

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

AKTİF MANYETİK YATAKLI ELASTİK
ROTORUN ROBUST KONTROLÜ

SİNAN BAŞARAN
YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

GEBZE
2011

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

AKTİF MANYETİK YATAKLI ELASTİK
ROTORUN ROBUST KONTROLÜ

SİNAN BAŞARAN
YÜKSEK LİSANS TEZİ
MAKİNA MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI
Prof. Dr. Selim SİVRİOĞLU

GEBZE
2011



YÜKSEK LİSANS TEZİ JÜRİ ONAY SAYFASI

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 12/07/2011 tarih ve 2011/23 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından 05/09/2011 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Sinan BAŞARAN'ın tez çalışması Makine Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Prof. Dr. Selim SİVRİOĞLU

ÜYE

: Prof. Dr. Muammer KALYON

ÜYE

:Doç. Dr. Erkan ZERGEROĞLU

ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
...../...../20... tarih ve/..... sayılı kararı.

İMZA/MÜHÜR

ÖZET

TEZİN BAŞLIĞI : AKTİF MANYETİK YATAKLI ELASTİK ROTORUN ROBUST KONTROLÜ

YAZAR ADI : SİNAN BAŞARAN

Bu tezde, elastik rotorlu bir aktif manyetik yatağın elastik titreşim modlarının bastırılmasını amaçlayan sürekli kararlı gürbüz kontrol tasarımı ve deneysel uygulamaları sunulmuştur. Sürekli sistem olarak düşünüldüğünde elastik rotorların teorik olarak sonsuz sayıda elastik modları vardır. Kontrol tasarımı yapabilmek için rotorun sonlu elemanlar yöntemi ile belirli sayıda elastik modunu içeren modeli oluşturulabilir. Bu durumda modelde hesaba katılmayan yüksek frekans modları kontrol sisteminde belirsizlik olarak veya ihmal edilen dinamikler olarak etki edecektir. Kontrol esnasında bu ihmal edilen modların uyarılmaması büyük önem taşımaktadır aksi halde kontrolü kararsızlaştıran *spillover* etkisi ortaya çıkabilir. Diğer yandan manyetik yatak sistemlerinin açık çevrim kararsız sistemler olması ve elektromanyetik kuvvetlerin doğrusal olmamalarından dolayı manyetik yatak rotor sistemlerinin kontrolü için gürbüz kontrol büyük önem taşımaktadır. Çalışmamız içersinde rotor hem rijit hem de elastik kabul edilerek modellemeler gerçekleştirildi. Kontrol tasarımları radyal ve eksenel yöndeki modeller kullanılarak ayrı ayrı yapıldı. H_{∞} kontrol tasarımı rijit rotor ve elastik rotor modellemesi kullanılarak gerçekleştirildi. Tasarlanan kontrolörler deneysel çalışmalarda rotor manyetik yatak sistemine uygulandı. Elastik rotorun ilk titreşim modunun geçilmesi tasarlanan H_{∞} kontrolör ile gerçekleştirildi. H_{∞} kontrolör ile yapılan deneylerde, rotor 7200 d/d devir sayısına kadar başarı ile döndürüldü ve birçok deneysel veri alındı. Alınan deneysel sonuçlardan H_{∞} kontrolün gürbüz kararlılığı sağladığı ve başarılı sonuçlara ulaşıldığı gösterildi.

SUMMARY

**TITLE OF THE THESIS : ROBUST CONTROL OF FLEXIBLE ROTOR
ACTIVE MAGNETIC BEARING SYSTEM**

AUTHOR : SİNAN BAŞARAN

In this thesis, active control of a flexible rotor system supported by magnetic bearings will be studied to pass the critical flexible modes and experimental verification will be explained. The flexible rotors are continuous system and they have theoretically infinite number of modes. We design a reduced order model to control the system by the help of the finite element method. In this case unmodelled high frequency modes are taken as uncertainty. Unmodeled flexible modes of the rotor in controller design may cause *spillover* effect in the control operation. Moreover, magnetic bearings are open loop unstable systems and have parametric and modeling uncertainties; therefore robustness is great importance for control of AMB systems. In this research, rotor AMB system is modeled either considering it rigid or flexible rotor. Different control design methods for axial and radial AMB modeling of the systems are studied. The H_∞ control is designed using the flexible rotor AMB model by considering certain flexible modes. Simulations are realized for every controller study. Designed controllers are verified experimentally for axial and radial directions and many results are presented. The H_∞ controller which is designed using model of the flexible rotor is succeeded to pass the first flexible mode of the rotor. The rotational speed of the rotor is increased up to 7200 rpm with designed H_∞ controller. The robust stability and performance of the H_∞ controller is quite good.

TEŞEKKÜR

Maddi ve manevi olarak her türlü desteği veren ve bu günlere gelmemde önemli katkıları olan aileme en içten teşekkürlerimi ve şükranlarımı sunarım. Tüm sevdiklerime yanımda oldukları için teşekkür ederim.

107M595'nolu 1001 kodlu araştırma projesinde desteklerinden dolayı TÜBİTAK'a teşekkürlerimi sunarım. Her türlü bilgi ve desteklerinden dolayı hayatta örnek aldığım insan, proje yürütücüsü Sayın Hocam Prof. Dr. Selim SİVRİOĞLU'na sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Aynı zamanda laboratuvarını bana kullanıma açan bilgi ve becerilerini aktarmaktan sakınmayan Sayın Hocam Doç. Dr. Erkan ZERGEROĞLU'na sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Saygılarımla.

Haziran 2011

Sinan BAŞARAN

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ	x
ŞEKİLLER DİZİNİ	xi
TABLolar DİZİNİ	xv
1. GİRİŞ	1
1.1. Tez Konusu ve Gerekliliği	2
1.2. Tezin İçeriği	3
2. AKTİF MANYETİK YATAKLARIN TANITILMASI	4
2.1. Eksenel Aktif Manyetik Yatak	5
2.2. Radyal Aktif Manyetik Yatak	5
2.3. Manyetik Yatak Sistem Entegrasyonu	6
3. MANYETİK YATAK TEKNOLOJİSİ	8
3.1. Uygulama Alanları	8
3.2. Manyetik yatak Teknolojisinin Avantajları ve Dezavantajları	9
3.2.1. Avantajları	9
3.2.2. Dezavantajları	10
4. ELASTİK ROTOR AKTİF MANYETİK YATAK SİSTEMİ	11
4.1. Deney Düzenegi Elemanları	12
4.1.1. Rotor	12
4.1.2. Radyal Aktif Manyetik Yataklar	13
4.1.2.1 Radyal Yatak Parametrelerinin Hesaplanması	14
4.1.3. Eksenel Aktif Manyetik Yatak	15

4.1.3.1 Eksenel Yatak Parametrelerinin Hesaplanması	16
4.1.4. Emniyet Yatakları	17
4.1.5. Sensörler	18
4.1.6. Kontrol Ünitesi	20
4.1.7. Güç Yükselticileri	21
4.1.8. Alternatif Akım Motoru	21
4.2. Kontrol Düzenegi Elemanları	22
4.2.1. Kapalı Çevrim Sistem Yapısı	22
4.2.2. dSPACE 1104 Dijital Kontrol Arayüzü	23
4.2.3. <i>ControlDesk</i> Grafik Arayüzü	23
5. ROTOR YATAK SİSTEMİNİN MODELLENMESİ	26
5.1. Rotor Eksenel AMY Sisteminin Modellenmesi	26
5.2. Rotor - Radyal AMY Sisteminin Modellenmesi	29
5.2.1. Rijit Rotor Manyetik Yatak Sistemi Modellemesi	30
5.2.1.1 Birinci Euler Açısı	30
5.2.1.2 İkinci Euler Açısı	31
5.2.1.3 Üçüncü Euler Açısı	32
5.2.1.4 Euler Dönüşüm Matrisi Ve Toplam Açısal Hız	33
5.2.2. Kinetik Enerji Denklemlerinin Elde Edilmesi	36
5.2.2.1 Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi	39
5.2.3. AMY Sisteminde Yatak Noktalarındaki Akım İfadeleri	43
5.2.4. Manyetik Yatak Kuvvetlerinin Lineerleştirilmesi	43
5.2.4.1 Ön Yatak Kuvvetlerinin Lineerleştirilmesi	44
5.2.4.2 Arka yatak için lineerleştirme	47
5.2.5. Aktüatör Noktalarındaki Rotor Yerdeğişimleri	50
5.2.6. Sensör Noktalarındaki Rotor Yerdeğiştirmeleri	52
5.2.7. Durum Uzayı Denkleminin Elde Edilmesi	53
5.3. Elastik Rotor AMY Sisteminin Modellenmesi	56
5.3.1. Elastik Rotorun Modellenmesi Yaklaşımı	56
5.3.2. Modal Koordinatlara Dönüşüm	58
5.3.3. Elastik rotorun sonlu elemanlar analizi	59

5.3.4.	İndirgenmiş Sistemin Elde Edilmesi	64
6.	KONTROL TASARIMLARI VE SİMÜLASYON SONUÇLARI	69
6.1.	Eksenel AMY Sisteminin Kontrol Tasarımı	69
6.1.1.	H_{∞} Kontrol Tasarımı	69
6.1.2.	Simülasyon Sonuçları	73
6.2.	Radyal Eksen Rijit Rotor AMY Sisteminin H_{∞} Kontrol Tasarımı	74
6.2.1.	Simülasyon Sonuçları	80
6.3.	Radyal Eksen Elastik Rotor AMY Sisteminin H_{∞} Kontrol Tasarımı	85
6.3.1.	Belirsizlik Tanımı ve Frekans Şekillendirme Filtrelerinin Seçimi	86
6.3.2.	H_{∞} Kontrolörün Hesaplanması	91
6.3.3.	Simülasyon Sonuçları	94
7.	DENEYSEL SONUÇLAR	98
7.1.	Eksenel AMY Sisteminin Deneysel Sonuçları	98
7.2.	Rijit Rotor Kabulü İle AMY Sisteminin Deneysel Sonuçları	100
7.3.	Elastik Rotor AMY Sisteminin Deneysel Sonuçları	108
8.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER	116
	KAYNAKLAR	118
	ÖZGEÇMİŞ	120
	EKLER	

KISALTMALAR VE SİMGELER DİZİNİ

Simgeler	Açıklama
AMY	Aktif manyetik yatak
x	x eksenindeki yer değiştirme
y	y eksenindeki yer değiştirme
z	z eksenindeki yer değiştirme
x_g	Rotorun kütle merkezinin x eksenini doğrultusundaki yer değiştirmesi
y_g	Rotorun kütle merkezinin y eksenini doğrultusundaki yer değiştirmesi
x_{fb}	Rotorun ön manyetik yatak noktasındaki x eksenini konumu
x_{rb}	Rotorun arka manyetik yatak noktasındaki x eksenini konumu
y_{fb}	Rotorun ön manyetik yatak noktasındaki y eksenini konumu
y_{rb}	Rotorun arka manyetik yatak noktasındaki y eksenini konumu
x_{fs}	Rotorun ön manyetik yatak sensör noktasındaki x eksenini konumu
x_{rs}	Rotorun arka manyetik yatak sensör noktasındaki x eksenini konumu
y_{fs}	Rotorun ön manyetik yatak sensör noktasındaki y eksenini konumu
y_{rs}	Rotorun arka manyetik yatak sensör noktasındaki y eksenini konumu
f_{fx}	Ön manyetik yatağın x eksenini doğrultusundaki kontrol kuvveti
f_{rx}	Arka manyetik yatağın x eksenini doğrultusundaki kontrol kuvveti
f_{fy}	Ön manyetik yatağın y eksenini doğrultusundaki kontrol kuvveti
f_{ry}	Arka manyetik yatağın y eksenini doğrultusundaki kontrol kuvveti
i_{fx}	Ön manyetik yatak x eksenine uygulanan kontrol girişi
i_{rx}	Arka manyetik yatak x eksenine uygulanan kontrol girişi
i_{fy}	Ön manyetik yatak y eksenine uygulanan kontrol girişi
i_{ry}	Arka manyetik yatak y eksenine uygulanan kontrol girişi

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1: Eksenel ve radyal aktif manyetik yatak yapısı	4
2.2: Eksenel aktif manyetik yatak şematik yapısı	5
2.3: Eksenel aktif manyetik yatak	5
2.4: Radyal aktif manyetik yatak şematik yapısı	6
2.5: Radyal aktif manyetik yataklar	6
2.6: Radyal ve eksenel aktif manyetik yatağım birlikte kullanımı	7
3.1: Turbomoleküler pompa	8
3.2: Manyetik yatak uygulanmış turbomoleküler pompa şematik resmi	9
4.1: Deneysel sistem genel görünüşü	12
4.2: Rotor boyutları	13
4.3: Ön radyal aktif manyetik yatak	14
4.4: Eksenel aktif manyetik yatak	16
4.5: Sensörlerden okunan volt değerini metreye çeviren blok	18
4.6: Radyal AMY sensörleri	19
4.7: Eksenel AMY sensörü	19
4.8: Radyal AMY sensörlerinin dizilimi	20
4.9: Deney düzeneği ekipmanları	21
4.10: Kapalı çevrim deneysel sistem yapısı	22
4.11: dSPACE'e yüklenen eksenel dinamik kontrolör yapısı	24
4.12: Eksenel kontrolde dSPACE <i>ControlDesk</i> grafik arayüzü	24
4.13: Beş serbestlik dereceli sistemin kontrolör yapısı	25
4.14: Radyal kontrol için dSPACE <i>ControlDesk</i> grafik arayüzü	25
5.1: Eksenel yatak şematik gösterimi ve çalışma prensibi	26
5.2: Rijit rotor açısız yerdeğiştirmeleri ve eksen takımı	30
5.3: İlk euler açısı hareketi	31
5.4: İkinci euler açısı hareketi	32
5.5: Üçüncü euler açısı hareketi	33
5.6: Rotor – AMY sistemi şematik gösterimi	38
5.7: Yatak noktalarındaki akım ifadeleri	43
5.8: x eksenini doğrultusundaki akım ifadeleri	44

5.9: y eksenine doğrultusundaki akım ifadeleri	44
5.10: x eksenine için aktüatör yer değişimleri	50
5.11: y eksenine için elektromıknatıs pozisyonlarındaki yer değişimleri	51
5.12: x eksenine için sensör pozisyonlarındaki yer değiştirmeleri	52
5.13: y eksenine için sensör pozisyonlarındaki yer değiştirmeleri	52
5.14: Örnek rotor manyetik yatak sistemi	56
5.15: Rotorun boyutları	60
5.16: Sonlu elemanlar yöntemi için bölünmüş rotor elemanları	60
5.17: Kütle merkezi ve yatak noktaları	62
5.18: Rotorun birinci rijit mod şekli	62
5.19: Rotorun ikinci rijit mod şekli	62
5.20: Rotorun birinci elastik mod şekli	63
5.21: Rotorun ikinci elastik mod şekli	63
5.22: Rotorun üçüncü elastik mod şekli	63
5.23: İlk iki rijit ve elastik mod şekli	64
5.24: İndirgenmiş sistemin kök kutup haritası	65
5.25: Tam dereceli sistem frekans cevabı	66
5.26: İndirgenmiş sistem frekans cevabı	67
5.27: Tam dereceli ve indirgenmiş dereceli sistem	68
6.1: Kontrol tasarımı için kullanılan blok diyagramı	70
6.2: Eksenel H_{∞} kontrol tasarımı ağırlık filtreleri frekans cevabı	71
6.3: Eksenel H_{∞} kontrolör frekans cevabı	73
6.4: Eksenel H_{∞} kontrol simülasyon modeli	74
6.5: Eksenel yatak H_{∞} kontrol simülasyon sonuçları	74
6.6: Ön ve arka yataklar için seçilen filtrelerin frekans cevabı	77
6.7: Radyal H_{∞} kontrolörün frekans cevapları	80
6.8: Rijit rotor kabulü kontrol tasarımı için oluşturulan benzetim modeli	81
6.9: Radyal manyetik yatakların yaptığı yer değişimler	82
6.10: Eksenel manyetik yatağın yaptığı yer değiştirme	82
6.11: Radyal manyetik yataklara uygulanan kuvvetler	83
6.12: Eksenel manyetik yatağa uygulanan kuvvet	83
6.13: Radyal manyetik yataklara uygulanan kontrol akımları	84
6.14: Eksenel manyetik yatağa uygulanan kontrol akımı	84

6.15: Tam ve indirgenmiş sistem frekans cevapları	86
6.16: Modellenmeyen dinamiklerin çarpım belirsizliği frekans cevabı	87
6.17: Belirsizlik etkisinin sisteme ilavesi	87
6.18: Kontrolör tasarımı için kullanılan yapı	88
6.19: Ön yatak için seçilen frekans şekillendirme filtreleri	90
6.20: Arka yatak için seçilen frekans şekillendirme filtreleri	90
6.21: Radyal H_{∞} kontrolörün frekans cevapları (Ön AMY)	93
6.22: Radyal H_{∞} kontrolörün frekans cevapları (Arka AMY)	93
6.23: H_{∞} kontrolör uygulanmış 5 eksen elastik rotor AMY <i>Simulink</i> modeli	94
6.24: Radyal manyetik yatakların yaptığı yer değiştirmeler	95
6.25: Eksenel manyetik yatağın yaptığı yer değiştirme	95
6.26: Radyal manyetik yataklara uygulanan kuvvetler	96
6.27: Eksenel manyetik yatağa uygulanan kuvvet	96
6.28: Radyal manyetik yataklara uygulanan kontrol akımları	97
6.29: Eksenel manyetik yatağa uygulanan kontrol akımı	97
7.1: Eksenel H_{∞} kontrol deney bloğu	98
7.2: Eksenel yatak rotor levitasyonu $\omega = 0$ Hz	99
7.3: Eksenel yatak rotor yerdeğiştirmesi $\omega = 50$ Hz	99
7.4: Eksenel yatak rotor yerdeğiştirmesi $\omega = 60$ Hz	99
7.5: Eksenel yatak rotor yerdeğiştirmesi $\omega = 70$ Hz	100
7.6: Rijit model kabulü ile tasarlanan H_{∞} kontrol bloğu	101
7.7: Radyal yataklar Levitasyon hali yer değiştirme	102
7.8: Eksenel yatak Levitasyon hali yer değiştirme	102
7.9: Radyal yataklar yerdeğiştirme $\omega = 0$ Hz	103
7.10: Eksenel yatak yerdeğiştirme $\omega = 0$ Hz	103
7.11: Ön ve arka yatak yörüngeleri $\omega = 0$ Hz	104
7.12: Radyal yataklar kontrol akımları $\omega = 0$ Hz	104
7.13: Eksenel yatak kontrol akımı $\omega = 0$ Hz	105
7.14: Radyal yataklar yerdeğiştirme $\omega = 60$ Hz	105
7.15: Eksenel yatak yerdeğiştirme $\omega = 60$ Hz	106
7.16: Ön ve arka yatak yörüngeleri $\omega = 60$ Hz	106
7.17: Radyal yataklar kontrol akımları $\omega = 60$ Hz	107
7.18: Eksenel yatak kontrol akımı $\omega = 60$ Hz	107

7.19: H_{∞} kontrolör blok yapısı	108
7.20: Rotorun radyal eksenlerdeki yerdeğiştirmeler $\omega=85$ Hz	109
7.21: Eksenel yatak yerdeğiştirme $\omega=85$ Hz	110
7.22: Ön ve arka yatak yörüngeleri $\omega=85$ Hz	110
7.23: Radyal yataklar kontrol akımları $\omega=85$ Hz	111
7.24: Eksenel yatak kontrol akımı $\omega=85$ Hz	111
7.25: Rotorun radyal eksenlerdeki yerdeğiştirmeleri $\omega=120$ Hz	113
7.26: Eksenel yatak yerdeğiştirme $\omega=120$ Hz	113
7.27: Ön ve arka yatak yörüngeleri $\omega=120$ Hz	114
7.28: Radyal yataklar kontrol akımları $\omega=120$ Hz	114
7.29: Eksenel yatak kontrol akımı $\omega=120$ Hz	115

TABLolar DİZİNİ

<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
4.1: Rotor parametreleri	13
4.2: Radyal yatak parametreleri	14
4.3: Eksenel yatak parametreleri	16
5.1: Rotor manyetik yatak sistemin temel ölçüleri	38
5.2: Yatak, sensör ve motor konumları	61
5.3: Sonlu elemanlar programında elde edilen sonuçlar	64
5.4: İndirgenmiş sistemin özdeğerleri	66

1. GİRİŞ

Aktif manyetik yataklar kontrollü olarak uygulanan elektromanyetik kuvvetlerin etkisi ile rotor ve yatak arasında temassız yataklama sağlayan elektromekanik elemanlardır. Manyetik yataklar, diğer yatak sistemlerinden ayrı olarak yatak içine bulundurdıkları şaftı havada asılı tutarlar. Mekanik sürtünmeye maruz kalmadıklarından büyük avantajlar sunan bu sistemlere, mekatronik mühendisliğin uygulaması olarak bakılmaktadır.

Mekanik temas olmadığı için sürtünme söz konusu olmamakta, dolayısıyla yağlama gerektirmemekte ve yağlamaya bağlı sorunları içermemektedir [Maslen, 2000]. Teknolojideki gelişmelere bağlı olarak son 30 yılda endüstriyel anlamda kullanılmaya başlanan manyetik yatak teknolojisi önemli avantajları olan, ekonomik maliyetinin yüksek olmasından dolayı hali hazırda kısıtlı uygulama alanlarının dışında potansiyel ve stratejik uygulama alanlarının giderek arttığı bir teknolojidir [Schweitzer, 2002].

Dönen bir makinede manyetik yatak, rotor ve elektrik motorunun birlikte tasarımının yapılması gerektiğinden manyetik yataklı bir sistem bütünleşmiş bir sistemdir. Aktif manyetik yataklar kontrol edilmeksizin çalıştırılması mümkün değildir. Aktif manyetik yatak teknolojisi yüksek devir gerektiren uygulamalarda rahatlıkla tercih edilebilir. Vakum ortamında çalışan aktif manyetik yataklı kapalı sistemlerde çok yüksek devir sayılarına ulaşmak mümkündür. Dönen makine elemanlarının yataklanması pratikte karşılaşılan birçok mühendislik uygulamasında yer almaktadır. Bu tip makinelerde dönen eleman olarak kullanılan rotorlar yük durumuna ve yerine getirilen göreve bağlı olarak değişik boyutlarda olabilmektedir. Bütün dinamik sistemlerde olduğu gibi rotorlarda da öz frekans değerleri bu elemanların kullanımında belirleyici olmaktadır. Fiziksel olarak rotor boyutları arttıkça elastikiyetleri artmakta buna bağlı olarak kritik dönme frekansları operasyonel dönme hızlarının ulaşılmasında ve bazen belirlenmesinde etkili olmaktadır. Son yıllarda malzeme teknolojisindeki gelişmelere bağlı olarak daha

hafif makine sistemleri oluşturma yönündeki eğiliminde katkısı ile elastik rotorlara olan ilgi artmaktadır. Ayrıca, rotorların yüksek hızlarda dönmesini gerektiren makine sistemleri geliştirilmekte buna bağlı olarak birden çok kritik hızı geçen rotor sistemleri ortaya çıkmaktadır. Özellikle birinci kritik frekansların geçilmesi klasik yataklama sistemleri ile başarılabilmesine rağmen ikinci ve daha üst kritik hızların geçilmesi klasik yasaklamalarla zordur.

Aktif manyetik yataklar bu özelliklerinden dolayı günümüzde özellikle turbomoleküler pompalarda ticari olarak kullanılmaktadır. Bu pompalar toz gerektirmeyen temiz oda uygulamalarında (*clean room applications*), yani yarı iletken üretiminde proses cihazı olarak, ayrıca elektron mikroskoplarında yoğunlukla kullanılmaktadır. Bunların dışında manyetik yataklar çok değişik spesifik uygulamalar için artan bir şekilde kullanılır hale gelmiştir. Vakum ortamında çok yüksek dönme hızlarında rotorların çalışmasına olanak sağladığından yeni uygulama alanları bulmaktadır. Teorik olarak aktif manyetik yataklamalı rotorların dönme hızı malzeme dayanımına bağlıdır. Bazı uygulamalarda rijit rotorlar için 180.000 devir/dakika hıza erişilebilmekte ve emniyetli olarak çalışılabilmektedir. Manyetik yataklar dışında başka hiç bir yataklama elemanı ile bu hızlara ulaşmak mümkün değildir.

1.1. Tez Konusu ve Gerekliliği

Genel olarak bir rotor modellenirken rijit veya elastik rotor kabulü yapılmaktadır. Bu kabuller rotorun boyutlarına ve malzemesine bağlı olarak pratikte gösterdiği davranışı yansıtmaktadır. Elastik rotorların teorik olarak sonsuz sayıda elastik modu bulunmaktadır. Elastik rotorlu aktif manyetik yatak sistemlerinde modelleme yapılırken sonlu elemanlar yöntemine başvurulmaktadır. Sonlu elemanlar yönteminde elde edilen sistem modelinin kontrol tasarımı esnasında kullanılabilir olması için indirgeme yöntemine başvurulmalıdır. Esas olarak belli sayıda elastik modu içeren bir sistem tam dereceli bir sistem olarak isimlendirilebilir. Örneğin ilk 20 elastik modu içeren bir modelleme tam dereceli sistem olarak isimlendirilebilir. Fakat kontrol tasarımı sırasında kısıtlı sayıda elastik mod kullanılmalıdır. Tasarımın

başarı ile gerçekleştirilmesi için örneğin ilk iki elastik modu içeren bir modelleme ele alınabilir. Ele alacağımız H_∞ robust kontrol tasarımında ilk iki rijit modu ve ilk iki elastik modu içeren sistemi kullanacağız. Tam dereceli sistem ve indirgenmiş sistem arasındaki modellenmeyen belirsizlerin olduğu halde kararlı bir şekilde çalışan kontrol yöntemi robust (gümbüz) kontrol olarak adlandırılabilir.

H_∞ kontrol dizaynı model esaslı yani sistemin transfer fonksiyonu veya durum uzayı denklemini kullanan bir kontrol tasarım yöntemidir [Zou, et al, 1996]. Özellikle çok girişli çok çıkışlı lineer sistemler için sistem belirsizliklerine karşı kontrol sisteminin gümbüzlüğünü sağlayan bir kontrol tasarım yöntemi olarak H_∞ robust kontrol birçok araştırmacı tarafından çalışılmaktadır [Nonami and Ito, 1996]-[Matsumura, et al, 1996]. Bu kapsamda elastik rotorlu aktif manyetik yatak sistemi için robust (gümbüz) kontrol geçerli bir kontrol tasarımı olmaktadır.

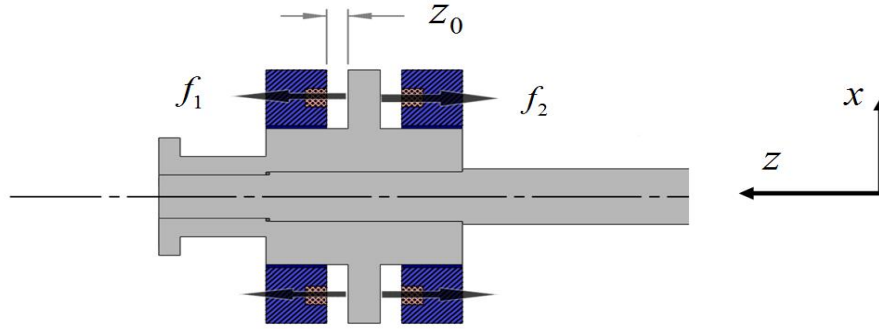
1.2. Tezin İçeriği

Bu çalışmada elastik rotorlu aktif manyetik yatak sistemleri tanıtılarak modelleme yöntemleri ve deneysel kontrol çalışmalarından bahsedilmiştir. Ele alınan deneysel sistem beş serbestlik derecesine sahiptir. Aynı zamanda ele alınan sistemde radyal yöndeki ve eksenel yöndeki dinamikler birbirinden ayrı olarak düşünülüp kontrol tasarımları ayrı olarak yapılabilmektedir.

Bu tezde sırasıyla ilk olarak tek serbestlik derecesiyle eksenel aktif manyetik yatağın modellenmesi ve deneysel kontrol çalışmaları ele alınmıştır. Hemen ardından 5 serbestlik derecesiyle rijit rotor kabulü ile aktif manyetik yatağın modellenmesi ve deneysel kontrol çalışmaları ve son olarak da yine 5 serbestlik derecesiyle elastik rotor kabulü ile aktif manyetik yatağın modellenmesi ve deneysel kontrol çalışmaları sunulmuştur.

2.1. Eksenel Aktif Manyetik Yatak

Rotorun eksenel yöndeki hareketini kontrol altına alan yataklara eksenel manyetik yatak denir. Şekil 2.1’de görüldüğü gibi eksenel yatak sadece eksenel yöndeki (z eksenini) yerdeğiştirmeleri kontrol eder.



Şekil 2.2: Eksenel aktif manyetik yatak şematik yapısı

Eksenel aktif manyetik yatak yapısı Şekil 2.2’de gösterildiği gibi rotor shaftı üzerine geçirilmiş bir diskin her iki taraftaki elektromıknatıslar yardımıyla eksenel yönde rotor yerdeğiştirmesini sınırlamaktadır. Şekil 2.3’de pratikte kullanılan örnek bir eksenel aktif manyetik yatak gösterilmektedir.

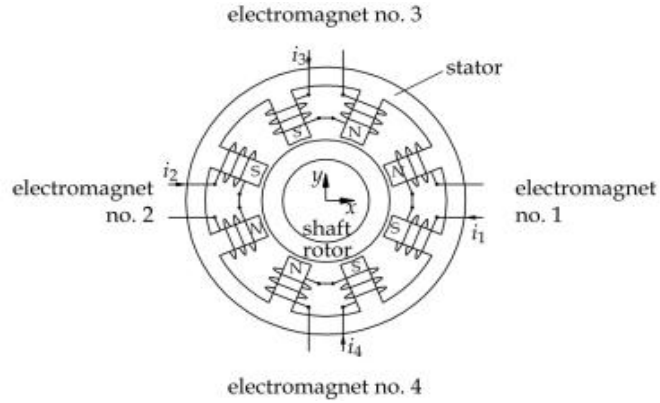


Şekil 2.3: Eksenel aktif manyetik yatak

2.2. Radyal Aktif Manyetik Yatak

Radyal yöndeki rotor hareketini kontrol altına alan yataklara radyal aktif manyetik yatak denir. Şekil 2.1’de görüldüğü gibi radyal aktif manyetik yatak

rotorun radyal yönlerdeki (x eksen ve y eksen) dikey ve yatak yer değiştirmeleri kontrol eder.



Şekil 2.4: Radyal aktif manyetik yatak şematik yapısı

Radyal aktif manyetik yataklar Şekil 2.4’de gösterildiği gibi genellikle sekiz kutuplu olarak tasarlanmaktadır. Karşılıklı çalışan elektromıknatısların oluşturduğu kuvvetler ile rotor şaftı yatak noktası merkez ekseninde temassız olarak tutulmaktadır. Şekil 2.5’de çeşitli çap boyutlarında rotorlar için pratikte kullanılan radyal aktif manyetik yataklar gösterilmektedir.

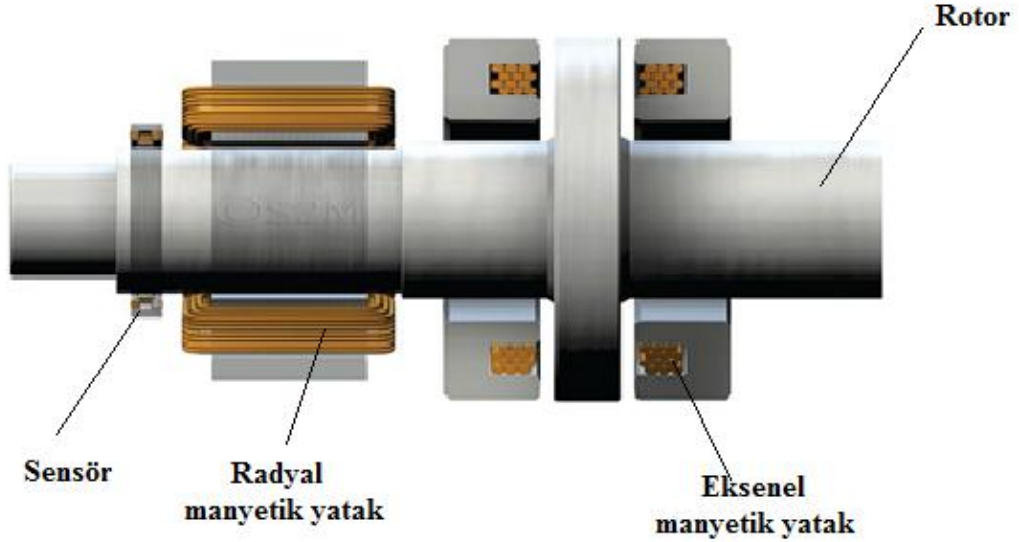


Şekil 2.5: Radyal aktif manyetik yataklar

2.3. Manyetik Yatak Sistem Entegrasyonu

Bir manyetik yatak sisteminde rotor, manyetik yataklar, motor ve sensörler ile birlikte ilk baştan tasarımın yapılması gerekmektedir. Kısaca aktif manyetik yatak sistemleri birer entegre sistem olarak düşünölebilir ve tasarımı tüm elemanları ile

birlikte yapılmalıdır. Herhangi bir dönen makinede mevcut olarak kullanılan rulmanlı veya kaymalı yataklar çıkartılarak aktif manyetik yatakların kullanılması mümkün değildir. Şekil 2.6’da görüldüğü gibi radyal ve eksenel aktif manyetik yatak rotorda tam yataklama yapabilmek için birlikte kullanılmıştır.



Şekil 2.6: Radyal ve eksenel aktif manyetik yatağın birlikte kullanımı

Şekil 2.6’da belirtildiği gibi hem eksenel hem de radyal manyetik yataklarda rotor ile manyetik yatak arasında hava boşluğu bulunmaktadır. Ayrıca rotorun bütün yönlerdeki yerdeğiştirmeleri kapasitif sensörler ile ölçülmektedir.

3. MANYETİK YATAK TEKNOLOJİSİ

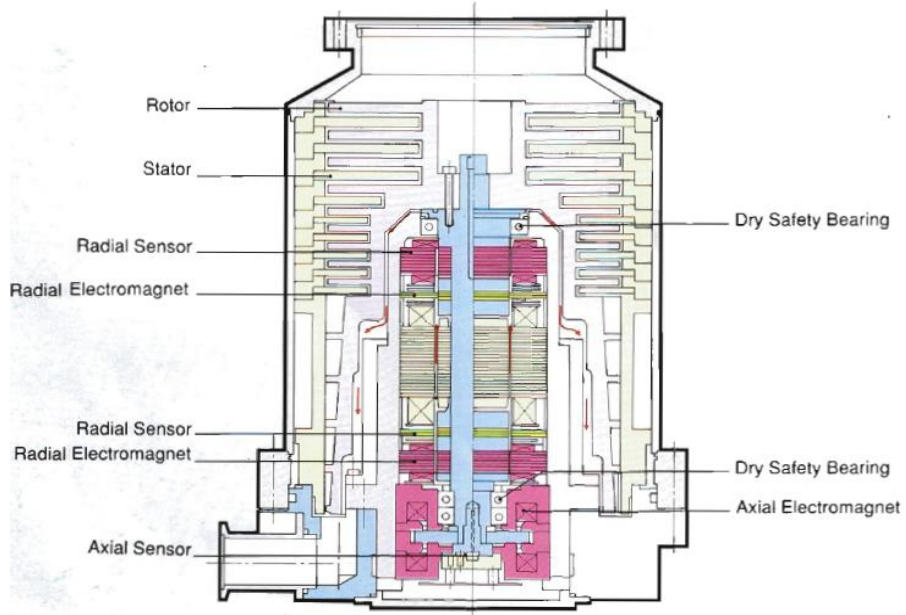
Manyetik kuvvetlerin kontrolü ile uygulanabilir hale gelen manyetik levitasyon teknolojisi birçok alanda umut vaat etmektedir. Manyetik levitasyon teknolojisinin özel bir uygulaması olan manyetik yataklar rotor gibi dönen sistemleri içeren makinelerde kullanılmaktadır. Bu sistemler, mekanik, elektriksel ve elektronik devreleri birlikte içermelerinden dolayı karmaşıktırlar [Pilat, 2004]. Manyetik yataklar, endüstride pratik olarak kullanılmaktadır. Yaygın olarak turbomeloküler alanlarda özellikle, yüksek vakum elde etmek amacıyla pompalarda kullanılmaktadırlar.

3.1. Uygulama Alanları

Manyetik yataklar mekanik sürtünmenin olmamasından dolayı çok yüksek devirli makinelerde uygulama alanı bulmaktadırlar. Pahalı ve karmaşık sistemler olduğundan freze başlıkları (spindle), turbomoleküler pompalar (Şekil 3.1) gibi yerlerde kullanılmaktadırlar [Nohavec, et al, 1997]. Şekil 3.2’de manyetik yatak uygulanmış bir turbomoleküler pompanın şematik resmi görülmektedir.



Şekil 3.1: Turbomoleküler pompa



Şekil 3.2: Manyetik yatak uygulanmış turbomoleküler pompa şematik resmi

3.2. Manyetik yatak Teknolojisinin Avantajları ve Dezavantajları

Manyetik yataklar avantajlarının yanı sıra dezavantajlara da sahiptirler. Bu olumsuzluklar büyük bir oranda kullanılan teknolojinin yeni bir teknoloji olması ve yaygın bir kullanım alanının olmamasından kaynaklanmaktadır.

3.2.1. Avantajları

- Manyetik yataklar yüksek devirlerde çalışabilen yataklama elemanlarıdır. İstenilen devir sayısına mekanik temas olmadığı için kısa sürede çıkabilmektedirler.
- Manyetik yataklarda rotor, yatak içinde temassız olarak havada durmaktadır. Bu nedenle rotorun hareket sırasında rotor herhangi bir mekanik sürtünmeye maruz kalmamakta sadece hava teması bulunmaktadır [Nolan and Hung, 1996].
- Manyetik yataklarda mekaniksel temaslarda ihtiyaç duyulan yağlamaya gerek olmamaktadır. Bu sebeple yağlamaya bağlı sorunlar ortadan kalmaktadır.

- Temiz oda uygulamalarında (*clean room applications*) yağlamaya bağlı kirlenme olmadığı için rahatlıkla kullanılabilirler.
- Tasarlanan kontrolörler sayesinde rotorun yüksek devirlerde oluşturduğu yerdeğiştirmeleri boşluklu yapısı sayesinde bastırabilmektedirler.
- Mekanik temas olmadığı için mekanik titreşim de yoktur ve bu nedenle sessiz çalışırlar.

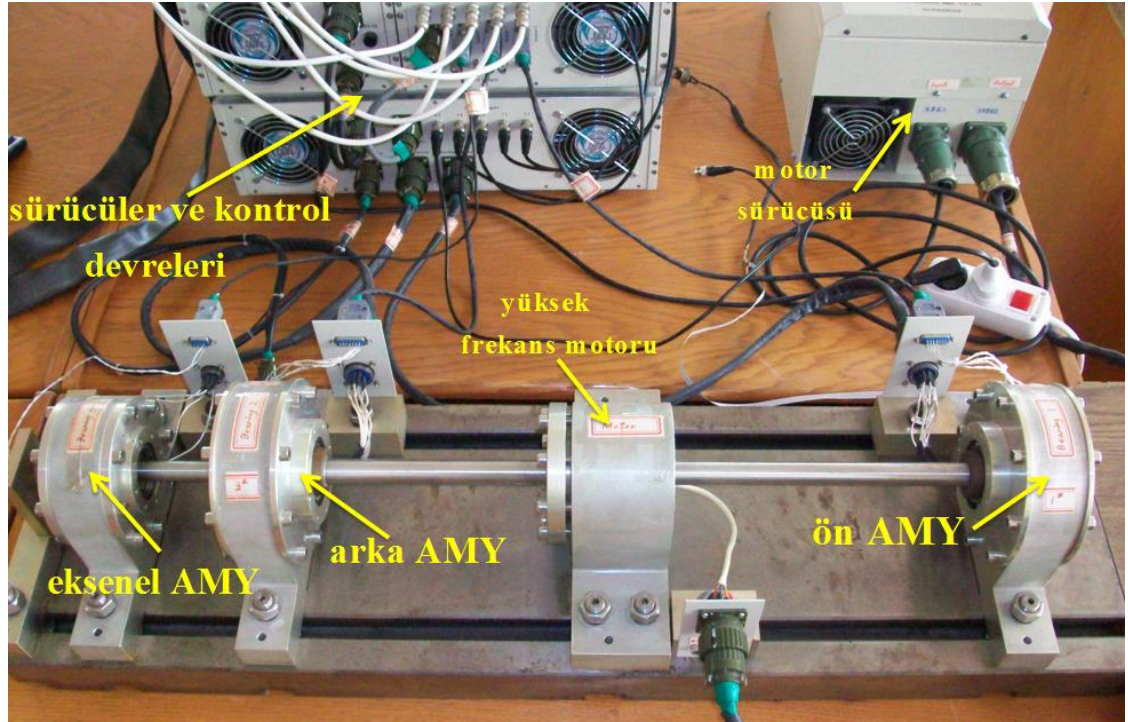
3.2.2. Dezavantajları

- Manyetik yatakların yüksek ilk yatırım maliyetleri bulunmaktadır.
- Manyetik yataklar normal bilyeli yataklara nazaran daha karmaşık bir yapıdadırlar.
- Manyetik yataklarda rotor döndürülmeye başlamadan önce denge durumu (levitasyon) sağlanmalıdır.
- Manyetik yatakların herhangi bir çalışan makine düzeneğinde bulunan klasik bilyeli yatakların çıkartılarak yerine kullanılması mümkün değildir. Manyetik yataklar entegre sistemlerdir. Tasarımları en baştan rotor boyutu, yataklar, sensörler ve elektrik motoru düşünülerek beraber yapılmalıdırlar.

