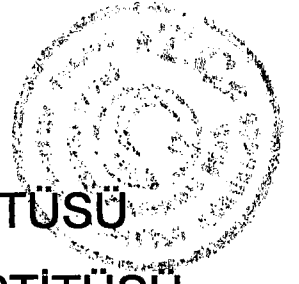


150224

T.C.

GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



KAPALI CEBİRSEL EĞRİLERLE
KARAKTER TANIMA

150224

Sema DÖĞÜŞCÜ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI
Yrd.Doç.Dr. Mustafa ÜNEL

GEBZE

2004

.....Sema Döğüşca".....nın tez çalışması, GYTE Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 07/06./2004... tarih ve 2004/23... sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından Bilgisayar.....Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.



J Ü R İ

ÜYE : YRD.DOÇ. DR. MUSTAFA ÜNEL Mustafa Ünel
(Tez Danışmanı)

ÜYE : Yrd. Doç. Dr. Mehmet Gökçürk Mehmet Gökçürk

ÜYE : Yrd. Doç. Dr. İlyas KANDEMİR İlyas Kandemir

ONAY

GYTE Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 07/06./2004... tarih ve 2004/23... sayılı kararı.

İmza/Mühür
Yrd. Doç. Dr. Ahmet GAOĞLU
GYTE Mühendislik ve Fen Bil.
Enstitüsü Müdür Yardımcısı
Ahmet Gaoğlu

ÖZET

Karakter tanıma problemi en genel anlatımla, dökümanı bilgisayara görüntü olarak aktarma, çeşitli önişleme algoritmaları ile iyileştirilmiş görüntüyü modelleme ve bu modelleri önceden bilinen karakter modelleri ile karşılaştırma olarak ifade edilebilir. Bu tezde karakter tanıma probleminin çözümü için yeni bir yaklaşım anlatılmaktadır. Çalışmada, karakterlere bir eğri uydurma algoritması ile kapalı cebirsel eğriler uydurulmuştur. Cebirsel eğriler daha sonra ayrıştırma teoremi ile daha basit eğriler olan doğru parçalarına ayrıştırılmışlardır ve doğruların kesişim noktalarından elde edilen ilişkili noktalar kullanılarak kanonik invaryantlar hesaplanmıştır. Kanonik invaryantlardan benzerlik değerleri hesaplanarak karakterler sınıflandırılmışlardır.

Çalışmada hem sentetik hem de gerçek karakter setleri ile deneyler yapılmış, kanonik değişmezlerin sağlamlığı ve ayırım gücü test edilmiştir. Kapalı cebirsel eğriler kullanarak yapılan karakter tanıma metodu, fourier tanımlayıcılar ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmayı yaparken aynı karakterler, aynı modeller ve aynı koşullar kullanılmıştır. Deneyler sınırlı sayıda karakter datası üzerinde yapılmıştır ve olumlu başarılar elde edilmiştir. Sonuç olarak karakterlerin, kapalı polinomlar ile modellenmesi ve kanonik değişmezlerinin bulunması, karakter tanıma probleminin çözümü için başarılı bir metoddur.

Anahtar Kelimeler

Karakter tanıma, kapalı polinomlar, cebirsel eğriler, kanonik invaryantlar

SUMMARY

This thesis presents a new insight into character recognition problem. Implicit polynomial (IP) curves have been used for modeling characters. A unique decomposition theorem is employed to decompose these curves into simple line primitives. For the comparison of the characters, canonical invariants have been computed using so called "related points" of the curves, which are the real intersections of the lines. Experimental results are presented to assess discrimination power of proposed invariants and their robustness under data perturbations. The method has also been compared with fourier descriptors.

Keywords

Character recognition, implicit polynomials, algebraic curves, canonical invariants.

TEŞEKKÜR

Tüm çalışmalarında, yaptığı titiz ve özverili incelemeler sonrası yeni fikirleri ve zengin eleştirileri ile bana yol gösteren; değerli bilgi ve tecrübelerinden, tükenmek bilmeyen araştırma enerjisinden, mesleğe ve çalışma hayatına bakış açısından çok şey öğrendiğim danışman hocam Yrd. Doç. Dr. Mustafa ÜNEL'e;

Yüksek lisans eğitimime başlamama vesile olan ve bu konuda yardımlarını esirgemeyen değerli hocam Doç.Dr. Emin Murat Esin'e;

Değerli zamanlarını ayırıp savunma jürim olmayı kabul eden; tezime, incelemeleri sonrası düzeltmeleri ile ve tez savunması sırasında yaptıkları eleştiriler ve farklı bakış açılarıyla katkıda bulunan sayın hocalarım Yrd. Doç. Dr. Mehmet GÖKTÜRK ve Yrd. Doç. Dr. İlyas KANDEMİR'e;

Çalışmalarım esnasında fikirlerinden ve programlarından yararlandığım arkadaşım Ömer KAYAALTI'na; yine değerli fikirleri ile çalışmama katkıda bulunan çalışma arkadaşlarım Osman KURT ve Sait ŞENER'e ve beni moral açısından destekleyen tüm çalışma arkadaşlarıma;

Tezin son halinin düzenlenmesinde ve teslim aşamasında bana zaman ayıran sevgili dostum Neşe ÇAKICI'ya

Tezimin son dönemlerideki zor günlerimde desteklerini esirgemeyen değerli annem Manolya DÖĞÜŞCÜ'ye;

Bu günlere gelmemde en çok emeğe sahip olan, eğitimimin her basamağında maddi ve manevi desteklerini esirgemeyen sevgili annem ve babam, beni daima güldürebilen şeker kardeşime;

Tezimin hazırlık aşamasındaki stresli günlerimde bana sabır ve anlayış ile yaklaşan sevgili eşime;

Teşekkür ederim.

Temmuz 2004,

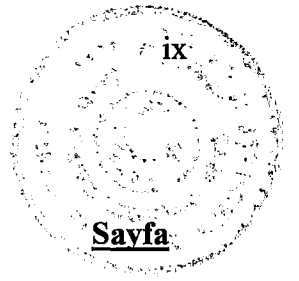
Sema DÖĞÜŞCÜ

İÇİNDEKİLER DİZİNİ



ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİNİ	ix
TABLolar DİZİNİ	xiii
1. GİRİŞ	1
2. KARAKTER TANIMA PROBLEMİ İÇİN TEMEL BİLGİLER	5
2.1. Kapalı Polinomlar	5
2.2. Dönüşümler	6
2.2.1. Öklidyen Dönüşümler	6
2.2.2. Afin Dönüşümler	7
3. ÖN İŞLEMLER	12
3.1. Karakterlerin İkili Görüntü Haline Getirilmesi	12
3.2. Karakterlerin Ayrılması	12
3.3. Karakterlerin Genişletilmesi	15
3.3.1. Genleşme	15
3.3.2. Çoğunluk	16
3.4. Karakterlerin Normalize Edilmesi	17
4. MODELLEME	21
4.1. Kapalı Cebirsel Eğri Oturtma	22
4.2. Ayrıştırma Teoremi	24
4.3. İlişkili Noktalar	25
5. TANIMA ve SINIFLANDIRMA	28

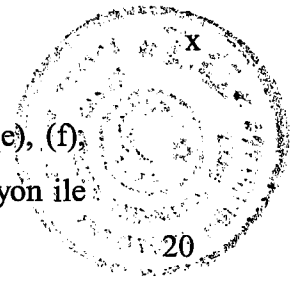
5.1.	Kanonik Gösterim ve Kanonik Değişmezler	28
6.	DENEY SONUÇLARI	33
6.1.	Sentetik Karakter Dataları ile Yapılan Deneyler	33
6.2.	Gerçek Karakter Dataları ile Yapılan Deneyler	45
6.3.	Gerçek Karakter Dataları ve Karakterlerin tüm Sınır Kümeleri Dikkate Alınarak Yapılan Deneyler	51
7.	RAKAM TANIMA	54
8.	SONUÇ	57
	KAYNAKLAR	59
	ÖZGEÇMİŞ	62
	EKLER	63
A.	FOURIER TANIMLAYICI TEORİSİ	63
A.1	Geometrik Dönüşümlerin Fourier Tanımlayıcılara Etkisi	63



ŞEKİLLER DİZİNİ

Sekil

1 1.	Karakter Tanıma Sisteminin Ayrıntılı Şeması	3
2.1.	(a) Koordinat Düzlemi (b) Afin Dönüşüm Geçirmiş Koordinat Düzlemi	7
2.2	(a) Ölçekleme ve döme sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki son hali (b) Dönme ve yer değiştirme sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki	
2.3.	(a) Koordinat Düzlemindeki Karakter (b) Dönme Sonucu Karakterin Koordinat Düzlemindeki hali	9
2.4.	(a) Koordinat Düzlemindeki Karakter (b) Öteleme Hareketi Sonucu Karakterin Koordinat Düzlemindeki hali	10
2.5	(a) Koordinat düzlemindeki karakter (b) Düzenli ölçekleme hareketi sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali (c) Düzenli olmayan ölçekleme hareketi sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali	11
2.6	(a) Koordinat düzlemindeki karakter (b) Yansıma sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki	11
3.1	(a) Orjinal Görüntü (b) İkili Görüntü	13
3.2	(a) 4-bağlantılı komşuluk (b) 6-bağlantılı komşuluk (c) 8-bağlantılı komşuluk	13
3.3	Bağlantılı bileşen tekniği ile karakterlerin ayrılması	14
3.4	(a) Orjinal Görüntü (b) Dökümandan ve birbirlerinden ayrılmış karakterler	14
3.5	(a) Genleşme işlemine tabi tutulacak olan karakter (b) Yapısal element matrisi (c) Genleşme işlemi geçirmiş olan karakter	15
3.6	(a) Dökümandan ayrılmış karakter (b) Genleşme işlemi geçirmiş olan karakter (c) Çoğunluk işlemi geçirmiş olan karakter	16
3.7	(a) Orjinal Görüntü (b) Karakterlerin sınır kümeleri	17



3.8 (a), (b), (c) ve (d) figürleri afin ilişkili karakter setleri, (e), (f), (g) ve (h) ise afin ilişkili karakter setlerinden normalizasyon ile elde edilen yeni karakter

4.1 A karakterinin modellenmeden ifadesi ve cebirsel eğri ile modellendikten sonraki ifadesi

21

4.2 Çeşitli karakterlere uydurulan 6. dereceden eğriler (kalın hat). Deneyler tüm karakterlerin 6. dereceden eğriler ile modellenebileceğini göstermiştir

22

5.1 (a) ve (b) Afin ilişkili 2 rakamının sınır kümeleri S ve $\bar{S}$ (c) ve (d) 6.dereceden $f_6(x, y)$ ve $\overline{f_6(x, y)}$ eğrileri uydurulmuş S ve $\bar{S}$ karakter setleri

30

5.2 $f_6^c(x, y)$ ve $\overline{f_6^c(x, y)}$ kanonik eğrileri

31

6.1 (a) ve (b) Afin ilişkili 2 rakamının sınır kümeleri S ve $\bar{S}$ (c) ve (d) 6.dereceden $f_6(x, y)$ ve $\overline{f_6(x, y)}$ eğrileri uydurulmuş S ve $\bar{S}$ karakter setleri

34

6.2 $f_6^c(x, y)$ ve $\overline{f_6^c(x, y)}$ kanonik eğrileri

36

6.3 (a) İki farklı karakter sınır kümesi S ve $\bar{S}$ (b) S ve $\bar{S}$ sınır kümelerine oturtulan $f_6(x, y)$ ve $\overline{f_6(x, y)}$ eğrileri

37

6.4 $f_6^c(x, y)$ ve $\overline{f_6^c(x, y)}$ kanonik eğrileri

39

6.5 (a) 5%'lik veri kaybına uğratılmış karakterin sınır kümeleri S ve $\bar{S}$ (b) S ve $\bar{S}$ sınır kümelerine oturtulan $f_6(x, y)$ ve $\overline{f_6(x, y)}$ eğrileri

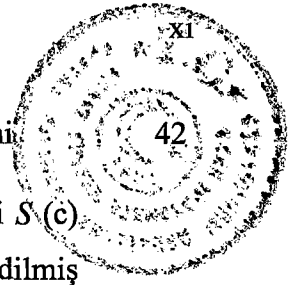
40

6.6 $f_6^c(x, y)$ ve $\overline{f_6^c(x, y)}$ kanonik eğrileri

41

6.7 (a) S ve 50% oranında azaltılarak örneklenmiş yeni data seti $\bar{S}$ (b) S ve $\bar{S}$ karakter setlerine uydurulmuş $f_6(x, y)$ ve $\overline{f_6(x, y)}$ eğrileri

42



6.8	$f_6^c(x, y)$ ve $\overline{f_6^c(x, y)}$ kanonik eğrilerinin beraber gösterimi	42
6.9	(a) Sayısal görüntü (b) Görüntüden ayrılmış karakter seti S (c) Giriş karakterimizin sınır kümesi S (d) Normalize edilmiş karakter setine uydurulmuş $f_6(x, y)$ eğrisi	45
6.10	Benzerlik Dağılımları	46
6.11	(a) Çeşitli karakterler için tanıma oranları (b) Kapalı polinomlar kullanılarak elde edilen tanıma başarısı	47
6.12	Kapalı polinomları kullanarak %10 ve %15'lik veri kaybı altında doğru ve hatalı tanıma oranları. %10'luk veri kaybında %68 tanıma başarısı, %15'lik veri kaybında %58 tanıma başarısı elde edilmiştir.	48
6.13	Fourier tanımlayıcılar kullanılarak elde edilen tanıma başarısı	48
6.14	Fourier tanımlayıcılar kullanarak %10 ve %15'lik veri kaybı altında doğru ve hatalı tanıma oranları. %10'luk veri kaybında %33 tanıma başarısı, %15'lik veri kaybında %25 tanıma başarısı elde edilmiştir.	49
6.15	Çalışmada kullanılan bazı karakter örnekleri	49
6.16	Deneyde kullanılan karakter modelleri	50
6.17	(a) Tek sınır kümesine sahip olan karakterler (b) İç ve dış sınır kümesine sahip olan karakterler (c) üç sınır kümesine sahip olan karakterler	51
6.18	Kapalı polinomlar kullanılarak elde edilen tanıma başarısı	52
6.19	Benzerlik Dağılımları	53
6.20	Bir karaktere ait farklı sınır kümeleri (a) üç sınır kümesine sahip olan B karakteri (b) İkinci sınır kümesine sahip olan B karakteri	53
7.1	Çeşitli rakamlara uydurulan 6: dereceden eğriler (kalın hat). Deneyler tüm rakamların 6. dereceden eğriler ile modellenilebileceğini göstermiştir.	54



- 7.2 (a) Tek sınır kümesine sahip olan rakamlar (b) iç ve dış sınır kümesine sahip olan rakamlar (c) üç sınır kümesine sahip olan rakamlar
- 7.3 Kapalı polinomlar kullanılarak hesaplanan tanıma başarısı 55
- 7.4 Çeşitli karakterler için tanıma oranları 56
- 7.5 Deneyde kullanılan bazı rakam örnekleri 56



TABLOLAR DİZİNİ

Tablo

Sayfa

6.1	Aralarında A dönme ilişkili karakterler ve benzerlik değerleri. (a) Dönme ilişkili iki karakter (b) Normalize edilmiş ve eğri uydurulmuş olan karakter (c) Normalize edilmiş ve eğri uydurulmuş olan diğer karakter (d) Karakterlerin kanonik eğrileri (e) Karakterler arasındaki benzerlik değeri	34
6.2	Bazı karakterlerin A dönüşüm matrisi altında hesaplanmış benzerlik değeri. (a)(d) Karakter (b)(e) Karakterin afin dönüşüm geçirmiş hali (c)(f) Afin ilişkili karakterler arasındaki benzerlik değeri	38
6.3	%5, %10 ve %15 kayıp sınır kümeli karakterlerin benzerlik değerleri	41
6.4	Yeniden örnekleme karakter setleri ve benzerlik değerleri (a)(d) Karakter modeli (b)(e) %50 oranında yeniden örneklenmiş olan karakter (c)(f) Karakterler arasındaki benzerlik değeri	43
6.5	Ortalaması 0.5 standart sapması 0.5 olan gaussian gürültü eklenmiş karakter setleri ve benzerlik değerleri. (a) Karakter modeli (b) Ortalaması 0.5 standart sapması 0.5 olan gaussian gürültü eklenmiş karakter (c) Eğri uydurulmuş olan karakter modeli (d) Eğri uydurulmuş gaussian gürültülü karakter (e) Karakterler arasındaki benzerlik değeri	44

1. GİRİŞ

Araştırmacılar uzun yıllardır bilgisayarlara, insanoğluna ait olan becerileri kazandırmak için uğraşmaktadırlar. Bunlardan birisi de insanoğlunun okuma özelliğini model alan karakter tanımadır. Halen bazı problemlere sahip olduğu için, bu alandaki çalışmalar sürmektedir. Karakterlerin çeşitliliği ve karmaşıklığı sebebiyle, el yazısı tanımada bazı problemler mevcuttur. Bu tezde karakter tanıma probleminin çözümü için kapalı eğrileri model alan yeni bir yöntem sunulmaktadır.

Karakter tanıma problemi en genel anlatımla, dökümanı bilgisayara görüntü olarak aktarma, çeşitli ön işleme algoritmaları ile iyileştirilmiş görüntüyü modelleme ve bu modelleri önceden bilinen karakter modelleri ile karşılaştırma olarak ifade edilebilir. Amaç, karakterleri sayısal formata çevirerek, onları ait oldukları sınıflara yerleştirmektir.

Karakter tanıma sistemleri on-line ve off-line olarak ikiye ayrılabilir. On-line karakter tanıma sistemleri; üzerine yazılan tabletin ya da kalemin, karakter koordinatlarını bilgisayara iletmesi ile sınıflandırma yaparlar. Off-line karakter tanıma sistemlerinde ise karakterler bir tarayıcı yardımıyla bilgisayar ortamına aktarılır. Tezde off-line karakter tanıma sistemleri için model sunulmuştur. Karakter tanıma sistemleri için bir diğer ayrım, sisteme sunulan karakter verileri için yapılabilir.

- Optik Karakter Tanıma (Optical Character Recognition, OCR)
- Elyazısı Karakterlerinin Tanınması (Handwriting Character Recognition, ICR)

Tezde sunulan model, her iki veri tipi için de uygulanabilir. Deneylerde elyazısı karakterler kullanılmıştır. Bankalarda, kredi kartı ve sigorta şirketlerinde, vergilendirme ve tahsilat işlemlerinde, elektronik kütüphanelerde, plaka numaralarını tanımada, postahanelerde posta kodlarını tanımada olduğu gibi karakter tanıma, çok çeşitli alanlarda kullanılabilmektedir.

