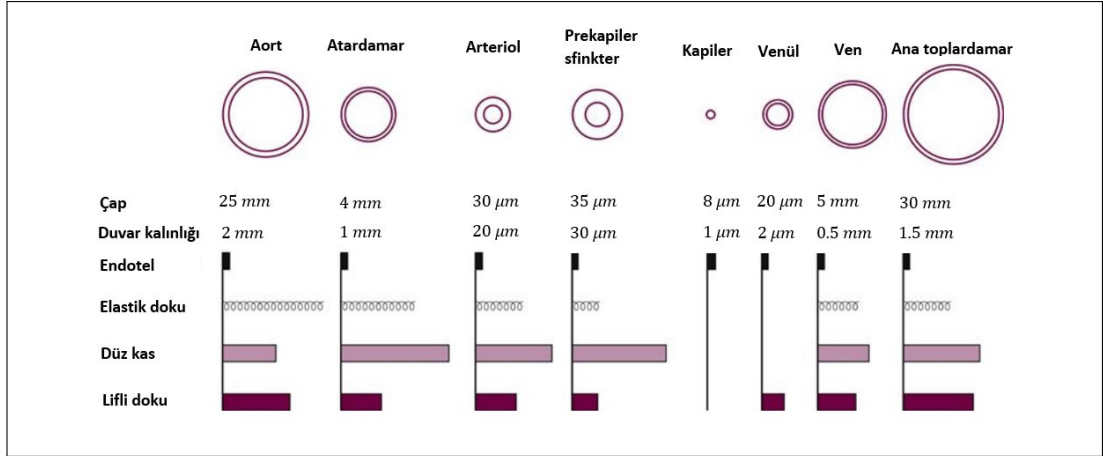
Atardamarlar kanı kalpten doku ve organlara doğru taşırlar. Çoğunlukla temiz kan taşırlar. Çapları akış yönünde giderek azalır. Bu damarlarda akış atımlı karakterdedir. Genellikle dairesel kesit alanına sahiptirler. Üzerinde en fazla araştırma yapılan damar çeşidi hem klinik öneminden hem de deneysel olarak çalışılması kolay olduğundan, geniş çaplı atardamarlardır. Atardamarlar bulundukları bölgeye, çaplarına, duvar özelliklerine göre farklı isimlendirilirler.

Kılcal damarlar organlar ile kan arasında madde geçişini sağlarlar. Çapları oldukça küçüktür. Atımlı akış karakteri bu damarlarda önemli sayılmaz.

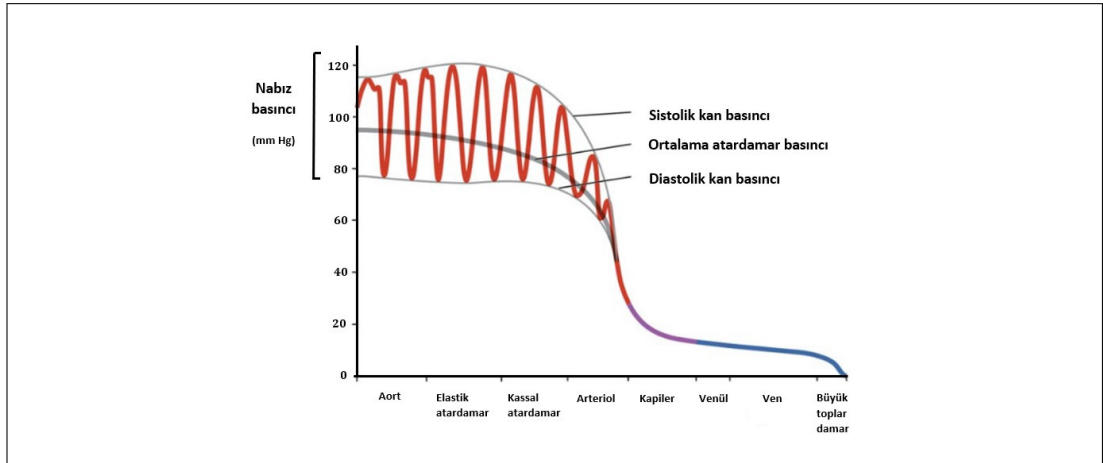
Toplardamarlar ise kılcal damarlardan kalbe kan taşırlar. Çaplarına göre toplardamarcık veya küçük damar (venül) ve toplardamar olarak isimlendirilirler. Çapları akış yönünde giderek artar. Akış bu damarlarda atımlı karakterde değildir.

Damarların farklı basınç ve akış durumlarına verdikleri karşılık ve damar duvarlarının adaptasyonu, damar mekanîğinin en önemli konuları olarak görülebilir. Yapılan deneyler, atardamarlarda basınç değişimine bağlı olarak duvar kesit alanında çok ciddi bir değişim olmadığını göstermiştir. Dolayısıyla damar duvarı, genel olarak sıkıştırılmaz kabul edilmektedir [19]. Ayrıca damarlar deformasyona uğradığında hem elastik hem de viskoz özellik gösterirler yani zamana bağlı gerinim (time-dependent strain) özelliğine sahiptirler.

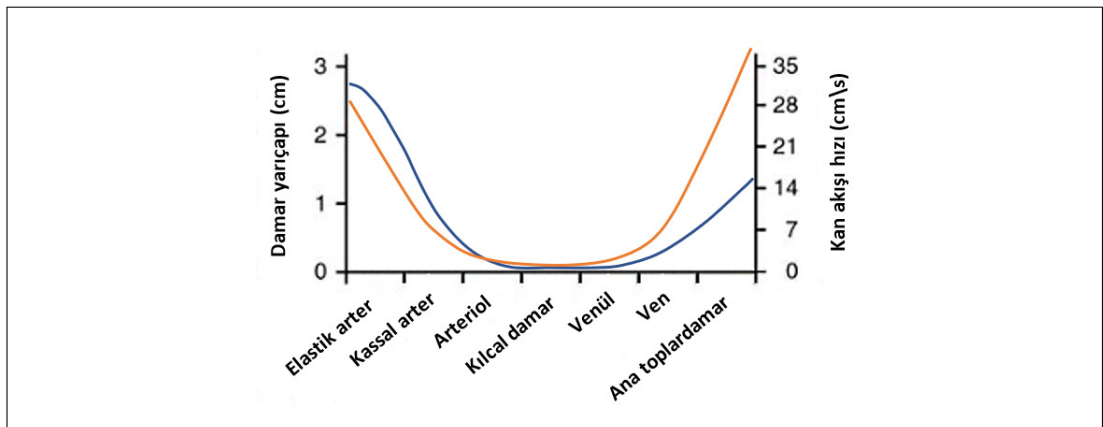
Şekil 2.1’de damarların yapısal özellikleri (Kaynak [20]), Şekil 2.2’de damarlara göre basınç değerleri, Şekil 2.3’de ise damarların çapları ile damarlardan geçen kanın akış hızının karşılaştırılması yer almaktadır (Kaynak [21]). Halk arasında sistolik büyük tansiyon, diastolik küçük tansiyon olarak bilinmektedir.



Şekil 2.1: Damarların yapısal özellikleri.



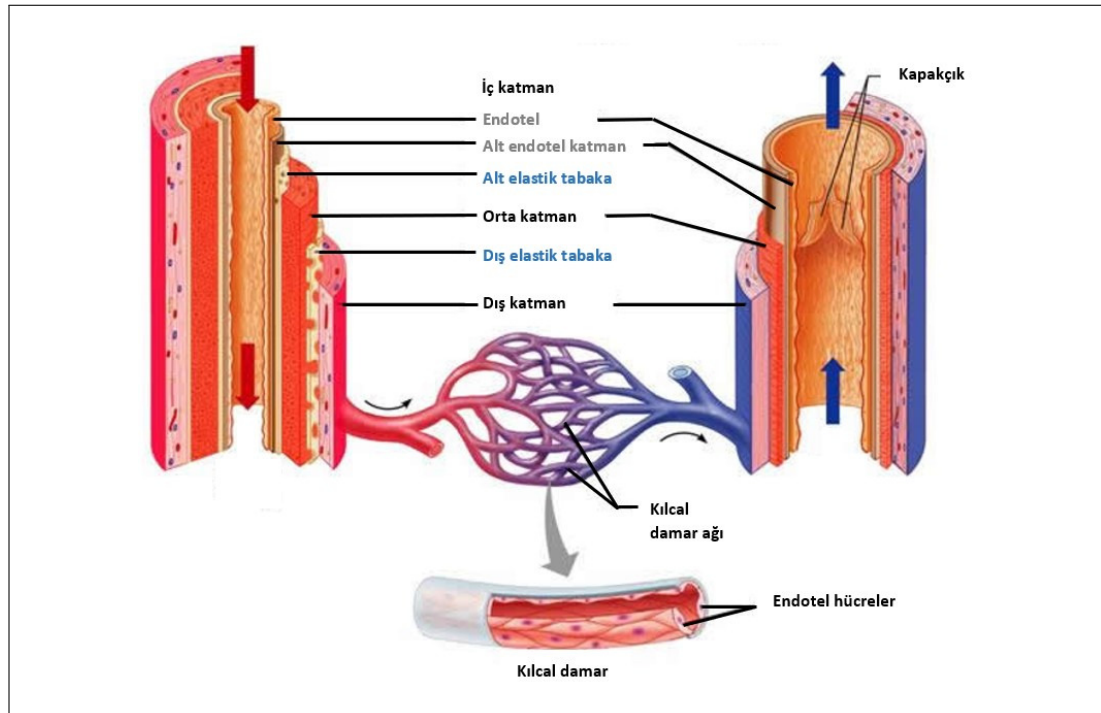
Şekil 2.2: Damarlara göre nabız basıncı.



Şekil 2.3: Damarların çap-hız karşılaştırması.

Damarlar, morfolojik özelliklerinden dolayı, aksenel, radyal ve çevresel yönde farklı mekanik özellikler gösterir. Bu bakımdan anizotropiktirler.

Atardamarların (ve toplardamarların) duvarları üç katmandan oluşur ve bu katmanlar elastin, kolajen ve düz kas hücreleri gibi farklı mekanik özelliklere sahip bileşenler içerir. Bu bakımdan damar duvarı kompozit bir malzeme gibi düşünülebilir [22]. Şekil 2.4'te damar duvarlarının yapısı resmedilmiştir (Kaynak [23]).



Şekil 2.4: Damar duvar yapısı.

En iç katman olan tunica intima, tek katmanlı endotel hücreler ve ince bir elastik tabakadan oluşur. Bu tabaka seçici geçirgenlik özelliğine sahiptir. Kan damarları çaplarını, kanın kayma gerilmesini (shear stress) belli bir düzeyde tutmak üzere düzenlerler. Yapılan çalışmalar endotel tabaka olmadan bu düzenlemenin mümkün olmadığını göstermiştir [24]. Endotel hücreler damar hastalıklarında da önemli bir rol oynar. İnflamasyon (iltihaplanma) sonucu etkinleşen endotel hücreleri çeşitli kimyasal değişimlere ön ayak olur ve neticede damar iç duvarında damar sertliği yapılıması (atherosclerotic plaque development) görülür [25].

Orta katman (tunica media) kalın bir tabakadır ve damarın mekanik özellikleri bakımından önemli bir role sahiptir. Bu katman viskoelastik özellik gösteren düz kas hücreleri, oldukça elastik olan elastin lifler ve çoğunlukla kolajen proteini içeren bağ

dokudan oluşur. Kolajen lifler, elastin liflere göre daha katıdır ve duvara uygulanan yüksek basınca bağlı olarak non-lineer özellik gösterirler. Bu sayede atardamarın şişerek patlamasının önüne geçilmiş olur [22].

Atardamarlar, orta katmanın yapısındaki elastik ve düz kas liflerinin miktarına göre, elastik (duvarında elastik materyal fazla) ve kassal (duvarlarında düz kas fazla) olmak üzere ikiye ayrılır. Elastik arterlerin duvarları her kalp atımında genişler (nabız). Geniş çaplı elastik arterler kanın iletilmesinde, daha küçük çaplı kassal arterler ise kanın kılcal damarlara dağıtılmasında görevlidirler. Kas tipi arterler helisel düzende kas hücrelerinden oluşur [26]. Bu sayede damarın mukavemeti artmış olur. Kassal arterler akış yönünde gittikçe küçülerek kılcal damarlar öncesinde arteriol ismini alırlar. Arteriooller duvar yapısındaki düz kas miktarının fazlalığından dolayı kolaylıkla genişleyip daralabilir ve bu sayede organlara gidecek kan miktarı ve kan basıncı ayarlanır.

En dış katman (tunica adventitia) duvar katmanları içinde en incesidir. Kolajen ve elastik liflerden oluşur. Damarlar ile organlar arasındaki bağlantıyı sağlar.

Yukarıdaki bilgiler doğrultusunda kan damarları, hayatî faaliyetlerin aksamadan çalışabilmesine programlı, buna uygun olarak duruma uyum sağlayabilen veya kendini yeniden modelleyebilen karmaşık mekanik özelliklere sahip adeta yaşayan bir ağ gibi düşünülebilir. Fakat damarların bütün bu mekanik özelliklerini matematiksel veya sayısal bir model içinde ifade ederek çözmek henüz mümkün değildir. Çalışılan koşullara göre öncelikli olan mekanik özellikleri ele almak, parametre sayısını azaltmak açısından önemlidir. Örneğin elastik damar kabulü, korunum denklemlerinin yanında elastikiyetin tanımlandığı denklemleri de gerektirir ve bu ikili denklem sistemi çözümü zorlaştırır. Eğer damar esnekliğinin çok fazla olmadığı bir damarda çalışılıyorsa damarı rijit kabul etmek oldukça kritik bir şekilde işlem kolaylığı sağlar. Bir başka örnek olarak geniş çaplı damarda çalışırken, eğer hastalık durumu yoksa kanı Newtoniyen karakteristikte varsaymak daha önceliklidir. Hastalık durumlarında ise kan akışını non-Newtoniyen karakteristikte kabul etmek daha önceliklidir. Örnekler, çalışılan problem ve eldeki yöntemeye göre çoğaltılabilir.

2.3. Kan Akışbilimi (Hemorheology)

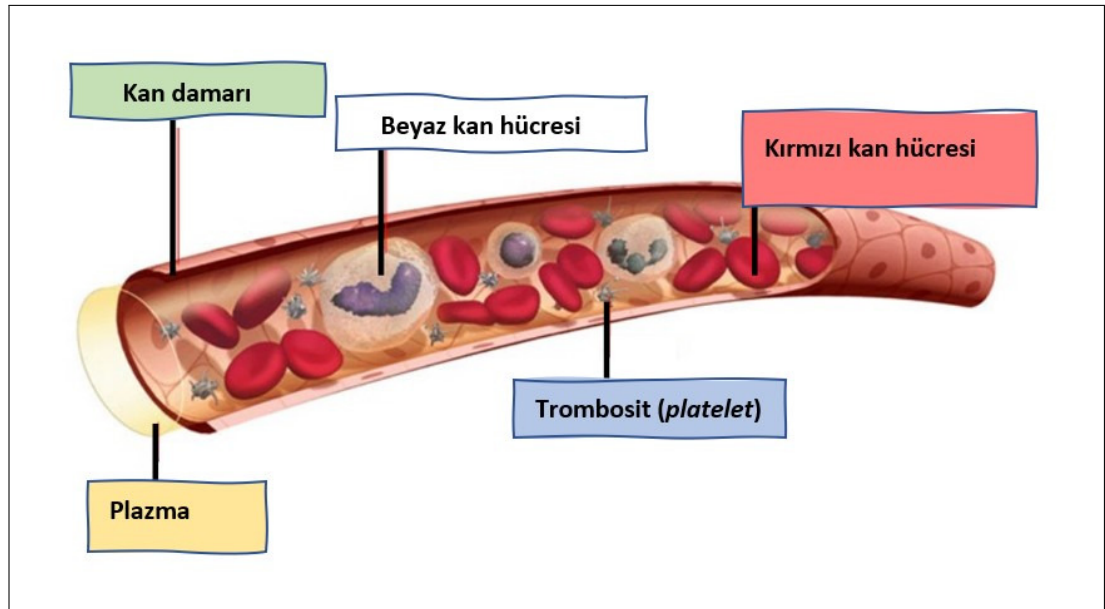
Kan akışbilimi, kanın akış özelliklerinin incelendiği bilim dalıdır. Bu başlık altında incelenen konular:

- i) kanın viskoz ve viskoelastik özellikleri
- ii) bünye denklemleri
- iii) Fahreaus-Lindqvist etkisi

olarak sıralanabilir. Fahreaus-Lindqvist etkisi damar çapına bağlı olarak akışkanın homojenliğini kaybetmesidir ve bu çalışmada ele alınan damar için geçerli değildir. Dolayısıyla bu etki hakkında detaylı bilgi verilmeyecektir.

2.3.1. Kan Fizyolojisi

Kan, kırmızı kan hücreleri (eritrosit-alyuvar), beyaz kan hücreleri (lökosit-akyuvar) ve kan pulcukları (trombosit) ile farklı molekül ve iyonları barındıran plazmadan oluşan fizyolojik bir sıvıdır. Kanın temel görevleri arasında hücrelere oksijen ve besin taşımak ve hücrelerden aldığı metabolik atıkları uzaklaştırmak bulunmaktadır [27]. Ayrıca kan vücut ısısının düzenlenmesinde, vücutta tuz-su ve asit-baz dengesinin korunmasında, pıhtılaşma ile kan kaybını önlemede, organizmayı enfeksiyonlara karşı korumada görevlidir. Şekil 2.5'te kanı oluşturan hücreler ve plazma resmedilmiştir (Kaynak [28]).



Şekil 2.5: Kanın yapısı.

Kan içerisinde en fazla kırmızı kan hücreleri bulunur. Kırmızı kan hücrelerinin hacminin toplam kan hacmine oranına hematokrit denir ve insan vücudunda bu oran

%40-45 civarındadır. Bu oransal fazlalıktan dolayı kanın akışbilim özellikleri çoğunlukla bu hücrelere bağlıdır. Kırmızı kan hücreleri normal şartlarda bikonkav şekle sahiptir ve deformasyona yatkındır. Bu sayede kendinden çok daha küçük kılcal damarlardan geçebilir. Ayrıca bikonkav geometri kırmızı kan hücrelerinin yüzey alanını genişlettiği için kılcal damarlarda verimli bir gaz alışverişi mümkün olur [29].

Plazma, çoğunluğu sudan oluşan ve fibrinojen, globülin ve albümin gibi proteinleri bünyesinde barındıran seyreltik bir çözeltilidir. Plazma proteinleri kılcal damar duvarından geçemeyecek kadar büyük moleküllerdir.

2.3.2. Kanın Viskoz ve Viskoelastik Özellikleri

Kan normal şartlarda homojen bir sıvı değildir. Kanın tamamı düşünüldüğünde Newtoniye bir sıvı da değildir. Plazma bile memelilerde non-Newtoniye özellik sergiler [30]. Ancak plazma izole edilirse 37 derece vücut sıcaklığında plazmanın viskozitesi 1.2 cP olarak alınabilir. Kanın tamamı için ise viskozite, Newtoniye kan kabulü yapılan çalışmalarda deneysel ölçümlerin asimptotik değeri olan 3.5 cP olarak alınmaktadır.

Kan akışbilimi çalışmaları, kanın viskozite ve viskoelastisitesini etkileyen unsurların plazmanın viskozitesi, plazmanın içeriğindeki protein miktarı, hematokrit seviyesi, sıcaklık, akma gerilmesi (yield stress), kayma gerilmesi ve damar çapı olduğunu göstermiştir [29], [31]. Bu parametrelerin tamamı göz önünde bulundurulduğunda kan non-Newtoniye bir akışkandır. Homojen ya da homojenimsi (pseudohomogenous) akışkan varsayımı ile kanın, tiksotropik (akışkanlığın zamana bağlı azalması), viskoelastik ve kayma incilmesi (shear-thinning) özelliği gösteren non-Newtoniye bir akışkan olduğu söylenebilir. Tiksotropik ve viskoelastik davranışlar zamana bağlı davranışlardır ve ikisinin kombinasyonu zamana bağlı davranışı karakterize etmeyi oldukça zorlaştırır [32]. Kanın bu özelliklerini anlamaya yönelik çalışmalar literatürde mevcuttur [9], [33]. Fakat yine yapılan çalışmalar ile kanın tiksotropik özelliklerinin uzun süreli ölçekte ortaya çıkması ve kanın viskoelastik etkisinin de normal şartlar altında (hematokrit değerinin fizyolojik sınırlar içinde olduğu atımlı kan akışında) azalması, bu iki özelliği ikincil öneme sahip kılar. Dolayısıyla non-Newtoniye davranışı belirleyen baskın unsur, kanın zamandan bağımsız kayma incilmesi özelliği gösteren doğasıdır [34]. Kanın bazı durumlarda akma gerilmesine sahip olduğu da bilinmektedir [35].

2.3.3. Kan İçin Bünyeye Denklemleri

Literatürde özellikle geniş çaplı damarlar için varsayılan Newtoniyen kan kabulünün, sıklıkla başvurulan bir basitleştirme olduğu bilinmektedir. Normalde ise kan, Newton'un viskozite yasası ile ifade edilemeyecek kadar karmaşık bir akışkandır. Kanın içindeki maddelerin miktarı, damarların sabit bir çapa sahip olmaması, atımlı akışın baskın olduğu veya olmadığı akış durumlarının varlığı, hastalık durumları gibi koşullarda kanın davranışı da değişmektedir. Bu bakımdan kanın maddesel özelliklerinin tamamını ifade eden bir çözüm modeli oluşturmak mümkün olmamaktadır. Kanın bu non-Newtoniyen davranışını uygun biçimde ifade edebilmek için birçok farklı model kullanılmıştır. Sık kullanılan modeller ise Casson modeli, power-law modeli (genelleştirilmiş veya değil), Herschel-Bulkley modeli, Carreau-Yasuda modeli ve Quemada modelidir. Bu zamandan bağımsız modellemeler kanın homojen, izotropik ve sıkıştırılmaz olduğu varsayımı altında yapılmıştır.

3. TARİHSEL GELİŞİM

Kalp-damar sistemine dair çalışmalar literatürde çok geniş bir hacme sahiptir. Hayatî faaliyetin en önemli unsurlarından biri olan bu sistemin yaşanılan yüzyılda ölüm oranı en yüksek olan hastalık grubunu temsil etmesi, çalışmaların çokluğunun sebepleri arasında gösterilebilir. Antik çağlardan beri süregelen bu çalışmaların içerikleri ve kullanılan yöntemler oldukça çeşitlidir. Bu bölümde kan akışı çalışmalarının önemini, farklı yönlerini, kritik gelişim aşamalarını kavramak amacıyla, kapsamlı bir tarihsel gelişim süreci ele alınmıştır.

3.1. Eski Çağlardan 17. Yüzyıla

Kan dolaşımına dair çalışmalar bilinebildiği kadarıyla Mezopotamyalılara kadar uzanmaktadır. Çin ve Yunan medeniyetinde, İskender döneminde de dolaşım sistemini anlamak üzere çeşitli görüşler öne sürülmüştür. Eski çağlardaki bu görüşler ve kabuller günümüz bilgi düzeyinden oldukça uzaktır. Fakat tarihsel süreç içerisinde doğru bilgiye ulaşma serüveni, insanlık tarihinin bilimsel, sosyolojik, kültürel, siyasi, dini faaliyetleri etrafında şekillenir ve başlı başına bir öneme sahiptir. Bu bölümde kan dolaşım sistemi için kritik öneme sahip isimlerden ve çalışmalarından bahsedilmiştir.

3.1.1. Bergamalı Galenos (Galen) (129-216)

Antikçağ tıbbı, akıl yürütme (aklî istidlâl) ya da deney-gözlem yoluyla hüküm verme şeklinde iki temel anlayışa sahipti. Galen, akıl yürütme ile hüküm verme anlayışının temsilcisidir [36]. Her ne kadar doktor olarak Hippokrates'in geleneğini izlese de konu anatomi ve fizyoloji olunca, Aristoteles'e yönelmiştir. Dolayısıyla otoriteye bağlılık esasına dayanan anlayış ile keşifleri sorgulanmayan Galen üzerinden ilerleyen Batı tıbbı, 17. yüzyıla kadar Aristoteles'in görüşlerinin egemen olduğu bir bilim dalı olmuştur [37].

Galen, Roma döneminde insan üzerinde inceleme yapılmasına müsaade edilmediği için çalışmalarını yaralanmış gladyatörler, askerler ve ölmüş hayvanlar üzerinde yapmıştır [38]. Elde ettiği sonuçların bazıları kendinden önce yaşamış hekim Erasistratos'un görüşleri ile benzerlik taşımakla beraber benzerlik taşımayanları reddeden Galen, bu görüşlerde değişikliğe gitmiştir. Bunun sebebi de yukarıda bahsedildiği gibi Aristote-

les'e olan bağılılığıdır. Yine de Galen'in bazı bulguları Aristoteles'e de Erasistratos'a da ters idi. Mesela Aristoteles hayvan üzerinde kan hareketini incelerken kanı hayvanın vücudunda tutmak amacıyla hayvanın boğulması gerektiğini iddia etmişti. Fakat bu iddia sonucunda kalbin sol yanı ve atardamarlar boşalmaktaydı. Galen ise yaptığı gözlemler ile atardamarlarda kan bulunduğu sonucuna varmıştı. Bu keşif, ruhun boş atardamarlardan girerek tüm vücuda dağıldığı inancını yıkmıştır. Ayrıca Galen atardamarlarda oluşan nabızdan haberdardı [37]. Bu ise, kalbin pompa işlevi gördüğünün keşfi olarak yorumlanabilir.

3.1.2. İbnü'n Nefis (1210-1288)

İbnü'n Nefis'in ilmî şahsiyetini Suriye-Mısır tıp akımı şekillendirmiştir ve tıp tarihindeki en önemli başarısı küçük kan dolaşımını keşfetmesidir. Galen ve ardından gelen İbn Sînâ kalpteki kanın sağ karıncıktan sol karıncığa geçtiğini varsaymışlardır. Bu görüşü reddeden İbnü'n Nefis, kanın sağ karıncıktan akciğer toplardamarı (pulmonary ven) ile kalbin sol tarafına geldiğini söylemiştir. İbnü'n Nefis'in küçük kan dolaşımını keşfi, 1924 yılına kadar bilinmemiştir. 1924 yılında yayınlanan Mısırlı bir araştırmacıya ait doktora tezi ile, bu keşif ortaya çıkarılmıştır [39].

3.1.3. Michael Servetus (1509/1511-1553)

İbnü'n Nefis'ten bağımsız olarak, 300 yıl sonra "Christianismi Restitutio" (Viyana 1553) adlı eserinde Michael Servetus küçük kan dolaşımını açıklamıştır. Yani 1924 yılında İbnü'n Nefis'in küçük kan dolaşımını keşfettiği ortaya çıkıncaya kadar, Michael Servetus literatürde küçük kan dolaşımının kâşifi olarak bilinmekteydi. Ayrıca "De Re Anatomica Libri XV" (Venedik 1559) adlı eserinde Realdo Columbo (1515-1559) da küçük kan dolaşımını izah etmiştir [37].

3.1.4. William Harvey (1578-1657)

Modern anlamda kan dolaşımı çalışmalarının William Harvey ile başladığı kabul görmüş bir bilgidir. Harvey, kalbin bir kas olduğunu ve kalbin kasılması sonucu kanın atardamarlara kan pompalandığını gözlemlemiştir [37]. Harvey'nin kalbin pompa şeklinde çalışması yaklaşımı, doruk noktasına Newton ile ulaşan, mekaniğe dönük dünya görüşüyle tutarlı idi. Harvey ayrıca kalbin üst ve alt odacıkları arasında yer alan kapakçık-

ların hareketini kaydetmiş ve kanın sürekli olarak sadece bir yönde aktığını anlamıştır. Birim zamanda kalpten çıkabilecek kan miktarı ile kalpte ve damarlarda bulunabilecek toplam kan miktarını tespit edebilmek için kantitatif bir yaklaşım ortaya koyan Harvey, kalpten çıkan kanın vücutta dolaştıktan sonra tekrar kalbe gelmesi gerektiği sonucuna varmıştır [40]. Anlayamadığı şey ise atardamar ve toplardamarın nasıl birleştiğidir. Bu bağlantıyı keşfeden kişi ise 1661 yılında mikroskop altında gözlemlediği kılcal damarlar ile Marcello Malphigi (1628-1694) olmuştur.

3.2. 17. Yüzyıldan 19. Yüzyıla

3.2.1. Giovanni Alfonso Borelli (1608-1679)

Kariyerinin başlarında matematik alanında çalışmalar yapan Borelli'nin en ünlü çalışması "De Motu Animalium" isimli kitabıdır. Ölümünden sonra basılan kitabında fizyolojik hadiseleri mekaniğin prensipleri ile açıklamaya çalışan Borelli, bu çabasından ötürü iatromekaniğin önemli bir temsilcisi olarak bilinir [41]. Kitabının ikinci cildinde kalbin de vücudun diğer bölümlerindeki gibi bir kas olduğunu, fakat herhangi bir organa bağlı olmadığını tartışmış ayrıca kalbin kasılmasını fiziksel ve matematiksel zeminde açıklamaya çalışmıştır. Kalp kasılmasının amacının ise atardamara kan iletmek olduğunu ifade etmiştir [42]. Ayrıca elastik arterlerin kapasitif etkisini anlamıştır ki bu etki günümüzde Windkessel etkisi olarak bilinmektedir [43].

3.2.2. Stephen Hales (1677-1761)

Hales, botanik, pnömatik kimya ve fizyoloji alanlarında bilime önemli katkıları olan bir rahiptir. "Statical Essays: Containing Haemostatics" isimli kitabında kalp-damar sisteminin mekaniğine dair orijinal gözlemleri yer almaktadır [43]. Kan basıncı hesabı da bu gözlemlerden biridir. Bunun için canlı bir atın atardamarına elastik bir boru sokarak, bu boruyu da cam bir boruya bağlayarak kanın boruda çıktığı en yüksek noktayı ölçmüş, atın kan kaybından ölümüne kadar damarlardaki kanın azalmasının basınca olan etkisini gözlemlemiştir [44].

3.2.3. John Hunter (1728-1793)

Harvey ve Hales'in çalışmalarındaki yeni bilgileri anatomiye uygulaması açısından kritik bir noktada bulunan İskoç cerrah Hunter, geliştirdiği yeni yöntemler ile cerrahiye daha bilimsel bir yaklaşım getirmiştir. Bu yöntemlerden birisi atardamardaki bölgesel şişme (anevrizma) ile ilgilidir. Bu sayede 1600 yıllık anevrizma tedavi yöntemi, yerini Hunter'ın yöntemine bırakmıştır [38].

3.3. 19. Yüzyıldan 20. Yüzyıla

3.3.1. Thomas Young (1773-1829)

Çok yönlü bir insan olan Young, ışık, katı hal mekaniği, fizyoloji, dil, Eski Mısır bilimi gibi alanlara önemli katkılarda bulunmuştur. Bu katkılardan biri Kraliyet Derneği ve Kraliyet Doktorlar Koleji'nin davetlisi olarak 1808 yılında verdiği derste anlattığı üzere [45] elastik bir tüpte yer alan ve yoğunluğu ρ olan sıkıştırılmaz bir akışkanda ilerleyen basınç dalgasının hızını (c), Young modülü (E) ile ifade etmiş olmasıdır. Fakat okuması zor olan bu makalede dalga hızını açık olarak formüle etmemiştir. Young'ın yaşadığı dönem gereği çalışmasında sözel anlatım ağır basmaktadır. Arkadan gelen ve benzer sonuçları elde eden Weber kardeşlerin çalışmalarına kadar bu sözel formülasyon dikkat çekmemiştir. Young'ın bulgusunun modern terminolojiye uyarlanmış hali günümüzde Moens-Korteweg eşitliği olarak bilinmektedir.

3.3.2. Wilhelm E. Weber(1804-1891) - Ernst H. Weber(1795-1878)

Gerçekleştirdikleri teorik ve deneysel çalışmalar ile elastik tüpteki dalga hızını hesaplamaya çalışan Weber kardeşler, Young'ın ortaya attığı dalga hızı tanımlamasına benzer bir sonuç elde etmişlerdir [43]:

$$c = \sqrt{\frac{R}{2k\rho}}$$

Burada R tüpün yarıçapı, ρ yoğunluk, k ise, p basınç olmak üzere, $k = \frac{dR}{dp}$ şeklinde tanımlanan elastik modülüdür [46].

3.3.3. Adriaan I. Moens (1846-1891) - Diederik Korteweg (1848-1941)

Elastik tüpte yayılan dalga hızını hesaplama çabasına Moens deneysel, Korteweg teorik çalışmalar ile katkıda bulunmuştur. Buna göre kan akışı için dalga hızı, h duvar kalınlığı olmak üzere, aşağıdaki şekilde formüle edilir [43]:

$$c = \sqrt{\frac{Eh}{2\rho R}}.$$

Kan akışı çalışmalarına bizzat katkısı olmasa da mekaniğe olan katkıları neticesinde biyomekaniğin ilerlemesini sağlayan ve bilim tarihinde önemli konuma sahip bazı isimler Galileo Galilei (1564-1642), Isaac Newton (1643-1727), Leonhard Euler (1707-1783), Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830), Bernhard Riemann'dır (1826-1866) [19]. Jean Leonard Marie Poiseuille'in (1799-1869) ise günümüzde Hagen-Poiseuille eşitliği olarak bilinen meşhur formülasyonunu elde etmeden önce kan ile çalıştığı fakat akışkanın zorluğundan dolayı su ve alkole yöneldiği bilinmektedir [47].

3.4. 1905'ten 1958'e

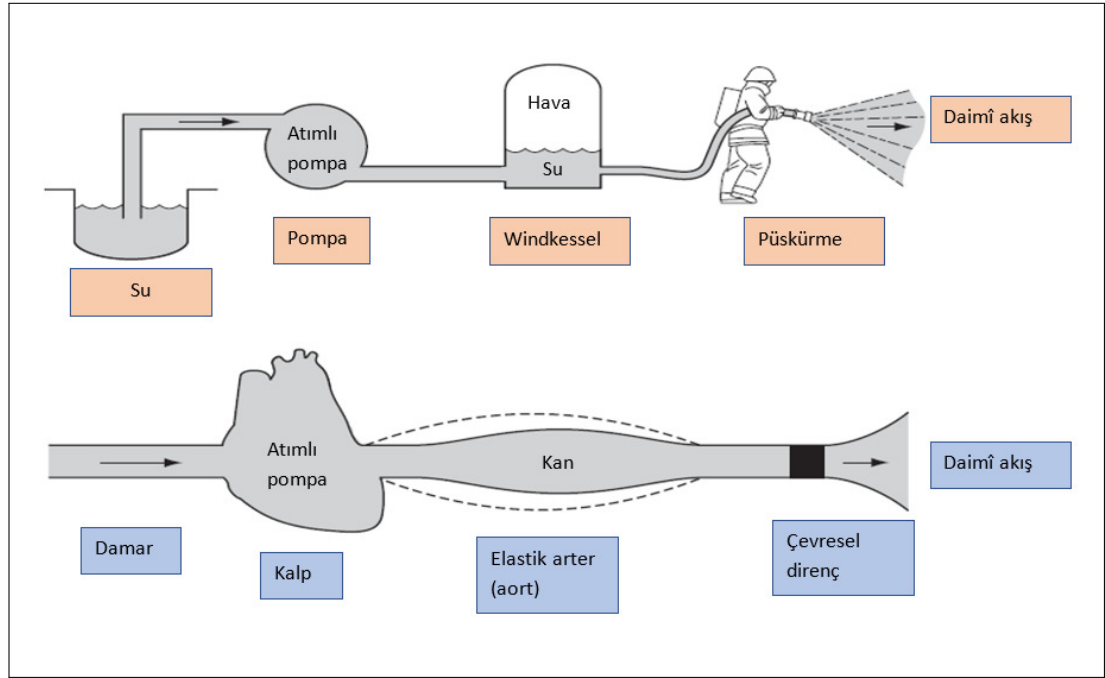
3.4.1. Otto Frank (1865-1944)

Hesaplamalı fizyolojinin en önemli isimlerinden sayılan Frank, kalp-damar sistemi alanına ciddi katkılarda bulunmuştur. Stephen Hales'in damardaki basınç değişiminin elastik atardamara bağlı olduğu düşüncesini, 1899 yılında yayınladığı çalışma ile matematiksel formülasyona dökmüştür [48]. Windkessel etkisi olarak da bilinen bu özellik, tüm atardamar sistemini tek bir uyumlu bölüm (compliant compartment) olarak kurular. Bu kurgu ile atardamarın herhangi bir yerindeki akış ile basınç arasındaki ilişki incelenebilir. Şekil 3.1'de Windkessel modelinin kan akışı ile olan benzerliğini gösteren bir görsel yer almaktadır (Kaynak [49]).