4. ELASTİK ROTOR AKTİF MANYETİK YATAK SİSTEMİ

Tez çalışmasına konu olan elastik rotor aktif manyetik yatak sistemi 107M595'nolu TÜBİTAK 1001 projesi kapsamında proje grubu tarafından tasarlanış olup; *The Shanghai Bohong Science & Manufacturing Trade Co., Ltd* firması tarafından imal edilmiştir. Deney düzeneğinde bir adet elastik rotor, iki adet radyal aktif manyetik yatak, bir adet eksenel aktif manyetik yatak, bir adet alternatif akım motoru bulunmaktadır. Çevre birimleri olarak güç kaynağı, manyetik yatak akım sürücüleri, sensör ve kontrol devreleri ve frekans ayarlı alternatif akım motoru sürücüsü bulunmaktadır. Deneysel çalışmaların yapılabilmesi tasarlanan kontrolörlerin sisteme yüklenebilmesi ve sensörlerden elde edilen değerlerin okunabilmesi için dSPACE 1104 giriş ve çıkış birimlerine sahip kontrol donanımı kullanılmıştır.

Rotor AMY deneysel sisteminde toplam beş eksenel kontrol uygulanmaktadır. Deney düzeneğinde kullanılan iki adet radyal AMY x ve y olmak üzere radyal doğrultularda rotor için yataklama yapmaktadırlar. Dolayısıyla toplamda dört serbestlik derecesine sahiptirler. Deneysel sistemdeki eksenel yatak ise z doğrultusunda yani aksiyal doğrultuda rotor için yataklama yapmaktadır ve bir serbestlik derecesine sahiptir. Toplamda rotor levitasyon sırasında beş serbestlik dereceli bir kontrol problemi ortaya çıkmaktadır. Rotorun yatak noktalarında yaptığı yer değiştirmeleri ölçen sensörlerde okunan veriler ise beş ayrı çıkış birimi ele gözlenebilmektedir. Bu tarz sistemler genel olarak çok girişli ve çok çıkışlı sistem MIMO (*multi-input multi-output*) olarak ifade edilmektedirler. Deneysel rotor AMY sisteminin genel görünümünü Şekil 4.1'de verilmiştir. Tüm sistem elemanları üretici firma tarafından düküm bir platform üzerine sabitlenmiştir.

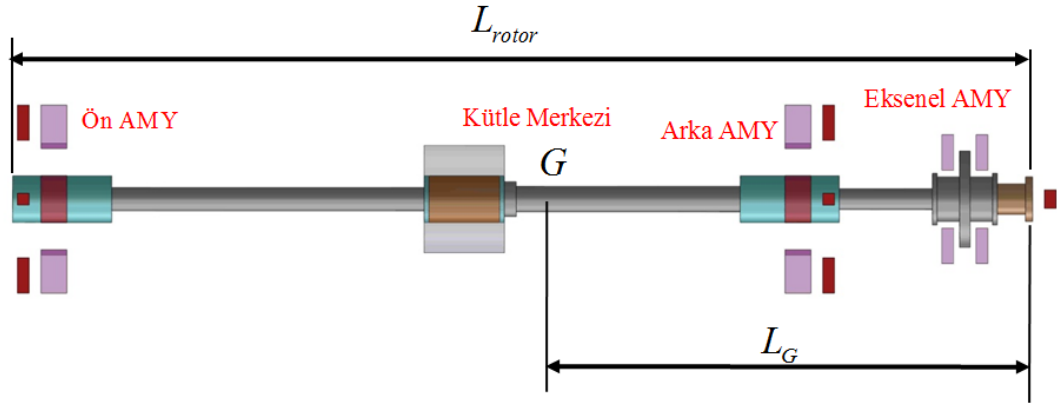


Şekil 4.1: Deneysel sistem genel görünüşü

4.1. Deney Düzeneği Elemanları

4.1.1. Rotor

Rotor yapısı ve temel boyutları Şekil 4.2’de verilmiştir. Ayrıca Tablo 4.1 rotor parametrelerinin sayısal değerlerini göstermektedir. Deneysel sistemdeki rotor boyutları, elastik modlar dikkate alınarak sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak proje ekibinin hesapları ile ortaya çıktı. Burada rotor AMY sistemi vakum ortamında bulunmadığı için ve yüksek hızlarda hava sürtünmesinin ciddi şekilde etkin olmasından dolayı 15000 devir/dakika altında ikinci modu verecek şekilde bir elastik rotor tasarımı yapıldı. Rotor tasarımı yapılırken elastik modları etkilememesi için eksenel yatağın rotorun uç kısmına yerleştirilmesi kararı alındı. Bu şekilde iki radyal manyetik yatak arasında rotorun elastik modları daha net gözlemlenebildi.



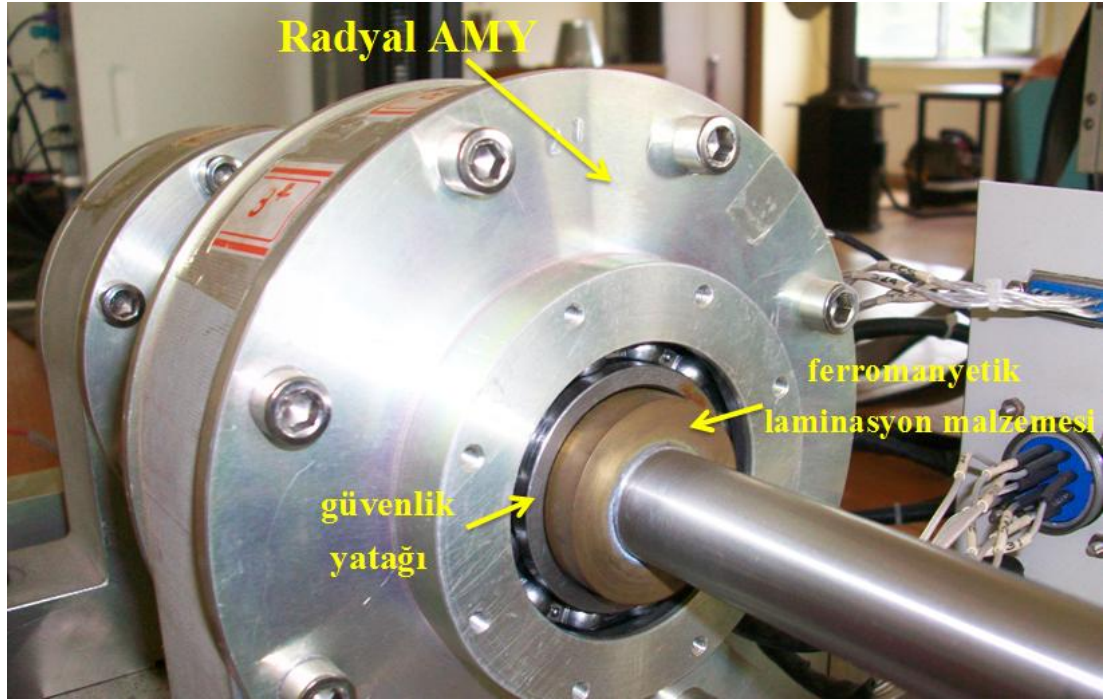
Şekil 4.2: Rotor boyutları

Tablo 4.1: Rotor parametreleri

Sembol	Anlamı	Değeri	Birimi
M	Rotor Kütlesi	4821,3138	$[gr]$
L	Rotor uzunluğu	866	$[mm]$
L_g	Kütle merkezi mesafesi	401,2463	$[mm]$
I_r	Radyal atalet momenti	3761393,1676	$[gr\ cm^2]$
I_p	Polar atalet momenti	9782,544	$[gr\ cm^2]$
I_p / I_r	Jiroskopik oran	0,0026008	$[-]$

4.1.2. Radyal Aktif Manyetik Yataklar

Deneyisel sistemde rotor üzerinde iki adet radyal AMY bulunmaktadır. Radyal aktif manyetik yataklar sekiz kutuplu olarak tasarlanmıştır. Rotora x ve y eksenlerinde yataklama sağlamaktadırlar. Radyal yataklarda yatakla rotor arasında 0.25 mm boşluk bulunmaktadır. Rotorun yatakların içine gelen kısımlarında ferromanyetik laminasyon malzemesi rotor üzerinde sıkı geçme olarak bulunmaktadır. Şekil 4.3'te radyal yatağın deneyisel sistemdeki fotoğrafı görülmektedir. Aynı zamanda şekilde ferromanyetik laminasyon malzemesi ve emniyet yatakları belirtilmiştir. Tablo 4.2'de ise deneyisel sistemdeki radyal yatakların parametreleri verilmiştir.



Şekil 4.3: Ön radyal aktif manyetik yatak

Tablo 4.2: Radyal yatak parametreleri

Radyal AMY Parametreleri	Sembol	Değeri	Birim
Rotor ile yatak arasındaki boşluk	x_0	0,25	$[mm]$
Bias akımı	i_0	2,5	$[A]$
Bobinlerin sarım sayısı	N	33	$[-]$
Elektromıknatıs yüzey alanı (tek kutup için)	A	160	$[mm^2]$
Manyetik geçirgenlik katsayısı	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$	$[H / m]$

4.1.2.1 Radyal Yatak Parametrelerinin Hesaplanması

Radyal yatak için karşımıza çıkan kuvvet katsayıları hem x hemde y doğrultusunda geçerli olmak üzere ön radyal yatak için K_{pf} ve K_{if} arka radyal yatak için K_{pr} ve K_{ir} 'dir. Rotor simetrik olduğu için x ve y yönündeki değerler birbirine eşittir.

$$K_{pf} = K_{pr} = 4k \frac{i_0^2}{x_0^3} \left[4 \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \right] \quad (4.1)$$

$$K_{if} = K_{ir} = 4k \frac{i_0}{x_0^2} \left[4 \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \right] \quad (4.2)$$

burada;

$$k = \frac{1}{4} \mu_0 N^2 A \quad (4.3)$$

Gerekli değerleri yerine yazarsak radyal yatak için yerdeğiştirmeden ve akıma bağlı kuvvet katsayıları (4.5) ve (4.7) ile elde etmiş oluruz.

$$K_{pf} = K_{pr} = (4) \left[\frac{1}{4} \left((4\pi 10^{-7}) (33^2) (1,6 \cdot 10^{-4}) \right) \right] \frac{(2,5)^2}{(2,5 \cdot 10^{-4})^3} \left[4 \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \right] \quad (4.4)$$

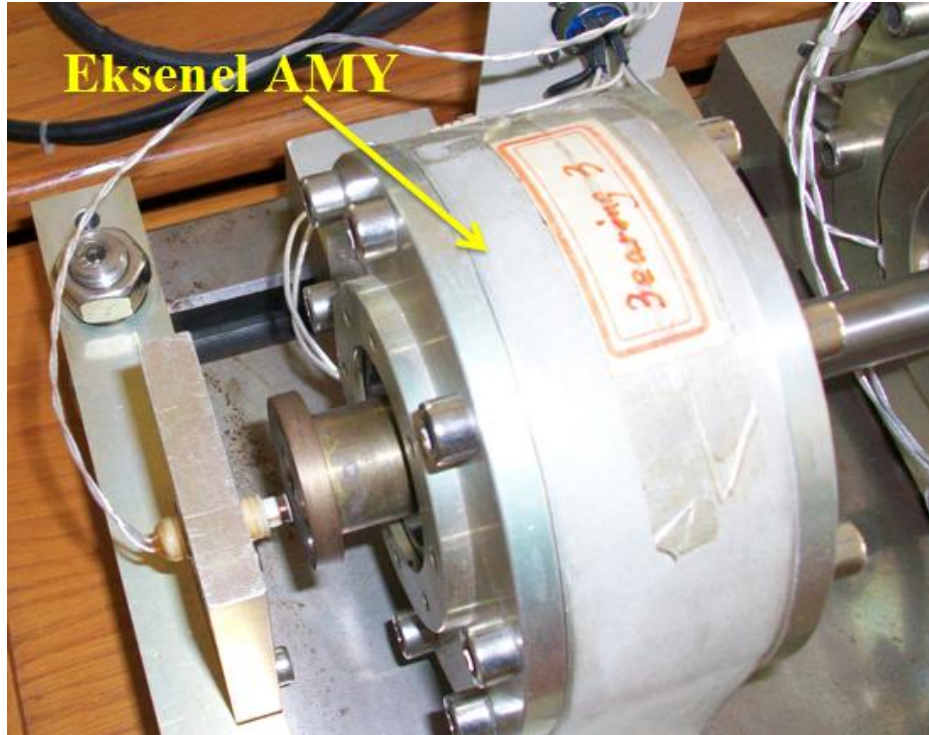
$$K_{pf} = K_{pr} = 3,2366 \cdot 10^5 \quad [N / m] \quad (4.5)$$

$$K_{if} = K_{ir} = (4) \left[\frac{1}{4} \left((4\pi 10^{-7}) (33^2) (1,6 \cdot 10^{-4}) \right) \right] \frac{(2,5)}{(2,5 \cdot 10^{-4})^2} \left[4 \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \right] \quad (4.6)$$

$$K_{if} = K_{ir} = 32,3663 \quad [N / A] \quad (4.7)$$

4.1.3. Eksenel Aktif Manyetik Yatak

Deneyisel sistemde bir adet eksenel AMY bulunmaktadır. Eksenel AMY rotorun boylamasına hareketini kısıtlamaktadır. Yapısı radyal yataklara göre daha basittir ve kontrol uygulaması daha kolay gerçekleştirilebilmektedir. Esas olarak rotor üzerine sıkı geçirilmiş bir diskin her iki tarafında yerleştirilmiş sargılardan oluşturulan elektromanyetik çekme kuvvetleri ile rotor merkez sıfır ekseninde temassız olarak konumlanacak şekilde kontrol edilmektedir. Disk ile elektromıknatıs arasındaki boşluk 0,25 mm'dir. Şekil 4.4'te deneyisel sistemde bulunan rotorun uç kısmındaki eksenel aktif manyetik yatak göstermektedir. Tablo 4.3'de ise deneyisel sistemdeki eksenel manyetik yatağın parametreleri verilmiştir.



Şekil 4.4: Eksenel aktif manyetik yatak

Tablo 4.3: Eksenel yatak parametreleri

Radyal AMY Parametreleri	Sembol	Değeri	Birim
Rotor ile yatak arasındaki boşluk	z_0	0,25	$[mm]$
Bias akımı	i_0	2,5	$[A]$
Bobinlerin sarım sayısı	N	24	$[-]$
Elektro mıknatıs yüzey alanı	A	419	$[mm^2]$
Manyetik geçirgenlik katsayısı	μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$	$[H / m]$

4.1.3.1 Eksenel Yatak Parametrelerinin Hesaplanması

Radyal yatak için hesaplanması gereken kuvvet katsayıları z doğrultusunda geçerli olmak üzere eksenel yatak için K_z ve K_i 'dir.

$$K_z = 4k \frac{i_0^2}{z_0^3} \quad (4.8)$$

$$K_i = 4k \frac{i_0}{z_0^2} \quad (4.9)$$

burada;

$$k = \frac{1}{4} \mu_0 N^2 A \quad (4.10)$$

Gerekli değerleri yerine yazarsak eksenel yatak için yerdeğiştirme ve akıma bağlı kuvvet katsayıları (4.12) ve (4.14) ile elde etmiş oluruz.

$$K_z = (4) \left[\frac{1}{4} \left((4\pi 10^{-7}) (24^2) (4.19 \cdot 10^{-4}) \right) \right] \frac{(2,5)^2}{(2,5 \cdot 10^{-4})^3} \quad (4.11)$$

$$K_z = 1,2131 \cdot 10^5 \text{ [N / m]} \quad (4.12)$$

$$K_i = (4) \left[\frac{1}{4} \left((4\pi 10^{-7}) (24^2) (4.19 \cdot 10^{-4}) \right) \right] \frac{(2,5)}{(2,5 \cdot 10^{-4})^2} \quad (4.13)$$

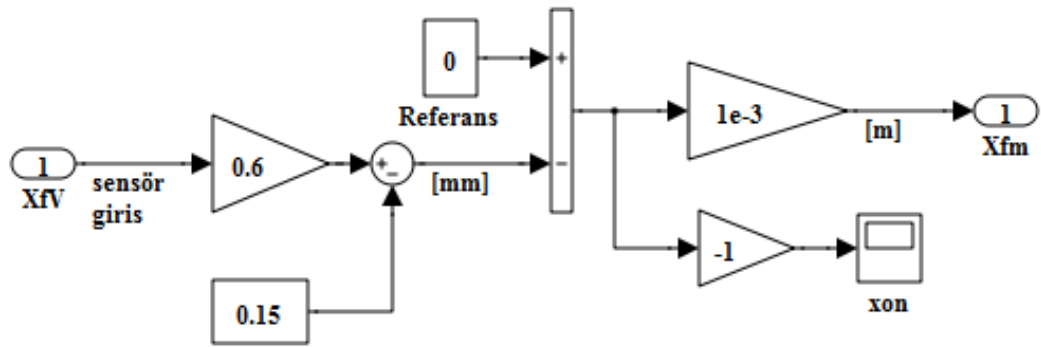
$$K_z = 12,1313 \text{ [N / A]} \quad (4.14)$$

4.1.4. Emniyet Yatakları

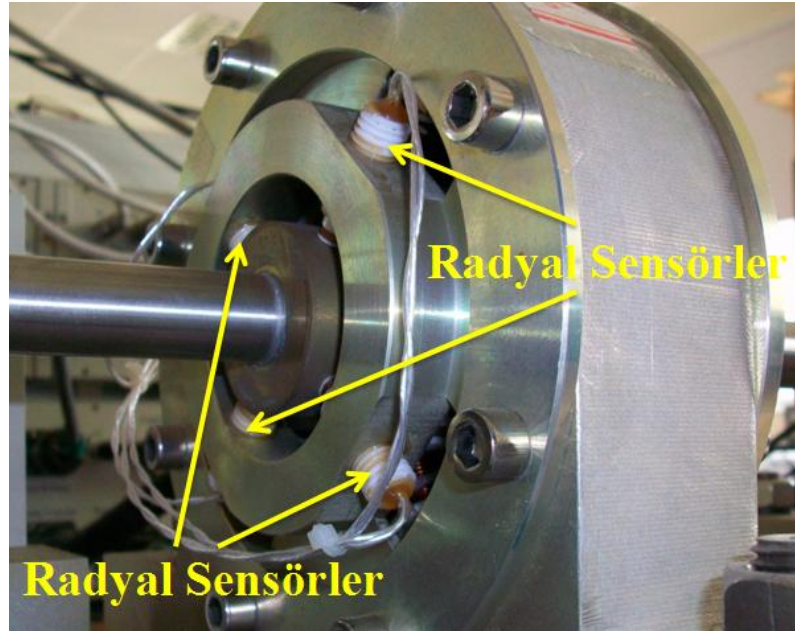
Kontrolün çalışmadığı durumlarda yani sistemde levitasyon sağlanmadığında rotor güvenlik yatakları üzerinde durmaktadır. Rotor ile güvenlik yatakları arasında boşluklu yataklama bulunmaktadır. Radyal yatakla güvenlik yatağı arasındaki boşluk 0.15 mm'dir. Levitasyon sağlandığında yani yataklar kontrol edilip rotor merkez eksene getirildiğinde rotor ile emniyet yatakları arasında hiç bir mekanik temas olmamaktadır. Rotorun yüksek devirlerde döndürülmesi esnasında kontrol sisteminde herhangi bir sorun olduğunda rotor emniyet yatağı üzerine düşmektedir. Emniyet yatakları radyal yükleri ve bir miktarda eksenel yükleri taşıyan bilyeli rulmanlı yataklardır. şekil 4.3'te emniyet yatağı radyal yatak görünümü içinde görülmektedir.

4.1.5. Sensörler

Elastik rotor aktif manyetik yatak sisteminde rotor konumunu ölçmek için toplamda on adet endüktif sensör (*eddy current sensor*) kullanılmıştır. Sensörler her bir ekseninde karşılıklı olarak yerleştirilmiştir ve rotor yerdeğiştirmesini ölçecek şekilde tasarlanmıştır. Bu sensörler manyetik bir malzemenin kendilerine olan uzaklığının değişmesiyle oluşan akım değeri değişen bobinlerden meydana gelmektedir. Daha sonra bir elektronik sensör devresi yardımıyla bu değişen endüktans değeri rotorun konumuyla orantılı bir voltaj değerine dönüştürülür. Kontrol tasarımı esnasında birimler kilogram ve metre olarak seçilmiştir. Sensörlerden okunan voltaj değerini metreye çeviren kontrol bloğu Şekil 4.5'deki gibidir. Bu voltaj değerinin sensör kazancı ile yani voltaj değerini metre değerine dönüştüren blokların çarpılmasıyla rotorun konumu bulunmaktadır. Şekil 4.6'de radyal aktif manyetik yataklar için sensörün konumu gösterilmiştir. Sensör konumları yatak noktalarına yakın olacak şekilde seçilmiştir.

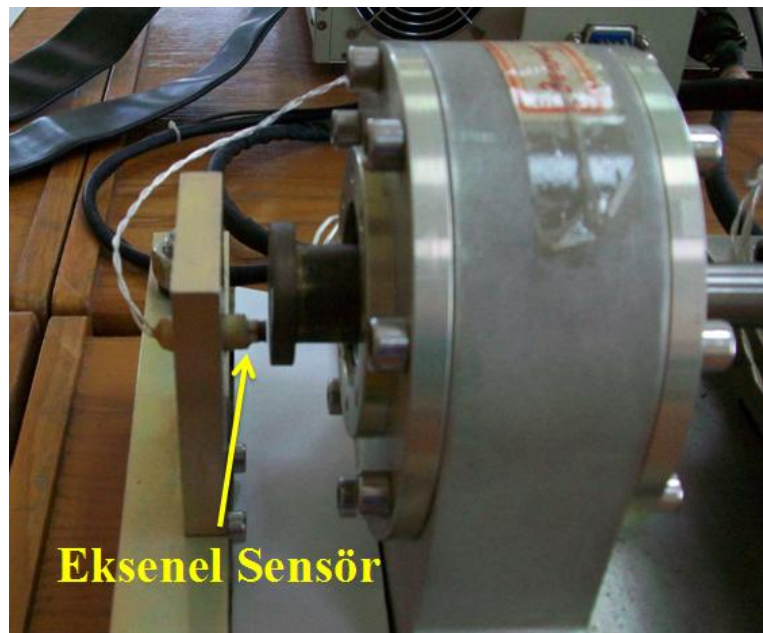


Şekil 4.5: Sensörlerden okunan voltaj değerini metreye çeviren blok



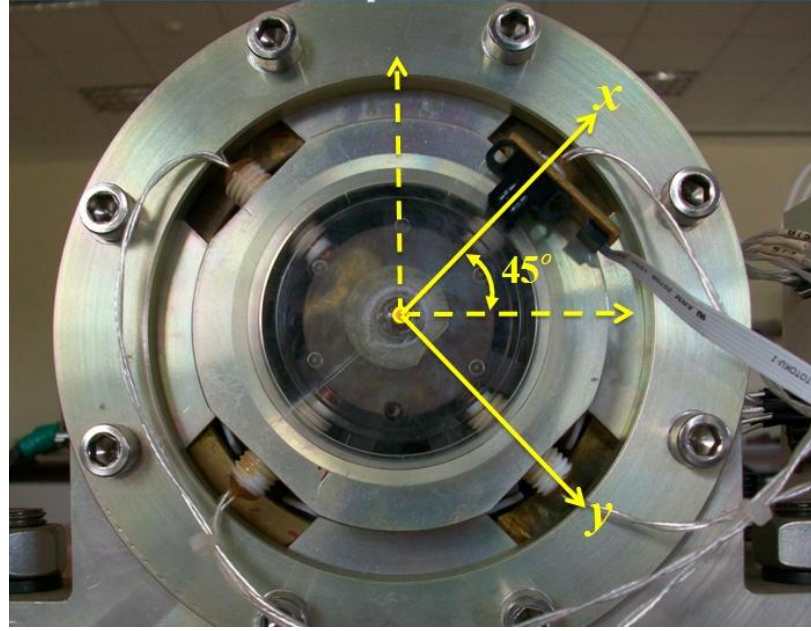
Şekil 4.6: Radyal AMY sensörleri

Şekil 4.7’de ise eksenel aktif manyetik yatak için sensör konumu gösterilmiştir. Eksenel yatağa iki adet sensör yerleştirmek zor olduğu için eksenel yatakta tek sensör kullanmıştır. Sensörler karşılıklı çalıştıkları için karşı tarafındaki manyetik özellikli bir malzeme ile sonlandırılarak sensör kontrol kutusu içinde muhafaza edilmiştir.



Şekil 4.7: Eksenel AMY sensörü

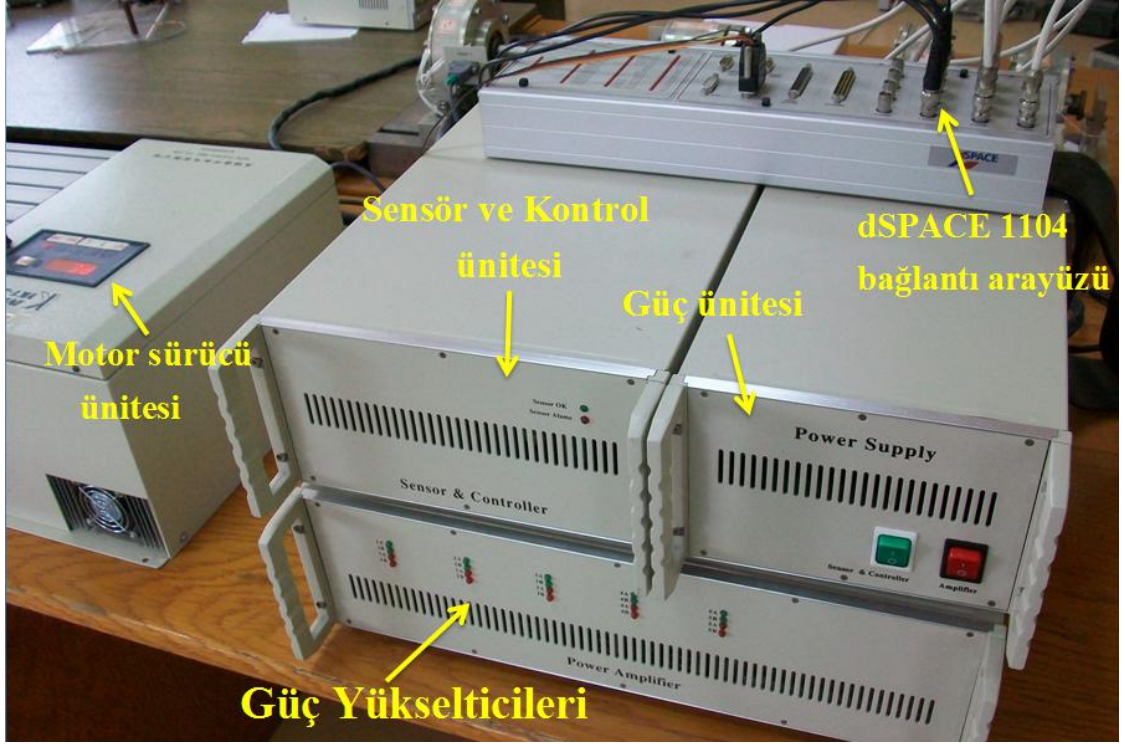
Şekil 4.8’de görüldüğü gibi radyal sensör eksenleri ve elektromıknatıs etki konumları ile yerçekimi eksenleri arasında 45 derecelik açı vardır. Böylece rotor ağırlığının her iki eksene olan etkisi aynı olmakta ve her iki ekseninde eşit bias akımı kullanılabilir. Kontrol sırasında rotanın ağırlığının bias akımı tarafından karşılandığı düşünülmektedir. Her iki radyal manyetik yatak için aynı sensör sayısı ve aynı sensör yerleşimi söz konusudur.



Şekil 4.8: Radyal AMY sensörlerinin dizilimi

4.1.6. Kontrol Ünitesi

Deneyisel sistemde elektromıknatısların güç yükselticileri ve sensörlerin yükselticileri kontrol üniteleri içine yerleştirilmiştir. Manyetik yataklar iki kademeli olarak devreye alınmaktadır. İlk olarak sensör ünitesi açılmakta daha sonra manyetik yataklara akımların gitmesi sağlanmaktadır. Şekil 4.9’da deneyisel sistem kontrol ünitesi gösterilmektedir.



Şekil 4.9: Deney düzeneği ekipmanları

4.1.7. Güç Yükselticileri

Deneyisel sistemde her eksen için iki adet elektromıknatıs bulunmaktadır. Tek eksen için kullanılan iki adet elektromıknatıstan aynı bias akımı geçmektedir. Böylelikle bir eksen için iki akım sürücüsü yerine iki çıkışlı bir akım sürücüsü yeterli olmaktadır. Güç yükseltici modülünün içinde toplam 5 eksen temsil eden beş adet akım sürücüsü bulunmaktadır. Şekil 4.9’da güç yükselticisi gösterilmektedir.

4.1.8. Alternatif Akım Motoru

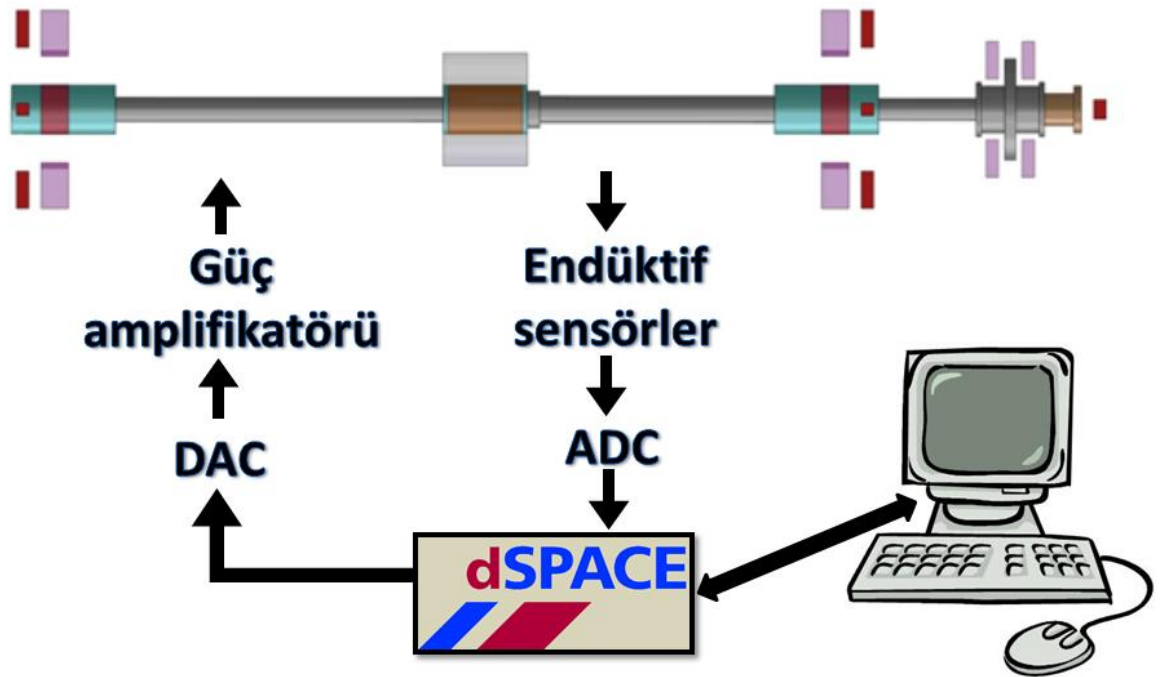
Rotora hareketi Şekil 4.1’de gösterilen yüksek frekans alternatif akım motoru vasıtasıyla elde edilmektedir. Motorun konumu rotorun kütle merkezine yakın bir nokta olarak seçilmiştir. Böylece motorun rotor üzerine olan etkisi en aza indirilmeye çalışılmıştır. Elektrik motorunun rotora herhangi bir mekanik teması yoktur. Motor bir değişken frekanslı alternatif akım motor sürücüsü yardımıyla sürülmektedir (Şekil 4.9). Rotorun hızı herhangi bir geri beslemeyle sürücü devresine aktarılmamaktadır.

Bu yüzden laboratuvar ekibimiz tarafından rotorun hızını gözlemlemek için rotora bir adet enkoder ilave edilmiştir.

4.2. Kontrol Düzenegi Elemanları

4.2.1. Kapalı Çevrim Sistem Yapısı

Deneyisel sistem Şekil 4.10’de gösterildiği gibi kapalı çevrim geri besleme kontrol yapısı, aktif manyetik yatak elastik rotor sistemi, dSPACE dijital kontrol arayüzü, elektromıknatısların yükselticileri ve sensörlerden oluşmaktadır. AMY sisteminde beş kapasitif sensör çifti kontrol edilen beş eksendeki rotor yerdeğiştirmelerini ölçmektedir. Sensör sinyalleri AD dönüştürücüler üzerinden dSPACE dijital kontrol arayüzüne gelmektedir. Tasarlanan ve dSPACE’e yüklenen kontrolörün hesapladığı kontrol giriş sinyalleri elektromıknatıslara DA dönüştürücüler ve elektromıknatıs yükselticileri üzerinden sağlanmaktadır. Rotor kontrol edilmediğinde daha öncede belirtildiği gibi rotor emniyet yatakları üzerinde durmaktadır.



Şekil 4.10: Kapalı çevrim deneyisel sistem yapısı

4.2.2. dSPACE 1104 Dijital Kontrol Arayüzü

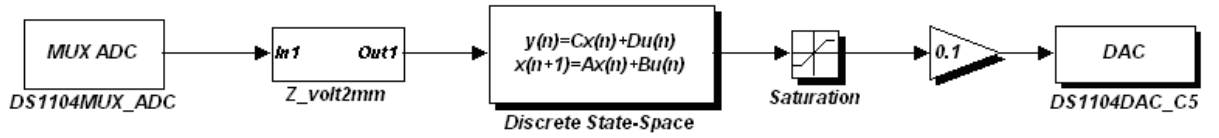
Deney düzeneği ile bilgisayar arasındaki bağlantı gelişmiş bir veri giriş çıkış birimi olan “dSPACE 1104” modülü vasıtası ile sağlanmaktadır. Donanım özellikleri olarak DS1104 modülü 250MHz işlemci hızına sahip bir DSP’ye ve 8MB’ı flash olmak üzere 40 MB bellek kapasitesine, 20 dijital, 8 analog giriş-çıkış bağlantı noktasına sahiptir. Dspace, kurulumu esnasında gerçek zaman arayüzü kullanarak *Matlab/simulink* ile entegrasyonu sağlar ve kurulumu ile birlikte Simulink içerisinde bloklarını oluşturur. Deneyler sırasında modül üzerindeki giriş ve çıkışlardan, sensör çıkışlarını okuyabilmemiz için beş adet analog dijital dönüştürücü (ADC), kontrol işaretlerini sisteme uygulayabilmemiz için beş adet dijital analog dönüştürücü (DAC) kullanılmıştır. “dSPACE 1104” modülü ile deney düzeneği arasındaki bağlantılar bir konnektör kutusu üzerinden olmaktadır.

Sinyal gönderimi-alımı *Simulink* ve *Dspace ControlDesk* yazılımı üzerinden yapılabilirken sinyal izleme, işletim sisteminin gerçek zamanlı olmamasından dolayı *ControlDesk* ile grafik arayüzü sağlanabilmektedir. *Simulink*’te model oluşturulduktan sonra derlemek için menüden *Tools-> Real-Time Workshop-> Build Model* seçilebilir veya “Ctrl+B” kısayolu ile derleme yapılabilir. Kullanılan gerçek zamanlı algoritmalar için *Matlab-Simulink* ortamında oluşturulan bu bloklar *Matlab-RealTime workshop* ile C veya C++ koduna dönüştürülür ve *dSPACE-RealTime Interface* yazılımı yardımıyla *Dspace DS1104* sayısal işaret işlemci kartına yüklenir. Derleme sonrası *Dspace* tarafından ‘RTI Data’ bloğu oluşturulur ve seçilen sinyal çıkışa gönderilir.

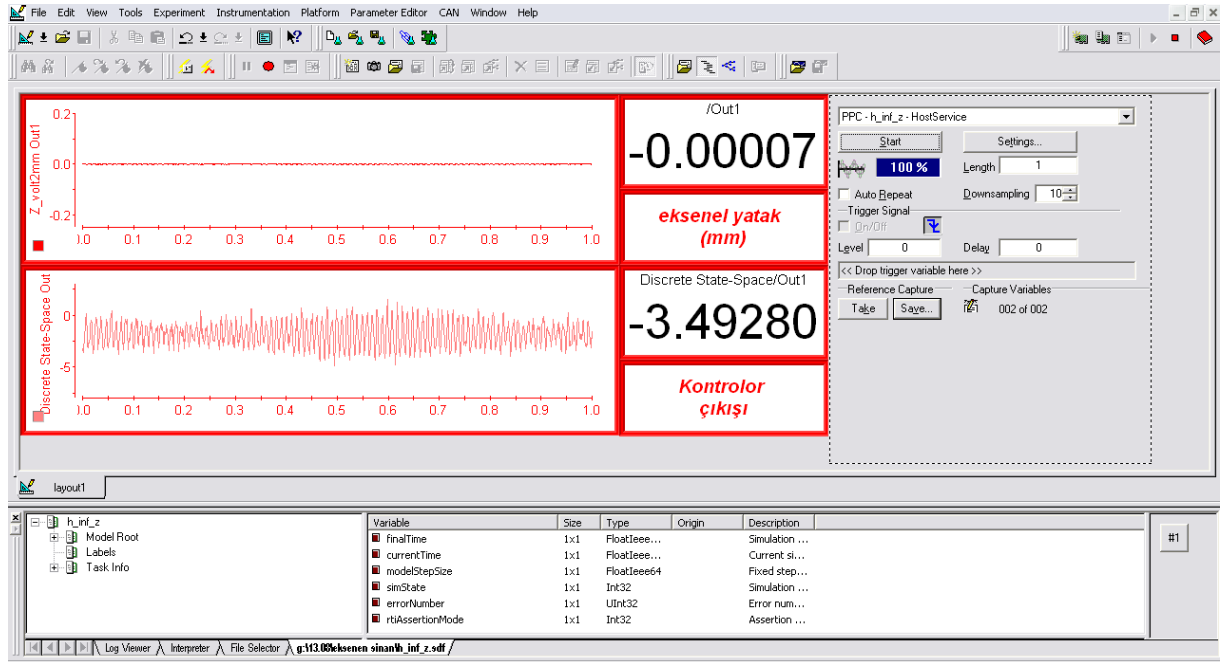
4.2.3. ControlDesk Grafik Arayüzü

Tasarlanan kontrolörler dSPACE dijital kontrol ünitesine yüklenmekte ve derlenmektedir. Elastik rotor manyetik yatak modeline bağlı olarak tasarlanan durum uzayı (*state space*) yapısındaki dinamik kontrolör (*H-infinity kontrolör*) esas olarak sürekli zaman domeninde tasarlanmaktadır. Tasarlanan kontrolörler *Tustin* transformasyonu kullanılarak ayrık (*discrete*) hale getirilmekte ve dSPACE üzerinde

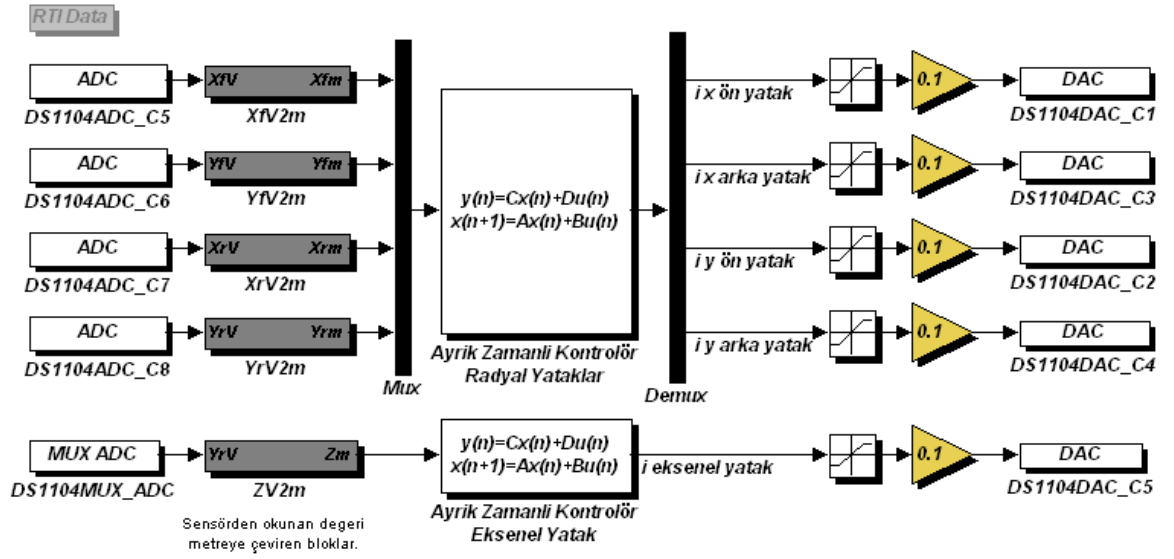
bu kontrolörler kullanılmaktadır. Durum uzayı yapısında gerçekleştirilen kontrolör blok diyagramı eksenel kontrolör için Şekil 4.11’de gösterilmiştir. Şekil 4.12 dSPACE *ControlDesk* arayüzünü göstermektedir. Yüklenen kontrolörün çalıştırılması ile elde edilen veriler bu grafik arayüz üzerinden gerçek zamanlı olarak görülebilmektedir. Ayrıca Şekil 4.13’de beş eksenin durum uzayı yapısındaki dinamik kontrolör (*H-infinity kontrolör*) yapısını göstermektedir. Bu kontrol gerçekleştirilmesi için dSPACE *ControlDesk* grafik arayüzü Şekil 4.14’te verilmiştir.