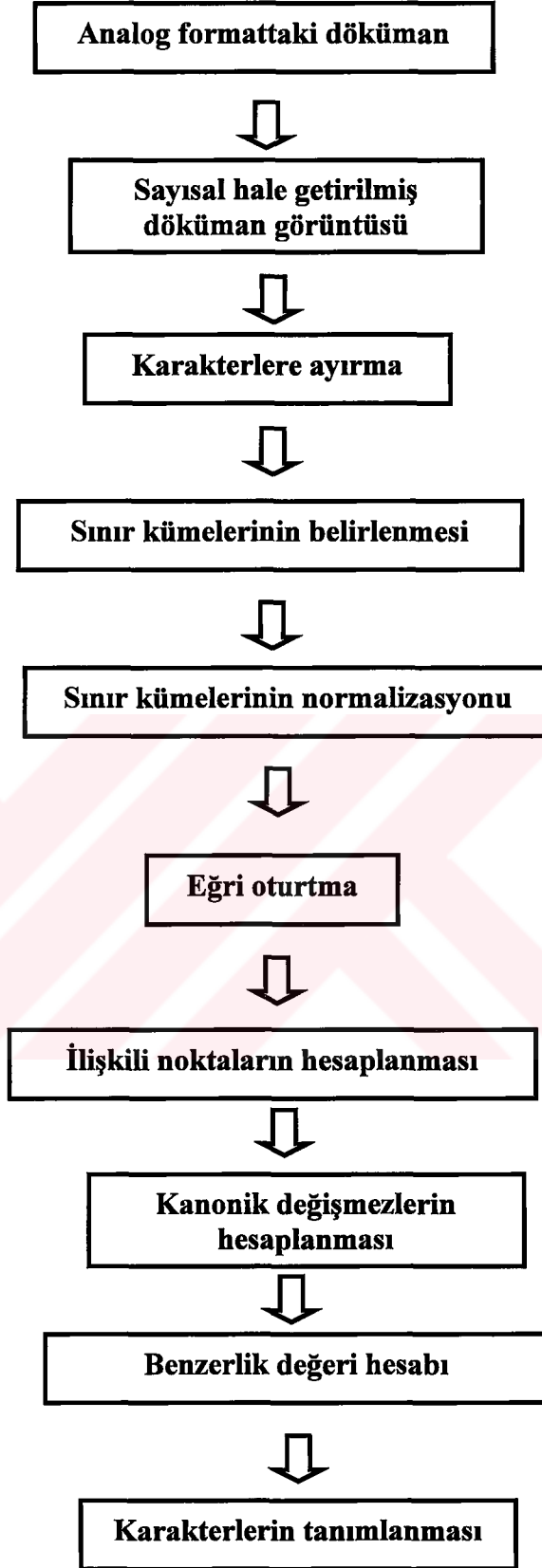
Literatürde karakterleri modellemek için fourier tanımlayıcılar [9, 10, 13], zincir kodlar [12, 15], zernike momentler [14] gibi çeşitli yöntemlerden yararlanılmıştır. Bu çalışmada ise karakterlere bir eğri uydurma algoritmasıyla kapalı cebirsel eğriler uydurulmuş, bu eğriler polinomlar ile ifade edilmişlerdir. Cebirsel eğriler her türlü şekildeki objeleri modellemede en uygun gösterimlerdir [4, 5, 16, 17, 18, 19, 20].

Karakter tanıma sistemi 3 ana bölüm altında incelenebilir [6]:

- Ön işlemler
- Modelleme
- Tanıma ve Sınıflandırma

Karakter dataları üzerinde işlem yapılmasında ve karakterlerin büyük doğrulukla tanınmasında sisteme sunulan görüntünün gürültüden arındırılmış ve düzgün olması oldukça büyük önem taşımaktadır. 2. bölümde anlatılan ön işlemler kısmında, analog halde bulunan döküman sayısal formata çevrilir. Ön işleme algoritmaları ile dökümanın elektronik görüntüsü temizlenir ve karakterler mümkün olduğunca iyileştirilir. Bağlantılı bileşen [11] tekniği ile döküman karakterlere ayrılır. Her bir karakterin sınır kümesi belirlenir. Ön işlemler bölümünün amacı, karakterleri modellemeye hazır duruma getirmektir.

Modellemenin amacı, karakteri en uygun biçimde ifade etmektir. 3. bölümde anlatılan modelleme kısmında, karakterlerin sınır kümelerine ridge regression yöntemiyle uygun kapalı ve de sınırlı cebirsel eğriler oturtulur [7]. Bu eğriler kapalı polinomlar olarak ifade edilebilirler. Bu eğriler ayrıştırma teoremi kullanılarak daha basit eğriler olan doğru parçalarına ayrıştırılmıştır [2]. Elde edilen doğruların kesişim noktaları, ilişkili noktalar olarak belirlenmiştir [2, 3, 4]. İlişkili noktalar kullanılarak, karakterleri birbirlerinden ayırmamızı sağlayacak kanonik invaryantlar hesaplanmıştır [4].



Şekil 1.1. Karakter Tanıma Sisteminin Ayrıntılı Şeması

Karakter tanıma sisteminde, bir karakteri diğerlerinden ayırmak için karakteristik farklılıklara değişkenlik göstermeyen özelliklerinin belirlenmesi gerekir. Nesneye ait bu değişmezler invariant denir. 4. bölümde söz konusu edilen ve bir karakter tanıma sisteminin son basamağı olan tanıma kısmında, ilişkili noktalar kullanılarak kanonik dönüşüm matrisi ve kanonik invariantlar elde edilir.

Sınıflandırılacak olan karakter ile önceden belirlenmiş karakter modelleri arasında benzerlik değerleri hesaplanır. En yüksek benzerlik değerine sahip olan karakter modeli, sınıflandırılacak olan karakter olarak belirlenir.

5. bölümde hem sentetik hem de gerçek karakter setleri ile deneyler yapılmış, kanonik değişmezlerin sağlamlığı ve ayırım gücü test edilmiştir. Kapalı cebirsel eğriler kullanarak oluşturulan karakter tanıma metodu, fourier tanımlayıcılar ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma yapılırken aynı karakterler, aynı modeller ve aynı koşullar kullanılmıştır. 6. bölümde ise sonuçlar sunulmuştur.

Şekil1.1 'de karakter tanıma sisteminin şeması gösterilmiştir.

2. KARAKTER TANIMA PROBLEMİ İÇİN TEMEL BİLGİLER

2.1. Kapalı Polinomlar

Kapalı polinom eğrileri, iki boyutlu eğrisel cisimlerin temsili için kullanılan matematiksel modellerdir. Kapalı cebirsel eğriler x, y değişkenlerine sahip $f_n(x, y) = 0$ eşitliği ile tanımlanır. $z = f(x, y)$ yüzeyinin, $z = 0$ noktalar kümesi bize $f_n(x, y) = 0$ cebirsel eğrisini verir [5].

n . dereceden cebirsel bir eğrinin kapalı polinom olarak gösterimi aşağıdaki gibidir :

$$f_n(x, y) = \underbrace{a_{00}}_{H_0} + \underbrace{a_{10}x + a_{01}y}_{H_1(x, y)} + \underbrace{a_{20}x^2 + a_{11}xy + a_{02}y^2}_{H_2(x, y)} + \dots + \underbrace{a_{n0}x^n + a_{n-1,1}x^{n-1}y + \dots + a_{0n}y^n}_{H_n(x, y)} \quad (2.1)$$

Cebirsel eğriyi oluşturan $H_r(x, y)$ 'ler, değişkenleri x ve y olan r . dereceden homojen polinomlardır. Fakat cebirsel eğrinin kendisi homojen değildir. Her bir $H_r(x, y)$ 'deki eleman sayısı $r + 1$ kadardır. n . dereceden bir cebirsel eğrinin toplam katsayısı $H_0, H_1, \dots, H_n$ polinomlarının katsayılarının sayısı toplanarak hesaplanır.

$$1 + 2 + \dots + n + (n + 1) = \sum_{i=1}^{n+1} i = (n + 1)(n + 2) / 2$$

Polinomlar derecelerine göre adlandırılırlar. Derecesi 1 ise doğru, 2 ise konik, 3 ise kubic, 4 ise kuartik, ...vs. Örtük polinomun katsayısı 1 ise polinom, monic

polinom olarak adlandırılır. $f_n(x, y) = 0$ cebirsel eğrisinin vektör olarak gösterimi aşağıdaki gibidir. Eğri;

$$\begin{aligned} A &= [a_{n0} \ a_{n-1,1} \ \dots \ a_{0n} \ a_{n-1,0} \ a_{n-2,1} \ \dots \ a_{0,n-1} \ \dots \ a_{10} \ a_{01} \ a_{00}]^T \\ Y &= [x^n \ x^{n-1}y \ \dots \ y^n \ x^{n-1} \ \dots \ x \ y \ 1]^T \end{aligned} \quad (2.2)$$

olmak üzere $f_n(x, y) = Y^T A = 0$ şeklinde vektörlerin çarpımı olarak gösterilebilir.

2.2. Dönüşümler

Dönüşümler nesnenin değişimini tanımlar. Koordinat dönüşümleri ve geometrik dönüşümler olmak üzere iki tür dönüşüm vardır. Koordinat dönüşümü, nesne sabit dururken koordinatların değişmesidir. Geometrik dönüşüm ise koordinat sistemi sabitken, nesnenin değişimini tanımlar. Geometrik dönüşümler kendi içinde ikiye ayrılır.

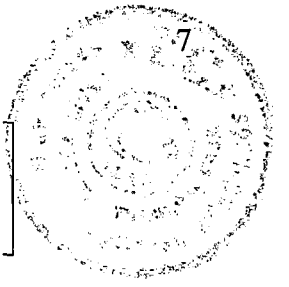
- Katı Dönüşümler
- Katı Olmayan Dönüşümler

Katı dönüşümler uzunluk ve açıları koruyan dönüşümlerdir. Örneğin öteleme ve dönme hareketleri katı dönüşümlerdir. Katı olmayan dönüşümler, cismin şeklinde deformasyonlara neden olan dönüşümlerdir. Örneğin genişletme, dönüşümleri, afin dönüşümler ve projektif dönüşümler, katı olmayan dönüşümlerdir.

2.2.1. Öklidyen Dönüşümler

Öklidyen dönüşümler cisimde yalnızca dönme ve öteleme yapar. Öklidyen dönüşüm altında uzunluklar ve açıları değişmez. Cismin şeklinde bir değişikliğe neden olmaz, yalnızca cismin pozisyonu değişir. Öklidyen dönüşüm, θ dönme parametresi, t_x x yönünde öteleme, t_y ise y yönünde öteleme parametresi olmak üzere 3 parametre ile ifade edilir. 2 boyutlu ökliden dönüşüm matrisi

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & t_x \\ -\sin\theta & \cos\theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ veya } \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & t_x \\ \sin\theta & \cos\theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



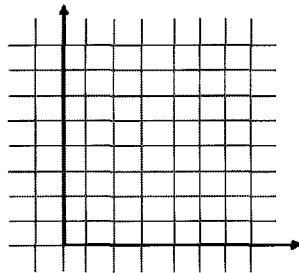
ile gösterilir. Öklidyen dönüşüm altında yeni koordinatlar (x', y') aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & t_x \\ \sin\theta & \cos\theta & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} x' &= x \cos\theta - y \sin\theta + t_x \\ y' &= x \sin\theta + y \cos\theta + t_y \end{aligned}$$

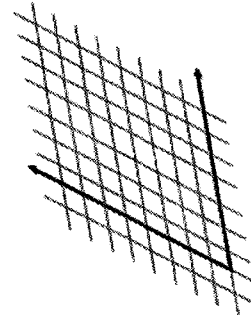
2.2.2. Afin Dönüşümler

Daha genel olan afin dönüşümlerde, klidyen dönüşümlerden farklı olarak nesnenin şeklinde genişleme, aralma veya eğrilme gözükür.

1. Afin dönüşümlerde açılar ve uzunluklar korunmazlar.
2. Doğrular, aynı doğru üzerindeki uzunlukların oranı ve doğruların paralelligi korunur.
3. Bir doğru üzerindeki üç nokta, afin dönüşüm geçirdikten sonra yine aynı doğru üzerindedir.
4. Orta nokta afin dönüşüm geçirdikten sonra yine diğer iki noktanın arasında kalacaktır.
5. Kesişen doğrular, afin dönüşüm geçirdikten sonra yine kesişecektir.



(a)



(b)

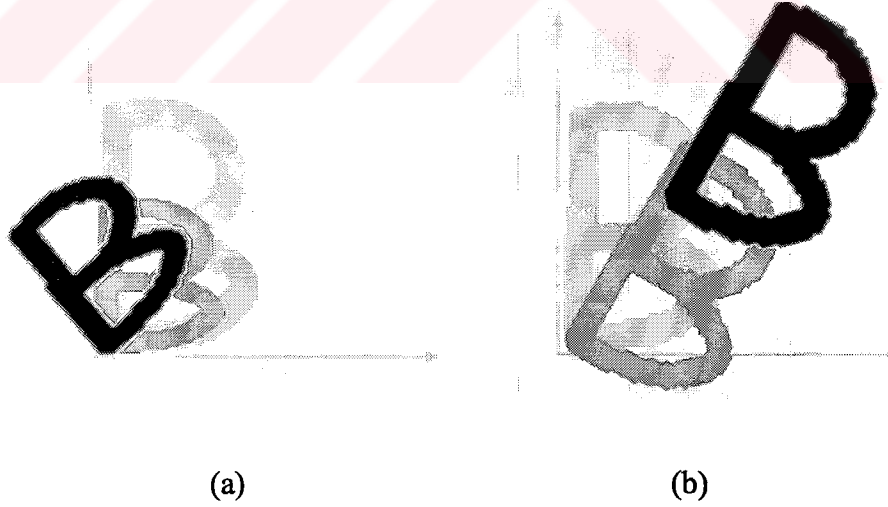
Şekil 2.1. (a) Koordinat düzlemi (b) Afin dönüşüm geçirmiş koordinat düzlemi

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}}_Y = \underbrace{\begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ m_3 & m_4 \end{bmatrix}}_M \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix}}_{\bar{Y}} + \underbrace{\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}}_T \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} m_1 & m_2 & p_x \\ m_3 & m_4 & p_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

A afin dönüşüm matrisidir, M lineer dönüşüm ve T yer değiştirme matrisleri ile ifade edilebilir. Eğer M , dönme matrisi gibi ortogonal bir matris ise $M^T M = M M^T = I$ eşitlikleri geçerlidir. Eğer bir yer değiştirme yoksa, dönüşüm lineerdir ve öklidyen dönüşüm olarak adlandırılır. Afin dönüşüm altında yeni koordinatlar (x', y')

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & p_x \\ m_3 & m_4 & p_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} x' &= m_1 x + m_2 y + p_x \\ y' &= m_3 x + m_4 y + p_y \end{aligned} \quad (2.4)$$

şeklinde hesaplanır. Afin dönüşüm genel olarak dönme, öteleme, genişleme, daraltma, eğme ve yansıma dönüşümlerinden bazılarını içeriyor olabilir.



Şekil 2.2. (a) Ölçekleme ve dönme sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki son hali (b) Dönme ve yer değiştirme sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali



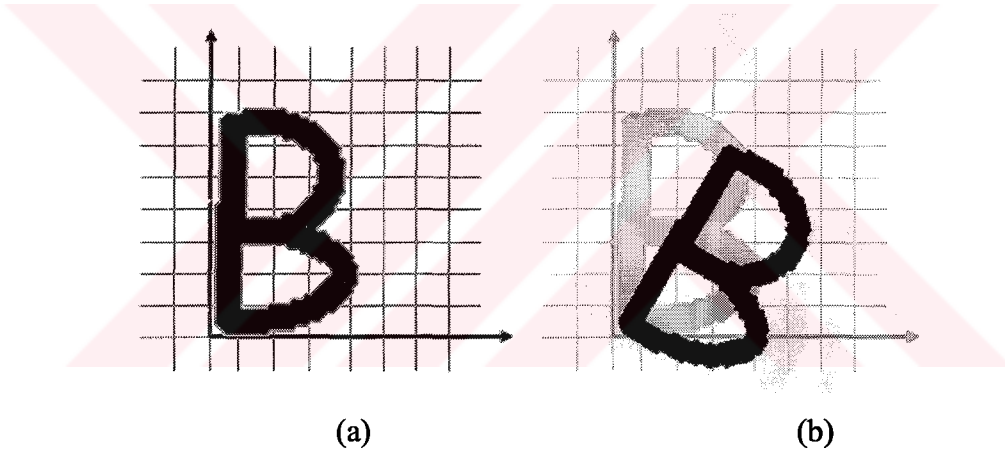
2.2.2.1.Dönme

2 boyutta dönme matrisi $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ve dönme sonucunda oluşan

yeni koordinatlar (x', y') aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{aligned} x' &= x \cos \theta - y \sin \theta \\ y' &= x \sin \theta + y \cos \theta \end{aligned} \quad (2.5)$$

Dönme matrisinin orthogonal olmasından dolayı, orijinal karakterdeki açılar ve uzunluklar korunur.



Şekil 2.3. (a) Koordinat düzlemindeki karakter
(b) Dönme sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali

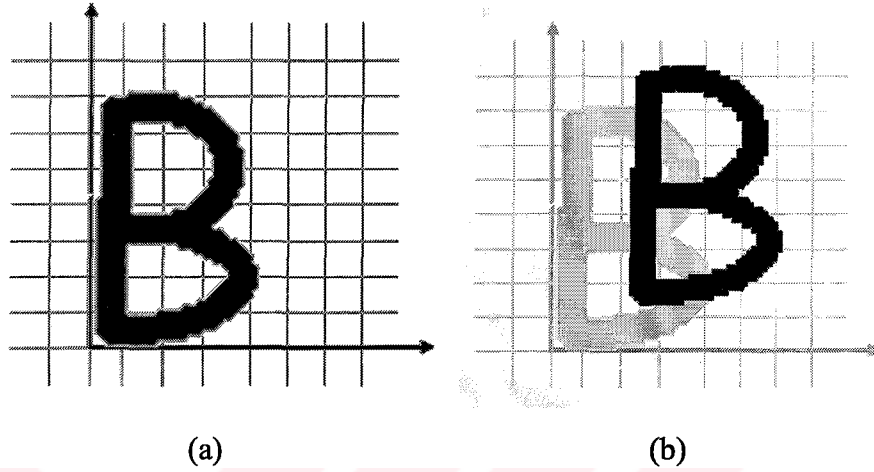
2.2.2.2. Öteleme

Bir karakterin yer değiştirmesi, sınır kümesi üzerindeki tüm $x(k)$ ve $y(k)$ piksellerine, t_x ve t_y sabit değişkenlerin eklenmesi ile ifade edilebilir. $k=1,2,...,n$.

$$\begin{aligned} X_{yeni} &= X_{eski} + t_x \\ Y_{yeni} &= Y_{eski} + t_y \end{aligned} \quad (2.6)$$

2 boyutta öteleme matrisi $\begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ile ifade edilebilir. t_x ; x yönündeki

ötelemeyi, t_y ise y yönündeki ötelemeyi gösterir.

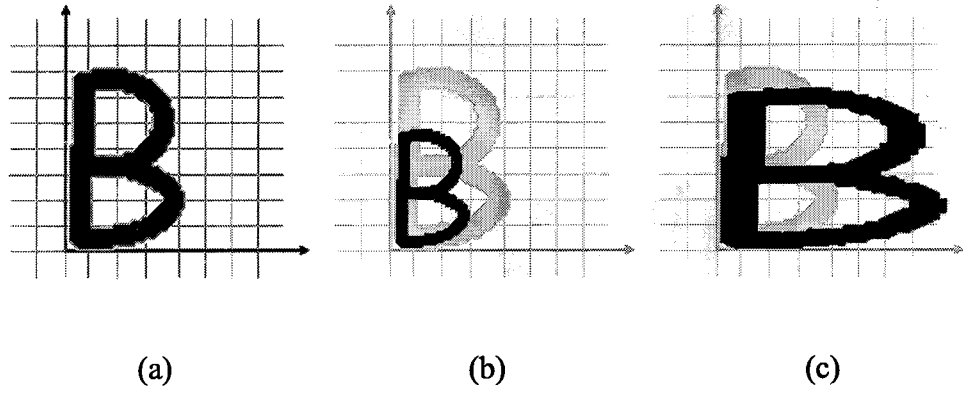


Şekil 2.4. (a) Koordinat düzlemindeki karakter
(b) Öteleme hareketi sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali

2.2.2.3. Ölçekleme

Karakterlerin ebatları birbirlerinden farklı olabilir. Bir karakterin ebatının değiştirilmesi, $x(k)$ ve $y(k)$ sınır kümesi noktalarının s_1 ve s_2 katsayıları ile çarpılmasıyla sağlanabilir. Bu durumda dönüşüm ifadesi aşağıdaki şekilde olacaktır. Eğer s_1 ve s_2 katsayıları birbirlerine eşit ise düzenli ölçekleme yapılmaktadır. Ölçekleme faktörü s , orijinal karakterin hem x hem de y noktalarına eşit olarak etki eder. A düzenli ölçekleme matrisi, B ise düzenli olmayan ölçekleme matrisidir.