Küçük kan dolaşımını makul bir şekilde açıklayan bu basit sistem, büyük kan dolaşımı söz konusu olduğunda atardamarlardaki basıncın değişimini açıklamada yetersiz kalmaktadır. Bunun temel sebebi ise modelin kurulumunda bağımsız değişkenin sadece zamana bağlı olması neticesinde atımlı kan akışının bir modellenmesi olan dalga yayılımını açıklayamıyor olmasıdır [50], [51].

0-boyutlu (0D) olan Windkessel modeli, süreç içerisinde eleman sayısı arttırılmak suretiyle geliştirilmiştir [14]. En yaygın olarak kullanılan model ise başka bir direnç

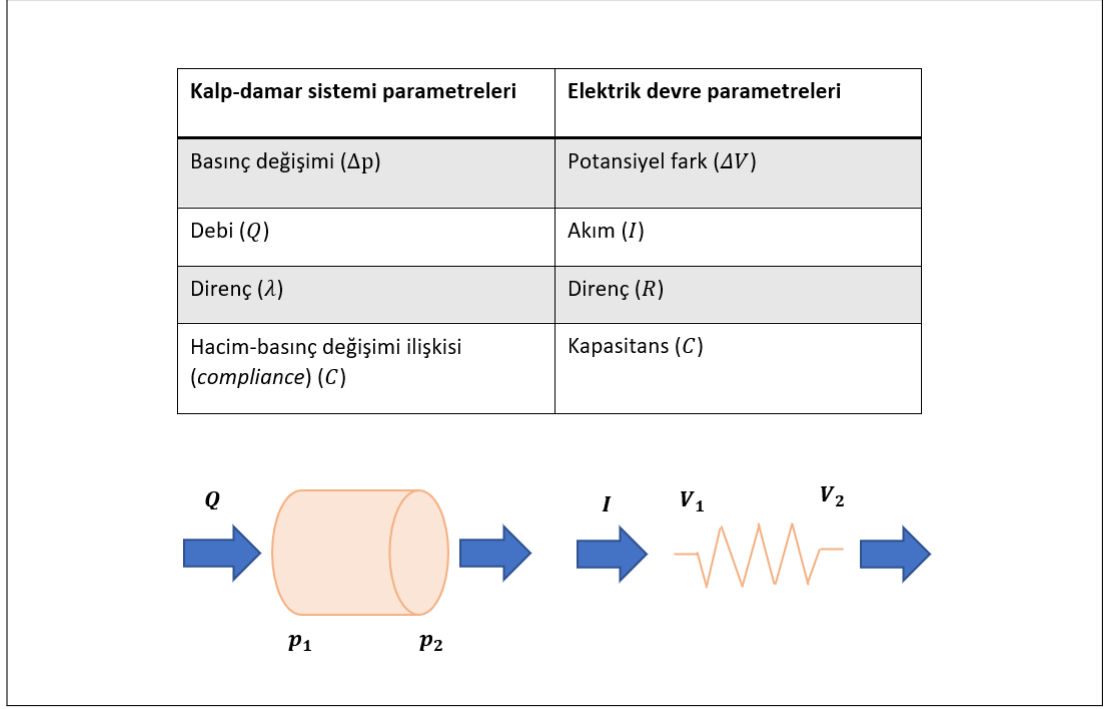
elemanı eklenerek oluşturulan 3 elemanlı Windkessel modelidir.



Şekil 3.1: Windkessel Modeli.

0-boyutlu modellerin parametreleri ile elektrik devre parametreleri arasında kurulan benzerlik neticesinde, kalp-damar sistemi problemlerinin en azından bir kısmına elektrik devre analizinde kullanılan yöntemler ile yaklaşılması mümkün olmuştur. 1960'lı yıllarda başlayan bu elektrik devre uygulamaları, günümüzde de yaygın olarak tercih edilmektedir [50], [52], [53]. Şekil 3.2'de kalp-damar sistemi parametreleri ile elektrik devre parametreleri arasında kurulan benzerliği gösteren bir görsel yer almaktadır (Kaynak [52]).

Otto Frank, Windkessel modelinin formülasyonunun yanı sıra Fourier analizini de atardamarlardaki dalga teorisine öneren ilk kişi olarak bilinmektedir [43]. Sonraki yıllarda bilgisayar teknolojisi ile Fourier analizinin bir araya getirilmesi sonucunda atımlı kan akışının dalga hareketi modellemesi üzerine çalışma yapmak nispeten kolaylaşmıştır. Bunların dışında karakteristikler yöntemi (method of characteristics), dalga yoğunluk analizi (wave intensity analysis) gibi yöntemler kan akışındaki bu dalga hareketini açıklamak için kullanılan alternatif yöntemler olarak sayılabilir [54], [55]. Bu yöntemler de literatürde çokça kullanılmaktadır ve hususî olarak yöntemlerin tarihsel gelişiminin incelenmesi gerekir. Fakat bu çalışmanın konusu atımlı akış olmadığı için bu tarz çalışmaların bahsi kısa bir bilgilendirme ile sınırlı bırakılmıştır.



Şekil 3.2: Bazı kalp-damar sistemi parametrelerinin elektrik devre parametreleri ile olan benzerliği.

3.4.2. John R. Womersley (1907-1958)

Aslen matematikçi olan Womersley matematik bilgisini, sonrasında ilgi duyduğu hesaplama teknikleri ile birleştirmiştir. St. Bartholomew Hastanesi'nde McDonald ve ekibine geçici bir süreliğine katıldığı dönemde ise bu bilgisini kan akışı çalışmalarına uygulamış ve kendinden sonra gelen araştırmacılar için çok önemli sonuçlar elde etmiştir. Fourier analizinin atardamarın matematiksel analizinde kullanımı açısından McDonald ve Womersley'nin çalışmaları literatürde dönüm noktası olarak kabul edilir. Bu çalışmalar, Navier-Stokes denklemlerinin lineerleştirilmesi esasına dayanır. Özellikle Womersley'nin 1955 tarihli çalışması, daimî akış için analitik hız profilinin ifade edildiği ve boyutsuz Womersley sayısının tanımlandığı çalışma olması bakımından önemlidir [7]. Womersley sayısı, atımlı akışın frekansı ile viskoz etkiler arasındaki ilişkiyi tanımlar ve aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\alpha = R \sqrt{\frac{\omega \rho}{\mu}}.$$

Burada R yarıçap, ω açısal frekans, ρ yoğunluk, μ viskozite katsayısıdır. Womersley, basınç değişimini harmonik fonksiyon olarak tanımladığı ve kabuller arasında rijit duvarın da olduğu bir başka çalışmasında zamana bağlı hız profilini aşağıda yer alan

parantez içindeki kompleks ifadenin reel kısmı olarak ifade etmiştir [56]:

$$u(r, t) = \text{Re} \left(\frac{A}{\rho \omega} \left\{ 1 - \frac{J_0(\alpha_R^r i^{3/2})}{J_0(\alpha i^{3/2})} \right\} e^{i\omega t} \right)$$

Burada J_0 sıfırıncı mertebeden Bessel fonksiyonu ve A genliktir. Ayrıca basınç değişimi Ae^{int} ifadesinin reel kısmı olarak seçilmiştir [14]. Womersley sayısal hesaplamalarını, McDonald'ın ölçüm teknikleri ile elde ettiği verileri kullanarak yapmıştır. Elastik duvar kabulü altında da hız profili elde etmeye çalışan ([57]) Womersley'nin son çalışması, 1958 yılında ölümünden sonra yayınlanmıştır [58].

3.5. Kan İçin Uygun Bünye Denklemi Çalışmaları (1959-1980)

Kanın non-Newtoniyen davranışını anlamaya dair çalışmalar 100 yıllık bir geçmişe sahiptir. Kan akışı çalışmalarına nispetle oldukça geç başlayan modern kan akışbilim çalışmalarındaki bu gecikmenin en büyük sebebi ise ölçüm ekipmanlarının yetersizliğidir. 1940'lardan itibaren, özellikle viskometrelerin gelişmesi ile kanın viskozitesi, tiksotropik özelliği, akma gerilmesine sahip olması gibi durumlar incelenmeye başlanmıştır [47].

3.5.1. Casson Modeli

Kanın non-Newtoniyen davranışını modellemek için kullanılan bünye denklemlerinin ilki Casson'un 1959 yılında yayınladığı ve matbaa mürekkebi için geliştirdiği, Bingham plastik ile sankiplastik (pseudoplastic) davranışı beraber tanımladığı çalışmasıdır [59]. Bu modelin çok düşük kayma hızlarında kanı modellediği ise Merrill ve meslektaşları tarafından deneysel çalışmalar ile ortaya konmuştur. Merrill ve meslektaşları çalışmalarında yaptıkları ölçümler ile elde ettikleri sonuçların Casson modeli ile uyumlu olduğunu göstermişlerdir. Bu uyum, düşük kayma hızlarında kanın akma gerilmesine sahip olduğunu da söylemektedir [60]. Casson modeli aşağıdaki şekilde ifade edilir [61]:

$$\tau^{1/2} = (\tau_y)^{1/2} + b(\dot{\gamma})^{1/2}.$$

Burada τ kayma gerilmesi, τ_y akma gerilimi, b sabit ve $\dot{\gamma}$ şekil değiştirme hızıdır (shear strain rate).

3.5.2. Power-Law Modeli

1920’li yılların ilk yarısında tanımlanan ve Ostwald-de Waele modeli olarak da bilinen power-law modelinin kan akışı problemlerinde kullanılması 1960’ların başını bulur [62]. Fakat bu modelin kan akışına uygulanma sıklığı, Walburn ve Schnek’in 1976 tarihli çalışmasından sonra artmıştır [35]. 1976 tarihli bu çalışmada kanın kayma hızı, kandaki hematokrit seviyesi ve protein miktarı gibi unsurlar göz önünde bulundurularak ele alınan power-law modelinin parametrelerinin nasıl değiştiği incelenmiştir. Power-law modeli aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\tau = m (\dot{\gamma})^n = m (\dot{\gamma})^{n-1} \dot{\gamma}.$$

Burada m tutarlılık indeksi (consistency index) ve n non-Newtoniyen indekstir.

3.5.3. Herschel-Bulkley Modeli

1926 yılında geliştirilen Herschel-Bulkley (H-B) modelinin kan için uygun olabileceği görüşü Blair’in 1966 tarihli çalışmasında görülmektedir [63]. Blair, Herschel-Bulkley modeli ile Casson modelini kıyaslamış ve kendi çalışması için Casson modelinin daha uygun olduğunu belirtmiştir. Yine de birçok durumda eldeki verilere hangisinin daha iyi uyduğuna karar vermenin zor olduğunu, Herschel-Bulkley modelinin ise kolay açıklanabilir olduğunu eklemiştir. 1966’yı takip eden yıllarda H-B modeli kanı modellerken tercih edilmeye başlanmış ve kullanım sıklığı power-law modeli gibi 1975’lerden sonra artmıştır. Mikrodamarlardaki akışı modellemek için modifiye edilmiş Herschel-Bulkley modeli ise ilk defa 1978 yılında Iida tarafından kullanılmıştır [64]. Çalışmada akış bölgesi ikiye ayrılmış ve plazma bölgesi Newtoniyen akış modeli ile, orta bölge (core region) ise modifiye edilmiş H-B ve Casson modeli ile modellenmiştir.

Herschel-Bulkley modeli aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\tau = \tau_y + m \dot{\gamma}^n, \quad \tau > \tau_y.$$

Herschel-Bulkley modelinin bir avantajı, parametreler ayarlandığında modelin Newtoniyen, Bingham ve power-law modellerine indirgenmesidir.

3.5.4. Carreau-Yasuda Modeli

1968 yılında ilk hali ortaya konan ([65]), sonrasında modifiye edilerek geliştirilen Carreau-Yasuda modelinin günümüzde kullanılan formu aşağıdaki gibidir [66]:

$$\tau = \frac{\eta - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} \dot{\gamma} = \left[1 + (\bar{\lambda} \dot{\gamma})^a \right]^{\frac{n-1}{a}}.$$

Burada η_0 sıfır kayma hızı viskozitesi (zero shear rate viscosity), η_{∞} sonsuz kayma hızı viskozitesi (infinite shear rate viscosity) ve $\bar{\lambda}$ zaman boyutunda bir parametredir. Modeldeki parametre sayısının fazla olması viskozitenin kayma gerilmesine bağlı olan değişimini daha titiz bir şekilde incelemeye olanak sağlar [67]. Yani deneysel çalışmalar ile elde edilen ve kayma gerilmesine bağlı olan viskozite (görünür viskozite-apparent viscosity) eğrilerine uyum sağlama konusunda daha esnektir [66].

3.5.5. Quemada Modeli

Quemada, 1978 yılında konsantre yayılmış sistemler (concentrated disperse systems) için fiziksel argümanlara dayanarak formüle ettiği modelini hemen akabinde kanın modellenmesine de uyarlamıştır [68], [69]. Quemada modeli, Casson modelinin genişletilmiş versiyonu olarak da bilinmektedir. Quemada modelinin Casson modeline göre avantajı, bir parametrenin daha eklenmesi neticesinde Casson modelinde kayma gerilmesi sonsuza giderken oluşan tekilliğin ortadan kalkmış olması ve kayma gerilmesi korelasyonunun hassasiyetinin artmış olmasıdır [70].

Quemada modeli aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\tau = \tau(\bar{k}, H) = \frac{\eta_p}{\left(1 - \frac{1}{2}kH\right)^2} \dot{\gamma}.$$

Burada $\bar{k}$ içsel viskozite (intrinsic viscosity), $\bar{H}$ asıltı parçacıkların lokal konsantrasyonu, η_p asıltı akışkanın viskozitesidir. $\bar{k}$ içsel viskozitenin ifadesi aşağıdaki gibidir:

$$\bar{k} = \frac{k_0 + k_{\infty} \sqrt{\dot{\gamma}/\gamma_c}}{1 + \sqrt{\dot{\gamma}/\gamma_c}}.$$

Burada k_0 , k_{∞} ve γ_c , H 'nin parametreleridir. Yukarıdaki Quemada formülü, bazı dönüşümler yardımı ile aşağıdaki gibi daha kolay çalışılabilir hale gelir [71]:

$$\sqrt{\tau} = \left(\sqrt{\eta_{\infty}} + \frac{\sqrt{\tau_0}}{\sqrt{\lambda} + \sqrt{\dot{\gamma}}} \right) \sqrt{\dot{\gamma}}.$$

Burada τ_0 , η_{∞} ve λ parametreleri k_0 , k_{∞} ve γ_c parametreleri cinsinden ifade edilir fakat bu hususlar mevcut çalışmanın uzağında olduğu için burada daha fazla detaya yer verilmemiştir.

3.6. Biyomekanik Çalışmalardan Örnekler

D. F. Young damar içi stenozu matematiksel olarak modelleyen ilk kişidir [72]. Motivasyonu, hastalık durumlarında arterde oluşan stenozun akışı bozmasıdır. Bu daralmayı zamana bağlı olarak, eksenel simetrik geometri ile ve kosinüs eğrisi kullanarak modellemiştir. Fakat zamandan bağımsız olarak çözmüştür. Normal şartlarda stenozu sebep olan damar lezyonlarının (doku bozukluğu) düzgün bir geometrisi yoktur. Fakat bazı durumlarda stenozun belli bir derecede eksenel simetrik halka (collar-like) görünümlü olduğu kabul edilir. Bu durum Young'ı eksenel simetrik (veya dönele simetrik) stenoz kabulüne yöneltmiştir. Kosinüs eğrisi kullanarak modellediği stenoz modeli, sonraki araştırmacılar için stenozun matematiksel modellenmesinde genel bir yaklaşım olarak kabul görmüştür. Young Navier-Stokes denklemlerinde, zamana bağıllığı ve atalet terimlerini (inertial terms) ihmal ederek, sabit kesit alanı için daimî ve Newtoniyen kan kabulü altında yumuşak (mild) bir daralmanın basınç dağılımı ve duvar kayma gerilmesine olan etkisini incelemiştir ve bazı biyolojik çıkarımlarda bulunmuştur. Kan akışının gerçekte atımlı olduğunu, daimî akış varsayımının ancak Womersley sayısının mertebesinin 1 olduğu durumda yapılabileceğini belirten Young, bu durumun da ancak daha küçük çaplı atardamarlarda mümkün olabileceğini ifade etmiştir.

D. F. Young, öğrencisi J. H. Forrester ile yaptığı çalışmada, yine yumuşak bir stenoz kabulü yapmış ama bu sefer atalet terimlerini ihmal etmemişlerdir [73]. Silindirik koordinatlarda eksenel simetrik daralan-genişleyen tüpte daimî, sıkıştırılamaz, Newtoniyen akışı incelemişlerdir. Her iki çalışmada da ([72], [73]) r -momentum denklemini, varsayılan hafif stenoz kabulleri ile ihmal etmişlerdir. Stenoz gelişen bir damarda sertleşmenin olacağını varsayarak daimî akış için duvarı sabit almanın ciddi bir sıkıntı doğurmayacağını açıklamışlardır. Stenoz model olarak ise Young'ın modelini kullanmışlardır [72]. Sınır tabaka problemlerinde kullanılan bir yöntem olan Karman-Polhausen yöntemine benzer bir yöntem kullanarak eksenel hızın radyal bağımlılığını ifade etmek

için dördüncü dereceden polinom önermişlerdir. Akışın yüzeyden koptuğu yani akım ayrılmasının (separation) olduğu andaki Reynolds sayısı olan kritik Reynolds sayısını analitik olarak hesaplamışlardır. Reynolds sayısı kritik Reynolds sayısının altında bir değerde iken, daralan bölgede düzleşmiş hız profili (flat velocity profile) gözlemlenmiştir. Reynolds sayısı kritik Reynolds sayısının üstünde bir değerde iken ise tüpün ortasına yakın bölgede çukurlaşma (dip phenomenon) gözlemlenmiştir. Her ne kadar makalede bahsedilmemişse de Forrester doktora tezinde, stenoz bölgede çukurlaşmanın daha önce gözlemlenmediğini, dolayısıyla böyle bir profilin alışılmadık olduğunu belirtmiştir [74]. Tanımlanan tüp geometrisi için akışın ayrılma ve birleşme noktalarını gösteren grafik de yalnızca doktora tez metninde bulunmaktadır. Forrester ve Young'ın teorik ve deneysel çalışmalarının karşılaştırıldığı bu grafikte teorik çalışma ile elde edilen birleşme noktalarında ciddi yanlış olduğu görülmektedir. Bu yanlışın sebep olan durum, birkaç yıl sonra, Young'ın başka bir öğrencisi ile yaptığı çalışmada düzeltilmiştir [75].

J. S. Lee and Y. C. Fung 1970 yılında yayınladıkları makalede damar sertliğini anlamak için, bir bölgesinde daralmanın olduğu dairesel silindirik tüpteki kan akışı problemini sayısal olarak ele almışlardır [76]. Stenoz geometrisini ise normal dağılım eğrisi (Gauss distribution) kullanarak tanımlamışlardır. Daimî, aksel simetrik akış için homojen ve Newtoniyen kan kabulü yapmışlardır. Reynolds sayısı 0-25 aralığında iken sonuçlar elde etmişler ve kritik Reynolds sayısının 9.9 civarında olduğunu öngörmüşlerdir. Reynolds sayısı arttıkça ayrılma-birleşme bölgesinin (girdap bölgesi, recirculation region) uzunluğunun arttığını belirtmişlerdir. Fakat Reynolds sayısı 20'den büyük olduğunda sayısal hesaplamada yakınsama problemi yaşamalarından ötürü yüksek Reynolds sayıları ile hesaplama yapamamışlardır.

Yukarıda anlatılan ve analitik, çözüm önerili analitik ve sayısal yöntemlerin yanı sıra 1970'lerin başında J. Aroesty ve J. F. Gross, çalışmalarından birinde kan akışı problemi için pertürbasyon analizi yöntemini kullanmışlardır [77]. Mikrodolaşımın olduğu damarlarda kan akışını yarı sabit (quasi-steady) kabul edip Casson modeli ile modelleyerek ve Womersley parametresinin küçük değerlerini esas alarak duvar kayma gerilmesi, hız ve debi için yaklaşık çözümler elde eden Aroesty ve Gross, kendilerinden sonra gelecek birçok araştırmacının pertürbasyon analizi ile çalışma yapmasına ön ayak olmuşlardır.

Elastik damarda atımlı kan akışı problemi analitik olarak çözölemeyen bir problemdir. 1972 yılında yayınladıkları çalışmalarında L. E. Hooks and R. M. Nerem ve T. J. Benson bu eksikliğe değinmişler, bu tarz problemleri çözebilmek için o dönemde kullanılan yöntemlerden bahsetmişlerdir (problemin lineerleştirilmesi ve bir boyutlu karakteristikler metodu) [78]. Makalelerinde ise halihazırda uygulama alanı oldukça geniş olan momentum integral yöntemini sabit duvarda atımlı kan akışına uygulamışlardır. Lineer olmayan terimlerin önemine vurgu yapsalar da varsayımları sonucu uğraştıkları problem lineer probleme dönüşmüştür. Titreşimin mevcut olduğu ve olmadığı durumlarda hız profillerini ve debileri karşılaştırmışlardır. Elde ettikleri sonuçlar, insan vücudu titreşime girdiğinde çevresel damar direncinde (peripheric vascular resistance) ve kayma gerilmesinde ciddi değişimlerin olabileceğini söylemektedir.

Önemli bir başlangıç noktası olarak görölebilecek bir diğer çalışma, D. F. Young and F. Y. Tsai'nin atardamardaki stenoz modellerinin akış karakteristiklerini inceledikleri deneysel çalışmalarıdır [79], [80]. Daimî akış kabulü olan çalışmada basınç düşüşü, ayrılmanın olduğu akış bölgesinin başlangıcı, büyüklüğü ve türbölans başlangıcının detayları verilmiştir. Ayrıca sabit duvarda Newtoniyen akış kabulü yapılmış ve bu kabuller ile problemin içyüzünü anlama ve bazı bilgiler edinme imkânı olabileceğinden bahsedilmiştir. Daralmanın geometrisi kosinüs eğrisi kullanılarak verilmiş olup, altı farklı model için inceleme yapılmıştır. Çalıştıkları Reynolds sayısı aralığı oldukça geniştir (100-5000). Elde ettikleri sonuçlar stenozun şeklinin de derecesinin de hidrodinamik etkenleri kantitatif olarak belirlemede önemli olduğunu göstermiştir.

D. F. Young öğrencisi B. E. Morgan ile 1974 yılında yayınladıkları makalede, çalışmalarının Forrester ve Young'ın makalesinin genişletilmiş ve modifiye edilmiş hali olduğunu ifade etmişlerdir [75]. Problemi deneysel ve matematiksel anlamda kontrol edilebilir kılmak için daimî akış varsayımında bulunmuşlar ve her ne kadar atardamarda akış atımlı karakterde olsa da daimî çalışmanın faydalı bilgiler vereceği beklentisinde olduklarını belirtmişlerdir. z -momentum denklemi için integral momentum ve integral enerji denklemlerini kullanarak ve ortaya koydukları varsayımlar ile basınç değişimlerini elimine ederek korunum denklemlerini tek bir denkleme indirgemişlerdir. Forrester ve Young'ın çalışmasından farklı olarak bu çalışmada, daralan genişleyen tüpte ilerleyen akış için hız profili parçalı fonksiyon ile ifade edilmiştir. Buna gerekçe olarak daralan genişleyen tüpteki akışın hız profilinin iki temel fiziksel gerçekliği sağlaması gerektiği

gösterilmiştir. Daralan bölgede yüksek Reynolds sayıları için hız profili, duvarda yüksek kayma gerilmesine sahipken orta bölgede düz bir hal alır. Bundan yola çıkarak Morgan ve Young orta bölge için düz akış profili tanımlaması yapmış, geri kalan kısım için ise dördüncü dereceden polinom önerisinde bulunmuşlardır. Kurdukları problemin çözümü için yarı analitik yarı sayısal bir yol izlemiş, deneysel yöntem ile de çalışmalarını desteklemişlerdir. Elde ettikleri sonuçlarla ayrılma-birleşme noktaları ile basınç düşüşü için teorik ve deneysel sonuçların uyumlu olduğunu gözlemlemişlerdir. Morgan ve Young ile başlayan parçalı fonksiyon ile hız profili önerisinde bulunmak, literatürde kabul görmüş bir çözüm yöntemidir.

Stenotik bölgelerdeki akış özelliklerine dair deneysel çalışmaları ile bilim dünyasına ciddi katkıları olan Don P. Giddens'in R. Mabon ve öğrencisi M. D. Deshpande ile yaptıkları çalışma, sonuçları bakımından önem arz eder [81]. Bu çalışmada Giddens ve ekibi eksenel simetrik ve sabit duvar özellikli tüp kabulü ile daimî Newtoniyen akış için elde edilen korunum denklemlerini, akım çizgileri yardımı ile sayısal olarak çözülecek hale getirmişlerdir. Daralma geometrisini kosinüs eğrisi ile tanımladıkları çalışmada 4 farklı model için ayrılma ve birleşme noktası, basınç düşüşü, duvar kayma gerilmesi ve hız profili sonuçları elde etmişlerdir. Her model için uygun Reynolds sayısı aralığı ve akım ayrılmasının gerçekleştiği Reynolds sayısı birbirinden farklıdır. Sonuçları literatür ile uyumlu olan çalışma, yaptıkları analizler ile gayet doyurucu olsa da, ekibin uzmanlaştığı deneysel çalışma ortamında atımlı ve türbülanslı akışı incelemek daha anlamlı olduğu için, sayısal yöntem ile elde ettikleri sonuçların kendileri için kâfi gelmediğini belirtmişlerdir.

Odağına Morgan ve Young'ın 1974 yılında yaptığı çalışmayı alan D. A. MacDonald, 1979 yılında farklı bir çözüm önerisi ile stenozlu damar için kan akışını incelemiştir [82]. Kesit alanı yavaşça değişen eksenel simetrik bir tüpte z -momentum denklemindeki iletim terimini ve radyal basınç değişimini ihmal ederek momentum denklemini parabolik forma indirgemıştır. Sonlu farklar yöntemini parabolik tipli denkleme uygulamış ve literatürde bunu yapan ilk kişi olmuştur. Ayrıca Morgan ve Young'ın parçalı fonksiyon şeklinde tanımladıkları çözüm önerisinde her yerde sürekli ve sürekli türevlenebilirlik koşulunu hafifletmelerinden farklı olarak, bu koşulu sağlayan bir çözüm önerisinde bulunmuştur. Momentum integral denklemi ile eksenel basınç değişimini ihmal ederek oluşan denklem sistemini sayısal olarak çözmüştür. Young ve Tsai'nin çalışmasında

([79]) yer alan modellerin bir kısmını kullanarak elde ettiği sonuçları, Young ve Tsai'nin zamana bağlı çalışması ([80]) ile Deshpande ve meslektaşlarının çalışmasındaki ([81]) sonuçlar ile kıyaslamıştır. Denklemin parabolik forma indirgenmesiyle ayrılma-birleşme bölgesinde oluşan geriye doğru akışla ilgili bazı ihtilaflı durumların olabileceğini belirten MacDonald, eliptik formülasyonda böyle bir olumsuzluğun olmadığını ifade etmiştir. Bunun dışında ters akışın olmadığı bölgeler için basınç düşüşü ile yerel Reynolds sayısı arasında lineer bir ilişki varsayımının iyi bir varsayım olacağına değinmiştir.

F. T. Smith, 1979 yılında basılan oldukça hacimli çalışmasında sıkıştırılamaz bir akışkan için daralmanın sert (severe) olduğu tüpte eksenel simetrik akışı Reynolds sayılarının büyük olduğu durumlar için incelemiştir [83]. Daralmanın yumuşak, orta-sert (moderate) ve sert olduğu hallerden bahseden Smith, kurduğu lineer olmayan karma sınır değer problemine Kirchhoff'un serbest akım çizgisi teorisi (free streamline theory) ile yaklaşımda bulunmuştur. Kan akışına odaklanmadan, problemin matematiğine ağırlık vererek yapılan bu çalışma akım ayrılmasının analizinin yapılması ve elde edilen sonuçların Lee ve Fung ([76]), Young ve Tsai ([79]) ve Deshpande ve meslektaşlarının ([81]) çalışmalarındaki sonuçlar ile kıyaslanması bakımından önemlidir.

1955 yılında Womersley'nin analitik çözüm önerisi ile başlayan ve 1980'e kadar farklı yöntemlerin kan akışına uygulanma çabası ile ilerleyen 15 yıllık sürece yayılmış ve yukarıda ancak bir kısmından bahsedilebilen çalışmalar, eşzamanlı ilerleyen kan akış-bilim çalışmaları ile de zenginleşmiş ve 1980 sonrasındaki çalışmalara ilham olmuştur. Fakat 1980 sonrasındaki çalışmalar, sayıca çok olmasına rağmen, içlerinden yeni bir analitik öneri sunanları azdır. Elbette bunun bir sebebi olarak probleme analitik olarak yaklaşmanın zorluğu gösterilebilir. Ancak 1980 sonrasında kan akışı için analitik ve deneysel yöntemlerde karşılaşılan zorlukları, yine analitik ve deneysel yöntemler ile gidermek yerine bilgisayar teknolojisinin daha çok devreye girmesi ve bu sayede gerçekçi modelleme yapma imkânının doğması, analitik öneri sunan çalışmaların azlığına belki de daha bir büyük sebep olarak gösterilebilir.

3.7. Teorik Çalışmalardan Örnekler

Özellikle 1980'lerden itibaren günümüze kadar sabit ve elastik duvar kabulü altında oldukça fazla çalışma yapılmıştır. Akışın hız profili, akışa karşı gösterilen direnç (resistance to flow), duvar kayma gerilmesi (wall shear stress), duvar deformasyonu

(wall deformation) gibi fiziksel durumlar bu dönemdeki çalışmalarda ana araştırma konusu olmuştur. Daha gerçekçi modellemeler yapabilmek için Newtoniyen ve non-Newtoniyen akış kabulleri ile, maddesel ivmelenme, manyetik hidrodinamik (magneto-hydrodynamic) etkiler, damar dallanması gibi hususlar, farklı daralma geometrilerinde veya daralan genişleyen geometrilerde daimî veya daimî olmayan durumlar için incelenmiştir. Bu çalışmaların birçoğu yukarıda bahsi geçen 1968-1980 aralığındaki çalışmaları referans göstermektedir. Çalışmalarda genellikle analitik yaklaşım, Laplace dönüşümü, pertürbasyon ve sonlu farklar yöntemi tercih edilmiştir.

J. B. Shukla, R. S. Parihar ve B. R. P. Rao, kan için non-Newtoniyen (power-law ve Casson) akış kabulü ile laminar, eksenel simetrik, daimî, bir boyutlu akış problemini ele alarak akışa karşı gösterilen direnç ve duvar kayma gerilmesini incelemiştir [84]. Sonuçlarını ise D. F. Young'ın çalışması ([72]) ile kıyaslamışlardır. Literatüre göre stenozun derecesi arttıkça direnç ve duvar kayma gerilmesinde artış olur. Çalışmada bu artışın, non-Newtoniyen akış durumuna nispeten daha makul düzeyde olduğu gözlemlenmiştir.

P. Chaturani ve R. P. Samy kanı Herschey-Bulkley modeli ile modelledikleri çalışmayı 1985 yılında yayınlamışlardır [85]. Oldukça sadeleştirdikleri korunum denklemlerini kullanarak elde ettikleri sonuçları, Herschey-Bulkley modelinin parametrelerini değiştirerek Bingham, power-law ve Newtoniyen akış durumları için de elde etmişlerdir. Analitik çalışma yaptıkları için parametrelerin hız profilini, orta bölgeyi, akışa karşı direnci, duvar kayma gerilmesini nasıl etkilediğini, hangi modellerin hangi durumda daha makul sonuç verdiğini karşılaştırma imkanları olmuştur.

L. M. Srivastava eksenel simetrik akış damarda hafif daralma varken incelemiştir [86]. Kanı modellerken bağlaışık gerilme akışkan modelini (coupled stress fluid model) kullanmış ve sonuçlarını Young'ın ([72]) sonuçları ile kıyaslamıştır. Kurduğu modelin non-Newtoniyen etkilerinin belirgin, Reynolds sayısının küçük, Womersley sayısının 1'den küçük olduğu ve ayrılmanın olmadığı daha küçük çaplı damarlar için makul olduğunu belirten Srivastava, bağlaışık gerilme akışkan modelini kullanarak hesapladığı akışa karşı direnç ile duvar kayma gerilmesinin, Newtoniyen akışa göre daha büyük olduğunu tespit etmiştir.

G. Theodorou ve D. Bellet sankiplastik akış için daralan genişleyen damarda kan akışını incelemiştir [87]. Asimptotik seri çözümü ve devamında sonlu farklar

yöntemini kullandıkları çalışmada hız profili, basınç düşüşü ve duvar kayma gerilmesi hesaplamaları yaparak daimî ve zamana bağlı durumlarda sankiplastikliğin etkisini incelemişlerdir.

J. C. Misra ve S. Chakravarty hafif daralması olan başlangıç gerilmeli (initially stressed) elastik tüpte sıkıştırılmaz Newtoniyen akış incelemesi yapmışlardır [88]. Lineer olmayan akış hareketi ve duvar hareketine karşılık denklemleri lineerleştirip akış için ilerleyen harmonik dalga hareketi varsayımında bulunmuşlardır. Duvarın farklı noktalarında dalga hareketinin hızı ve akışa karşı gelişen direnç için analitik yaklaşım elde etmişlerdir.

S. Chakravarty and A. Datta, Herschel-Bulkley modelini kullandıkları çalışmalarında, stenozlu damarı genel olarak kabul görmüş kosinüs modeli ile değil, başka bir matematiksel model ile modellemişlerdir [89]. Modele göre kayma gerilmesi akma gerilmesinin altında olduğunda deformasyon yoktur. Dolayısıyla orta bölgede tıkaç akış vardır. Sınır değer problemini Laplace dönüşümü yardımıyla ardından da sonlu farklar yöntemi kullanarak zamana bağlı çözmüşlerdir. Duvarı anizotropik ve viskoelastik özellikte tanımladıklarından, rijit duvar kabulünden farklı olarak, damarı çevreleyen bağ dokuların akışı nasıl bozabileceğine dair bilgi edinmişlerdir.

J. C. Misra, M. K. Patra ve S. C. Misra hafif daralması olan başlangıç gerilmeli, ortotropik (orthotropic), lineer olmayan, viskoelastik silindirik tüp kabulünü yaptıkları çalışmalarında, akan kanı non-Newtoniyen model kullanarak modellemişlerdir [90]. 1986 yılında yapılan çalışmanın ([88]) ileri versiyonu olarak görülebilecek bu çalışmada da benzer matematiksel yöntem takip edilmiştir. Stenozun sertliği arttıkça debinin azalması bulgularının, Young ([72]) ile uyumlu olduğunu belirtmişlerdir.

S. Chakravarty ve P. K. Mandal örtüşen stenoz (overlapping stenosis) kabulü altında akışın özelliklerini incelemişlerdir [91]. Zamana bağlı modellerini ilk defa bu çalışmada tanımlamışlardır. Varsayımları arasında elastik duvar ve viskoelastik kan yer almaktadır. Daha önceki çalışmalarında ([89]) kullandıkları yöntemi bu çalışmada da kullanmış ve elde ettikleri 11 bulguyu maddeler halinde sıralamışlardır.