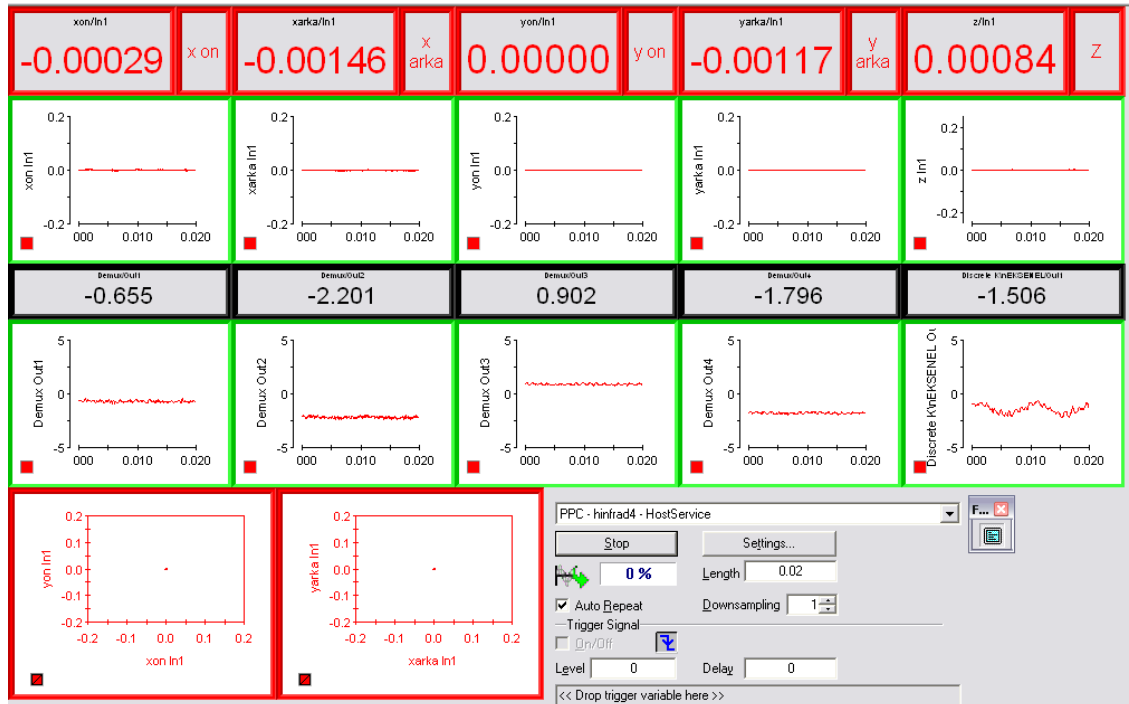
Şekil 4.11: dSPACE’e yüklenen eksenel dinamik kontrolör yapısı



Şekil 4.12: Eksenel kontrolde dSPACE *ControlDesk* grafik arayüzü



Şekil 4.13: Beş serbestlik dereceli sistemin kontrolör yapısı



Şekil 4.14: Radyal kontrol için dSPACE ControlDesk grafik arayüzü

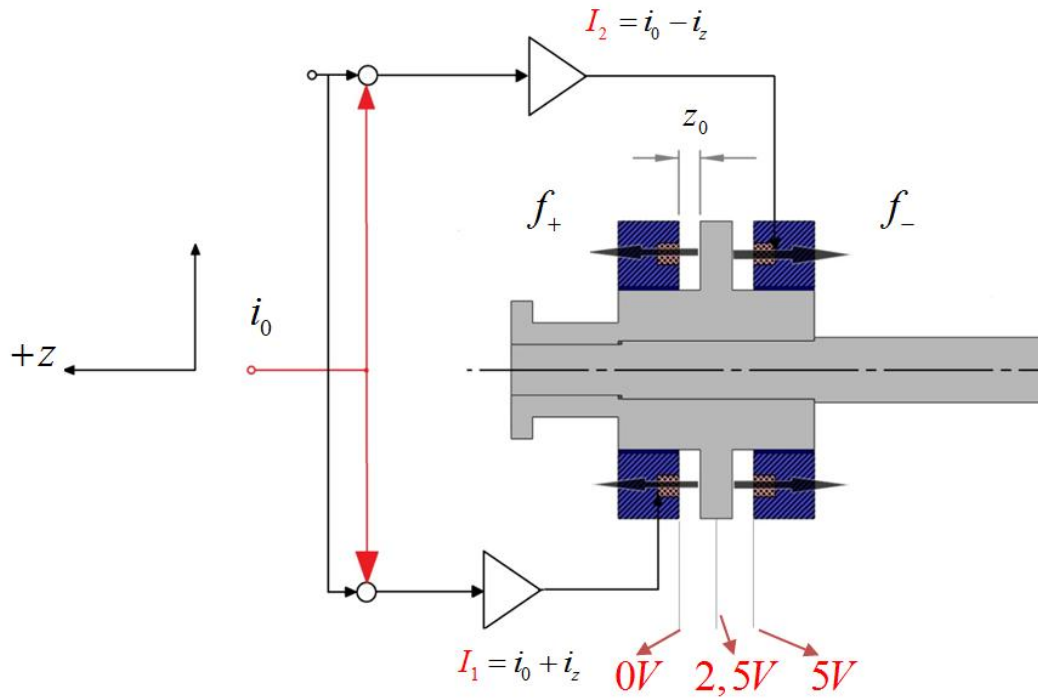
5. ROTOR YATAK SİSTEMİNİN MODELLENMESİ

5.1. Rotor Eksenel AMY Sisteminin Modellenmesi

Eksenel doğrultudaki modelleme için hareket denklemi aşağıdaki gibi düşünülebilir.

$$M \ddot{z} = f_z \quad (5.1)$$

Burada z eksenel yöndeki rotor hareketini, M rotor kütlesini temsil etmektedir. Ayrıca f_z manyetik yatak kuvvetini göstermektedir. Modellemenin daha anlaşılır olması için şematik gösterim ve çalışma prensibi Şekil 5.1’de gösterilmiştir.



Şekil 5.1: Eksenel yatak şematik gösterimi ve çalışma prensibi

Esas olarak manyetik yatak kuvveti doğrusal değildir ve elektromıknatıslardan geçen akımın karesi ile doğru, yatak ile elektromıknatıs arasındaki boşluğun karesi ile ters

orantılı olarak oluşmaktadır. Doğrusal olmayan eksenel yatak kuvveti aşağıdaki şekilde tanımlanabilir.

$$f_z = f_+ - f_- = k \left(\frac{(i_0 + i_z)^2}{(z_0 - z)^2} - \frac{(i_0 - i_z)^2}{(z_0 + z)^2} \right) \quad (5.2)$$

Bu denklemde i_0 ile gösterilen elektromıknatıslardan sabit olarak akan bias akımıdır. i_z kontrolör tarafından hesaplanan kontrol akımını temsil etmektedir. Ayrıca z_0 elektromıknatıs ile disk arasındaki yatak boşluğudur. Lineer bir kontrol tasarımı yapmak için kuvvetin lineerleştirilmesi gerekmektedir. Bunun için doğrusal olmayan kuvvet ifadesi (5.2)'nin ilk terimini ele alalım;

$$f_+(z, i_z) = \frac{(i_0 + i_z)^2}{(z_0 - z)^2} \quad (5.3)$$

$$f_z = k f_+(z, i_z) \quad (5.4)$$

Doğrusal olmayan kuvvet ifadesindeki ilk terim aşağıdaki gibi lineerleştirilebilir;

$$\Delta f_z = k \left(\frac{\partial f}{\partial z} \right)_{\substack{i_z=0 \\ z=0}} \Delta z + k \left(\frac{\partial f}{\partial i_z} \right)_{\substack{i_z=0 \\ z=0}} \Delta i_z \quad (5.5)$$

$$\Delta f_z = k \left(\frac{0 - 2(z_0 - z)(-1)(z_0 + i_z)^2}{(z_0 - z)^4} \right)_{\substack{i_z=0 \\ z=0}} \Delta z + k \left(\frac{2(i_0 + i_z)(z_0 - z)^2}{(z_0 - z)^4} \right)_{\substack{i_z=0 \\ z=0}} \Delta i_z \quad (5.6)$$

Sonuç olarak;

$$\Delta f_z = k \frac{2i_0^2}{z_0^3} \Delta z + k \frac{2i_0}{z_0^2} \Delta i_z \quad (5.7)$$

elde edilir. Benzer şekilde doğrusal olmayan kuvvet ifadesinin ikinci terimini (5.2) düşünelim;

$$f_{-}(z, i_z) = \frac{(i_0 - i_z)^2}{(z_0 + z)^2} \quad (5.8)$$

$$f_z = k f_{-}(z, i_z) \quad (5.9)$$

Aynı işlem ikinci terim içinde yapılır ve ilk terimde elde edilen ifade ile birlikte düşünülürse lineer kuvvet;

$$f_z = K_z z + K_i i_z \quad (5.10)$$

$$f_z = f_{z+} - f_{z-} = K_z z + K_i i_z \quad (5.11)$$

burada;

$$K_z = 4k \frac{i_0^2}{z_0^3} \quad (5.12)$$

$$K_i = 4k \frac{i_0}{z_0^2} \quad (5.13)$$

olarak elde edilir. Lineerleştirmeden sonra denklem (5.1) aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$M \ddot{z} = K_z z + K_i i_z \quad (5.14)$$

Bu denklemi tekrar düzenlersek;

$$\ddot{z} = \frac{1}{M} f_z = \frac{1}{M} (K_z z + K_i i_z) = \frac{K_z}{M} z + \frac{K_i}{M} i_z \quad (5.15)$$

Durum uzayı değişkenlerini aşağıdaki gibi seçerek durum uzayı (state-space) formunu (5.17)'deki gibi elde ederiz.

$$\begin{aligned} z_1 &= z \\ z_2 &= \dot{z} \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{z} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{K_z}{M} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_i}{M} \end{bmatrix} i_z \quad (5.17)$$

Sisteme ait ölçülen değişkeni gösteren çıkış denklemi;

$$y = K_s \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (5.18)$$

olarak bulunur. Burada K_s sensör kazancını ifade etmektedir.

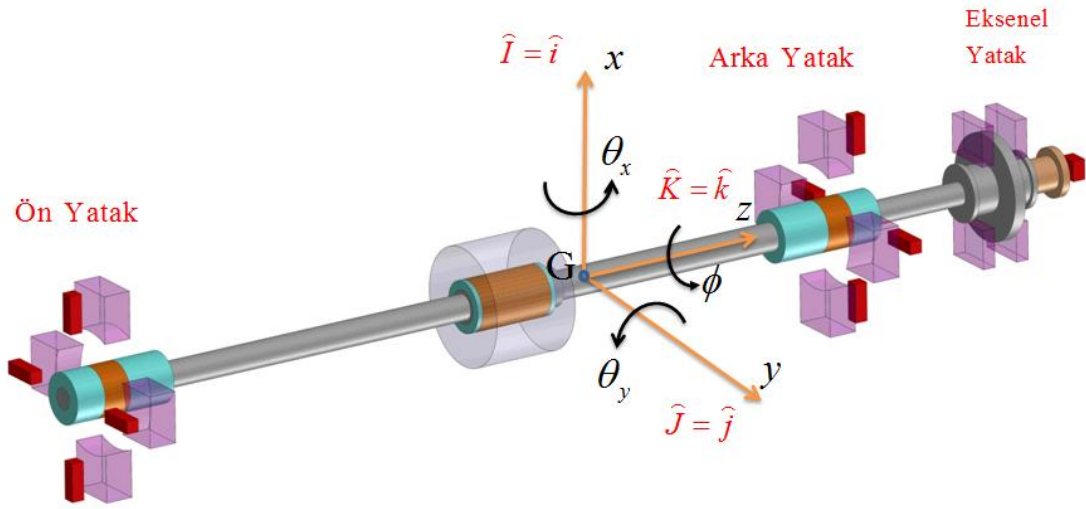
5.2. Rotor - Radyal AMY Sisteminin Modellenmesi

Manyetik yataklar konusunda yapılan kontrol çalışmaları ve araştırma makalelerinin büyük çoğunluğu rijit rotor kabulü ile yapılan çalışmalardır [Sivrioğlu and Nonami, 1998] - [Sivrioğlu, 2007]. Rijit rotor manyetik yatak hareket denklemleri Newton yaklaşımı veya Lagrange denklemleri kullanılarak çıkartılabilir. Burada Lagrange denklemleri kullanılarak hareket denklemleri elde edilecektir. Bu nedenle enerji denklemlerinin öncelikle elde edilmesi gerekmektedir. Rotorun kütle merkezinden geçen sabit bir eksen takımına göre açısal yerdeğiştirme hareketleri Euler açıları kullanılarak elde edilebilir ve buna bağlı olarak rotorun dönme kinetik enerji ifadesi yazılabilir.

Üç boyutlu uzayda rijit bir cismin sabit bir noktada herhangi bir şekilde konumlandırılması için gerekli ve yeterli açılara euler açıları denir. Euler açıları kullanılarak herhangi bir rijit cismin üçboyutlu uzayda açısal yer değiştirmeleri sonucunda aldığı konum sabit bir referans eksen sistemine göre belirlenebilir.

5.2.1. Rijit Rotor Manyetik Yatak Sistemi Modellemesi

Rijit rotor kabulü ile modelleme yapmak için öncelikli işlem adımımız rotorun uzaydaki sabit bir referans eksene göre hareketini incelemek olacaktır. Sırasıyla ilk olarak rotoru x eksenine etrafında θ_x kadar döndürelim hemen ardından y ekseninin yeni konumunda θ_y kadar döndürelim son olarak ise z ekseninin yeni konumunda ϕ kadar döndürelim.

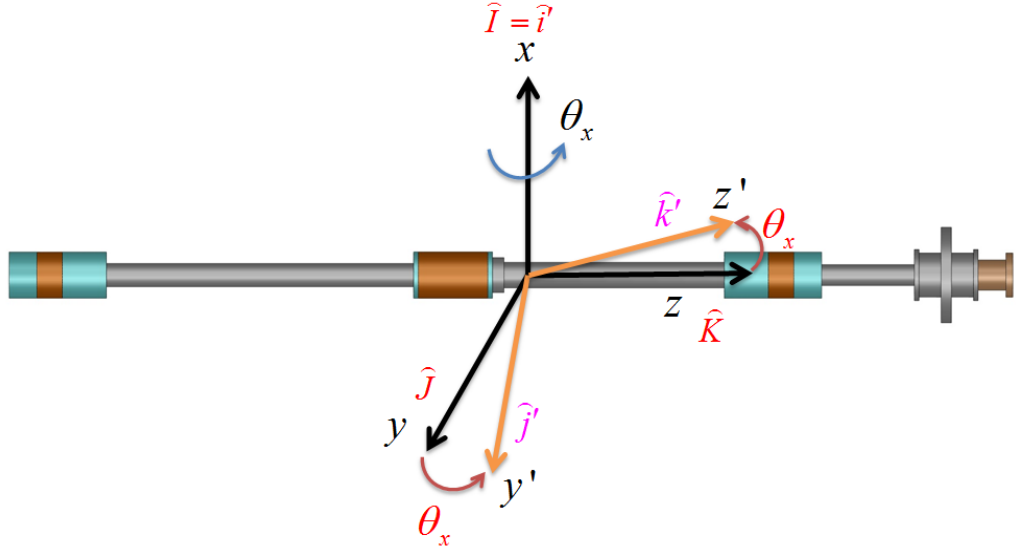


Şekil 5.2: Rijit rotor açısal yerdeğiştirmeleri ve eksen takımı

Şekil 5.2’de $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$ sabit dönmeyen eksen takımı birim vektörleri ifade etmektedir. Aynı şekilde $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ ise rotor kütle merkezi olan (G) noktasına bağlı eksen takımı birim vektörleri gösterilmektedir. Euler açılarının sırasıyla hareketini incelemeden önce açılarının sıfır olduğu yani $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}) = (\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ kabulü yapılmaktadır.

5.2.1.1 Birinci Euler Açısı

Birinci euler açısı için rotorun x eksenine doğrultusunda θ_x açısı kadar döndürüldüğünü kabul edelim. Şekil 5.3’de belirtildiği gibi hareket sabit halde bulunan $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$ koordinatlarından $(\hat{i}', \hat{j}', \hat{k}')$ koordinatlarına doğru olur. Hareket x eksenine doğrultusunda olduğu için $\hat{I} = \hat{i}'$ ’dir.



Şekil 5.3: İlk euler açısı hareketi

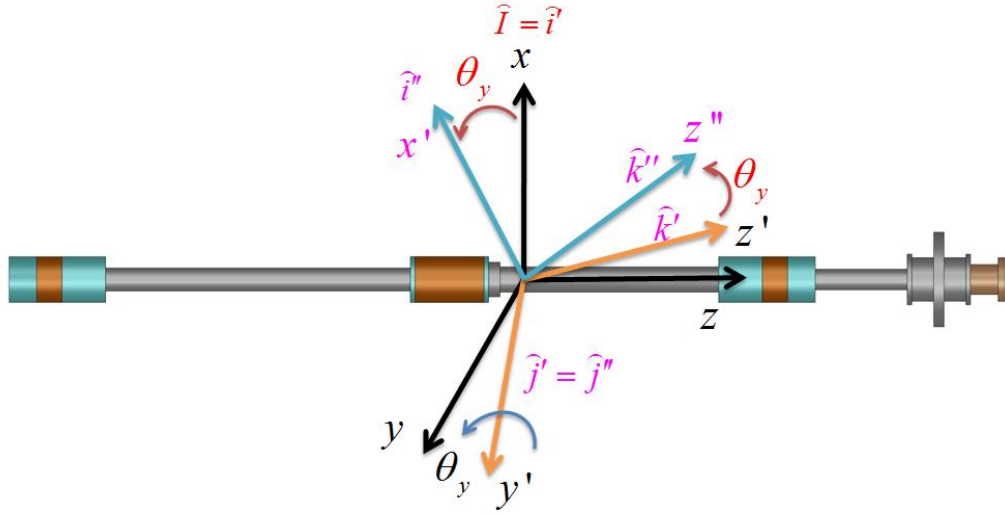
Aşağıdaki denklemlerde görüldüğü gibi ilk euler açısı için dönüşüm matrisi elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned}
 \hat{i}' &= \hat{I} \\
 \hat{j}' &= \cos \theta_x \hat{J} + \sin \theta_x \hat{K} \\
 \hat{k}' &= -\sin \theta_x \hat{J} + \cos \theta_x \hat{K}
 \end{aligned} \tag{5.19}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{i}' \\ \hat{j}' \\ \hat{k}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & \sin \theta_x \\ 0 & -\sin \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{bmatrix} \tag{5.20}$$

5.2.1.2 İkinci Euler Açısı

İkinci euler açısı için rotorun y eksenini etrafında θ_y açısında kadar döndürüldüğünü kabul edelim. Şekil 5.4'de belirtildiği gibi hareket bir önceki hareket sonucu elde edilen $(\hat{i}', \hat{j}', \hat{k}')$ koordinatlarından $(\hat{i}'', \hat{j}'', \hat{k}'')$ koordinatlarına doğru olur. Hareket y eksenini doğrultusunda olduğu için $\hat{j}' = \hat{j}''$ 'dir.



Şekil 5.4: İkinci euler açısı hareketi

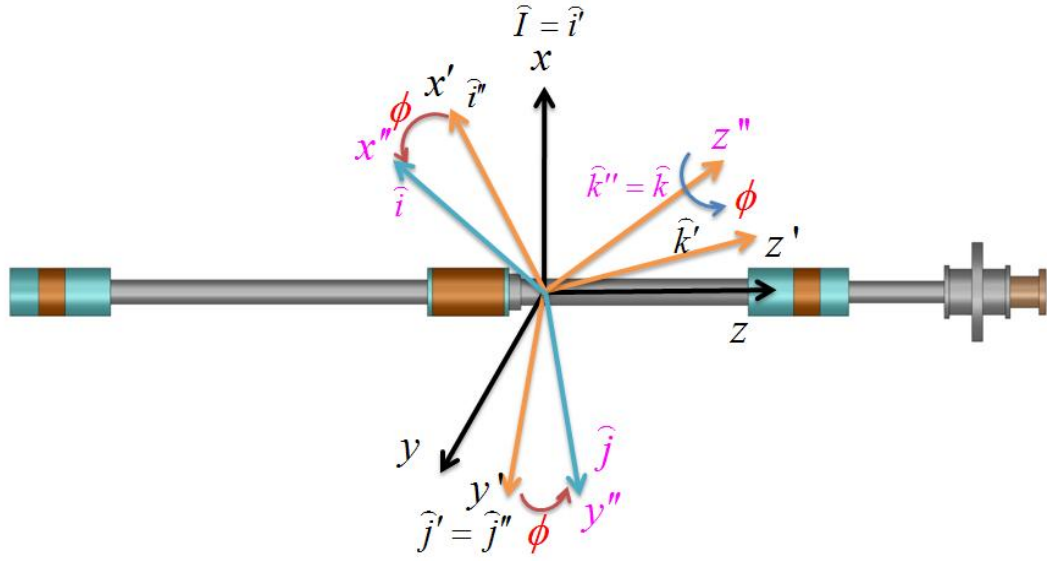
Aşağıdaki denklemlerde görüldüğü gibi ikinci euler açısı için dönüşüm matrisi elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned}\hat{i}'' &= \cos \theta_y \hat{i}' - \sin \theta_y \hat{k}' \\ \hat{j}'' &= \hat{j}' \\ \hat{k}'' &= \sin \theta_y \hat{i}' + \cos \theta_y \hat{k}'\end{aligned}\tag{5.21}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{i}'' \\ \hat{j}'' \\ \hat{k}'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & -\sin \theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}' \\ \hat{j}' \\ \hat{k}' \end{bmatrix}\tag{5.22}$$

5.2.1.3 Üçüncü Euler Açısı

Son euler açısı için rotorun z eksenine etrafında ϕ açısı kadar döndürüldüğünü kabul edelim. Şekil 5.5’de belirtildiği gibi hareket bir önceki hareket sonucu elde edilen $(\hat{i}'', \hat{j}'', \hat{k}'')$ koordinatlarından $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ koordinatlarına doğru olur. Hareket z eksenine doğrultusunda olduğu için $\hat{k} = \hat{k}''$ ’dir.



Şekil 5.5: Üçüncü euler açısı hareketi

Son euler açısı için dönüşüm matrisi aşağıdaki şekilde elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned}\hat{i} &= \cos \phi \hat{i}'' + \sin \phi \hat{j}'' \\ \hat{j} &= -\sin \phi \hat{i}'' + \cos \phi \hat{j}'' \\ \hat{k} &= \hat{k}''\end{aligned}\tag{5.23}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}'' \\ \hat{j}'' \\ \hat{k}'' \end{bmatrix}\tag{5.24}$$

5.2.1.4 Euler Dönüşüm Matrisi Ve Toplam Açısal Hız

Rotorun toplam açısal hızı her bir eksen etrafındaki hızların vektörel toplamı olarak ifade edilebilir.

$$\vec{\omega}_{total} = \dot{\theta}_x \hat{I} + \dot{\theta}_y \hat{j}' + \dot{\omega} \hat{k}\tag{5.25}$$

Rotorun toplam açısal hızında yer alan $\hat{I}$ ve $\hat{j}'$ terimlerinin rotora sabitlenmiş esas eksen sistemine $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ dönüşümü gerekmektedir.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{i}' \\ \hat{j}' \\ \hat{k}' \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta_x & \sin \theta_x \\ 0 & -\sin \theta_x & \cos \theta_x \end{bmatrix}}_{R_{\theta_x}} \begin{bmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \hat{i}'' \\ \hat{j}'' \\ \hat{k}'' \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \theta_y & 0 & -\sin \theta_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_y & 0 & \cos \theta_y \end{bmatrix}}_{R_{\theta_y}} \begin{bmatrix} \hat{i}' \\ \hat{j}' \\ \hat{k}' \end{bmatrix} \\ & & \begin{bmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{R_\phi} \begin{bmatrix} \hat{i}'' \\ \hat{j}'' \\ \hat{k}'' \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.26)$$

Yukarıda verilen üç dönüşüm matrisi düzenlenmiş olarak (5.27)'deki gibi yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{bmatrix} = R_\phi R_{\theta_y} R_{\theta_x} \begin{bmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

Üç ortogonal dönüşüm matrisinin çarpımı yine bir ortogonal matristir. Başlangıç durumundan son duruma olan oryantasyonu toplam ortogonal transformasyon olarak ifade edersek (5.28) eşitliğini elde ederiz.

$$R = R_\phi R_{\theta_y} R_{\theta_x} \quad (5.28)$$

Ortogonal matris R 'nin tersi aynı zamanda transpozuna eşittir.

$$R^{-1} = R^T \quad (5.29)$$

R matrisini ve tersini bulmak için *Matlab* programının *Symbolic Math toolbox*'ı kullanıldı.

$$R = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \theta_y & \cos \phi \sin \theta_x \sin \theta_y + \cos \theta_x \sin \phi & \sin \phi \sin \theta_x - \cos \phi \cdot \cos \theta_x \sin \theta_y \\ -\cos \theta_y \sin \phi & \cos \phi \cos \theta_x - \sin \phi \sin \theta_x \sin \theta_y & \cos \theta_x \sin \phi \sin \theta_y + \cos \phi \sin \theta_x \\ \sin \theta_y & -\cos \theta_y \sin \theta_x & \cos \theta_x \cos \theta_y \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

Yukarıda bulduğumuz R matrisinin tersi gene aynı matrisin ortogonaline eşittir.

$$R^T = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \theta_y & -\cos \theta_y \sin \phi & \sin \theta_y \\ \cos \phi \sin \theta_x \sin \theta_y + \cos \theta_x \sin \phi & \cos \phi \cos \theta_x - \sin \phi \sin \theta_x \sin \theta_y & -\cos \theta_y \sin \theta_x \\ \sin \phi \sin \theta_x - \cos \phi \cos \theta_x \sin \theta_y & \cos \theta_x \sin \phi \sin \theta_y + \cos \phi \sin \theta_x & \cos \theta_x \cos \theta_y \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{bmatrix} = R^{-1} \begin{bmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{bmatrix} \quad R^{-1} = R^T \quad (5.32)$$

Yukarıda elde ettiğimiz matrizen (5.32) birinci elemanı çekelim.

$$\hat{I} = \cos \omega \cdot \cos \theta_y \hat{i} - \cos \theta_y \cdot \sin \omega \hat{j} + \sin \theta_y \hat{k} \quad (5.33)$$

$\hat{j}' = \hat{j}''$ olduğundan $\hat{j}'$ 'yi bulmak için (5.24)'teki ifadenin tersini yani ortogonal olduğu için transpozunu alıyoruz.

$$\begin{bmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}'' \\ \hat{j}'' \\ \hat{k}'' \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \hat{i}'' \\ \hat{j}'' \\ \hat{k}'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

$$\hat{j}'' = \hat{j}' = \sin \phi \hat{i} + \cos \phi \hat{j} \quad (5.35)$$

Sonuç olarak toplam hız ifadesi aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\vec{\omega}_{total} = \dot{\theta}_x \hat{I} + \dot{\theta}_y \hat{j}' + \dot{\phi} \hat{k} \quad (5.36)$$

Toplam hız ifadesi terimine denklem (5.33), (5.35) ve (5.23)'te bulduğumuz ifadeleri (5.36) nolu denklemde yerlerine yazarsak aşağıdaki toplam hız ifadesi denklemi elde ederiz.

$$\vec{\omega}_{total} = \left[\dot{\theta}_x (\cos \phi \cdot \cos \theta_y) + \dot{\theta}_y (\sin \phi) \right] \hat{i} + \left[\dot{\theta}_x (-\cos \theta_y \cdot \sin \phi) + \dot{\theta}_y (\cos \phi) \right] \hat{j} + \left[\dot{\theta}_x (\sin \theta_y) + \dot{\phi} \right] \hat{k} \quad (5.37)$$

Açısal hızlar her bir koordinat için ayrı olarak düşünülürse (5.38) elde edilebilir.

$$\begin{aligned} \omega_x &= \dot{\theta}_x (\cos \phi \cdot \cos \theta_y) + \dot{\theta}_y (\sin \phi) \\ \omega_y &= \dot{\theta}_x (-\cos \theta_y \cdot \sin \phi) + \dot{\theta}_y (\cos \phi) \\ \omega_z &= \dot{\theta}_x (\sin \theta_y) + \dot{\phi} \end{aligned} \quad (5.38)$$

5.2.2. Kinetik Enerji Denklemlerinin Elde Edilmesi

Şekil 5.6'daki rijit rotor manyetik yatak sistemini düşünelim. Rijit rotor kabulü ile modelleme yapar iken radyal eksenlerle aksiyal eksenin birbirinden bağımsız olduğu kabulünü yapıyoruz dolayısı ile buradaki modellememiz sadece radyal yöndeki dinamikleri kapsamaktadır. Modelleme rotorun kütle merkezinin x ve y eksenleri yönündeki öteleme (translational) hareketlerine ve bu eksenler etrafındaki θ_x ile θ_y saat akrebinin tersi yönündeki küçük dönme hareketlerine göre yapılmaktadır. Rotor kütlesi (M), rotorun x ve y eksenleri etrafındaki dönmelerine tekabül eden atalet momentlerinin eşit olduğunu ve I_r ile gösterildiğini düşünüyoruz. Ayrıca jiroskopik etkilerin ihmal edildiğini ve ağırlık kuvvetinin (Mg) manyetik yataklardan akan bias akimi tarafından karşılandığını düşünüyoruz. Sistemin dönme kinetik enerji ifadesi (5.39)'daki gibi yazılabilir.

$$T_{rot} = \frac{1}{2} I_r (\omega_x^2 + \omega_y^2) + \frac{1}{2} I_p \omega_z^2 \quad (5.39)$$

Yukarıdaki denklemde $I_x = I_y = I_r$ olduğunu, yani rotorun x ve y eksenleri etrafındaki dönmelerine tekabül eden atalet momentlerinin eşit olduğunu biliyoruz. Aynı zamanda I_p ifadesi polar atalet momentini belirtmektedir. Jiroskopik etkiler ihmal edildiği için I_p ifadesi geçen terimi devre dışı bırakabiliriz. Sonuç olarak kinetik enerji denklemi;

$$T_{rot} = \frac{1}{2} I_r (\omega_x^2 + \omega_y^2) \quad (5.40)$$

şeklini alır.

Toplam hız ifadesinde (5.38) her bir koordinat için elde ettiğimiz açısal hız ifadelerini yukarıdaki denkleme ekler ve bu ifadeyi aşağıdaki gibi düzenlersek toplam dönme kinetik enerji denklemi (5.43) formunu alır.

$$T_{rot} = \frac{1}{2} I_r \left(\left[\dot{\theta}_x (\cos \phi \cdot \cos \theta_y) + \dot{\theta}_y (\sin \phi) \right]^2 + \left[\dot{\theta}_x (-\cos \theta_y \cdot \sin \phi) + \dot{\theta}_y (\cos \phi) \right]^2 \right) \quad (5.41)$$

$$T_{rot} = \frac{1}{2} I_r \left(\dot{\theta}_x^2 \cos^2 \phi \cdot \cos^2 \theta_y + 2 \dot{\theta}_x \cos \phi \cdot \cos \theta_y \dot{\theta}_y \sin \phi + \dot{\theta}_y^2 \sin^2 \phi \right. \\ \left. + \dot{\theta}_x^2 \cos^2 \theta_y \cdot \sin^2 \phi - 2 \dot{\theta}_x \cos \theta_y \cdot \sin \phi \dot{\theta}_y \cos \phi + \dot{\theta}_y^2 \cos^2 \phi \right) \quad (5.42)$$

$$T_{rot} = \frac{1}{2} I_r (\dot{\theta}_x^2 \cos^2 \theta_y + \dot{\theta}_y^2) \quad (5.43)$$

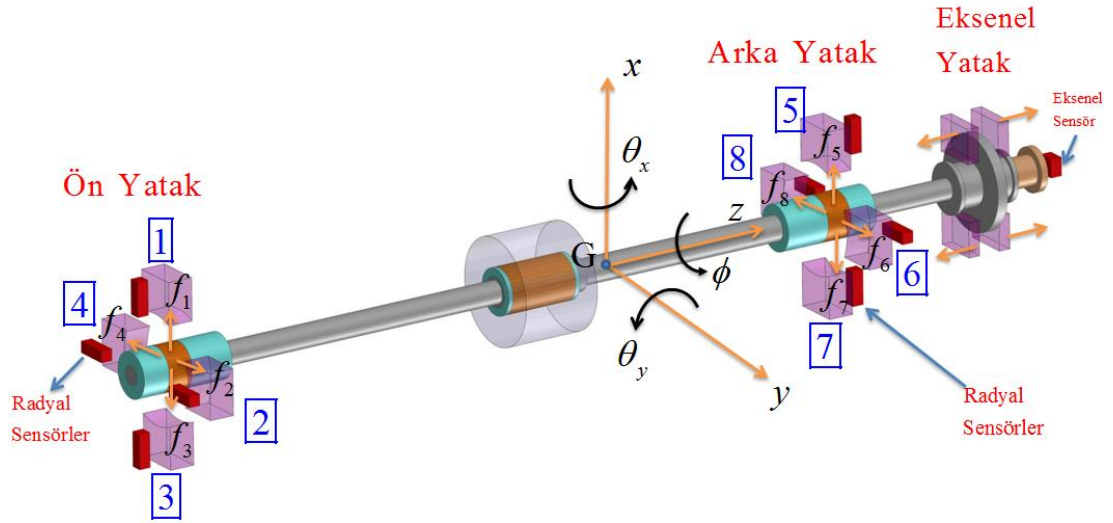
(5.43) denkleminde son olarak aşağıdaki küçük açı kabullerini yaparak sadeleştirme işlemini gerçekleştirelim.

$$\cos \theta_y \cong 1, \quad \sin \theta_y \cong \theta_y, \quad \sin^2 \theta_y \ll \sin \theta_y \quad (5.44)$$

Buradan;

$$T_{rot} = \frac{1}{2} I_r (\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) \quad (5.45)$$

elde edilir.



Şekil 5.6: Rotor – AMY sistemi şematik gösterimi

Şekil 5.6’da daha sonraki işlemlerin takibini kolaylaştırması açısından radyal yataklara numaralar verildi. Ayrıca şekilde G kütle merkezi olarak gösterilmiş ve kütle merkezine göre sensör ve yatak noktaları mesafeleri belirtilmiştir. Diğer ölçülerin isimleri ve değerleri Tablo 5.1’te belirtilmiştir.

Tablo 5.1: Rotor manyetik yatak sistemin temel ölçüleri

Temel ölçüler:	Sembol	Uzunluk	Birim
Kütle merkezi	L_G	401,247	[mm]
Ön manyetik yatağın kütle merkezinden uzaklığı	L_{rb}	201,247	[mm]
Arka manyetik yatağın kütle merkezinden uzaklığı	L_{fb}	429,753	[mm]
Ön yatak sensörünün kütle merkezinden uzaklığı	L_{rs}	228,247	[mm]
Arka yatak sensörünün kütle merkezinden uzaklığı	L_{fs}	456,753	[mm]
Rotorun toplam boyu	L_{rotor}	866	[mm]

Toplam kinetik enerji (T_k), dönme kinetik enerjisi (T_{trans}) ve kütle merkezinin öteleme kinetik enerjisi (T_{rot}) toplamı olarak ifade edilir. Öteleme kinetik enerjisi rotor kütle merkezinin hızı hesaba katılarak oluşturulmaktadır. Sistemin potansiyel enerjisi (U) ise sıfırdır.

$$T_k = T_{trans} + T_{rot} = \frac{1}{2} M (\dot{x}_g^2 + \dot{y}_g^2) + \frac{1}{2} I_r (\dot{\theta}_x^2 + \dot{\theta}_y^2) \quad (5.46)$$

5.2.2.1 Hareket Denklemlerinin Elde Edilmesi

Lagrange denklemi mekanik sistemlerde sistemin hareket denklemlerini elde etmek için yaygın olarak kullanılan bir enerji yöntemidir. Kinetik ve potansiyel enerji kavramları kullanılarak sistemin hareket denklemi elde edilebilir. Genel olarak lagrange denklemi aşağıda belirtildiği gibidir.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \quad i = 1, \dots, 4 \quad (5.47)$$

Lagrange denkleminde (Q_i) genelleştirilmiş kuvvet ve momentleri ifade etmektedir. Rotor manyetik yatak sistemi için yatak kuvvetleri (Q_i) içinde ifade edilebilir. Şekil 5.6'ı referans alarak karşılıklı çalışan elektromıknatıslar için (5.48)'de belirtildiği gibi kontrol kuvvetlerini yazabiliriz.

$$\begin{aligned} f_{fy} &= f_2 - f_4 \\ f_{fx} &= f_1 - f_3 \\ f_{ry} &= f_6 - f_8 \\ f_{rx} &= f_5 - f_7 \end{aligned} \quad (5.48)$$

(5.48)'deki denklemlerde f_{fx} ön manyetik yatağın x eksenini doğrultusundaki kontrol kuvvetini, f_{fy} ön manyetik yatağın y eksenini doğrultusundaki kontrol kuvvetini, f_{rx} arka manyetik yatağın x eksenini doğrultusundaki kontrol kuvvetini, f_{ry} arka manyetik yatağın y eksenini doğrultusundaki kontrol kuvvetini göstermektedir.

Lagrange denklemindeki genelleştirilmiş koordinat (q_i) ifadesi sistemin hareketini tanımlayan değişkenlerdir. Sisteme ait değişkenlerin genelleştirilmiş koordinatlardaki karşılığı (5.49)'deki gibi verilebilir.

$$\begin{aligned}
q_1 &= x_g \\
q_2 &= \theta_y \\
q_3 &= y_g \\
q_4 &= \theta_x
\end{aligned} \tag{5.49}$$

Denklem (5.49)'da x_g rotorun kütle merkezinin x eksenini doğrultusundaki y_g ise rotorun kütle merkezinin y eksenini doğrultusundaki yer değiştirmesini; θ_x rotorun kütle merkezinin x eksenini etrafındaki θ_y ise rotorun kütle merkezinin y eksenini etrafındaki açısal yer değiştirmesini göstermektedir.