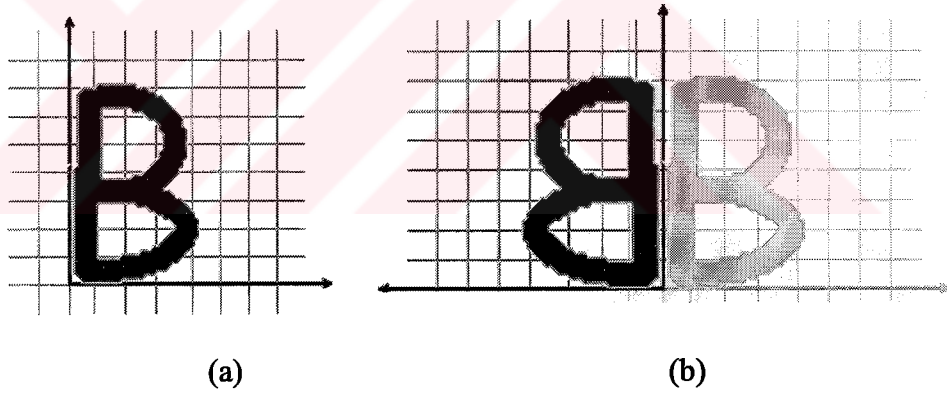
$$A = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Şekil 2.5. (a) Koordinat düzlemindeki karakter (b) Düzenli ölçekleme hareketi sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali (c) Düzenli olmayan ölçekleme hareketi sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali

2.2.2.4. Yansıma

2 boyutta yansıma matrisi $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ile ifade edilebilir.



Şekil 2.6. (a) Koordinat düzlemindeki karakter (b) Yansıma sonucunda karakterin koordinat düzlemindeki hali

3. ÖN İŞLEMLER

Karakterler üzerinde işlem yapılmasında ve karakterlerin büyük doğrulukla tanınmasında sisteme sunulan görüntünün mümkün olduğunca temiz ve düzgün olması oldukça büyük önem taşımaktadır. Ön işlemler kısmında, analog formatta bulunan döküman, sayısal formata getirilerek ön işleme algoritmalarından geçer. Bu algoritmalar döküman görüntüsünün iyileştirilmesini, karakterlerin dökümandan ve birbirlerinden ayrılmasını, karakter datalarının gürültüden arındırılmasını, karakterlerin sınır kümelerinin bulunmasını sağlar.

3.1. Karakterlerin İkili Görüntü Haline Getirilmesi

Elimizdeki dökümanı ikili görüntü haline getirme işlemi [9], görüntü ile döküman farklılığını arttırmanın yanı sıra, eşik değeri altında kalan gürültü olarak adlandıracağımız noktaları yok eder. $f(x, y)$ orijinal halde bulunan görüntü, T eşik değeri olarak belirlenirse, ikili görüntü haline getirme işlemi aşağıdaki gibi tanımlanabilir.

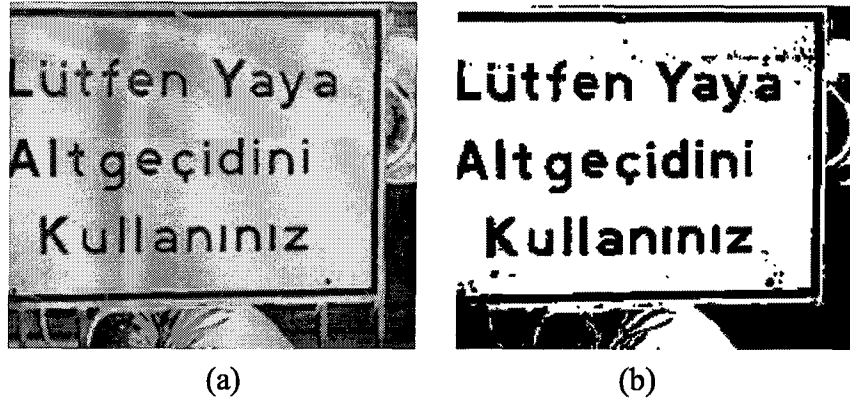
$$f_{\text{ikili}}(x, y) = \begin{cases} 1 & f(x, y) < T \\ 0 & f(x, y) > T \end{cases} \quad (3.1)$$

T eşik değeri üzerindeki tüm gri seviyeler 0 (arkaplan), eşik değerinin altında kalan gri seviyeler ise 1 (karakterler) olarak belirlenir. Böylece arkaplan ve karakterler birbirlerinden ayrılmış olurlar. Şekil 3.1.a'da gri seviyedeki görüntü, şekil 3.1.b'de ise T eşik değeri ile ikili hale getirilmiş görüntü bulunmaktadır.

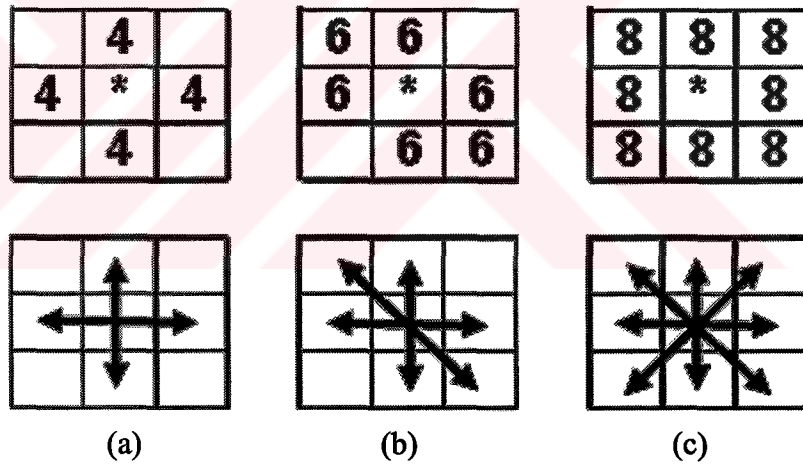
3.2. Karakterlerin Ayrılması

Metin halinde bulunan karakterlerin üzerinde işlem yapabilmek, modellemek ve değişmezlerinin hesaplanması için karakterlerin hem dökümandan hem de birbirlerinden ayrılması gerekmektedir. Karakterleri ayırırken görüntünün renk, desen, hareket gibi çeşitli özellikleri kullanılabilir. Çalışmada piksellerin komşuları

dikkate alınarak bölümlleme yapan bağlantılı bileşen [11] metodu kullanılmıştır. Metoddaki sayısal formata getirilen görüntü pikseller seviyesinde taranır. Birbiriyle komşuluğu olan pikseller 8 bağlantılı komşuluk metodu (şekil 3.2.c) ile belirlenir. Bu metoddaki her bir pikselin komşuluğundaki 8 piksel incelenir ve piksel ile aynı değere sahip olan pikseller işaretlenir.

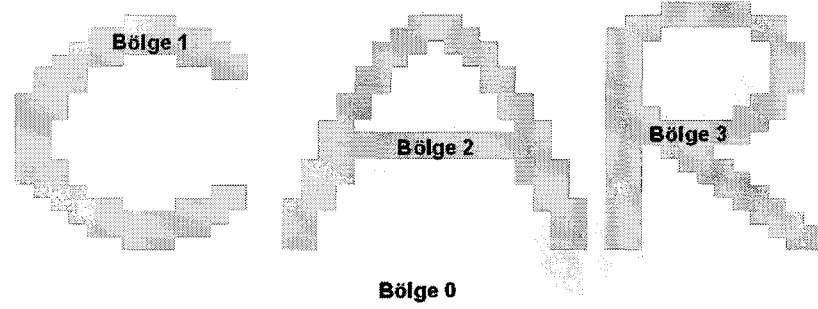
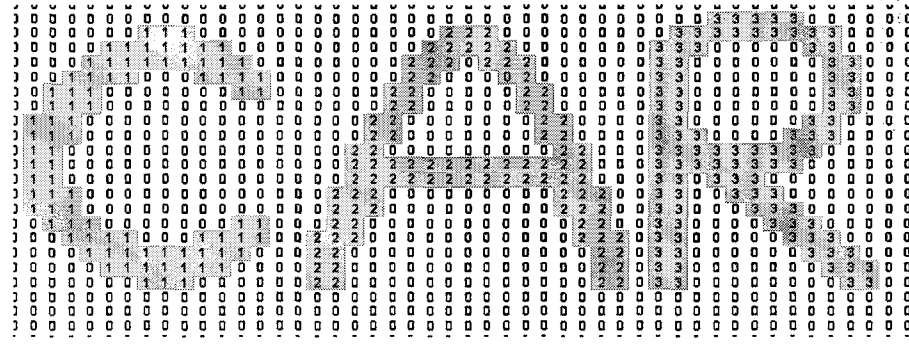


Şekil 3.1. (a) Orjinal Görüntü (b) İkili Görüntü



Şekil 3.2. (a) 4-bağlantılı komşuluk (b) 6-bağlantılı komşuluk (c) 8-bağlantılı komşuluk

Tüm pikseller tarandıktan sonra aynı komşulukta olan pikseller gruplandırılır. Her bir piksel grubu bir karakteri belirler (Bkz. Şekil 3.3).

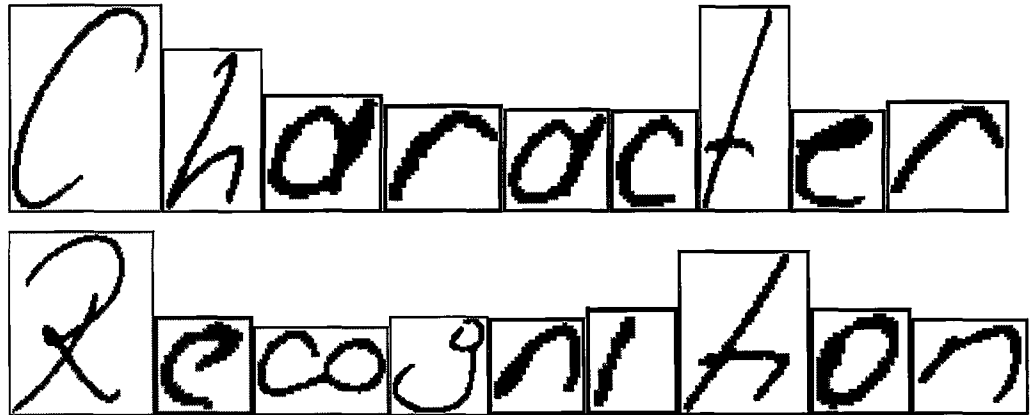


Şekil 3.3. Bağlantılı bileşen tekniği ile karakterlerin ayrılması

Şekil 3.4'te bağlantılı bileşen tekniği ile bazı karakterleri ayrılmış bir döküman görülmektedir.

Character Recognition

(a)



(b)

Şekil 3.4. (a) Orijinal Görüntü

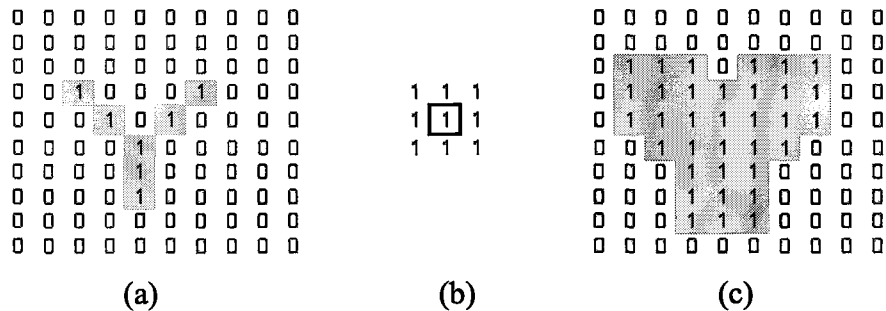
(b) Dökümandan ve birbirlerinden ayrılmış karakterler

3.3. Karakterlerin Geniştirilmesi

Çalışmada karakterleri uygun eğriler ile modelleyebilmek için karakterin dış sınır kümeleri kullanılmaktadır. Sınır kümelerinin belirlenebilmesi için karakterin uygun formatta olması gereklidir. Karakterler pikseller ile ifade edildiğinden, bir yada iki piksel inceliğinde olan bir karakterin sınır kümesinden bahsedilemez. Sınır kümesi tespiti için karakterin en az 3 piksel kalınlığında olması gereklidir. Matbaa karakterlerinde, karakterlerin belirgin olması sebebiyle herhangi bir işleme gerek duyulmazken, el yazısı karakterlerinde uygun sınır kümeleri elde edebilmek için karakterlerin genişletilmesi gereklidir. Çalışmada şekil bilgisi işlemlerinden olan genişleme işleminden yararlanılmıştır.

3.3.1. Genleşme

Genleşme işleminin ikili imge üzerindeki temel etkisi, karakterin sınır kümesini kademeli olarak genişletmektir. Genleşme işlemi, imge ve yapısal element olarak adlandırılan matrisi girdi olarak alır. Çalışmada kullanılan yapısal element matrisi şekil 3.5.b'deki matris, merkezdeki kare içine alınmış değer ise bu matrisin orijin pikselidir. Eğer yapısal element matrisinin orijini, imge üzerinde 0 (arkaplan) değeri ile kesişir ise hiçbir işlem yapılmaz ve bir sonraki piksele geçilir. Fakat orijin matrisi imge üzerinde 1 (karakter pikseli) ile kesişir ise, yapısal element matrisinin kesiştiği tüm pikseller, yapısal element matrisinin değerlerini alırlar. Şekil 3.5.a'da örnek bir imge ve piksel değerleri, yapısal element matrisi ile genişleştirilmiş ve şekil 3.5.c'deki piksel değerlerine dönüşmüştür



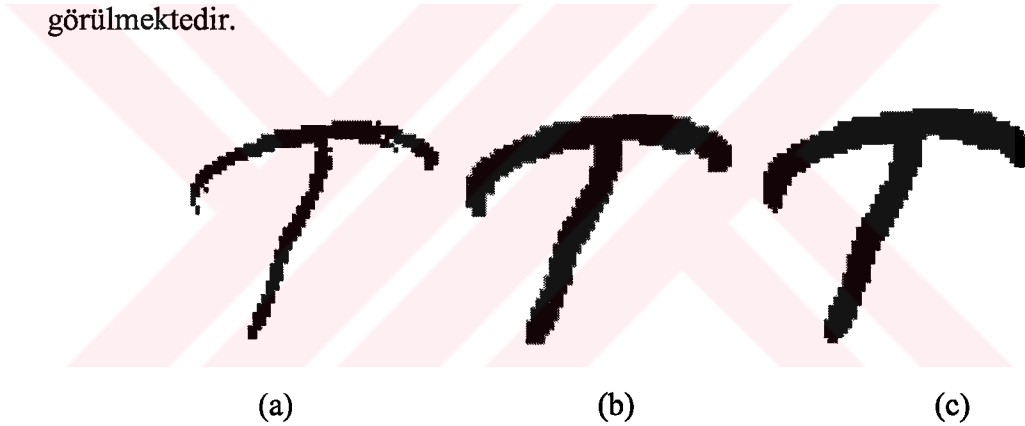
Şekil 3.5 (a) Genleşme işlemine tabi tutulacak olan karakter (b) Yapısal element matrisi (c) Genleşme işlemi geçirmiş olan karakter

3.3.2. Çoğunluk

Genleşme işleminden sonra karakterlere uygulanan bir diğer işlem ise çoğunluk işlemidir. Bu işlem, pikselin 8-komşuluğundaki, 5 yada daha fazla pikselin değeri 1 ise, bu pikselin değerini de 1 yapar. Eğer pikselin 8 komşuluğundaki 5 yada daha fazla pikselin değeri 0 ise, bu pikselin değerini de 0 yapar. Bu işlem sonucunda görüntü daha yumuşak geçişlere sahip olacaktır. Aşağıda 5 komşuluğu 1 olan pikselin de işlem sonucu 1 olduğu görülmektedir.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \Rightarrow & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Şekil 3.6'da karakterin genleşme ve çoğunluk işlemleri sonrası hali görülmektedir.



Şekil 3.6. (a) Dökümandan ayrılmış karakter (b) Genleşme işlemi geçirmiş olan karakter (c) Çoğunluk işlemi geçirmiş olan karakter

Karakterlerin uygun sınıflara yerleştirilmesi için, cisimlerin bazı ayırt edici özelliklerinden yararlanmalıyız. Her bir karakterin sınır kümesi kapalı bir eğri olarak ifade edilebildiğine göre, sınır kümeleri bize ayırt edici özellikler verebilir [9,10]. Ayrıca sınır kümesi bilgisi ile karakterler daha az data ile ifade edilebilir. Şekil 3.7'de döküman ve karakterlerin sınır kümeleri gösterilmiştir.

A NEW WORD

(a)

A NEW WORD

(b)

Şekil 3.7. (a) Orjinal Görüntü (b) Karakterlerin sınır kümeleri

3.4. Karakterlerin Normalize Edilmesi

Karakterlerin sınır kümeleri bulunduktan sonra karakterler uygun dereceli cebirsel eğriler ile modellenecektir. Çalışmada kullanılan eğri uydurma yöntemi olan “ridge regression” yöntemi öklidyen invaryanttır. Bu yüzden afin dönüşüm altında alınmış iki görüntünün bu yöntemlerle modellenip, invaryantlarının hesaplanmasından sonra, karakterler aynı olsa bile invaryantları farklı olacaktır [3].

Normalizasyon, modellenecek sınır kümesini koordinat merkezine taşır, x ve y yönündeki standart sapmaları 1 yapar. Normalizasyon sonucu, iki afin sınır kümesi, sadece dönme ilişkili olur. Aralarında dönme ilişkisi olan eğriler ridge regression yöntemiyle modellenip, değişmezleri karşılaştırılabilir. Bu işlemin yapılmasındaki bir diğer amaç da, büyük koordinatlara sahip sınır kümelerine eğri uydurulması durumunda, eğrinin kararlılığının azalması ve gürültüler karşısında bozulmasıdır.

Sınır kümesinde toplam N adet nokta bulunduğunu ve $Y_i = (x_i, y_i)^T$ ile ifade edildiğini varsayalım. Bu durumda tüm koordinat noktaları toplanıp, toplam nokta sayısına bölünmesi ile eğrinin merkezi G elde edilir.

$$G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Y_i = \begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Sınır kümesinin herbir noktasından ağırlık merkezinin çıkartılmasıyla, verilen sınır kümesi koordinat merkezine taşınmış olur. Eğrinin kovaryans matrisi aşağıdaki şekilde hesaplanır [3].

$$\sum \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - G)(Y_i - G)^T \quad (3.3)$$

Kovaryans matrisi, pozitif tanımlı ve simetrik olması sebebiyle aşağıdaki şekilde ayrılabilir. W, kovaryans matrisinin özvektörlerini, D ise özdeğerlerini tutar.

Sınıflandırılacak olan karakterimizin ($\bar{S}$), sınır kümesinde de toplam N adet nokta bulunduğunu ve sınır kümesi $\bar{Y}_i = (x_i, y_i)^T$ ile ifade edildiğini varsayalım.