S. Chakravarty, P. K. Mandal aortta dallanmanın olduğu geometri için atımlı akış incelemesi yapmışlardır [92]. Dış duvar ve iç duvar geometrilerini ayrı ayrı tanımlamış ve kan akışını non-Newtoniyen kabul etmişlerdir. Çalışmadan elde ettikleri sonuçlar arasında non-Newtoniyen etkinin ana damar yerine dallanan damarlarda akış düzenini

ciddi anlamda değiştirdiği bilgisi yer almaktadır.

N. Pralhad ve D. H. Schultz bağlaşık gerilme akışkan modelini kan akışına uyarlayarak stenoza damarda kanın özelliklerini incelemişlerdir [93]. Eksenel çözüm önerisi olarak dördüncü dereceden polinom önerisinde bulunmuşlar, farklı hematokrit oranlarında ve farklı hastalık durumlarında kan akış hızını, duvar kayma gerilmesini ve akışa karşı direnci incelemişlerdir.

P. K. Mandal genelleştirilmiş power-law modeli ile modellenen, lineer olmayan karakteristiğe sahip kan akışını stenoz gelişmiş damarda incelemiştir [34]. Konik geometri ile zamana bağlı stenoz tanımlaması yapmıştır. Basınç değişimini Burton'dan ([94]) yola çıkararak tanımlayan Mandal, ilk defa Ling ve Atabek'in çalışmasında ([95]) tanımlanan radyal koordinat dönüşümünü yaptıktan sonra sonlu farklar yöntemi kullanmıştır. Damar stenozunun sertliği, konik geometrinin etkisi, akışın non-Newtoniyen karakteristiğinin akışa etkisi vb. birçok parametreyi grafikler ile açıklamaya çalışmıştır.

D. Sankar ve U. Lee arterde kan akışını incelerken, orta bölgede Herschel-Bulkley akış modelini, plazma bölgesinde ise Newtoniyen akış modelini kullanmışlardır [96]. Çalışmada kateterize atardamarı ele alarak akışın non-Newtoniyen doğasının sonuçlarını ve çevresel tabakanın kalınlığının akışa nasıl etki ettiğini incelemişlerdir. Parametrelerin bazılarını sabit tutup bazılarını değiştirerek akış hızının, debinin, duvar kayma gerilmesinin ve sürtünmeye bağlı direncin nasıl değiştiğini açıklamışlardır.

M. A. Ikbal, S. Chakravarty, S. Wong, K. Mazumdar ve P. K. Mandal manyetik bölge kabulü altında genelleştirilmiş power-law akış modeli için stenoz damarda akış özelliklerini incelemişlerdir [97]. Stenoz geometrisini kosinüs modeli ile modellemiş ve basınç değişimini Burton'dan ([94]) yola çıkararak tanımlamışlardır. Problemin çözümü için sonlu farklar yöntemini kullanmışlar ve manyetik bölgenin yoğunluğunun, Reynolds sayısının, power-law indeksinin akış karakteristiğini etkilediğini gözlemlemişlerdir. Manyetik bölgenin varlığının debiyi düşürdüğü gözlemleri arasındadır. Bu tarz çalışmalar günümüzde de hala çeşitlenerek devam etmektedir [98], [99].

3.8. Deneysel alışmalardan Örnekler

Kan akışını anlamaya dair en eski çalışmalar deneysel çalışmalardır. Fakat canlı üzerinde ölçüm yapmanın zorluğu, deneysel çalışmalarda birçok kısıtlamayı zorunlu kılmıştır. Bundan dolayı yapay ortamda geliştirilen düzeneklerde yapılan deneysel

Çalışmaların sayısı canlı üzerinde yapılanlardan oldukça fazladır. Bu tarz deneysel çalışmalarda ise kabuller kaçınılmazdır. Sık kullanılan kabuller arasında Newtoniyen akış, rijit duvar ve homojen kan kabulü bulunmaktadır [6].

Aşağı bölgede (downstream) akışın bozulması, stenotik akışın en önemli karakteristiklerinden birisidir. Bu bozulmalar çeşitli şekillerde olabilir (akım ayrılması, türbülans vs.) Akış bozulmalarına sebep olarak stenoza yakın bölgedeki akış koşulları, Reynolds sayısı, frekans parametresi (atımlı akışlar için), blokajın derecesi, stenozun şekli, duvar elastikiyeti sayılabilir [100]. Bu motivasyondan yola çıkarak Don Giddens ve öğrencileri, art arda gerçekleştirdikleri deneysel çalışmalarla stenoz sonrası kan akışının davranışı, şah damar dallanmasındaki atımlı akış ölçümleri gibi hemodinamik kuvvetler üzerine yaptıkları çalışmalar ile oldukça tatmin edici sonuçlar elde etmişlerdir. Günümüzde hala Giddens ve ekibinin çalışmalarına referans verilmekte ve elde ettikleri sonuçlar, karşılaştırma yapmak için kullanılmaktadır [6]. Giddens'ın öğrencisi A. M. A. Khalifa ile köpek üzerinde gerçekleştirdikleri sıcak film anemometre ölçümlerini dijital teknik ile destekledikleri stenoz sonrası kan akışı incelemeleri ([101]) ve sinüsoidal dalga formu ile farklı stenoz yüzdelerinin stenoz sonrası akışa etkilerini lazer Doppler anemometre ile inceledikleri 1981 tarihli alışmaları ([102]); Giddens'ın bir başka öğrencisi S. Ahmed ile eksenel simetrik rijit tüpte Reynolds sayının 500 ile 2000 arasında olduğu bölge ve farklı stenoz yüzdeleri için lazer Doppler anemometre ile hız ölçümlerini yaptıkları araştırmalarıyla ([103]) benzer stenotik yüzdeleri kullanarak ve yine Reynolds sayısı aralığını 500 ile 2000 arasında alarak akış bozulumu ölçümü yaptıkları 1983 tarihli çalışmaları ([100]), bu çalışmaların ileri bir versiyonu olan ve atımlı akış için stenoz sonrası düz boruda akışı inceledikleri 1984 tarihli çalışmaları ([104]); yine Giddens'in öğrencisi D. N. Ku ile hidrojen baloncuk tekniğini kullanarak dallanan şah damarda atımlı akış incelemesi yaptıkları 1983 tarihli çalışmaları ([105]) ve öğrencisi B. B. Lieber ile yaptıkları ve atımlı akış için stenoz sonrasında damarın orta bölgesinin davranışı ve bu davranışın duvar kayma gerilmesine etkisini lazer velosimetre ile stenozun farklı derecelerini göz önünde bulundurarak inceledikleri 1990 tarihli çalışmaları ([106]), özellikle stenotik ve stenoz sonrası kan akışı ve damar dallanması (bifurcation) konuları için başlangıç niteliğinde çalışmalar olarak gösterilebilir.

Hemodinamik kuvvetler ile aterosklerotik plakaların dağılımı arasında doğrudan bağlantının kurulduğu 1985 tarihli D. N. Ku, D. P. Giddens, C. K. Zarins, S. Glagov'a

ait çalışma, hastalık durumundaki damar çalışmaları için önemli bir dönüm noktasıdır [10]. Buna göre düşük kayma gerilmesi, plakanın yerleşmesi ve gelişmesi bakımından kritik bir unsurdur. Çalışmada dallanması olan damar olarak cama benzer plastik bir malzeme kullanılmış ve dolayısıyla rijit duvar varsayımı yapılmış, kanı temsilen de Newtoniyen sıvı kullanılmıştır. Bu kabullerin, sonucu etkileyecek kadar birincil önemde olmadığından bahsedilmiştir. Ölçüm tekniği olarak da lazer Doppler velosimetre tekniği kullanılmıştır.

Stenotik damar çalışmaları basıncı düşüşü de incelenmesi gereken önemli bir hemodinamik özelliktir. Stenoz gelişmiş köpek damarında basıncı düşüşünü çalıştıkları çalışmaları ile D. F. Young, N. R. Choulin ve A. C. Roth'un ([107]), stenoz modellenmesinin yapıldığı damarlar için stenoz geometrisinin basıncı düşüşünü nasıl etkilediğini inceledikleri çalışmaları ile B. D. Seeley ve D. F. Young'ın ([108]), sabit ve atımlı stenotik damarlarda basıncı düşüşünü inceledikleri çalışmaları ile R. Rabinovitz, D. Degani, C. Gutfinger, S. Milo'nun ([109]) çalışmaları, bu dönemde yapılan çalışmalara örnek olarak gösterilebilir.

Deneysel çalışmalar incelendiğinde kullanılan yöntemler arasında akım çizgilerini renklendirmek, hidrojen kabarcık tekniği, boya çıkış çizgileri tekniği (dye streaklines), fotokromik çizgiler (photochromic lines) gibi tekniklerin kullanıldığı görülmektedir [1], [5]. Bunların dışında sıcak film anemometre, lazer Doppler anemometre, atımlı Doppler ultrason gibi teknikler detaylı hız profili veren teknikler olarak kullanılmaktaydı [1]. Bu teknikler içerisinde lazer Doppler velosimetre ile ölçüm tekniği ise, 80'li yılların ortalarına kadar kullanım açısından ağır basan tekniktir. Bu tarihlerden sonra deneysel çalışmaların yanı sıra HAD teknikleri lokal hemodinamik etkileri araştırmak için pratik bir araç olarak devreye girmiş ve deneysel teknikler ile yapılamayacak olan çalışmalar yapılmaya başlanmıştır [11].

3.9. Teknoloji Paralelinde Yapılan Çalışmalardan Örnekler

Teknolojik gelişmeler, akış problemlerinde daha gerçekçi modelleme yapabilme çabasını tetiklemiştir. HAD teknikleri de bu talebi karşılama noktasında 1970'lerin ortalarından itibaren çeşitlenerek gelişmektedir.

80'li yılların ortalarına gelindiğinde ise HAD yöntemlerinin yanı sıra, yine bu tarihlerde gelişme gösteren görüntüleme teknikleri ile canlı üzerinde kan akışı dinamiklerini

anlamak konusunda yeni bir bakış açısı elde edilmiştir. Esas kritik olan ise 90'lı yılların ortalarına gelindiğinde belirginleşen görüntüleme ve HAD teknikleri birlikteliğidir. Bu birliktelik sayesinde özellikle geniş atardamarlar için hastaya özel çalışmaların yapılmasının önü açılmıştır [11], [110]. Her ne kadar şahsa ait farklılıklar ve geliştirilen tekniklerdeki birtakım yetersizlikler zorlayıcı unsurlar olarak sayılsa da, hemodinamik kuvvetlerin yukarıda bahsi geçen birliktelik ile karakterize edilmesi sonucu, özellikle tedavi edici yöntemlerin belirlenmesi, ameliyat planlamasının yapılması ve tıbbi cihaz tasarımı gibi konularda ilerlemeler kaydedilmiştir [111], [112]. Bu tarz çalışmalar günümüzde tıp dünyasının itibar ettiği çalışmalardır [113].

Rijit duvar varsayımı, kan akışı ve duvar deformasyonunu bir arada çözmek analitik ve/veya sayısal olarak zor olduğundan, literatürde sıklıkla karşımıza çıkan bir varsayımdır. Bu varsayım deformasyonun az olduğu damarlarda sorunsuz çalışırken deformasyon fazla olduğunda makul bir kabul olmaktan çıkar. Görsel tabanlı HAD çalışmalarının avantajlarından birisi ise, rijit duvar veya idealize edilmiş damar geometrisi yerine görüntüleme teknikleri ile elde edilen görüntüler vasıtasıyla daha gerçekçi damar geometrisi ve sınır koşullarının belirlenebilir olmasıdır [114].

HAD tekniklerinden olan Galerkin sonlu elemanlar yöntemini (finite element method-FEM) atımlı kan akışı problemlerinde özellikle dallanma geometrisine uygulanarak 0-boyutlu veya 1-boyutlu modeller ile ya da deneysel yöntemler ile elde edilemeyecek önemli sonuçları ilk olarak K. Perktold ve meslektaşları elde etmiştir [11]. Perktold ve ekibi, şah damardaki dallanma konusuna odaklanmışlardır. 3-boyutlu uzayda yapılan bu çalışmalarda lokal bölgelerde çok büyük olumsuzluklara sebebiyet vermediği için rijit duvar varsayımı veya lineer elastik duvar varsayımı, işlem kolaylığı için Newtoniyen akış varsayımı veya Casson modeli ile modellenmiş non-Newtoniyen akış varsayımı yapılmıştır [115]-[116].

Görsel tabanlı HAD çalışmalarının ilk örneklerinden olan 1998 tarihli C. A. Taylor, T. J. Hughes ve C. K. Zarins'in çalışması aynı zamanda Perktold ve meslektaşları dışında nadir olarak çalışılan 3-boyutlu modelleme örneklerindendir [12]. Çalışmada kan akışının kompleks yapısı göz önünde bulundurularak yeni bir yazılım geliştirilmiştir. Sayısal sonuçları doğrulamak adına Womersley'nin atımlı akış durumunda analitik olarak hesapladığı çözümü referans alınmıştır.

Serbest yüzey akışları veya sıvı-yapı etkileşimlerini sıvıyı daha gerçekçi mo-

delleyebilmek için devreye sokmak çok yönlü akış bölgesi tanımlama ihtiyacı doğurur. Bu ihtiyaç önceleri sonlu farklar yöntemi, sonrasında Lagrangian sonlu elemanlar yöntemi, daha sonrasında ise keyfi Lagrange-Euler yöntemi (Arbitrary Lagrangian-Eulerian-ALE) ile giderilmeye çalışılmıştır [117], [118].

ALE sonlu elemanlar yöntemi özellikle duvar deformasyonu olan kan akışı problemlerinde standart bir yöntem olarak kullanılmaktadır. Her ne kadar kabul görmüş olsa da bu yönteme alternatif yöntemler ya da mevcut yöntemi geliştirerek sunmak için yapılan çalışmalar mevcuttur. 2005 yılında yayınlanan ve biçim değiştirme potansiyeli olan atardamarların 3-boyutlu simülasyonu için yeni bir yöntem önerisi getiren çalışma ile eş-geometrik (isogeometric) analiz yönteminin kan akışına uyarlandığı ve ALE yöntemini kapsayan 2006 tarihli çalışma bu çabalara örnek olarak verilebilecek önemli görsel tabanlı HAD çalışmalarıdır [15], [119].

3.10. Newtoniyen Kan Akışı Çalışmalarından Örnekler

1992 yılında C. Tu ve M. Deville stenoz gelişmiş bir damarda daimî ve atımlı kan akışını Galerkin sonlu elemanlar yöntemini kullanarak incelemişlerdir [120]. Çalışmalarında özellikle zamana bağlılığın akış profiline, duvar kayma gerilmesine ve basınca olan etkisini ortaya koymuşlardır. Matematiksel modellemelerin türbülans gözlemleri konusunda yetersiz kaldığını, türbülans gözlemi için modelleme yerine spektral şema (spectral scheme) veya doğrudan sayısal simülasyon (direct numerical simulation-DNS) gibi daha sofistike sayısal algoritmalara ihtiyaç olduğunu belirtmişlerdir.

1997 yılında K. Ang ve J. Mazumdar, 3-boyutlu eliptik tipli Navier-Stokes denklemlerini sonlu hacim yöntemini kullanarak ele almışlardır [121]. Daimî akış kabulü altında farklı alan kaybına sahip asimetric stenoz durumlarını inceledikleri çalışmalarında her bir durum için uygun Reynolds sayısı aralığı belirleyerek hemodinamik kuvvetlerin nasıl etkilendiğini, kullandıkları yöntemle ortaya koymuşlardır.

1999 yılında G. R. Zendehbudi ve M. S. Moayeri, o dönemde atımlı akış için genel olarak uygulanan basit harmonik hareket varsayımından farklı olarak fizyolojik akış varsayımını değerlendirmeye almış ve elde ettikleri sonuçlar ile daha önceki çalışmaların sonuçlarını karşılaştırarak fizyolojik akış varsayımının avantajlarını anlamaya çalışmışlardır [17]. Sabit duvar, laminer ve Newtoniyen akış varsayımları ile yaptıkları çalışmalarının sonuçlarına göre, bazı durumlarda iki akış modeli (fizyolojik ve basit

atımlı akış) oldukça benzer davranış gösterse de stenotik bölgede daha kapsamlı bir atımlı akış kavrayışı için fizyolojik akış varsayımı ile simülasyon yapılması gerektiğini belirtmişlerdir.

2000 yılına geldiğimizde M. Olufsen ve meslektaşlarının sayısal yöntem ile elde ettiklerini deneysel çalışma ile doğruladıkları çalışmaları dikkat çekmektedir [122]. Olufsen'in 1999 yılında geliştirdiği 1-boyutlu akışkanlar dinamiği modeli ([123]) bu çalışmada kullanılmış ve sistemik atardamarda herhangi bir konumdaki kan akışı ve kan basıncı tahmin edilmeye çalışılmıştır. Elde edilen sayısal sonuçlar, manyetik rezonans (MR) yöntemi kullanılarak elde edilen deneysel sonuçlar ile kıyaslanmış ve sonuçların uyumlu oldukları gözlemlenmiştir.

2001 yılında Q. Long, X. Y. Xu, K. V. Ramnarine ve P. Hoskins, basitleştirilmiş geometrilerin aksine fizyolojik olarak daha gerçekçi koşullar ortaya koydukları çalışmalarında, farklı alan kayıplarına sahip stenoz durumlarını eksenel simetrik ve asimetrik koşullarda stenoz sonrası akış için değerlendirmiş ve hız profili, ayrılma-birleşme bölgesi ve duvar kayma gerilmesi hakkında bilgi edinmişlerdir [124]. HAD tekniği kullanarak elde ettikleri simülasyonlarda, aynı stenoz derecesi söz konusu iken, stenozun etkili olduğu uzunluğun (stenosis influence length) asimetrik stenoz modellemesinde eksenel simetrik modellemeye nazaran daha kısa olduğunu gözlemlemişlerdir. Elde ettikleri sonuçlar akış profilinin karmaşık yapısını ortaya koymaktadır.

1992 yılında Tu ve Deville'nin makalesinde bahsettiği ve kan akışı modellemelerinde türbülansı görebilmek için önerdiği yöntem olan DNS yönteminin kullanımına 2000'lerin başından itibaren literatürde rastlanmaktadır. 2005 yılında S. J. Sherwin ve H. M. Blackburn tarafından 3-boyutlu kararlılık analizi ile DNS yönteminin kombinasyonu kullanılarak %75 alan kaybına sahip stenozlu atardamarda yapılan çalışma, bu tarz çalışmaların ilklerinden sayılabilir [125]. Çalışmada daimî ve atımlı akışın kararsızlık ve türbülansa geçiş süreci incelenmiştir. Bu çalışmanın daha ileri versiyonu ise 2008 yılında yayınlanmıştır [126].

Çalışmalarına stenozlu kan akışı çalışmalarının kısa bir tarihçesi ile başlayan S. Varghese, S. Frankel ve P. Fisher, daimî ve atımlı kan akışı için stenozlu damarı incelemişler ve yöntem olarak DNS'i tercih etmişlerdir. Çalışmaları 2007 yılında iki bölüm olarak yayınlanmıştır [6], [127]. Newtoniyen kan akışı kabulünü de çalışmalarına dahil eden Varghese ve meslektaşları, elde ettikleri sonuçların literatürle uyumlu olduğunu

Tablo 3.1: Zaman alanı ve frekans alanı çalışmalarına uygun çalışma alanları.

Çalışma Yöntemi		Modele Uygun Çalışma Alanları
Zaman alanı çalışması	0D Model	Tüm dolaşım sistemi için genel kalp-damar sistemi dinamikleri, lokal dolaşım döngüsünde genel basınç ve debi değişimleri, lokal 3D modeller için sınır koşulu ihtiyacını karşılama
	1D Model	Atımlı dalga iletimi, 3D lokal modeller için sınır koşulu ihtiyacını daha ileri seviyede karşılama, sistemik dalga yansımaları etkilerini yakalayabilme imkânı
	2D Model	Dönel simetrik bölgelerde lokal akış bölgesi çalışması, lokal 3D modeller için sınır koşulu ihtiyacını daha da ileri seviyede karşılama (sınırlı uygulanabilirlik)
	3D Model	3D modellerde lokal akış bölgesi çalışması
Frekans alanı çalışması		Denklem lineerleştirmesinden sonra kalp-damar sisteminin frekans cevabı analizi

göstermişlerdir [104], [125], [128].

Görüldüğü gibi kan akışı modellemeleri birçok açıdan ele alınabilir ve her biri kalp-damar sistemi hakkında tatmin edici bilgi verebilir. Kalp-damar sistemine yönelik çalışmalardan anlamlı sonuç çıkması için çalışmaların 3-boyutlu olması da gerekmez. 0-boyutlu (0D veya lumped parameter) çalışmalar kalp-damar sistemi hakkında genel bilgiler verir ve basitliğinden ötürü özellikle kalbin işleyişi hakkında yapılan çalışmalarda kullanılmaktadır [129]. 1-boyutlu (1D) çalışmalar damar içi kanın dalga hareketinin ilerleyişi hakkında bilgi verir ki bu bilgi geniş çaplı atardamarlar için önem arz eder. Kalp-damar sistemine özgü bu tarz genel yaklaşımların dışındaki çalışmalarda ise 2 ve 3 boyutluluk tercih edilmektedir. 2-boyutlu çalışmalar ile örneğin eksenel simetrik bir tüpte radyal hız profili hakkında bilgi edinmek mümkündür. 3-boyutlu çalışmalarla ise daha karmaşık akış profili hesaplamaları yapılmaktadır [49].

0-boyutlu ve 1-boyutlu çalışmaların yukarıda sayılan kullanım alanları dışında, lokal olarak biyolojik ve fizyolojik süreçleri analiz etmeye olanak sağlaması ve oldukça karmaşık olan 3-boyutlu HAD modellemeleri için çıkış sınır koşullarını (outlet boundary conditions) oluşturmada kullanılması da mümkündür [1], [14]. Bu doğrultuda 3D/1D ve 3D/0D çalışmaları gibi farklı boyutların çeşitli kombinasyonları literatürde yer

almaktadır [114], [130], [131]. Aşağıda 0, 1, 2 ve 3 boyutlu alternatifleri ile zaman alanı çalışmasına uygun kalp-damar sistemi problemleri ile frekans alanı çalışmasına uygun kalp-damar sistemi problemlerini gösteren bir tablo yer almaktadır (Kaynak [50]). Problemlerin zaman alanı formülasyonları sayısal integrasyondan yaklaşık çözümler elde edilmesine olanak sağlarken frekans alanı formülasyonları analitik çözümlere imkan vermektedir [14].

3.11. Farklı Akış Modelli Çalışmalardan Örnekler

Y. I. Cho ve K. R. Kensey'nin, farklı bünye denklemlerinin hastalıklı damardaki kan akışına olan etkisini inceledikleri çalışma 1991 yılında yayınlanmıştır [132]. Daimî akış durumunda dokuz farklı modelleme için sonuç alınan çalışmada boyutsuz basınç değişiminin Reynolds sayısı küçüldükçe arttığı gözlemlenmiştir. Newtoniyen akışa kıyasla non-Newtoniyen durumlarda bu fark daha belirgindir. Basınç dışında diğer hemodinamik kuvvetler için de sonuçlar elde edilmiş ve farklı modellerin karşılaştırması yapılmıştır.

Tu ve Deville 1996 yılında, o dönemde ender çalışmalardan sayılan ve zamana bağlılığın, non-Newtoniyen etkinin bir arada probleme dahil edildiği durumu Galerkin sonlu elemanlar yöntemini kullanarak incelemişler ve kanın farklı akışbilim özelliklerinin akış durumunu etkilediğini gözlemlemişlerdir [133]. Kan akışı için Herschel-Bulkley, Bingham ve power-law modellerini kullandıkları çalışmada stenotik damar iki farklı alan kaybı (%25 ve %75) için incelenmiş, daimî ve atımlı durumların her ikisi için de sonuçlar elde edilmiştir. Buna göre, stenozun sertliği arttıkça hız, basınç düşüşü ve duvar kayma gerilmesi değerlerinde artış gözlenmiştir. Non-Newtoniyen durum için bu artışlar Newtoniyen duruma göre daha azdır.

1999 tarihli F. J. Gijsen ve meslektaşlarına ait çalışmada ise kanın tiksotropik ve viskoelastik özelliklerinin hız alanını (velocity field) ciddi anlamda etkilemediği gözlemlenmiştir [134].

J. Buchanan, C. Kleinstreuer ve J. Comer, 2000 yılında yaptıkları çalışmada, %75 alan kaybına sahip stenozlu bir damarda üç farklı akışbilim modelinin (Newtoniyen, power-law, Quemada) atımlı akış hemodinamiğini nasıl etkilediğini incelemişlerdir [70]. Stenoz geometrisi olarak Young'ın kosinüs modelini kullanmışlardır. Ayrılma bölgesinin başlangıcının stenozun en dar kısmına olan mesafesinin power-law modeli ile

elde ettikleri sonuçlarda, Quemada modeliyle elde edilenlere kıyasla daha kısa olduğunu gözlemlemişlerdir. Daha geniş bir orta bölge oluşumu ile sonuçlanan bu durum sayesinde daha fazla parçacığın daha hızlı taşınmasının mümkün olduğunu belirtmişlerdir.

2004 yılında P. Neofytou, S. Tsangaris ve M. Kyriakidis tarafından yapılan çalışma, stenoz gelişmiş atardamarda 3 farklı reolojik modelin (Casson, power-law, Quemada) akış üzerine etkisinin yeni bir HAD kodu kullanılarak incelendiği bir çalışmadır [135]. Stenozun düşük derecelerinde en yüksek basınç düşüşünün ve duvar kayma gerilmesinin power-law model için gözlemlendiği, stenoz derecesi arttıkça bu gözlemin tersine döndüğü, sonuçlar arasında yer almaktadır. Quemada ve Casson modellerinin ise farklı stenoz derecelerinde benzer davranış sergiledikleri sonucu elde edilmiştir.

2005 yılında yaptıkları çalışmada S. S. Shibeshi ve W. E. Collins, dallanmanın olduğu atardamarda farklı akış modellemelerinin etkisini sonlu hacim yöntemini kullanarak incelemişlerdir [136]. Power-law, Casson ve Carreau modellerini kullandıkları çalışmada, ayrılma-birleşme bölgesinin her model için birbirinden farklı olduğu sonucunu elde etmişlerdir. Buna göre Newtoniyen model ile en uzun ayrılma-birleşme bölgesi elde edilirken, Carreau modeli ile en kısa ayrılma-birleşme bölgesi elde edilmiştir.

2006 yılında yaptıkları çalışmada J. Chen, X. Y. Lu ve W. Wang Carreau-Yasuda modelini kullanarak koroner baypas operasyonu geçirmiş bir hastanın damarında akan kanın hemo-dinamik özelliklerinin non-Newtoniyen etki ile nasıl değiştiğini FEM kullanarak incelemişlerdir [137]. Arterdeki akışın ve duvar kayma gerilmesinin non-Newtoniyen model ile ciddi anlamda etkilendiği sonucunu elde etmişlerdir.

2007 yılında W. Y. Chan, Y. Ding ve J. Y. Tu, Carreau, power-law ve Newtoniyen modelleri kullanarak %45'lik bir alan kaybına sahip stenozlu damarda akış özelliklerini incelemişlerdir [138]. ANSYS kullanarak yaptıkları çalışmada basınç ve duvar kayma gerilmesi değerleri için Newtoniyen ve Carreau modeli ile elde edilen sonuçların birbirine yakın olduğunu, power-law modeli ile elde edilen sonuçların ise bu modellerin sonuçlarından farklılaştığını ifade etmişlerdir.

S. Sankar ve U. Lee 2009 yılında yayınlanan çalışmalarında Herschel-Bulkley modelini kullanarak orta bölgedeki akış, basınç düşüşü, duvar kayma gerilmesi hakkında sonuçlar elde etmişlerdir [139]. Akma gerilmesi veya stenozun yüksekliği arttıkça orta bölgenin genişlediği, basınç düşüşünün ve duvar kayma gerilmesinin arttığı gözlemleri arasındadır.

Farklı reolojik modellerin atımlı kan akışı üzerindeki etkisinin incelendiği bir başka çalışma ise A. Razavi, E. Shirani ve M. Sadeghi'ye aittir [140]. Çalışmada Newtoniyen akış modelinin yanı sıra 6 farklı non-Newtoniyen akış modeli ele alınmış ve hız, duvar kayma gerilmesi parametreleri, global non-Newtoniyen önem faktörünün ([141]'de tanımlanmıştır) bu modellerden nasıl etkilendiği incelenmiştir. Buna göre sapmanın en fazla olduğu model power-law modelidir. Bu modelin düşük ve yüksek kayma gerilmelerinin her ikisinde de non-Newtoniyen davranışı oldukça baskınlaştırması bakımından pek uygun bir model olmadığı sonucu çıkarılmıştır. Buna karşılık Carreau ve Carreau-Yasuda modellerinin daha uygun modeller olduğu belirtilmiştir.

S. N. Doost, L. Zhong, B. Su ve Y. S. Morsi karıncık içi hemodinamiği hakkında yapılan çalışmaların az olmasından dolayı odaklarını, farklı kan akışbilim modellerinin hastaya özel sol karıncığa olan etkilerini incelemeye yöneltmişlerdir [142]. 5 farklı non-Newtoniyen model ile Newtoniyen model kullandıkları çalışmalarında Ansys Fluent programını kullanmışlar ve bir kardiyak döngü esnasında farklı modellerin hemodinamiği nasıl etkilediğini ayrıntılı olarak incelemişlerdir.

2018 yılında B. Guerciotti ve C. Vergara, Carreau-Yasuda modeli ile modellenmiş kan akışının hız, duvar kayma gerilmesi ve girdap parametreleri üzerindeki etkilerini hastaya özel stenotik şah damar ve koroner atardamar için incelemişlerdir. FEM kullanarak elde ettikleri sonuçlara göre şaşırtıcı olmayacak şekilde non-Newtoniyen modellemenin her iki damarın hemodinamiğini etkilediği sonucunu elde etmişlerdir [143].

Son olarak klinik öneminden ötürü koroner atardamar veya taç damar olarak bilinen atardamar üzerinden yapılan çalışmaların genel bir değerlendirmesini sunan 2021 tarihli çalışmada, kullanılan damar geometrilerinin (idealize veya hastaya özel), akış türlerinin (laminer veya türbülanslı), farklı sınır koşullarının, Newtoniyen ve non-Newtoniyen akış modellerinin genel bir karşılaştırmasını görmek mümkündür [144].

Özellikle son 30 yılda sayıları artan ve damar içi kan akışı için farklı akış modellerini karşılaştırmalı olarak inceleyen ve yukarıda ancak bir kısmından bahsedilebilen çalışmalar, bu çalışmanın da motivasyonu olmuştur. Kan reolojisinin farklı sağlık durumlarında değişmesi ve kanın viskoz özelliklerini temsil eden genel bir yaklaşımın olmayışı, literatürdeki çalışmaların motivasyonu olmakla beraber gelişen teknoloji uygulamalı matematik becerisi ile birleştiğinde, çalışmalardan anlamlı sonuçlar elde edilebilmektedir.

4. PROBLEMİN KURULUMU VE ÇÖZÜMÜ

4.1. Korunum Denklemleri

Damar içi kan akışı problemi için matematiksel model geliştirilirken kullanılan denklemler, sürekli ortamlar mekaniğinin temel yasalarından olan süreklilik denklemi, momentum denklemleri ve bünye denklemdir. Bünye denkleminin momentum denklemlerinde yerine yazılmasıyla denklemler çalışılan akışkana özel hale gelir [35]. En genel halde süreklilik denklemi ve momentum denklemleri ise vektör-tensör notasyonuyla aşağıdaki şekilde ifade edilir [145]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -(\nabla \cdot \rho \mathbf{u}) \quad (4.1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} = -\nabla \cdot p - \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g} \quad (4.2)$$

Burada ∇ (nabla) diferansiyel operatör, $\boldsymbol{\sigma}$ bünye denklemi, $\frac{D}{Dt}$ materyal türev, $\mathbf{u}$ hız vektörü ve $\mathbf{g}$ yerçekimi vektörüdür. $\boldsymbol{\tau}$ ise, μ viskozite katsayısı, κ genleşme viskozitesi, δ birim vektör olmak üzere, aşağıdaki gibi ifade edilen gerilim tensörüdür (stress tensor):

$$\boldsymbol{\tau} = -\mu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) + \left(\frac{2}{3}\mu - \kappa \right) (\nabla \cdot \mathbf{u}) \delta.$$

(4.1) ve (4.2) denklemleri, u aksenal, v radyal, ω açısal hız bileşeni olmak üzere silindirik koordinatlarda aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho r v) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho w) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho u) = 0 \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + u \frac{\partial v}{\partial z} - \frac{w^2}{r} \right) \\ &= -\frac{\partial p}{\partial r} - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rr}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\tau_{\theta r}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zr}) - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} \right) + \rho g_r \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + v \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} + u \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{vw}{r} \right) \\ &= -\frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \tau_{r\theta}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\tau_{\theta\theta}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{z\theta}) + \frac{\tau_{\theta r} - \tau_{r\theta}}{r} \right) + \rho g_\theta \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned} & \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + v \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{w}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + u \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ & = -\frac{\partial p}{\partial z} - \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\tau_{\theta z}) + \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zz}) \right) + \rho g_z. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Momentum denklemlerinde eşitliğin sol tarafındaki terimler atalet terimleri (inertial terms), eşitliğin sağ tarafında basınç değişimi ve yer çekimi kuvvetinin dışında kalan terimler ise viskoz terimlerdir. Bu çalışmada, damarın dairesel kesit alanına sahip olduğu varsayılmıştır. Ayrıca damarın içinden akan kanın sıkıştırılamaz bir akışkan olduğu, kan akışının daimî, laminar, eksenel simetrik ve üst bölgede tam gelişmiş olduğu kabul edilmiştir. Yerçekimi ve maddesel ivmelenme de ihmal edilmiştir. Bu koşullara ek olarak çevresel hareketin olmadığı, dolayısıyla θ yönünde herhangi bir değişimin söz konusu olmadığı varsayılmıştır (dönel simetri). Bütün bu kabullerle (4.3), (4.4), (4.5) ve (4.6) denklemleri aşağıdaki hale indirgenir:

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (4.7)$$

$$v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zz}) \quad (4.8)$$

$$v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rr}) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{rz}). \quad (4.9)$$

(4.7)-(4.9) denklemleriyle kullanılan bünye denklemi ise genelleştirilmiş power-law modelidir.

4.2. Bünye Denklemi (Genelleştirilmiş power-law modeli için)

Kan için kayma gerilmesi ve şekil değiştirme hızının Newton'un viskozite yasası ile ifade edilemeyeceği Bölüm 2'de açıklanmıştı. Birçok akışkan için olduğu gibi kan için de bu yasanın sadece tek yönde bir hız bileşenine değil, birden çok hız bileşenine ve hatta zamana bağlı olduğu daha genel bir versiyonuna ihtiyaç vardır. Böyle bir genelleştirmenin ortaya çıkması matematikçilerin yaklaşık 150 yılını almıştır. Bird, kitabında bu genelleştirmeyi genel hatları ile ifade etmiştir [145]. Buna göre Newton'un viskozite yasasının genelleştirilmiş hali 3 boyutlu kartezyen koordinatlarda, $v_1 = v_x$, $v_2 = v_y$, $v_3 = v_z$ olmak üzere, aşağıdaki 9 bileşenli ifadedir:

$$\begin{aligned}\tau_{ij} = & -\mu \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) \\ & + \left(\frac{2}{3}\mu - \kappa \right) \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \delta_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3.\end{aligned}\quad (4.10)$$

Karmaşık problemlerde kabullere ve basitleştirmelere başvurmak kaçınılmaz bir durumdur. (4.10) eşitliği de bir çok kısıtlamayla söz konusu hale indirgenmiştir. Bu kısıtlamalar

- i) stres bileşenlerinin hız gradyanlarının lineer kombinasyonu olarak ifade edilmesi,
- ii) zamana bağlı türevler veya zamana bağlı integrallerin ihmalı,
- iii) akışkan sadece rotasyon halindeyse viskoz kuvvetlerin ihmalı (dolayısıyla $\tau_{ij} = \tau_{ji}$),
- iv) izotropik akışkan varsayımı,
- v) katsayıların uygun şekilde ayarlanması

şeklinde sıralanabilir. Bu çalışmada (4.10) eşitliği esas alındığı için yukarıdaki kabuller bu çalışma için de geçerlidir.