Rotor kütle merkezinin x eksenini doğrultusundaki hareket denklemini elde etmek için Lagrange denklemi uygulanırsa;

$$q_1 = x_g \tag{5.50}$$

$$Q_i = Q_1 = f_{fx} + f_{rx} \tag{5.51}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_g} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_g} + \frac{\partial U}{\partial x_g} = Q_1 \tag{5.52}$$

Gerekli türev ve kısmi türev ifadelerini yazılırsa;

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_g} = M\dot{x}_g, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_g} \right) = M\ddot{x}_g, \quad \frac{\partial T}{\partial x_g} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial x_g} = 0 \tag{5.53}$$

Sonuç olarak rotor kütle merkezinin x eksenini doğrultusundaki dinamiği aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$M\ddot{x}_g = f_{fx} + f_{rx} \tag{5.54}$$

Rotorun kütle merkezinin y eksenine etrafındaki açısal yer değıştirmesi genelleştirilmiş koordinatların ikinci değışkeni olarak alınır;

$$q_2 = \theta_y \quad (5.55)$$

$$Q_i = Q_2 = -L_{fb} f_{fx} + L_{rb} f_{rx} \quad (5.56)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_y} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_y} + \frac{\partial U}{\partial \theta_y} = Q_2 \quad (5.57)$$

Yukarıdaki denklem için türev ve kısmi türev ifadelerini yazar isek;

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_y} = I_r \dot{\theta}_y, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_y} \right) = I_r \ddot{\theta}_y, \quad \frac{\partial T}{\partial \theta_y} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial \theta_y} = 0 \quad (5.58)$$

Sonuç olarak rotorun kütle merkezinin y eksenine etrafındaki açısal yer değıştirmesine bağı hareket denklemi aşağıdaki şekilde elde edilir.

$$I_r \ddot{\theta}_y = -L_{fb} f_{fx} + L_{rb} f_{rx} \quad (5.59)$$

Benzer şekilde rotor kütle merkezinin y eksenine doğrultusundaki hareketi Lagrange denkleminde uygulanır;

$$q_3 = y_g \quad (5.60)$$

$$Q_i = Q_3 = f_{fy} + f_{ry} \quad (5.61)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_g} \right) - \frac{\partial T}{\partial y_g} + \frac{\partial U}{\partial y_g} = Q_3 \quad (5.62)$$

Burada türev ve kısmi türev ifadeleri belirgin hale getirilirse;

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_g} = M\dot{y}_g, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_g} \right) = M\ddot{y}_g, \quad \frac{\partial T}{\partial y_g} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial y_g} = 0 \quad (5.63)$$

Sonuç olarak (5.64) denklemi elde edilmiş olur.

$$M\ddot{y}_g = f_{fy} + f_{ry} \quad (5.64)$$

Son olarak θ_x rotorun kütle merkezinin x eksenini etrafındaki açısal yer değiştirmesi ele alınırsa;

$$q_4 = \theta_x \quad (5.65)$$

$$Q_i = Q_4 = L_{fb} f_{fy} - L_{rb} f_{ry} \quad (5.66)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_x} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta_x} + \frac{\partial U}{\partial \theta_x} = Q_4 \quad (5.67)$$

Yukarıdaki denklem için türev ve kısmi türev ifadelerini yazarsak;

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_x} = I_r \dot{\theta}_x, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}_x} \right) = I_r \ddot{\theta}_x, \quad \frac{\partial T}{\partial \theta_x} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial \theta_x} = 0 \quad (5.68)$$

Sonuç olarak rotorun kütle merkezinin x eksenini etrafındaki açısal yer değiştirmesine bağlı hareket denklemi elde edilir.

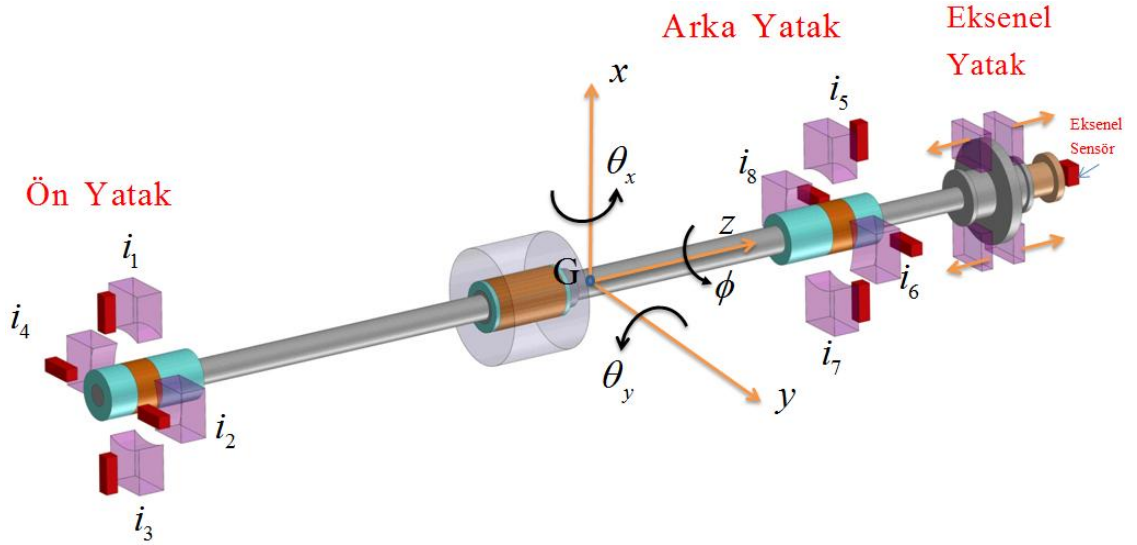
$$I_r \ddot{\theta}_x = L_{fb} f_{fy} - L_{rb} f_{ry} \quad (5.69)$$

Lagrange denkleminin uygulanması ile elde edilen dört hareket denklemleri toplu bir halde (5.70)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
M\ddot{x}_g &= f_{fx} + f_{rx} \\
I_r\ddot{\theta}_y &= -L_{fb}f_{fx} + L_{rb}f_{rx} \\
M\ddot{y}_g &= f_{fy} + f_{ry} \\
I_r\ddot{\theta}_x &= L_{fb}f_{fy} - L_{rb}f_{ry}
\end{aligned}
\tag{5.70}$$

5.2.3. AMY Sisteminde Yatak Noktalarındaki Akım İfadeleri

Elektromıknatıslarda manyetik kuvvetlerin oluşturulması sargılardan akım geçirilmesi ile mümkün olmaktadır. Kontrol kuvvetlerinin doğru şekilde oluşturulması elektromıknatısların donanımı içinde bu akım ifadelerinin yerleşimini doğru şekilde belirlenmesini gerektirmektedir. Şekil 5.7’de radyal yataklardaki karşılıklı çalışan elektromıknatıslardan geçen akımların yerleşimi verilmiştir.

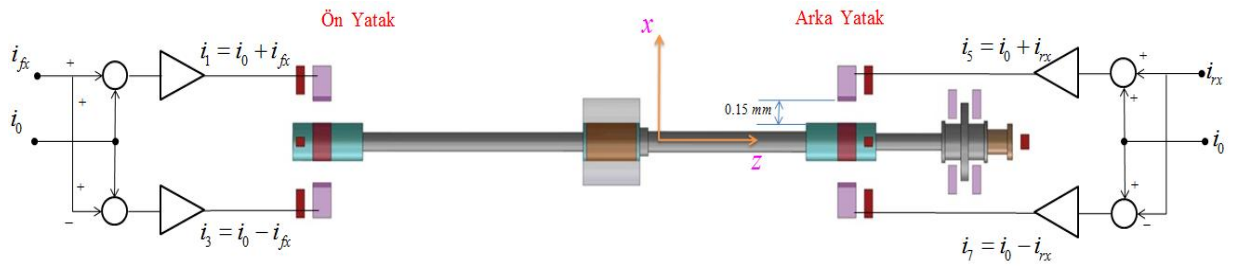


Şekil 5.7: Yatak noktalarındaki akım ifadeleri

5.2.4. Manyetik Yatak Kuvvetlerinin Lineerleştirilmesi

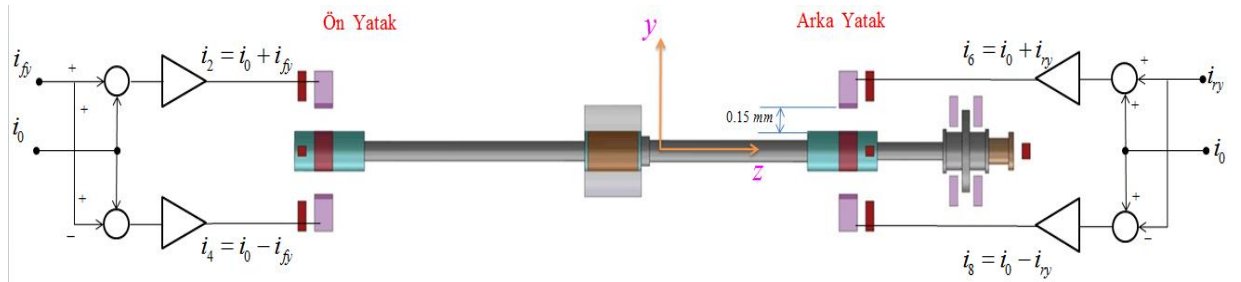
Lineerleştirme işlemi uygulanmadan önce akımların her bir yataktaki elektromıknatıs çiftine uygulanış yapısı belirlenecektir. Radyal manyetik yataklara x

ekseni doğrultusunda akımların uygulanma yapısı Şekil 5.8’da verildiği biçimdedir. Şekilde gösterildiği gibi ön yatak için x doğrultusunda bulunan 1 ve 3’nolu elektromıknatıslara gelen kontrol akımları i_1 ve i_3 olarak belirlenmiştir. Aynı şekilde arka yatak için x doğrultusunda bulunan 5 ve 7’nolu elektromıknatıslara gelen kontrol akımları i_5 ve i_7 olarak görülmektedir.



Şekil 5.8: x eksen doğrultusundaki akım ifadeleri

Benzer şekilde y eksen doğrultusunda radyal kontrol yapısı Şekil 5.9’da görüldüğü gibidir. Burada ön yatak için y doğrultusunda bulunan 2 ve 4’nolu elektromıknatıslara gelen kontrol akımları i_2 ve i_4 olarak belirlenmiştir. Aynı şekilde arka yatak için y doğrultusunda bulunan 6 ve 8’nolu elektromıknatıslara gelen kontrol akımları i_6 ve i_8 olarak görülmektedir.



Şekil 5.9: y eksen doğrultusundaki akım ifadeleri

5.2.4.1 Ön Yatak Kuvvetlerinin Lineerleştirilmesi

Rotor manyetik yatak sisteminde lineer bir kontrol tasarımı yapılacağı için lineer bir model elde edilmesi gerekmektedir. Bu amaçla nonlineer kuvvet ifadeleri

lineerleştirilecektir. Ön manyetik yatağın y eksenini doğrultusunda bulunan nonlineer manyetik kuvvet ifadesi:

$$f_{fy} = f_2 - f_4 = k \left(\frac{(i_0 + i_{fy})^2}{(y_0 - y_f)^2} - \frac{(i_0 - i_{fy})^2}{(y_0 + y_f)^2} \right) \quad (5.71)$$

Burada y_f rotorun ön yatak noktasındaki y eksenini doğrultusundaki yer değiştirmesini göstermektedir. Ayrıca y_0 ifadesi rotor ve yatak arasındaki nominal boşluğu temsil etmektedir. (5.71) denklemindeki ilk terim ele alınırsa;

$$f(y_{fb}, i_{fy}) = \frac{(i_0 + i_{fy})^2}{(y_0 - y_f)^2} \quad (5.72)$$

$$f_2 = k f(y_{fb}, i_{fy}) \quad (5.73)$$

(5.73) denklemini i_{fy} ve y_{fb} 'ye bağlı olarak lineerleştirilirse:

$$\Delta f_2 = k \left(\frac{\partial f}{\partial y_f} \right)_{\substack{i_{fy}=0 \\ y_{fb}=0}} \Delta y_{fb} + k \left(\frac{\partial f}{\partial i_{fy}} \right)_{\substack{i_{fy}=0 \\ y_{fb}=0}} \Delta i_{fy} \quad (5.74)$$

$$\Delta f_2 = k \left(\frac{0 - 2(y_0 - y_f)(-1)(i_0 + i_{fy})^2}{(y_0 - y_f)^4} \right)_{\substack{i_{fy}=0 \\ y_{fb}=0}} \Delta y_{fb} + k \left(\frac{2(i_0 + i_{fy})(y_0 - y_f)^2}{(y_0 - y_f)^4} \right)_{\substack{i_{fy}=0 \\ y_{fb}=0}} \Delta i_{fy} \quad (5.75)$$

$$\Delta f_2 = k \frac{2i_0^2}{y_0^3} \Delta y_{fb} + k \frac{2i_0}{y_0^2} \Delta i_{fy} \quad (5.76)$$

Buradan lineer kuvvet ifadesi;

$$f_2 = K_{pf} y_{fb} + K_{if} i_{fy} \quad (5.77)$$

elde edilir. Lineer kuvvet ifadesinde K_{pf} ve K_{if} parametrelerinin değeri (5.78) ve (5.79)'deki gibidir.

$$K_{pf} = k \frac{2i_0^2}{y_0^3} \quad (5.78)$$

$$K_{if} = k \frac{2i_0}{y_0^2} \quad (5.79)$$

Burada K_{pf} ön yatak için yer değiştirmeden kaynaklanan kuvvet katsayısıdır. K_{if} ise ön yatak için akımdan kaynaklanan kuvvet katsayısıdır. Ayrıca i_{fy} akımı, y yönündeki kontrol akımının ifadesidir. Elektromıknatıs çiftlerinin özelliklerinin aynı olduğu kabul edilmektedir. (5.71) denkleminin diğer kısmı için aynı şekilde işlemler uygulanırsa:

$$f(y_{fb}, i_{fy}) = \frac{(i_0 - i_{fy})^2}{(y_0 + y_f)^2} \quad (5.80)$$

$$f_4 = k f(y_{fb}, i_{fy}) \quad (5.81)$$

$$\Delta f_4 = k \left(\frac{\partial f}{\partial y_f} \right)_{i_{fy}=0, y_{fb}=0} \Delta y_{fb} + k \left(\frac{\partial f}{\partial i_{fy}} \right)_{i_{fy}=0, y_{fb}=0} \Delta i_{fy} \quad (5.82)$$

$$\Delta f_4 = k \left(\frac{0 - 2(y_0 + y_f)(i_0 - i_{fy})^2}{(y_0 + y_f)^4} \right)_{i_{fy}=0, y_{fb}=0} \Delta y_{fb} + k \left(\frac{2(i_0 - i_{fy})(-1)(y_0 + y_f)^2}{(y_0 + y_f)^4} \right)_{i_{fy}=0, y_{fb}=0} \Delta i_{fy} \quad (5.83)$$

$$\Delta f_4 = -k \frac{2i_0^2}{y_0^3} \Delta y_{fb} - k \frac{2i_0}{y_0^2} \Delta i_{fy} \quad (5.84)$$

Lineer kuvvet;

$$f_4 = -K_{pf} y_{fb} - K_{if} i_{fy} \quad (5.85)$$

Elektromıknatısların her birinin özelliklerinin aynı olduğunu düşünülürse, (5.77) ve (5.85) denklemleri düzenlenirse, y eksenı doğrultusundaki ön manyetik yatağın lineer kuvvet denklemi (5.86) bulunur.

$$\begin{aligned}
f_{fy} &= f_2 - f_4 = K_{pf} y_{fb} + K_{if} i_{fy} + K_{pf} y_{fb} + K_{if} i_{fy} \\
&= 2K_{pf} y_{fb} + 2K_{if} i_{fy}
\end{aligned} \tag{5.86}$$

Ön manyetik yatağın x eksenini doğrultusunda bulunan nonlineer manyetik kuvvet ifadesi:

$$f_{fx} = f_1 - f_3 = k \left(\frac{(i_0 + i_{fx})^2}{(x_0 - x_f)^2} - \frac{(i_0 - i_{fx})^2}{(x_0 + x_f)^2} \right) \tag{5.87}$$

Burada x_f rotorun ön yatak noktasındaki x – eksenini boyunca yer değiştirmesini göstermektedir. Ayrıca x_0 ifadesi rotor ve yatak arasındaki nominal boşluğu temsil etmektedir. Esas olarak sistemde simetri olduğundan bütün nominal boşluk değerleri ideal olarak aynıdır. (5.87) denkleminin lineerleştirilmesi y eksenini için yapılan adımlar ile aynıdır.

Sonuç olarak, x eksenini doğrultusundaki ön manyetik yatağın lineer kuvvet ifadesi:

$$\begin{aligned}
f_{fx} &= f_1 - f_3 = K_{pf} x_{fb} + K_{if} i_{fx} + K_{pf} x_{fb} + K_{if} i_{fx} \\
&= 2K_{pf} x_{fb} + 2K_{if} i_{fx}
\end{aligned} \tag{5.88}$$

elde edilir.

5.2.4.2 Arka yatak için lineerleştirme

Arka manyetik yatağın y eksenini doğrultusunda bulunan nonlineer manyetik kuvvet ifadesi:

$$f_{ry} = f_6 - f_8 = k \left(\frac{(i_0 + i_{ry})^2}{(y_0 - y_r)^2} - \frac{(i_0 - i_{ry})^2}{(y_0 + y_r)^2} \right) \tag{5.89}$$

Burada y_r rotorun arka yatak noktasındaki y – eksenini doğrultusundaki yer değiştirmesini göstermektedir. Ayrıca y_0 ifadesi rotor ve yatak arasındaki nominal boşluğu temsil etmektedir. (5.89)’deki ilk terim ele alınırsa:

$$f(y_{rb}, i_{ry}) = \frac{(i_0 + i_{ry})^2}{(y_0 - y_r)^2} \quad (5.90)$$

(5.91) denklemini i_{ry} ve y_{rb} 'ye bağlı olarak lineerleştirilirse:

$$f_6 = k f(y_{rb}, i_{ry}) \quad (5.91)$$

$$\Delta f_6 = k \left(\frac{\partial f}{\partial y_r} \right)_{\substack{i_{ry}=0 \\ y_{rb}=0}} \Delta y_{rb} + k \left(\frac{\partial f}{\partial i_{ry}} \right)_{\substack{i_{ry}=0 \\ y_{rb}=0}} \Delta i_{ry} \quad (5.92)$$

$$\Delta f_6 = k \left(\frac{0 - 2(y_0 - y_r)(-1)(i_0 + i_{ry})^2}{(y_0 - y_r)^4} \right)_{\substack{i_{ry}=0 \\ y_{rb}=0}} \Delta y_{rb} + k \left(\frac{2(i_0 + i_{ry})(y_0 - y_r)^2}{(y_0 - y_r)^4} \right)_{\substack{i_{ry}=0 \\ y_{rb}=0}} \Delta i_{ry} \quad (5.93)$$

$$\Delta f_6 = k \frac{2i_0^2}{y_0^3} \Delta y_{rb} + k \frac{2i_0}{y_0^2} \Delta i_{ry} \quad (5.94)$$

Buradan lineer kuvvet ifadesi;

$$f_6 = K_{pr} y_{rb} + K_{ir} i_{ry} \quad (5.95)$$

elde edilir. Lineer kuvvet ifadesinde K_{pr} ve K_{ir} parametrelerin değeri:

$$K_{pr} = k \frac{2i_0^2}{y_0^3} \quad (5.96)$$

$$K_{ir} = k \frac{2i_0}{y_0^2} \quad (5.97)$$

olarak yazılabilir.

Burada K_{pr} ve K_{ir} sırası ile arka yatak için yerdeğiştirme ile akımdan kaynaklanan kuvvet katsayılarıdır. i_{ry} akımı ise y yönündeki kontrol akımıdır. (5.89) denkleminin ikinci kısmı;

$$f(y_{rb}, i_{ry}) = \frac{(i_0 - i_{ry})^2}{(y_0 + y_r)^2} \quad (5.98)$$

$$f_8 = k f(y_{rb}, i_{ry}) \quad (5.99)$$

$$\Delta f_8 = k \left(\frac{\partial f}{\partial y_r} \right)_{\substack{i_{ry}=0 \\ y_{rb}=0}} \Delta y_{rb} + k \left(\frac{\partial f}{\partial i_{ry}} \right)_{\substack{i_{ry}=0 \\ y_{rb}=0}} \Delta i_{ry} \quad (5.100)$$

$$\Delta f_8 = k \left(\frac{0 - 2(y_0 + y_r)(i_0 - i_{ry})^2}{(y_0 + y_r)^4} \right)_{\substack{i_{ry}=0 \\ y_{rb}=0}} \Delta y_{rb} + k \left(\frac{2(i_0 - i_{ry})(-1)(y_0 + y_r)^2}{(y_0 + y_r)^4} \right)_{\substack{i_{ry}=0 \\ y_{rb}=0}} \Delta i_{ry} \quad (5.101)$$

$$\Delta f_8 = -k \frac{2i_0^2}{y_0^3} \Delta y_{rb} - k \frac{2i_0}{y_0^2} \Delta i_{ry} \quad (5.102)$$

Lineer kuvvet;

$$f_8 = -K_{pr} y_{rb} - K_{ir} i_{ry} \quad (5.103)$$

(5.95) ve (5.103) denklemleri bir araya getirilirse;

$$\begin{aligned} f_{ry} &= f_6 - f_8 = K_{pr} y_{rb} + K_{ir} i_{ry} + K_{pr} y_{rb} + K_{ir} i_{ry} \\ &= 2K_{pr} y_{rb} + 2K_{ir} i_{ry} \end{aligned} \quad (5.104)$$

Son olarak arka manyetik yatağın x eksenı doğrultusunda bulunan nonlinear kuvvet ifadesi y eksenı için yapılan adımlara benzer olarak (5.105)'deki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} f_{rx} &= f_5 - f_7 = K_{pr} x_{rb} + K_{ir} i_{rx} + K_{pr} x_{rb} + K_{ir} i_{rx} \\ &= 2K_{pr} x_{rb} + 2K_{ir} i_{rx} \end{aligned} \quad (5.105)$$

Lineerleştirme sonucunda elde edilen manyetik kuvvet ifadeleri (5.70) nolu denklemde yerine yazmak üzere aşağıda topluca verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 f_{fy} &= f_2 - f_4 = 2K_{pf}y_{fb} + 2K_{if}i_{fy} \\
 f_{fx} &= f_1 - f_3 = 2K_{pf}x_{fb} + 2K_{if}i_{fx} \\
 f_{ry} &= f_6 - f_8 = 2K_{pr}y_{rb} + 2K_{ir}i_{ry} \\
 f_{rx} &= f_5 - f_7 = 2K_{pr}x_{rb} + 2K_{ir}i_{rx}
 \end{aligned} \tag{5.106}$$

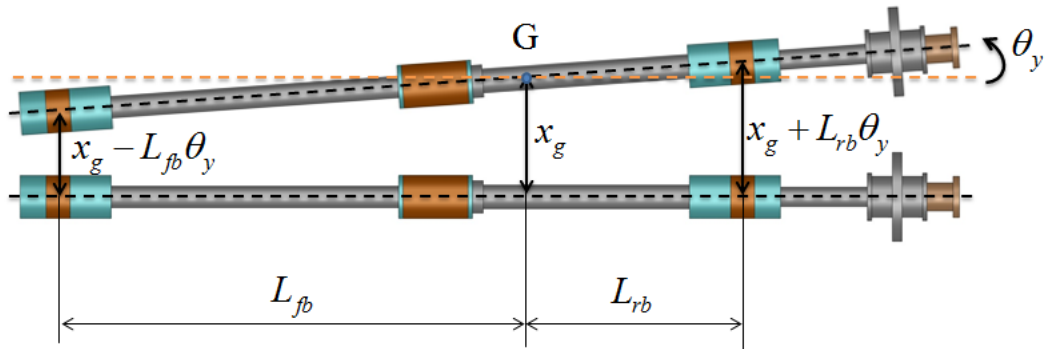
5.2.5. Aktüatör Noktalarındaki Rotor Yerdeğişimleri

Bir önceki bölümde hareket denklemleri rotor kütle merkezine göre elde edildi. Kuvvetler aktüatörlerin yani elektromıknatısların bulunduğu noktalarda oluşmaktadır. Şekil 5.10 ve Şekil 5.11 rotorun öteleme ve açısal yerdeğiştirmelerine bağlı olarak aktüatör noktalarındaki yerdeğiştirmeleri göstermektedir. Dolayısı ile (5.106) denklemlerindeki kuvvet ifadeleri içindeki yerdeğiştirmeler sırası ile aşağıdaki şekilde bulunabilir.

$$\begin{aligned}
 x_{rb} &= x_g + L_{rb} \sin \theta_y \\
 x_{fb} &= x_g - L_{fb} \sin \theta_y
 \end{aligned} \tag{5.107}$$

$$\sin \theta_y \approx \theta_y \tag{5.108}$$

$$\begin{aligned}
 x_{rb} &= x_g + L_{rb} \theta_y \\
 x_{fb} &= x_g - L_{fb} \theta_y
 \end{aligned} \tag{5.109}$$



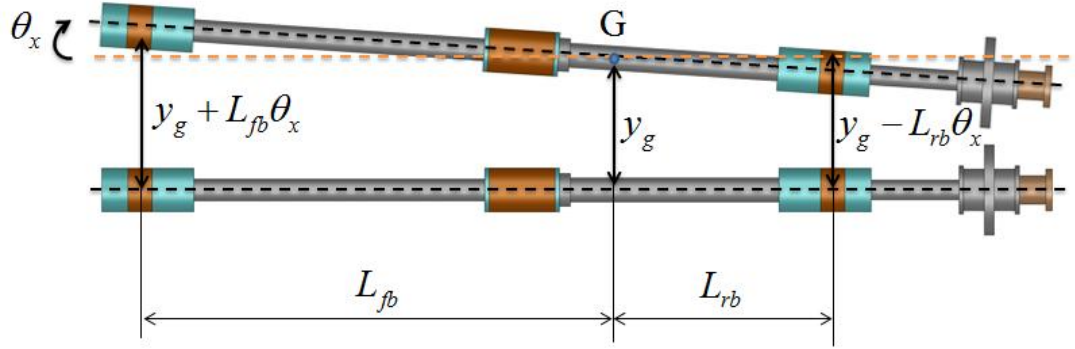
Şekil 5.10: x eksenine göre aktüatör yer değişimleri

y eksenı doğrultusunda aktüator noktalarındaki yerdeğıştirmeler Şekil 5.11'den aşağıdaki şekilde yazılabilir. Gerekli sadeleştirme kabulleri yapılarak yerdeğıştirmeler elde edilir.

$$\begin{aligned} y_{rb} &= y_g - L_{rb} \sin \theta_x \\ y_{fb} &= y_g + L_{fb} \sin \theta_x \end{aligned} \quad (5.110)$$

$$\sin \theta_x \approx \theta_x \quad (5.111)$$

$$\begin{aligned} y_{rb} &= y_g - L_{rb} \theta_x \\ y_{fb} &= y_g + L_{fb} \theta_x \end{aligned} \quad (5.112)$$



Şekil 5.11: y eksenı için elektromıknatıs pozisyonlarındaki yer değışimleri

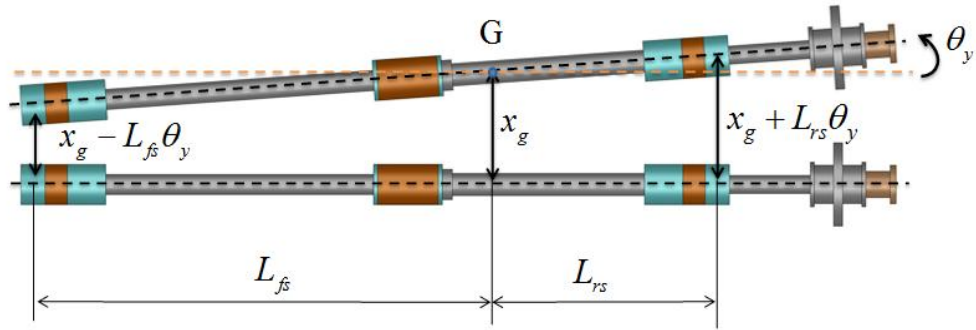
Elde edilen yerdeğıştirmeler matris olarak yazılırsa (5.113) elde edilir.

$$\begin{bmatrix} x_{rb} \\ x_{fb} \\ y_{rb} \\ y_{fb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & +L_{rb} \\ 1 & 0 & 0 & -L_{fb} \\ 0 & 1 & -L_{rb} & 0 \\ 0 & 1 & +L_{fb} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} \quad (5.113)$$

5.2.6. Sensör Noktalarındaki Rotor Yerdeğiştirmeleri

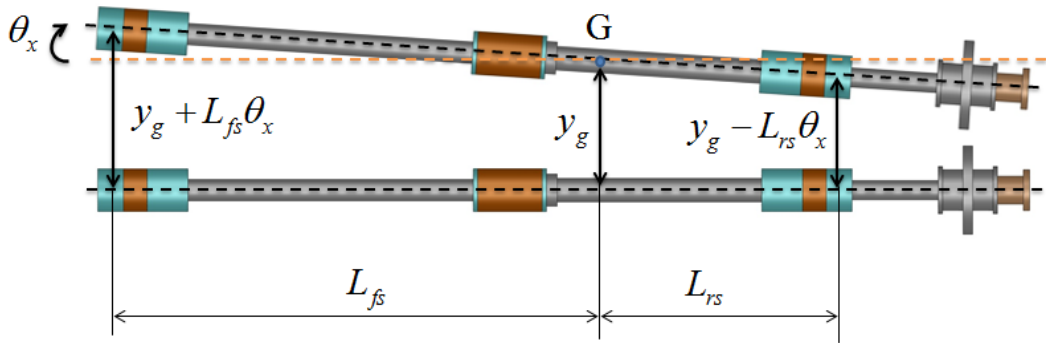
Sensörlerin bulunduğu ölçüm düzlemine göre çıkış denklemleri Şekil 5.12 ve Şekil 5.13’de gösterildiği gibi rotorun öteleme ve açısal yerdeğiştirme hareketlerine bağlı olarak aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\begin{aligned} x_{rs} &= x_g + L_{rs} \theta_y \\ x_{fs} &= x_g - L_{fs} \theta_y \end{aligned} \quad (5.114)$$



Şekil 5.12: x eksenini için sensör pozisyonlarındaki yer değiştirmeleri

$$\begin{aligned} y_{rs} &= y_g - L_{rs} \theta_x \\ y_{fs} &= y_g + L_{fs} \theta_x \end{aligned} \quad (5.115)$$



Şekil 5.13: y eksenini için sensör pozisyonlarındaki yer değiştirmeleri

Sensör noktalarındaki rotor yerdeğiştirmeleri matris olarak yazılırsa (5.116) elde edilir.

$$\begin{bmatrix} x_{rs} \\ x_{fs} \\ y_{rs} \\ y_{fs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & +L_{rs} \\ 1 & 0 & 0 & -L_{fs} \\ 0 & 1 & -L_{rs} & 0 \\ 0 & 1 & +L_{fs} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g \\ y_g \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} \quad (5.116)$$

5.2.7. Durum Uzayı Denkleminin Elde Edilmesi

Rijit rotor manyetik yatak sisteminin hareket denklemleri kontrol tasarımında doğrudan kullanılamamaktadır. Durum uzayı yapısına dönüşüm gerekmektedir. Bu amaçla (5.70) denkleminde elde edilen hareket denklemlerinde lineer kuvvet ifadeleri yerine yazılırsa hareket denklemleri aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\begin{aligned} M\ddot{x}_g &= f_{fx} + f_{rx} = 2K_{pf}x_{fb} + 2K_{if}i_{fx} + 2K_{pr}x_{rb} + 2K_{ir}i_{rx} \\ I_r\ddot{\theta}_y &= -L_{fb}f_{fx} + L_{rb}f_{rx} = -L_{fb}(2K_{pf}x_{fb} + 2K_{if}i_{fx}) + L_{rb}(2K_{pr}x_{rb} + 2K_{ir}i_{rx}) \\ M\ddot{y}_g &= f_{fy} + f_{ry} = 2K_{pf}y_{fb} + 2K_{if}i_{fy} + 2K_{pr}y_{rb} + 2K_{ir}i_{ry} \\ I_r\ddot{\theta}_x &= L_{fb}f_{fy} - L_{rb}f_{ry} = L_{fb}(2K_{pf}y_{fb} + 2K_{if}i_{fy}) - L_{rb}(2K_{pr}y_{rb} + 2K_{ir}i_{ry}) \end{aligned} \quad (5.117)$$

Düzenleme yapılırsa:

$$\begin{aligned} M\ddot{x}_g &= 2K_{pf}x_{fb} + 2K_{if}i_{fx} + 2K_{pr}x_{rb} + 2K_{ir}i_{rx} \\ I_r\ddot{\theta}_y &= -2K_{pf}L_{fb}x_{fb} - 2K_{if}L_{fb}i_{fx} + 2K_{pr}L_{rb}x_{rb} + 2K_{ir}L_{rb}i_{rx} \\ M\ddot{y}_g &= 2K_{pf}y_{fb} + 2K_{if}i_{fy} + 2K_{pr}y_{rb} + 2K_{ir}i_{ry} \\ I_r\ddot{\theta}_x &= 2K_{pf}L_{fb}y_{fb} + 2K_{if}L_{fb}i_{fy} - 2K_{pr}L_{rb}y_{rb} - 2K_{ir}L_{rb}i_{ry} \end{aligned} \quad (5.118)$$

Aktüator noktalarındaki yer değiştirme ifadelerini (5.118)'de yerine yazılırsa;

$$\begin{aligned} M\ddot{x}_g &= 2K_{pf}(x_g - L_{fb}\theta_y) + 2K_{if}i_{fx} + 2K_{pr}(x_g + L_{rb}\theta_y) + 2K_{ir}i_{rx} \\ I_r\ddot{\theta}_y &= -2K_{pf}L_{fb}(x_g - L_{fb}\theta_y) - 2K_{if}L_{fb}i_{fx} + 2K_{pr}L_{rb}(x_g + L_{rb}\theta_y) + 2K_{ir}L_{rb}i_{rx} \\ M\ddot{y}_g &= 2K_{pf}(y_g + L_{fb}\theta_x) + 2K_{if}i_{fy} + 2K_{pr}(y_g - L_{rb}\theta_x) + 2K_{ir}i_{ry} \\ I_r\ddot{\theta}_x &= 2K_{pf}L_{fb}(y_g + L_{fb}\theta_x) + 2K_{if}L_{fb}i_{fy} - 2K_{pr}L_{rb}(y_g - L_{rb}\theta_x) - 2K_{ir}L_{rb}i_{ry} \end{aligned} \quad (5.119)$$

Buradan;

$$\begin{aligned}
M\ddot{x}_g &= 2K_{pf}x_g - 2K_{pf}L_{fb}\theta_y + 2K_{if}i_{fx} + 2K_{pr}x_g + 2K_{pr}L_{rb}\theta_y + 2K_{ir}i_{rx} \\
I_r\ddot{\theta}_y &= -2K_{pf}L_{fb}x_g + 2K_{pf}L_{fb}L_{fb}\theta_y - 2K_{if}L_{fb}i_{fx} + 2K_{pr}L_{rb}x_g + 2K_{pr}L_{rb}L_{rb}\theta_y + 2K_{ir}L_{rb}i_{rx} \\
M\ddot{y}_g &= 2K_{pf}y_g + 2K_{pf}L_{fb}\theta_x + 2K_{if}i_{fy} + 2K_{pr}y_g - 2K_{pr}L_{rb}\theta_x + 2K_{ir}i_{ry} \\
I_r\ddot{\theta}_x &= 2K_{pf}L_{fb}y_g + 2K_{pf}L_{fb}L_{fb}\theta_x + 2K_{if}L_{fb}i_{fy} - 2K_{pr}L_{rb}y_g + 2K_{pr}L_{rb}L_{rb}\theta_x - 2K_{ir}L_{rb}i_{ry}
\end{aligned} \quad (5.120)$$

Denklemleri elde edilir. Düzenli bir şekilde yazarsak;

$$\begin{aligned}
M\ddot{x}_g &= (2K_{pf} + 2K_{pr})x_g + (-2K_{pf}L_{fb} + 2K_{pr}L_{rb})\theta_y + 2K_{if}i_{fx} + 2K_{ir}i_{rx} \\
I_r\ddot{\theta}_y &= (-2K_{pf}L_{fb} + 2K_{pr}L_{rb})x_g + (2K_{pf}L_{fb}^2 + 2K_{pr}L_{rb}^2)\theta_y - 2K_{if}L_{fb}i_{fx} + 2K_{ir}L_{rb}i_{rx} \\
M\ddot{y}_g &= (2K_{pf} + 2K_{pr})y_g + (-2K_{pr}L_{rb} + 2K_{pf}L_{fb})\theta_x + 2K_{if}i_{fy} + 2K_{ir}i_{ry} \\
I_r\ddot{\theta}_x &= (-2K_{pr}L_{rb} + 2K_{pf}L_{fb})y_g + (2K_{pf}L_{fb}^2 + 2K_{pr}L_{rb}^2)\theta_x + 2K_{if}L_{fb}i_{fy} - 2K_{ir}L_{rb}i_{ry}
\end{aligned} \quad (5.121)$$

Son olarak durum uzayı yapısında yazabilmek için değişkenleri düzenleyelim.

$$\ddot{x}_g = \left(\frac{2K_{pf} + 2K_{pr}}{M} \right) x_g + \left(\frac{-2K_{pf}L_{fb} + 2K_{pr}L_{rb}}{M} \right) \theta_y + \left(\frac{2K_{if}}{M} \right) i_{fx} + \left(\frac{2K_{ir}}{M} \right) i_{rx} \quad (5.122)$$

$$\ddot{\theta}_y = \left(\frac{-2K_{pf}L_{fb} + 2K_{pr}L_{rb}}{I_r} \right) x_g + \left(\frac{2K_{pf}L_{fb}^2 + 2K_{pr}L_{rb}^2}{I_r} \right) \theta_y + \left(-\frac{2K_{if}L_{fb}}{I_r} \right) i_{fx} + \left(\frac{2K_{ir}L_{rb}}{I_r} \right) i_{rx} \quad (5.123)$$

$$\ddot{y}_g = \left(\frac{2K_{pf} + 2K_{pr}}{M} \right) y_g + \left(\frac{-2K_{pr}L_{rb} + 2K_{pf}L_{fb}}{M} \right) \theta_x + \left(\frac{2K_{if}}{M} \right) i_{fy} + \left(\frac{2K_{ir}}{M} \right) i_{ry} \quad (5.124)$$

$$\ddot{\theta}_x = \left(\frac{-2K_{pr}L_{rb} + 2K_{pf}L_{fb}}{I_r} \right) y_g + \left(\frac{2K_{pf}L_{fb}^2 + 2K_{pr}L_{rb}^2}{I_r} \right) \theta_x + \left(\frac{2K_{if}L_{fb}}{I_r} \right) i_{fy} + \left(-\frac{2K_{ir}L_{rb}}{I_r} \right) i_{ry} \quad (5.125)$$

(5.122) ve (5.125) arası denklemler durum uzayı yapısına dönüştürülürse aşağıdaki şekildeki gibi yazılabilir.

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= Ax + Bu \\
y &= Cx
\end{aligned} \quad (5.126)$$

Bu yapının açık şekilde yazılmış hali (5.127)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_g \\ \dot{x}_g \\ \theta_y \\ \dot{\theta}_y \\ y_g \\ \dot{y}_g \\ \theta_x \\ \dot{\theta}_x \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \left(\frac{2K_{pf} + 2K_{pr}}{M}\right) & 0 & \left(\frac{-2K_{pf}L_{fb} + 2K_{pr}L_{rb}}{M}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \left(\frac{-2K_{pf}L_{fb} + 2K_{pr}L_{rb}}{I_r}\right) & 0 & \left(\frac{2K_{pf}L_{fb}^2 + 2K_{pr}L_{rb}^2}{I_r}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{2K_{pf} + 2K_{pr}}{M}\right) & 0 & \left(\frac{-2K_{pr}L_{rb} + 2K_{pf}L_{fb}}{M}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \left(\frac{-2K_{pr}L_{rb} + 2K_{pf}L_{fb}}{I_r}\right) & 0 & \left(\frac{2K_{pf}L_{fb}^2 + 2K_{pr}L_{rb}^2}{I_r}\right) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g \\ \dot{x}_g \\ \theta_y \\ \dot{\theta}_y \\ y_g \\ \dot{y}_g \\ \theta_x \\ \dot{\theta}_x \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \left(\frac{2K_{if}}{M}\right) & \left(\frac{2K_{ir}}{M}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \left(\frac{-2K_{if}L_{fb}}{I_r}\right) & \left(\frac{2K_{ir}L_{rb}}{I_r}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{2K_{if}}{M}\right) & \left(\frac{2K_{ir}}{M}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{2K_{if}L_{fb}}{I_r}\right) & \left(\frac{-2K_{ir}L_{rb}}{I_r}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{fx} \\ i_{rx} \\ i_{fy} \\ i_{ry} \end{bmatrix} \quad (5.127)
 \end{aligned}$$

Ön ve arka manyetik yatak yakınında bulunan x ve y eksenini doğrultusundaki yer değiştirme sensörlerinin çıkışı aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$y = \begin{bmatrix} x_{fs} \\ y_{fs} \\ x_{rs} \\ y_{rs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -L_{fs} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & L_{fs} & 0 \\ 1 & 0 & L_{rs} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -L_{rs} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_g \\ \dot{x}_g \\ \theta_y \\ \dot{\theta}_y \\ y_g \\ \dot{y}_g \\ \theta_x \\ \dot{\theta}_x \end{bmatrix} \quad (5.128)$$

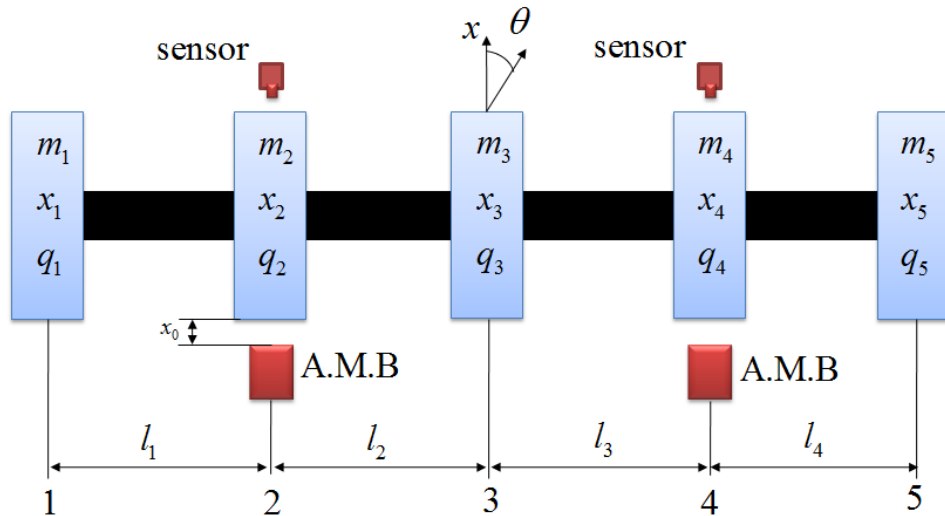
Burada L_{fs} ve L_{rs} sensörlerin rotor kütle merkezinden uzaklığını göstermektedir.