Yeni sınır kümesini $\hat{S}$ ile ifade edelim. Aşağıdaki koordinat dönüşümü uygulanırsa;

$$\hat{Y}_i = (\hat{x}_i \ \hat{y}_i)^T = D^{-\frac{1}{2}W^T} (Y_i - G) \quad (3.4)$$

yeni merkez şöyle olur:

$$\hat{G} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N D^{-\frac{1}{2}W^T} (Y_i - G) = D^{-\frac{1}{2}W^T} G - D^{-\frac{1}{2}W^T} G - D^{-\frac{1}{2}W^T} G = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_c \\ \hat{y}_c \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Görüldüğü gibi yeni karakter setimizin merkezi orijindedir. Kovaryans matrisi ise birim matris olacaktır. Bu durumda $\hat{S}$, S karakter setinden oluşturulmuş ve normalize edilmiş yeni karakter seti olarak adlandırılabilir.

$$\hat{\Sigma} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\hat{Y}_i)(\hat{Y}_i)^T = D^{-\frac{1}{2}W^T} \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (Y_i - G)(Y_i - G)^T W D^{-\frac{1}{2}} = I \quad (3.6)$$

Şimdi de birbiriyle afin ilişkili S ve $\bar{S}$ olarak adlandırılan iki karakter setimiz olduğunu varsayalım. Birbirleriyle afin ilişkili olduklarına göre (2.3) eşitliği bize aşağıdaki sonuçları verecektir.



$$\bar{Y}_i = MY_i + P \quad i = 1, 2, \dots, N.$$

$$\bar{G} = MG + P$$

$$\bar{Y}_i - \bar{G} = M(Y_i - G)$$

(3.7) eşitliği yardımıyla, $\bar{S}$ karakter setinin kovaryans matrisi aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\bar{\Sigma} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\bar{Y}_i - \bar{G})(\bar{Y}_i - \bar{G})^T = M \Sigma M^T \quad (3.8)$$

$\hat{S}$ ve $\hat{\bar{S}}$ karakter setleri, S ve $\bar{S}$ karakter setlerinin normalize edilmiş yeni karakter setleri ise;

$$\begin{aligned} \hat{Y}_i &= D^{-\frac{1}{2}} W^T (Y_i - G) \Rightarrow (Y_i - G) = W D^{\frac{1}{2}} \hat{Y}_i \\ \hat{\bar{Y}}_i &= \bar{D}^{-\frac{1}{2}} \bar{W}^T (\bar{Y}_i - \bar{G}) = \bar{D}^{-\frac{1}{2}} \bar{W}^T M (Y_i - G) \end{aligned} \quad (3.9)$$

(3.9) eşitliklerini kullanacak olursak aşağıdaki sonucu elde ederiz.

$$\hat{\bar{Y}}_i = \underbrace{\bar{D}^{-\frac{1}{2}} \bar{W}^T M W D^{-\frac{1}{2}}}_Q \hat{Y}_i \quad (3.10)$$

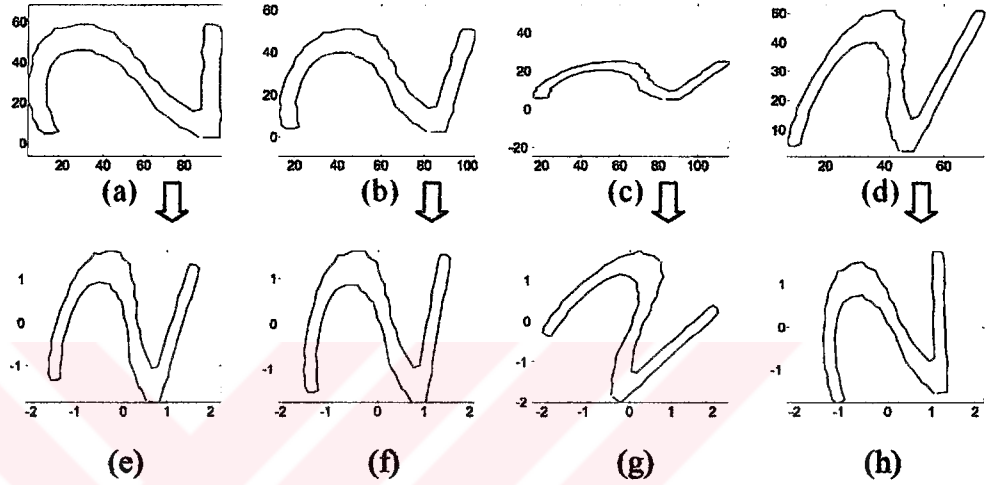
$\hat{\bar{Y}}_i$ ve $\hat{Y}_i$ arasındaki Q dönüşüm matrisi ortogonaldır.

$$\begin{aligned} \underbrace{\bar{D}^{-\frac{1}{2}} \bar{W}^T M W D^{-\frac{1}{2}}}_Q \underbrace{D^{\frac{1}{2}} W^T M^T \bar{W} D^{-\frac{1}{2}}}_{Q^T} &= \bar{D}^{-\frac{1}{2}} \bar{W}^T M \underbrace{W D W^T}_\Sigma \bar{W} D^{-\frac{1}{2}} \\ &= \bar{D}^{-\frac{1}{2}} \bar{W}^T \underbrace{M \Sigma \Sigma^T}_\Sigma \bar{W} D^{-\frac{1}{2}} = \bar{D}^{-\frac{1}{2}} \bar{W}^T \underbrace{\bar{\Sigma}}_D \bar{W} D^{-\frac{1}{2}} = I \end{aligned} \quad (3.11)$$

Özet olarak afin ilişkili iki karakter seti normalize edilmiş ise, aralarındaki Q dönüşüm matrisi dönme matrisidir. Böylelikle afin ilişkili iki karakter seti normalize

edilerek öklidyen ilişkili hale getirilebilir. Deneyler bölümünde de görüleceği üzere, çalışmada kullanılan eğri uydurma metodu dönme ilişkisine karşı değişmezdir.

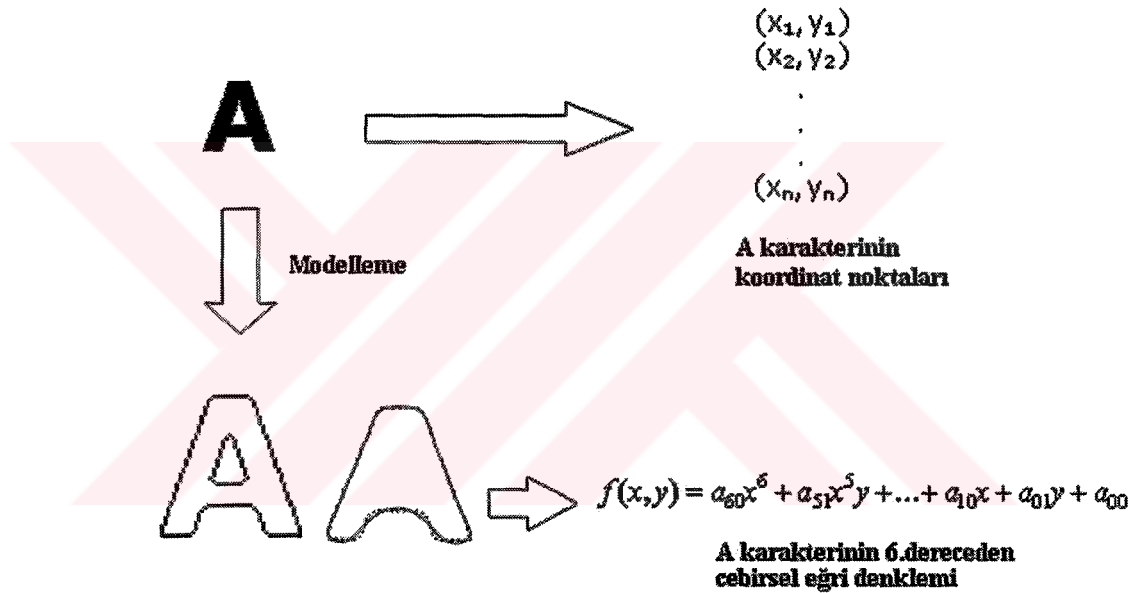
Şekil 3.8'de a, b, c ve d figürleri afin ilişkili çeşitli karakter setlerini göstermektedir. Normalizasyon sonucu elde edilen yeni karakter setleri e, f, g ve h arasında sadece dönme ilişkisi vardır, dolayısıyla yeni karakter setleri öklidyen ilişkilidir.



Şekil 3.8. (a), (b), (c) ve (d) figürleri afin ilişkili karakter setleri, (e), (f), (g) ve (h) ise afin ilişkili karakter setlerinden normalizasyon ile elde edilen yeni karakter setleridir

4. MODELLEME

Modellemenin amacı, karakteri en uygun biçimde ifade etmektir. Böylece sınırlı sayıda data ile karakterlerin tanımlanması yapılabilir. Gereksiz karmaşıklıktan kaçınmak ve algoritmanın hızını arttırmak için modelleme gereklidir. Örneğin bir karakterin sınır kümesinde yüzlerce data olabilir. Bu durumda cismi tanımlamak için gerekli olan değişmezlerin elde edilmesi çok zor ve zaman alıcı olacaktır. Fakat sınır noktaları uygun dereceli bir cebirsel eğri ile modellenirse, oldukça az sayıda katsayı cismi tanımlamaya yetecek ve değişmezlerin elde edilmesi ve karakterin tespiti kolaylıkla yapılabilir. Bakınız şekil 4.1.



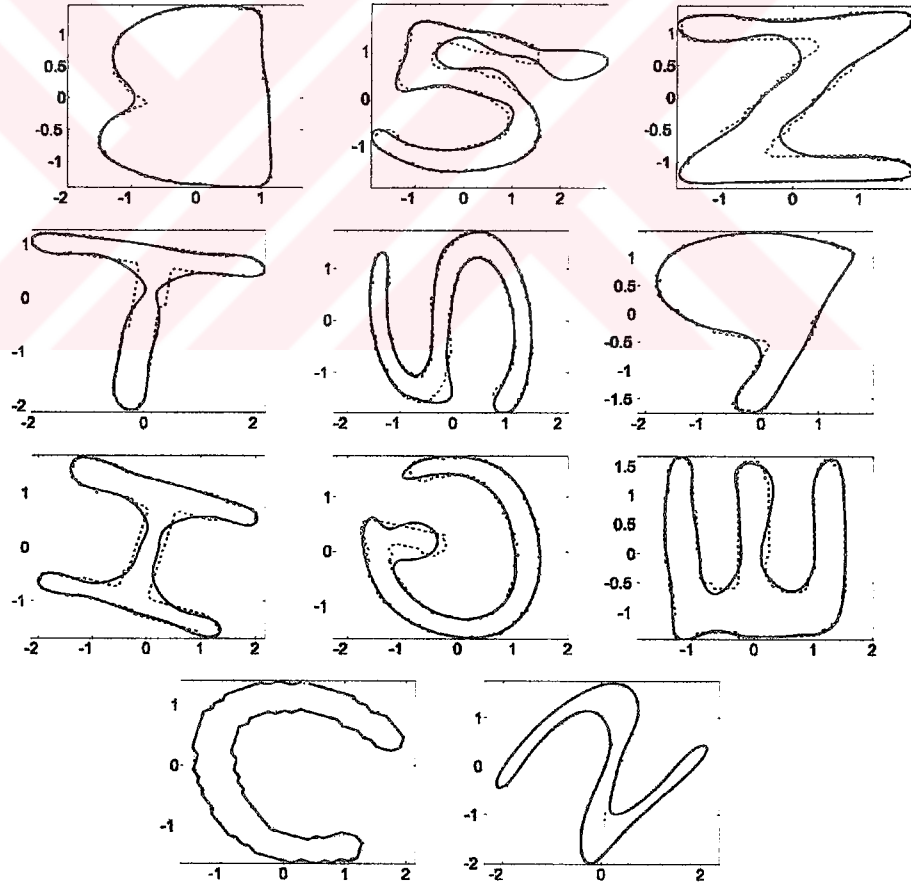
Şekil 4.1: A karakterinin modellenmeden ifadesi ve cebirsel eğri ile modellendikten sonraki ifadesi

Literatürde karakterleri modellemek için fourier tanımlayıcılar [9, 10, 13]; zincir kodlar [12, 15]; zernike momentler [14] gibi çeşitli yöntemlerden yararlanılmıştır. Bu tezde karakterleri modellemek için cebirsel eğriler kullanılmıştır [1]. Cebirsel eğriler serbest şekilli cisimlerin modellenmesi için kullanılan en uygun gösterimler arasındadır [2, 3, 4, 17, 18, 20]. Bu eğriler karakterin sınır noktalarındaki belirli miktardaki eksik/kesik datayı telafi edebilir [1]. Karakterlere bir eğri uydurma

algoritmasıyla kapalı cebirsel eğriler uydurulmuş, bu eğriler polinomlar olarak ifade edilmişlerdir.

4.1. Kapalı Cebirsel Eğri Oturtma

Önişlemler kısmında dökümandan ve birbirlerinden ayrılmış olan karakterlerin sınır kümeleri bulunmuştur. Bu sınır kümelerine uygun dereceli cebirsel eğriler uydurulacaktır. Literatürde çeşitli eğri uydurma yöntemleri vardır [7, 18, 20, 21, 22]. Bu çalışmada yüksek dereceli cebirsel eğrilere uygulandığı zaman kararlı ve hızlı olması sebebiyle “ridge regression” methodu kullanılmıştır. Şekil 4.2'de çeşitli karakter datalarına uydurulan 6.dereceden eğriler görüyoruz. Kalın hatlı eğriler, karakterlere oturtulmuş 6.dereceden eğrileri göstermektedir. Deneyler tüm karakterlerin 6. dereceden eğriler ile modellenebileceğini göstermiştir [1].



Şekil4.2. Çeşitli karakterlere uydurulan 6. dereceden eğriler (kalın hat).

Deneyler tüm karakterlerin 6. dereceden eğriler ile modellenebileceğini göstermiştir.

Klasik eğri uydurma yöntemi olan en küçük kareler yöntemi, verilen sınır kümesinin, uydurulacak cebirsel eğriye olan uzaklığının karesini minimum yapmaya çalışır.

$$e_a = \sum_{i \leq j \leq m} (f_n(x_j, y_j))^2 = 0 \quad (4.1)$$

Gradient One yöntemi, en küçük kareler yöntemindeki gibi polinomun noktalar üzerinde sıfır değerini almasını ayrıca eğrinin gradyantını, yani eğrinin birinci dereceden türevini kontrol eder. Gradyant kontrolleri için en küçük kareler yöntemine iki sınırlama getirilmiştir [7].

$$\nabla f_n(x_i, y_j) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_n}{\partial x} \\ \frac{\partial f_n}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Gradient vektörü verilen sınır kümesine diktir. Bu yöntemde gradyantın her noktada yerel tanjanta dik ve birim uzunluğunda olması sınırı getirilir. Bu yöntem denklem (4.2)'de görüldüğü gibi en küçük kareler yöntemine gradyantın yerel tanjant yönündeki bileşeninin 0, normal yönündeki bileşeninin 1 olmasını kontrol eden iki parametre eklenir.

$$e_g = \sum_{i \leq j \leq m} \left(f_n(x_j, y_j) \right)^2 + \mu \left(N_j^T \nabla f_n - 1 \right)^2 + \mu \left(T_j^T \nabla f_n \right)^2 \quad (4.3)$$

Denklem (4.3), denklem (2.2) kullanılarak açılırsa katsayı matrisi denklem (4.4)'teki gibi bulunur.

$$e_g = A^T \sum Y_j Y_j^T A + \mu A^T \sum \nabla Y_j N_j N_j^T \nabla Y_j^T A + \mu A^T \sum \nabla Y_j T_j T_j^T \nabla Y_j^T A + 2\mu A^T \sum \nabla Y_j N_j + \mu m \quad (4.4)$$

$$A = \underbrace{\mu (S + \mu (S_N + S_T))^{-1}}_{S_G} G_N$$

Ridge regression yöntemi yukarıdaki denklemde bulunan S_G matrisini kontrol ederek uydurulacak eğriyi sınır kümesine yaklaştırmaya zorlar [7]. Denklem (4.5)'de görüldüğü gibi k ridge regression ağırlık parametresiyle, S_G kontrol edilir. Denklem (4.5)'teki D diyagonal matris, k ise 0 dan büyük reel sayıdır.

Ridge regression yöntemiyle sınır kümesine model uygulanırken izlenecek adımlar aşağıdaki şekildedir.

1. Denklem (4.4)'teki S_G ve G_N matrisleri elde edilir.
2. Denklem (4.5)'teki k ağırlık parametresi değiştirilerek yeni katsayı matrisi A_{rr} elde edilir.

$$A_{rr} = \mu(S_G + kD)^{-1} G_N \quad (4.5)$$

4.2. Ayırıştırma Teoremi

Yüksek dereceli cebirsel eğriler, ayırıştırma teoremi yardımıyla daha basit eğriler olan doğru parçaları ve konikler olarak ifade edilebilir.

Teorem1. *Bir monik eğri $f_n(x, y)$, doğruların ve koniklerin çarpımlarının toplamı olarak ifade edilebilir [5].*

$$f_n(x, y) = \Pi_n(x, y) + \gamma_{n-2} [\Pi_{n-2}(x, y) + \gamma_{n-4} [\Pi_{n-4}(x, y) + \dots]] \quad (4.6)$$

γ_{n-2} , $f_{n-2}(x, y)$ 'nin x^{n-2} elemanın katsayısıdır. Herbir $\Pi_n(x, y) = \prod_{i=1}^r L_{ri}(x, y)$ reel yada karmaşık doğruların çarpımı şeklindedir.

Denklemdaki her bir doğru $L_{ri}(x, y)$, vektör gösterimi kullanılarak aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$L_{ri}(x, y) = x + l_{ri}y + k_{ri} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & l_{ri} & k_{ri} \end{bmatrix}}_{L_{ri}^T} X = \underbrace{\begin{bmatrix} x & y & 1 \end{bmatrix}}_{X^T} L_{ri} \quad (4.7)$$

2 ve 3. dereceden kapalı polinomlar aşağıdaki şekilde ayrıştırılabilir:

$$\begin{aligned}
 f_2(x, y) &= \Pi_2(x, y) + \gamma_0 \Pi_0(x, y) = L_1(x, y)L_2(x, y) + \gamma_0 = 0 \\
 f_3(x, y) &= \Pi_3(x, y) + \gamma_1 \Pi_1(x, y) = L_1(x, y)L_2(x, y)L_3(x, y) + \gamma_1 L_4(x, y) = 0 \\
 f_4(x, y) &= \Pi_4(x, y) + \gamma_2 \Pi_2(x, y) + \gamma_0 \Pi_0(x, y) = \\
 &L_1(x, y)L_2(x, y)L_3(x, y)L_4(x, y) + \gamma_2 L_5(x, y)L_6(x, y) + \gamma_0 = 0
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

γ_2, γ_1 ve γ_0 skaler katsayılarıdır, ve $\Pi_0(x, y) = 1$.

4.3. İlişkili Noktalar

Cebirsel eğri bilgisinden yararlanılarak bulunan bitangent noktası, bükülme noktaları, kütle merkezleri ve doğru çarpanlarının kesişim noktaları afin dönüşüm altında ilişkili noktalar olarak tanımlanır [3, 4, 5]. Polinomları kullanarak hesaplanan en kolay ilişkili noktalar doğruların kesişim noktalarıdır. Bu çalışmada da ilişkili nokta olarak doğruların kesişim noktaları kullanılmıştır.

Cebirsel eğrinin ayrıştırılmasından elde edilen paralel olmayan $L_{ij}^T X = x + l_{ij}y + k_{ij}$ ve $L_{qr}^T X = x + l_{qr}y + k_{qr}$ gibi iki doğrunun kesişimi $d_p = (x_p, y_p)$ olsun. İki doğrunun kesişim noktası

$$\begin{bmatrix} 1 & l_{ij} & k_{ij} \\ 1 & l_{qr} & k_{qr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x_p \\ y_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{ij}k_{qr} - l_{qr}k_{ij} \\ k_{ij} - k_{qr} \end{bmatrix} \div (l_{qr} - l_{ij}) \tag{4.9}$$

şeklinde hesaplanır [5].

İki monik cebirsel eğri $f_n(x, y) = 0$ ve $\overline{f_n}(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ herhangi bir s_n değeri için birbirleriyle aşağıdaki şekilde afin ilişkili olacaktır [3]:

$$f_n(x, y) = 0 \xrightarrow{A} f_n(m_1\bar{x} + m_2\bar{y} + p_x, m_3\bar{x} + m_4\bar{y} + p_y) \stackrel{def}{=} s_n \overline{f_n}(\bar{x}, \bar{y}) = 0 \tag{4.10}$$

$f_n(x, y) = 0$ ve $\overline{f_n}(\overline{x}, \overline{y}) = 0$ olarak tanımlanan iki afin ilişkili cebirsel eğrinin ilişkili noktaları (x_i, y_i) ve $(\overline{x}_i, \overline{y})$ aşağıdaki şekilde gösterilir.

$$\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & p_x \\ m_3 & m_4 & p_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{x}_i \\ \overline{y}_i \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \{x_i, y_i\} \xrightarrow{A} \{\overline{x}_i, \overline{y}_i\} \quad (4.11)$$

İlişkili noktalar aşağıdaki ilişkiyi verecektir.

$$f_n(x_i, y_i) = s_n \tilde{f}_n(\overline{x}_i, \overline{y}_i) = 0 \quad (4.12)$$

Yüksek dereceli cebirsel eğriler, ayrıştırma teoremi yardımıyla daha basit eğriler olan doğru parçaları ve konikler olarak ifade edilebilir.