Akışkanın sıkıştırılmaz olduğu varsayımı ile (4.10)

$$\tau_{ij} = -\mu \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right), \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (4.11)$$

haline gelir. Son olarak

$$V_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right), \quad i, j = 1, 2, 3$$

şekil değiştirme hız tensörünün (strain rate tensor) bileşenleri olmak üzere (4.11)

$$\tau_{ij} = -2\mu V_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (4.12)$$

şeklinde ifade edilir. Buradaki 2 katsayısı, $\tau_{ij} = \tau_{ji}$ kabulünden ötürü V_{ij} ifadesini simetrikliğe uygun yazabilmek için ayarlanmıştır (esas köşegenin aynı kalabilmesi için). Ayrıca aşağıdaki eşitlik doğrudur:

$$V_{11} + V_{22} + V_{33} = 0.$$

Bu durumda sıkıştırılmaz, Newtoniyen bir akışkan için bünye denklemi

$$\sigma_{ij} = p\delta_{ij} + 2\mu V_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (4.13)$$

şeklinde. Denklemlerin kurulumunda işaretlerin durumuna göre $p\delta_{ij}$ hidrostatik basınç teriminin başında $(-)$ işareti olabilir. Literatürde bunun örnekleri mevcuttur. Problemin fiziksel arka planıyla ters düşmemek için bu duruma dikkat etmek gerekir.

Yapılan deneysel çalışmalarda non-Newtoniyen akışkan için kanın viskozitesinin kayma gerilmesine bağlı olduğu gözlenmiştir. Dolayısıyla μ 'nün sabit bir katsayı olduğu kabulü, non-Newtoniyen akışlar için geçerli değildir [18]. Bu durumda (4.13) denkleminde bir düzenleme yapmak gerekir. (4.13) eşitliği bir tensör eşitliğidir ve tensörün cebrik özelliğinden dolayı eşitlikte her bir terimin aynı ranka sahip olması gerekir. Tanım gereği, r bir tam sayı olmak üzere rankı r olan bir tensörün n -boyutlu uzayda n^r adet bileşeni vardır. Bu tanımdan yola çıkarak (4.13) eşitliğindeki tensörlerin rankının 2 olduğunu söyleyebiliriz. İzotropik akışkan için ise rankı 2 olan her tensör, k bir skaler olmak üzere

$$k\delta_{ij}$$

formuna indirgenebilir [146]. Bu durumda μ , kayma gerilmesinin skaler bir fonksiyonu olur. Şekil değiştirme hız tensörü, V_{ij} reel bileşenlerine sahip simetrik bir tensör olduğundan 3 tane invaryanta sahiptir [18]:

$$\begin{aligned} I_1 &= V_{11} + V_{22} + V_{33} \\ I_2 &= \begin{vmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{21} & V_{22} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} V_{22} & V_{23} \\ V_{32} & V_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} V_{33} & V_{31} \\ V_{13} & V_{11} \end{vmatrix} \\ I_3 &= \begin{vmatrix} V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} \\ V_{31} & V_{32} & V_{33} \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Sıkıştırılamaz akışkan için $I_1 = 0$ 'dır. μ 'nün I_3 'e bağlı olup olmadığı ise bilinmemektedir. Bilinen, yukarıda da belirtildiği gibi μ 'nün kayma gerilmesine bağlı olduğudur. Dolayısıyla μ 'nün I_2 ile olan ilişkisi daha kuvvetlidir. I_2 'nin negatif değer alma olasılığını ortadan kaldırmak ve kayma gerilmesi ifadesini yakalayabilmek için pozitif değerli bir invaryant aşağıdaki gibi tanımlanır [18]:

$$J_2 = \frac{1}{3}I_1^2 - I_2 = \frac{1}{2}V_{ij}V_{ij}.$$

Sonuç olarak sıkıştırılamaz, non-Newtoniyen kan için bünye denklemi

$$\sigma_{ij} = p\delta_{ij} + 2\mu(J_2)V_{ij}, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (4.14)$$

şeklinde ifade edilir. Karışıklık olmaması için çalışmanın bundan sonraki kısmında non-Newtoniyen akış için $\mu(J_2)$ yerine $\eta(J_2)$ yazılacaktır.

Bilindiği üzere kayma gerilmesi

$$\dot{\gamma} = 2V_{ij}$$

şeklinde yazılabilir. Bu durumda Einstein notasyonu (Einstein summation convention) da göz önünde bulundurularak

$$J_2 = \frac{1}{2}V_{ij}V_{ij} = \frac{1}{2}\frac{1}{2}(2V_{ij})\frac{1}{2}(2V_{ij}) = \frac{1}{8}2\dot{\gamma}^2 = \frac{1}{4}\dot{\gamma}^2 \quad (4.15)$$

elde edilir. $\dot{\gamma}$ negatif değerli olduğundan

$$\dot{\gamma} = -2\sqrt{J_2}$$

olur ve bu durumda genelleştirilmiş power-law modeli için bünye denklemi

$$\sigma_{ij} = p\delta_{ij} + \tau_{ij} = p\delta_{ij} + \eta \left(-2\sqrt{J_2} \right) V_{ij}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.16)$$

şeklinde yazılır.

Stres tensörü (τ_{ij}) yukarıda da belirtildiği gibi 9 bileşenden oluşur. Dönel simetrik geometri kabulü altında değişimin olduğu bağımsız değişkenler r ve z 'dir. Bu durumda problemi çözmek için 3 stres tensörü bileşeni yeterlidir. Bu bileşenler (4.15) eşitliği kullanılarak silindirik koordinatlarda aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\tau_{rz} = -m \left(\left[2 \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \right]^{1/2} \right)^{n-1} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (4.17)$$

$$\tau_{zz} = -m \left(\left[2 \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \right]^{1/2} \right)^{n-1} 2 \frac{\partial u}{\partial z} \quad (4.18)$$

$$\tau_{rr} = -m \left(\left[2 \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \right]^{1/2} \right)^{n-1} 2 \frac{\partial v}{\partial r} \quad (4.19)$$

Burada m gerilme tensörü formülasyonundaki viskoziteyi temsil eden sabit terim, n ise kuvvet teriminin üssüdür ve kan, kayma incilmesi karakteristiğine sahip bir akışkan kabul edildiği için

$$n < 1 \quad (4.20)$$

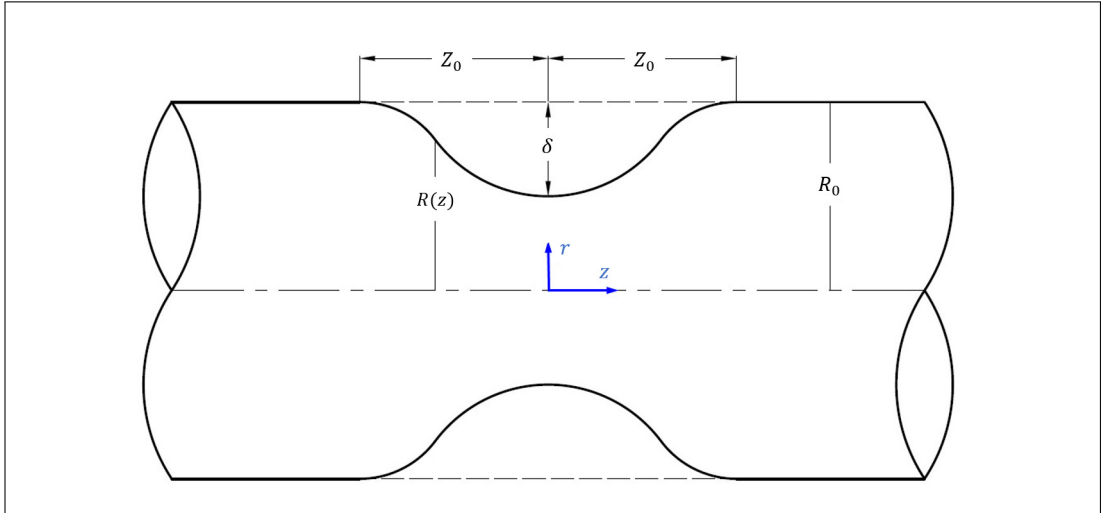
koşulunu sağlar ([135]). Dikkat edilmesi gereken husus ρ , m ve n 'nin sıkıştırılabilirlik kabulünden dolayı sabit olduğudur.

4.3. Stenoz Geometrisi ve Geometrik Kabuller

Çalışmada stenoz geometrisi Young'ın modeli ([72]) referans alınarak aşağıdaki gibi kosinüs eğrisi ile modellenmiştir. Bu modelleme ile daimiliğin ($d/dt = 0$) yanı sıra döneel simetri ($d/d\theta = 0$), döneel simetriden ötürü de $z = 0$ eksenine göre eksenel simetri sağlanır.

$$R(z) = R_0 - \begin{cases} \frac{\delta}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi z}{Z_0} \right), & |z| \leq Z_0 \\ 0, & \text{diğer durumlar} \end{cases} \quad (4.21)$$

Burada R_0 stenoz bölgesi dışındaki damar yarıçapı, δ stenozun yüksekliği ve $2Z_0$ stenozun uzunluğudur. Bu terimlerle oluşturulan ve çalışmanın ilerleyen kısımlarında kullanılacak olan $\frac{\delta}{R_0}$ and $\frac{Z_0}{R_0}$ oranları, incelenen stenoz modellere bağılı olarak ayarlayan oranlardır.



Şekil 4.1: Stenoz geometrisi.

Daralmanın sertliği, blokaj oranı ve daralma oranı parametreleri ile temsil edilebilir ve bu parametreler akım ayrılmasını belirler. Akım ayrılması sonucu oluşan ayrılma-birleşme bölgesi stenotik akışın en önemli karakteristiklerinden birisidir. Dikkat edilmesi gereken husus parametrelerin teker teker değil, ancak bir arada sertliği temsil edebilmesidir. Mesela tek başına blokaj oranını bilmek damarın sertliği hakkında bize yeterli bilgiyi vermez. Aynı şekilde tek başına daralma oranını bilmek yeterli değildir. Birbirinden bağımsız başka iki benzer geometrik parametre ile de daralmanın sertliği temsil edilebilir. Bu çalışmada $R(z)$ fonksiyonunun büküm noktası hesaplanarak daralmanın

yumuşak olduğu dolayısıyla akışın kopmadığı (akım ayrılmasının olmadığı) durum için koşul türetilmiştir. Buna göre $z = z_b$ büküm noktası olmak üzere $R(z)$ fonksiyonunun z 'ye göre türevinin bu noktadaki davranışı

$$\left. \frac{dR}{dz} \right|_{z=z_b} = \frac{\pi}{2} \frac{\delta}{Z_0} \quad (4.22)$$

şeklindedir. Eğer

$$\frac{\delta}{Z_0} \ll 1 \quad (4.23)$$

kabul edilirse akım ayrılması olmaz. (4.23) koşulu orijinal olarak Young'ın makalesinde ([72]) yer almakla beraber nasıl elde edildiği açıklanmamıştır. Akışın kopmaması için verilebilecek bir başka koşul örneği ise yavaş genişleyen kanal örneğidir. Literatüre göre 3.5° 'nin üzerinde akışın koptuğu gözlemlenmektedir [147]. Buradan da koşul türetilir. Bu çalışmada kullanılan (4.23) koşulu 3.5° 'lik kopmama koşulunu da kapsayan bir koşuldur. Bir başka karakteristik büyüklük olan ve blokaj oranı hakkında bilgi veren δ/R_0 büyüklüğü için

$$0 \leq \frac{\delta}{R_0} \leq \frac{2}{3} \quad (4.24)$$

aralığı bu çalışma için yeterlidir.

4.4. Büyüklük Analizi

(4.7) - (4.9) denklemleri ile (4.16) denklemi, terimlerin hepsi mevcutken analitik olarak çözülemeyen denklemlerdir. Fakat çalışılan problemin koşulları göz önünde bulundurulursa, bazı terimlerin diğerlerine nazaran etkisiz kaldığı söylenebilir. Büyüklük analizi ile bu terimleri tespit edip ihmal ederek denklemi sadeleştirmek mümkündür. Denklemlerde büyüklük analizi yapabilmek için viskozite sabiti m ve kuvvet teriminin üssü olan n 'nin sayısal değerlerine ihtiyaç vardır. Literatüre göre

$$m = 0,014 \text{ Pa.s}^n \quad (4.25)$$

$$n \simeq 0.8 \quad (4.26)$$

seçimleri kan akışı için makul seçimlerdir [135]. Bu çalışmada kullanılan (ve boyutsuz bir parametre olan) Reynolds sayısı

$$Re = \left[2U_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\frac{1}{n} + 3} \right) \right]^{2-n} \frac{\rho (2R_0)^n}{m 8^{n-1} \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n} \quad (4.27)$$

şeklinde tanımlanmıştır [148]. Burada U_0 yukarı akış bölgesindeki merkezî çizgi hızını (upstream centerline velocity) ifade eder. $n = 1$ ve $m = \mu$ iken yani Newtoniyen akış söz konusu iken, (4.27) bildiğimiz forma gelir:

$$Re = \frac{\rho U_0 R_0}{\mu}.$$

Büyükölçek analizinde kullanılan yaklaşık değerler boyutsuzlaştırma sonucu aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\begin{aligned} r &\sim R_0 & p &\sim \frac{1}{2}\rho U_0^2 & u &\sim U_0 \\ z &\sim Z_0 & v &\sim \frac{U_0\delta}{Z_0} \end{aligned}$$

4.4.1. Süreklilik Denklemi İçin Büyükölçek Analizi

(4.7) eşitliğinin terimlerinin yaklaşık değeri hesaplanıp her taraf $\frac{U_0}{Z_0}$ parantezine alınırsa

$$\underbrace{\frac{\partial v}{\partial r}}_{\frac{\delta}{R_0}} + \underbrace{\frac{v}{r}}_{\frac{\delta}{R_0}} + \underbrace{\frac{\partial u}{\partial z}}_1 = 0$$

elde edilir. Görüldüğü gibi burada bir diğerine baskın gelen bir terim olmadığı için süreklilik denklemi terim ihmali olmadan kullanılacaktır.

4.4.2. Stres Tensörü İçin Büyükölçek Analizi

(4.17) - (4.19) stres bileşenlerinin ortak çarpanı

$$-m \left(\left[2 \left\{ \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \right]^{1/2} \right)^{n-1}$$

ifadesidir. Öncelikle $\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial r}$ toplamının yaklaşık değeri yazılırsa $\frac{\partial v}{\partial z} \sim \frac{U_0\delta}{Z_0^2}$ ve $\frac{\partial u}{\partial r} \sim \frac{U_0}{R_0}$ olmak üzere

$$\begin{aligned} &\underbrace{\frac{\partial v}{\partial z}}_{\frac{U_0\delta}{Z_0^2}} + \underbrace{\frac{\partial u}{\partial r}}_{\frac{U_0}{R_0}} \\ &\sim \frac{U_0\delta}{Z_0^2} \end{aligned}$$

elde edilir. Son ifadedeki her terim $\frac{Z_0}{U_0}$ ile çarpılırsa aşağıdaki elde edilir:

$$\underbrace{\frac{\partial v}{\partial z}}_{\delta} + \underbrace{\frac{\partial u}{\partial r}}_{\frac{Z_0}{R_0}} \sim \frac{\delta}{Z_0} \frac{Z_0}{R_0}.$$

Burada (4.22) eşitliğinden ve (4.23) koşulundan baskın terimin $\frac{\partial u}{\partial r}$ olduğu görülür.

Ortak çarpanda yer alan diğer terim için elemanların yaklaşık değerleri elde edildikten sonra her terim $\frac{Z_0 R_0}{U_0^2}$ ile çarpılırsa

$$\sim 2 \left\{ \underbrace{\left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2}_{2 \frac{\delta}{Z_0} \frac{\delta}{R_0}} + \underbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2}_{2 \frac{R_0}{Z_0}} + \underbrace{\left(\frac{v}{r} \right)^2}_{2 \frac{\delta}{Z_0} \frac{\delta}{R_0}} \right\} + \underbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2}_{\frac{Z_0}{R_0}}$$

elde edilir. Burada yine (4.22) eşitliğinden ve (4.23), (4.24) koşullarından baskın terimin $\frac{\partial u}{\partial r}$ olduğu görülür. Geri kalan üslü ifadeler de uygulandığında, stres bileşenlerinin ortak çarpanının büyüklük analizi sonucu baskın terimi

$$-m \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|^{n-1}$$

olur. Bu durumda büyüklük analizi sonucu stres tensörünün bileşenleri de

$$\begin{aligned} \tau_{rz} &\sim -m \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|^{n-1} \frac{\partial u}{\partial r} \\ \tau_{rr} &\sim -m \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|^{n-1} 2 \frac{\partial v}{\partial r} \\ \tau_{zz} &\sim -m \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|^{n-1} 2 \frac{\partial u}{\partial z} \end{aligned}$$

haline gelir.

4.4.3. z -Momentum Denklemi İçin Büyüklük Analizi

(4.27) eşitliğinden

$$A = \left[\frac{1}{2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\frac{1}{n} + 3} \right)} \right]^{2-n} \frac{8^{n-1} \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n}{2^n}$$

olmak üzere

$$\frac{1}{Re} = A \frac{m}{\rho} \frac{U_0^n}{U_0^2} \frac{1}{R_0^n}$$

yazılabilir. (4.8) denklemindeki terimlerin yaklaşık değerleri hesaplanıp her taraf $A \frac{Z_0}{U_0^2}$ ile çarpılırsa

$$\underbrace{v \frac{\partial u}{\partial r}}_{A \frac{\delta}{R_0}} + \underbrace{u \frac{\partial u}{\partial z}}_A = - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}}_{\frac{1}{2} A} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz})}_{\frac{1}{Re} \frac{Z_0}{R_0}} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{zz})}_{\frac{1}{Re} 2 \frac{R_0}{Z_0}}$$

elde edilir. Bu çalışmada (4.23) ve (4.24) koşullarının yakın civarı gözetildiği için eşitliğin sağ tarafındaki en son terim ihmal edilebilir. Buna göre nihai denklem

$$v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz})$$

şeklinde olur.

4.4.4. r -Momentum Denklemi İçin Büyüklük Analizi

(4.9) denklemindeki terimlerin yaklaşık değerleri hesaplanıp her taraf $A \frac{Z_0}{U_0^2}$ ile çarpılırsa

$$\underbrace{v \frac{\partial v}{\partial r}}_{A \frac{\delta}{Z_0} \frac{\delta}{R_0}} + \underbrace{u \frac{\partial v}{\partial z}}_{A \frac{\delta}{Z_0}} = - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}}_{\frac{A}{2} \frac{Z_0}{R_0}} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rr})}_{2 \frac{1}{Re} \frac{Z_0}{R_0} \frac{\delta}{Z_0}} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} (\tau_{rz})}_{\frac{1}{Re}}$$

elde edilir. Burada (4.22) eşitliği, (4.23) ve (4.24) koşullarından yola çıkarak $\frac{\partial p}{\partial r}$ terimini dengeleyecek herhangi bir terim olmadığı söylenebilir. Bu durumda

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0$$

elde edilir.

Sonuç olarak, büyüklük analizi sonucu süreklilik ve momentum denklemleri aşağıdaki hali alır:

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} v \frac{\partial u}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial z} &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(-rm \left(\left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| \right)^{n-1} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \\ &= - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - \begin{cases} \frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rm \left(-\frac{\partial u}{\partial r} \right)^n), & \frac{\partial u}{\partial r} < 0 \\ \frac{1}{\rho} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (-rm \left(+\frac{\partial u}{\partial r} \right)^n), & \frac{\partial u}{\partial r} > 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0. \quad (4.30)$$

(4.28)-(4.30) denklemleri, Newtoniyen kan akışı için, bu çalışmadakine benzer varsayımlar altında, literatürde de yer almaktadır [82, 139]. Burada z -momentum denklemi non-homojen, non-lineer kısmi türevli diferansiyel denklemdir. Ayrıca Navier-Stokes denklemleri hiperbolik tipli olmasına rağmen, büyüklük analizi sonucu z -momentum denklemi parabolik forma dönüşmüştür. (4.29) denkleminde $\frac{\partial u}{\partial r}$ 'nin işaret değişiminin sebebi, kanın damar içinde akarken geçtiği bölgeye göre (stenoz öncesi, daralan kısım, en dar kısım, genişleyen kısım vs.) işaret değiştirmesidir. $\frac{\partial u}{\partial r}$ 'nin yanısıra $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}$ de geçtiği bölgeye göre işaret değiştirir. Bu işaret değişiklikleri duvarda 4 grupta incelenebilir:

$$\begin{aligned} 1. \text{ durum: } \frac{\partial u}{\partial r} < 0 \text{ ve } \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} < 0 \\ 2. \text{ durum: } \frac{\partial u}{\partial r} < 0 \text{ ve } \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} > 0 \\ 3. \text{ durum: } \frac{\partial u}{\partial r} > 0 \text{ ve } \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} > 0 \\ 4. \text{ durum: } \frac{\partial u}{\partial r} > 0 \text{ ve } \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} < 0. \end{aligned} \quad (4.31)$$

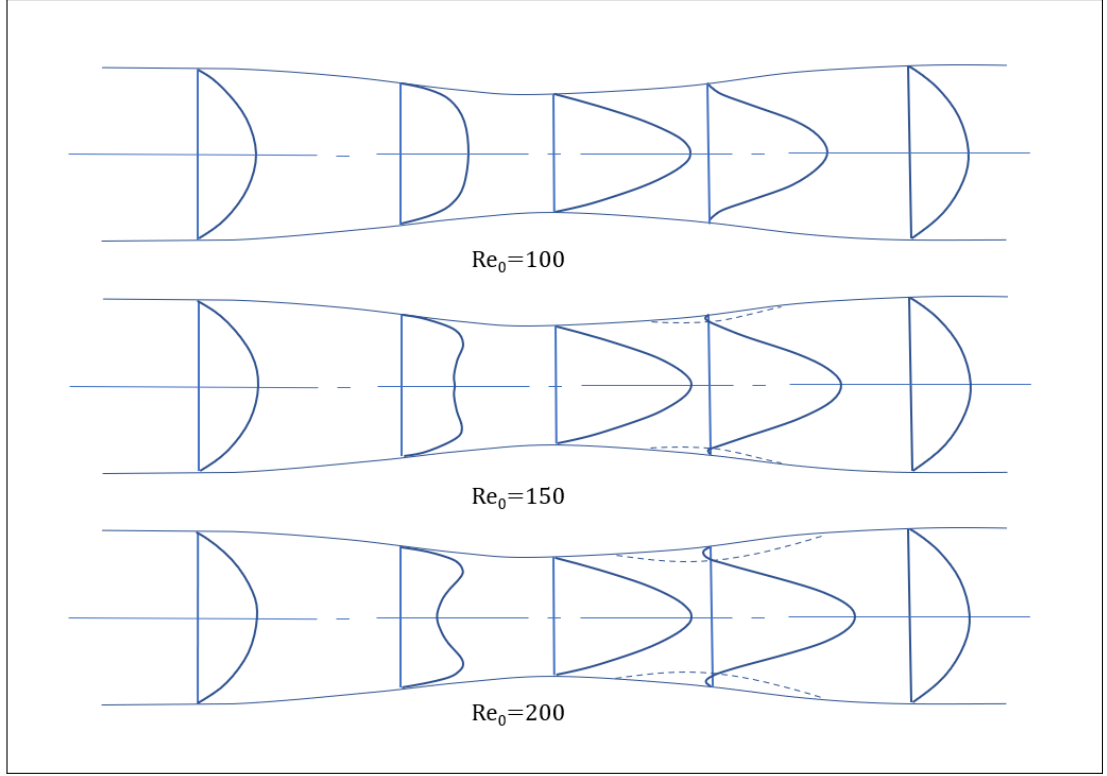
$r = 0$ için ise aşağıdaki iki fiziksel olasılık söz konusudur:

$$\begin{aligned} 1. \text{ durum: } \frac{\partial u}{\partial r} < 0 \text{ ve } \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} < 0 \\ 2. \text{ durum: } \frac{\partial u}{\partial r} > 0 \text{ ve } \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} > 0. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Bu işaret farklılıklarının akış profiline yansımaları, Forrester'ın doktora tezinde, nispeten yüksek Reynolds sayıları için, Re_0 girişteki Reynolds sayısı olmak üzere, yer almaktadır [73] (Bkz. Şekil 4.2).

Üç farklı Re_0 için varsayılan bu akış profillerinde akışın giriş, boğaz ve çıkış bölgelerinde $\frac{\partial u}{\partial r} < 0$ ve $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} < 0$ olduğu görülmekle beraber diğer profillerde bu türevler için farklı işaretler söz konusudur. (Örneğin $Re_0 = 150$ ve $Re_0 = 200$ için boğaz sonrası akım ayrılmasının gerçekleştiği profillerde $\frac{\partial u}{\partial r} > 0$ ve $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} > 0$ 'dır.) Fakat Forrester'ın doktora tezinde z -momentum denkleminde işaret değişimlerine rastlanmaz. Bu duruma sebep olarak çalışılan akışın farklılığı gösterilebilir. Zira Newtoniyen akışta yön zaten bellidir ve $(-)$ işaretinin eklenmesi ile yönün değişebilmesi söz konusudur. Fakat bu çalışmada Newtoniyen akıştakine benzer bir kolaylık, viskoz terimde yer alan $()^n$ ifadesinden dolayı söz konusu değildir.

(4.29) denklemindeki viskoz terim $\frac{\partial u}{\partial r}$ 'nin işaretine göre işaret değiştirir. $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}$ terimi için böyle bir şey söz konusu değildir. Dolayısıyla işaret farklılıklarının denklem-



Şekil 4.2: Forrester’ın doktora çalışmasında $Z_0=4R_0=12\delta$ geometrisi için tahmin edilen hız profilleri.

lerde değerlendirilmesi için $\frac{\partial u}{\partial r} < 0$ ve $\frac{\partial u}{\partial r} > 0$ durumlarını incelemek yeterlidir. Bu durumda (4.31) ihtimalleri 2 duruma indirgenir. Sınır koşulları verilirken bu durumlar göz önünde bulundurulacaktır.

4.5. Çözüm Önerisi

Hız alanı için polinom çözüm önerisinde bulunmak sınır tabaka problemlerine, Polhausen hız profillerine dayanır. D. F. Young ve öğrencileri, eksenel hız profiline çözüm önerisinde bulunarak korunum denklemlerini çözmek için yaklaşımda bulunmuşlardır [73], [75]. 1970 tarihli çalışmada ([73]) eksenel hız profili dördüncü dereceden polinom ile ifade edilirken, 1974 tarihli çalışmada ([75]) aynı profil parçalı fonksiyon şeklinde tanımlanmıştır. Fakat 1970 tarihli çalışmada özellikle akışın birleşme noktaları aynı çalışmanın deneysel sonuçlarıyla uyum sağlamamıştır. Bunun sebebinin anlaşılması neticesinde 1974 tarihli çalışmada çözüm önerisi, daralan genişleyen tüpte akışın fiziksel talepleri karşılanmaya çalışılarak verilmiştir. Morgan ve Young çalışmalarında, daralan-genişleyen tüp için, daralan kısımda Reynolds sayısı büyüdükçe

hız profilinin duvara yakın bölgede yüksek kayma gerilmesine sahip ince bir bölge oluşturduğunu, buna karşılık orta bölgede nispeten düz bir profil gözlemlendiğini ifade etmişlerdir. Genişleyen kısımda ise profilin düşük kayma gerilmesi karakteristiği (central jet flow) gösterdiğini, hatta duvara yakın bölgede geriye doğru akışın söz konusu olduğunu eklemişlerdir. Bahsi geçen fiziksel olguları yansıtabilmek için 1974 tarihli çalışmalarında orta bölge için çözüm önerisine düz profil eklemişlerdir ([75]). Revize edilen parçalı çözüm önerisi ise makul sonuçların alınmasını sağlamıştır. İki çalışma arasındaki bir diğer fark ise 1970 tarihli çalışmada korunum denklemlerinin kendileri kullanılırken, 1974 tarihli çalışmada integral-momentum ve integral-enerji denklemleri kullanılmış, basınç değişimleri elimine edilmiş ve nihayetinde denklemler tek denkleme indirgenmiştir. Ayrıca 1970 tarihli çalışmada çözüm önerisi olarak sunulan dördüncü dereceden polinomun dördüncü dereceye kadar her mertebesi terim olarak yer alırken, 1974 tarihli çalışmada profil üzerine konan kısıtlamalar ile polinomun terimlerinden geriye derecesi çift kuvvetli olanlar kalmıştır. Kanal akışı çalışıldığı için çift dereceli terimler ile ilgilenilmesi şaşırtıcı değildir. Bu çalışmada ise, korunum denklemlerinin kendileri kullanılmış olup, z -momentum denkleminde non-lineerlik söz konusu iken, hem aksenal ve hem de radyal hız profili için çözüm önerisinde bulunulmuştur.

4.5.1. Tıkaç Akışın (Plug Flow) Varlığı

Probleme uygun çözüm önerisi verilmeden önce bu çalışmada elde edilen analitik bir sonuç aşağıda açıklanmıştır. Başlangıç kesitinde, tam gelişmiş akışta ($\frac{\partial}{\partial z} = 0$)

$$v = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad z = Z_0, \quad 0 \leq r \leq R \quad (4.33)$$

eşitlikleri doğrudur. Büyüklük analizi sonucu elde edilen (4.29) denkleminde (4.33) koşulları uygulanırsa, denklem

$$r \frac{\partial p}{\partial z} = - \frac{\partial}{\partial r} \left(r m \left(- \frac{\partial u}{\partial r} \right)^n \right)$$

haline gelir. Her tarafın belirsiz integrali alınır ve $\frac{\partial p}{\partial r} = 0$ olduğu göz önünde bulundurulursa

$$\frac{r^2}{2} \frac{dp}{dz} = - r m \left(- \frac{\partial u}{\partial r} \right)^n + K \quad (4.34)$$

elde edilir. Ayrıca $r = 0$ halinde $K = 0$ olduğu göz önünde bulundurularak $\frac{\partial u}{\partial r}$ (4.34)'den çekilirse

$$\frac{\partial u}{\partial r} = - \left(-\frac{r}{2m} \frac{dp}{dz} \right)^{1/n} \quad (4.35)$$

elde edilir. Burada dikkat edilmesi gereken, basınç değişiminin yer aldığı parantez içi ifadenin pozitif olması için kökün uygun şekilde seçilmesi gerektiğidir. (4.35) eşitliğinin r 'ye göre türevi alınır

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = - \left(-\frac{1}{2m} \frac{dp}{dz} \right)^{1/n} \frac{1}{n} r^{\frac{1-n}{n}} \quad (4.36)$$

elde edilir. n 'nin farklı değerleri için (4.36) eşitliği incelendiğinde ilginç bir sonuç elde edilir:

- i) $n = 1$ durumunda $r^0 = 1$ olacağı için r ne olursa olsun $\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}$ sabit bir ifade olacaktır.
- ii) $n < 1$ durumunda ise $r^{\frac{1-n}{n}}$ pozitif bir ifadedir. Özel halde $r = 0$ iken $r^{\frac{1-n}{n}} = 0$ olur. Diğer terimler sıfırdan farklı olduğu için

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = 0 \quad (4.37)$$

olur.

(4.37) eşitliği, $n < 1$ için, hız profili çözüm önerisi olarak polinom önerilecekse, polinomun ikinci dereceden teriminin katsayısının sıfır olması demektir. Bu durum, orta bölgede gelişen düz akış profilinin bir göstergesidir. Yani power-law modeli ile modellenen akışkanın, çalışılan koşullar altında doğası gereği tıkaç akış gerektirdiği söylenebilir. Newtoniyen akış ($n = 1$) söz konusu iken ise tıkaç akış gözlenmemektedir. Buna rağmen mesela Morgan ve Young çalışmalarında fiziksel gerekçelerden (sınır tabaka problemi) yola çıkarak kan akışında tıkaç akışın olması gerektiğinden bahsetmiş ve çözüm önerisine düz akış profili ekleyerek onu parçalı hale getirmiştir. Yani çözüm önerisine müdahale ederek tıkaç akışı empoze etmişlerdir. Tabi ki doğrudan non-Newtoniyen akışkan ile uğraşılmıyorsa akışkan Newtoniyen kabul edip tıkaç akışı empoze etmek de bir yöntem olarak düşünülebilir. Fakat yukarıda elde edilen (4.37) eşitliği, tıkaç akışın mevcudiyetini matematiksel doğrallık ile gösterdiği için önem arz etmektedir. Literatürde bu sonucu analitik olarak ifade eden başka bir çalışmaya rastlanmamıştır.

4.5.2. Polinom Olmayan Çözüm Önerisi

(4.35) ifadesinin integrali alınır, U merkezî çizgi hızı (centerline velocity) olmak üzere,

$$\begin{aligned} \int_0^r \frac{\partial u}{\partial r} dr &= - \int_0^r \left(-\frac{1}{2m} r \frac{dp}{dz} \right)^{1/n} dr \\ \Rightarrow -u \Big|_0^r &= \left(-\frac{1}{2m} \frac{dp}{dz} \right)^{1/n} \frac{1}{\frac{1}{n} + 1} r^{\frac{1}{n} + 1} \Big|_0^r \\ \Rightarrow -(u - U) &= \left(-\frac{1}{2m} \frac{dp}{dz} \right)^{1/n} \frac{n}{n + 1} r^{\frac{1}{n} + 1} \\ \Rightarrow u &= U - \left(-\frac{1}{2m} \frac{dp}{dz} \right)^{1/n} \frac{n}{n + 1} r^{\frac{1}{n} + 1} \end{aligned}$$

elde edilir. Son ifadede her taraf $R^{\frac{1}{n} + 1}$ ile çarpıp bölünürse

$$\frac{u}{U} = 1 - \frac{R^{\frac{1}{n} + 1}}{U} \left(-\frac{1}{2m} \frac{dp}{dz} \right)^{1/n} \frac{n}{n + 1} \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{1}{n} + 1}$$

ve $r = R$ 'de $u = 0$ olduğu son ifadede göz önünde bulundurulursa

$$\begin{aligned} 0 &= 1 - \frac{\left(-\frac{1}{2m} R \frac{dp}{dz} \right)^{1/n} \frac{Rn}{n + 1}}{U} \\ \Rightarrow U &= \left(-\frac{1}{2m} R \frac{dp}{dz} \right)^{1/n} \frac{Rn}{n + 1} \end{aligned}$$

buradan da

$$\frac{u}{U} = 1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{1}{n} + 1} \quad (4.38)$$

elde edilir. Görüldüğü üzere (4.38) fonksiyonu, başlangıç kesitinde analitik olarak tanımlanmış eksenel hız profilidir ve polinom değildir. Bu çalışmada analitik (4.38) ifadesini matematiksel olarak karşılamak üzere

$$\frac{u}{U} = 1 - F \left| \frac{r}{R} \right|^{\frac{1}{n} + 1} + G \left(\frac{r}{R} \right)^4 \quad (4.39)$$

ifadesi çözüm önerisi olarak sunulmaktadır. Burada F ve G , z bağımsız değişkenine bağlı katsayılarıdır. Çözüm önerisini (4.39) şeklinde vermenin önemli bir faydası, stenotik etkilerden dolayı eksen boyunca ilerlerken F ve G değerlerinin değişmesine rağmen, başlangıç kesitinde $F = 1$, $G = 0$ olduğunda çözüm önerisinin analitik çözümle hatasız örtüşmesidir. Ayrıca bu çözüm önerisi (4.36) eşitliği ile de uyumludur. Mutlak değer işaretinin sebebi (4.39) önerisi çift fonksiyon olmadığından, tüpün tamamını göz önünde bulundurabilmek içindir. Dikkat edilmesi gereken bir diğer husus n değerinin

1/3 olamayacağıdır, aksi halde (4.39) önerisindeki ikinci ve üçüncü terim tek bir terim olarak yazılabilir ki bu da anlamsız olur. Ayrıca sadece 0. ve 4. dereceden terimlerin varlığı daralan genişleyen damarda akış profilini karakterize edemez.