5.3. Elastik Rotor AMY Sisteminin Modellenmesi

Bu bölümde rotorun elastik olduğu kabulü ile modellenmesi anlatılacaktır. Elastik rotor kabulü ile modelleme sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak ele alınacaktır. İlk aşamada elastik rotor dinamiğine girilerek sonlu elemanlar analizi yönteminden bahsedilecektir. Daha sonra deneysel sistemde kullanılan rotor esas alınarak hareket denklemi bu amaçla hazırlanan bir program kullanılarak elde edilecektir. Bunun yanı sıra gerekli dönüştürme işlemleri yapılarak aktif manyetik yatak sisteminin kontrol tasarımının yapılabilmesi için elastik rotor manyetik yatak sisteminin durum uzayı modeli elde edilecektir.

5.3.1. Elastik Rotorun Modellenmesi Yaklaşımı

Buradaki yaklaşımla elastik rotorun matematiksel modelini elde etmek için Şekil 5.14’de gösterilen örnek bir elastik rotor modeli kabul edilmiştir. Esas olarak rotorun kütle sayısı, çap farkları, malzeme değişikliği vb. durumlarda n sayıda kütle olarak arttırılabilir. Burada amaç modellemenin nasıl yapıldığını belirgin hale getirmektir. Eksenler arasında kapling olmadığı varsayılarak modelleme sadece x yönündeki doğrusal ve açısal yerdeğişimlere göre çıkartılmıştır. Burada verilen modelleme kontrol dizaynında kullanılacak şekilde durum uzayı formatında elde edilecektir.



Şekil 5.14: Örnek rotor manyetik yatak sistemi

Esnek rotor dinamik denklemi aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$M_0\ddot{q} + K_0q = 0 \quad (5.129)$$

Burada; $q = [x_1 \ \theta_1 \ x_2 \ \theta_2 \ x_3 \ \theta_3 \ x_4 \ \theta_4 \ x_5 \ \theta_5]^T$ ve $x_i, \theta_i (i=1, \dots, 5)$ sırasıyla kütlenin yerdeğiştirme ve açısal hareketidir. x_2 ve x_4 elektromıknatısların yerleştirildiği pozisyonları göstermektedir. M_0 kütle matrisini K_0 katılık matrisini göstermektedir. Elektromıknatıslardan dolayı radyal doğrultudaki manyetik kuvvetlerin modele girilmesi gerekmektedir. Kontrol kuvvetleri ilave edilirse dinamik denklem aşağıdaki formu alır.

$$M_0\ddot{q} + K_0q = Fp + D \quad (5.130)$$

Burada;

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (5.131)$$

$$p = \begin{bmatrix} P_l \\ P_r \end{bmatrix} \quad (5.132)$$

$$\begin{aligned} P_l &= 2k_1x_2 - 2k_2i_l \\ P_r &= 2k_1x_4 - 2k_2i_r \end{aligned} \quad (5.133)$$

Ayrıca P_l ve P_r sırasıyla sağ ve sol mıknatıslardaki kuvvetlerdir. D parametrik belirsizliği ve harici gürültüyü göstermektedir. Manyetik yatakları kontrol etmek için akımların kullanıldığı düşünülürse hareket denklemi aşağıdaki şekilde düzenlenebilir.

$$M_0\ddot{q} + Kq = F_i i + D \quad (5.134)$$

Burada;

$$i = [i_l \ i_r]^T \quad (5.135)$$

$$K = K_0 + K_i \quad (5.136)$$

$$K_i = \text{diag}(0, 0, -2k_1, 0, 0, 0, -2k_1, 0, 0, 0) \quad (5.137)$$

$$F_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (5.138)$$

5.3.2. Modal Koordinatlara Dönüşüm

Durum uzayı denklemini elde etmek ve elde ettiğimiz denklemi indirgenmiş forma getirmek için (6.168)'de verilen hareket denklemini öncelikle modal formda yazacağız. Mod analizi tekniği kullanılarak normalize edilmiş modal matrisi aşağıdaki şekilde yazabiliriz.

$$q = \Psi \xi \quad (5.139)$$

(6.168) denkleminin modal koordinatlara transforme edilmiş hali:

$$\ddot{\xi} + \Lambda \dot{\xi} + \Omega^2 \xi = f_i + d \quad (5.140)$$

olarak elde edilir. Burada;

$$I = \Psi^T M_0 \Psi \quad (5.141)$$

$$\Omega^2 = \Psi^T K \Psi \quad (5.142)$$

$$\Lambda = 2\zeta \Omega \quad (5.143)$$

$$f_i = \Psi^T F_i \quad (5.144)$$

$$d_i = \Psi^T D \quad (5.145)$$

Λ sönüm matrisini göstermektedir. Modal denklemin elde edilmesinde daha genel olması açısından sistemde var olan sönüm ilave edilmiştir. Sönüm katsayısı deneysel yöntemle elde edilecektir. Elektromekanik sistemin durum uzayı denklemi:

$$\dot{x}_f = A_f x_f + B_f u + D_f \quad (5.146)$$

burada;

$$x_f = \begin{bmatrix} \xi & \dot{\xi} \end{bmatrix}^T \quad (5.147)$$

$$u = \begin{bmatrix} i_l & i_r \end{bmatrix}^T \quad (5.148)$$

$$A_f = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega^2 & -\Lambda \end{bmatrix} \quad (5.149)$$

$$B_f = \begin{bmatrix} 0 \\ f_i \end{bmatrix} \quad (5.150)$$

$$D_f = \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix} \quad (5.151)$$

Rotor yerdeğiştirme ölçümlerine bağlı olarak çıkış denklemi;

$$y = C_f x_f = \begin{bmatrix} x_2 & x_4 \end{bmatrix}^T \quad (5.152)$$

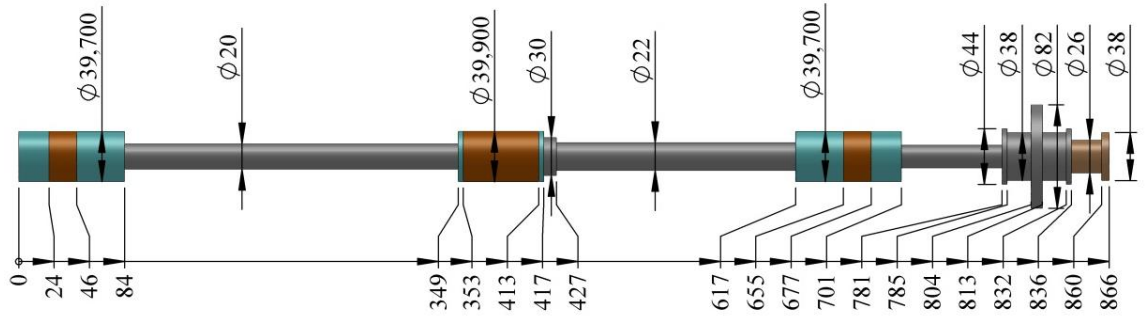
olarak elde edilir, bu ifadede çıkış matrisi aşağıdaki gibidir.

$$C_f = \begin{bmatrix} C\Psi & 0 \end{bmatrix} \quad (5.153)$$

5.3.3. Elastik rotorun sonlu elemanlar analizi

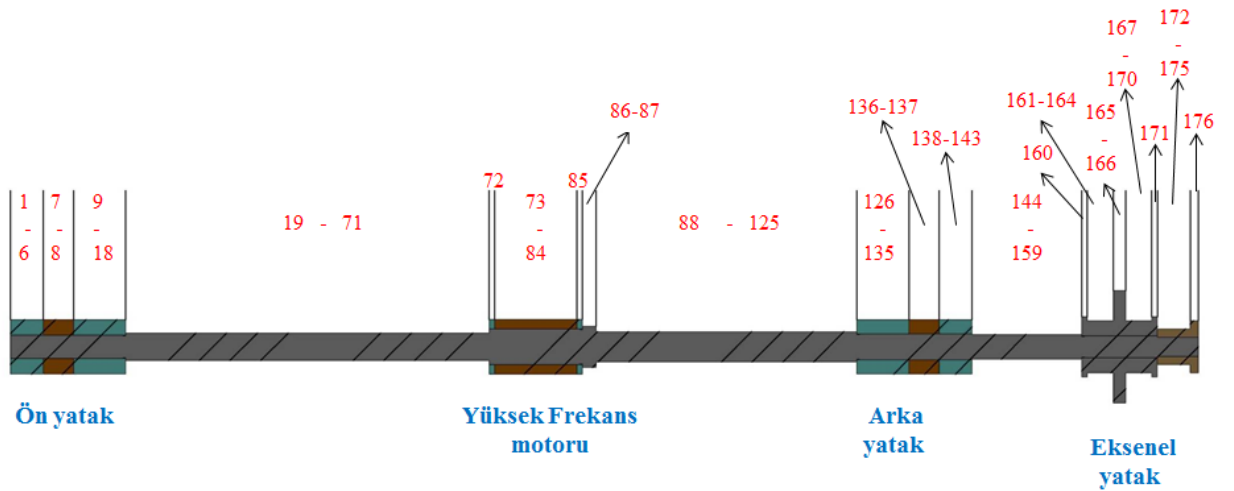
Bölüm 5.3.1’de beş kütleli örnek bir elastik rotor için anlatılan yaklaşım deneysel sistemde bulunan elastik rotor için uygulanmıştır. Elastik rotor aktif manyetik yatak sisteminin kontrol tasarımının yapılabilmesi için (5.146) denkleminde elde edilen durum uzayı denkleminin deneysel sistemdeki elastik rotor için elde edilmesi gerekmektedir. Bunun yapılabilmesi içinde sonlu elemanlar yönteminden faydalanılmıştır. *Matlab* ortamında yazılan bir program sayesinde sistemdeki elastik rotor dinamik analizi yapılmıştır. Şekil 5.15’de gösterilen elastik

rotor boyut farklılıklarının olduğu yerlerde 176 elemana ayrılmış ve her bir elemanın uzunluğu, çapı tek tek programa girilmiştir. Malzeme farklılıklarının olduğu yerlerde özellikle manyetik yataklama ve motorun olduğu yerlerde hem içteki shaft hem de dıştaki amorfus veya laminasyon malzemesinin öz kütleleri ayrı ayrı girilmiştir. Program toplam rotor uzunluğunu, rotor kütlesini, atalet momentlerini, kütle merkezini, rijit ve elastik mod şekillerini hesaplamaktadır.



Şekil 5.15: Rotorun boyutları

Kesit görünüşü Şekil 5.16'da verilen rotorun hangi parçasının kaç elemana ayrıldığı ve numaralandırılması Şekil 5.16'da gösterilmektedir. Sistemde yatak, sensör ve motor konumunun kaç nolu elemana karşılık geldiği Tablo 5.2'de verilmiştir.



Şekil 5.16: Sonlu elemanlar yöntemi için bölünmüş rotor elemanları

Tablo 5.2: Yatak, sensör ve motor konumları

	Karşılık gelen eleman
Ön yatak sensör konumu	3
Ön yatak aktüator konumu	8
Motor konum	73-84
Arka yatak sensör konumu	137
Arka yatak aktüator konumu	141

Analiz sonucu elde edilen model elastik rotorun sadece tek bir düzlemdeki yerdeğiştirme ve açısal değişimlerini vermektedir. Sistemde simetriklik esas alınmıştır. Radyal yönlerdeki, hem x hem de y doğrultusundaki dinamikler birbirinin aynısı kabul edilmiştir. Genel rotor hareket denklemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

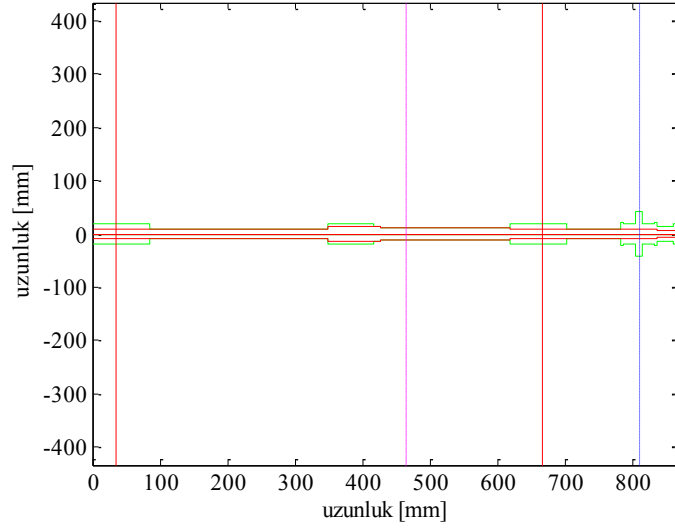
$$M\ddot{q} + Kq = 0 \quad (5.154)$$

Burada esas alınan sonlu eleman sayısına bağlı olarak kütle matrisi $M_{354 \times 354}$, katılık matrisi $K_{354 \times 354}$ boyutundadır. Durum değişkeni ise yerdeğiştirme ve açısal hız olarak (5.155)'deki gibi seçilebilir.

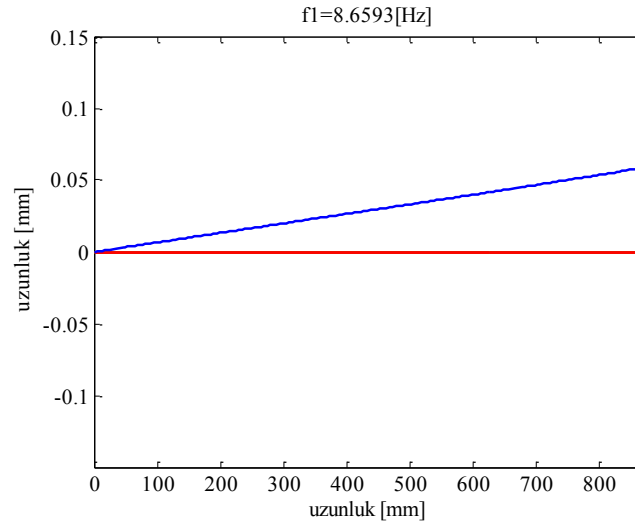
$$q = [x_1 \quad \theta_1 \quad x_2 \quad \theta_2 \quad x_3 \quad \theta_3 \quad \cdots \quad x_{354} \quad \theta_{354}]^T \quad (5.155)$$

Analizde ilk iki mod rijit moddur. 176 adet sonlu elemanın oluşturacağı kütle ve katılık matrisi dolayısıyla 352×352 boyutunda olacaktır. Rijit modlarda ilave edildiğinde ele aldığımız matris boyutu 354×354 olmaktadır.

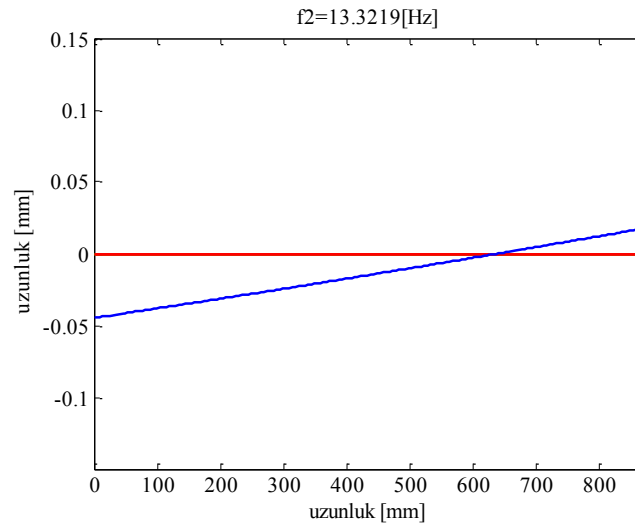
Kullanılan sonlu elemanlar programı bize çıktı olarak kütle matrisini (M), ve katılık matrisini (K), vermektedir. Program çıktı grafikleri olarak rotorun rijit ve elastik modlarını belirtir. Bunların grafikleri Şekil 5.17 ve Şekil 5.23 arasında verilmiştir. Ayrıca Tablo 5.3'de kritik frekans değerleri sıralanmıştır.



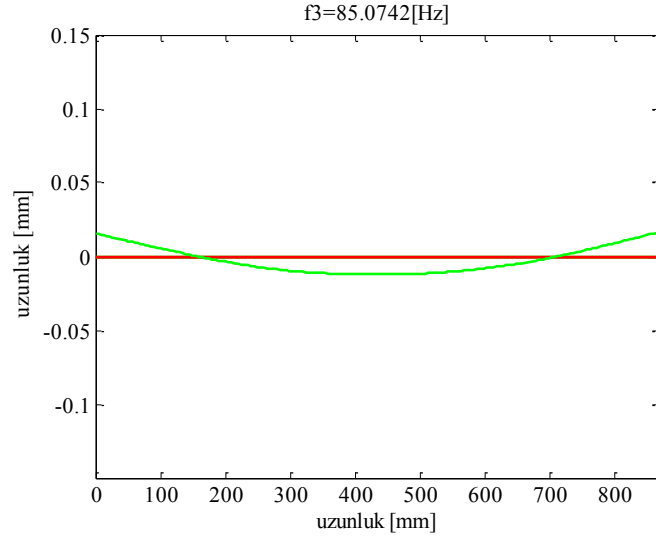
Şekil 5.17: Kütile merkezi ve yatak noktaları



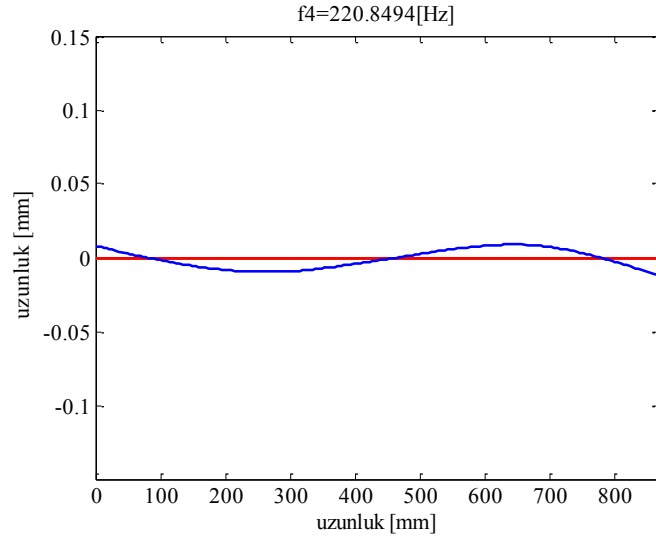
Şekil 5.18: Rotorun birinci rijit mod şekli



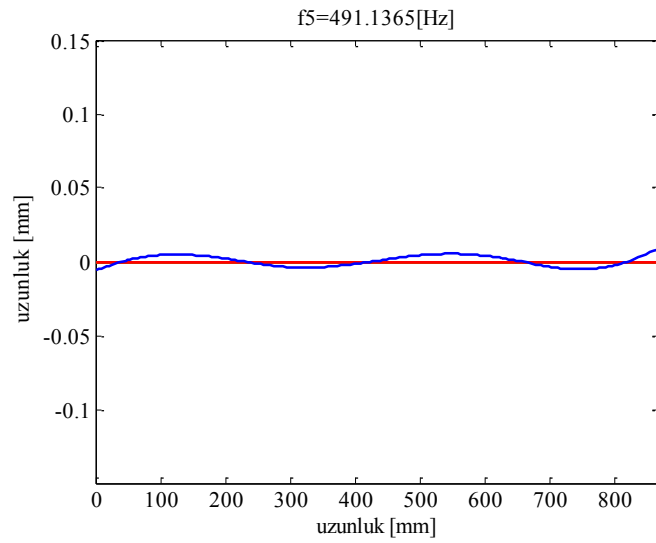
Şekil 5.19: Rotorun ikinci rijit mod şekli



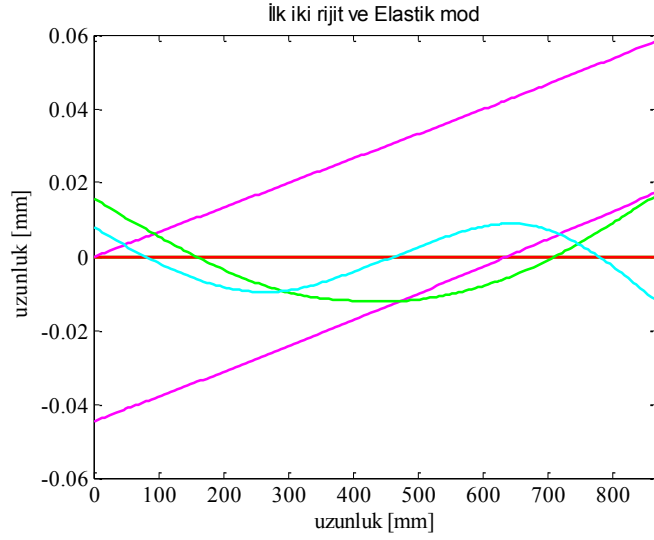
Şekil 5.20: Rotorun birinci elastik mod şekli



Şekil 5.21: Rotorun ikinci elastik mod şekli



Şekil 5.22: Rotorun üçüncü elastik mod şekli



Şekil 5.23: İlk iki rijit ve elastik mod şekli

Tablo 5.3: Sonlu elemanlar programında elde edilen sonuçlar

	Frekans değerleri
1. Rijit mod	8,6593 Hz
2. Rijit mod	13,3219 Hz
1. Elastik mod	85,0742 Hz
2. Elastik mod	220,8494 Hz
3. Elastik mod	491,1365 Hz

5.3.4. İndirgenmiş Sistemin Elde Edilmesi

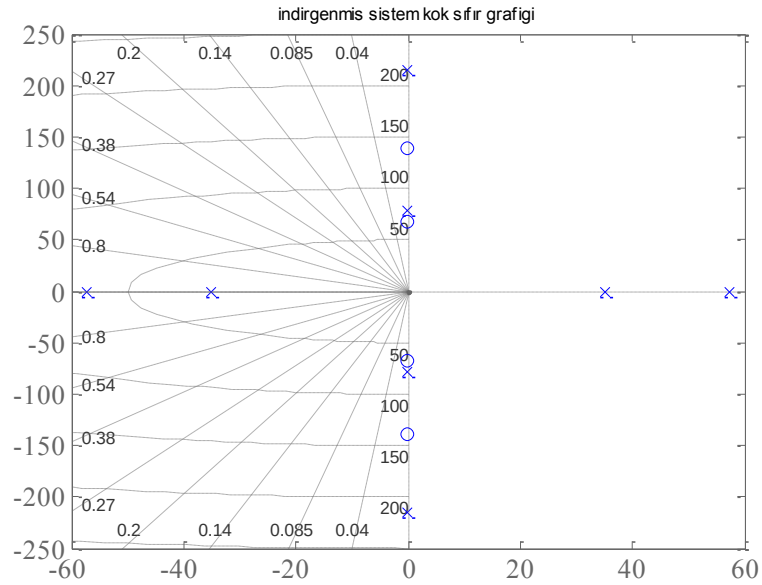
Deneyisel sistemde öngörülen rotor 176 elemana ayrılmış ve sonlu elemanlar programında tam dereceli sistem elde edilmiştir. Bu kadar büyük boyutlu model ile kontrol tasarımının yapılabilmesi mümkün değildir. Bu nedenle, indirgenmiş sistemin elde edilmesi gerekmektedir. Elde edilen hareket denkleminde bir önceki bölümde anlatılan modal koordinatlara transformasyon yapılarak 2 rijit mod ve 2 elastik mod olmak üzere indirgenmiş model durum uzayı denklemi elde edilir.

$$\begin{aligned}\dot{x}_r &= A_r x_r + B_r u + D_r w \\ y_r &= C_r x_r\end{aligned}\quad (5.156)$$

Durum vektörü yapısı aşağıdaki gibidir.

$$x_r = [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3 \quad \xi_4 \quad \dot{\xi}_1 \quad \dot{\xi}_2 \quad \dot{\xi}_3 \quad \dot{\xi}_4]^T \quad (5.157)$$

Burada elde edilen model sadece bir tek radyal doğrultudaki sistem dinamiğini içermektedir. Rotor manyetik yatak sistemlerinin en belirgin karakteristiği açık çevrim kararsız sistemler olmasıdır. İndirgenmiş sistemin öz değerlerine bakıldığında ilk iki rijit modun eşlenik köklerinin real imajiner düzleminin sağ tarafında olduğu görülür. Elastik modlar imajiner eksene yakın düzlemin sol tarafında yer almaktadır, yani esas olarak kararlıdır.



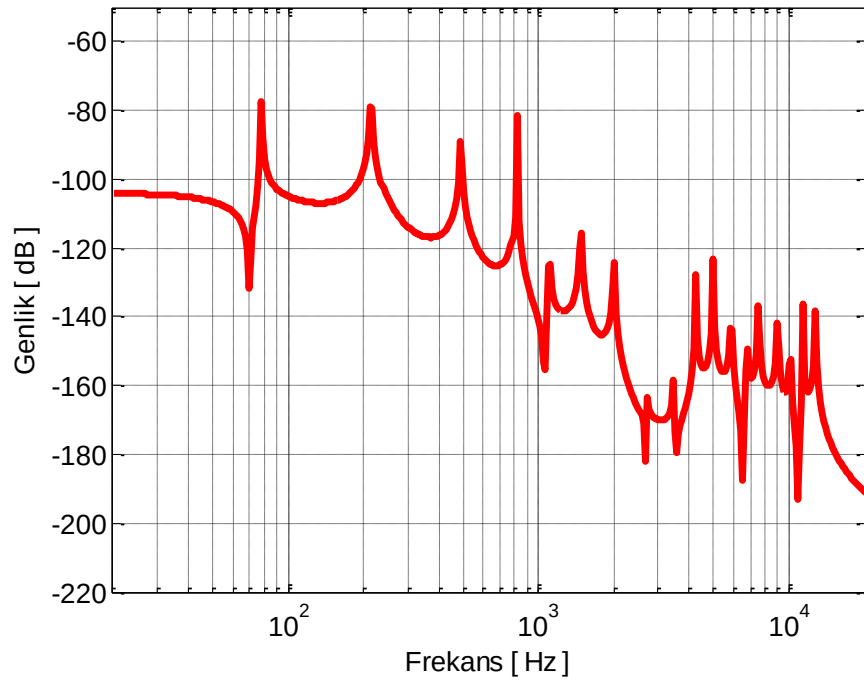
Şekil 5.24. İndirgenmiş sistemin kök kutup haritası

Şekil 5.24’de rotorun rijit ve elastik modlarının reel imajiner düzlemde yerleşimi gösterilmiştir. İlk iki rijit ve elastik modun değerleri Tablo 5.4’de özetlenmiştir.

Tablo 5.4: İndirgenmiş sistemin özdeğerleri

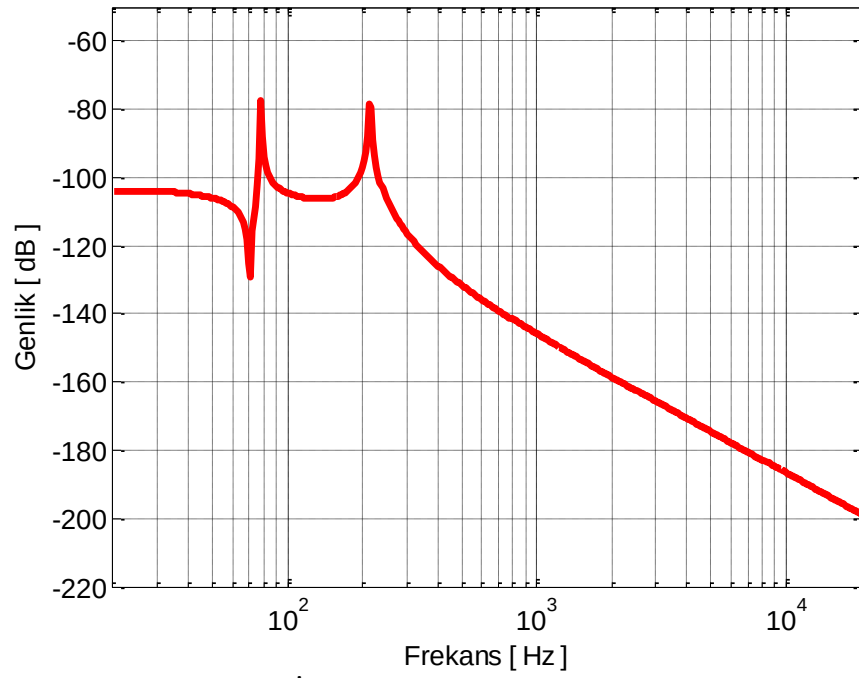
Rotor doğal frekansları [Hz]	Mod
-35.0900 35.0900	Rijit Mod I
-57.4400 57.4400	Rijit Mod II
-0.0400 -77.6700i -0.0400 +77.6700i	Elastik Mod I
-1.1000e-001 -2.1563e+002i -1.1000e-001 +2.1563e+002i	Elastik Mod II

Daha önce bahsedildiği gibi elastik rotor sisteminin teorik olarak sonsuz sayıda modu bulunmaktadır. Pratikte sistem dinamiğini büyük ölçüde yansıtan sayıda mod seçilerek elde edilen sistem tam dereceli sistem olarak düşünülebilir. Esas olarak rotor dinamiği üzerinde yüksek frekans modlarının etkisi düşük frekans modlarının etkisinin yanında son derece azdır. Çalışma aralığını kaplayacak şekilde ilk 20 modu kapsayan bir sistem tam dereceli sistem olarak adlandırılabilir. Şekil 5.25'te elastik rotor manyetik yatak sisteminin tam dereceli sistem kabulünün frekans cevabı verilmektedir.



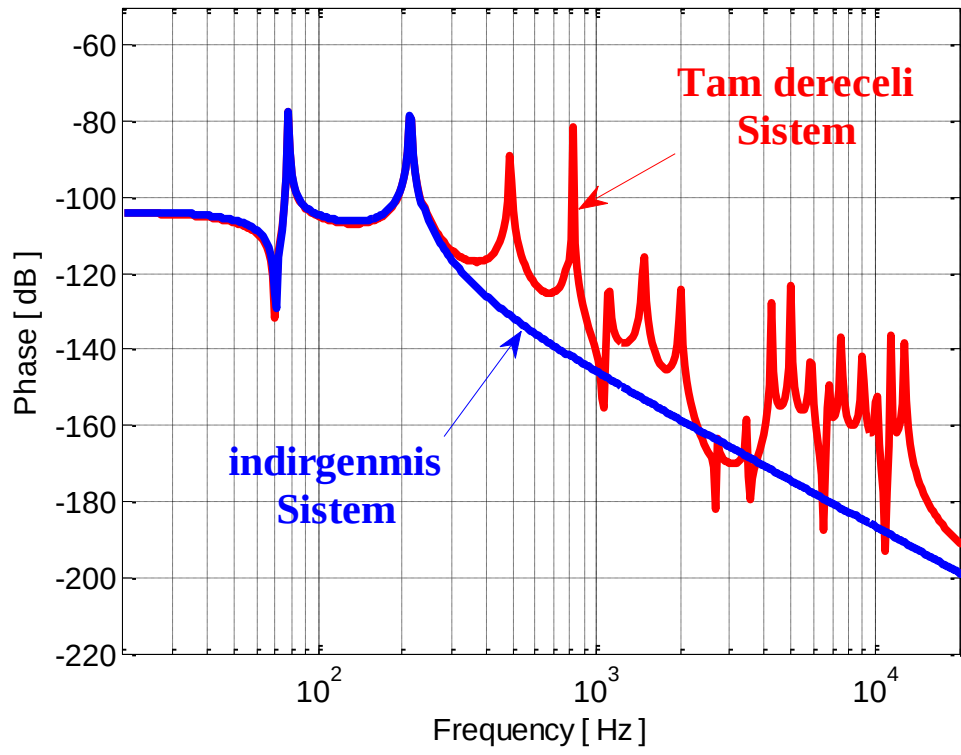
Şekil 5.25: Tam dereceli sistem frekans cevabı

Kontrol tasarımının yapılabilmesi için indirgenmiş sistem elde edilmelidir. Şekil 5.26'deki grafikte indirgenmiş sistem olarak ilk iki rijit ve elastik modu içeren frekans cevabı gösterilmiştir. Frekans cevabında sadece elastik modların frekans değerleri gözükmemektedir. Rijit modların etkisi frekans cevabında pik şeklinde gözükmemektedir.



Şekil 5.26: İndirgenmiş sistem frekans cevabı

Tam dereceli ve indirgenmiş dereceli sistemin frekans cevabının aynı grafikte gösterilmesi Şekil 5.27'de verilmiştir.



Şekil 5.27: Tam dereceli ve indirgenmiş dereceli sistem

6. KONTROL TASARIMLARI VE SİMÜLASYON SONUÇLARI

6.1. Eksenel AMY Sisteminin Kontrol Tasarımı

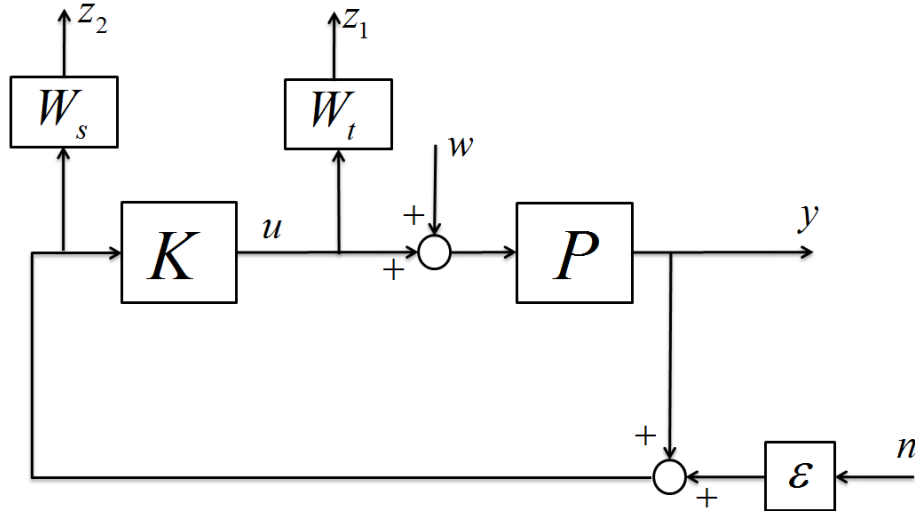
Rotor manyetik yatak sisteminde radyal ve eksenel yöndeki dinamiklerin birbirinden tamamen bağımsız olduğu kabulü yapılarak her iki eksen için kontrol tasarımları ayrı ayrı yapılmaktadır. Esas olarak levitasyonun sağlanması için tüm eksenlerdeki yatakların aynı anda kontrolü yapılmaktadır. Eksenel kontrol uygulanırken radyal eksenlere kontrolün uygulanmaması diye bir durum söz konusu değildir. Kontrol çalışmalarında adım adım uygulama yolu seçilmiştir. Burada eksenel kontrolün deneysel olarak uygulaması radyal eksenlerde üretici firma tarafından yüklenen kontrolcü devrede iken yapılmaktadır. Çalışmanın bu bölümünde eksenel yatak için benzetim modeli, H_∞ kontrol tasarımı, benzetim sonuçları ve deneysel sonuçlar verilecektir.

6.1.1. H_∞ Kontrol Tasarımı

H_∞ kontrol kapalı çevrim kontrol sistemlerinde sistemin transfer matrisinin sonsuz normunu minimize eden lineer bir kontrol tasarım metodudur. Esas olarak H_∞ kontrol bir sistemde modelleme ve parametrik belirsizlikleri olması durumunda bile sürekli kararlılığı veya gürbüz kararlılığı (*robustness*) sağlayan bir kontrol yaklaşımıdır (Zou - et al, 1996).

Eksenel modellemede elde ettiğimiz durum uzayı denklemi (5.17) aslında gerçek sistemi tam olarak temsil etmemektedir. Modelleme esnasında gerçekte nominal bir model elde edilmektedir. Gerçek sistemle elde edilen nominal sistem arasındaki fark belirsizlik (*uncertainty*) olarak isimlendirilmektedir. Modellenemeyen dinamiklerden etkilenmeyen ve bu dinamikler olduğu halde bile kararlı bir kontrol sağlayan kontrol tasarım yöntemi gürbüz (*robust*) kontrol olarak isimlendirilmektedir. Pratikte H_∞ kontrol tasarımında frekans şekillendirme filtreleri kullanılarak gürbüz kararlılık ve performans amaçlanmaktadır. Şekil 6.1’de

gösterilen kontrol tasarım yapısını esas alalım. Burada P ile ifade edilen denklemler (5.17) ve (5.18)'de verilen sistem durum uzayı yapısıdır. K tasarlanacak kontrolörü temsil etmektedir. Blok diyagramında z_1 ve z_2 kontrol edilecek değişkenleri, w sisteme etki eden yapısal olmayan gürültüleri ve n ise sensör gürültüsünü ifade etmektedir.



Şekil 6.1: Kontrol tasarımı için kullanılan blok diyagramı

İlk durumda $K(s)=0$ düşünülerek sistem, frekans şekillendirme filtrelerini içeren ve kontrol tasarımında kullanılan genişletilmiş sistem yapısı elde edilebilir. Burada sistemin ve filtrelerin durum uzayı denklemleri bilinmektedir. Sistem girişler ve çıkışlar olarak;

$$\begin{aligned} z_1 &= W_t u \\ z_2 &= W_s (\varepsilon n + P(w + n)) \\ y &= \varepsilon n + P(w + n) \end{aligned} \quad (6.1)$$

şeklinde yazılabilir. Transfer matrisi olarak;

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & W_t \\ W_s P & \varepsilon W_s & W_s P \\ P & \varepsilon & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ n \\ u \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

elde edilir. Bu matris yapısının kısa gösterilişi aşağıda belirtildiği gibidir.