Afin eşdeğer örtük polinomların ayrıştırılmasıyla bulunan noktaların hangilerinin birbirleriyle eşleştirileceğini bulmak, dönüşümün bulunması için en önemli noktadır. Afin eşdeğer $f_n(x_i, y_i) = 0$ ve $\overline{f_n}(\overline{x}_i, \overline{y}_i) = 0$ örtük polinomların ayrıştırılması sonucunda elde edilen k tane (x_i, y_i) ve $(\overline{x}_i, \overline{y})$ ilişkili noktalarından hangilerinin eşleştiğini bulmak için noktaların fonksiyondan aldığı değerlerden faydalanılır.

$$f_n(x_i, y_i) = z_i \quad \text{ve} \quad \tilde{f}_n(\overline{x}_i, \overline{y}_i) = \overline{z}_i \quad (4.11)$$

(4.11) eşitliğinden yararlanarak s_n 'i hesaplayabiliriz.

$$s_n = \frac{z_i}{\overline{z}_i} = \frac{\sum_{i=1}^k z_i}{\sum_{i=1}^k \overline{z}_i} \quad (4.12)$$

Birbirine giden noktaların bulunması için noktaların polinomda aldığı değerler sıralanır ve bu sıralamaya göre eşleştirilirler [4, 5]. Karakter modelimizdeki ilişkili

noktaları $z_1 < z_2 < \dots < z_k$ olarak sıralarsak, sınıflandırılacak olan karakterin ilişkili noktaları s_n 'in pozitif ve negatif değerine göre aşağıdaki şekilde sıralanır.

$$\bar{z}_1 < \bar{z}_2 < \dots < \bar{z}_k \text{ eğer } s_n > 0 \quad (4.13)$$

$$\bar{z}_1 > \bar{z}_2 > \dots > \bar{z}_k \text{ eğer } s_n < 0 \quad (4.14)$$

5. TANIMA ve SINIFLANDIRMA

5.1. Kanonik Gösterim ve Kanonik Değişmezler

Karakter tanıma sisteminde, bir karakteri diğerlerinden ayırmak için karakteristik farklılıklara değişkenlik göstermeyen özelliklerinin belirlenmesi gerekir. Cisme ait bu özelliklere invaryant (değişmez) denir. Eğer verilen karakterleri tanımlayacak invaryantlar bulunabilirse, karakterler karşılaştırılabilir. Çalışmada karakterleri birbirlerinden ayırmak için kanonik değişmezler kullanılmıştır.

$f_n(x, y) = 0$ ve $\overline{f_n}(\overline{x}, \overline{y}) = 0$ birbirleriyle afin ilişkili cebirsel eğriler olsun. Bu eğrilere ait birbiriyle eşleşen 3 tane ilişkili nokta arasındaki A dönüşüm matrisi aşağıdaki gibi tanımlanabilir [3, 4].

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\overline{T}} = A \underbrace{\begin{bmatrix} \overline{x}_1 & \overline{x}_2 & \overline{x}_3 \\ \overline{y}_1 & \overline{y}_2 & \overline{y}_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_{\overline{T}} \Rightarrow A = T\overline{T}^{-1} \quad (5.1)$$

$f_n(x, y) = 0$ 'ın ilişkili 3 noktası ile kanonik dönüşüm matrisini elde edebiliriz.

$$A_c = \begin{bmatrix} x_1 - x_3 & x_2 - x_3 & x \\ y_1 - y_3 & y_2 - y_3 & y_3 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}}_{\overline{T}} \quad (5.2)$$

A_c kanonik dönüşüm matrisinin, $f_n(x, y) = 0$ monik cebirsel eğrisine uygulanmasıyla cebirsel eğrinin $f_n^c(x, y) = 0$ kanonik gösterimi elde edilir. s_c skaler olmak üzere, $f_n(x, y) = 0$ ve onun kanonik temsili olan $f_n^c(x, y) = 0$ arasındaki ilişki aşağıdaki gibi gösterilir [3, 4].

$$f_n(x, y) = 0 \xrightarrow{A_c} s_c f_n^c(x, y) = 0 \quad (5.3)$$



Aynı şekilde $\overline{f_n(x, y)} = 0$ eğrisinin ilişkili noktaları bize $\overline{A_c} = \overline{T}E$ kanonik dönüşüm matrisini verecektir.

$$\overline{A_c} = \begin{bmatrix} \overline{x_1 - x_3} & \overline{x_2 - x_3} & \overline{x_3} \\ \overline{y_1 - y_3} & \overline{y_2 - y_3} & \overline{y_3} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \overline{x_1} & \overline{x_2} & \overline{x_3} \\ \overline{y_1} & \overline{y_2} & \overline{y_3} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}}_T \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

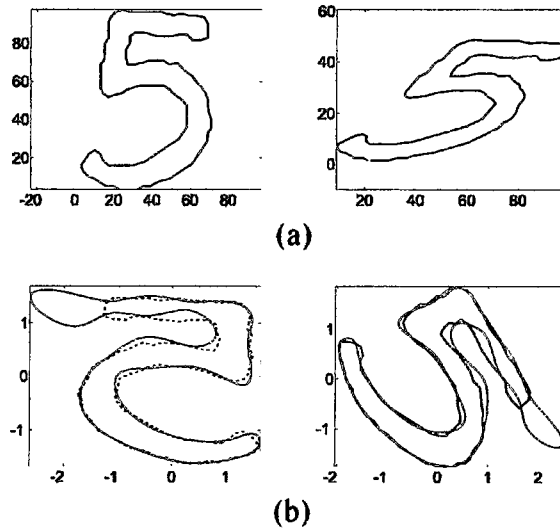
s_c skaler olmak üzere, $\overline{f_n(x, y)} = 0$ ve onun kanonik temsili olan $\overline{f_n^c(x, y)} = 0$ arasındaki ilişki aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\overline{f_n(x, y)} = 0 \xrightarrow{\overline{A_c}} \overline{s_c} \overline{f_n^c(x, y)} = 0 \quad (5.5)$$

Teorem2: $f_n(x, y) = 0$ ile $\overline{f_n(x, y)} = 0$ eğrileri, ancak ve ancak, bu eğrilerin kanonik formları olan $f_n^c(x, y) = 0$ ve $\overline{f_n^c(x, y)} = 0$ eğrileri birbirlerine eşit ise afin ilişkilidir. Afin dönüşüm matrisi aşağıdaki şekilde hesaplanır [3, 4].

$$A = T\overline{T} = A_c E^{-1} E A_c^{-1} = A_c \overline{A_c}^{-1} \quad (5.6)$$

Örnek: Birbirleriyle afin ilişkili iki karakter seti, kapalı polinomlar ile modellenmiş ve aşağıdaki monik katsayı vektörleri ile gösterilmişlerdir.



Şekil 5.1. (a) ve (b) Afin ilişkili 2 rakamının sınır kümeleri S ve $\bar{S}$ (c) ve (d) 6.dereceden $f_6(x, y)$ ve $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y})$ eğrileri uydurulmuş S ve $\bar{S}$ karakter setleri

$f_6(x, y) = 0$ cebirsel eğrisinin monik katsayı vektörü:

[1.0 1.416 1.903 3.825 9.853 6.598 9.156 1.032 -2.307 -4.924
12.117 -9.264 -7.886 -1.463 -2.731 -12.616 -10.263 -32.227 -2.539
16.958 18.035 29.495 -3.269 -4.010 23.265 1.049 -23.869 3.462]

$\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ cebirsel eğrisinin monik katsayı vektörü:

[1.0 3.119 5.235 5.636 4.738 1.385 0.596 -0.910 -2.186 -4.585
-4.143 -3.604 -0.833 -4.904 -10.706 -11.541 -6.219 -1.926 5.044
7.655 10.903 3.686 5.116 5.844 0.123 -6.409 -3.354 1.171]

$f_6(x, y) = 0$ eğrisinden elde edilen doğruların kesişim noktaları

$d_1=(0.0390 \ 0.0167)$ $d_2=(0.3681 \ 0.5832)$ $d_3=(-0.9880 \ 0.4287)$

ve doğruların kesişim noktalarının fonksiyonda aldığı değerler

$z_1=3.1032$ $z_2=0.0767$ $z_3=-0.3375$

olarak elde edilir. İlişkili noktaların fonksiyonda aldığı değerler $z_1 < z_2 < \dots < z_k$ şekline sıralanır.

Aynı şekilde $\overline{f_6}(\overline{x}, \overline{y}) = 0$ eğrisi ayrıştırılırsa;

$$\overline{d_1} = (0.3265 \ 0.6116) \quad \overline{d_2} = (-0.0141 \ 0.0451) \quad \overline{d_3} = (0.8469 \ -0.5888)$$

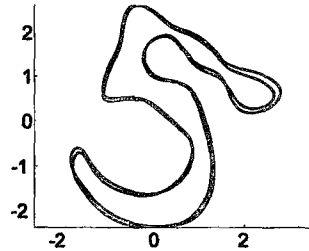
$$\overline{z_1} = -0.0415 \quad \overline{z_2} = 1.1085 \quad \overline{z_3} = -0.1708$$

değerleri elde edilir.

s_n 'in pozitif yada negatif değerine göre z_i 'ler $\overline{z_1} < \overline{z_2} < \dots < \overline{z_k}$ yada $\overline{z_1} > \overline{z_2} > \dots > \overline{z_k}$ olarak sıralanır. Birbiriyle eşleşen ilişkili noktalar aşağıdaki şekilde A_c ve $\overline{A_c}$ kanonik dönüşüm matrisini oluştururlar.

$$A_c = \begin{bmatrix} -1.0269 & 0.3292 & 0.0390 \\ 0.4120 & 0.5665 & 0.0167 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \overline{A_c} = \begin{bmatrix} 0.8611 & 0.3406 & -0.0141 \\ -0.6338 & 0.5666 & 0.0451 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$f_6(x, y) = 0$ cebirsel eğrisine A_c kanonik dönüşüm matrisi, $\overline{f_6}(\overline{x}, \overline{y}) = 0$ eğrisine $\overline{A_c}$ kanonik dönüşüm matrisi uygulanması ile $f_6^c(x, y) = 0$ ve $\overline{f_6^c}(\overline{x}, \overline{y}) = 0$ kanonik eğrileri (Bakınız şekil 5.2) elde edilmiştir.



Şekil5.2. $f_6^c(x, y)$ ve $\overline{f_6^c}(\overline{x}, \overline{y})$ kanonik eğrileri

Elde edilen kanonik eğrilerin vektörel gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1.0 & -1.425 & 4.692 & 0.588 & 2.452 & 0.825 & 0.686 & -2.639 & 1.877 & -3.143 & -1.146 & -0.011 & -1.116 & -3.038 & -5.749 & -11.994 & -7.437 & -5.570 & 10.804 & 3.599 & 3.848 & 8.953 & 2.054 & 17.892 & 8.789 & -12.278 & -15.345 & 3.696 \end{bmatrix}$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 1.0 & -1.044 & 5.542 & 1.709 & 3.407 & 1.447 & 0.905 & -2.693 & 1.220 & -4.137 & -1.893 & -0.657 & -1.567 & -3.368 & -8.523 & -16.181 & -11.354 & -7.083 & 12.703 & 6.912 & 7.774 & 12.336 & 2.390 & 23.249 & 10.3725 & -16.582 & -20.852 & 5.676 \end{bmatrix}$$

Sınıflandırılacak olan karakterler, daha önceden oluşturulmuş karakter modelleri ile karşılaştırılır. Karşılaştırma için karakterlerden elde edilen invaryantların benzerlikleri hesaplanır. Benzerlik fonksiyonu sonucu, benzerlik değeri en yüksek olan karakter modeli, sınıflandırmak istediğimiz karaktere karşılık gelir. Benzerlik fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$benzerlik = \frac{C_1^T C_2}{\|C_1\| \|C_2\|} \quad (5.7)$$

C_1 , sınıflandırılacak olan karakterin kanonik invaryant vektörü, C_2 ise daha önceden oluşturulmuş karakter modelinin kanonik invaryant vektörüdür. Bu iki kanonik invaryant vektörünün yakınlıkları kontrol edilmektedir. Eğer iki vektör birbirine yakın ise, benzerlik değeri 1'e yakın, aksi durumda ise -1'e yakın olacaktır.

$$-1 \leq benzerlik \leq 1 \quad (5.8)$$

Elimizdeki sınıflandırılacak karakterin invaryant vektörü, modellerden hangisi ile en yüksek benzerlik değeri oluşturur ise, bilgisayar sınıflandırılacak olan karakteri, modeldeki karakter olarak tanımlar.

6. DENEY SONUÇLARI

6.1. Sentetik Karakter Dataları ile Yapılan Deneyler

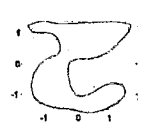
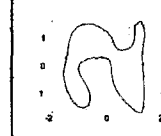
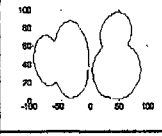
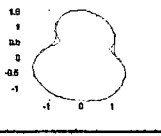
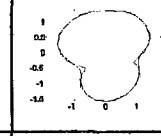
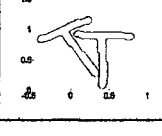
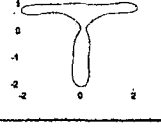
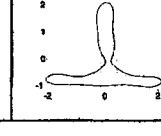
Bu bölümde sentetik karakter dataları ile yapılmış olan deneyler sunulacaktır. Deneylerde, herbir karakter dökümandan ve diğer karakterlerden ayrılmış ve sınır kümeleri belirlenmiştir.

6.1.1. Dönme ilişkili karakter setleri

Deneyde birbiriyle sadece dönme ilişkisi olan karakterlerin benzerlik değerleri incelemiştir. Karakterler arasında A dönme ilişkisi vardır. Karakterlere uygun cebirsel eğriler uydurulduktan sonra, ilişkili noktalar yardımıyla karakterlerin değişmezleri ve karakterler arasındaki benzerlik değerleri hesaplanmıştır. Tablo 1'de dönme ilişkili çeşitli karakterler ve benzerlik değerleri gösterilmiştir.

$$A = \begin{bmatrix} -0.5000 & -0.8660 & 0 \\ 0.8660 & -0.5000 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Tablo 6.1: Aralarında A dönme ilişkili karakterler ve benzerlik değerleri. (a) Dönme ilişkili iki karakter (b) Normalize edilmiş ve eğri uydurulmuş olan karakter (c) Normalize edilmiş ve eğri uydurulmuş olan diğer karakter (d) Karakterlerin kanonik eğrileri (e) Karakterler arasındaki benzerlik değeri

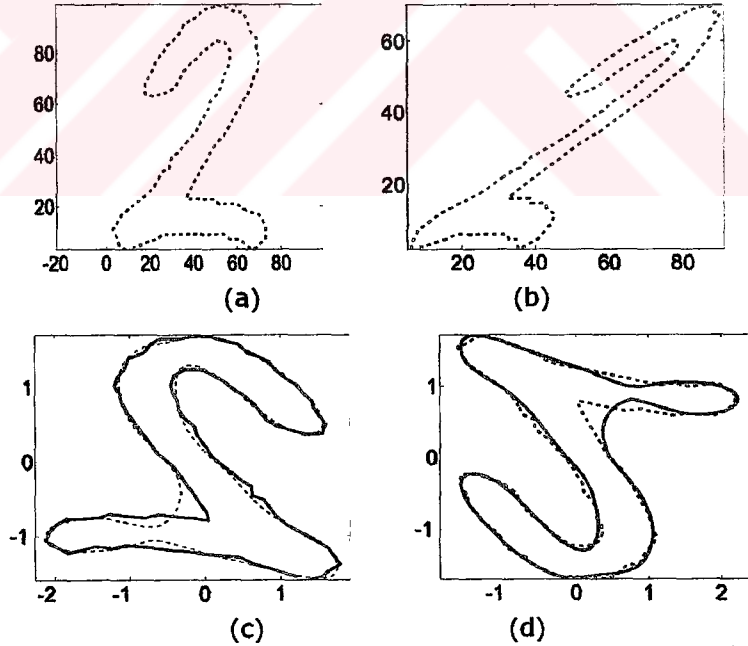
a	b	c	d	e
				1.000
				1.000
				1.000

6.1.2. Afin ilişkili karakter setleri

Deneyde birbiriyle afin ilişkili iki karakter setine, ridge regression methodu ile kapalı polinomlar uydurulacak ve karakterlerin kanonik değişmezleri belirlenecek, bu değişmezler ile afin ilişkili karakterlerin benzerlik değeri hesaplanacaktır. Afin ilişkili karakterler arasında A afin ilişkisi vardır.

$$A = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.4330 & 0 \\ 0 & 0.8660 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

İki karakter arasında A afin dönüşüm ilişkisi olduğu için, sınır kümeleri normalizasyona tabi tutulur. Normalizasyon esnasında sınır kümeleri merkeze taşınır ve karakterler arasında sadece dönme ilişkisi kalır. Normalizasyon uygulanan sınır kümelerine uydurulan 6. derece eğrilerin (şekil 6.1.c-d) monik katsayı vektörleri aşağıdaki gibidir.



Şekil 6.1. (a) ve (b) Afin ilişkili 2 rakamının sınır kümeleri S ve $\bar{S}$ (c) ve (d) 6.dereceden $f_6(x, y)$ ve $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y})$ eğrileri uydurulmuş S ve $\bar{S}$ karakter setleri

$f_6(x, y) = 0$ cebirsel eğrisinin monik katsayı vektörü:

[1.0 -0.385 6.756 11.569 14.389 7.784 4.856 -1.000 10.355 9.616 10.968 -
2.252 -5.658 -0.191 -15.400 -36.405 -21.839 -9.977 -5.799 -26.920 6.535
5.287 10.053 18.768 4.555 4.930 4.953 -0.564]

$\overline{f_6(x, y)} = 0$ cebirsel eğrisinin monik katsayı vektörü:

[1.0 0.028 8.379 12.824 14.495 7.625 4.394 -0.541 11.434 9.244 9.364 -
4.155 -5.520 -0.882 -18.649 -37.221 -20.184 -8.530 -7.109 -26.865 -3.914
5.472 10.979 18.381 3.264 5.309 4.813 -0.516]

Ayrıştırma teoremi yardımıyla $f_6(x, y) = 0$ eğrisi γ_4 , γ_2 , γ_1 ve γ_0 skaler katsayıları, ve $\Pi_0(x, y) = 1$ olacak şekilde aşağıdaki gibi ayrılır.

$$f_6(x, y) = \Pi_6(x, y) + \gamma_4 \Pi_4(x, y) + \gamma_2 \Pi_2(x, y) + \gamma_0 \Pi_0(x, y) =$$

$$L_1(x, y)L_2(x, y)L_3(x, y)L_4(x, y)L_5(x, y)L_6(x, y) + \gamma_4 L_7(x, y)L_8(x, y)L_9(x, y)L_{10}(x, y) +$$

$$\gamma_2 L_{11}(x, y)L_{12}(x, y) + \gamma_0 = 0$$

$f_6(x, y) = 0$ eğrisinden elde edilen doğruların kesişim noktaları ve doğruların kesişim noktalarının fonksiyonda aldığı değerler

$$d_1 = (0.3368 \ 0.8773) \quad d_2 = (0.9825 \ -0.3790) \quad d_3 = (-0.6452 \ -0.6596)$$

ve doğruların kesişim noktalarının fonksiyonda aldığı değerler

$$z_1 = 0.1979 \quad z_2 = 7.9244 \quad z_3 = 2.2030$$

olarak elde edilir. İlişkili noktaların fonksiyonda aldığı değerler $z_1 < z_2 < \dots < z_k$ şekline sıralanır.