(4.39) eksenel çözüm önerisine uygun olarak radyal çözüm önerisi

$$\frac{v}{U} = K \left(\frac{r}{R} \right) + M \left(\frac{r}{R} \right)^5 + H \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{1}{n}+2} \quad (4.40)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Burada K , M ve H , z bağımsız değişkenine bağlı katsayılarıdır. (4.39) ve (4.40) çözüm önerileri (4.29) denkleminde yerine yazıldığında $n = 1$ ve $\frac{r}{R} = 0$ için

$$U \frac{dU}{dz} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - 4 \frac{\mu}{\rho} \frac{F}{R^2} U \quad (4.41)$$

eşitliği elde edilir. Tam gelişmiş akış için $U \frac{dU}{dz} = 0$ olduğundan (4.41) aşağıdaki hale gelir:

$$U = -\frac{1}{4\mu} \frac{\Delta p}{\Delta x} R^2.$$

Son formül Hagen-Poiseuille formülü ile uyumludur. Buradaki F katsayısı, Hagen-Poiseuille'in simetrik parabolik çözüm profilinden dolayı 1'dir.

4.5.3. Koşullar

(4.28)-(4.30) denklem sisteminde (4.39) ve (4.40) çözüm önerileri göz önünde bulundurulursa bilinmeyenler 7 adet olur:

$$U, F, G, K, M, H, \frac{\partial p}{\partial z}.$$

(4.39) ve (4.40) çözüm önerileri (4.28) denkleminde yerine yazılırsa K , M ve H , F ve G cinsinden elde edilir:

$$K = -\frac{R}{2U} \frac{dU}{dz} \quad (4.42)$$

$$M = -\frac{GR}{6U} \frac{dU}{dz} - \frac{R}{6} \frac{dG}{dz} + \frac{2}{3} G \frac{dR}{dz} \quad (4.43)$$

$$H = \frac{nF}{1+3n} \frac{R}{U} \frac{dU}{dz} + \frac{nR}{1+3n} \frac{dF}{dz} - \frac{1+n}{1+3n} F \frac{dR}{dz}. \quad (4.44)$$

Ayrıca $r = R$ 'de $u = 0$ koşulundan

$$F = 1 + G \Rightarrow \frac{dF}{dz} = \frac{dG}{dz} \quad (4.45)$$

ve $r = R$ 'de $v = 0$ koşulundan

$$K + M + H = 0 \quad (4.46)$$

elde edilir. (4.29) z -momentum denklemindeki viskoz terim, $\frac{m}{\rho}$ katsayısı haricinde

$$I = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(-r \left(\left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| \right)^{n-1} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \quad (4.47)$$

şeklindedir. Korunum denklemleri oluşturulurken (4.47)'nin $\frac{\partial u}{\partial r}$ 'nin işaretine göre farklı yazıldığından bahsedilmişti. O halde $\frac{\partial u}{\partial r} > 0$ ve $\frac{\partial u}{\partial r} < 0$ için aşağıdakileri yazabiliriz:

$$I_{\frac{\partial u}{\partial r} < 0} = -\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} r \left(-\frac{\partial u}{\partial r} \right)^n \right) = -\frac{1}{r} \left(-\frac{\partial u}{\partial r} \right)^n + n \left(-\frac{\partial u}{\partial r} \right)^{n-1} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}$$

$$I_{\frac{\partial u}{\partial r} > 0} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} r \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^n \right) = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^n + n \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^{n-1} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2}.$$

Bu iki eşitlik tek ifadede yazılırsa

$$I = \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right) \frac{1}{r} \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|^n + n \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|^{n-1} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \quad (4.48)$$

elde edilir. (4.39) çözüm önerisi (4.48) denkleminde yerine yazılırsa ve $r = 0$ 'da değerlendirilirse

$$\begin{aligned} \frac{u}{U} &= 1 - F \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{1}{n}+1} + G \left(\frac{r}{R} \right)^4 \\ \Rightarrow \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right| &= U \left| -F \left(\frac{1}{R} \right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{1}{n} + 1 \right) r^{\frac{1}{n}} + 4G \frac{1}{R^4} r^3 \right| \\ \Rightarrow \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|^n &= (U)^n \left| -F \left(\frac{1}{R} \right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{1}{n} + 1 \right) r^{\frac{1}{n}} + 4G \frac{1}{R^4} r^3 \right|^n \\ \Rightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} &= U \left[-F \left(\frac{1}{R} \right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \frac{1}{n} r^{\frac{1}{n}-1} + 12G \frac{1}{R^4} r^2 \right] \end{aligned}$$

olmak üzere

$$\begin{aligned} I_{r=0} &= \left(\operatorname{sgn} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right) \frac{1}{r} \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|^n + n \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|^{n-1} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right)_{r=0} \\ &= \operatorname{sgn} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=0} \right) (U)^n \left| -F \left(\frac{1}{R} \right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \right|^n \\ &\quad + n (U)^{n-1} \left| -F \left(\frac{1}{R} \right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \right|^{n-1} U \left[-F \left(\frac{1}{R} \right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \frac{1}{n} \right] \end{aligned}$$

elde edilir. Son ifadede $F = 1 + G$ eşitliği kullanılırsa, $r = 0$ için z -momentum denklemi

$$U \frac{dU}{dz} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} + \frac{m}{\rho} U^n \times \left[\begin{array}{l} sgn \left(\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=0} \right) \left| -(1+G) \left(\frac{1}{R} \right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \right|^n \\ + \left| -(1+G) \left(\frac{1}{R} \right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \right|^{n-1} \left[-(1+G) \left(\frac{1}{R} \right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \right] \end{array} \right] \quad (4.49)$$

haline gelir. $r = R$ 'de ise

$$\begin{aligned} I_{r=R} &= \left(sgn \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right) \frac{1}{r} \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|^n + n \left| \frac{\partial u}{\partial r} \right|^{n-1} \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right)_{r=R} \\ &= sgn \left(\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=R} \right) \frac{1}{R} (U)^n \left(\frac{1}{R} \right)^n \left| -F \left(\frac{1}{n} + 1 \right) + 4G \right|^n \\ &\quad + n (U)^{n-1} \left(\frac{1}{R} \right)^{n-1} \left| -F \left(\frac{1}{n} + 1 \right) + 4G \right|^{n-1} \\ &\quad \times U \left(\frac{1}{R} \right)^2 \left[-F \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \frac{1}{n} + 12G \right] \\ &= (U)^n \left(\frac{1}{R} \right)^{n+1} \left[\begin{array}{l} sgn \left(\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=R} \right) \left| -F \left(\frac{1}{n} + 1 \right) + 4G \right|^n \\ + n \left| -F \left(\frac{1}{n} + 1 \right) + 4G \right|^{n-1} \left[-F \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \frac{1}{n} + 12G \right] \end{array} \right] \end{aligned}$$

eşitliği doğrudur. Burada da $F = 1 + G$ olduğu göz önünde bulundurulursa, $r = R$ için z -momentum denklemi

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dz} + \frac{m}{\rho} (U)^n \left(\frac{1}{R} \right)^{n+1} \times \left[\begin{array}{l} sgn \left(\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=R} \right) \left| - \left(\frac{1}{n} + 1 \right) - G \left(\frac{1}{n} - 3 \right) \right|^n \\ + n \left| - \left(\frac{1}{n} + 1 \right) - G \left(\frac{1}{n} - 3 \right) \right|^{n-1} \left[-(1+G) \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \frac{1}{n} + 12G \right] \end{array} \right] \quad (4.50)$$

haline gelir. (4.49) eşitliğinden $\frac{dU}{dz}$ çekilirse

$$\begin{aligned} \frac{dU}{dz} &= -\frac{1}{\rho U} \frac{dp}{dz} + \frac{m}{\rho} U^{n-1} \\ &\quad \times \left[\begin{array}{l} sgn \left(\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=0} \right) \left| -(1+G) \left(\frac{1}{R} \right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \right|^n \\ + \left| -(1+G) \left(\frac{1}{R} \right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \right|^{n-1} \\ \times \left[-(1+G) \left(\frac{1}{R} \right)^{\frac{1}{n}+1} \left(\frac{1}{n} + 1 \right) \right] \end{array} \right] \quad (4.51) \end{aligned}$$

ve (4.50) eşitliğinden $\frac{dp}{dz}$ çekilirse

$$\frac{dp}{dz} = m(U)^n \left(\frac{1}{R}\right)^{n+1} \times \left[\begin{aligned} & \operatorname{sgn}\left(\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=R}\right) \left| -\left(\frac{1}{n} + 1\right) - G\left(\frac{1}{n} - 3\right) \right|^n \\ & + n \left| -\left(\frac{1}{n} + 1\right) - G\left(\frac{1}{n} - 3\right) \right|^{n-1} \\ & \times \left[-(1+G)\left(\frac{1}{n} + 1\right)\frac{1}{n} + 12G \right] \end{aligned} \right] \quad (4.52)$$

elde edilir. Böylece 7 bilinmeyen için, 4'ü sınır koşulu olmak üzere, 7 koşul belirlenmiş oldu. (4.42) - (4.45) koşulları (4.46) koşulunda yerine yazılırsa

$$0 = \frac{R}{U} \frac{dU}{dz} \left\{ \left(\frac{n}{1+3n} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{n}{1+3n} - \frac{1}{6} \right) G \right\} + R \left(\frac{n}{1+3n} - \frac{1}{6} \right) \frac{dG}{dz} + \frac{dR}{dz} \left\{ -\frac{1+n}{1+3n} + \left(\frac{2}{3} - \frac{1+n}{1+3n} \right) G \right\} \quad (4.53)$$

elde edilir. Bu durumda geriye 3 bilinmeyen (U , G , $\frac{dp}{dz}$) ve 3 denklem ((4.53), (4.51), (4.52)) kalır.

4.5.4. Hız Profillerindeki Katsayıların Hesabı

Normal şartlarda (4.51) ve (4.52) koşullarından hesaplanacak $\frac{dU}{dz}$ ve $\frac{dp}{dz}$ ifadeleri (4.53) eşitliğinde yerine konup G bilinmeyeni, buradan da çözüm önerilerindeki diğer katsayılar hesaplanır. Fakat (4.51) ve (4.52) eşitliklerinde yer alan ve tam sayı olmayan üstel terimlerden dolayı bu denklem sistemi kapalı formdadır. Dolayısıyla katsayıların hesabı için aşağıda açıklanan yol takip edilmiştir.

Başlangıç kesitinde (4.39) önerisine göre $F = 1$ ve $G = 0$ olduğu analitik olarak bilinmektedir. Geometri değişiminin olduğu bölgede önceki z istasyonlarındaki parametrelerden yararlanarak sonraki z istasyonundaki değerler hesaplanabilmektedir. Buna göre $\frac{dU}{dz}$, $\frac{dp}{dz}$ ve G değerlerinden faydalanarak diğer kesitler için adım adım hesaplama yapılmakta ve hız profillerindeki katsayılar elde edilmektedir. Bu noktada şunu belirtmekte fayda vardır: HAD yöntemleri ile bu çalışmada elde edilen hız profillerinin ve onların fiziksel anlamının bulunması mümkün olamamaktadır. Bununla birlikte tıpkı benzer çalışmalarda olduğu gibi profil parametrelerinin z eksenine doğrultusundaki değişimleri analitik olarak modellenmemiş, bir önceki z istasyonundan yararlanarak hesaplama yoluyla elde edilmiştir. Bu bakımdan Δz büyüklüğünün küçük olması çözünürlüğü arttırmaktadır. Katsayıların yukarıda anlatıldığı gibi hesaplanması maksadıyla en hızlı yüksek seviyeli programlama dili olan Fortran dilinde yazılmış bir

kod geliştirilmiştir. Giriş kesitinde giriş şartı olarak (4.38) alınmıştır. Giriş kesitinde analitik (4.38) çözümü ile başlayan iterasyon, eksenel yönde 2150, radyal yönde 200 nokta kullanılarak yapılmıştır. Eksenel yönde değişen F, G, K, M, H katsayıları her Δz diliminde (bin) analitik modeli sağlamaktadır. Geometrik modelin kurulumunda ise dairesel kesit alanına sahip bir boru stenoz bölgesinin bitimine yerleştirilmiştir. Bu sayede aşağı yönde uygun bir hesaplama bölgesi oluşturmak amaçlanmıştır. Eksenel çözüm önerisi yerine konduğunda elde edilen

$$\begin{aligned}
 Q &= 2\pi \int_0^R u r dr \\
 &= 2\pi \int_0^R U \left[1 - F \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{1}{n}+1} + G \left(\frac{r}{R} \right)^4 \right] r dr \\
 &= 2\pi U \left[\frac{R^2}{2} - \frac{F}{R^{\frac{1}{n}+1}} \frac{R^{\frac{1}{n}+3}}{\frac{1}{n}+3} + \frac{G}{R^4} \frac{R^6}{6} \right] \\
 &= 2\pi U R^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{F}{\frac{1}{n}+3} + \frac{G}{6} \right]
 \end{aligned}$$

debi değerinin değişmediği her z istasyonunda doğrulanmıştır. Dikkat edilirse giriş kesitinde $F = 1, G = 0$ için

$$Q = 2\pi U R^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{n}{1+3n} \right]$$

ve Newtoniyen durumda ($n = 1$)

$$Q = \frac{\pi U R^2}{2} = \pi \bar{U} R^2$$

sağlanmış olur. Burada $\bar{U}$ hacimsel ortalama hızdır.

Literatürde yer alan farklı $\frac{Z_0}{R_0}$ oranına sahip modeller için Deshpande ve meslektaşlarının çalışması ([81]) esas alınmıştır. [81]'deki $M0$ ve $M1$ modelleri daralmanın geometrisi bakımından mevcut çalışmaya uygun değildir. Zira modellerin birinde ($M0$ modeli) $\frac{Z_0}{R_0}$ oranı bu çalışma için fazla küçük, diğerinde ($M1$ modeli) $\frac{Z_0}{R_0}$ oranı fazla büyüktür. Kıyaslama yapmaya daha uygun modeller olarak $M2$ ve $M3$ modelleri tercih edilmiştir. $M2$ ve $M3$ modelleri bu çalışmanın koşullarına tam olarak uymasa da, geometriyi, Reynolds sayısı aralığını vb. literatürle tam denkleştirmek zordur. Ayrıca elde ettikleri makul sonuçlar açısından [81] pek çok araştırmacı tarafından ölçüt kabul edilmektedir [17], [83], [103], [149]. Karşılaştırma yapılan modellerin dışında bu çalışmadaki Reynolds sayısı aralığına ve geometrik koşullara daha uygun yeni bir model

(*M4* modeli) de incelenmek üzere tanımlanmıştır. Modellerin özellikleri Tablo 4.1’de verilmiştir.

Tablo 4.1: Stenoz modellerinin geometrileri ve çalışılan Reynolds sayısı aralıkları.

Model	δ/R_0	Z_0/R_0	Alan kaybı	Re aralığı	[81]’teki Re aralığı
<i>M0</i>	0.50	1	%75	-	0 – 300
<i>M1</i>	0.333	4	%56	-	0 – 2000
<i>M2</i>	0.667	4	%89	$Re < 30$	0 - 200
<i>M3</i>	0.667	2	%89	$Re < 15$	0 - 100
<i>M4</i>	0.667	6	%89	$Re < 45$	-

Görüldüğü üzere aynı modeller için bu çalışma ile [81]’deki Reynolds sayısı aralığı farklıdır. Bunun sebebi korunum denklemlerindeki ön kabullerin birbirinden farklı olmasıdır. Dolayısıyla probleme uygun Reynolds sayısı aralığı belirlemek, makul sonuç elde etmek için önemlidir. Problemin kurulumunda belirlenen kabullerin hangi damar için makul olduğunu bilmek ise uygun Reynolds sayısı aralığı belirlemek için kritiktir. Zira mesela aortta Reynolds sayısı 4000’e kadar çıkabilirken, oldukça dar damarlarda bu sayı neredeyse 0’a kadar düşmektedir.

4.5.5. CFX ile Yapılan Hesaplamalar

CFX çalışmasında, hesaplama kolaylığı açısından 15° ’lik bir dilim hesaplama bölgesi olarak düşünülmüş, ağ özellikleri olarak 46764 düğüm ve 31140 öge kullanılmış ve yakınsama kriteri olarak 10^{-5} alınmıştır. Sonuçları ile karşılaştırma yapılan makalelerin başında gelen Deshpande ve meslektaşlarının ([81]) çalışmasında radyal yönde 31 ızgara noktası (grid point) alınmakla beraber, eksenel yönde istasyon sayısı 91’den 111’e kadar değişkenlik göstermektedir. Yakınsama için uygulanan iterasyon sayısı ise 300-400 aralığındadır. Buradaki ızgara noktalarının yoğunluğun az olmasının hassasiyet problemine sebep olabileceği düşünülmektedir. Buna rağmen çalışmada ızgara noktalarının sayısını az tutmalarının bir nedeni olarak iterasyon sayısının fazlalığı düşünülebilir. Zira, ızgara noktaları ile hesaplama süresi arasında lineer bir ilişkinin bulunmadığı da göz önünde bulundurulursa, bu iterasyon sayısı hesaplama karışıklığına ve bilgisayarın hesaplama yapmak için fazla zaman harcamasına sebep olabilir.

5. SONUÇLAR VE YORUMLAR

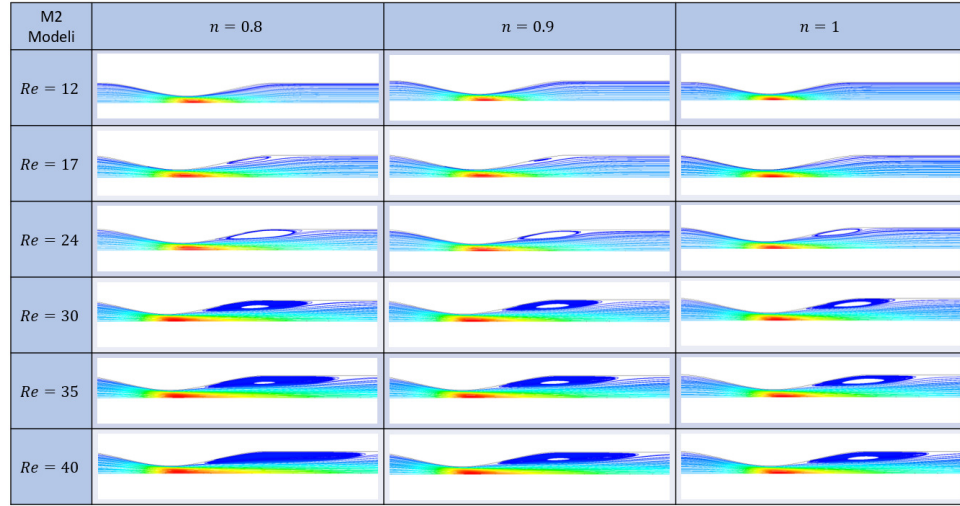
5.1. Akım Çizgileri

Akım çizgileri, farklı stenoz modelleri için gelişen akış profillerini görsel açıdan gözlemlenebilir. Hatta bu görseller üzerinden bazı sonuçlara ulaşmak mümkündür. Şekil 5.1’de $M2$, $M3$ ve $M4$ modelleri için akım çizgileri, farklı Reynolds sayıları ve n değerleri için, CFX sonuçlarından faydalanılarak çizdirilmiştir.

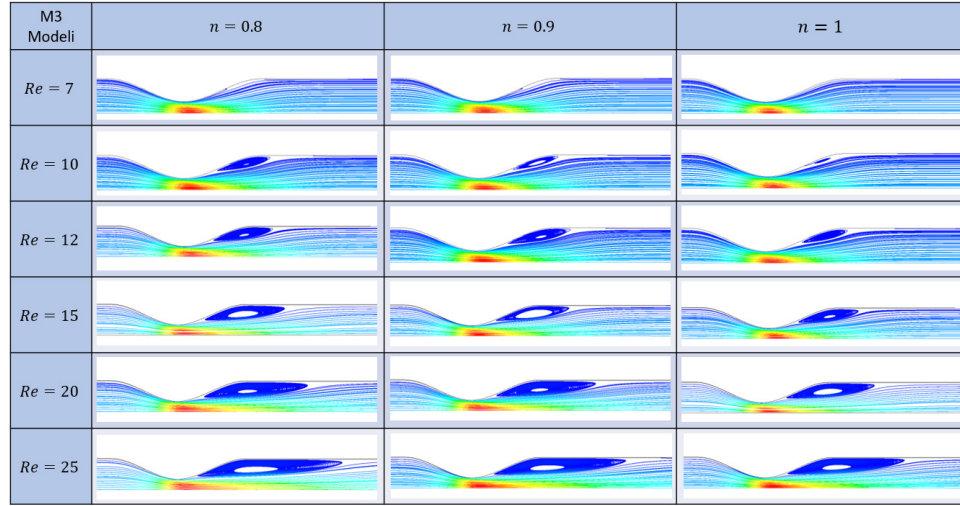
Çalışılan stenoz modeller sertlik derecesine göre (sertten yumuşağa doğru) $M3$, $M2$ ve $M4$ olarak sıralanırlar. Her modelde sabit Reynolds sayısı için, n küçüldükçe akım ayrılmasının daha erken başladığı gözlemlenmiştir. Örneğin $M3$ modeli $Re = 10$ için, $n = 1$ durumunda ayrılma yeni başlamışken $n = 1$ durumuna nazaran $n = 0.8$ durumunda gelişmiş bir ayrılma-birleşme bölgesi gözlemlenmektedir.

Bir başka husus, stenoz sertleştikçe daha küçük Reynolds sayılarında ayrılmanın mevcut olduğunun gözlenmesidir. Örneğin $M3$ modeli, $n = 1$, $Re = 10$ için akım ayrılması söz konusu iken, sertlik derecesi daha az olan $M2$ modeli $n = 1$ için $Re = 17$ ’de bile akım ayrılması başlamamıştır.

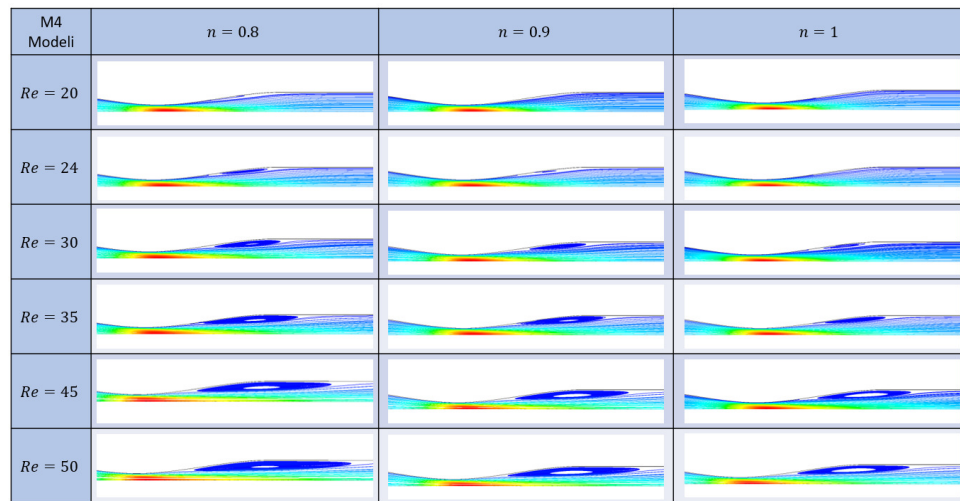
Dikkat çekici olan, ayrılma-birleşme bölgesinin stenozun merkezine olan mesafesinin, aynı Reynolds sayısı için, Newtoniyen ve non-Newtoniyen durumlarda farklılık göstermesidir. Buna göre non-Newtoniyen durumda (ya da n küçüldükçe) ayrılma-birleşme bölgesi stenozun merkezine daha yakındır. Bu durum daha geniş bir orta bölge oluşması sonucunu doğurur. Böylece kanın non-Newtoniyen özelliklerinin ağır bastığı akış bölgelerinde daha fazla miktarda sıvı molekülünün aktarımı mümkün olur [70].



(a) Model $M2$



(b) Model $M3$



(c) Model $M4$

Şekil 5.1: Model $M2$, $M3$ ve $M4$ 'ün farklı Re ve n değerlerindeki akım çizgileri.

Önemli bir husus da (4.27) boyutsuz Reynolds sayısı ile ilgilidir. $0.6 \leq n \leq 1.1$ durumunda

$$Re = \left[2U_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\frac{1}{n} + 3} \right) \right]^{2-n} \rho \frac{(2R_0)^n}{m 8^{n-1} \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n}$$

formülasyonu

$$\frac{8^{n-1} \left(\frac{3n+1}{4n} \right)^n}{2^{n-1}} = \frac{1}{4} \left(\frac{3n+1}{n} \right)^n \approx n$$

yaklaşımıyla,

$$\overline{U}_0 = 2U_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\frac{1}{n} + 3} \right)$$

ortalama giriş hızı (mean inlet velocity) olmak üzere,

$$Re \approx \overline{U}_0^{2-n} R_0^n \frac{2}{n} \frac{\rho}{m} \quad (5.1)$$

haline gelir. Bu çalışmadaki n değeri (5.1) eşitliğinin gerçekleştiği n aralığına dahildir.

(5.1) ilişkisi üzerinden $\frac{Re}{n}$ oranına bakıldığında, bu oranın Re ve n değerlerinden bağımsız olarak fiziksel açıdan manalı sonuçlar verdiği gözlemlenmiştir. Bu durum akım çizgileri üzerinden örneklenirse aynı $\frac{Re}{n}$ oranı söz konusu iken akım çizgilerinin yapılanmasının benzer olduğu görülür. Mesela Şekil 5.1’de görüldüğü üzere $M2$ modeli için $Re = 24$ ve $n = 0.8$ ile $Re = 30$ ve $n = 1$; $M3$ modeli için $Re = 12$ ve $n = 0.8$ ile $Re = 15$ ve $n = 1$; $M4$ modeli için $Re = 45$ ve $n = 0.9$ ile $Re = 50$ ve $n = 1$ durumları benzer ayrılma ve birleşme noktalarına sahiptir. Dallanma probleminde bile bu durum gözlemlenir [150].

5.2. Ayrılma ve Birleşme Noktaları

Eksenel yönde ayrılma ve birleşme noktalarında

$$\frac{\partial u}{\partial r} \Big|_{r=R} = 0 \quad (5.2)$$

eşitliği sağlanır. (4.39) çözüm önerisi (5.2) ayrılma-birleşme koşulunda yerine yazılırsa G katsayısı için kritik bir değer elde edilir. Bu kritik değer G_c isimlendirmesiyle

$$G_c = \frac{1+n}{3n-1} \quad (5.3)$$

şeklinde yazılır. $n \neq 1/3$ olduğu ve bunun gerekçesi, eksenel çözüm önerisi verilirken açıklanmıştı.

Tablo 5.1: G_c 'nin n 'nin değişimine göre aldığı farklı değerler.

n	G_c
0.8	1.285714
0.9	1.117647
1	1

n 'nin değerine bağlı olarak değişen G_c değeri ayrılma ve birleşme noktalarını belirleyici bir karaktere sahiptir. Buna göre iterasyon esnasında G 'nin değerinin G_c değerinin üzerine çıktığı ilk noktada akım ayrılması başlamakta, G 'nin tekrar G_c değerine indiğı noktada ise akım ayrılması bitmekte ve birleşme gerçekleşmektedir. Bu bulgu, mevcut çalışmanın amacına uygun olarak elde edilen ve akışın iç dinamikleri hakkında bilgi veren önemli bir analitik bulgudur.

Radyal yönde ayrılma-birleşme koşulu ise

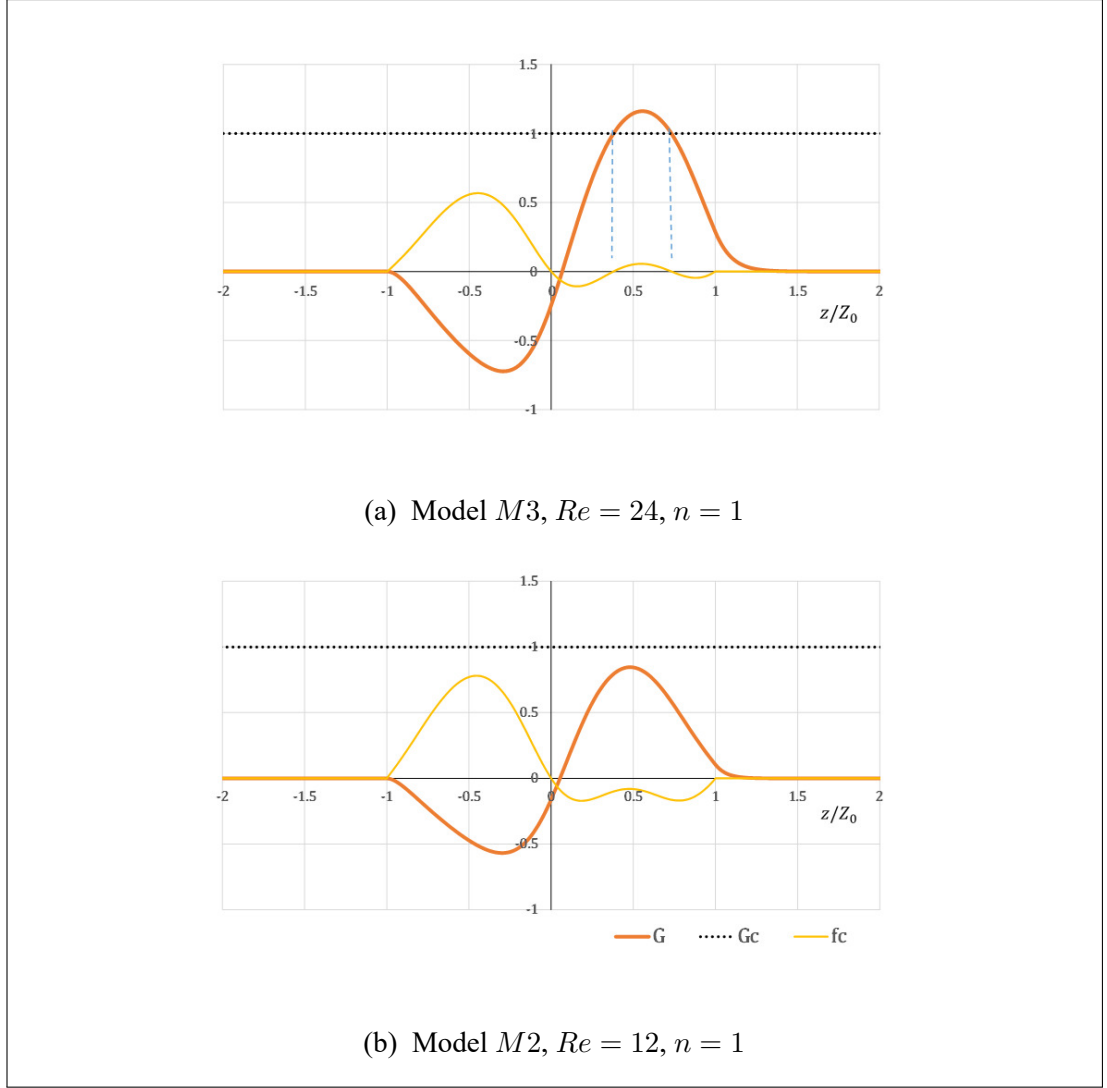
$$\frac{\partial v}{\partial r} \Big|_{r=R} > 0$$

şeklindedir ve bu koşuldan aşağıdaki eşitsizlik elde edilir:

$$f_c = K + 5M + \left(\frac{1}{n} + 2\right)H > 0. \quad (5.4)$$

f_c ve G_c katsayılarının, ayrılma-birleşme bölgesinin mevcut olup olmamasına göre nasıl değiştikleri, Şekil 5.2'de görülebilir.

Grafiklerde, stenoz başlamadan önce ve bittikten sonra f_c ve G katsayılarının 0 değerini aldığı görülmektedir. G katsayısının stenozun en dar olduğı bölgeyi bir miktar geçtikten sonra, f_c 'nin ise stenozun tam ortasında tekrar sıfır değerini aldığı görülür. Geri kalan kısımlarda ise bu katsayılar işaret değiştirmektedirler. Ayrılma-birleşme bölgesinde f_c katsayısı pozitif değer almakta, G katsayısı da G_c değerinin üzerine çıkmaktadır. Akım birleşmesi esnasında $f_c = 0$ olmuş ve bundan sonra stenoz bölgesinden çıkana kadar negatif değer almıştır. Ayrılma-birleşme bölgesi mevcut değil iken ise f_c negatif işaretli olarak ilerlerken G de G_c doğrusunun altında kalmıştır. Sonuç olarak G , K , M katsayılarını incelemek yerine ayrılma-birleşme koşullarından elde edilen f_c ve G_c katsayılarının davranışını incelemek, fiziksel açıdan daha anlamlı olmuştur.

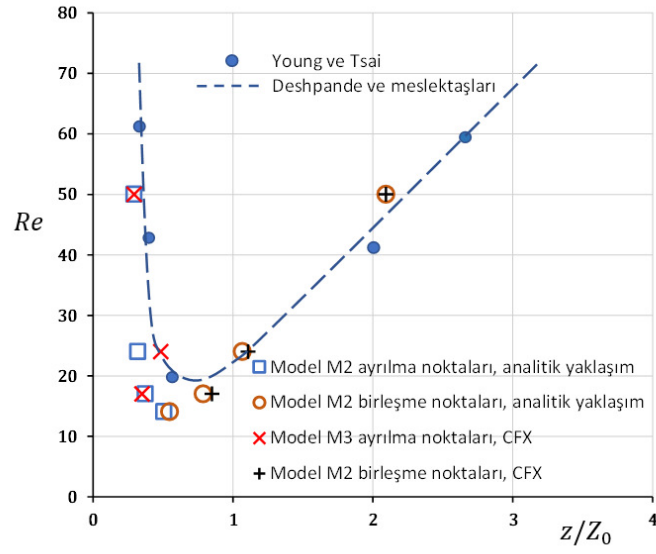


Şekil 5.2: Ayrılma-birleşme bölgesinin (a) olduğu ve (b) olmadığı durumlar için G , f_c ve G_c katsayıların değişimi.

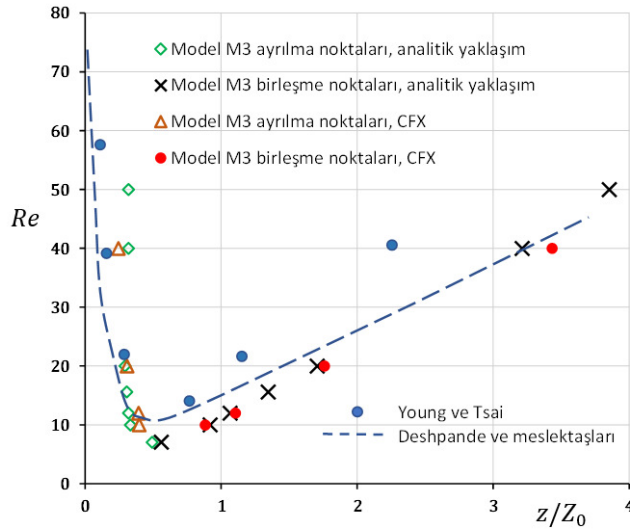
5.2.1. Newtoniyen Durum

Bu çalışma non-Newtoniyen akış merkezli olsa da, çalışılan tüm modeller için $n = 1$ durumunda da sonuçlar elde edilmiş ve literatür ile karşılaştırılmıştır. Buna göre bu çalışmada akışın ayrılma ve birleşme noktaları için elde edilen sonuçlar, Young ve Tsai ([79]), Deshpande ve meslektaşlarının ([81]) sonuçları ile beraber Şekil 5.3'te yer almaktadır.