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} \bar{w} \\ u \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

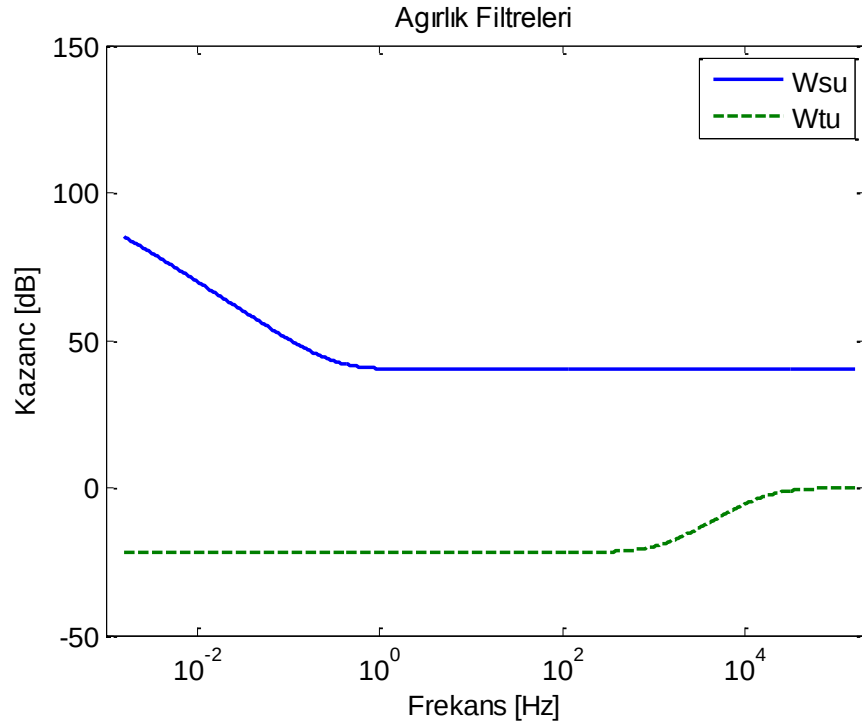
burada;

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}, \quad z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{w} = \begin{bmatrix} w \\ n \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

yapısındadır. Burada frekans şekillendirme filtreleri aşağıdaki şekilde deneysel çalışmalar sonucunda belirlenmiştir ve seçilen filtrelerin frekans cevapları Şekil 6.2’de verilmiştir;

$$W_T = k_t \frac{s + \omega_{num_t}}{s + \omega_{den_t}} = \frac{s + 8000}{s + 100000} \quad (6.5)$$

$$W_S = k_s \frac{s + \omega_{num_s}}{s + \omega_{den_s}} = 100 \frac{s + 2}{s + 0.005} \quad (6.6)$$



Şekil 6.2: Eksenel H_∞ kontrol tasarımı ağırlık filtreleri frekans cevabı

Esas olarak kontrol sisteminde W_T gürbüz kararlılığı, W_S gürbüz cevap performansını arttırmak için seçilmiştir. Kontrol blok yapısında $u = K(s)y$ şeklinde tanımlanırsa kapalı çevrim transfer matrisi;

$$G_{zw}(s) = G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21} \quad (6.7)$$

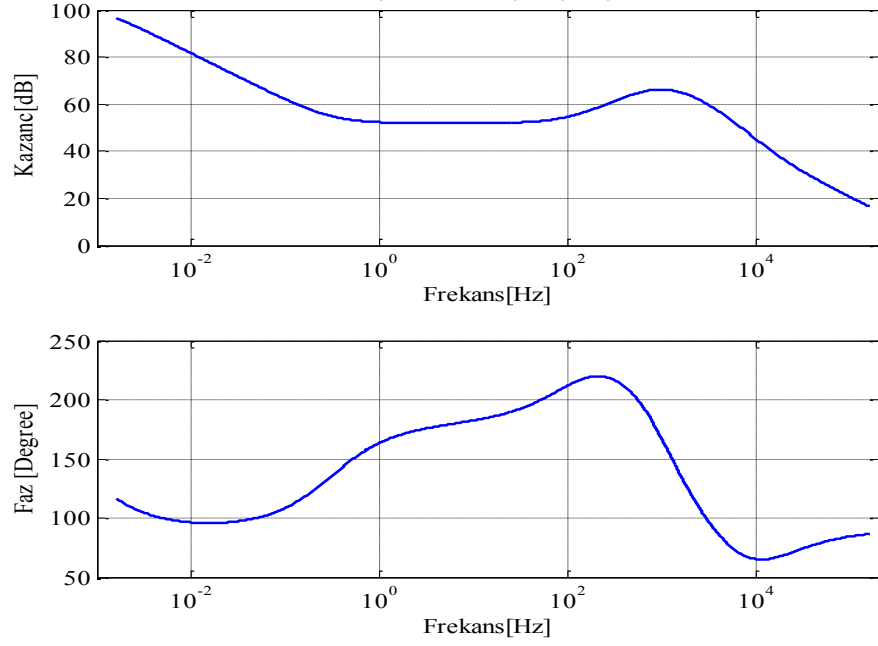
olarak elde edilir. Tasarlanan H_∞ kontrolör K , γ pozitif bir sayı olmak üzere kapalı çevrim kontrol sistemi transfer matrisi için aşağıdaki şartı sağlamaktadır.

$$\|G_{zw}(s)\|_\infty < \gamma \quad (6.8)$$

Genişletilmiş sistem matrisi $G(s)$ oluşturulduktan sonra H_∞ kontrolör *MATLAB/Robust Control Toolbox* kullanılarak hesaplanmıştır. H_∞ kontrolör durum uzayı şeklinde elde edilmektedir. Kontrolör yapısı;

$$\begin{aligned} \dot{x}_k &= A_k x_k + B_k y \\ i_z &= C_k x_k + D_k y \end{aligned} \quad (6.9)$$

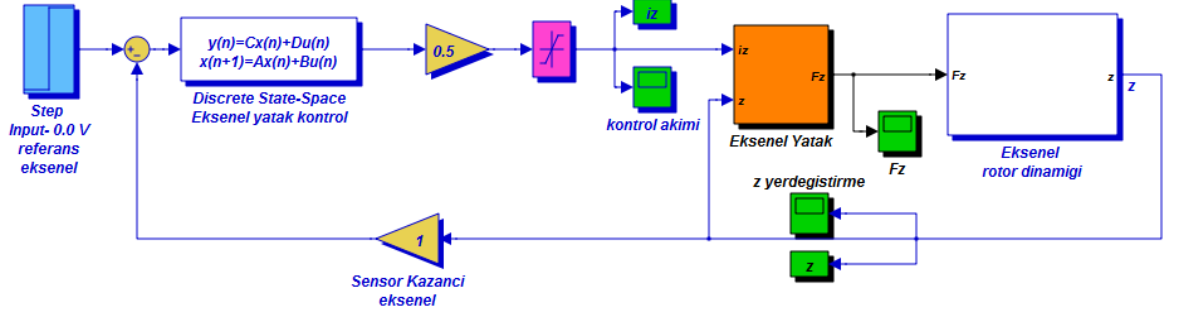
şeklindedir. Kontrolör frekans cevabı Şekil 6.3'da gösterilmiştir. Tasarlanan H_∞ kontrolör dinamik bir kontrolördür yani frekansa bağlı olarak kazancı ve fazı değişim göstermektedir.



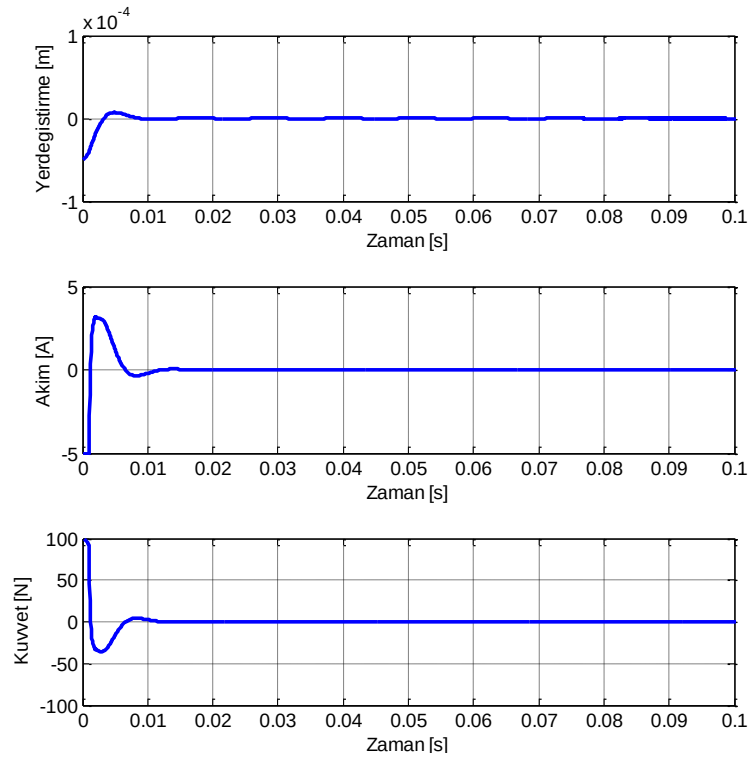
Şekil 6.3: Eksenel H_{∞} kontrolör frekans cevabı

6.1.2. Simülasyon Sonuçları

Eksenel AMY rotor durum uzayı modeli (5.17) ve (6.9)'da verilen tasarlanan H_{∞} kontrolör esas olarak kapalı çevrim geri besleme simülasyon modeli (*Matlab/Simulink*) oluşturuldu. Şekil 6.4'de eksenel kontrol tasarımı için oluşturulan simülasyon modeli blok diyagramı gösterilmektedir. Tasarlanan kontroller sürekli zamanda elde edilmektedir. Deneysel uygulamalarda dijital kontrolör kullanıldığı için ayrık zamanlı durum uzayı bloğuna (*Discrete State-Space*) dönüştürmek gerekmektedir. Eksenel aktif manyetik yatak H_{∞} kontrolör simülasyon modelinden (Şekil 6.4) elde edilen simülasyon sonuçları Şekil 6.5'de gösterilmektedir. Burada verilen sonuçlar rotorun bir başlangıç değerinde levitasyon sağlaması durumu için zaman domenı cevapları olan; rotor yerdeğiştirmesi, yatak kontrol akımı ve uygulanan kuvvet değerleri verilmiştir.



Şekil 6.4: Eksenel H_{∞} kontrol simulasyon modeli



Şekil 6.5: Eksenel yatak H_{∞} kontrol simülasyon sonuçları

6.2. Radyal Eksen Rijit Rotor AMY Sisteminin H_{∞} Kontrol Tasarımı

Rotor, boyutları esas alınır ve titreşim modlarının ortaya çıktığı frekans değerleri düşünülürse elastik bir rotor karakteristiği göstermektedir. Bu proje amaçları içinde elastik bir rotor yapısı öngörülmüştür. Fakat rotoru rijit kabul ederek

kontrol tasarımı yapmanın amacı modellemedeki kolaylık ve aynı zamanda başka kontrol yöntemleri ile karşılaştırma yapmaktır. Bu nedenle H_∞ kontrol tasarımında rijit rotor kabulü yapılarak yola başlamak bize elastik rotor tasarımı ile yapılan kontrol tasarımına yardımcı olacaktır.

Bu bölümde radyal eksen için rotorun rijit olduğu kabulü ile modellemeden elde edilen denklemler kullanılarak H_∞ kontrol tasarımı anlatılacaktır. Radyal eksen için H_∞ kontrol tasarımı yaparken eksenel kontrol için Şekil 6.1’de verilen blok yapısı aynen geçerlidir. Radyal kontrol tasarımında fark (5.127) ve (5.128) denklemlerinde elde edilen durum uzayı yapısı ve çıkış denklemine bakıldığında dört giriş ve dört çıkış olduğu görülmektedir. Dolayısı ile tasarlanacak kontrolör çok girişli çok çıkışlı (*multi - input, multi - output*) kontrol yapısında olacaktır. Tüm dış girişlerden tüm çıkışlara olan transfer matrisi aşağıdaki şekilde elde edilebilir;

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & W_t \\ W_s P & \varepsilon W_s & W_s P \\ P & \varepsilon & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ n \\ u \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} \bar{w} \\ u \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

Burada kontrol tasarımında kullanılan filtreler aşağıdaki şekilde tespit edilmiştir. Bu filtrelerin frekans ve kazanç değerlerini gösteren grafikleri Şekil 6.6’da gösterilmektedir.

$$w_t = k_t \frac{s + \omega_{num_t}}{s + \omega_{den_t}} \quad (6.12)$$

$$w_s = k_s \frac{s + \omega_{num_s}}{s + \omega_{den_s}} \quad (6.13)$$

Sistemde dört giriş ve dört çıkış olduğu için frekans şekillendirme filtrelerimi matris formunda yazarsak;

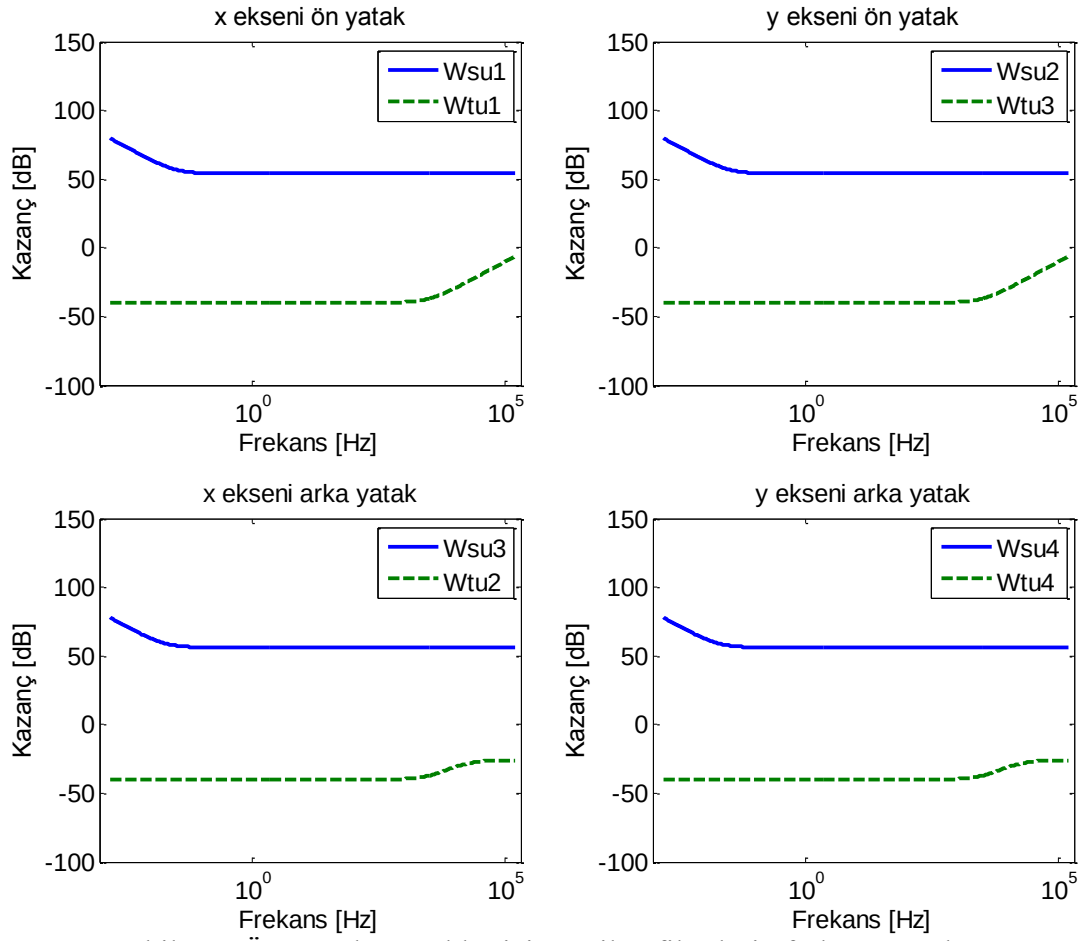
$$W_s = \begin{bmatrix} w_{s1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_{s2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_{s3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_{s4} \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

$$W_T = \begin{bmatrix} w_{T1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_{T2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_{T3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_{T4} \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

$$W_s = \begin{bmatrix} 10 \frac{50s+10}{s+0.00001} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 \frac{50s+10}{s+0.00001} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \frac{80s+10}{s+0.00001} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \frac{80s+10}{s+0.00001} \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

$$W_T = \begin{bmatrix} 5 \frac{s+20000}{s+10000000} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 \frac{s+20000}{100s+10000000} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \frac{s+20000}{s+10000000} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \frac{s+20000}{100s+10000000} \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

elde edilir.



Şekil 6.6: Ön ve arka yataklar için seçilen filtrelerin frekans cevabı

H_∞ kontrolör tasarımı, γ pozitif bir sayı olmak üzere kapalı çevrim kontrol sistemi transfer matrisi için aşağıdaki şartı sağlamaktadır.

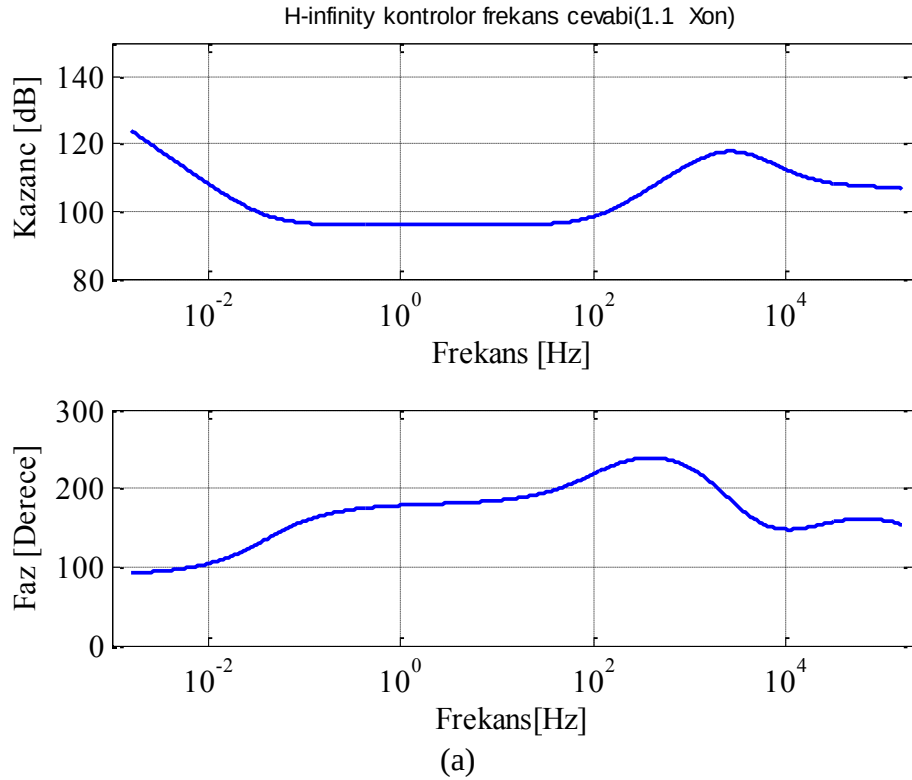
$$\|G_{zw}(s)\|_\infty < \gamma \quad (6.18)$$

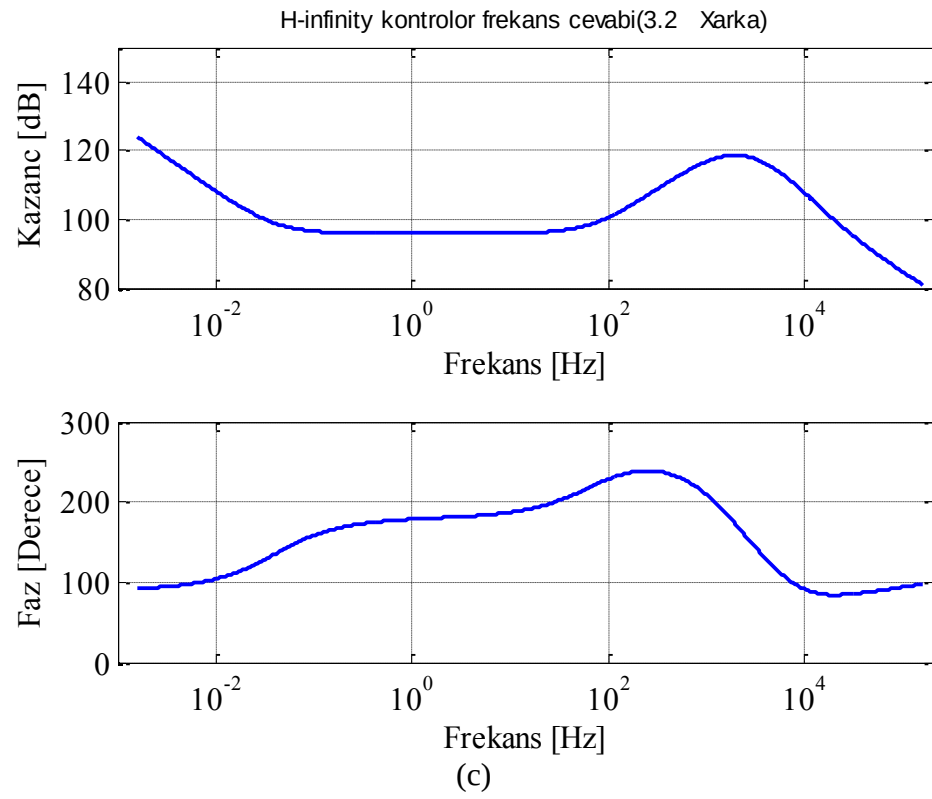
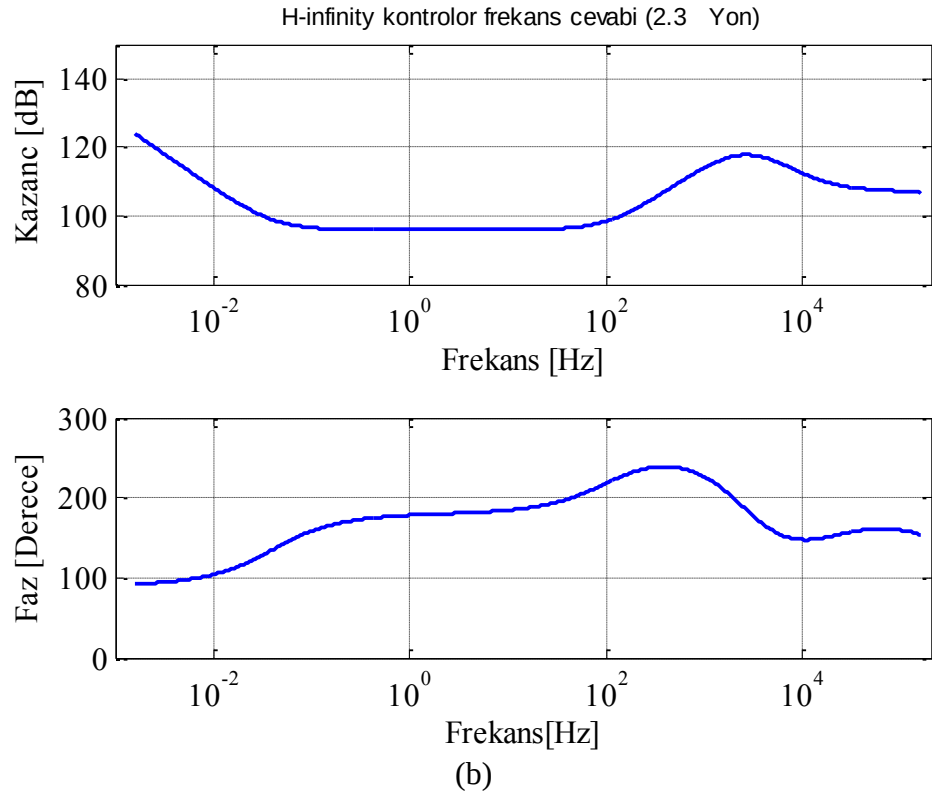
Genişletilmiş sistem matrisi $G(s)$ oluşturulduktan sonra H_∞ kontrolör *MATLAB/Robust Control Toolbox* kullanılarak hesaplandı. Kontrol yapısı;

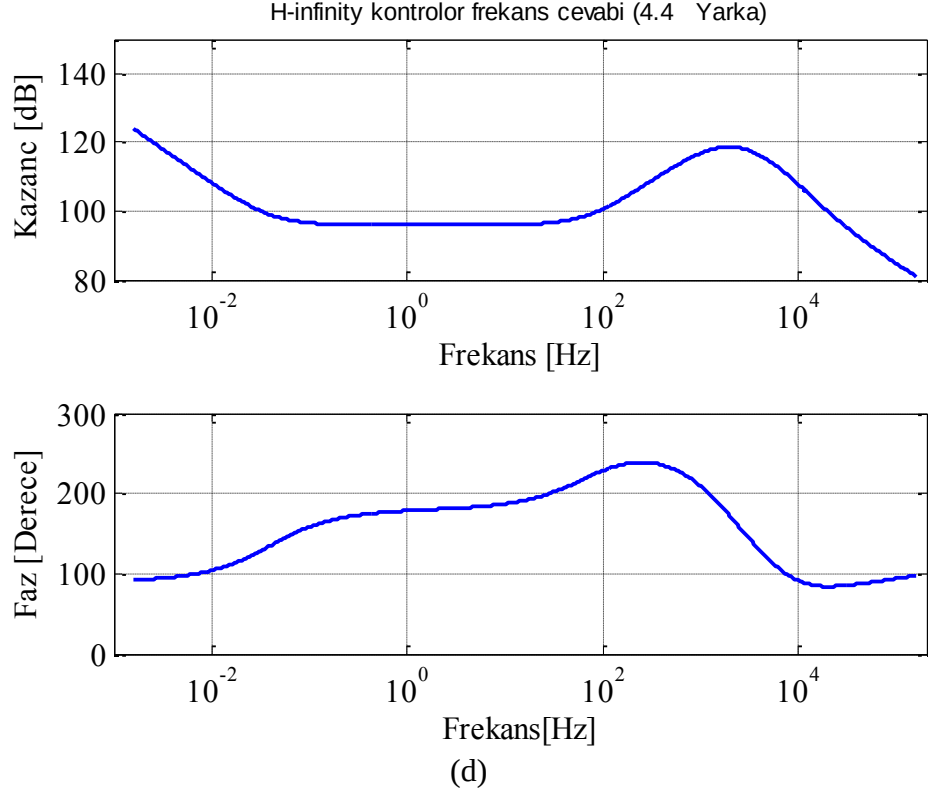
$$\dot{x}_k = A_k x_k + B_k \begin{bmatrix} x_{fs} \\ y_{fs} \\ x_{rs} \\ y_{rs} \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

$$\begin{bmatrix} i_{fx} \\ i_{rx} \\ i_{fy} \\ i_{ry} \end{bmatrix} = C_k x_k + D_k \begin{bmatrix} x_{fs} \\ y_{fs} \\ x_{rs} \\ y_{rs} \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

olarak elde edilmektedir. Dört sensör girişinden dört kontrol akımına olan her bir frekans cevabı Şekil 6.7’de verilmiştir. Burada (a), x yönünde ön sensörden aynı yöndeki kontrol akımının oluşturduğu kontrolör transfer fonksiyonunun cevabını göstermektedir. Benzer şekilde (b), x yönünde arka sensör ve aynı yönde kontrol akımına olan frekans cevabıdır. (c) ve (d), y yönünde ön ve arka yataklar için frekans cevapları elde edilmiştir.



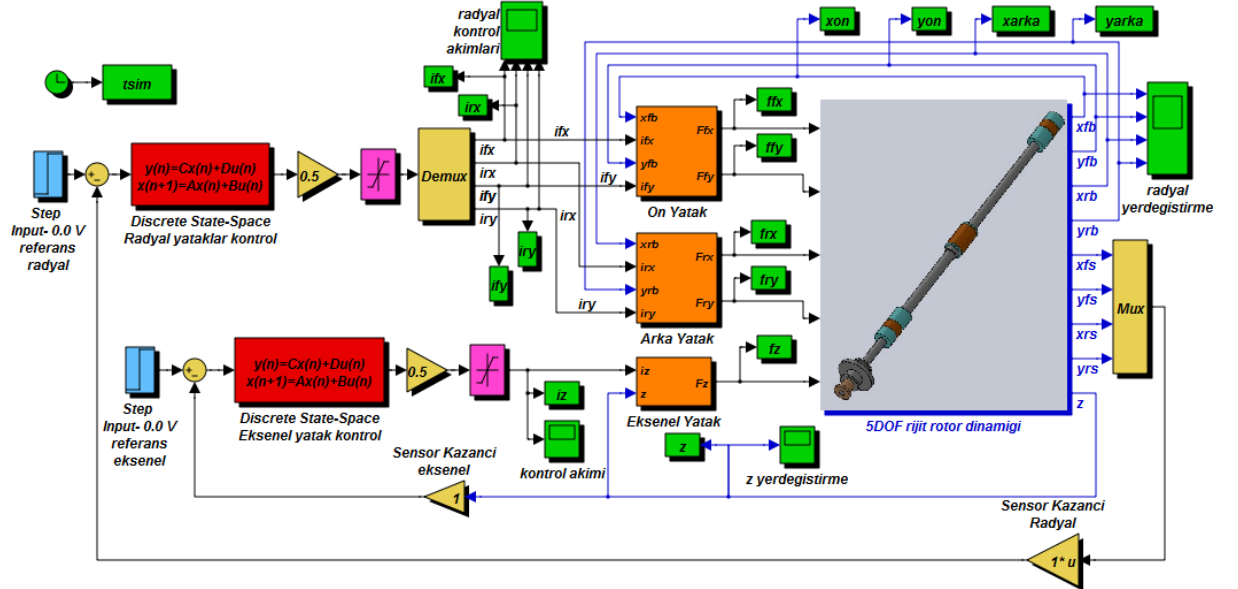




Şekil 6.7: Radyal H_∞ kontrolörün frekans cevapları

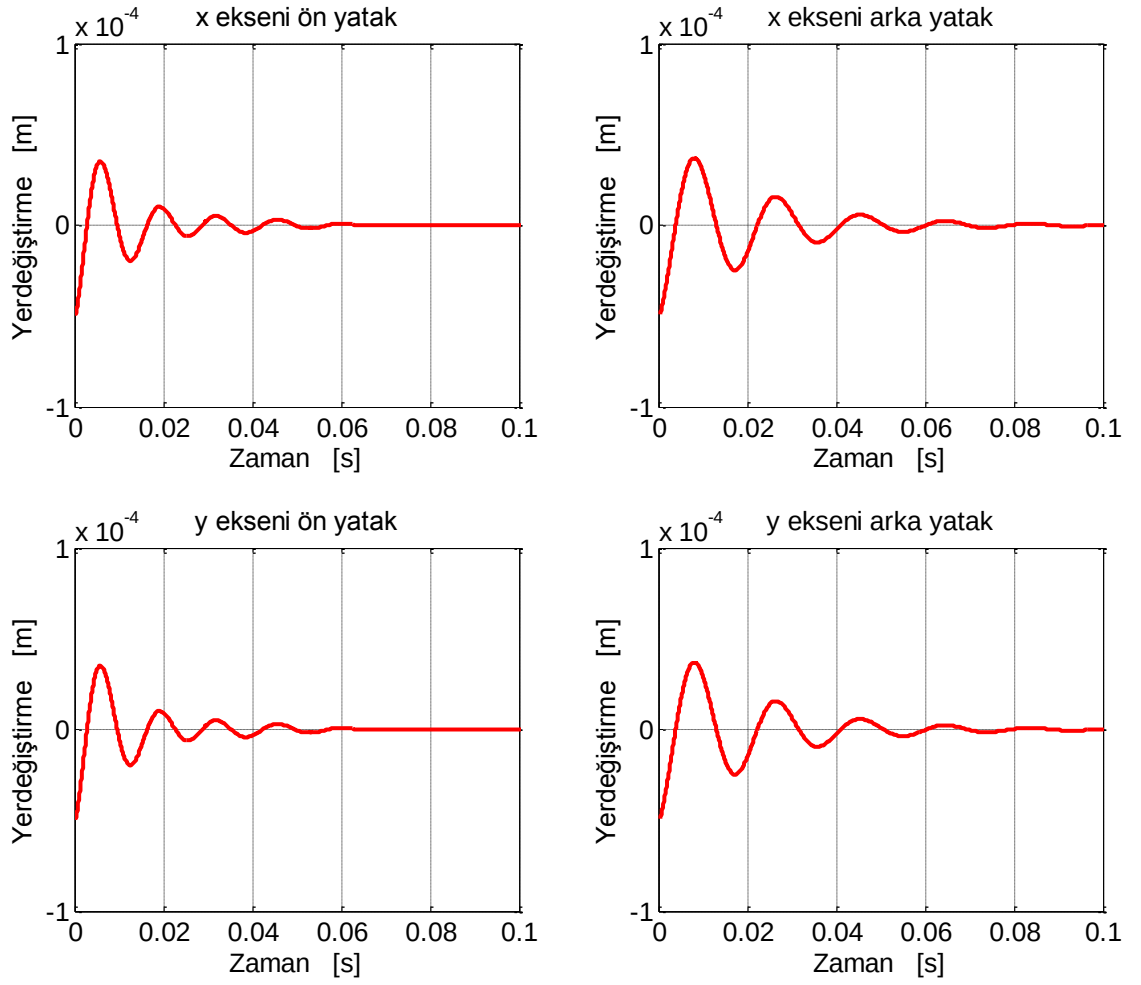
6.2.1. Simülasyon Sonuçları

Şekil 6.8’de verilen beş eksen kontrollü sistem simülasyon modelinde görüldüğü gibi iki ayrı kontrol bloğu kullanılmıştır. Bunlardan birincisi radyal yöndeki dinamikleri kapsayan ön ve arka yatak için dört eksen kontrol bloğu, diğeri ise eksenel yatak için z doğrultusundaki dinamikleri kapsayan kontrol bloğudur. Gerek eksenel gerekse radyal eksen için tasarlanan H_∞ kontrol sürekli zamanda hesaplanan kontrolördür. Bu kontrolörlerin dijital ortama uygun hale getirilmesi için ayrık zamana dönüştürülmesi gerekmektedir. Oluşturulan bu kontroller *Tustin* transformasyonu ile dönüştürüldükten sonra ayrık zamanlı durum uzayı (*discrete state-space*) bloğu ile sisteme girilmiştir. Ayrıca Şekil 6.8’deki simülasyon modelinde ön, arka ve eksenel yatak dinamikleri ayrı bloklarda belirtilmiştir. Rotor ise beş serbestlik dereceli sistem modeli içinde tek bir blok halinde simülasyon modeline konulmuştur.

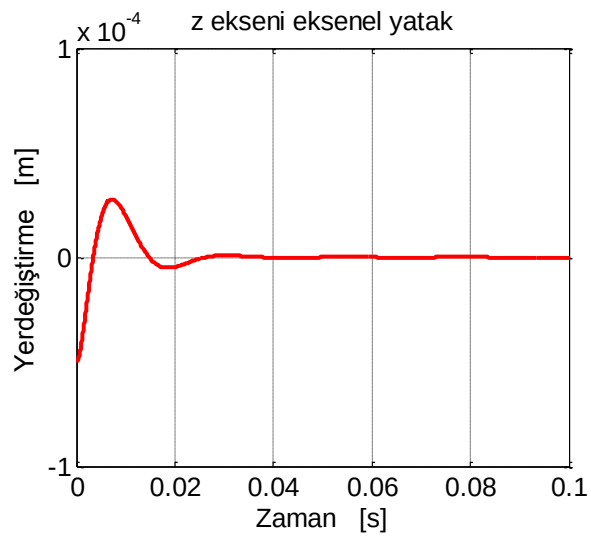


Şekil 6.8: Rijit rotor kabulü kontrol tasarımı için oluşturulan benzetim modeli

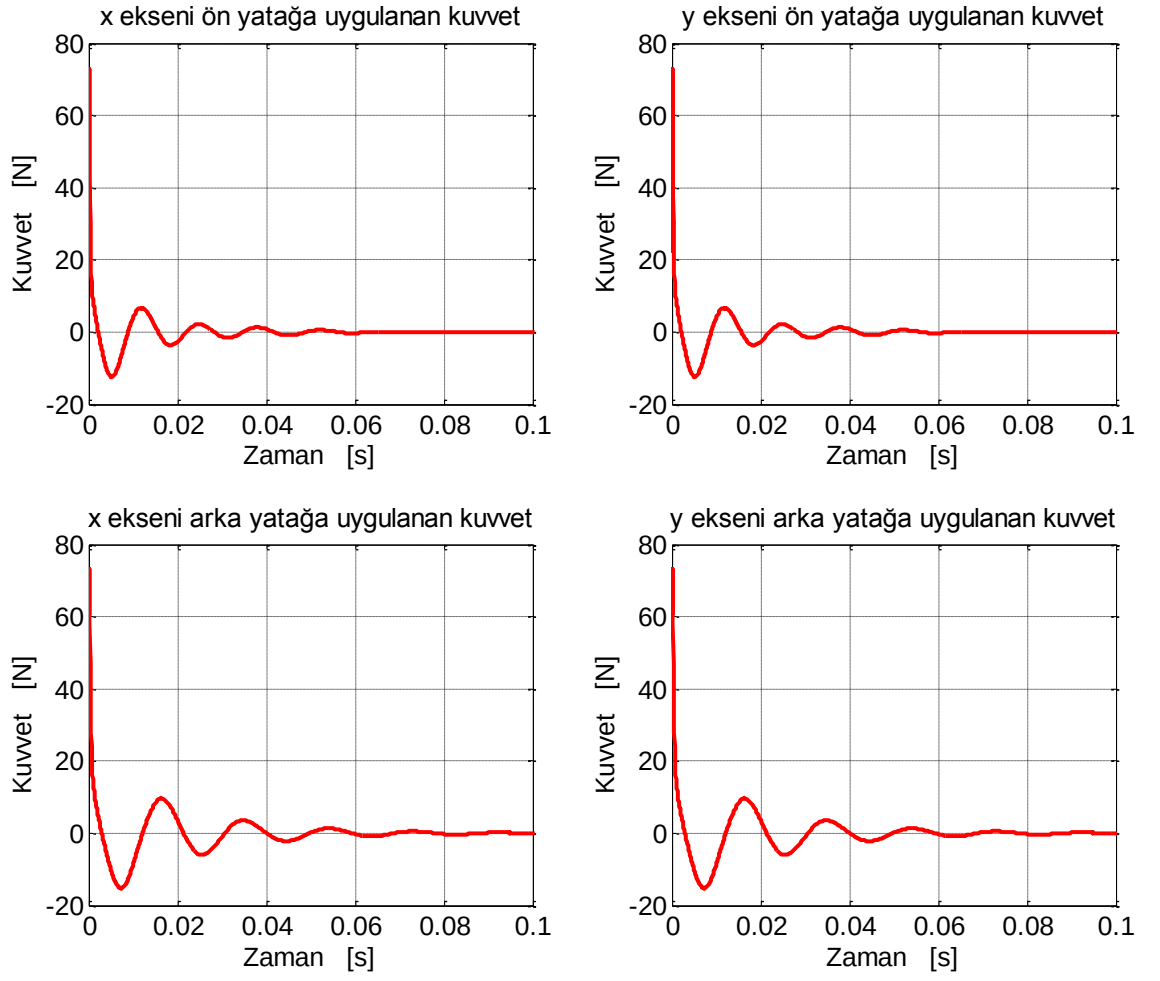
Şekil 6.8’de verilen simülasyon modelinde rotorun belli bir başlangıç değeri için aldığı sonuçlar elde edilmiştir. Şekil 6.9 ve Şekil 6.10’da rotorun radyal ve eksenel kontrolü sonucu yerdeğişimlerinin zamana bağlı değişimi görülmektedir. Rotor yerdeğiştirmeleri merkez eksen olan sıfır eksenine gitmektedir dolayısı ile sistem kararlılığı sağlanmaktadır. Şekil 6.11 ve Şekil 6.12 sırası ile radyal ve eksenel yataklarda üretilen kuvvetleri göstermektedir. Benzer şekilde Şekil 6.13 ve Şekil 6.14 bu yataklardan geçen kontrol akımlarının zamana bağlı cevabını vermektedir.