Aynı şekilde $\overline{f_6(x, y)} = 0$ eğrisi ayrıştırılırsa;

$$\overline{d_1} = (-0.3146 \ 0.9203) \quad \overline{d_2} = (0.9823 \ -0.4308) \quad \overline{d_3} = (-0.6727 \ -0.6357)$$

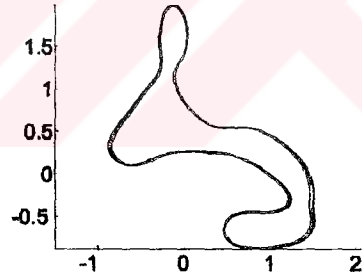
$$\bar{z}_1 = -0.1588 \quad \bar{z}_2 = 8.2700 \quad \bar{z}_3 = 2.1479$$

değerleri elde edilir.

s_n 'in pozitif yada negatif değerine göre z_i 'ler $\bar{z}_1 < \bar{z}_2 < \dots < \bar{z}_k$ yada $\bar{z}_1 > \bar{z}_2 > \dots > \bar{z}_k$ olarak sıralanır. Birbiriyle eşleşen ilişkili noktalar aşağıdaki şekilde A_c ve $\bar{A}_c$ kanonik dönüşüm matrisini oluştururlar.

$$A_c = \begin{bmatrix} -1.3193 & -1.6277 & 0.9825 \\ 1.2564 & -0.2806 & -0.3790 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \bar{A}_c = \begin{bmatrix} -1.2969 & -1.6549 & 0.9823 \\ 1.3512 & -0.2049 & -0.4308 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$f_6(x, y) = 0$ cebirsel eğrisine A_c kanonik dönüşüm matrisi, $\bar{f}_6(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ eğrisine $\bar{A}_c$ kanonik dönüşüm matrisi uygulanması ile $f_6^c(x, y) = 0$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ kanonik eğrileri (Bakınız şekil 6.2) elde edilmiştir. Benzerlik fonksiyonu sonucu, iki karakter arasındaki benzerlik değeri $r = 0.998$ olarak bulunmuştur.



Şekil 6.2 $f_6^c(x, y)$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y})$ kanonik eğrileri

Elde edilen kanonik eğrilerin vektörel gösterimi aşağıdaki gibidir.

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1.0 & 4.117 & 11.233 & 15.646 & 13.661 & 4.508 & 1.354 & -2.306 & -7.803 & -18.653 & - \\ 19.923 & -10.996 & -4.059 & 0.745 & 2.802 & 8.439 & 9.089 & 2.814 & 1.021 & 0.121 & -2.014 \\ 0.623 & -0.454 & 0.630 & 0.0523 & -0.145 & -0.822 & 0.159 \end{bmatrix}$$

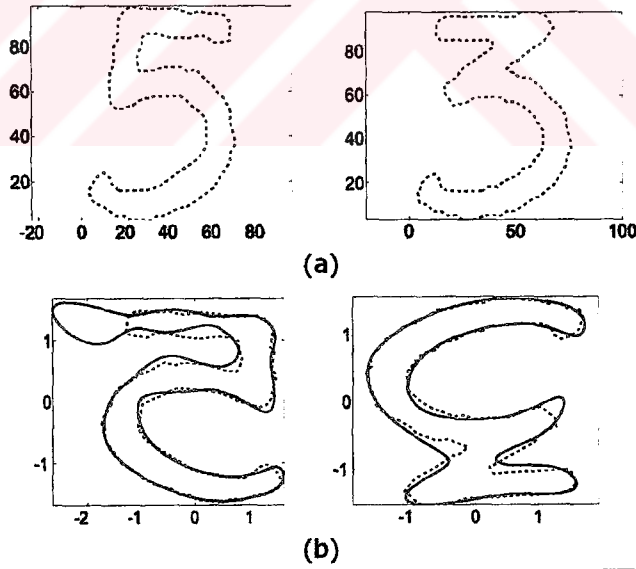
$C_2 = [1.0 \ 4.333 \ 11.670 \ 16.218 \ 13.838 \ 4.664 \ 1.344 \ -2.323 \ -8.356 \ -19.490 \ -$
 $20.671 \ -11.419 \ -4.046 \ 0.864 \ 3.409 \ 9.159 \ 9.358 \ 2.912 \ 0.8703 \ -0.098 \ -2.035$
 $0.479 \ -0.414 \ 0.565 \ 0.016 \ -0.139 \ -0.745 \ 0.1491]$

Bazı afin ilişkili karakterlerin kanonik invariantları bulunmuş ve aralarındaki benzerlik değerleri hesaplanmıştır. Deney sonuçları tablo.2'de gösterilmektedir. Karakterler arasında A dönüşüm matrisi ilişkisi vardır.

$$A = \begin{bmatrix} 0.5000 & 0.5090 & 0 \\ 0 & 0.8090 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

6.1.3. Afin ilişkili olmayan karakter setleri

Deneyde aralarında afin ilişkisi olmayan farklı karakterlerin kanonik invariantları ve benzerlik değerleri hesaplanacaktır. İlk olarak karakter setlerine (şekil 6.3.a) kapalı cebirsel eğriler oturtulmuştur.

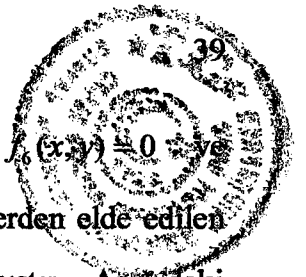


Şekil 6.3 (a) İki farklı karakter sınır kümesi (b) $f_6(x, y)$ ve $\overline{f_6(x, y)}$ eğrileri



Tablo 6.2: Bazı karakterlerin A dönüşüm matrisi altında hesaplanmış benzerlik değeri. (a)(d) Karakter (b)(e) Karakterin afin dönüşüm geçirmiş hali (c)(f) Afin ilişkili karakterler arasındaki benzerlik değeri

a	b	c	d	e	f
		1.000			0.9982
		0.9998			0.9381
		0.9953			0.9742
		0.9990			0.9307
		0.9834			0.9738
		0.8507			0.9964
		0.9905			0.9982
		0.9800			0.9889
		0.9963			0.9971



Karakterlerin sınır kümelerine oturtulan 6.dereceden $f_6(x, y) = 0$ ve $\overline{f_6}(x, y) = 0$ eğrileri, şekil 6.3.b'de görülmektedir. Oturtulan eğrilerden elde edilen ilişkili noktalar ile eğrilerin kanonik değişmezleri hesaplanmıştır. Aşağıdaki vektörler karakterlerin kanonik değişmez vektörleridir.

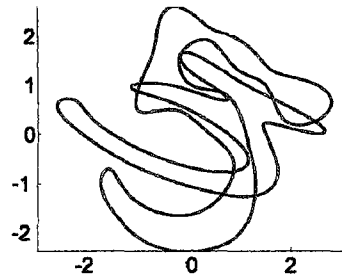
S karakterine ait olan kanonik değişmez vektörü;

[1.0 -1.425 4.692 0.588 2.451 0.825 0.685 -2.638 1.876 -3.142 -1.146
-0.011 -1.115 -3.038 -5.749 -11.993 -7.436 -5.570 10.803 3.599 3.847
8.952 2.053 17.892 8.788 -12.278 -15.345 3.695]

$\overline{S}$ karakterine ait olan kanonik değişmez vektörü;

[1.0 8.870 38.057 90.114 136.944 110.803 43.2381 -3.501 -25.225 -87.187 -
173.084 -201.931 -106.821 -5.620 -35.530 -86.426 -86.146 -15.681 26.576
112.571 228.475 175.219 -1.617 -6.103 -60.204 -45.1552 -59.657 25.548]

Kanonik değişmezlerin aralarındaki benzerlik değeri ise $r = 0.3914$ olarak hesaplanmıştır. $f_6^c(x, y) = 0$ ve $\overline{f_6^c}(x, y) = 0$ eğrileri, şekil 6.4'de görülmektedir.



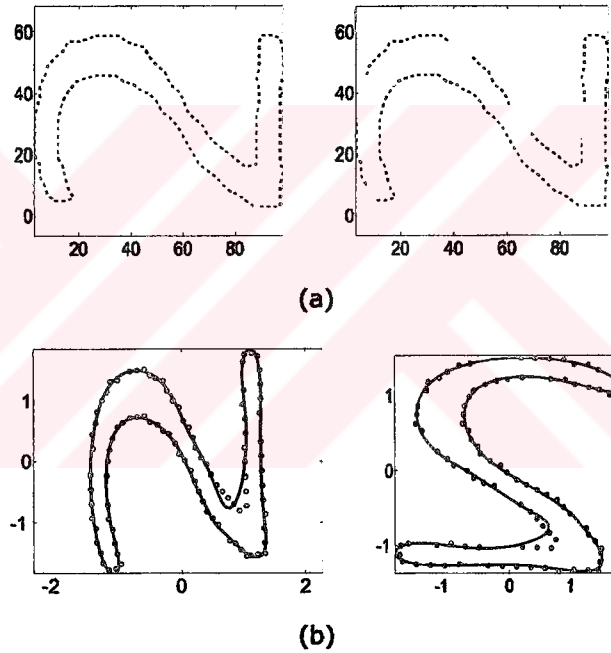
Şekil 6.4: $f_6^c(x, y)$ ve $\overline{f_6^c}(x, y)$ kanonik eğrileri

Deneyler sonucunda, birbiriyle afin ilişki olan karakterlerin benzerlik değerlerinin 1'e çok yakın olduğunu görüyoruz. Farklı karakterler, yani aralarında afin bir ilişki olmayan karakterlerin benzerlik değerleri ise 1'den oldukça uzaktır.

Sonuç olarak, karakter datalarına uydurulan eğrilerden elde edilen kanonik değişmezler kullanılarak, karakterler birbirlerinden ayırt edilebilir.

6.1.4. Veri kaybına uğratılmış karakter setleri

Karakter tanıma sisteminde, karakterlerin sınır kümelerinin bir kısmı çeşitli etkenlerle hasar görmüş olabilir. Kanonik invaryantların bu gibi durumlarda da sağlamlığını ve ayırt etme gücünü gösterebilmek için, veri kaybına uğratılmış karakterler üzerinde deneyler yapılmıştır. Çeşitli karakterler %5, %10 ve %15'lik veri kaybına uğratılmış ve modeller ile karşılaştırılarak benzerlik değerleri hesaplanmıştır.



Şekil 6.5: (a) %5 'lik veri kaybına uğratılmış bir karakterin sınır kümesi
(c) Karakter setlerine uydurulan $f_6(x, y)$ ve $\overline{f_6}(\overline{x}, \overline{y})$ polinom eğrileri

Şekil 6.5.a %5'lik veri kaybına uğratılmış 2 rakamının sınır kümelerini, şekil 6.5.b sınır kümelerine uydurulan $f_6(x, y)$ ve $\overline{f_6}(\overline{x}, \overline{y})$ eğrilerini, şekil 6.6 ise bu eğrilerden elde edilen $f_6^c(x, y)$ ve $\overline{f_6^c}(\overline{x}, \overline{y})$ kanonik eğrilerini göstermektedir. Elde edilen kanonik değişmezlerin vektörel gösterimi aşağıdaki şekildedir.

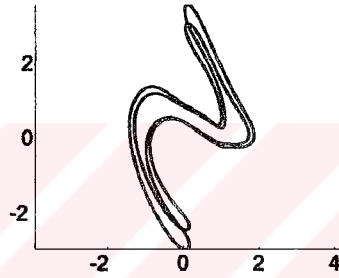
S karakterine ait olan kanonik değişmez vektörü;

[1.0 2.039 3.504 2.072 1.386 0.321 0.061 -2.281 -3.191 -2.926 -1.789 -0.649
 -0.161 -1.958 -6.583 -7.658 -3.721 -0.957 6.649 8.798 4.683 2.193 -1.159
 5.418 3.699 -4.227 -6.4283 1.905]

$\bar{S}$ karakterine ait olan kanonik değişmez vektörü;

[1.0 1.403 2.947 1.157 1.091 0.200 0.050 -2.204 -2.030 -1.868 -1.101 -
 0.369 -0.127 -1.339 -5.258 -5.550 -2.775 -0.782 5.106 6.024 2.395 1.668 -
 1.303 4.403 3.175 -2.425 -4.577 1.100]

%5'lik veri kaybına uğratılmış karakterin, modeli ile arasındaki benzerlik değeri $r = 0.9922$ olarak hesaplanmıştır.



Şekil 6.6: $f_6^c(x, y)$ ve $\bar{f}_6^c(\bar{x}, \bar{y})$ kanonik eğrileri. Benzerlik oranı $r = 0.9922$.

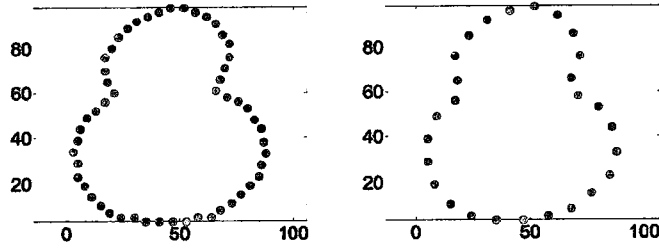
%5, %10 ve %15'lik veri kaybına uğratılmış karakterlerin, modelleri ile aralarındaki benzerlik değerleri tablo 3'de özetlenmiştir. Deney sonuçları bize, makul oranda veri kaybına uğratılmış karakterlerin kapalı polinomlar kullanılarak tanımlanabileceğini göstermiştir [1].

Tablo 6.3: %5 %10 ve %15 kayıp sınır kümeli karakterlerin benzerlik oranları

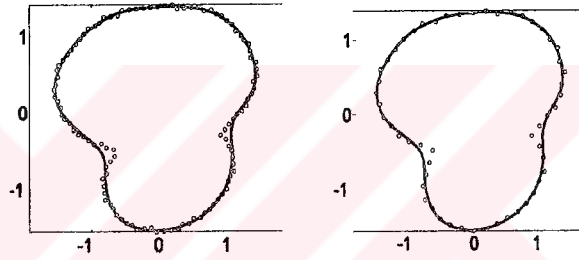
Rakamlar	%5	%10	%15
1	0.9998	0.6871	0.6300
3	0.8850	0.6193	0.5254
4	0.9607	0.8997	0.6732
5	0.9077	0.6693	0.2652
6	0.9912	0.6554	0.0519
8	0.9951	0.9565	0.3381

6.1.5. Farklı oranlarda örneklenmiş karakter setleri

Kanonik değişmezlerin sağlamlığı ve ayırım gücü çeşitli oranlarda yeniden örneklenmiş karakterler üzerinde test edilmiştir. Deneyde çeşitli karakterler yeniden örneklenmiş ve kanonik değişmezleri hesaplanmıştır. Şekil 6.7.a 8 rakamını ve %50 oranında yeniden örneklenmiş 8 rakamını göstermektedir. Sınır kümelerine uydurulmuş $f_6(x, y)$ ve $\overline{f_6}(\overline{x}, \overline{y})$ kapalı eğrileri şekil 6.7.b'de, $f_6^c(x, y)$ ve $\overline{f_6^c}(\overline{x}, \overline{y})$ kanonik eğrileri ise şekil 6.8'de görülmektedir.

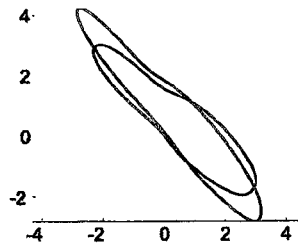


(a)



(b)

Şekil 6.7: (a) S ve %50 oranında azaltılarak örneklenmiş yeni data seti $\overline{S}$ (b) S ve $\overline{S}$ karakter setlerine uydurulmuş $f_6(x, y)$ ve $\overline{f_6}(\overline{x}, \overline{y})$ eğrileri



Şekil 6.8: $f_6^c(x, y) = 0$ ve $\overline{f_6^c}(\overline{x}, \overline{y}) = 0$ kanonik eğrilerinin beraber gösterimi

Elde edilen kanonik değişmezlerin vektörel gösterimi aşağıdadır.

S karakterine ait olan kanonik değişmez vektörü;

[1.0 4.653 10.075 13.567 12.181 6.654 1.652 -3.755 -13.817 -24.020 -26.677 -
18.526 -5.862 4.688 12.381 17.119 16.207 7.180 -3.839 -8.356 -8.384 -4.282
3.908 8.072 3.334 -3.508 -2.695 0.075]

$\bar{S}$ karakterine ait olan kanonik değişmez vektörü;

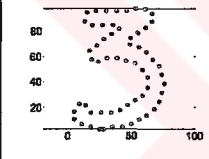
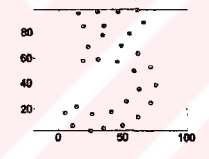
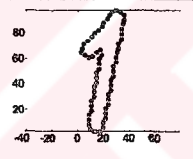
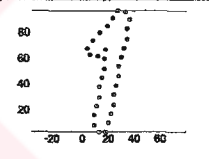
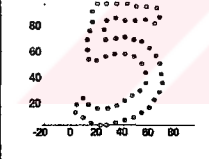
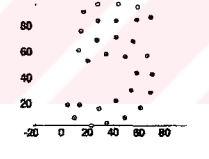
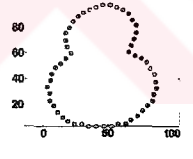
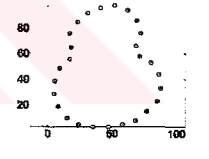
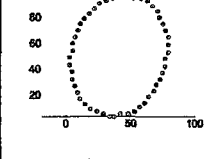
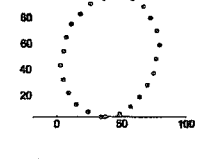
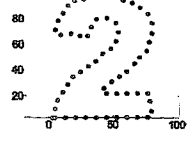
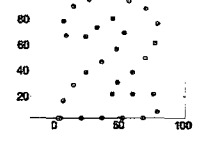
[1.0 4.171 7.551 7.709 4.780 1.734 0.289 -3.512 -11.699 -16.509 -12.781 -
5.622 -1.135 4.330 10.683 10.975 6.108 1.598 -3.219 -6.069 -4.427 -1.386
2.665 4.352 1.712 -2.104 -1.620 0.205]

Benzerlik değeri $r = 0.9513$ olarak hesaplanmıştır.

Karakter setleri %50 oranında azaltılarak yeniden örneklenmiş ve modeller ile karşılaştırılarak benzerlik oranları hesaplanmıştır (Bakınız tablo 6.4).

Tablo 6.4: Yeniden örneklemiş karakter setleri ve benzerlik değerleri

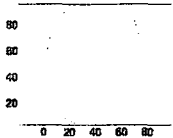
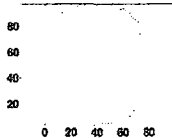
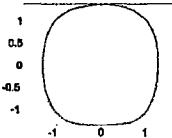
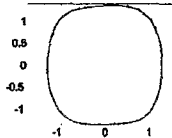
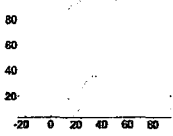
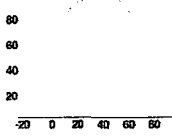
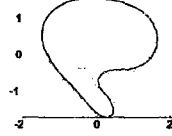
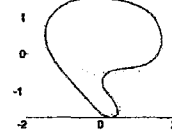
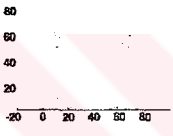
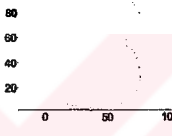
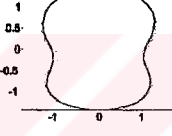
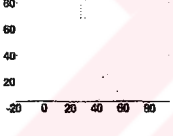
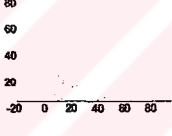
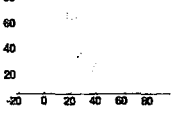
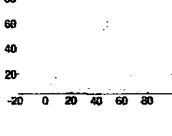
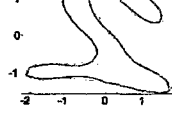
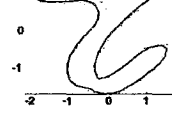
(a) (d) Karakter modeli (b) (e) %50 oranında yeniden örneklenmiş olan karakter
(c) (f) Karakterler arasındaki benzerlik değeri

a	b	c	d	e	f
		0.96			0.86
		0.99			0.95
		0.99			0.88

6.1.6. Gaussian Gürültü eklenmiş karakter setleri

Bu deneyde verilen sınır kümelerine ortalaması 0.5 standart sapması 0.5 olan gaussian gürültü eklenerek yeni sınır kümeleri oluşturulmuştur. Gerçek sınır kümesine uydurulan eğriyle, gaussian gürültülü yeni sınır kümelerine uydurulan eğrilerin kanonik invaryantları bulunmuş ve benzerlik değerleri hesaplanmıştır. Bakınız Tablo 6.5.