$M2$ modelinde Reynolds sayısı 50'nin altında iken literatür ile tutarlı sonuçlar gözlemlenmekle beraber Reynolds sayısı 50'nin üzerine çıktığında özellikle ayrılma noktalarında farklanmalar görülmektedir. Benzer durum $M3$ modelinde $Re = 20$ 'den



(a) Model M2



(b) Model M3

Şekil 5.3: Ayrılma-birleşme noktaları.

sonra gözlenmektedir. Reynolds sayısı belli bir değerin üzerinde iken ayrılma noktalarında ortaya çıkan bu farklanmalar, çalışılan momentum denkleminin parabolik tipli olmasından kaynaklı olabilir. Zira daralan kısımda süreklilik denklemi baskın unsur iken, genişleyen kısımda momentum denklemi baskınlaşır. Dolayısıyla büyüklük analizi ile ihmal edilen terimler ayrılma noktalarındaki farklanmanın sebebi olabilir.

Üzerinde durulması gereken bir diğer husus, $n = 1$ için akım ayrılmasının gerçek-

leştiği andaki Reynolds sayılarının her bir yöntemde farklı değeri almasıdır. Tablo 5.2’de bu farklılıklar görülmektedir.

Tablo 5.2: Akım ayrılmasının gerçekleştiği Reynolds sayıları.

	Deshpande ve meslektaşları ([81])	Analitik yaklaşım	CFX
Model <i>M2</i>	17	14	17 ile 18 arası
Model <i>M3</i>	8.75	7	9 ile 10 arası

Reynolds sayıları arasındaki farklılığın bir nedeni olarak kullanılan yöntemlerin hassasiyetlerinin birbirinden farklı olduğu söylenebilir. Fakat daha önemli olan neden, çalışılan denklemlerin tiplerinin birbirinden farklı olmasıdır. CFX hesaplamalarında hiperbolik tipli kısmi türevli diferansiyel denklemler, Deshpande ve meslektaşlarının çalışmasında eliptik tipli denklemler yer alırken, bu çalışmada parabolik tipli Navier-Stokes denklemleri kullanılmıştır. Denklem tiplerinden kaynaklı farklanmanın detaylı anlatımı non-Newtoniyen durumun incelendiği bir alt başlıkta yapılmıştır.

Dikkat edilirse tabloda CFX sonuçlarında akım ayrılmasının başladığı Reynolds sayısı değerleri için aralık verilmiştir. CFX sütununda net bir Reynolds sayısı verilememesinin sebebi CFX’in arka planda kullandığı sonlu hacimler yöntemidir. Akım ayrılmasını inceleyebilmek için duvara yakın bölgeye odaklanmak gerekir. Duvar ise yöntem gereği parça parça bölünür. Bu yüzden bir hız vektörü elde edebilmek için en az iki noktaya ihtiyaç vardır. Akım ayrılmaya başladığı zaman ise o bölgede küçük bir girdap oluşmaya başlar. Sayısal yöntem ile o girdabın modellenmesi için çok noktadan oluşan akım çizgilerini birleştirmek gerekir. Dolayısıyla hem CFX’in akım çizgilerinden hem de görsel olarak piksel piksel okuma yapıldığından ayrılma başlangıcını okumak ancak aralık vererek mümkün olmaktadır.

5.2.2. Non-Newtoniyen Durum

Literatürde, düşük Reynolds sayılarında non-Newtoniyen akış için kıyaslama yapacak çok fazla çalışma yer almamaktadır. Buna rağmen CFX kullanılarak, bu çalışmadaki koşullara benzer koşullar altında elde edilen sonuçların, bu çalışmadan elde edilen sonuçlar ile uyum içerisinde olması, çalışmanın tutarlılığı için önemli bir kriterdir. Bununla birlikte farklı çap/hız çiftleri ile elde edilen aynı Reynolds sayılarında dahi

%10'a varan hatalar görülmüştür. Üstelik ayrılma ve birleşme noktalarının tespitinde ANSYS'nin ürettiği akım çizgilerinin görsel değerlendirilmesi yönteminin kullanıldığı da belirtilmelidir.

Re ve n parametrelerini teker teker değerlendirmeye almak yerine $\frac{Re}{n}$ parametresini kullanmanın fiziksel açıdan manalı sonuçlar verdiğinden Bölüm 5.1'de bahsedilmişti. Burada ise $\frac{Re}{n}$ parametresi kullanılarak ayrılma ve birleşme noktalarının grafiği çizdirildiğinde, grafiklerde kompakt bir görünümün olduğu gözlemlenmiştir. Bu tarz gözlemlere ise literatürde rastlanmamıştır. $\frac{Re}{n}$ parametresi kullanılmadan elde edilen grafikler ile $\frac{Re}{n}$ parametresi kullanılarak elde edilen grafiklerin karşılaştırması Şekil 5.4 ve Şekil 5.5'te yer almaktadır.

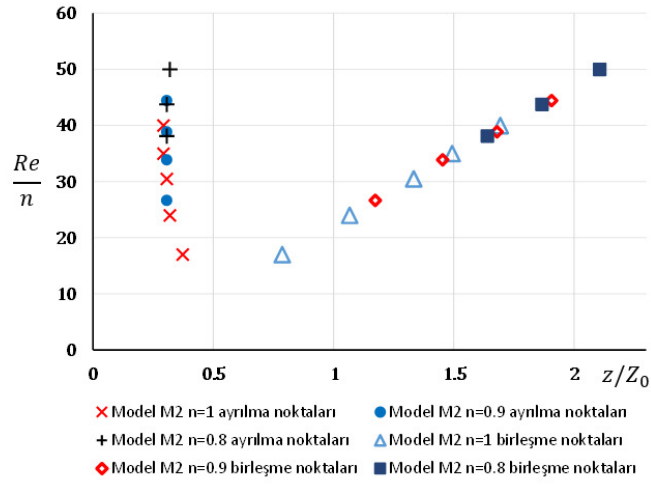
Non-Newtoniyen akış durumunda Reynolds sayısı büyüdükçe veya sabit Reynolds sayısı için n küçüldükçe ayrılma-birleşme bölgesinin uzunluğunun artması bulgusu literatürde yer alır [133], [151]. Bu bulguya benzer olarak, grafiklerde de görüldüğü gibi $\frac{Re}{n}$ parametresinin değeri büyüdükçe ayrılma-birleşme bölgesi büyümektedir.

Ayrılmanın gerçekleştiği andaki Reynolds sayısı değerlerine bakıldığında ise analitik yaklaşım ile elde edilen sonuçlar ile CFX sonuçları arasında ciddi farklanmaların olduğu görülmüştür. Tablo 5.3'te farklı model, n değeri ve çalışma yöntemi için akım ayrılmasının gerçekleştiği andaki Reynolds sayıları yer almaktadır. Tabloda, bahsedilen farklılığın sayısal boyutu görülmektedir.

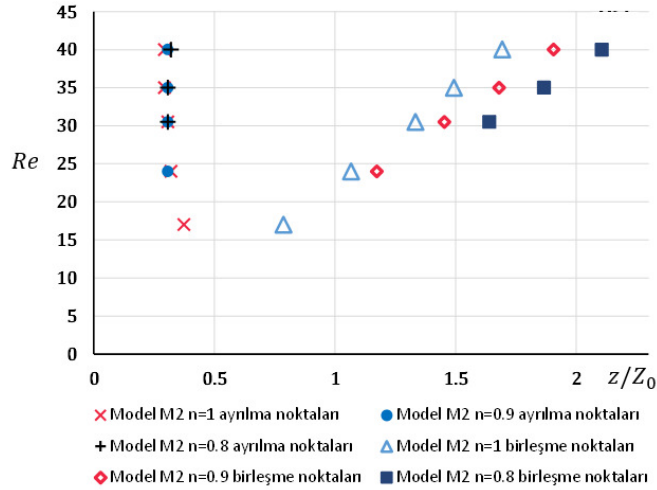
Tablo 5.3: Akım ayrılmasının gerçekleştiği andaki Reynolds sayısı değerleri.

Model $M2$	Analitik yaklaşım	CFX
$n = 1$	14	17 ile 18 arası
$n = 0.9$	19	15 ile 17 arası
$n = 0.8$	30.76	12 ile 15 arası
Model $M3$	Analitik yaklaşım	CFX
$n = 1$	7	9 ile 10 arası
$n = 0.9$	9.31	7 ile 8 arası
$n = 0.8$	15.6	5 ile 7 arası

Yöntemler arası Reynolds sayılarındaki bu farklılığın sebebi ise kullanılan denklem tipidir. Bu çalışmada z -momentum denklemi, yapılan büyüklük analizi ile Bölüm



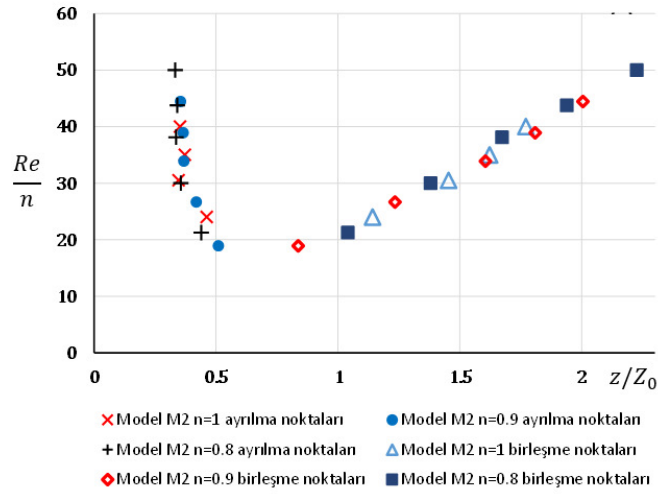
(a) Model $M2$, Re/n parametresi



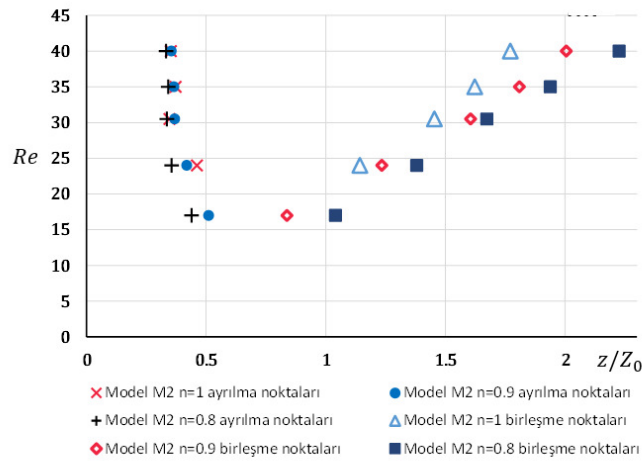
(b) Model $M2$, Re parametresi

Şekil 5.4: Analitik yaklaşım ile ayrılma birleşme noktaları.

4’de gösterildiği üzere parabolik hale gelmişti. Parabolik tipli denklemlerde ayrılmanın başladığı nokta aşağı akış bölgesinden etkilenen bir karakteristiktir [82]. CFX yönteminde ise hiperbolik tipli denklem ile hesaplama yapılmaktadır. Bu sebepten akım ayrılmasının başladığı Reynolds sayılarının her iki yöntem için birbirinden farklı çıkması beklenen bir durumdur. Ayrıca r -momentum denklemi problemde büyüklük analizi sonucu ihmal edildiğinden ayrılma-birleşme noktalarının fiziksel olarak tam temsiline mümkün olamayacağı açıktır. Zira ayrılma-birleşme noktasının varlığı demek, radyal



(a) Model $M2$, Re/n parametresi



(b) Model $M2$, Re parametresi

Şekil 5.5: CFX ile ayrılma birleşme noktaları.

yönde basınç değişiminin sıfırdan farklı olması demektir. Fakat burada önemli olan ve sağlanması beklenen durum, her iki yöntem için ayrılma-birleşme bölgesi büyüklüğünün aynı olması veya en azından birbirine yakın olmasıdır ki bu, Tablo 5.4'te görüldüğü üzere, gerçekleşmiştir.

Tablo 5.4: Ayrılma-birleşme bölgesi uzunlukları.

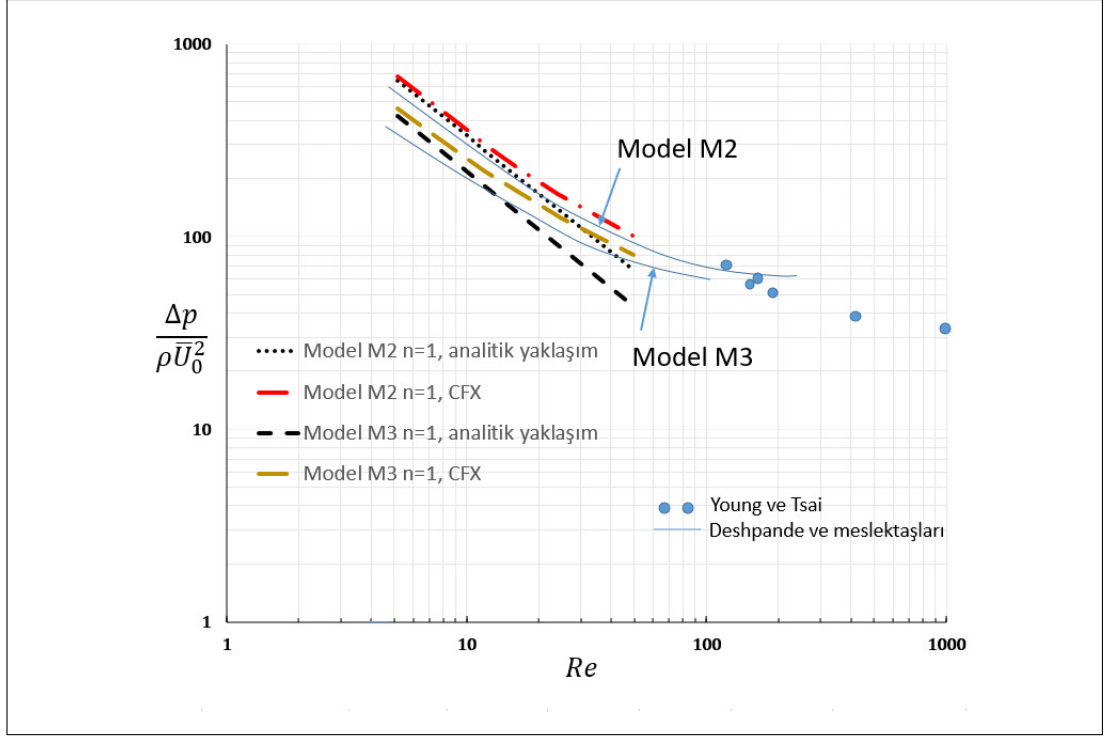
Model $M2$ ($n = 1$)	Analitik yaklaşım	CFX
$Re = 24$	0.746666	0.680672
$Re = 30$	1.026633	1.107142
$Re = 35$	1.2	1.25
$Re = 40$	1.4	1.417910
Model $M3$ ($n = 0.9$)	Analitik yaklaşım	CFX
$Re = 10$	0.68	0.718562
$Re = 16$	1.146666	1.236111
$Re = 20$	1.626666	1.648275
$Re = 25$	2.04	2.075862
Model $M4$ ($n = 0.8$)	Analitik yaklaşım	CFX
$Re = 45$	1.32	1.265151
$Re = 50$	1.493333	1.449438

5.3. Basınç Düşüşü

5.3.1. Newtoniyen Durum

Deshpande ve meslektaşlarının çalışmasında ([81]) stenozy kaynaklı basınç düşüşü yerine tüpün tamamındaki basınç düşüşü hesaplanmıştır. Bu sebepten [81]'den elde edilen sonuçlar ile bu çalışmada elde edilen sonuçların karşılaştırmasını yapabilmek adına tüpün tamamındaki basınç düşüşü hesabı, Newtoniyen akış durumu için hesaplanmıştır. Fakat [81]'de momentum denklemlerinde her bir terimin mevcut olmasından farklı olarak, bu çalışmada büyüklük analizi sonucu momentum denklemlerinde ihmal edilen terimlerin olduğu düşünüldüğünde, yapılacak karşılaştırma ancak kalitatif bir karşılaştırma olacaktır. Şekil 5.6'da bu karşılaştırma yer almaktadır.

Bütüncül bir değerlendirme yapıldığında, özellikle CFX sonuçları ile [81]'in sonuçlarının uyumlu olduğu görülmektedir. Analitik yaklaşım ile elde edilen basınç düşüşü değerlerinin ise belli bir Reynolds sayısından önce [81] ile (ve CFX sonuçları ile) uyumlu olduğu görülmüştür. Hatta $M3$ modeli için $8 < Re < 11$ aralığında tam

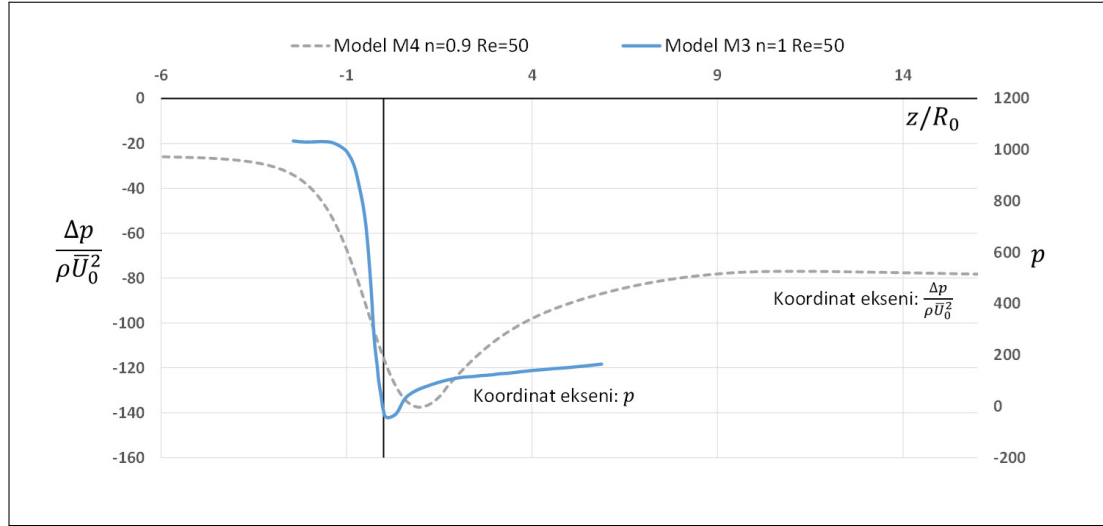


Şekil 5.6: $M2$ ve $M3$ modellerinin basınç düşüşü karşılaştırmaları.

eşleşme görülmektedir. Reynolds sayısı belli bir değerin üzerine çıktıktan sonra ise elde edilen sonuçların [81]'den bir miktar farklı olduğu ve Reynolds sayısı büyüdükçe bu farklanmanın arttığı gözlemlenmiştir. $M3$ modeli, geometrisinden ötürü daha sert bir daralmaya sahip olduğu için, bu farklanma daha düşük Reynolds sayılarında görülmektedirken $M2$ modelinde benzer durum daha büyük Reynolds sayıları için gözlemlenmektedir. Özetle, analitik yaklaşımla elde edilen basınç düşüşü eğrisi beklenen logaritmik karakteristiği sağlayamamaktadır. Yani belli bir Reynolds sayısından sonra basıncın yavaşlayarak düşmeye devam etmesi gerekirken düşüş lineer seyretmektedir. Oysa CFX sonuçlarında logaritmik davranış bir miktar görülmektedir. Bu farklılığın sebebi olarak çözüm önerisindeki terim sayısı veya ihmal edilen terimlerin analitik yaklaşım ile elde edilen sonuçları etkilemesi gösterilebilir. Çözüm önerisi ne kadar çok terimden oluşursa, aynen CFX sonuçlarında olduğu gibi, Reynolds sayısı artarken basınç düşüşü eğrisinin logaritmik davranış sergilediği muhtemelen gözlemlenecektir. Terim ihmali ise, özellikle radyal yöndeki basınç değişiminin olmadığı varsayıldığından, basınç değişimini birinci derecede ilgilendiren bir husustur.

5.3.2. Non-Newtoniye Durum

[81]'de basınç değişimi *M3* modeli, $Re = 50$ için verilmiştir. Bu alışmada *M4* modeli, $Re = 50$ ve $n = 0.9$ için elde edilen basınç değişimi değerleri ile [81]'den elde edilen sonuçlar, her ne kadar [81]'de Newtoniye akış varsayımı yapılmış olsa da, şekil 5.7'de görüldüğü gibi kalitatif bir karşılaştırmaya tabi tutulmuştur.



şekil 5.7: Model *M4*, $n = 0.9$, $Re = 50$ ve Deshpande'nin çalışmasındaki Model *M3*, $n = 1$, $Re = 50$ için basınç değişimleri.

Grafikte görüldüğü gibi her iki modelde de stenozun başlamasıyla hızlı bir basınç düşüşü söz konusudur. *M4* modelinde stenoz öncesinde lineer bir seyir izleyen basınç değişimi stenoz sonrasında bir miktar kayıpla beraber stenoz öncesi durumdaki lineer düşüşü seyrine geri dönmektedir. Bu gözlem önemlidir zira stenoz öncesi ve sonrasındaki basınç dair lineer seyir aynı eğime sahip olmalıdır. [81]'deki basınç değişimi eğrisine bakıldığında stenoz öncesinde de stenoz sonrasında da lineer bölge gözlemlenememektedir. Bunun sebebi grafik çizdirilirken stenoz öncesi ve sonrasında yeteri kadar noktanın değerlendirmeye alınmamış olmasıdır. Stenozdan kaynaklı basınç kaybına bakıldığında ise *M4* modelinde kaybın nispeten daha az olduğu görülmektedir ama bu kayıp miktarları [81]'in *M3* modeli ile sayısal karşılaştırmaya tabi tutulamaz. Zira modeller ve n değerlerinin birbirinden farklı olmasının yanı sıra koordinat eksenleri de birbirinden farklıdır. Dolayısıyla ancak kalitatif bir uyumun söz konusu olduğu söylenebilir.

Bahsetmeye değer bir diğer önemli husus ise n değeri kldkce basınç değişiminin sayısal değerinin küçülüyor olmasıdır. Bu durum pompalamanın verimliliği

açısından önem arz eder. Çünkü bu sayede aynı miktarda sıvı nispeten daha az kalp eforuyla aktarılabilir. Tablo 5.5'te her model için, belirlenmiş bir Reynolds sayısında, n 'nin farklı değerlerine göre basınç değişimlerinin sayısal büyüklükleri yer almaktadır.

Tablo 5.5: Basınç değişimlerinin sayısal değerleri.

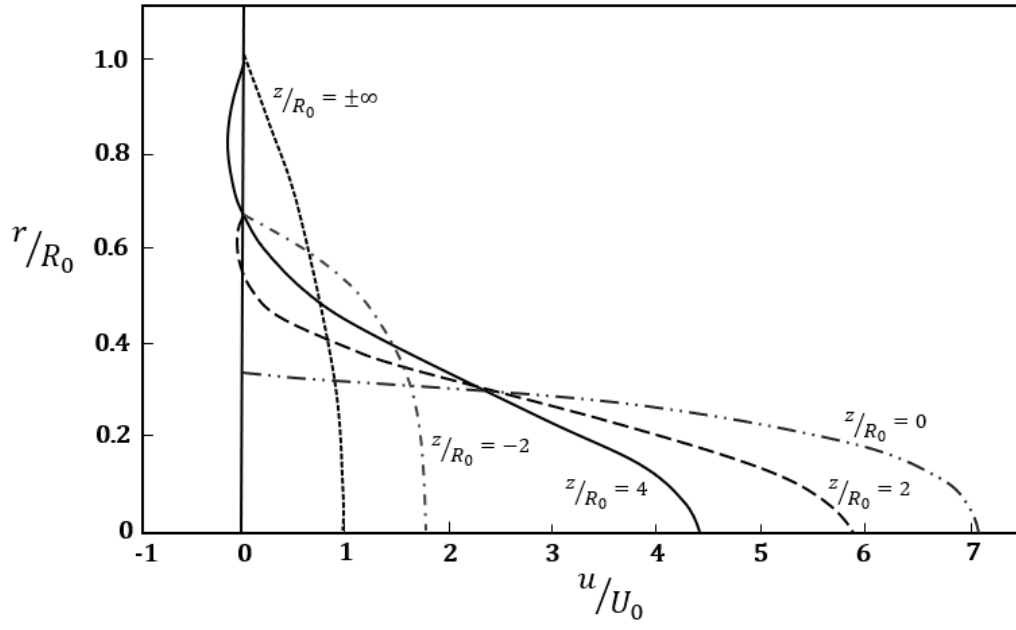
	$n = 1$	$n = 0.9$	$n = 0.8$
$\left \frac{dp}{dz} \right $ (Model $M2$ $Re = 24$)	298.6	158.5	93.35
$\left \frac{dp}{dz} \right $ (Model $M3$ $Re = 12$)	149.25	90	58.8
$\left \frac{dp}{dz} \right $ (Model $M4$ $Re = 35$)	434	215	120

5.4. Akış Hızı

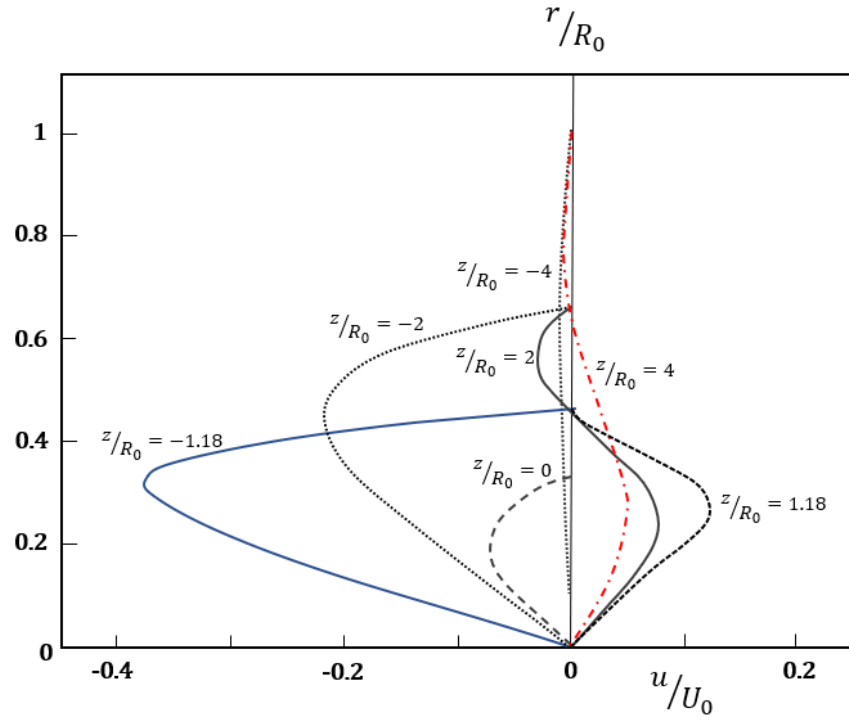
5.4.1. Newtoniyen Durum

[81]'de $Re = 200$ için $M0$ modeli ve $Re = 50$ için $M2$ modeli, 5 eksenel ve 7 radyal noktada incelenerek bu modeller için eksenel ve radyal hız profilleri elde edilmiştir. Bu çalışmada ise çalışmanın geometrisine uygunluğu açısından [81]'deki profillerden $M2$ modeline ait olanlar değerlendirmeye alınmış ve eksenel ve radyal olarak 7'şer noktada hesaplama yapılarak profiller çizdirilmiştir. Şekil 5.8 ve Şekil 5.9'da her iki çalışmanın eksenel ve radyal hız profillerine ait grafikleri yer almaktadır.

Görüldüğü gibi bazı farklılıklarla, sapmalarla birlikte grafikler birbiriyle uyumludur. Sapmaların sebeplerinden biri $Re = 50$ değerinin bu çalışmada $M2$ modeli için belirlenen Reynolds sayısı sınırının üstünde olmasıdır. Çünkü bu çalışmadaki terim ihmallерinin düşük Reynolds sayıları için anlamlıdır. Sapmalar ise z -momentum denkleminin baskın olduğu genişleyen kısımda gerçekleşmektedir. Sapmaların bir diğer sebebi olarak çözüm önerisindeki terimlerin sayısının azlığı gösterilebilir. Terim sayısı arttıkça bu sapmaların azalması beklenmektedir.

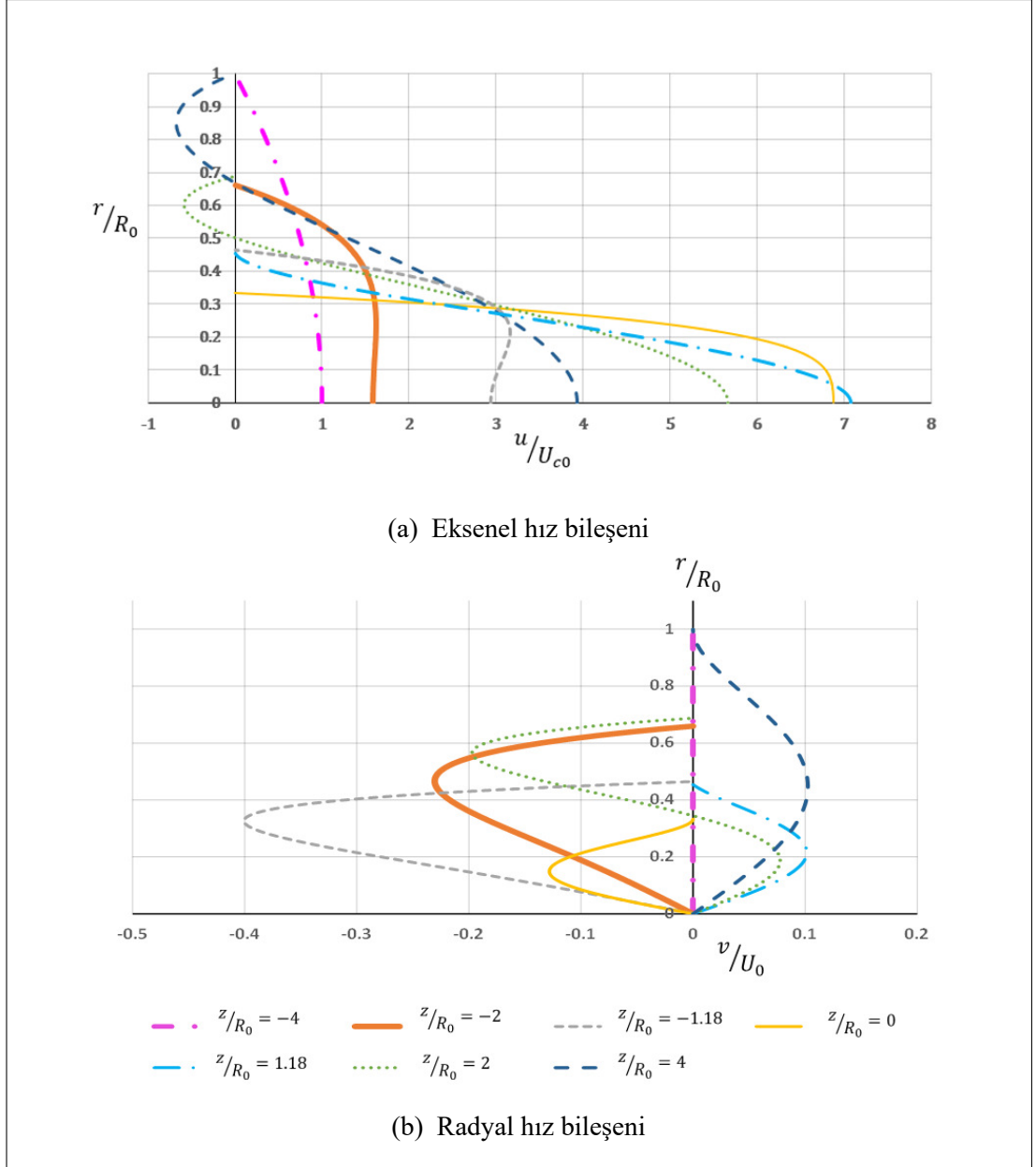


(a) Eksenel hız bileşeni



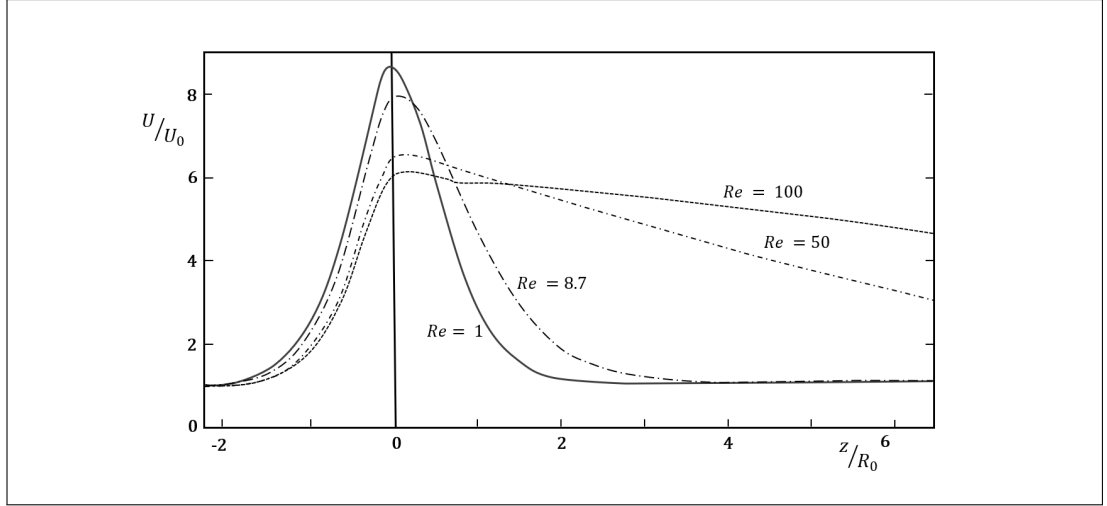
(b) Radyal hız bileşeni

Şekil 5.8: Model $M2$, $Re = 50$ için Deshpande ve meslektaşlarının çalışmasında yer alan hız bileşenleri.

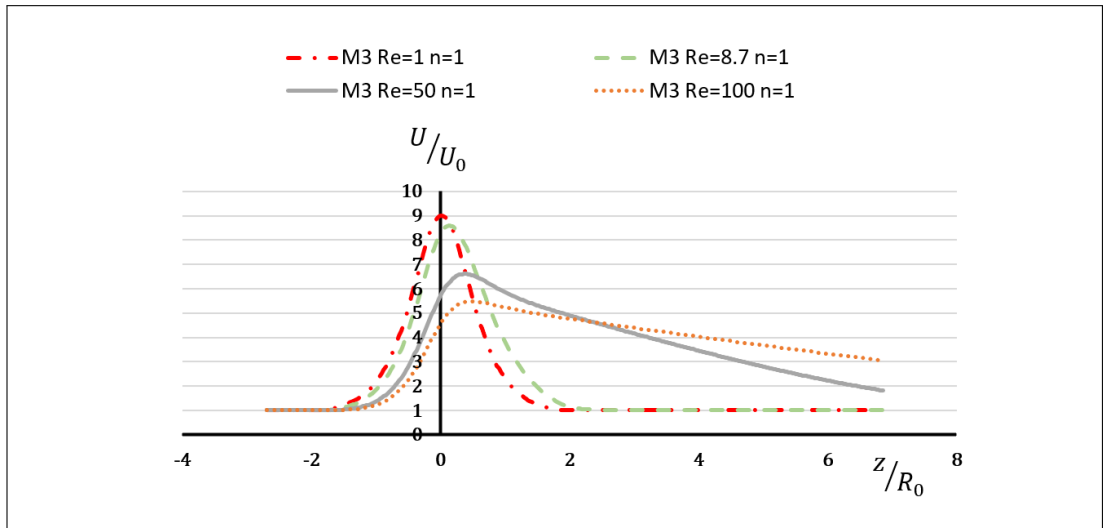


Şekil 5.9: Model $M2$, $Re = 50$ için mevcut çalışmada yer alan hız bileşenleri.