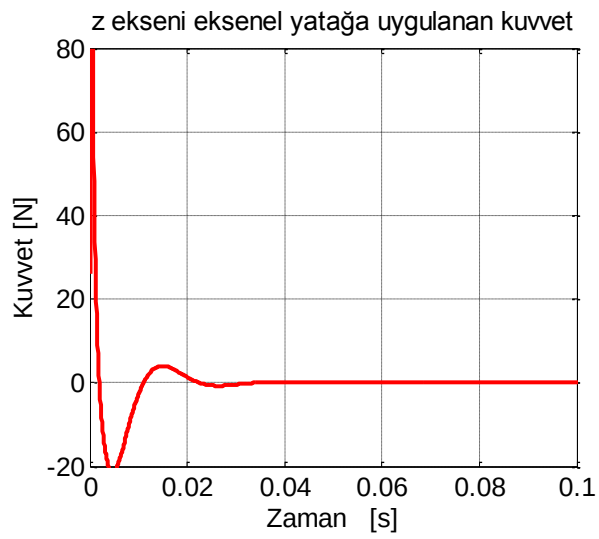
Şekil 6.9: Radyal manyetik yatakların yaptığı yer değişimleri



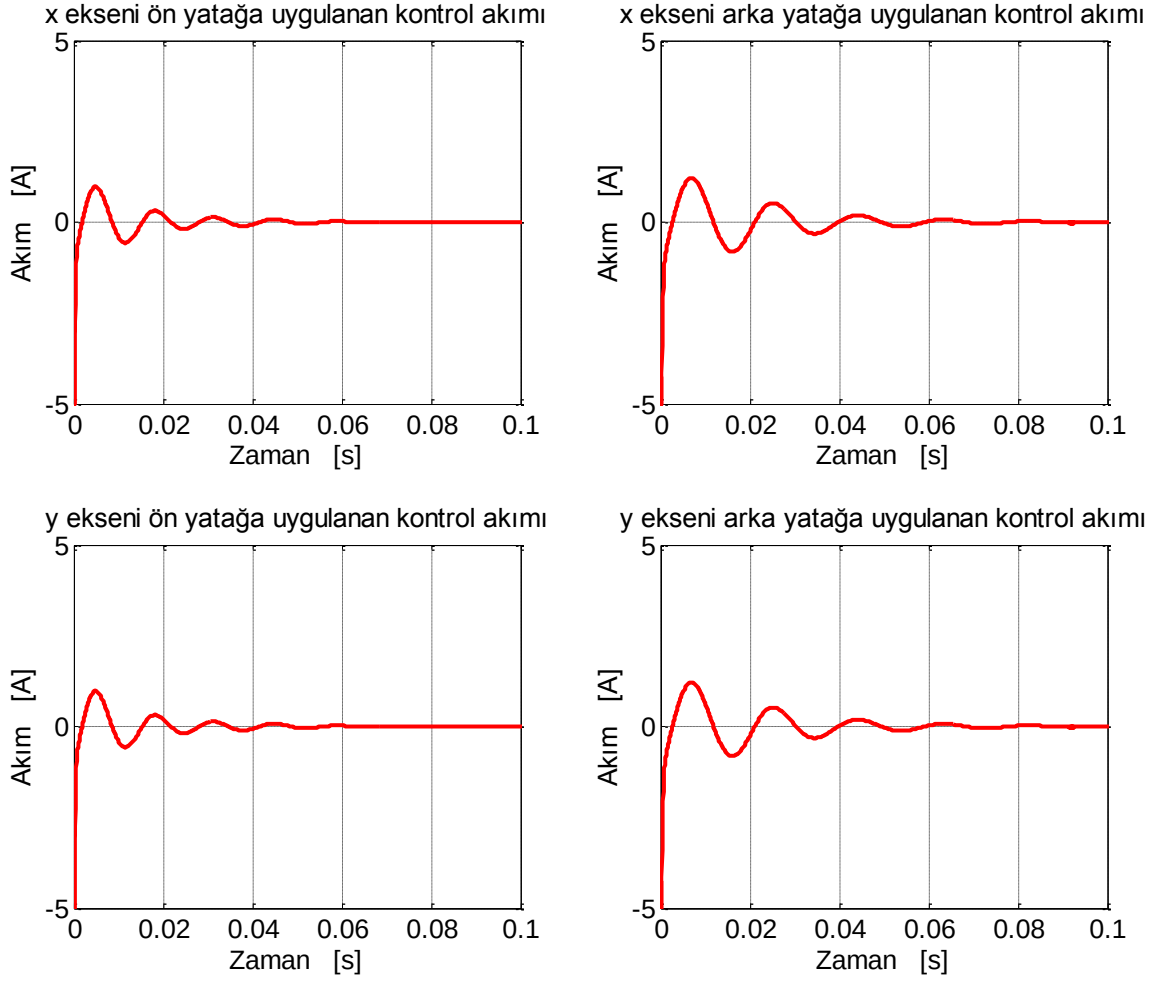
Şekil 6.10: Eksenel manyetik yatağın yaptığı yer değiştirme



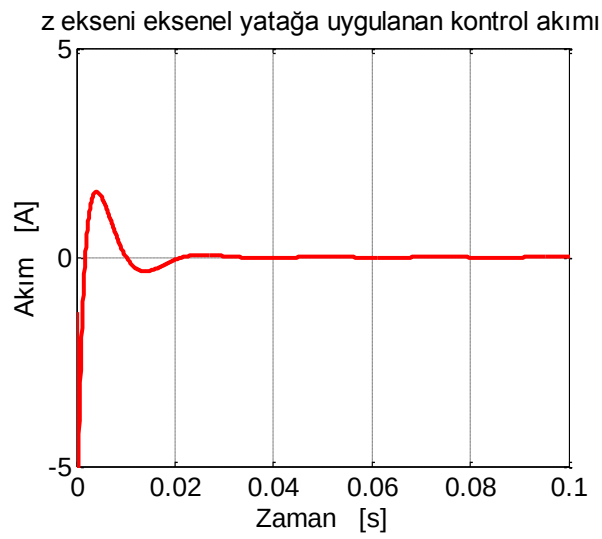
Şekil 6.11: Radyal manyetik yataklara uygulanan kuvvetler



Şekil 6.12: Ekstenel manyetik yatağa uygulanan kuvvet



Şekil 6.13: Radyal manyetik yataklara uygulanan kontrol akımları



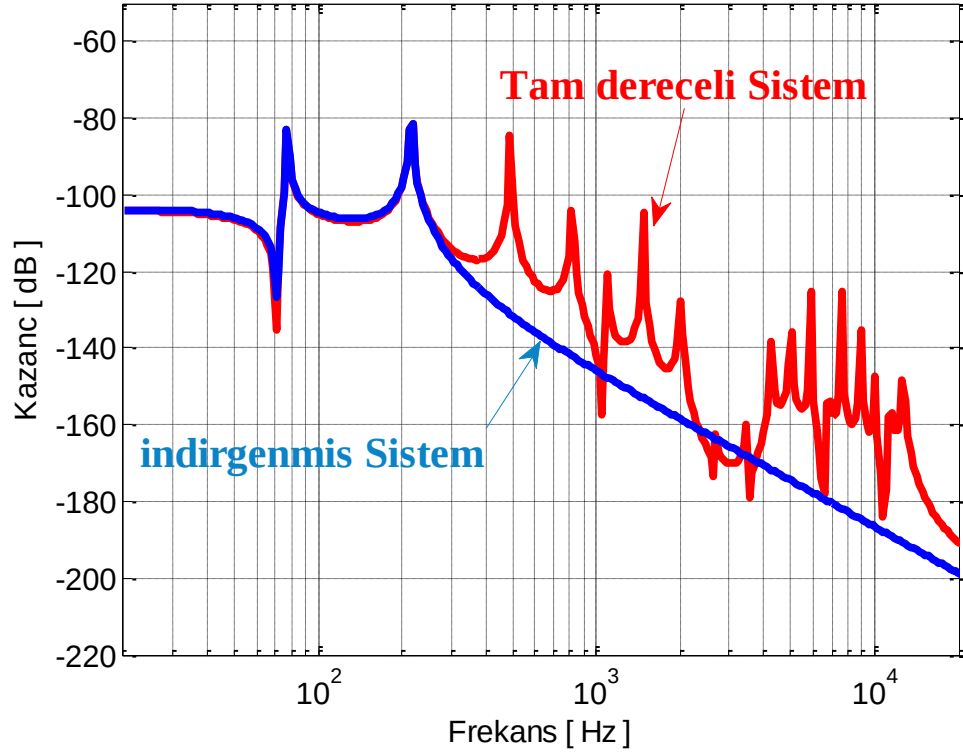
Şekil 6.14: Eksenel manyetik yatağa uygulanan kontrol akımı

6.3. Radyal Eksen Elastik Rotor AMY Sisteminin H_∞ Kontrol Tasarımı

Bu bölümde elastik rotor kabulü ile yapılan modelleme esas alınarak H_∞ kontrol anlatılacaktır. Modellenemeyen dinamiklerden etkilenmeyen ve bu dinamikler olduğu halde bile kararlı bir kontrol sağlayan kontrol tasarım yöntemi gürbüz (robust) kontrol olarak isimlendirilmektedir. Pratikte H_∞ kontrol dizaynında belirsizliklerin modellenmesi önemlidir ve frekans şekillendirme filtrelerinin seçiminde bu belirsizlikler kullanılmaktadır.

Elastik rotor sisteminde teorik olarak sonsuz sayıda elastik mod vardır. Pratikte belirli sayıda modu içeren modeller elde edilmektedir. Öngörülen çalışma frekansında iki adet elastik mod olduğundan kontrol dizaynında nominal model olarak indirgenmiş model kullanılacaktır. Düşük frekans modlarının rotorun toplam titreşim cevabı üzerindeki etkisi yüksek frekans modlarının etkisinden çok daha fazladır. Dolayısı ile bu iki modun kontrolü rotor titreşimlerini büyük ölçüde bastıracaktır. Diğer yandan ihmal edilen yüksek frekans modlarının kontrolör tarafından uyarılmaması gerekmektedir. Pratikte spillover olarak isimlendirilen bu durumun oluşmaması için kontrol tasarımında ihmal edilen sistem dinamikleri kullanılacaktır.

Elastik rotor sisteminde tam dereceli durum uzayı denklemi için ilk 20 adet elastik modu içeren bir modelleme yapıldı. İndirgenmiş sistem daha öncede belirtildiği gibi sadece iki adet elastik modu içermektedir. Şekil 6.15 tam ve indirgenmiş model sistemin frekans cevaplarını göstermektedir. Bu şekildeki frekans cevapları tam dereceli sistem için elde edilen durum uzayı denklemi ile indirgenmiş sistem için elde edilen durum uzayı denklemi esas alınarak oluşturulmuştur. Frekans cevabında rijit modların eşlenik köklerinin kompleks düzleminin sağ tarafında olmasından dolayı genlikte belli bir pik şeklinde davranış göstermemektedir.



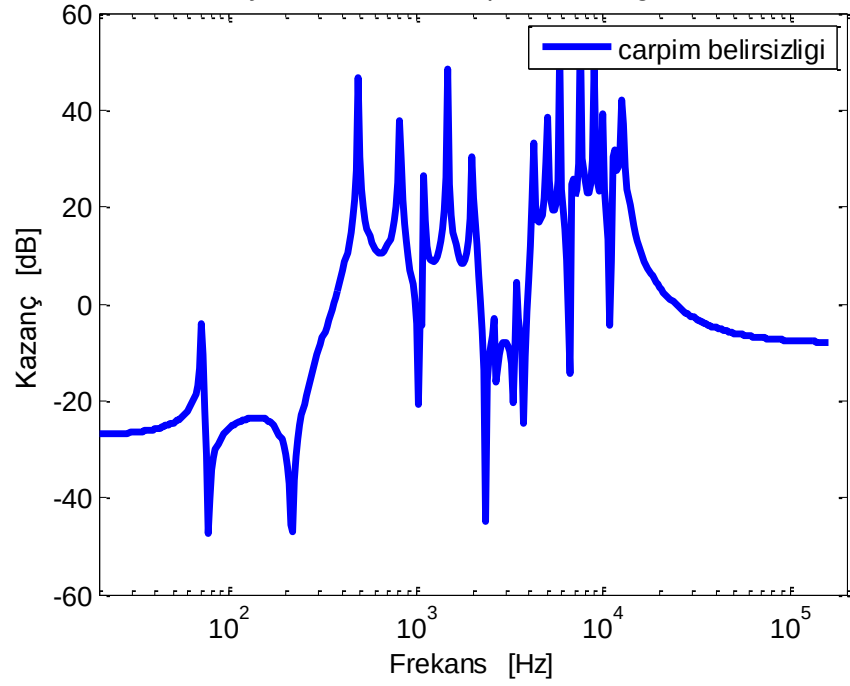
Şekil 6.15: Tam ve indirgenmiş sistem frekans cevapları

6.3.1. Belirsizlik Tanımı ve Frekans Şekillendirme Filtrelerinin Seçimi

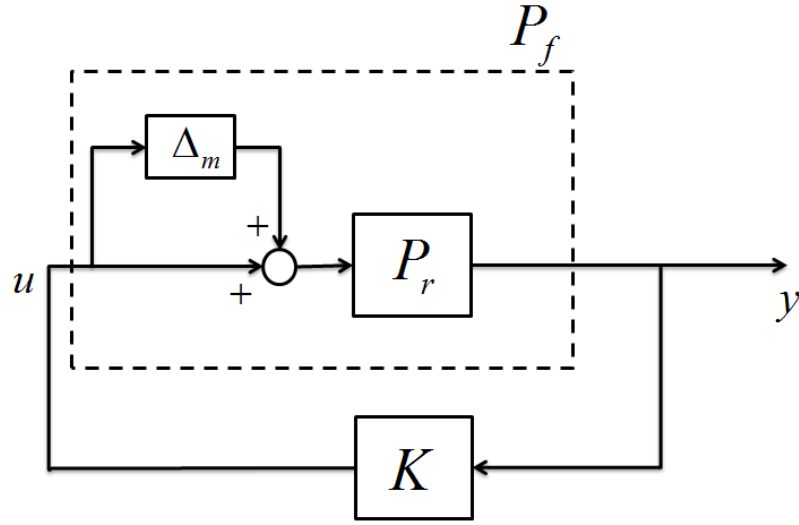
Genelde kontrol sistemi içinde belirsizliklerin sisteme olan etkisi toplam ve çarpım belirsizlikleri olarak iki şekilde verilebilir. Çarpım belirsizliği ifadesi

$$\Delta_m(s) = \frac{P_f(s) - P_r(s)}{P_r(s)} \quad (6.21)$$

şeklinde kararlı transfer fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır. Şekil 6.16'da modellenmeyen dinamiklerin çarpım belirsizliği frekans cevabı gözükmektedir. Ayrıca Şekil 6.17'de belirsizlik etkisinin toplam sistem içindeki yerini ifade etmektedir.

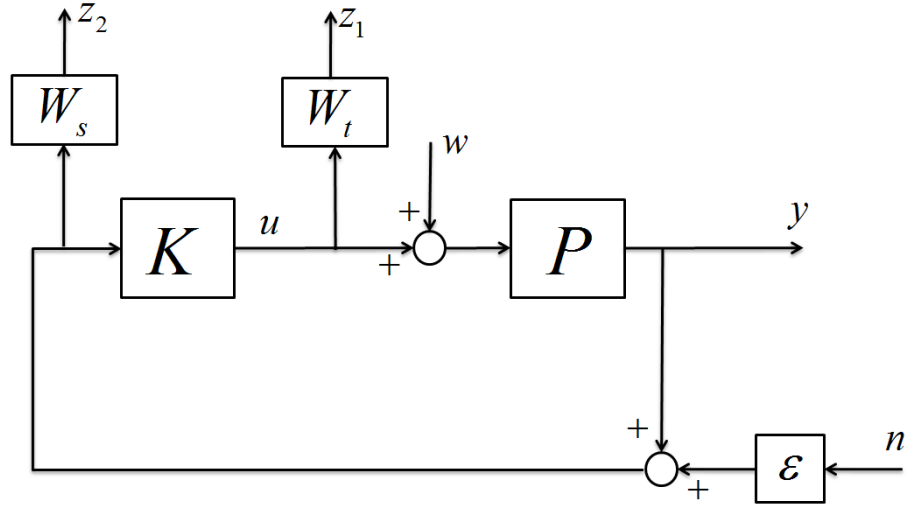


Şekil 6.16: Modellenmeyen dinamiklerin çarpım belirsizliği frekans cevabı



Şekil 6.17: Belirsizlik etkisinin sisteme ilavesi

H_∞ kontrol dizaynı için kullanılan kontrol yapısı Şekil 6.18’de gösterilmiştir. Burada P_r indirgenmiş sistemi, W_t kontrol girişini şekillendirecek ve gürbüz kararlılığı (robust stability) sağlayacak filtreyi, W_s sistem cevabını şekillendirecek gürbüz sistem cevabını (robust performans) sağlayacak filtreyi göstermektedir. Ayrıca z_1 ve z_2 kontrol edilen değişkenleri, y ölçülen değişkenleri, u kontrol girişini, w sistem gürültü girişini ve n sensör gürültü girişini göstermektedir. ε gürültü miktarını temsil eden pozitif bir sayıdır.



Şekil 6.18: Kontrolör tasarımı için kullanılan yapı

Gülbüz kararlılık için belirsizlikler ve frekans şekillendirme filtreleri arasındaki ilişki (6.22)'deki gibi verilebilir.

$$\bar{\sigma} \{ \Delta_m(j\omega) \} \leq |W_t(j\omega)| : \forall \omega \quad (6.22)$$

Bu ifadenin pratik anlamı bütün frekans bölgesinde filtrelerin mutlak değerinin belirsizlik transfer fonksiyonunun maksimum singüler değerinden büyük veya eşit olması gerektiğidir. Bizim sistemimizde tam ve indirgenmiş sistem için oluşturulan çarpım belirsizliklerini kaplayan gülbüz kararlılık filtresi W_t ve sistem performansını iyileştiren W_s filtresi aşağıdaki şekilde seçilmiştir.

$$w_T = k_t \frac{s + \omega_{num_t}}{s + \omega_{den_t}} \quad (6.23)$$

$$w_S = k_s \frac{s + \omega_{num_s}}{s + \omega_{den_s}} \quad (6.24)$$

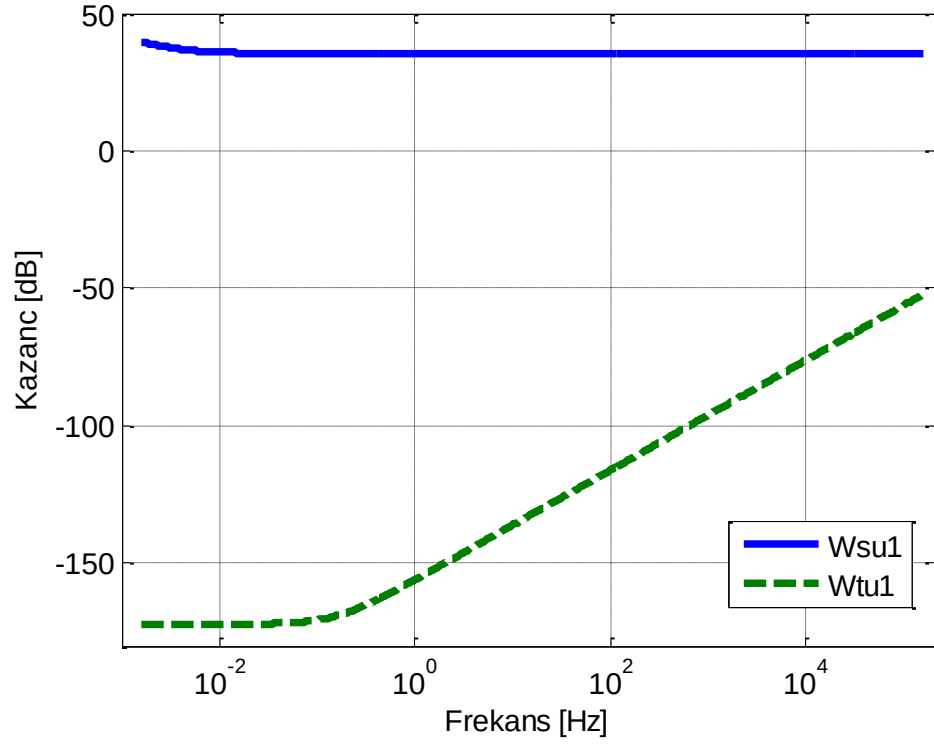
$$W_S = \begin{bmatrix} w_{S1} & 0 \\ 0 & w_{S2} \end{bmatrix} \quad (6.25)$$

$$W_T = \begin{bmatrix} w_{T1} & 0 \\ 0 & w_{T2} \end{bmatrix} \quad (6.26)$$

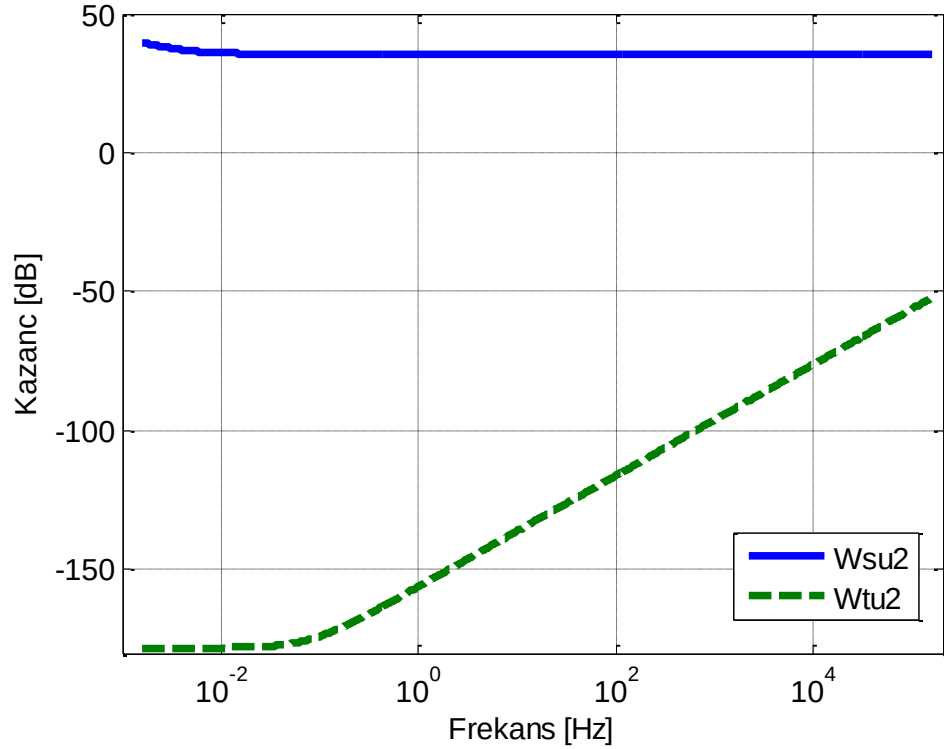
$$W_s = \begin{bmatrix} 2 \cdot 10^{-8} \frac{3 \cdot 10^9 s + 6 \cdot 10^7}{s + 0.01} & 0 \\ 0 & 2 \cdot 10^{-8} \frac{3 \cdot 10^9 s + 6 \cdot 10^7}{s + 0.01} \end{bmatrix} \quad (6.27)$$

$$W_T = \begin{bmatrix} 5 \cdot 10^{-6} \frac{10^5 s + 10^5}{s + 2 \cdot 10^8} & 0 \\ 0 & 5 \cdot 10^{-6} \frac{10^5 s + 5 \cdot 10^4}{s + 2 \cdot 10^8} \end{bmatrix} \quad (6.28)$$

Nihai kontrol tasarımı deneysel çalışmaları sonucunda yukarıdaki frekans şekillendirme filtreleri elde edilmiştir. Bu filtreleri seçiminde deneysel sonuçlar referans alınmıştır. Farklı şekildeki filtre seçimleri sistemi levitasyon durumuna getirebilmektedir. Fakat yüksek devirdeki rotor hızlarında en iyi sonuç bu filtreler ile sağlanmıştır. Gürbüz kararlılık filtresi W_t ve sistem performansını iyileştiren W_s filtresi frekans cevapları Şekil 6.19’de ön yatak için ve Şekil 6.20’de arka yatak için gösterilmektedir. Daha öncede belirttiğimiz gibi sistemde simetri esas olduğu için elde edilen bu filtreler hem radyal x doğrultusunda hem de radyal y doğrultusunda geçerlidir.



Şekil 6.19: Ön yatak için seçilen frekans şekillendirme filtreleri



Şekil 6.20: Arka yatak için seçilen frekans şekillendirme filtreleri

Gülbüz sistem performansı için manyetik yatak sistemlerinde özellikle levitasyon durumunda rotorun orijine getirilmesi önemlidir. Böyle bir durum düşük

frekans bölgesinde kontrolörün integral etkisine sahip olması anlamına gelmektedir. Kontrolöre bu özelliği kazandıran W_s filtresidir.

6.3.2. H_∞ Kontrolörün Hesaplanması

Şekil 6.18’de gösterilen kontrol tasarım yapısı esas alalım. İlk durumda $K(s)=0$ düşünülerek sistemi, frekans şekillendirme filtrelerini içeren ve kontrol tasarımında kullanılan genişletilmiş sistem yapısı elde edilebilir. Burada sistemin ve filtrelerin durum uzayı denklemleri bilinmektedir. Sistem girişler ve çıkışlar olarak

$$\begin{aligned} z_1 &= W_t u \\ z_2 &= W_s [\varepsilon n + P_r (w + u)] \\ y &= \varepsilon n + P_r (w + u) \end{aligned} \quad (6.29)$$

şeklinde yazılabilir. Transfer matrisi olarak;

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & W_t \\ W_s P_r & \varepsilon W_s & W_s P_r \\ P_r & \varepsilon & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ n \\ u \end{bmatrix} \quad (6.30)$$

veya

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} \bar{w} \\ u \end{bmatrix} \quad (6.31)$$

sadeleştirilmiş matris formunda elde edilebilir. Burada;

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \quad (6.32)$$

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} \quad (6.33)$$

$$\bar{w} = \begin{bmatrix} w \\ n \end{bmatrix} \quad (6.34)$$

yapısındadır. Kontrol $u = K(s)y$ şeklinde tanımlanırsa kapalı çevrim transfer matrisi;

$$G_{zw}(s) = G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21} \quad (6.35)$$

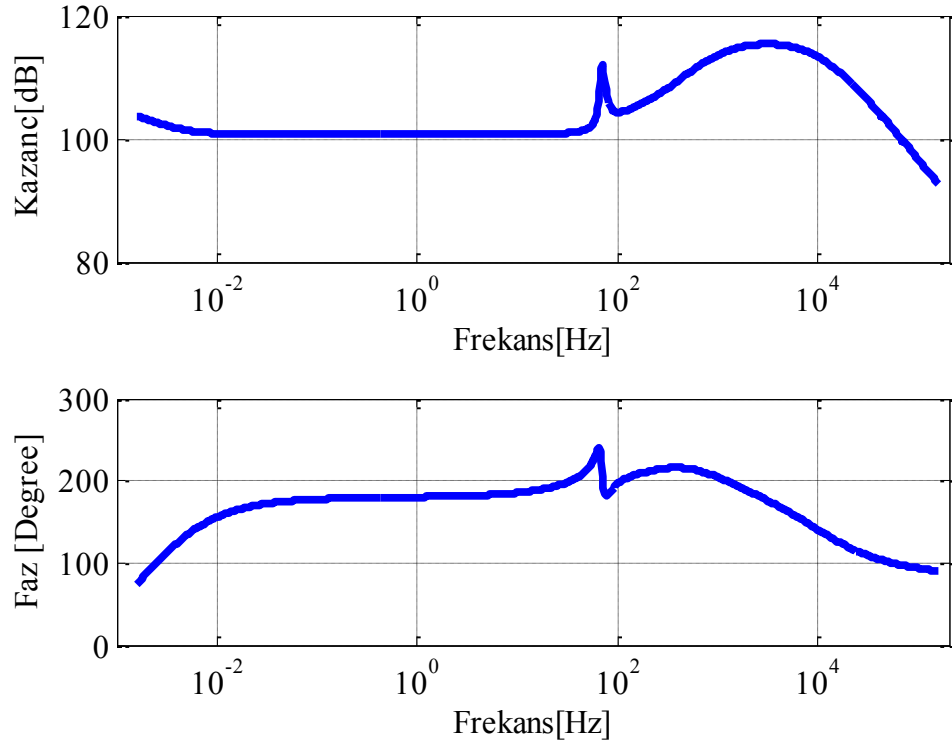
olarak elde edilir. Tasarlanan H_∞ kontrolör, γ pozitif bir sayı olmak üzere kapalı çevrim kontrol sistemi transfer matrisi için (6.36)'deki şartı sağlamaktadır.

$$\|G_{zw}(s)\|_\infty < \gamma \quad (6.36)$$

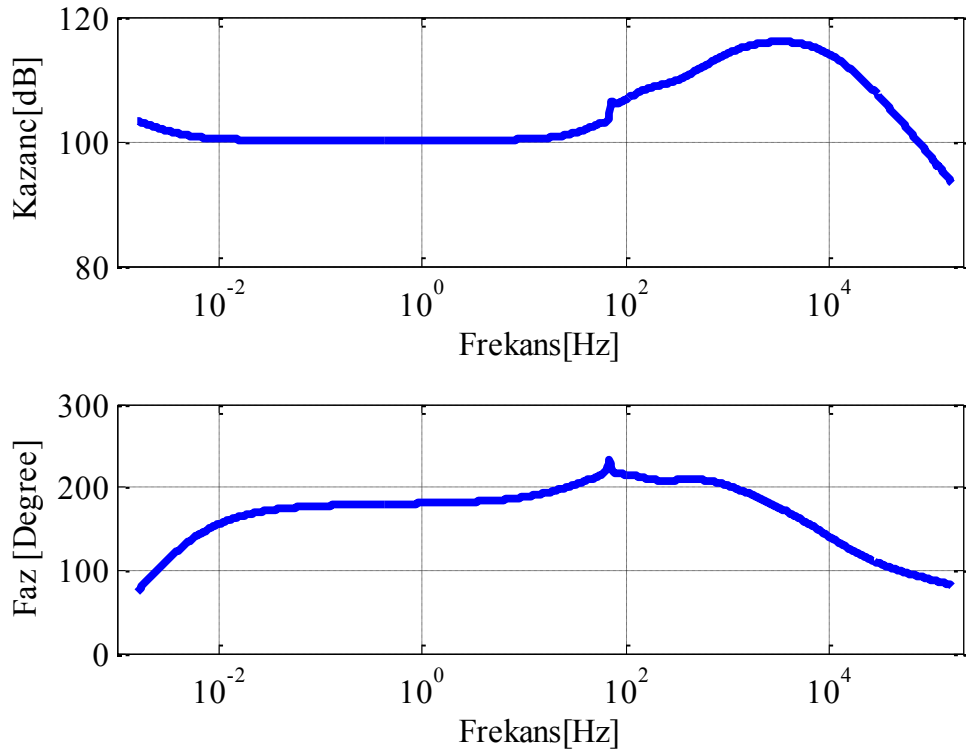
Genişletilmiş sistem matrisi $G(s)$ oluşturulduktan sonra H_∞ kontrolör *MATLAB/Robust Control Toolbox* kullanılarak hesaplandı. H_∞ kontrolör durum uzayı şeklinde elde edilmektedir. Kontrolör yapısı:

$$\begin{aligned} \dot{x}_k &= A_k x_k + B_k y \\ u &= C_k x_k + D_k y \end{aligned} \quad (6.37)$$

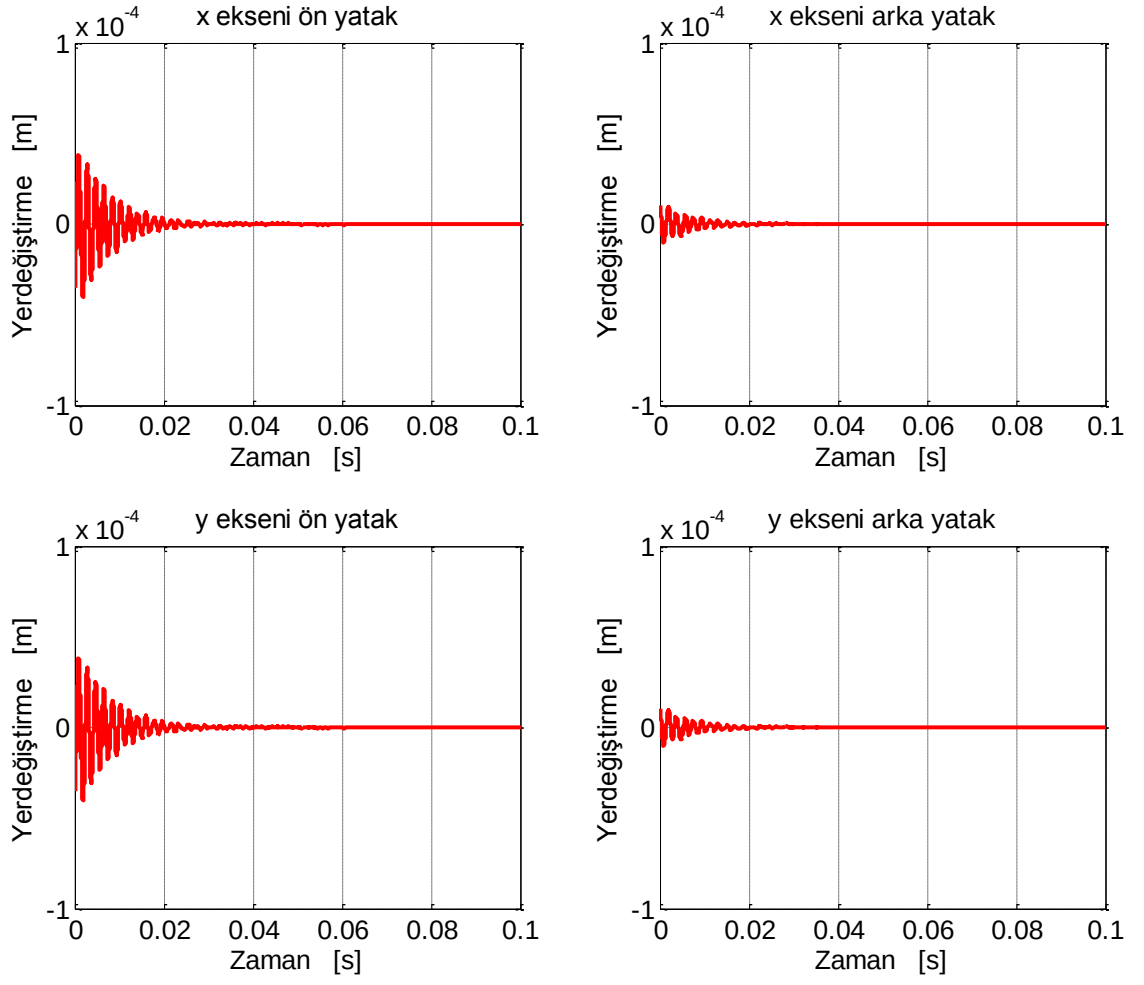
şeklindedir. Kontrolör frekans cevapları Şekil 6.21 ve Şekil 6.22'de gösterilmiştir.



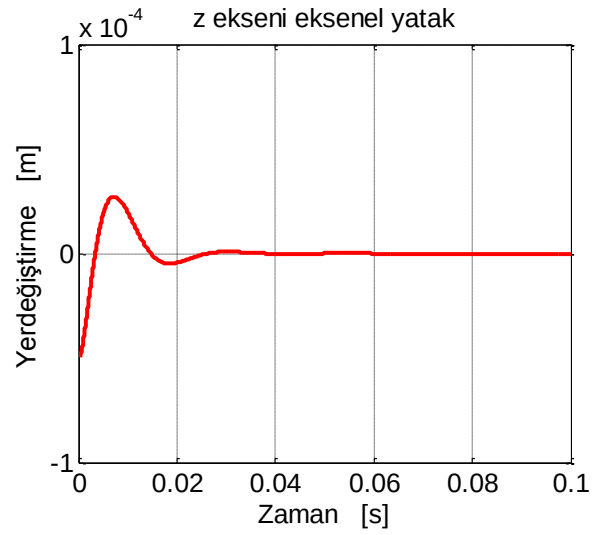
Şekil 6.21: Radyal H_∞ kontrolörün frekans cevapları (Ön AMY)



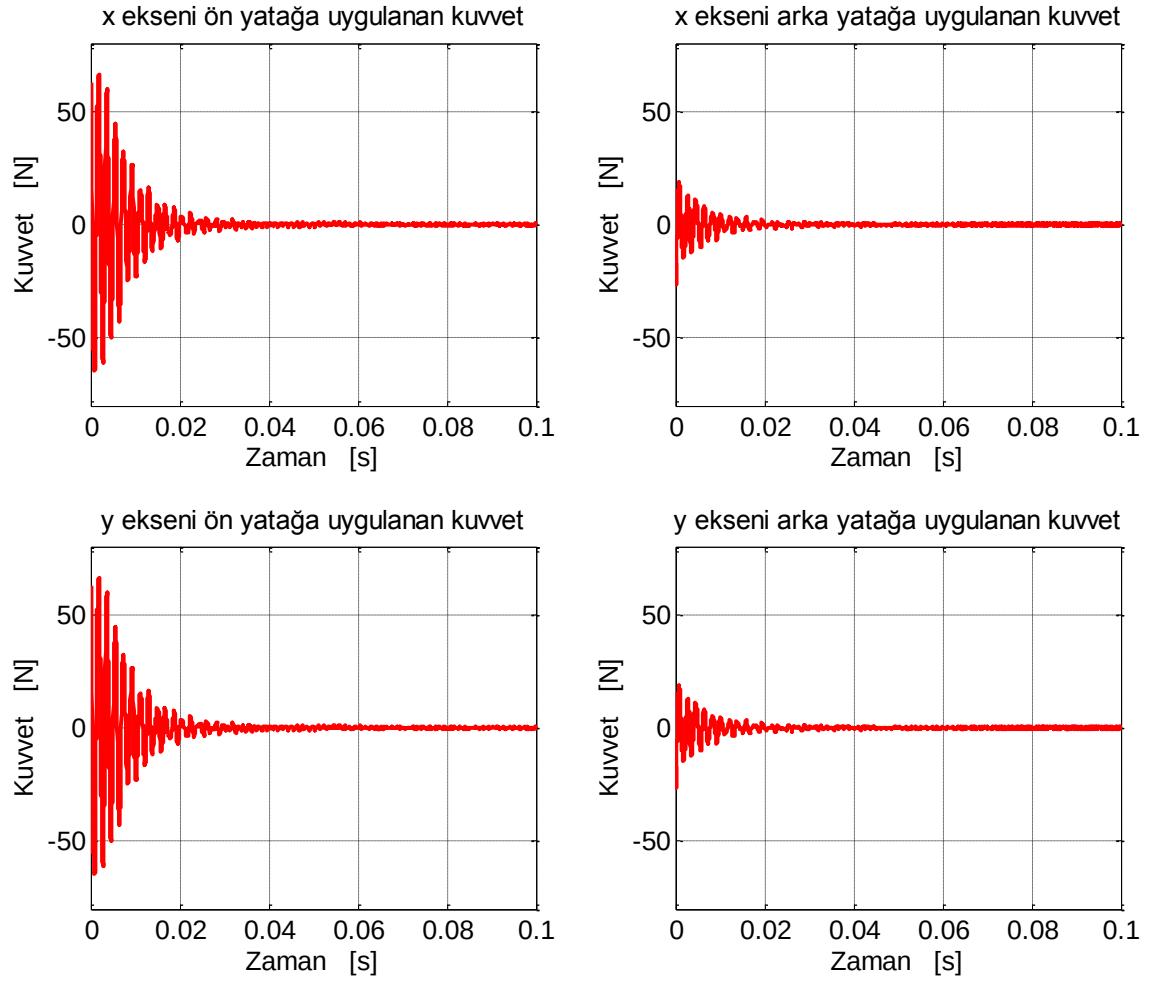
Şekil 6.22: Radyal H_∞ kontrolörün frekans cevapları (Arka AMY)



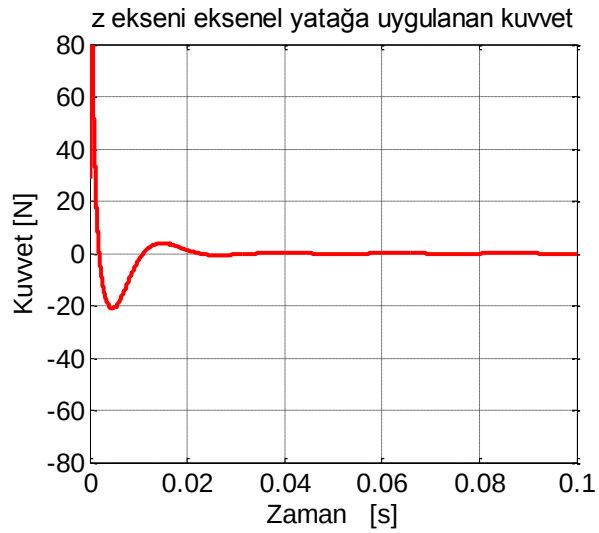
Şekil 6.24: Radyal manyetik yatakların yaptığı yer değiştirmeler