Tablo 6.5: Ortalaması 0.5 standart sapması 0.5 olan gaussian gürültü eklenmiş karakter setleri ve benzerlik değerleri. (a) Karakter modeli (b) Ortalaması 0.5 standart sapması 0.5 olan gaussian gürültü eklenmiş karakter (c) Eğri uydurulmuş olan karakter modeli (d) Eğri uydurulmuş gaussian gürültülü karakter (e) Karakterler arasındaki benzerlik değeri

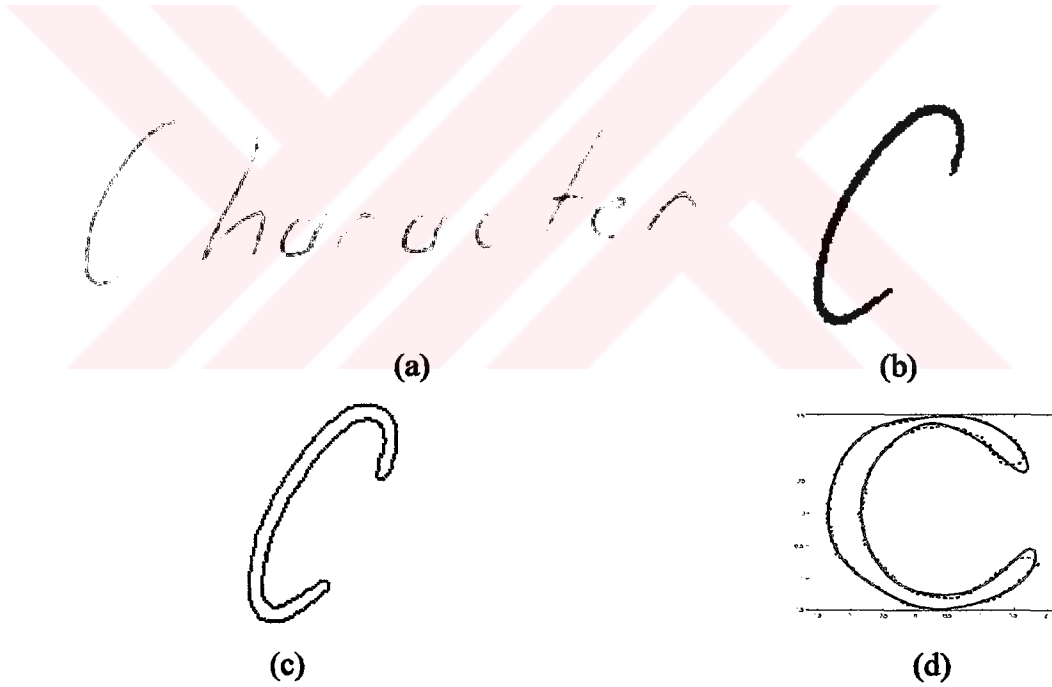
a	b	c	d	e
				0.8707
				0.7558
				0.9712
				0.9385
				0.9010

Kanonik değişmezlerin sağlamlığı ve ayırım gücü çeşitli oranlarda yeniden örneklenmiş karakterler üzerinde test edilmiştir. Deneyde çeşitli karakterler yeniden örneklenmiş ve kanonik değişmezleri hesaplanmıştır.

6.2. Gerçek Karakter Dataları ile Yapılan Deneyler

Bu bölümde farklı kişilere yazdırılan çeşitli karakterler (şekil 6.15) ile deneyler yapılmış ve tanıma başarı oranları hesaplanmıştır. Analog döküman, sayısal görüntüye (şekil 6.9.a) çevrildikten sonra, gürültüler azaltılmış, karakterlere ayrılmış (şekil 6.9.b) ve karakterlerin sınır kümeleri (şekil 6.9.c) belirlenmiştir. Sınır kümelerine kapalı eğriler (şekil 6.9.d) uydurulmuştur. Kapalı polinomlardan elde edilen ilişkili noktalardan, $f_6^c(x, y) = 0$ kanonik eğrileri elde edilmiştir. Kanonik polinomların katsayıları, bize kanonik invaryant vektörünü verecektir.

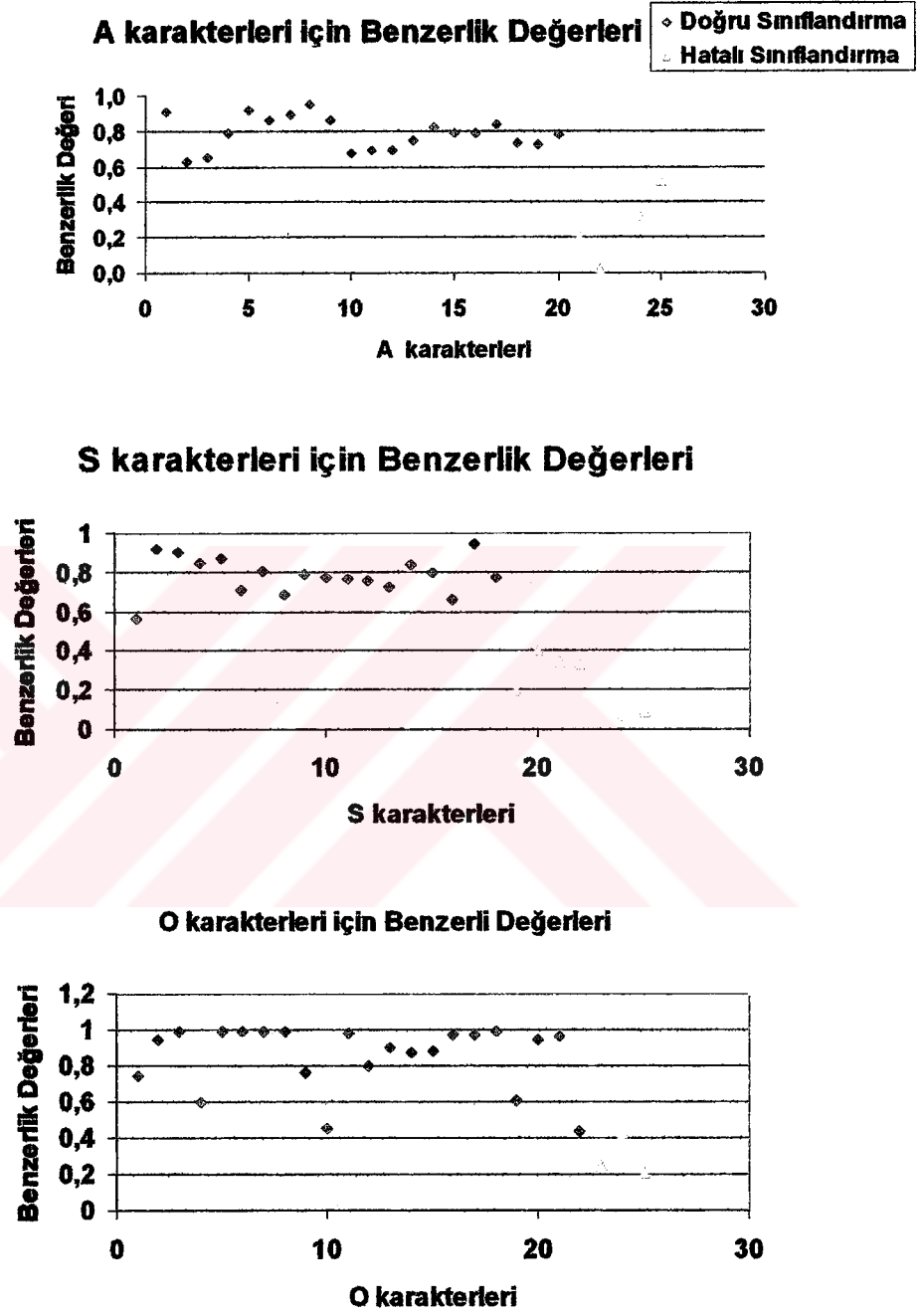
$C_1 = [1.0 \ 4.117 \ 11.233 \ 15.646 \ 13.661 \ 4.508 \ 1.354 \ -2.306 \ -7.803 \ -18.653 \ -19.923 \ -10.996 \ -4.059 \ 0.745 \ 2.802 \ 8.439 \ 9.089 \ 2.814 \ 1.021 \ 0.121 \ -2.014 \ 0.623 \ -0.454 \ 0.630 \ 0.0523 \ -0.145 \ -0.822 \ 0.159]$



Şekil 6.9: (a) Sayısal görüntü (b) Görüntüden ayrılmış karakter seti S (c) Giriş karakterimizin sınır kümesi S (d) Normalize edilmiş karakter setine uydurulmuş $f_6(x, y)$ eğrisi

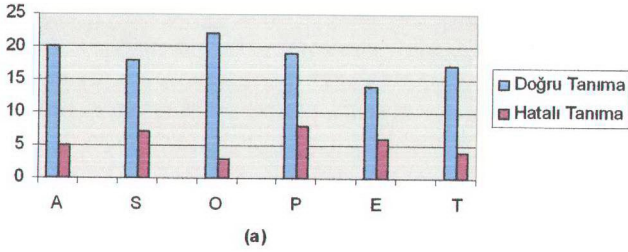
Karakterlerin kanonik değişmezleri, benzerlik değeri altında tüm karakter modelleri ile karşılaştırılırlar. En yüksek benzerlik değerine sahip olan model, giriş karakterimiz olarak belirlenir. Şekil 6.16'da deneyde kullanılan karakter modelleri görülmektedir. Şekil 6.10'da çeşitli karakterler için benzerlik değeri dağılımları

görülmektedir. Doğru sınıflandırma sonucu benzerlikler 1 değerine yakın bölgede toplanırken, hatalı sınıflandırma sonucu değerler 0 değerine yakın bölgede toplamaktadır.

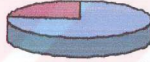


Şekil 6.10: Benzerlik Dağılımları

143 karakter datası ile deney yapılmış ve %77 tanıma başarısı elde edilmiştir. Şekil 6.11.a'da çeşitli karakterlerin doğru ve hatalı tanıma oranları, Şekil 6.11.b'de ise deneyde kullanılan tüm karakterlerin doğru ve hatalı tanıma oranları gösterilmiştir.



**Hatalı
Tanıma
23%**



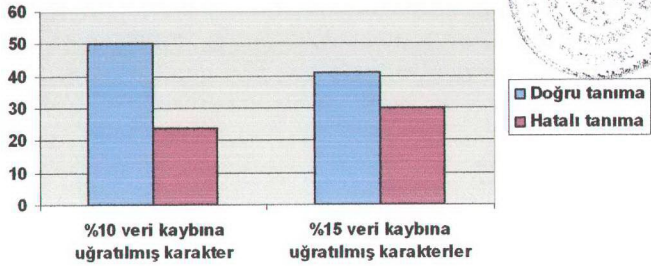
**Doğru
Tanıma
77%**

**Doğru Tanıma
Hatalı Tanıma**

(b)

Şekil 6.11: (a) Çeşitli karakterler için tanıma oranları (b) Kapalı polinomlar kullanılarak elde edilen tanıma başarısı

Bir karakter tanıma sisteminde, sisteme sunulan karakterin bir kısmı çeşitli sebeplerle hasar görmüş olabilir. Kanonik değişmezlerin tanıma gücünü test etmek için veri kaybına uğramış karakter dataları üzerinde deneyler yapılmıştır. %10 ve %15'lik veri kaybına uğramış karakterlerin kanonik değişmezleri ve benzerlik değerleri hesaplanmıştır. (Bakınız şekil 6.12). %10'luk veri kaybı altında %68 tanıma başarısı, %15'lik veri kaybı altında %58 tanıma başarısı elde edilmiştir.



Şekil 6.12: Kapalı polinomları kullanarak %10 ve %15'lik veri kaybı altında doğru ve hatalı tanıma oranları. %10'luk veri kaybında %68 tanıma başarısı, %15'lik veri kaybında %58 tanıma başarısı elde edilmiştir.

Methodumuzu aynı karakterleri ve aynı karakter modellerini kullanarak aynı koşullar altında fourier tanımlayıcılar ile karşılaştırdık. Deneyde karakterlerin sınır kümeleri fourier tanımlayıcılar ile modellenmiş ve karakter modelleri ile karşılaştırılarak benzerlik değerleri hesaplanmıştır. En yüksek benzerlik değerine sahip karakter, giriş karakteri olarak tanımlanmıştır. Fourier tanımlayıcılar kullanarak elde edilen tanıma başarısı ise %69 olarak bulunmuştur.

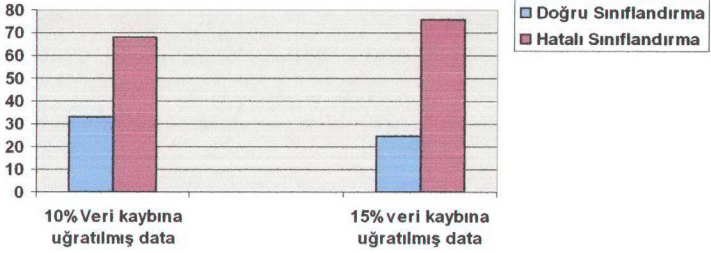


Şekil 6.13: Fourier tanımlayıcılar kullanılarak elde edilen tanıma başarısı

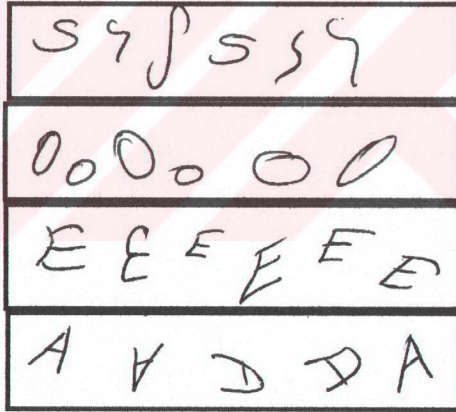
Veri kaybına uğramış karakterlerin tanınmasında kapalı polinomlar kullanılarak yapılan deneylerde kabul edilebilir düzeyde başarı elde edilmiştir. Aynı deneyler fourier tanımlayıcıları ile yapıldığında, fourier tanımlayıcılarının veri kaybı karşısında başarılı tanıma sonuçları vermediği gözlenmiştir. %10 ve %15'lik veri



kaybına uğramış karakterlerin fourier tanımlayıcılar ile tanınma başarıları Şekil 6.14'te gösterilmektedir.



Şekil 6.14: Fourier tanımlayıcılar kullanarak %10 ve %15'lik veri kaybı altında doğru ve hatalı tanıma oranları. %10'luk veri kaybında %33 tanıma başarısı, %15'lik veri kaybında %25 tanıma başarısı elde edilmiştir.



Şekil 6.15: Çalışmada kullanılan bazı karakter örnekleri

P B H E A
G M K C N
O T Z S

Şekil 6.16: Deneyde kullanılan karakter modelleri



6.3. Gerçek Karakter Dataları ve Karakterlerin Tüm Sınır Kümeleri Dikkate Alınarak Yapılan Deneyler

Bu bölümde farklı kişilere yazdırılan çeşitli karakterler ile deneyler yapılmış ve tanıma başarı oranları hesaplanmıştır. Bölüm 6.2'deki deneylerden farklı olarak, karakterlerin hem dış, hem de iç sınır kümeleri dikkate alınmıştır. Şekil 6.17'de de görüleceği gibi karakter modelleri sadece dış sınır kümesine sahip olan karakterler, hem iç, hem dış sınır kümesine sahip olan karakterler ve iki tane iç sınır kümesine sahip olan karakterler olarak 3 bölüme ayrılmıştır.

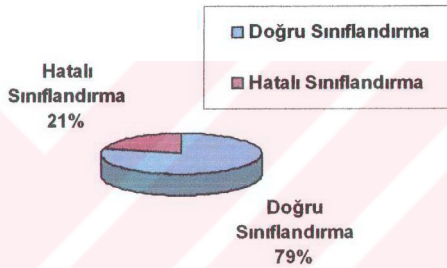


Şekil 6.17: (a) Tek sınır kümesine sahip olan karakterler (b) İç ve dış sınır kümesine sahip olan karakterler (c) Üç sınır kümesine sahip olan karakterler

Karakterler tüm deneylerde olduğu gibi sayısal formata çevrildikten sonra, gürültüden arındırılmış ve birbirlerinden ayrılmışlardır. Sınır kümeleri belirlendikten sonra uygun cebirsel eğriler ile modellenmişlerdir. Cebirsel eğri bilgisinden yararlanılarak, karakterlerin kanonik değişmezleri hesaplanmıştır. Sınıflandırma kısmında karakterler, yukarıda da bahsedildiği gibi, 3 bölüme ayrılmış olan modeller ile karşılaştırılacaktır. Karakter sadece dış sınır kümesine sahip ise şekil 6.17.a'daki karakter modelleri ile, iç ve dış sınır kümesine sahip ise şekil 6.17.b'deki karakter modelleri ile, iki iç sınır kümesine sahip ise şekil 6.17.c'deki karakter modelleri ile

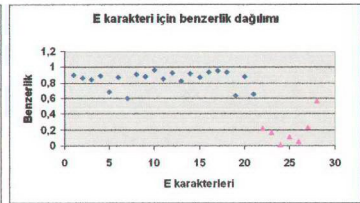
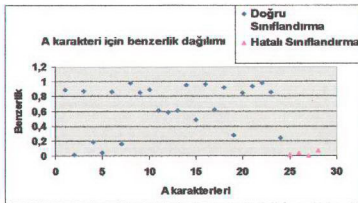
karşılaştırılır. Sınıflandırma kısmındaki bu sınırlama, karakter tanıma başarısını arttırmıştır.

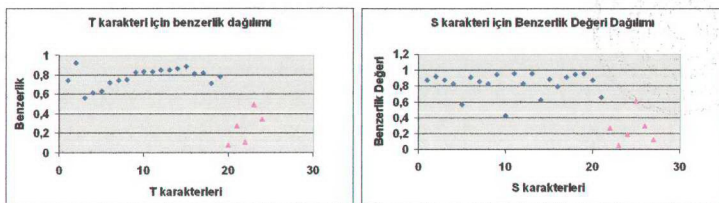
Kanonik değişmezler karakter modelleri ile karşılaştırılarak, benzerlik değeri hesaplanmıştır. En yüksek benzerlik değerine sahip karakter modeli, giriş karakteri olarak hesaplanmıştır. Toplam 191 karakter datası ile deney yapılmış ve %79 tanıma başarısı elde edilmiştir [1]. Bakınız şekil 6.18



Şekil 6.18: Kapalı polinomlar kullanılarak elde edilen tanıma başarısı

Şekil 6.19'da çeşitli karakterler için benzerlik değeri dağılımları görülmektedir. Doğru sınıflandırma sonucu benzerlikler 1 değerine yakın bölgede toplanırken, hatalı sınıflandırma sonucu değerler 0 değerine yakın bölgede toplanmaktadır.





Şekil 6.19: Benzerlik Dağılımları

Sınıflandırma aşamasında, karakter modellerinin sınır bilgileri doğrultusunda 3 bölüme ayrılması karakter tanıma başarı oranını arttırmıştır. El yazılarının insandan insana farklılık göstermesi sebebiyle, bir karakterin sınır kümesi de farklılık gösterecektir. Bu durumda oluşturduğumuz karakter modelleri yetersiz kalacaktır. Karakter modelleri artırılarak, tanıma başarı oranı yükseltilebilir.