[81]'de yer alan bir diğer grafik $M3$ modelinin farklı Reynolds sayıları ile elde edilen merkezî çizgi hızının eksenel değişim eğrileridir (Şekil 5.10). Bu grafiğe benzer olarak Şekil 5.11'de, bu çalışmadan elde edilen ve $M3$ modelinin merkezî çizgi hızı değişim eğrileri ve bu değişimin damarın yarıçapı ile olan bağlantısı yer almaktadır. Ufak tefek eksen değerleri dışında eğrilerin birbirini ile oldukça uyumlu olduğu görülmektedir.



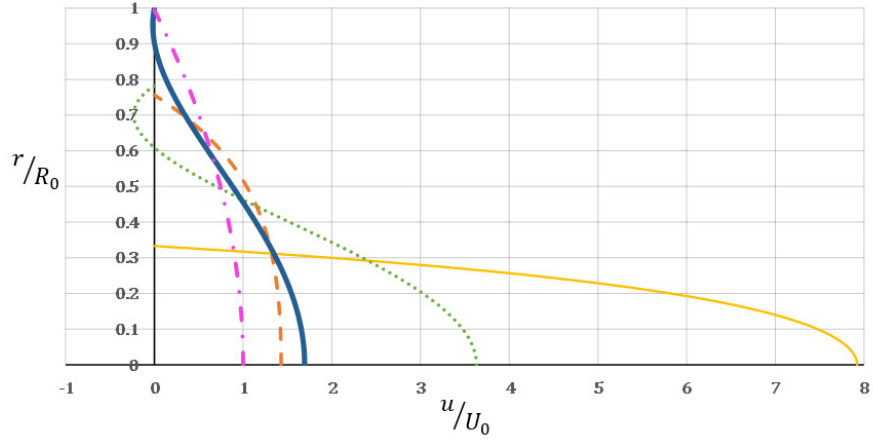
Şekil 5.10: Deshpande ve meslektaşlarının çalışmasında Model $M3$ için farklı Reynolds sayılarında hesaplanan merkezî çizgi hızının eksenel değişimleri.



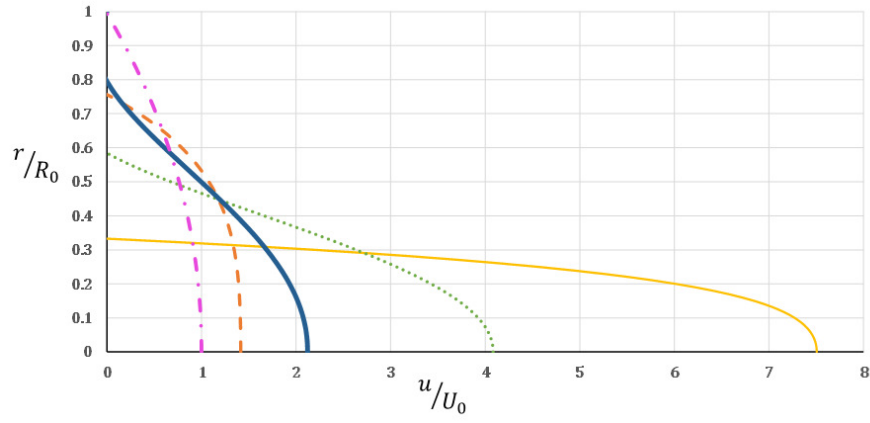
Şekil 5.11: Model $M3$ ve farklı Reynolds sayıları için mevcut çalışmadan elde edilen merkezî çizgi hızının eksenel değişimleri.

5.4.2. Non-Newtoniyen Durum

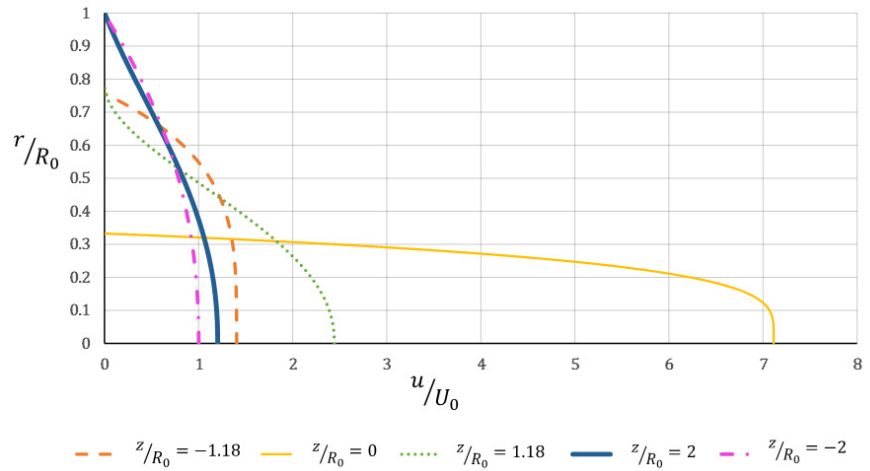
n 'nin değeri küçüldükçe orta bölgede artan düzleşme fizyolojik açıdan avantajlıdır. Zira kanın, non-Newtoniyen karakteristiğine paralel olarak, sabit hızla ilerlediği orta bölgenin kalınlığı arttığında daha fazla parçacık daha hızlı taşınabilir hale gelir [70]. Yani damar içindeki kanın toplam debisi artar. Bu çalışmada da benzer bulgular elde edilmiştir. $M3$ modeli, $Re = 12$ için n 'nin farklı değerlerinde elde edilen eksenel hız profilleri bu bulguya örnek olarak Şekil 5.12'de yer almaktadır.



(a) $n = 1$



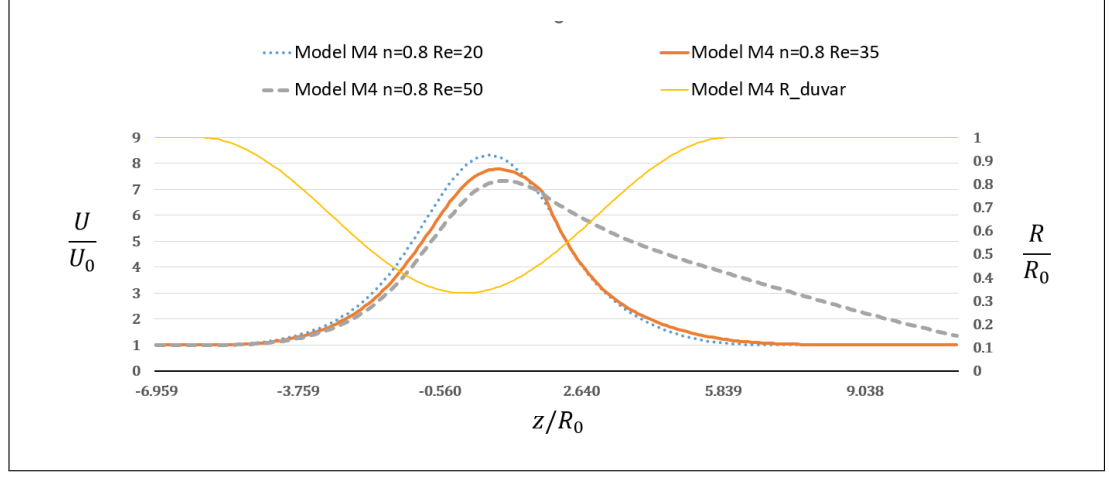
(b) $n = 0.9$



(c) $n = 0.8$

Şekil 5.12: $M3$ modeli için azalan n değerine karşılık hız bileşeninde artan düzleşme durumuna bir örnek.

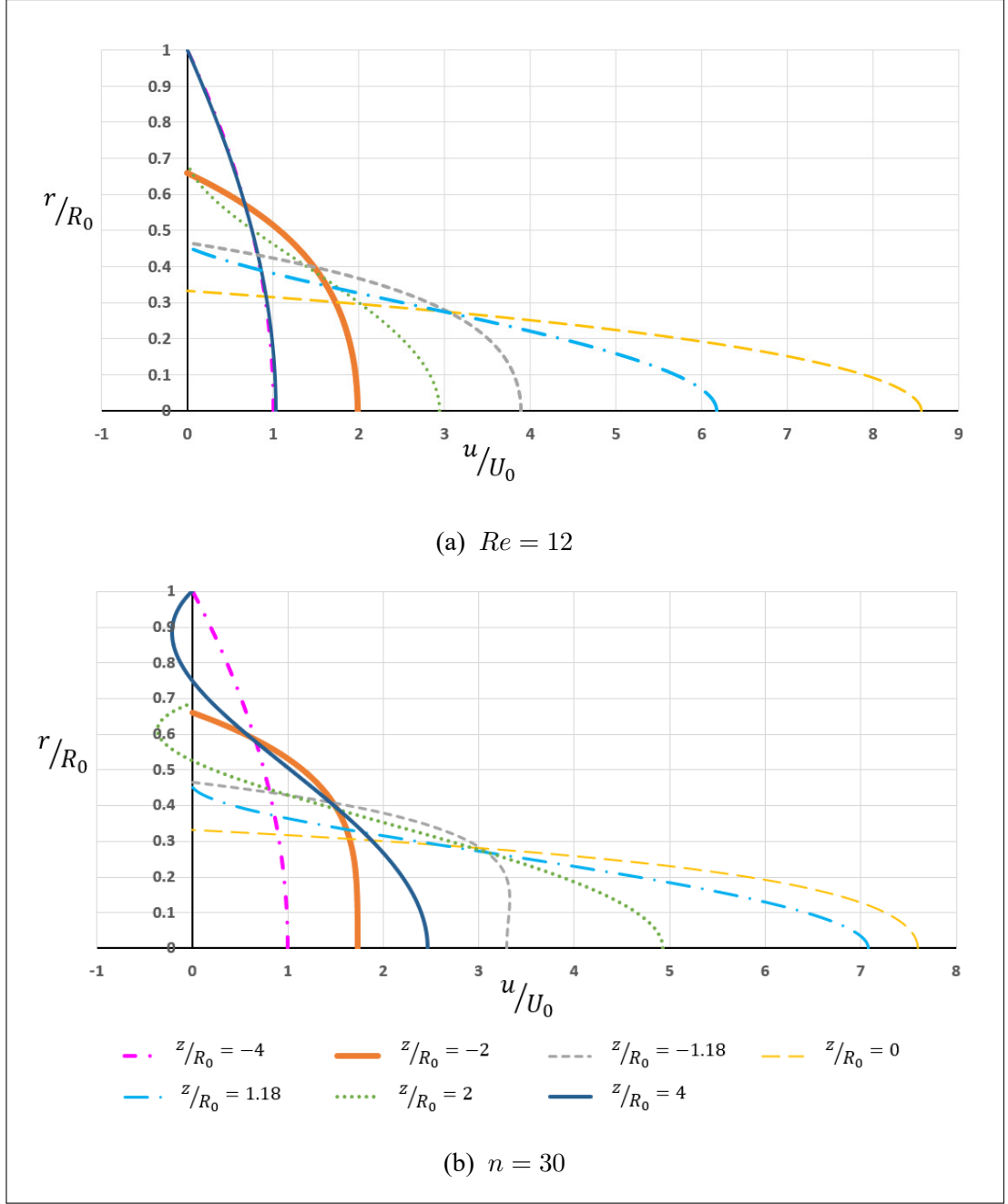
$M4$ modeli için damar boyunca farklı Reynolds sayıları ile elde edilen aksenal hız değişimi eğrileri ve bu değişimin damarın yarıçapı ile olan bağlantısı Şekil 5.13’de verilmiştir.



Şekil 5.13: Model $M4$, $n = 0.8$ için $Re = 20$, $Re = 35$, $Re = 50$ durumlarında aksenal hız profillerinin ve damar yarıçapının karşılaştırması.

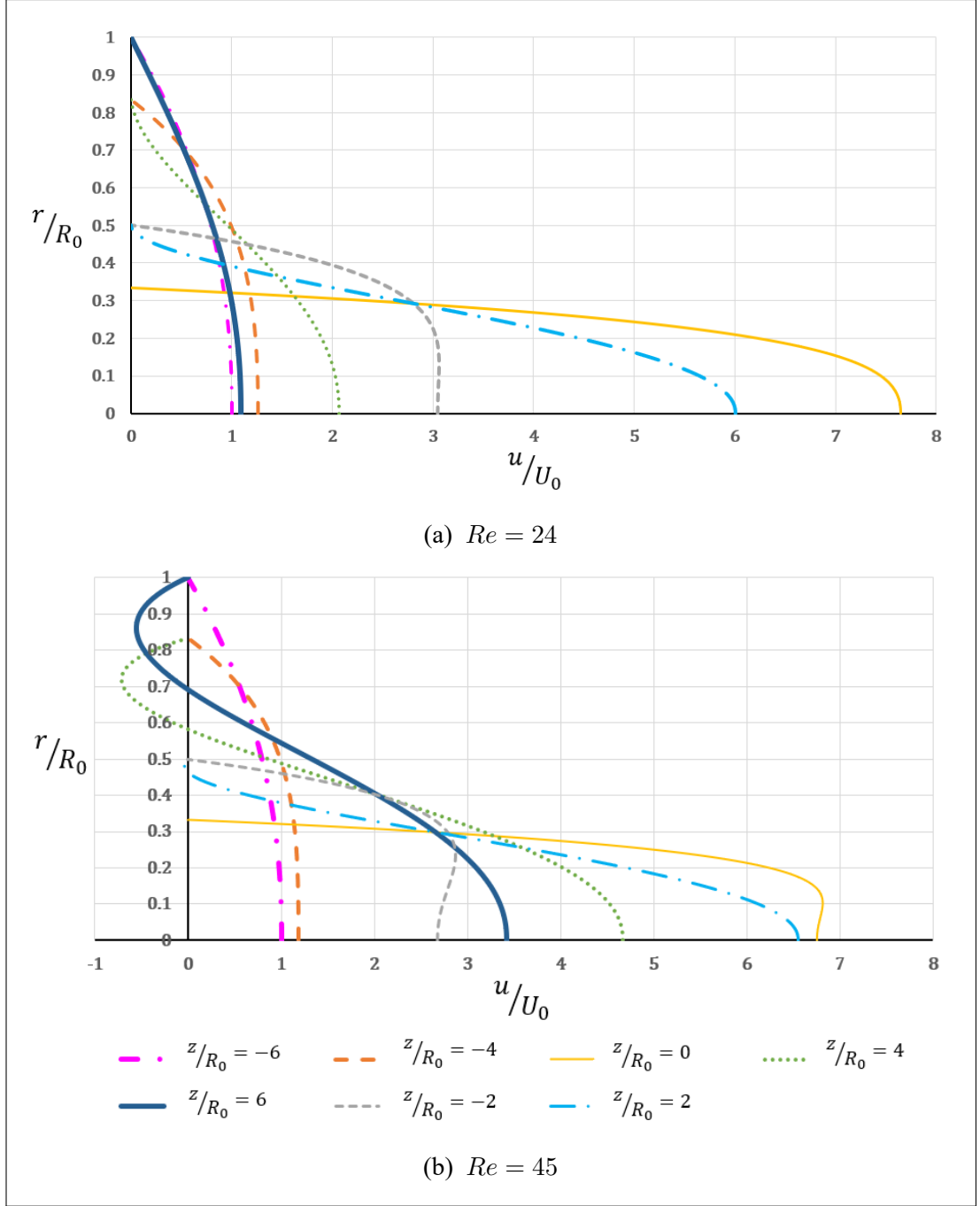
Grafiğe göre Reynolds sayısı yükseldikçe aksenal hızın en yüksek değeri aldığı z istasyonu ötelenmektedir. $Re = 20$ ve $Re = 35$ değerleri için akım ayrılması söz konusu değilken $Re = 50$ değerinde akım ayrılması mevcuttur. $Re = 50$ durumunda, stenoz sonrası aksenal hız değişiminin diğer durumlardaki değişimlerden farkı açık olarak görülmektedir. Bu ise aksenal hızın, akım ayrılmasından nasıl etkilendiğine dair bir örnektir.

Hem Newtoniyen hem de non-Newtoniyen akış durumunda, [81]’de kullanılan sayısal yöntemle de bu çalışmada kullanılan analitik yaklaşımla da olsa, elde edilen grafiklerde ayrılma-birleşme bölgesine denk gelen z istasyonundaki hız bileşenlerinin işaret değiştirdiği gözlemlenmektedir. Her ne kadar [81]’de bu işaret değişiminin denklemlerin eliptik doğasından kaynaklı olduğu söylene de, parabolik tipli denklem kullanılan bu çalışma için de benzer işaret değişimleri mevcuttur. Fakat sapma miktarları [81]’deki eğrilere kıyasla fazladır. Bu sapmalara sebep olarak, daha önce de bahsi geçen, denklem tipi meselesi ile çözüm önerisindeki terim azlığı sayılabilir. Çalışılan modeller için akım ayrılmasının olmadığı ve olduğu durumlarda aksenal hız bileşenlerinin işaret değişimlerine dair örnekler Şekil 5.14 ve Şekil 5.15’de yer almaktadır.



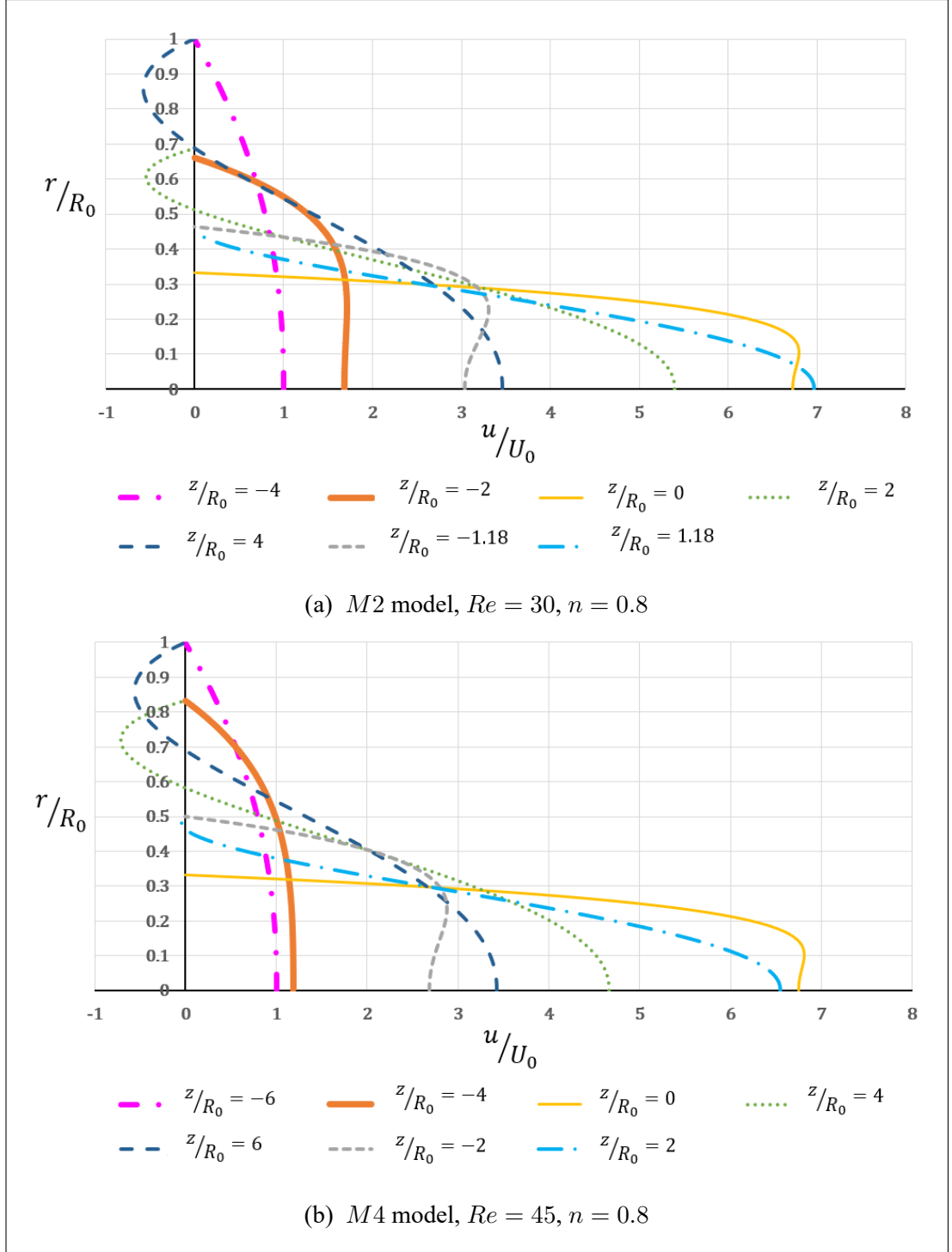
Şekil 5.14: Model $M2$, $n = 1$ için (a) akım ayrılması yokken (b) akım ayrılması varken eksenel hız bileşenlerinin işaret değişimleri.

Görüldüğü gibi akım ayrılması söz konusu iken ayrılma-birleşme bölgesi içinde kalan z istasyonlarında ($M2$ modeli için $z/R_0 = 2$ ve $z/R_0 = 4$; $M3$ modeli için $z/R_0 = 1$, $z/R_0 = 1.18$ ve $z/R_0 = 2$; $M4$ modeli için $z/R_0 = 2$, $z/R_0 = 4$, $z/R_0 = 6$) işaret değişimi olduğu görülmektedir. Akım ayrılması yokken bu durum söz konusu değildir.



Şekil 5.15: Model $M4$, $n = 0.8$ için (a) akım ayrılması yokken (b) akım ayrılması varken eksenel hız bileşenlerinin işaret değişimleri.

Literatürde yer alan bulgulardan bir diğeri, maksimum hız bileşeninin merkezî çizgi üzerinde olmadığı durumların varlığıdır [6, 81, 137]. Çukurlaşma olayı (dip phenomenon) olarak bilinen bu durum bu çalışmada da gözlemlenmiştir. Şekil 5.16'de çukurlaşma olayına örnekler bulunmaktadır.



Şekil 5.16: Eksenel hız profili üzerinden çukurlaşma örnekleri.

5.5. Sonuç

Bu çalışmada (4.21) geometrisi ile tanımlanmış (daralan-genişleyen) damarda, genelleştirilmiş power-law modeli ile modellenmiş akışkanın hemodinamik özellikleri, düşük Reynolds sayıları için ele alınmıştır. Büyüklük analizi ile korunum denklemlerindeki bazı terimler ihmal edilmiştir. Boyutsuz Reynolds sayısı olarak (4.27) formülasyonu kullanılmıştır. Eksenel ve radyal hız profilleri için analitik model olarak polinom olmayan yaklaşımlar önerilmiştir. Kan damarının geometrisi, başına ve sonuna düz dairesel kanalların eklendiği kosinüs eğrisi ile oluşturulan daralan-genişleyen tüp olarak verilmiştir. Kayma hızının 100 1/s 'nin altında olduğu durumlar incelemeye alınmıştır. Her iki akış modeli için iterasyon ile elde edilen analitik sonuçlar, ANSYS CFX yazılımı kullanılarak, aynı geometrik oranlar, aynı Reynolds sayıları ve aynı akış modelleri için elde edilen sonuçlarla kıyaslanmıştır.

Çalışmada daralan-genişleyen kanal için fiziksel bir gereklilik olan orta bölgenin varlığı, bu bölgenin empoze edildiği çalışmalardan farklı olarak herhangi bir koşula gerek kalmadan analitik olarak gösterilmiştir.

Mevcut literatür ile kapsamlı bir karşılaştırma yapabilmek için Newtoniyen akışkan kabulü altında da sonuçlar elde edilmiştir. Bu sonuçlar literatürdeki önemli çalışmalar ile karşılaştırılmış ve sonuçların birbirleri ile oldukça uyumlu olduğu gözlemlenmiştir. Reynolds sayısı bu çalışmada belirlenen aralığın dışına çıktıkça bu uyumun biraz bozulduğu, örneğin hız bileşenlerinde sapmaların ortaya çıktığı gözlemlenmiştir. Çalışmada 3-boyutlu modelleme yapılarak ANSYS CFX yazılımının kullanılmasının sebebi ise non-Newtoniyen durumlar için ele alınan koşullar altında literatürde çok fazla çalışmanın bulunmamasıdır. Non-Newtoniyen durum için yapılan analitik çalışmalarda, hız profillerin katsayılarını içeren ve power-law modeli ile çalışıldığı için kapalı formda ifade edilen formülasyonlar elde edilmiştir. Bu formülasyonlardan yola çıkarak elde edilen sonuçlar hem kalitatif hem de kantitatif olarak CFX sonuçları ile değerlendirmeye tabi tutulmuştur. Bu karşılaştırmalarda özellikle ayrılma-birleşme noktalarında ve basınç düşüşlerinde farklılıklar bulunmakla beraber bu hususların çözüm önerilerindeki terim sayısının azlığı veya momentum denklemlerinde ihmal edilen terimlerle olan ilişkisi açıklanmaya çalışılmıştır. Ayrılma-birleşme bölgesi için önem arz eden sonuçlardan biri ayrılma-birleşme bölgesinin uzunluğu ile ilişkilidir. Analitik yaklaşım ve CFX ile

elde edilen sonuçlarda elde edilen ayrılma ve birleşme noktaları farklı olsa da ayrılma-birleşme bölgesi büyüklükleri birbirine çok yakındır. Bu ise iki yöntem arasında kalitatif bir uyumun olduğunu göstermektedir.

Eksenel hız profilindeki G katsayısından elde edilen ve n 'ye göre değişen G_c katsayısı ayrılma ve birleşme noktalarını belirleyici bir karaktere sahiptir. Sistemin iç mekanizmasına hitap eden bu sonuç ancak analitik çalışma neticesinde elde edilebilecek bir sonuçtur. Buna göre G , G_c 'nin üzerine çıktığında akım ayrılması başlamakta, G G_c 'nin altına indiğinde ise birleşme gerçekleşmektedir.

CFX sonuçlarından elde edilen akım çizgileri ile, literatürde yer alan ve "Reynolds sayısı büyüdükçe ayrılma-birleşme bölgesinin uzunluğu artar" bulgusu doğrulanmıştır. Aynı etki stenoz geometrisinde sertlik derecesi arttığında da gözlemlenmiştir. Sertlik derecesi arttıkça kritik Reynolds sayısı küçülmektedir. Aynı Reynolds sayıları için ayrılma non-Newtoniyen durumlarda daha erken başlamaktadır. Ayrıca non-Newtoniyen durumlarda ayrılma-birleşme bölgesi stenozun merkezine Newtoniyen duruma nazaran daha yakındır. Ayrıca orta bölge non-Newtoniyenlik derecesi arttıkça kalınlaşır. Bunlar ise non-Newtoniyen özelliklerin ağır bastığı durumlarda kanın akışını kolaylaştırmaktadır.

n parametresi kan için uygun olan aralıkta seçildiğinde ve bu seçimin sonucu olarak Reynolds sayısı (5.1) olacak şekilde hesaplandığında elde edilen $\frac{Re}{n}$ boyutsuz parametresi, Re ve n 'den bağımsız olarak fiziksel anlam içermektedir. Buna göre farklı modeller için aynı $\frac{Re}{n}$ oranında akım çizgilerinin yapılanması benzerdir. Bu durum literatürde yer alan ve farklı geometriye sahip non-Newtoniyen çalışmalar üzerinde de doğrulanmıştır. Ayrıca artan $\frac{Re}{n}$ değeri için ayrılma-birleşme bölgesinin uzunluğunun arttığı gözlemlenmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] Ku D. N., (1997), “Blood flow in arteries”, *Annual Review of Fluid Mechanics*,, 29(1), 399–434.
- [2] Web1, (2021), https://www.who.int/health-topics/cardiovascular-diseases#tab=tab_1, (Erişim tarihi: 09/09/2022).
- [3] Mazumdar J., (1992), “BioFluid Mechanics”, 1st Edition, World Scientific.
- [4] Ahmed S. A., Giddens D. P., (1983), “Velocity measurements in steady flow through axisymmetric stenoses at moderate reynolds numbers”, *Journal of Biomechanics*, 16(7), 505–516.
- [5] Xu X. Y., Collins M. W., (1990), “A review of the numerical analysis of blood flow in arterial bifurcations”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, 204(4), 205–216.
- [6] Varghese S. S., Frankel S. H., Fischer P. F., (2007), “Direct numerical simulation of stenotic flows. part 1. steady flow”, *Journal of Fluid Mechanics*, 582, 253–280.
- [7] Womersely J. R., (1955), “Method for the calculation of velocity, rate of flow and viscous drag in arteries when the pressure gradient is known”, *The Journal of Physiology*, 127(3), 553–563.
- [8] Copley A., Stainsby G., Colloid F. S., Committee B., of Rheology B. S., (1960), “Flow Properties of Blood, and Other Biological Systems: Proceedings of an Informal Discussion Convened Jointly by the Faraday Society, Colloid and Biophysics Committee and the British Society of Rheology”, 1st Edition, Pergamon.
- [9] Thurston G. B., (1976), “The viscosity and viscoelasticity of blood in small diameter tubes”, *Microvascular Research*, 11(2), 133–146.
- [10] Ku D. N., Giddens D. P., Zarins C. K., Glagov S., (1985), “Pulsatile flow and atherosclerosis in the human carotid bifurcation. positive correlation between plaque location and low oscillating shear stress”, *Arteriosclerosis: An Official Journal of the American Heart Association*, 5(3), 293–302.
- [11] Steinman D. A., Taylor C. A., (2005), “Flow imaging and computing: Large artery hemodynamics”, *Annals of Biomedical Engineering*, 33(12), 1704–1709.
- [12] Taylor C. A., Hughes T. J., Zarins C. K., (1998), “Finite element modeling of blood flow in arteries”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 158(1), 155–196.
- [13] Takizawa K., Schjodt K., Puntel A., Kostov N., Tezduyar T. E., (2012), “Patient-specific computer modeling of blood flow in cerebral arteries with aneurysm and stent”, *Computational Mechanics*, 50(6), 675–686.
- [14] van de Vosse F. N., Stergiopoulos N., (2011), “Pulse wave propagation in the arterial tree”, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 43(1), 467–499.

- [15] Figueroa C. A., Vignon-Clementel I. E., Jansen K. E., Hughes T. J. R., Taylor C. A., (2006), "A coupled momentum method for modeling blood flow in three-dimensional deformable arteries", *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195, 5685–5706.
- [16] Chien S., (1982), "Hemorheology in clinical medicine", *Clinical Hemorheology and Microcirculation*, 2(1-2), 137–142.
- [17] Zendehebudi G. R., Moayeri M. S., (1999), "Comparison of physiological and simple pulsatile flows through stenosed arteries", *Journal of Biomechanics*, 32(9), 959–65.
- [18] Fung Y., (1993), "Mechanical Properties of Living Tissues", Vol. 547, 1st Edition, Springer.
- [19] Girerd X. J., Acar C., Mourad J. J., Boutouyrie P., Safar M. E., Laurent S., (1992), "Incompressibility of the human arterial wall: an in vitro ultrasound study", *Journal of Hypertens Suppl.*, 10(6), 111–114.
- [20] Web2, (2016), <https://musculoskeletalkey.com/effects-of-aging-on-vascular-function/>, (Erişim tarihi: 09/09/2022).
- [21] Web3, (2022), <https://courses.lumenlearning.com/nemcc-ap/chapter/blood-flow-blood-pressure-and-resistance/>, (Erişim tarihi: 01/09/2022).
- [22] Niinomi M., Narushima T., Nakai M., (2015), "Advances in Metallic Biomaterials : Tissues, Materials and Biological Reactions", Vol. 3, 1st Edition, Heidelberg.
- [23] Web4, (2013), <https://anatomyandphysiologyi.com/cardiovascular-system-blood-vessels/>, (Erişim tarihi: 01/09/2022).
- [24] Sugiyama T., Kawamura K., Nanjo H., Sageshima M., Masuda H., (1997), "Loss of arterial dilation in the reendothelialized area of the flow-loaded rat common carotid artery", *Arterioscler Thromb Vasc Biol.*, 17(11), 3083–3091.
- [25] Özdoğu H., (2007), "İnflamasyonda baş aktör endotel", *Türkiye Hematoloji Derneği*, 6. ilk basamak kursu.
- [26] Cordoba C. G., Daly C. J., (2019), "The organisation of vascular smooth muscle cells; a quantitative fast fourier transform (fft) based assessment", *Translational Research in Anatomy*, 16, 100047.
- [27] Fedosov D. A., Caswell B., Popel A. S., Karniadakis G. E., (2010), "Blood flow and cell-free layer in microvessels", *Microcirculation*, 17(8), 615–628.
- [28] Web5, (2022), <http://slideplayer.com/slide/8216074/>, (Erişim tarihi: 01/09/2022).
- [29] Kundu P., Cohen I., Rowling D. R., (2010), "Fluid Mechanics", 4th Edition, Academic Press.
- [30] Chandran K., Rittgers S., Yoganathan A., (2006), "Biofluid Mechanics: The Human Circulation", 1st Edition, CRC Press.

- [31] Earl E., Mohammadi H., (2019), Biomechanics of human blood, in H. Mohammadi, ed., “Biomechanics”, IntechOpen, Rijeka, chapter 2.
- [32] Alderman N. J., (1997), ”Non-newtonian fluids: Guide to classification and characteristics”, Technical Report No: 97034, ESDU International plc.
- [33] Thurston G. B., (1979), “Rheological parameters for the viscosity viscoelasticity and thixotropy of blood”, *Biorheology*, 16(3), 149–162.
- [34] Mandal P. K., (2005), “An unsteady analysis of non-newtonian blood flow through tapered arteries with a stenosis”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 40(1), 151–164. Non-linear Fluid Mechanics.
- [35] Walburn F. J., Schneck D. J., (1976), “A constitutive equation for whole human blood”, *Biorheology*, 13(3), 201–210.
- [36] Web6, (2016), <https://islamansiklopedisi.org.tr/calinus>, (Erişim tarihi: 01/09/2022).
- [37] Ronan C., (2003), “Bilim Tarihi”, 1st Edition, Tübitak.
- [38] Çağlar V., Çelik N., Şevkioğlu B., (2016), “Kalp anatomisinin tarihsel serüveni”, *International Journal of Basic and Clinical Medicine*, 2(3), 153–158.
- [39] Web7, (2016), <https://islamansiklopedisi.org.tr/ibnun-nefis>, (Erişim tarihi: 01/09/2022).
- [40] Azizi M. H., Nayernouri T., Azizi F., (2008), “A brief history of the discovery of the circulation of blood in the human body”, *Archives of Iranian Medicine*, 11(3), 345–350.
- [41] Pope M. H., (2005), “Giovanni alfonso borelli”, *Spine (Phila Pa 1976)*, 30(20), 2350–2355.
- [42] Fye W. B., (2003), “Profiles in cardiology. rené descartes”, *Clinical Cardiology*, 26(1), 49–51.
- [43] Parker K. H., (2009), “A brief history of arterial wave mechanics”, *Med. Biol. Eng. Comput.*, 47(2), 111–118.
- [44] Hajar H. A., (2005), “4,500-year voyage: From pulse tension to hypertension”, *Heart Views*, 6(3), 124–133.
- [45] Young T., (1808), “Xiii. hydraulic investigations, subservient to an intended croonian lecture on the motion of the blood”, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 98, 164–186.
- [46] Tijsseling A., Anderson A. W., (2008), ”thomas young’s research on fluid transients : 200 years on”, Technical Report Vol: 0816, Eindhoven University of Technology.
- [47] Baskurt O., Hardeman M., Rampling M., Meiselman H., (2007), “Handbook of Hemorheology and Hemodynamics”, Vol. 69, 1st Edition, IOS Press.