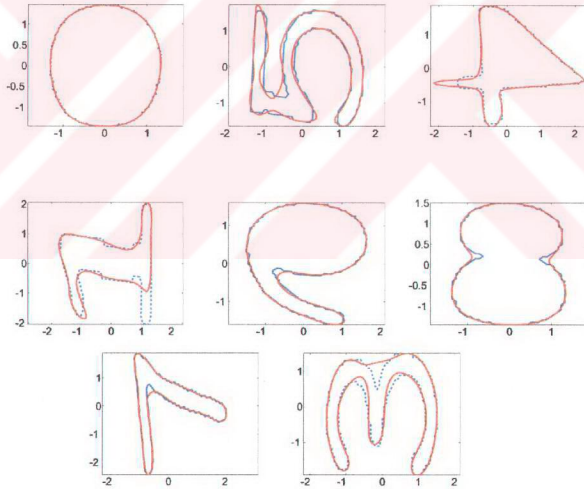


Şekil 6.20: Bir karaktere ait farklı sınır kümeleri (a) Üç sınır kümesine sahip olan B karakteri (b) İki sınır kümesine sahip olan B karakteri

7. RAKAM TANIMA

Teknolojinin ilerlemesi ile birlikte el yazısı karakterlerinin tanınma problemi de gün geçtikçe önem kazanmaktadır. Özellikle bankalarda, kredi kartı ve sigorta şirketlerinde, vergilendirme ve tahsilat işlemlerinde, plaka numaralarını tanımda, postahanelerde posta kodlarını tanımda rakamlarının doğru tanınma oranlarının yüksek olması gereklidir. Fakat el yazılarının çeşitliliği sebebiyle halen bazı problemler mevcuttur ve tanıma başarı oranını arttırmak için bu alandaki çalışmalar sürmektedir. Bu çalışmada el yazısı rakamlarının tanınma probleminin çözümü için kapalı polinomlardan ve rakamların sınır bilgisinden yararlanılacaktır.

Çalışmada, rakamlara bir eğri uydurma algoritması ile kapalı cebirsel eğriler uydurulmuş, bu eğriler polinomlar ile ifade edilmişlerdir. Bakınız 7.1.



Şekil 7.1. Çeşitli rakamlara uydurulan 6. dereceden eğriler (kalın hat). Deneyler tüm rakamların 6. dereceden eğriler ile modellenebileceğini göstermiştir.

Polinomlar, ayrıştırma teoremi ile daha basit eğriler olan doğru parçalarına ayrıştırılmışlardır ve doğruların kesişim noktalarından elde edilen ilişki noktalar

kullanılarak kanonik invaryant hesaplanmıştır. Kanonik invaryantların benzerlik değerleri hesaplanarak rakamlar birbirlerinden ayrılabilir. Rakamları sınıflandırırken, metodumuza ek olarak rakamların sınır bilgilerinden de yararlanılmıştır. Şekil 7.2'de de görüleceği gibi, rakamlar sadece dış sınır kümesine sahip olan rakamlar, hem iç, hem dış sınır kümesine sahip olan rakamlar, iki tane iç sınır kümesine sahip olan rakamlar olarak 3 bölüme ayrılmıştır.

1 2 3 4 5 7

(a)

0 6 9

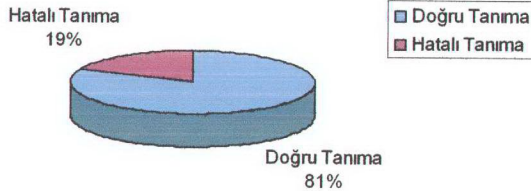
(b)

8

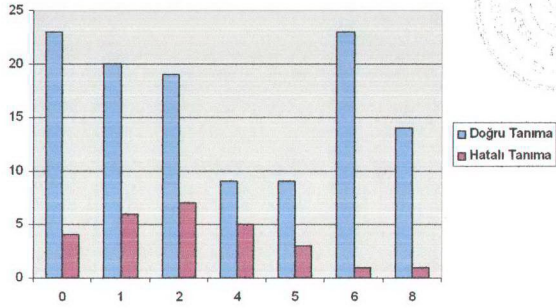
(c)

Şekil 7.2: (a) Tek sınır kümesine sahip olan rakamlar (b) İç ve dış sınır kümesine sahip olan rakamlar (c) Üç sınır kümesine sahip olan rakamlar

144 karakter datası ile deney yapılmış ve %81 tanıma başarısı elde edilmiştir. Şekil 7.3 'te deneyde kullanılan tüm karakterlerin doğru ve hatalı tanıma oranları, şekil 7.4'te ise çeşitli karakterlerin doğru ve hatalı tanıma oranları gösterilmektedir.



Şekil 7.3. Kapalı polinomlar kullanılarak hesaplanan tanıma başarısı



Şekil 7.4. Çeşitli karakterler için tanıma oranları



Şekil 7.5. Deneyde kullanılan bazı rakam örnekleri

8. SONUÇ

Bu tezde karakter tanıma probleminin çözümü için yeni bir yöntem sunulmuştur. Karakterleri modellemek için cebirsel eğrilerden ve bu eğrilerden elde edilen kanonik invaryantlardan yararlanılmıştır. Çalışmada, karakterlere bir eğri uydurma algoritması ile kapalı cebirsel eğriler uydurulmuştur. Kullanılan eğri uydurma metodu, öklidyen değişmez bir metod olduğu için, karakter setleri eğri uydurulmadan önce normalize edilmelidir. Uydurulan eğrilerin karaktere uygunluğu ve yakınlığı, tanıma performansını önemli ölçüde etkileyeceği için, pek çok eğri uydurma yöntemine göre daha başarılı olan ridge regression yöntemi kullanılmıştır. 6. dereceden eğrilerin polinomlar ile ifadesinin karmaşıklığından dolayı, polinomlar ayrıştırma teoremi ile daha basit eğriler olan doğru parçalarına ayrıştırılmışlardır. Doğruların kesişim noktalarından elde edilen ilişkili noktalar ile kanonik dönüşüm matrisi ve kanonik değişmezler hesaplanır. Kanonik değişmezler, daha önceden oluşturulmuş karakter modelleriyle karşılaştırılarak bir benzerlik değeri hesaplanır ve karakterler tanımlanır.

Çalışmada hem sentetik hem de gerçek karakter setleri ile deneyler yapılmış, kanonik değişmezlerin sağlamlığı ve ayırım gücü test edilmiştir. Deneylerde tüm karakterlerin 6. dereceden cebirsel eğriler ile modellenebileceği gösterilmiştir.

Sentetik datalar ile yapılan deneylerde, birbirleriyle afin ilişkili ve afin ilişkili olmayan karakter setlerine eğriler uydurulmuş ve kanonik değişmezleri hesaplanmıştır. Karakterlerin benzerlik değerleri hesaplandığında, afin ilişkili olan karakterlerin benzerlik değerlerinin yüksek (1 değerine yakın), afin ilişkili olmayan karakterlerin ise benzerlik değerlerinin 1 değerinden uzak olduğu görülmektedir. Sunulan karakter tanıma sistemi, dönme, yer değiştirme, yeniden örneklenme ve veri kaybına karşı test edilmiş ve başarılı sonuçlar elde edilmiştir. Sistem, %10'a kadar veri kaybına ve %50 oranında azaltılarak yeniden örneklenmiş karakterlere karşı başarı göstermiştir. Sonuç olarak, karakter datalarına uydurulan eğrilerden elde edilen kanonik değişmezler kullanarak, karakterleri birbirinden ayırt edebiliriz.

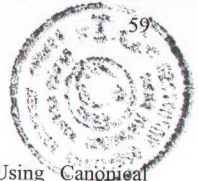
Gerçek datalar ile yapılan deneylerde farklı kişilerden elde edilmiş 143 karakter datası üzerinde çalışılmış, karakterler daha önceden oluşturulmuş karakter modelleri ile karşılaştırılarak benzerlik değerleri hesaplanmıştır. Benzerlik değerleri sonucu karakterler sınıflandırılmış ve %77 tanıma başarısı elde edilmiştir. %10 veri kaybına uğratılmış karakter dataları ile %68, %15 veri kaybına uğratılmış datalar da ise %58 tanıma başarısı elde edilmiştir.

Kapalı cebirsel eğriler kullanarak geliştirilen karakter tanıma metodu, fourier tanımlayıcıları ile karşılaştırılmıştır. Aynı karakterler, aynı modeller ve aynı koşullar kullanılması durumunda fourier tanımlayıcılar kullanılan tanıma sisteminde %69 tanıma başarısı elde edilmiştir. Deney sonuçları, fourier tanımlayıcıların eksik sınır kümesine karşı başarı gösteremediğini ortaya koymuştur. %10 veri kaybına uğratılmış karakter datalarında %33 tanıma başarısı; %15 veri kaybı durumunda ise %25 tanıma başarısı elde edilmiştir.

Tanım başarılarını arttırmak için karakterlerin hem dış, hem de iç sınır kümeleri dikkate alınmıştır. Karakter modelleri dış sınır kümesine sahip olan karakterler, hem iç, hem dış sınır kümesine sahip olan karakterler, iki tane iç sınır kümesine sahip olan karakterler olarak 3 bölüme ayrılmıştır. Böylelikle sınıflandırma işlemi yapılırken sınır kümesi bilgisinin uygun gördüğü model ile karşılaştırma yapılır. Deneyde toplam 191 karakter datası ile deney yapılmış ve %79 tanıma başarısı elde edilmiştir. Bu işlem tanıma başarısını arttırmanın yanısıra, modeldeki karakter sayısını sınırlayarak tanıma hızını artırır.

Deneyler sınırlı sayıda karakter datası üzerinde yapılmıştır ve olumlu başarılar elde edilmiştir. Sonuç olarak karakterlerin, kapalı polinomlar ile modellenmesi ve kanonik değişmezlerinin bulunması, karakter tanıma probleminin çözümü için başarılı bir metoddur.

KAYNAKLAR



- [1] S. Doguscu & M. Unel, Character Recognition Using Canonical Invariants, Accepted for publication in Lecture Notes in Computer Science, Springer Verlag, 2004.AGENCY FOR TOXIC SUBSTANCES and DISEASE REGISTRY, Toxicological Profile for Cyanide, USA, 1-291, 1997.
- [2] M. Unel & W. A. Wolovich, A new representation for quartic curves and complete sets of geometric invariants, International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, December 1999.
- [3] M. Unel & W. A. Wolovich, A new representation for quartic curves and complete sets of geometric invariants, International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, December 1999.
- [4] M. Unel, Polynomial Decompositions for Shape Modelling, Object Recognition and Alignment, PhD Thesis, Brown University, in 1999.
- [5] W. A. Wolovich & M. Unel, The Determination of Implicit Polynomial Canonical Curves, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, October 1998
- [6] M. Unel & W. A. Wolovich, On the Construction of Complete Sets of Geometric Invariants for Algebraic Curves, Advances in Applied Mathematics, Vol. 24, No. 1, pp. 65-187, January 2000.
- [7] N. Arica & F. Yarman-Vural, An Overview of Character Recognition Focused on Off-Line Handwriting, in 2001 May, IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics-Part C: Applications and Reviews, Vol.31, No.2
- [8] T.Tasdizen & J.P. Tarel & D.B. Cooper, Improving the Stability of Algebraic Curves for Applications, in 2000 March, IEEE Transactions in Image Processing, vol.9, No.3
- [9] Z.Lei & M.M.Blane & D.B. Cooper, 3L Fitting of Higher Degree Implicit Polynomials, in 1996, Third IEEE Workshop Applications of Computer Vision, pp. 148-153

- [10] C. Jeong & D. Jeong, Handwritten Digit Recognition Using Fourier Descriptors and Contour Information, in 1999, IEEE TENCON, vol.6, No.99
- [11] Y. Chung & M. Wong, Handwritten Character Recognition by Fourier Descriptors and Neural Network, in 1997, IEEE TENCON, Speech and Image Technologies for Computing and Telecommunications
- [12] H. Kuo & J. Wang, A New Method for the Segmentation of Mixed Handprinted Chinese/English Characters, in 1993, IEEE, Vol.7, No.93
- [13] S. Madhvanath & G. Kim & V.Govindaraju, Chaincode Contour processing for handwritten Word Recognition, in 1999 September, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.21, No.9
- [14] B. Pinkowski, Fourier Descriptors for Characterizing Object Contour, in 1996 International Conference on DSP Applications and Technology, pages 1007-1011. DSP Associates, Boston, MA.
- [15] P.J.G.Lisboa & S.J.Perantonis, Invariant digit recognition by Zernike moments and third-order neural networks, in 1991 Second International Conference on Artificial Neural Networks, pp. 18-20
- [16] C. Liu & K. Nakashima & H. Sako & H. Fujisawa, Handwritten digit recognition using state-of-the-art techniques Frontiers in Handwriting Recognition, in 2002 Eighth International Workshop on Proceedings, pp. 320 - 325
- [17] U.M.Erdem & H. Civi & A. Ercil, 2D Object Recognition using Implicit Polynomials and Algebraic Invariants, Proceedings of MELECON'98, V. 1 s. 53-57, May 1998.
- [18] A.Helzer & M.Barzoar & D. Malah, Robust Fitting with Quantied Coefficients to 2D Data, in 2000 International Conference on Pattern Recongition (ICPR'00), vol.3

- [19] D. Keren & D. Cooper, Describing Complicated Objects by Implicit Polynomials, IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol.16, No.1, 1994
- [20] H. Civi & A. Ercil, Afine Invariant 3L Fitting of Implicit Polynomials, Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.13, No.3, 2003, pp. 489-494
- [21] M.Blane & Z.Lei & H. Civi & D.B.Cooper, The 3L algorithm for Fitting Implicit Polynomial Curves and Surfaces to Data, IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Bol.22, No.3, March 2000
- [22] G. Taubin, Estimation of Planar Curves, Surfaces and Nonplanar Space Curves Defined by Implicit Equations, with Applications to Edge and Range Image Segmentation. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 13, pp. 1115-1138, 1991.
- [23] G. Taubin, F. Cukierman, S. Sullivan, J. Ponce and D.J. Kriegman, Parameterized Families of Polynomials for Bounded Algebraic Curve and Surface Fitting, IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 16(3):287-303, March 1994.

ÖZGEÇMİŞ

Sema Döğüşcü 1978 yılında İzmit'te doğdu. Orta öğrenimini 19 Mayıs Lisesi'nde, lise eğitimini Kocaeli Körfez Fen Lisesi'nde tamamladı. 2000 yılında Dokuz Eylül Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği'nden mezun oldu. 2001 yılında Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Bilgisayar Mühendisliği'nde yüksek lisans eğitimine başladı. Halen aynı üniversitede araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

Yapmış olduğu tez çalışmasının bir özeti Lecture Notes in Computer Science dergisinde yayınlanmaya değer görülmüştür. Çalışma konuları desen tanıma, görüntü işleme, ve bilgisayarla görmedir.

A. FOURIER TANIMLAYICI TEORİSİ

Nesne tanımadada kullanılan en genel metodlardan bir tanesi fourier tanımlayıcılardır. Görüntü işleme uygulamalarının yanında, çeşitli desen tanıma problemlerinde de kullanılır. Bunlardan birisi de karakter tanımadır. Fourier tanımlayıcılar, nesnenin sınır kümesine fourier dönüşüm uygulanması ile elde edilir. Sınırlı sayıda invaryant ile nesnenin sınır kümesi tanımlanabilir. Fourier tanımlayıcılarının bir diğer avantajı, invaryantlara ters fourier dönüşüm uygulanması ile şeklin sınır küme eğrisi tekrar oluşturulabilir.

Karakterin sınır kümesi 0'dan N-1'e kadar N pikselden oluşsun. Sınır kümelerinin pikselleri kompleks sayılar ile ifade edilebildiğine göre, sınır kümesindeki her bir pikselin sütun ve sıra koordinatları $x + jy$ olarak tanımlanabilir ($j = \sqrt{-1}$)

Dikey doğrultu sanal eksen, yatay doğrultu ise reel eksendir. k.pikselin koordinatı (x_k, y_k) olsun. $f(k) = x(k) + jy(k)$ pikselinin fourier transformunu alırsak $a_x(v), a_y(y) = F(f(k))$ fourier transform katsayılarını elde ederiz.

Süreklî fonksiyonlarda fourier dönüşüm ifadesi;

$$F_k = \int_{-\infty}^{\infty} f(x + iy)e^{-i2\pi kx} dx \quad (A.1)$$

Ayrık fonksiyonlarda fourier dönüşüm ifadesi;

$$Fk = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x + iy)e^{\frac{-2\pi kx}{N}} \quad (A.2)$$

Sınır kümesi etrafında defalarca dolaşabileceğimize göre ifade periyodiktir. $e[-jA] = \cos(A) - j \sin(A)$ açılımını kullanırsak, A.2 eşitliği aşağıdaki gibi olur.

$$F_k = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} f(x + iy)(\cos(Ax) - j \sin(Ax))$$

$$A = \frac{2\pi k}{N} \quad (A.3)$$

$$a(k) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} x(k)(\cos(Ax) - j \sin(Ax))$$

$$b(k) = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} y(k)(\cos(Ax) - j \sin(Ax))$$

(A.3) eşitliği sonucu elde edilen fourier katsayıları $a(k)$, $b(k)$ §, pikselleri $x + iy$ olarak ifade edilen sınır kümesinin fourier tanımlayıcıları olarak adlandırılır. Her bir k için invaryant $r(k)$ ise aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$r(k) = \left[|a(k)|^2 + |b(k)|^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (A.4)$$

$a(k)$ ve $b(k)$ fourier katsayıları, $r(k)$, $k=1,2,...(N-1)$ invaryant tanımlayıcıdır.

A.1 Geometrik Dönüşümlerin Fourier Tanımlayıcılara Etkisi

Fourier dönüşüme ait olan tüm özellikler, fourier tanımlayıcılar için de kullanılabilir.

A.1.1 Öteleme

Bir karakterin yer değiştirmesi, sınır kümesi üzerindeki tüm $x(k)$ § ve $y(k)$ § piksellerine, m, n § sabit değişkenlerin eklenmesi ile ifade edilebilir.

Fourier dönüşüm ifadesi aşağıdaki şekilde olur.

$$F_k = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} [(x + jy) + (m + jn)] e^{\frac{-2\pi kx}{N}} =$$

$$\frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} (x + jy) e^{\frac{-2\pi kx}{N}} + (m + jn) \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} e^{\frac{-2\pi kx}{N}}$$

$$(m + jn) \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} e^{\frac{-2\pi kx}{N}} = 0$$

eğer $k \neq 0$

$$(m + jn) \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} e^{\frac{-2\pi kx}{N}} = (m + jn) \quad \text{eğer } k = 0 \quad (\text{A.6})$$

(A.6) eşitliğine göre dönme hareketi sadece 0.harmonik bileşenine etki eder. 0. harmonik dışında, fourier tanımlayıcılar öteleme hareketine karşı karardır.

kullanılabilir.

A.1.2 Dönme

Kompleks düzlemde θ açısı kadar dönme, θ ile çarpım olarak ifade edilir. Koordinat sisteminde orijin etrafında dönme ise, fourier tanımlayıcılarının θ ile çarpımı ile ifade edilebilir.

$$F_k = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} [(x + jy)e^{j\theta}] e^{\frac{-2\pi kx}{N}} = e^{j\theta} \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} (x + jy) e^{\frac{-2\pi kx}{N}} \quad (\text{A.7})$$

$r(k)$ invaryantının hesaplanması için, (A.7) eşitliğinin mutlak değeri alınacak olursa, $|e^{j\theta}| = 1$ olacaktır. Bu durumda eşitlikten, fourier tanımlayıcılarının dönme hareketine karşı kararlı olduğu görülebilir. Fourier katsayıları $a(k)$ ve $b(k)$ dönmeye karşı kararlı değildir, fakat $r(k)$ invaryantı karardır.

A.1.3 Ölçekleme

Karakterlerin ebatları birbirlerinden farklı olabilir. Bir karakterin ebatlarını değiştirilmesi, $x(k)$ ve $y(k)$ sınır kümesi noktalarının aynı c katsayısı ile çarpılmasıyla sağlanabilir. Bu durumda fourier dönüşüm ifadesi aşağıdaki şekilde olacaktır.

$$F_k = \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} [c(x + jy)] e^{\frac{-2\pi kx}{N}} = c \frac{1}{N} \sum_{x=0}^{N-1} (x + jy) e^{\frac{-2\pi kx}{N}} \quad (\text{A.8})$$

(A.8) eşitliğinden de görüldüğü üzere, sınır kümesinin herhangi bir c değişkeni ile ölçeklenmesi, fourier dönüşüme sadece bir çarpan olarak etki edecektir.