- [48] Sagawa K., Lie R. K., Schaefer J., (1990), "Translation of Otto Frank's paper "Die Grundform Des Arteriellen Pulses" Zeitschrift für Biologie 37: 483-526 (1899)", *Journal of Molecular and Cellular Cardiology*, 22(3), 253–254.
- [49] Vlachopoulos C., O'Rourke M., Nichols W., (2011), "McDonald's Blood Flow in Arteries", 6st Edition, CRC Press.
- [50] Shi Y., Lawford P., Hose R., (2011), "Review of zero-d and 1-d models of blood flow in the cardiovascular system", *Biomedical Engineering Online*, 10(33), 1–38.
- [51] Berger S. A., Jou L. D., (2000), "Flows in stenotic vessels", *Annual Review of Fluid Mechanics*, 32(1), 347–382.
- [52] Emek S., Evren V., Bora S., (2018), "Electrical analogue of arterial blood pressure signals", *Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 61–66.
- [53] Westerhof N., Bosman F., De Vries C. J., Noordergraaf A., (1969), "Analog studies of the human systemic arterial tree", *Journal of Biomechanics*, 2(2), 121–143.
- [54] Hughes A. D., Parker K. H., Davies J. E., (2008), "Waves in arteries: A review of wave intensity analysis in the systemic and coronary circulations", *Artery Research*, 2, 51–59.
- [55] Parker K. H., (2009), "An introduction to wave intensity analysis", *Med Biol Eng Comput.*, 47(2), 175–188.
- [56] Womersley J. R., (1957), "Oscillatory flow in arteries: the constrained elastic tube as a model of arterial flow and pulse transmission", *Physics in Medicine and Biology*, 2(2), 178–187.
- [57] Womersley J., (1955), "Xxiv. oscillatory motion of a viscous liquid in a thin-walled elastic tube-I: The linear approximation for long waves", *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 46(373), 199–221.
- [58] Womersley J. R., (1958), "Oscillatory flow in arteries. III: Flow and pulse-velocity formulae for a liquid whose viscosity varies with frequency", *Physics in Medicine and Biology*, 2(4), 374–382.
- [59] Casson N., (1959), "A flow equation for pigment-oil suspensions of the printing ink type", *Rheology of Disperse Systems*, 84–104.
- [60] Merrill E. W., Gilliland E. R., Cokelet G., Shin H., Britten A., Wells R. E., (1963), "Rheology of human blood, near and at zero flow", *Biophysics J.*, 3(3), 199–213.
- [61] Fung Y. C., (1983), "On the foundations of biomechanics", *Journal of Applied Mechanics*, 50, 1003–1009.
- [62] Charm S., Kurland G. S., (1962), "Tube flow behavior and shear stress-shear rate characteristics of canine blood", *American Journal of Physiology*, 203(3), 417–421.
- [63] Charm S., Kurland G. S., (1966), "The success of casson's equation", *Rheologica Acta*, 5, 184–187.

- [64] Iida N., (1978), "Influence of plasma layer on steady blood flow in microvessels", Japanese Journal of Applied Physics, 17(1), 203–214.
- [65] Bird R. B., Carreau P. J., (1968), "A nonlinear viscoelastic model for polymer solutions and melts-I", Chemical Engineering Science, 23(5), 427–434.
- [66] Bird R. B., Armstrong R. C., Hassager O., (1987), "Dynamics of Polymeric Liquids", 2nd Edition, Wiley.
- [67] Andrade L., Petronílio J., Maneschy C., Cruz D., (2007), "The carreau-yasuda fluids: a skin friction equation for turbulent flow in pipes and kolmogorov dissipative scales", Journal of The Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 29, 162–167.
- [68] Quemada D., (1978a), "Rheology of concentrated disperse systems ii. a model for non-newtonian shear viscosity in steady flows", Rheologica Acta, 17, 632–642.
- [69] Quemada D., (1978b), "Rheology of concentrated disperse systems iii. general features of the proposed non-newtonian model. comparison with experimental data", Rheologica Acta, 17, 643–653.
- [70] Buchanan J., Kleinstreuer C., Comer J., (2000), "Rheological effects on pulsatile hemodynamics in a stenosed tube", Computers & Fluids, 29(6), 695–724.
- [71] Popel A. S., Enden G., (1993), "An analytical solution for steady flow of a quemada fluid in a circular tube", Computers & Fluids, 32(4), 422–426.
- [72] Young D. F., (1968), "Effect of a Time-Dependent Stenosis on Flow Through a Tube", Journal of Engineering for Industry, 90(2), 248–254.
- [73] Forrester J. H., Young D. F., (1970), "Flow through a converging-diverging tube and its implications in occlusive vascular disease. i. theoretical development", Journal of Biomechanics, 3(3), 297–305.
- [74] Forrester J. H., (1968), Flow through a converging-diverging tube and its implications in occlusive vascular disease, PhD thesis, Iowa State University.
- [75] Morgan B. E., Young D. F., (1974), "An integral method for the analysis of flow in arterial stenoses", Bulletin of mathematical biology, 36(1), 39–53.
- [76] Lee J. S., Fung Y. C., (1970), "A flow in locally constricted tubes at low reynolds numbers", Journal of Applied Mechanics, 31(1), 9–16.
- [77] Aroesty J., Gross J., (1972), "The mathematics of pulsatile flow in small vessels i. casson theory", Microvascular Research, 4(1), 1–12.
- [78] Hooks L. E., Nerem R. M., Benson T. J., (1972), "A momentum integral solution for pulsatile flow in a rigid tube with and without longitudinal vibration", International Journal of Engineering Science, 10(12), 989–1007.
- [79] Young D. F., Tsai D. F., (1973a), "Flow characteristics in models of arterial stenoses. i. steady flow", Journal of Biomechanics, 6(4), 395–410.

- [80] Young D. F., Tsai D. F., (1973*b*), “Flow characteristics in models of arterial stenoses. ii. unsteady flow”, *Journal of Biomechanics*, 6(5), 547–559.
- [81] Deshpande M., Giddens D., Mabon R., (1976), “Steady laminar flow through modelled vascular stenoses”, *Journal of Biomechanics*, 9(4), 165–174.
- [82] MacDonald D., (1979), “On steady flow through modelled vascular stenoses”, *Journal of Biomechanics*, 12(1), 13–20.
- [83] Smith F. T., (1979), “The separating flow through a severely constricted symmetric tube”, *Journal of Fluid Mechanics*, 90(4), 725–754.
- [84] Shukla J., Parihar R., Rao B., (1980), “Effects of stenosis on non-newtonian flow of the blood in an artery”, *Bulletin of Mathematical Biology*, 42(3), 283–294.
- [85] Chaturani P., Ponnalagar Samy R., (1985), “A study of non-newtonian aspects of blood flow through stenosed arteries and its applications in arterial diseases”, *Biorheology*, 22(6), 521–531.
- [86] Srivastava L. M., (1985), “Flow of couple stress fluid through stenotic blood vessels”, *Journal of Biomechanics*, 18(7), 479–485.
- [87] Theodorou G., Bellet D., (1986), “Laminar flows of a non-newtonian fluid in mild stenosis”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 54(1), 111–123.
- [88] Misra J., Chakravarty S., (1986), “Flow in arteries in the presence of stenosis”, *Journal of Biomechanics*, 19(11), 907–918.
- [89] Chakravarty S., Datta A., (1989), “Effects of stenosis on arterial rheology through a mathematical model”, *Mathematical and Computer Modelling*, 12(12), 1601–1612.
- [90] Misra J., Patra M., Misra S., (1993), “A non-newtonian fluid model for blood flow through arteries under stenotic conditions”, *Journal of Biomechanics*, 26(9), 1129–1141.
- [91] Chakravarty S., Mandal P., (1994), “Mathematical modelling of blood flow through an overlapping arterial stenosis”, *Mathematical and Computer Modelling*, 19(1), 59–70.
- [92] Chakravarty S., Mandal P., (1997), “An analysis of pulsatile flow in a model aortic bifurcation”, *International Journal of Engineering Science*, 35(4), 409–422.
- [93] Pralhad R. N., Schultz D. H., (2004), “Modeling of arterial stenosis and its applications to blood diseases”, *Mathematical Biosciences*, 190(2), 203–220.
- [94] Burton A. C., (1965), “Physiology and Biophysics of the Circulation”, 1st Edition, Yearbook Medical Publishers.
- [95] Ling S. C., Atabek H. B., (1972), “A nonlinear analysis of pulsatile flow in arteries”, *Journal of Fluid Mechanics*, 55(3), 493–511.

- [96] Sankar D., Lee U., (2008), "Two-fluid herschel-bulkley model for blood flow in catheterized arteries", *Journal of Mechanical Science and Technology*, 22, 1008–1018.
- [97] Ikbāl M., Chakravarty S., Wong K. K., Mazumdar J., Mandal P., (2009), "Unsteady response of non-newtonian blood flow through a stenosed artery in magnetic field", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 230(1), 243–259.
- [98] Singh A., (2013), "Mhd flow of blood through radially non-symmetric stenosed artery: a herschel-bulkley model (research note)", *International Journal of Engineering*, 26(8), 859–864.
- [99] Abidin S. N. A. M. Z., Jaafar N. A., Ismail Z., (2021), "Herschel-bulkley model of blood flow through a stenosed artery with the effect of chemical reaction on solute dispersion", *Malaysian Journal of Fundamental and Applied Sciences*, 4(17), 457–474.
- [100] Ahmed S. A., Giddens D. P., (1983), "Flow disturbance measurements through a constricted tube at moderate reynolds numbers", *Journal of Biomechanics*, 16(12), 955–963.
- [101] Khalifa A., Giddens D., (1978), "Analysis of disorder in pulsatile flows with application to poststenotic blood velocity measurement in dogs", *Journal of Biomechanics*, 11(3), 129–141.
- [102] Khalifa A., Giddens D., (1981), "Characterization and evolution poststenotic flow disturbances", *Journal of Biomechanics*, 1(5), 279–296.
- [103] Ahmed S. A., Giddens D. P., (1983), "Velocity measurements in steady flow through axisymmetric stenoses at moderate reynolds numbers", *Journal of Biomechanics*, 16(7), 505–516.
- [104] Ahmed S. A., Giddens D. P., (1984), "Pulsatile poststenotic flow studies with laser doppler anemometry", *Journal of Biomechanics*, 17(9), 695–705.
- [105] Ku D. N., Giddens D. P., (1983), "Pulsatile flow in a model carotid bifurcation", *Arteriosclerosis: An Official Journal of the American Heart Association*, 3(1), 31–39.
- [106] Lieber B. B., Giddens D. P., (1990), "Post-stenotic core flow behavior in pulsatile flow and its effects on wall shear stress", *Journal of Biomechanics*, 23(6), 597–605.
- [107] Young D. F., Cholvin N. R., Roth A. C., (1975), "Pressure drop across artificially induced stenoses in the femoral arteries of dogs", *Circulation Research*, 36(6), 735–743.
- [108] Seeley B., Young D., (1976), "Effect of geometry on pressure losses across models of arterial stenoses", *Journal of Biomechanics*, 9(7), 439–448.
- [109] Rabinovitz R., Degani D., Gutfinger C., Milo S., (1984), "An Experimental Study of Pressure Losses in Pulsatile Flows Through Rigid and Pulsating Stenosis", *Journal of Biomechanical Engineering*, 106(4), 309–314.

- [110] Taylor C. A., Steinman D. A., (2010), “Image-based modeling of blood flow and vessel wall dynamics: applications, methods and future directions”, *Annals of Biomedical Engineering*, 38(3), 1188–1203.
- [111] de Zélicourt D. A., Kurtcuoglu V., (2015), “Patient-specific surgical planning, where do we stand? The example of the fontan procedure”, *Annals of Biomedical Engineering*, 44(1), 174–186.
- [112] Gray R. A., Pathmanathan P., (2018), “Patient-specific cardiovascular computational modeling: diversity of personalization and challenges”, *Journal of cardiovascular translational research*, 11(2), 80–88.
- [113] van Bakel T. M. J., (2019), “Computational modeling of hemodynamics for surgical planning and device development”, PhD thesis, Utrecht University.
- [114] Romarowski R. M., Lefieux A., Morganti S., Veneziani A., Auricchio F., (2018), “Patient-specific cfd modelling in the thoracic aorta with pc-mri–based boundary conditions: A least-square three-element windkessel approach”, *International Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, 34(11), 1–21.
- [115] Perktold K., Hilbert D., (1986), “Numerical simulation of pulsatile flow in a carotid bifurcation model”, *Journal of Biomedical Engineering*, 8(3), 193–199.
- [116] Perktold K., Rappitsch G., (1995), “Computer simulation of local blood flow and vessel mechanics in a compliant carotid artery bifurcation model”, *Journal of Biomechanics*, 28(7), 845–856.
- [117] Donea J., Giuliani S., Halleux J., (1982), “An arbitrary lagrangian-eulerian finite element method for transient dynamic fluid-structure interactions”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 33(1), 689–723.
- [118] Hughes T. J., Liu W. K., Zimmermann T. K., (1981), “Lagrangian-eulerian finite element formulation for incompressible viscous flows”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 29(3), 329–349.
- [119] Bazilevs Y., Calo V., Zhang Y., Hughes T., (2006), “Isogeometric fluid–structure interaction analysis with applications to arterial blood flow”, *Computational Mechanics*, 38, 310–322.
- [120] Tu C., Deville M., Dheur L., Vanderschuren L., (1992), “Finite element simulation of pulsatile flow through arterial stenosis”, *Journal of Biomechanics*, 25(10), 1141–1152.
- [121] Ang K., Mazumdar J., (1997), “Mathematical modelling of three-dimensional flow through an asymmetric arterial stenosis”, *Mathematical and Computer Modelling*, 25(1), 19–29.
- [122] Olufsen M., Peskin C., Kim W., (2000), “Numerical simulation and experimental validation of blood flow in arteries with structured-tree outflow conditions”, *Annals of Biomedical Engineering*, 28, 1281–1299.

- [123] Olufsen M., (1999), “Structured tree outflow condition for blood flow in larger systemic arteries”, *American journal of physiology-Heart and circulatory physiology*, 276(1), H258–H268.
- [124] Long Q., Xu X. Y., Ramnarine K. V., Hoskins P., (2001), “Numerical investigation of physiologically realistic pulsatile flow through arterial stenosis”, *Journal of Biomechanics*, 34(10), 1229–1242.
- [125] Sherwin S. J., Blackburn H. M., (2005), “Three-dimensional instabilities and transition of steady and pulsatile axisymmetric stenotic flows”, *Journal of Fluid Mechanics*, 533, 297–327.
- [126] Blackburn H. M., Barkley D., Sherwin S. J., (2008), “Convective instability and transient growth in flow over a backward-facing step”, *Journal of Fluid Mechanics*, 603, 271–304.
- [127] Varghese S., Frankel S., Fischer P., (2007), “Direct numerical simulation of stenotic flows, part 2 : Pulsatile flow.”, *Journal of Fluid Mechanics*, 582, 281 – 318.
- [128] Ojha M., Cobbald R. S. C., Johnston K. W., Hummel R. L., (1989), “Pulsatile flow through constricted tubes: an experimental investigation using photochromic tracer methods”, *Journal of Fluid Mechanics*, 203, 173–197.
- [129] Prodan A. A., Prodan M. M., Atanasiu M. V., (2018), “A 0d representation of the arterial network incorporating the heart”, *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 444(8), 1-9.
- [130] Quarteroni A., Ragni S., Veneziani A., (2001), “Coupling between lumped and distributed models for blood flow problems”, *Computing and Visualization in Science*, 4, 111–124.
- [131] Vignon-Clementel I., Figueroa C., Jansen K., Taylor C., (2010), “Outflow boundary conditions for 3d simulations of non-periodic blood flow and pressure fields in deformable arteries”, *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering*, 13(5), 625–640.
- [132] Cho Y. I., Kensey K. R., (1991), “Effects of the non-newtonian viscosity of blood on flows in a diseased arterial vessel. part 1: Steady flows”, *Biorheology*, 28(2-3), 241–262.
- [133] Tu C., Deville M., (1996), “Pulsatile flow of non-newtonian fluids through arterial stenoses”, *Journal of Biomechanics*, 29(7), 899–908.
- [134] Gijsen F. J., Allanic E., van de Vosse F. N., Janssen J. D., (1999), “The influence of the non-newtonian properties of blood on the flow in large arteries: unsteady flow in a 90 degrees curved tube”, *Journal of Biomechanics*, 32(7), 705–713.
- [135] Neofytou P., Tsangaris S., Kyriakidis M., (2003), “Effects of blood models on flows through a stenosis”, *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, 43, 597–635.

- [136] Shibeshi S. S., Collins W. E., (2005), “The rheology of blood flow in a branched arterial system”, *Applied Rheology*, 15(6), 398–405.
- [137] Chen J., Lu X. Y., Wang W., (2006), “Non-newtonian effects of blood flow on hemodynamics in distal vascular graft anastomoses”, *Journal of Biomechanics*, 11(39), 1983–1995.
- [138] Chan W. Y., Ding Y., Tu J. Y., (2007), Modeling of non-newtonian blood flow through a stenosed artery incorporating fluid-structure interaction, in A. Stacey B. Blyth J. Shepherd A. J. Roberts, eds, “Proceedings of the 7th Biennial Engineering Mathematics and Applications Conference, EMAC-2005”, Vol. 47 of ANZIAM J., C507–C523.
- [139] Sankar S., Lee U., (2009), “Mathematical modeling of pulsatile flow of non-newtonian fluid in stenosed arteries”, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 14(7), 2971–2981.
- [140] Razavi A., Shirani E., Sadeghi M., (2011), “Numerical simulation of blood pulsatile flow in a stenosed carotid artery using different rheological models”, *Journal of Biomechanics*, 44(11), 2021–2030.
- [141] Johnston B. M., Johnston P. R., Corney S., Kilpatrick D., (2004), “Non-newtonian blood flow in human right coronary arteries: steady state simulations”, *Journal of Biomechanics*, 37(5), 709–720.
- [142] Doost S. N., Zhong L., Su B., Morsi Y. S., (2016), “The numerical analysis of non-newtonian blood flow in human patient-specific left ventricle”, *Computer Methods and Programs in Biomedicine*, 127, 232–247.
- [143] Guerciotti B., Vergara C., (2018), “Computational comparison between newtonian and non-newtonian blood rheologies in stenotic vessels”, *Biomedical Technology*, 84, 169–182.
- [144] Carvalho V., Pinho D., Lima R. A., Teixeira J. C., Teixeira S., (2021), “Blood flow modeling in coronary arteries: A review”, *Fluids*, 6(2), 1–15.
- [145] Bird R. B., Stewart W. E., Lightfoot E. N., (2006), “Transport Phenomena”, 2nd Edition, Wiley.
- [146] Currie I. G., (2013), “Fundamental Mechanics of Fluids”, 4th Edition, CRC Press.
- [147] Cieslewski T. M., Gillenwaters J. N., Samardzic A., (2016), ”Design of unsteady wind tunnel”, Technical report, Worcester Polytechnic Institute.
- [148] Madlener K., Frey B., Ciezki H., (2009), “Generalized reynolds number for non-newtonian fluids”, *Progress in propulsion physics*, 1, 237–250.
- [149] Young D. F., (1979), “Fluid mechanics of arterial stenoses”, *Journal of Biomechanical Engineering*, 101(3), 157–175.
- [150] Khandelwal V., Dhiman A., Baranyi L., (2015), “Laminar flow of non-newtonian shear-thinning fluids in a t-channel”, *Computers & Fluids*, 108, 79–91.

- [151] Fu S. C., Leung W. W. F., So R. M. C., (2013), “A lattice boltzmann and immersed boundary scheme for model blood flow in constricted pipes: Part 1 - steady flow”, *Communications in Computational Physics*, 14(1), 126–152.
- [152] Web8, (2022), <https://www.britannica.com/science/fluid-physics>, (Erişim tarihi: 28/09/2022).
- [153] Fung Y. C., (1994), “A First Course in Continuum Mechanics”, 3rd Edition, Prentice Hall.
- [154] Web9, (2003), <https://encyclopedia2.thefreedictionary.com/axial+symmetry>, (Erişim tarihi: 28/09/2022).
- [155] Irgens F., (2008), “Continuum Mechanics”, 1st Edition, Springer.
- [156] Çengel Y. A., Cimbala J. M., (2012), “Akışkanlar Mekaniği Temelleri ve Uygulamaları”, 2nd Edition, Güven Bilimsel.
- [157] Web10, (2021), <https://www.quora.com/What-are-upstream-and-downstream-in-fluid-dynamics>, (Erişim tarihi: 29/09/2022).

ÖZGEÇMİŞ

Elif Kayaalp Ata 1985 yılında İstanbul-Üsküdar'da doğdu. İlkokulu Küçükalyalı'da okudu. 2003 yılında liseden birincilikle mezun oldu. ÖSS sınavında sözel alanda Türkiye derecesi aldı. 2007 yılında Gebze Teknik Üniversitesi Matematik Bölümü'nden birincilikle mezun oldu. Aynı yıl araştırma görevlisi olarak Gebze Teknik Üniversitesi Matematik Bölümü'nde çalışmaya başladı. 8 yıl bu görevi sürdürdü. Yüksek lisans ve doktora eğitimi boyunca Tübitak başarı bursu aldı.

EKLER

Ek A: SÖZLÜK

Akışkan: Bir kuvvet tarafından üretilen kayma gerilmesi etkisi ile deformasyonu sürekli olan (sürekli olarak şekil değiştiren) maddedir [152]. Doğada sıvı ve gaz halinde bulunan maddelerin niteliğini belirtir.

Ayrılma-birleşme bölgesi: Akışa zıt yönde hareket eden akış bölgesidir. Bu bölgede şiddetli bir girdap hali söz konusudur. Bu girdap, dönen helikopterin pervanesinin ucunda da gerçekleşen halka girdap (torus) gibi bir girdaptır.

Ayrılma-birleşme bölgesi özellikle daralmanın başladığı yerde gözlemlendiği için, kan akışı çalışmaları için önem arz eder. Örneğin farklı akışbilim modellerine göre akım ayrılmasının başladığı eksenel istasyon, ayrılma-birleşme bölgesinin uzunluğu gibi kriterler, bu modellerin ele alınan probleme uygun olup olmadığı hakkında bilgi verir [74], [75], [6].

Bünye Denklemi: Maddenin kendine has belirli fiziksel özellikleri arasındaki ilişkinin belirtildiği denklemdir. Doğada çok sayıda madde çeşidi olduğu için bünye denklemi sayısı da çoktur. Kan için kullanılan bünye denklemlerinde gerilim-şekil değiştirme hızı ilişkisi esas alınır. Gazlar için de hal denklemi bu kapsamda düşünülebilir. Bünye denklemleri problemin matematiksel çözümünde gerek duyulan tamamlayıcı denklemlerdir. Bünye denklemleri maddenin fiziksel özelliklerini tanımladığından esas itibarıyla koordinattan bağımsızdır [153].

Eksenel simetri-dönel simetri karmaşası: Matematikte bir eksene göre simetri anlamına gelir [154]. İngilizce literatürdeki axisymmetry kelimesi birçok Türkçe çalışmada yanlış olarak eksenel simetri şeklinde tercüme edilmiştir. Oysa eksenel simetri koordinat dikte etmez. Kartezyen koordinatlarda da eksenel simetriden bahsedilebilir. İngilizce'deki axisymmetry kelimesi Türkçe'de dönel simetri terimi ile karşılık bulabilir. Zaten İngilizce'de axisymmetry kelimesinin eş anlamlısı rotational symmetry olarak geçer. Dönel simetri söz konusu olduğunda, simetri eksenini etrafındaki dönme açısına bağlı olarak değişim olmadığı anlaşılır.

Hemodinami(k): Akışkanlar mekaniği ana başlığı ve sıkıştırılamazlık varsayımı altında akışkanların hareketiyle ilgili çalışmalar hidrodinamik adını alır. Özel olarak kan söz konusu olduğunda bu isim hemodinami(k) ismini alır. Hemodinamik çalışmalarda

basınç, direnç, kanın özellikleri gibi kavramlar kan ve damar ilişkisi üzerinden incelenir.

Sağlıklı bir bünyede, dolaşım sistemi vasıtasıyla vücudun oksijenlenmesi, kalp atım hızı ve damar içi hacminin yeterliliği gibi durumlar makul düzeydedir. Bu denge halinden sapmalar hemodinamik bozukluklar olarak değerlendirilmektedir [12], [14].

Kan akışbilimi (hemorheology): Akışbilim, maddelerin akışını ve deformasyonunu inceleyen bilim dalıdır. Kan akışbilimi ise damar içinde akan kanın akış özelliklerini inceleyen bilim dalıdır. Kan akışını incelemeye imkân verecek teknikler modern akış dinamikleri bilgisi ile birleşince, kan akışbilimi hakkında çalışma yapma imkânı artmıştır. Kanın yapısında yer alan hücrelerin tamamı (trombositler, akyuvarlar, özellikle sayısının fazlalığından dolayı kırmızı kan hücreleri vs.), kanın akışını ciddi anlamda etkiler. Hastalık durumlarında da kanın akış özelliklerinin değiştiği bilinmektedir [34], [136].

Newtoniyen ve non-Newtoniyen akışkan: Kayma gerilmesi ile şekil değiştirme hızı arasında lineer bir ilişki varsa bu akışkanlara Newtoniyen akışkan denir. Kayma gerilmesinin direkt olarak şekil değiştirme hızı ile oranlanamadığı akışkanlara ise non-Newtoniyen akışkan denir. Homojen ya da sankihomojen akışkan kabulü altında non-Newtoniyen akış zamandan bağımsız akışkan, zamana bağlı akışkan ve viskoelastik akışkan olmak üzere 3 başlık altında incelenebilir. Kayma gerilmesi ile şekil değiştirme hızı arasındaki ilişkinin zamandan bağımsız ama nonlineer olduğu akış çeşitleri Şekil 5.17’de yer almaktadır [3]. Kan, kayma incelmesi gösteren bir akışkandır, dolayısıyla sankiplastik sınıfına dahildir.

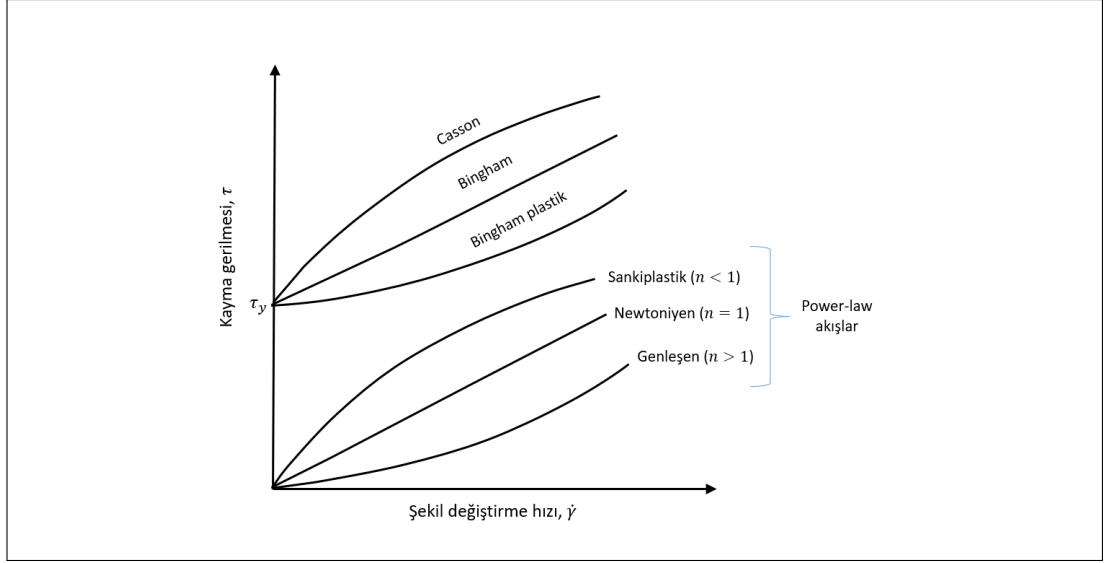
Sürekli Ortamlar Mekaniği: Maddeye ayrı moleküller gibi değil de sürekli bir cisim/ortam olarak bakan anlayışın neticesinde kurulan ve mekaniğin alt dalı olan alandır. Sürekli ortamlar mekaniğinde fiziksel büyüklükler koordinat sisteminden bağımsızdır. Dolayısıyla bu büyüklükler için tensör bilgisine ihtiyaç duyulur [155].

Reynolds Sayısı: Akışkanlar mekaniğinde kullanılan boyutsuz bir parametredir. Atalet kuvvetlerinin viskoz kuvvetlere oranı şeklinde ifade edilir ve boru içi Newtoniyen akışlarda aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$Re = \frac{\rho u 2R}{\mu}.$$

Burada ρ yoğunluk, u hız, R yarıçap ve μ viskozite sabitidir.

Reynolds sayısı akış rejiminin belirlenmesinde önemli rol oynar. Buna göre belli



Şekil 5.17: Kayma gerilmesi-şekil değiştirme hızı ilişkileri.

bir Reynolds sayısı altında akış laminar, üstünde de türbülanslı kabul edilir [156]. Akış rejiminin belirlendiği bu Reynolds sayısı farklı geometrilere göre ve/veya akış şartlarına göre değişim gösterse de deneysel çalışmalarla elde edilen değerler literatürde kabul görmüştür.

Non-Newtoniyen akış çalışmalarında boyutsuzluk korunarak farklı Reynolds sayısı tanımlamaları yapılmaktadır. Dolayısıyla çalışmaların sonuçlarının kıyaslanması esnasında aynı Reynolds sayısı ile çalışıldığından emin olunmalıdır.

Ayrılma-birleşme bölgesinin olduğu damar içi kan akışı çalışmalarında ayrılmanın gerçekleştiği istasyondaki Reynolds sayısına kritik Reynolds sayısı isimlendirmesi yapılmıştır [73], [76]. Fakat bu isimlendirme başka alandaki çalışmalarda laminar akıştan türbülanslı akışa geçerken Reynolds sayısının o anki değeri için de kullanılabilir. Dolayısıyla çalışmanın mahiyeti, isimlendirmenin ne anlama geldiğini anlamak için önemlidir.

Tam gelişmiş akış bölgesi: Hız profilinin gelişimini tamamladığı ve değişmeden kaldığı akış bölgesidir [156]. Giriş bölgesinden uzakta kabul edilir. Damarların boyu genellikle tam gelişmiş akış bölgesi oluşturmaya müsait değildir. Fakat uyluk atardamarı gibi uzun damarlar için çalışılan damar boyu yeteri kadar uzun alındığında bu bölgenin varlığından söz edilebilir. İşlem kolaylığı açısından bu bölge önem arz eder.

Tıkaç akış (plug flow-flat core flow): Bir akış türüdür. Bu tür akışlarda moleküller birbirine göre rotasyon yapmadan hareket eder. Bu sayede daha düşük enerji ile daha

fazla kütle aktarımı yapılabilir. Damar içinde tıkaç akış orta bölgede seyrederek [75].

Viskozite: Kısaca akmazlık olarak tanımlanabilir. Kayma gerilmesi ile şekil değiştirme hızının ilişkilendirildiği kavramdır. Newton, akışkanları tabakalar halinde tanımlar. Birbirine bitişik iki tabaka hareket ederken de bir sürtünme kuvveti oluşur. Farklı hızlarda hareket eden tabakaların birbirlerine uyguladıkları etkinin ölçüsü dinamik viskozite; bu etkiye diğer tabakanın cevabının ölçüsü ise kinematik viskozitedir. Örneğin, suyun dinamik viskozitesi havaya nazaran fazladır; yani tabakalar arasındaki uygulanan kayma gerilmesi aktarımı yüksektir. Ancak, havanın kinematik viskozitesi suya nazaran fazladır zira hava suya göre çok düşük yoğunluktadır. Bu nedenle uygulanan en küçük kayma gerilmesinde dahi yüksek hızlar elde edilebilir. Bu çalışmada non-Newtoniyen akışkan modelleri ile ilgilenildiği için kinematik viskoziteden ziyade dinamik viskozite kullanılmıştır [3], [30], [145].

Yukarı akış bölgesi (upstream region)- aşağı akış bölgesi (downstream region): Bu çalışmanın da konusu olduğu türden kanal içi akışlarda göz önüne alınan akış bölgesinin akış yönündeki son kısmına aşağı akış bölgesi, baş kısmına da yukarı akış bölgesi denir [157].

Womersley Sayısı: Damar içi atımlı akışı karakterize eden boyutsuz bir parametredir. Reynolds sayısının atımlı kan akışını karakterize etmedeki yetersizliğinden dolayı bu tarz akışlarda kullanılır ve aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\alpha = R \sqrt{\frac{\omega \rho}{\mu}}.$$

Burada R damarın (tüpün) yarıçapı, ω açısal frekans (kalp atım hızı), ρ yoğunluk, μ viskozite katsayısıdır.

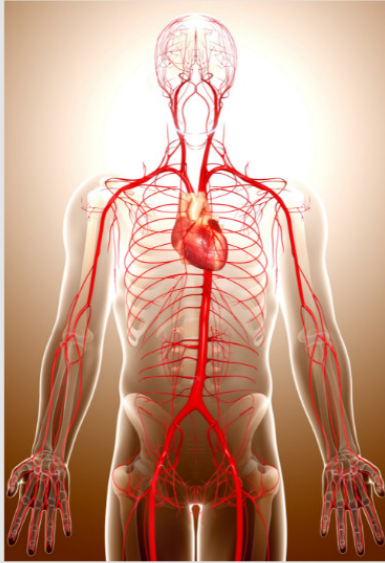
Womersley sayısının 1'den küçük veya büyük oluşu farklı fiziksel manalara gelir. Buna göre 1'den küçük Womersley sayısı viskoz kuvvetlerin baskın olduğunu ve parabolik hız profilinin olası olduğunu söylerken, 1'den büyük Womersley sayısı, atalet kuvvetlerinin tüpün ortasından başlayarak baskınlaşmaya başladığının habercisidir. Bu durum tüpün ortasında düzleşmiş hız profilinin oluşmasına sebep olur [30].

Ek B: İNFOGRAFİK

KAN AKIŞI ÇALIŞMALARINDA YAPILAN BELLİ BAŞLI KABULLER VE GEREKÇELERİNDEN ÖRNEKLER



Kalp-damar sistemi problemlerinde sistemin karmaşıklığından dolayı, hangi çözüm yöntemi ele alınırsa alınsın bazı basitleştirmeleri yapmak kaçınılmazdır. Özellikle idealize edilmiş stenoz geometrilerinde çeşitli basitleştirmeler ile kan akışı problemini ele almak tarihsel süreç boyunca sıklıkla rastlanan bir durumdur. Basitleştirmeler ile akış karakteristiklerini izole ederek onlar üzerinde ayrı ayrı çalışmak ise karakteristiklerin birbiri ile olan ilişkisini anlamak açısından faydalıdır.



1 RİJİT DUVAR KABULÜNÜN GEREKÇELERİ

- Kan akışı-damar deformasyonu ikilisini çözmenin zorluğu [30]
- Atardamar duvarlarının yüksek oranda sert olması ve dolayısıyla elastikiyetin etkilerinin küçük olması [1]
- Damar çapının dolaşım süresince %5-10 arasında değişim göstermesi [12]
- Damar sertliği söz konusu olduğunda damar duvarının elastikiyetini büyük oranda kaybetmiş olması [17, 72]
- Duvar hareketinin az olduğu damarlarda duvar deformasyonunun hız alanını çok değiştirmemesi [131]

2 DAİMÎ AKIŞ KABULÜNÜN GEREKÇELERİ

- Problemi kontrol edilebilir kılmak [74]
- Mevcut çalışmalar ile kıyaslama yapabilmek [132]
- Problemin karmaşık yapısına geçmeden önce daha basit hali üzerinden içyüzünü anlamaya çalışmak [78]

3 LAMİNER AKIŞ KABULÜNÜN GEREKÇELERİ

- Bazı özel durumlar haricince kan akışının laminer kabul edilmesi [74]
- Sayısal yöntemin güvenilirliğini kontrol etmek [99]
- Deneysel çalışmalar sonucu elde edilen Reynolds sayılarının türbülanslı akış için gereken Reynolds sayısından oldukça küçük olması [17]

4 NEWTONİYEN AKIŞ KABULÜNÜN GEREKÇESİ

- Yüksek kayma hızlarında (geniş çaplı damarlarda) kanın vizkozitesinin sabit kabul edilmesi [17, 75, 142]

5 NON-NEWTONİYEN AKIŞ KABULÜNÜN GEREKÇELERİ

- Düşük kayma hızlarında kanın davranışına uygun olması [17, 74]
- Hastalık durumlarında kanın davranışına uygun olması [34, 96]

6 EKSENEL SİMETRİ KABULÜNÜN GEREKÇELERİ

- Gerçekçi olmasa da sınır değer problemini basitleştirme amacıyla kullanılması [17, 75, 80]

designed in

Canva