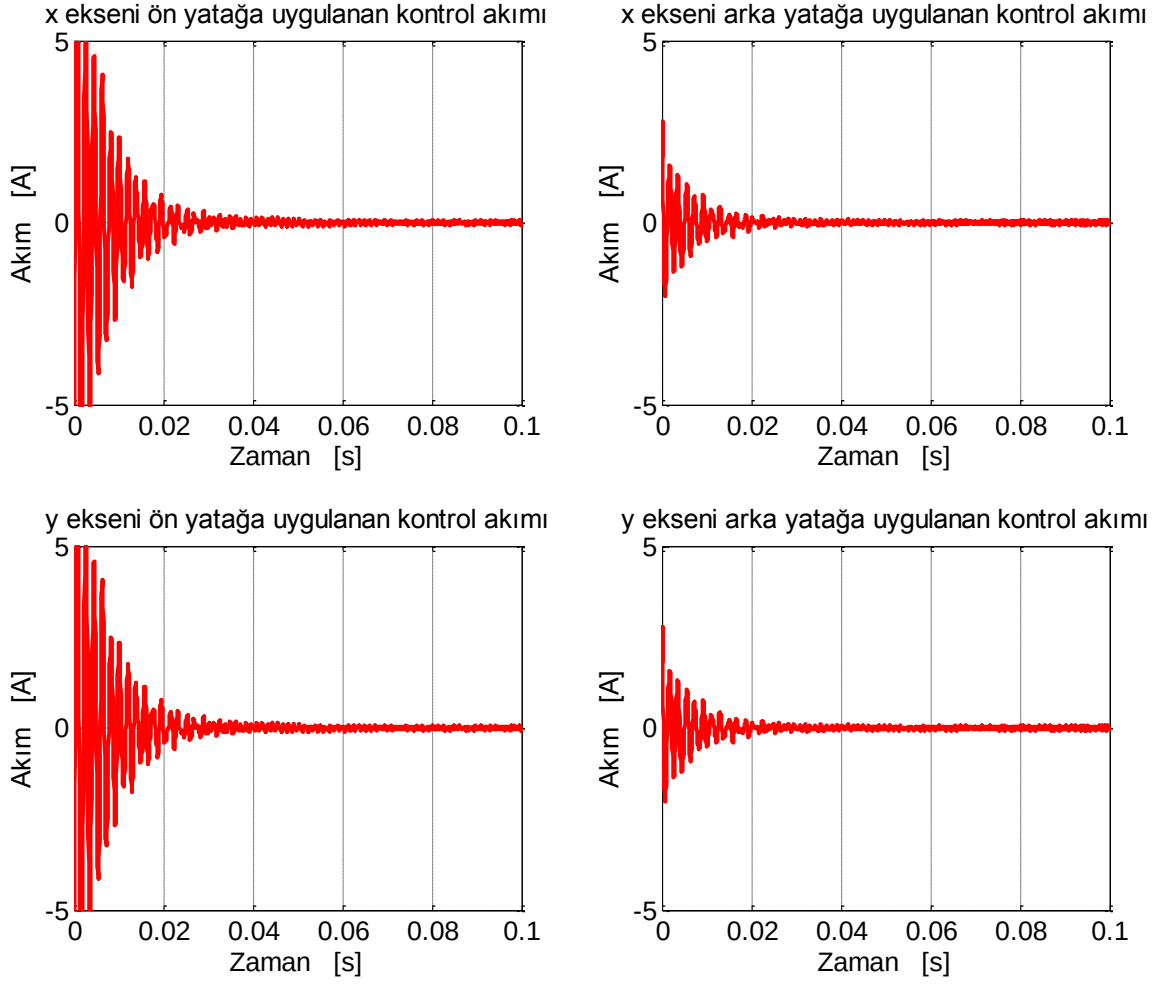
Şekil 6.25: Eksenel manyetik yatağın yaptığı yer değiştirme



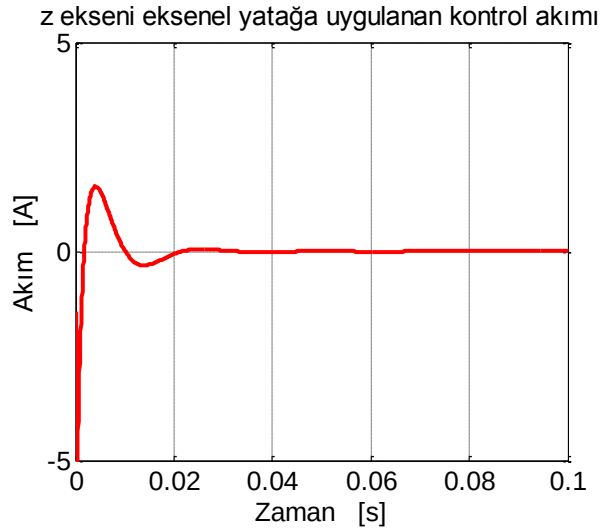
Şekil 6.26: Radyal manyetik yataklara uygulanan kuvvetler



Şekil 6.27: Ekstenel manyetik yatağına uygulanan kuvvet



Şekil 6.28: Radyal manyetik yataklara uygulanan kontrol akımları



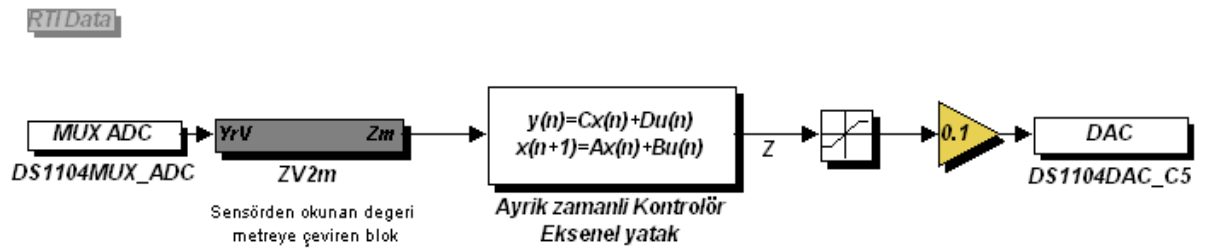
Şekil 6.29: Ekstenel manyetik yatağa uygulanan kontrol akımı

7. DENEYSEL SONUÇLAR

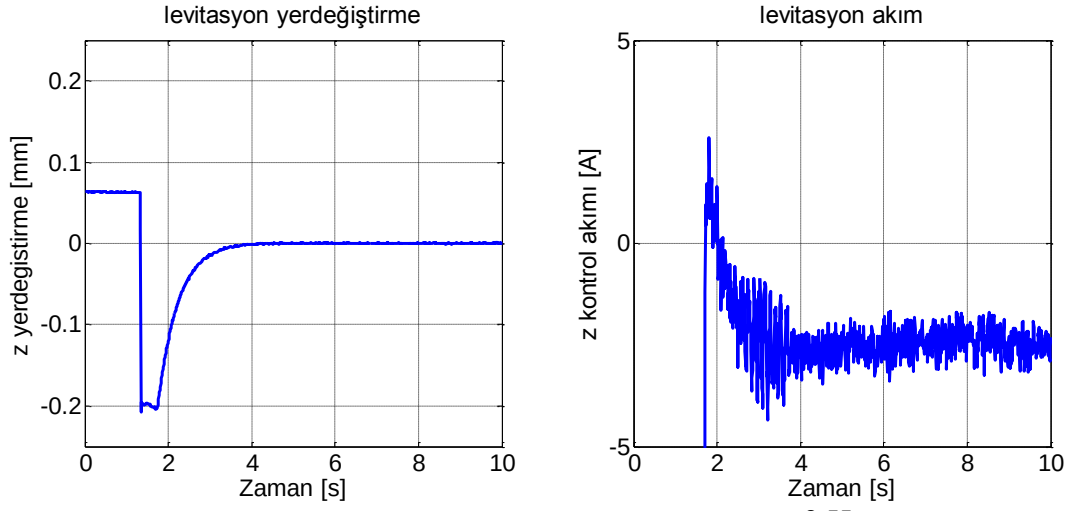
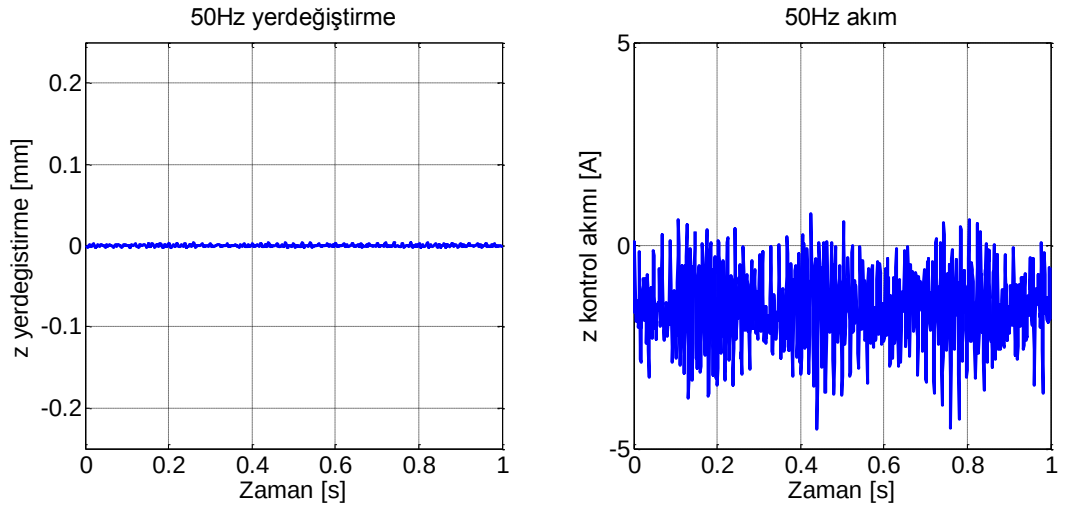
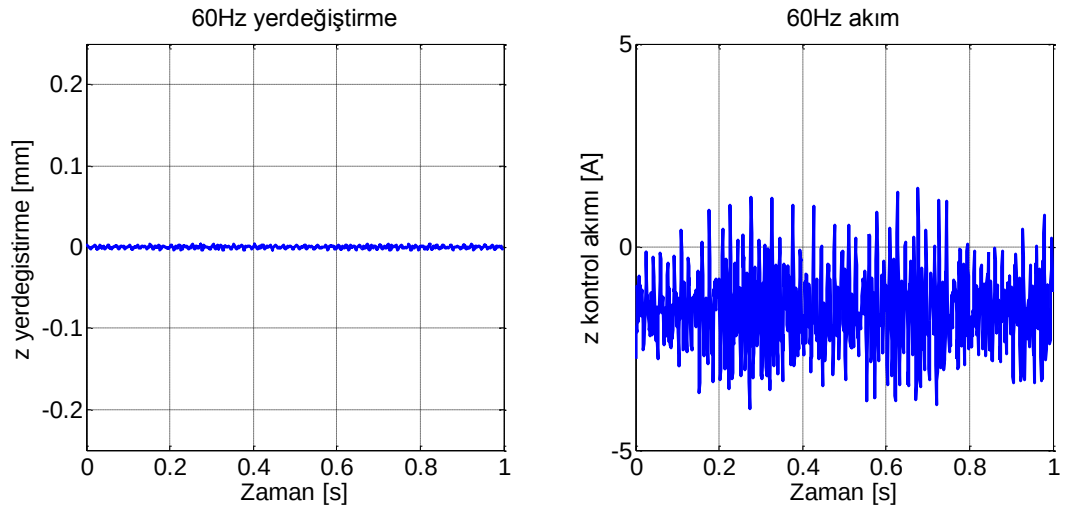
7.1. Eksenel AMY Siteminin Deneysel Sonuçları

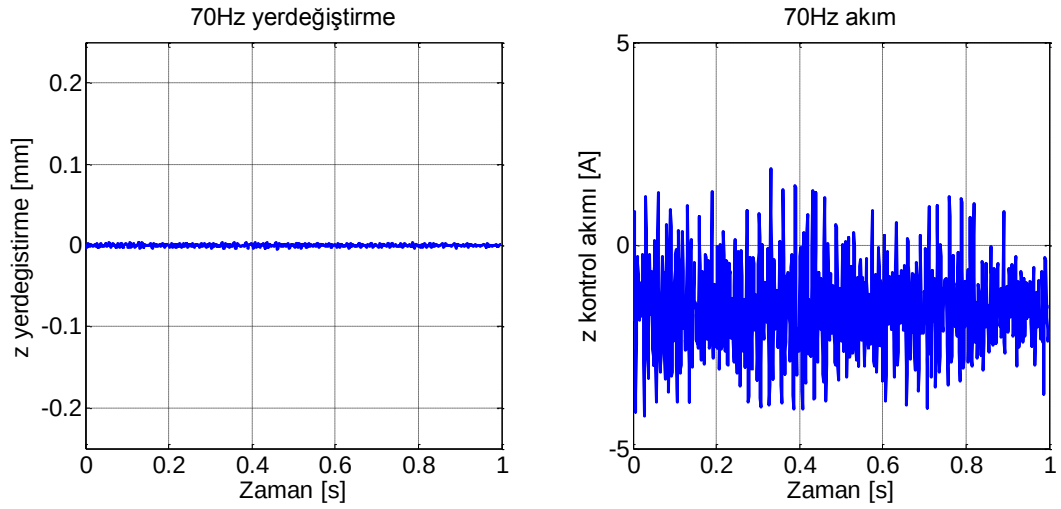
Deney sisteminin laboratuvarımıza kurulmasından sonra ilk aşamada eksenel kontrol uygulamaları yapılmıştır. İlk yapılan çalışmalarda eksenel kontrol uygulamasında radyal eksenlerde sistemde yüklü bulunan PID kontrolörler kullanılmıştır.

Eksenel aktif manyetik yatak deneysel çalışmaları sırasında üretici firma tarafından kontrol ünitesine yüklenen eksenel yatak kontrolörü devre dışı bırakılarak bizim tarafımızdan tasarlanan H_∞ kontrolör deneysel olarak uygulanmıştır. Şekil 7.1 eksenel kontrol deneyinde kullanılan kontrol bloğunu göstermektedir. Bu blokta Bölüm 6.1’de tasarlanan H_∞ kontrolör daha önceden bahsedildiği gibi ayrık zamanlı hale getirilmiş ve ayrık zamanlı durum uzayı blok ile gösterilmiştir. Deneysel sonuçlar rotorun değişik hızlardaki yer değiştirmesini ve uygulanan kontrol akımının değişimini kapsamaktadır. Kontrolörün çalıştırılması ile rotorun eksenel yöndeki levitasyon esnasındaki yerdeğiştirmesi ve levitasyon esnasındaki kontrol akımı Şekil 7.2’de gösterilmiştir. Kontrolör rotoru merkez eksene getirmektedir. Ayrıca aynı eksenel kontrolör ile rotorun 50 Hz, 60 Hz ve 70 Hz de döndürülmesi durumundaki rotor konumları ve kontrol akımları sırasıyla Şekil 7.3, Şekil 7.5 ve Şekil 7.5’te verilmiştir.



Şekil 7.1: Eksenel H_∞ kontrol deney bloğu

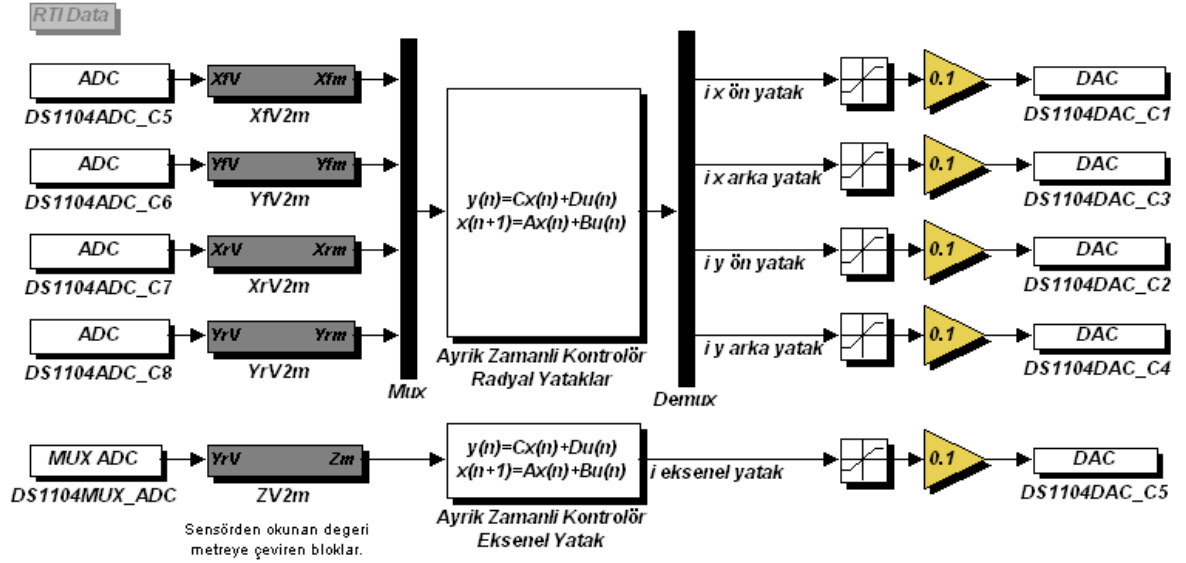
Şekil 7.2: Eksenel yatak rotor levitasyonu $\omega = 0$ HzŞekil 7.3: Eksenel yatak rotor yerdegistirmesi $\omega = 50$ HzŞekil 7.4: Eksenel yatak rotor yerdegistirmesi $\omega = 60$ Hz



şekil 7.5: Eksenel yatak rotor yerdeğiştirmesi $\omega = 70$ Hz

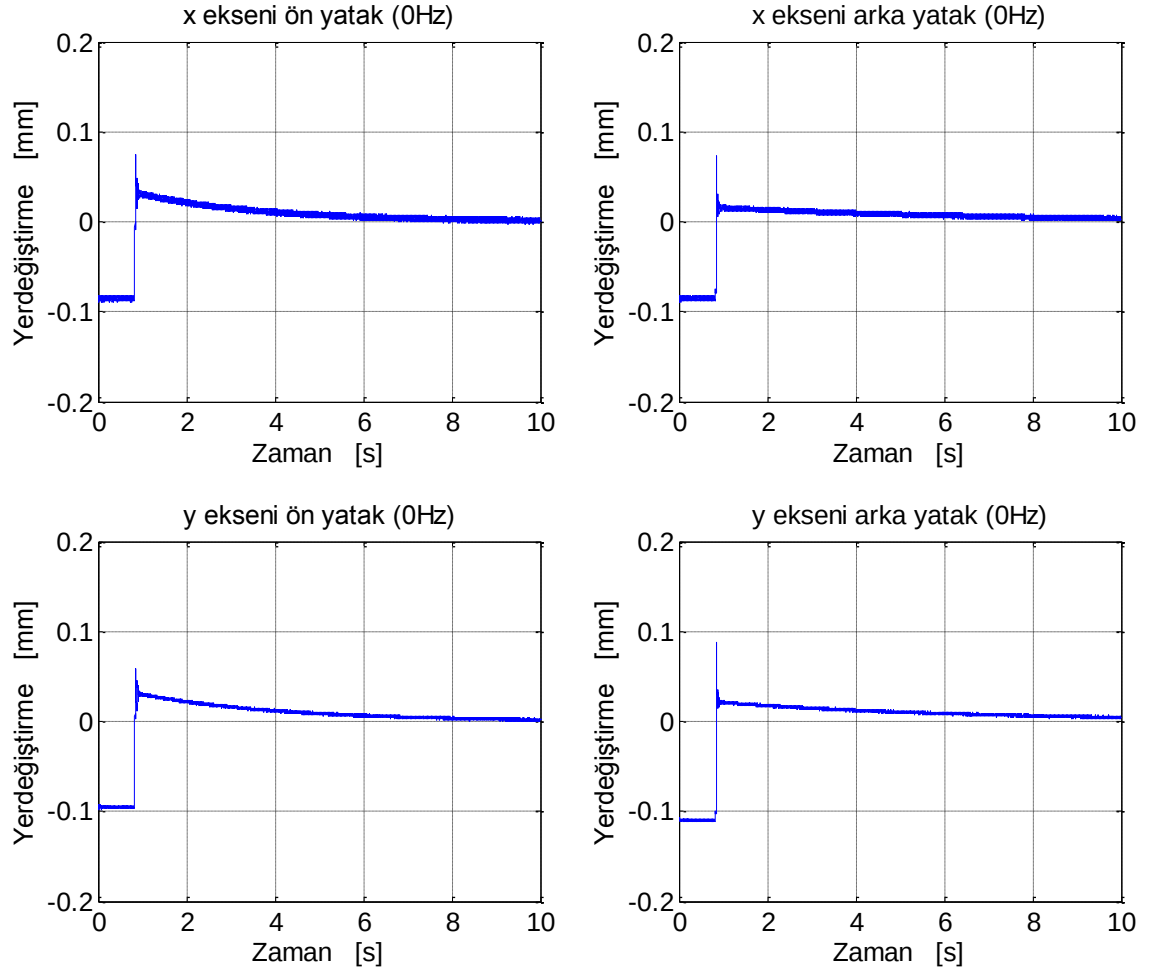
7.2. Rijit Rotor Kabulü İle AMY Sisteminin Deneysel Sonuçları

Deneysel çalışma için Bölüm 6.2’de tasarlanan H_∞ kontrolör için şekil 7.6’da verilen yapı oluşturulmuştur. Kontrol bloğunda görüldüğü gibi radyal yöndeki dinamikler için H_∞ kontrol bloğu kullanılmıştır. Aynı zamanda daha önce tasarladığımız eksenel H_∞ kontrol bloğu z eksenini kontrol etmek için ilave edilmiştir. Böylelikle aktif manyetik yatağın 5 ekseninin aynı anda kontrol edilmesi sağlanmıştır. Dijital kontrol deneysel uygulamasında kontrolör örnekleme frekansı (sampling frequency) 20 kHz olarak seçilmiştir.

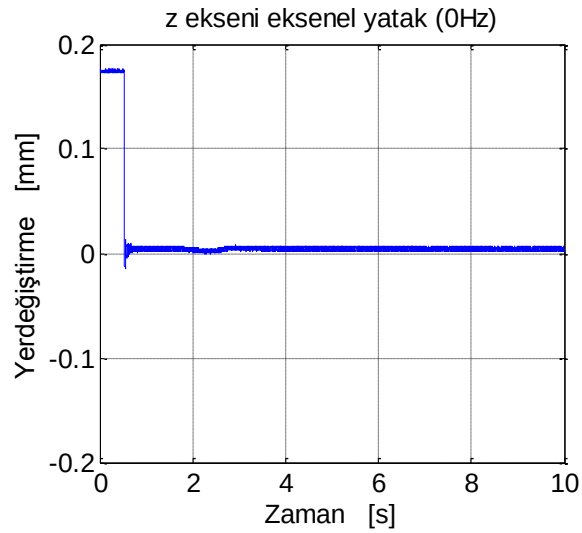


Şekil 7.6: Rijit model kabulü ile tasarlanan H_{∞} kontrol bloğu

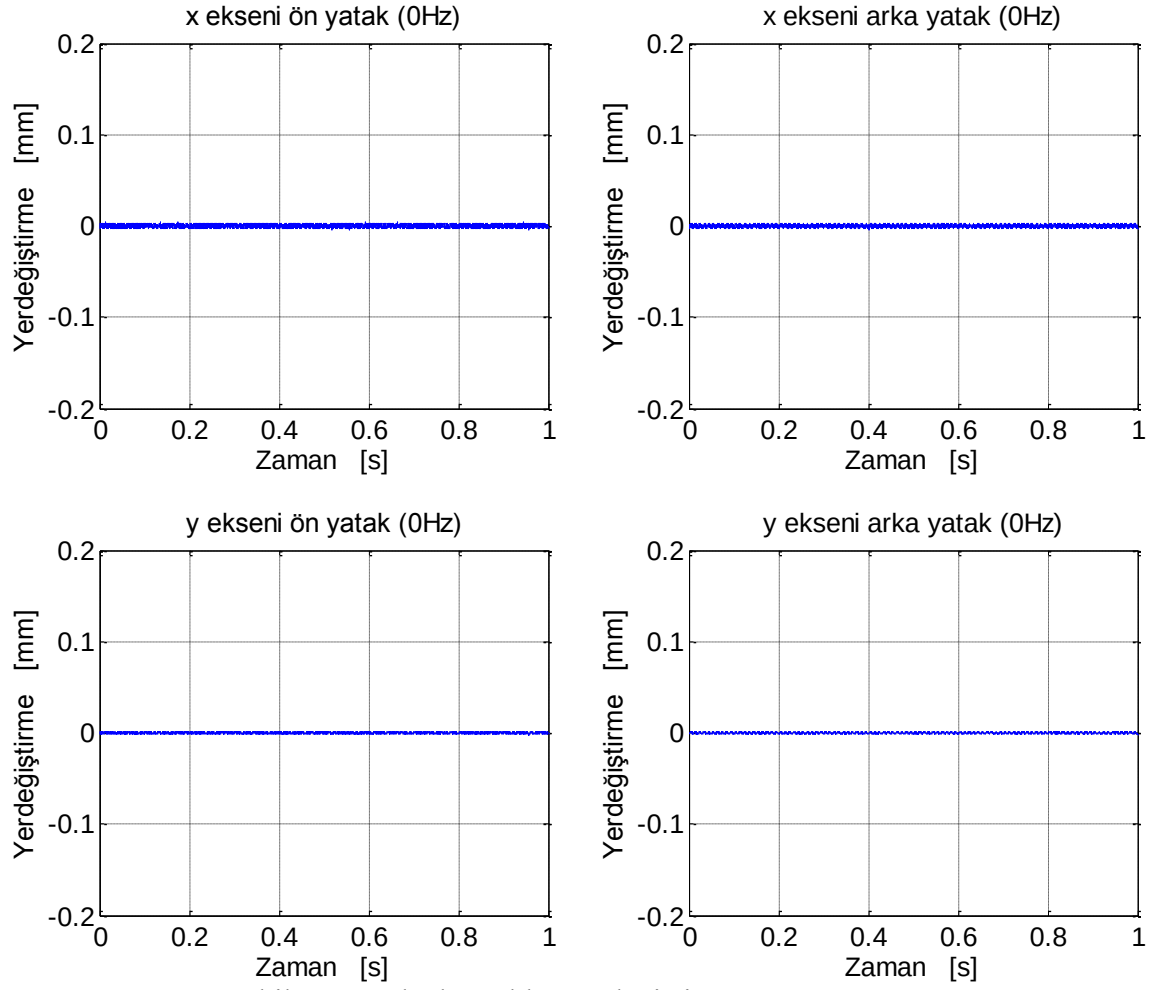
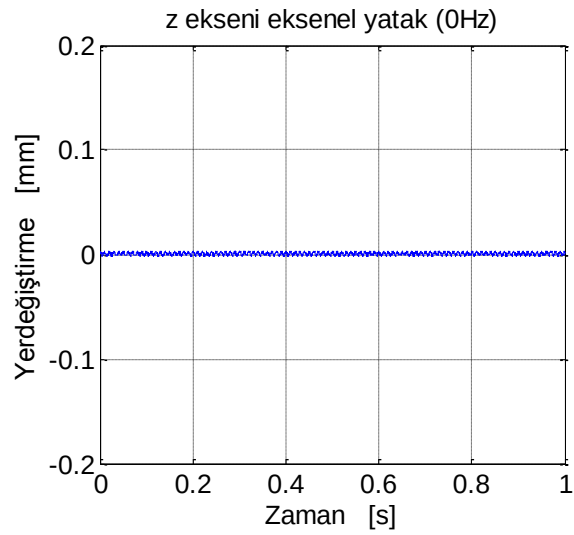
Şekil 7.7 rotorun ilk kontrol uygulandığı anındaki yerdeğiştirmesini her bir radyal ekseninde göstermektedir. Ayrıca Şekil 7.8 eksenel yöndeki rotor yerdeğiştirmesini vermektedir. Rotorun dönmediği levitasyonda olduğu durumda elde edilen veriler Şekil 7.9 ve Şekil 7.13 arasında verilmiştir. Bu şekillerde sırası ile radyal yöndeki yerdeğiştirmeler, eksenel yöndeki yerdeğiştirme, ön ve arka yatak noktalarındaki rotor yörüngeleri ve radyal kontrol ile eksenel kontrol esnasındaki kontrolör tarafından üretilen kontrol akımları gösterilmiştir. Şekil 7.14'den Şekil 7.18'ye kadar olan veriler rotorun 60 Hz de döndürüldüğü durumda alınmıştır. Levitasyon durumunda olduğu gibi radyal ve eksenel yöndeki rotor yerdeğiştirmeleri, yatak noktalarındaki yörüngeler ve kontrol akımları verilmiştir. Rotorun rijit kabulü ile yapılan kontrol tasarımlarında elde edilen kontrolörlerle yapılan deneylerde 70 Hz'in üzerindeki devir sayılarına çıkılamamıştır. Beklendiği üzere rotorun ilk elastik titreşim modu yüksek devirlere çıkılmasını mümkün kılmamaktadır.

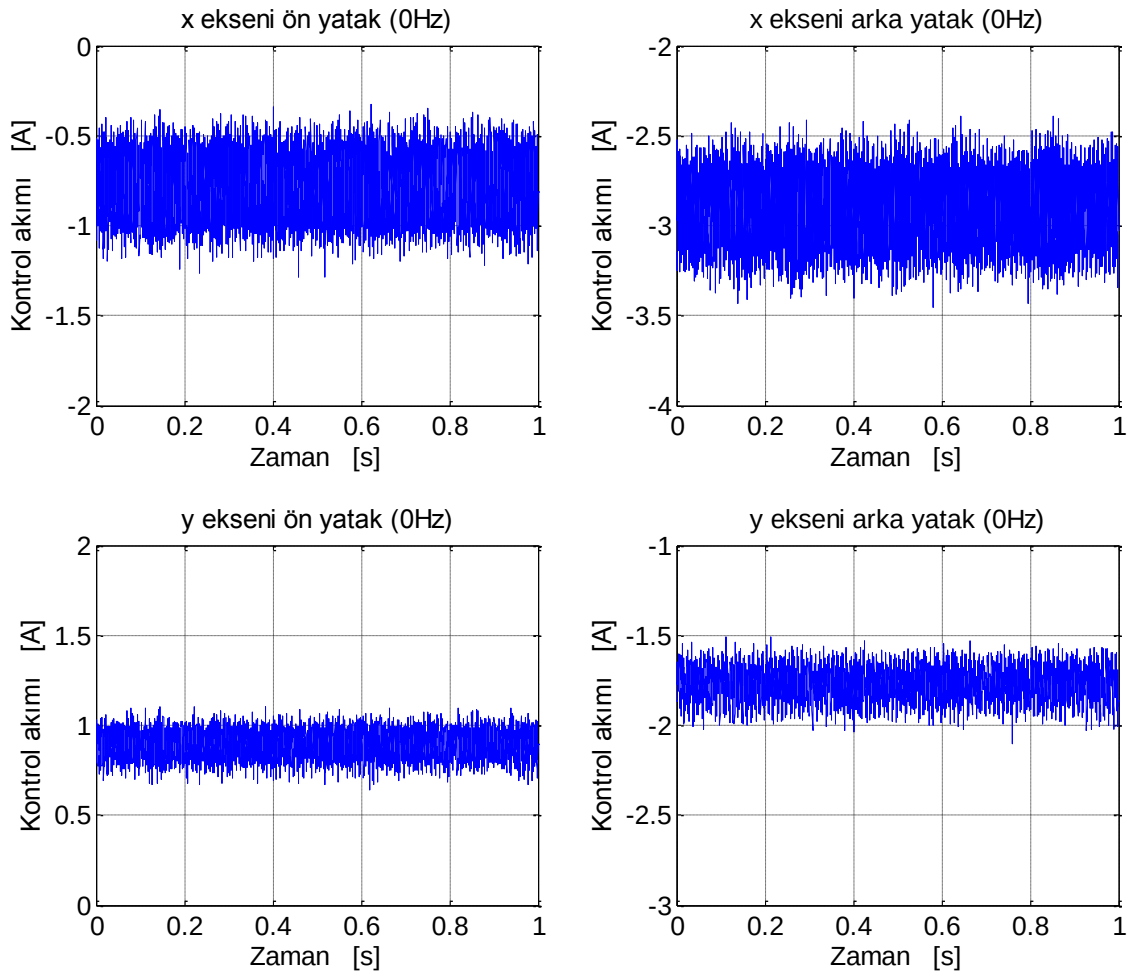
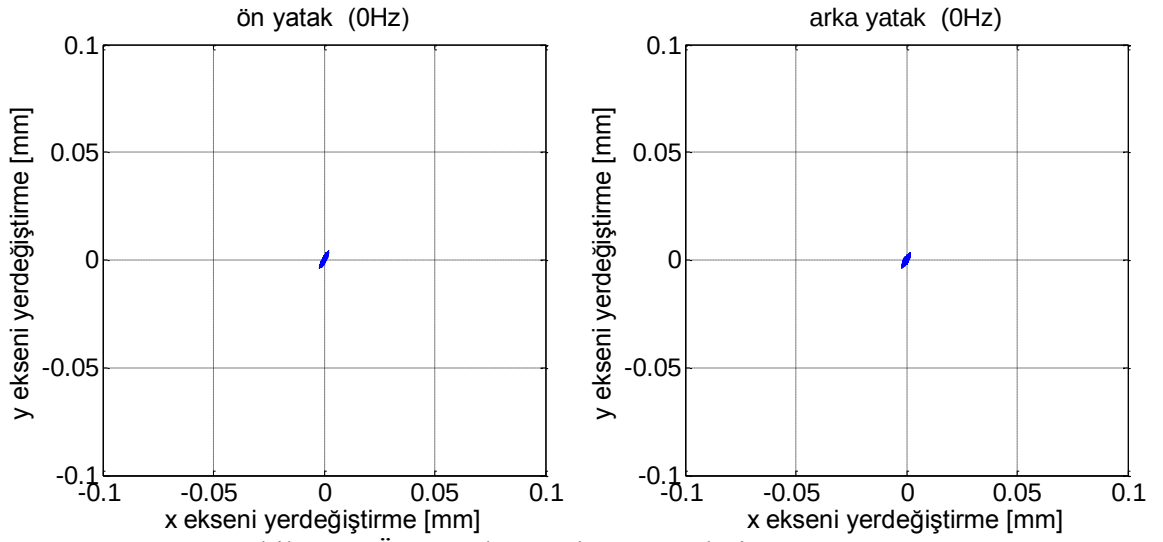


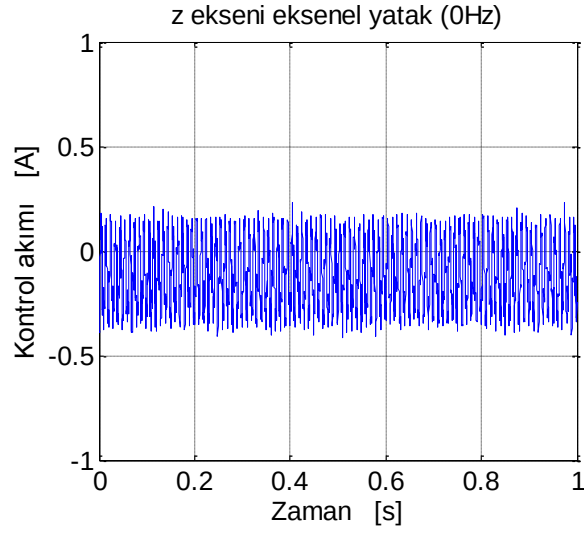
Şekil 7.7: Radyal yataklar Levitasyon hali yer değiştirme



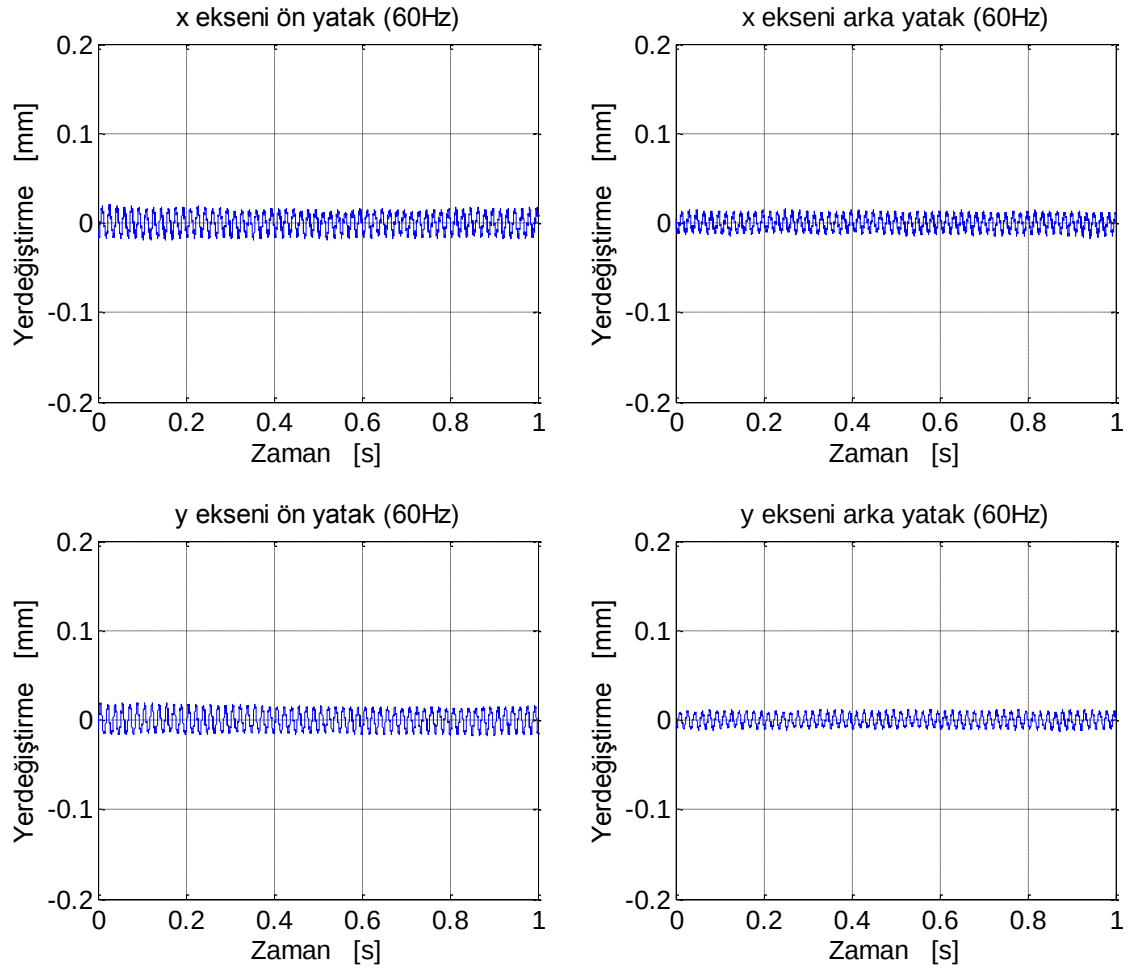
Şekil 7.8: Eksenel yatak Levitasyon hali yer değiştirme

Şekil 7.9: Radyal yataklar yerdeğiştirme $\omega = 0$ HzŞekil 7.10: Eksenel yatak yerdeğiştirme $\omega = 0$ Hz

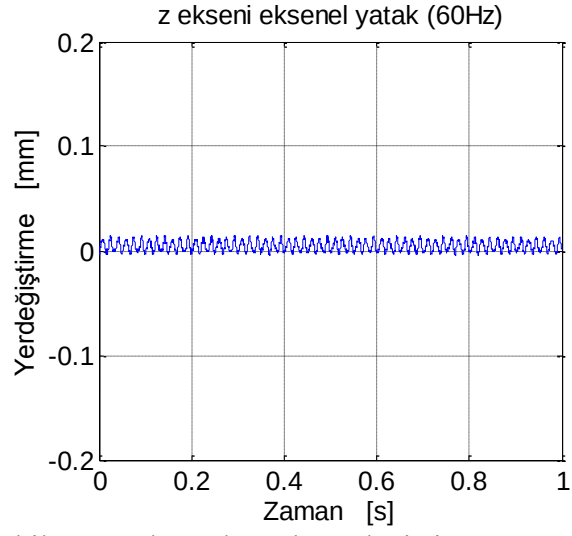




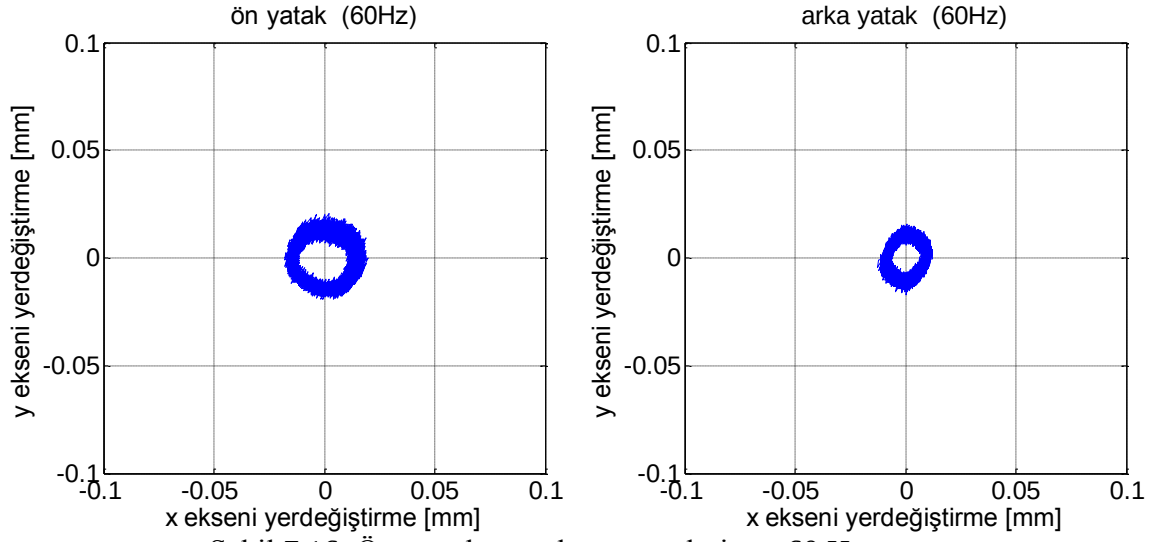
Şekil 7.13: Aksel yatak kontrol akımı $\omega=0$ Hz



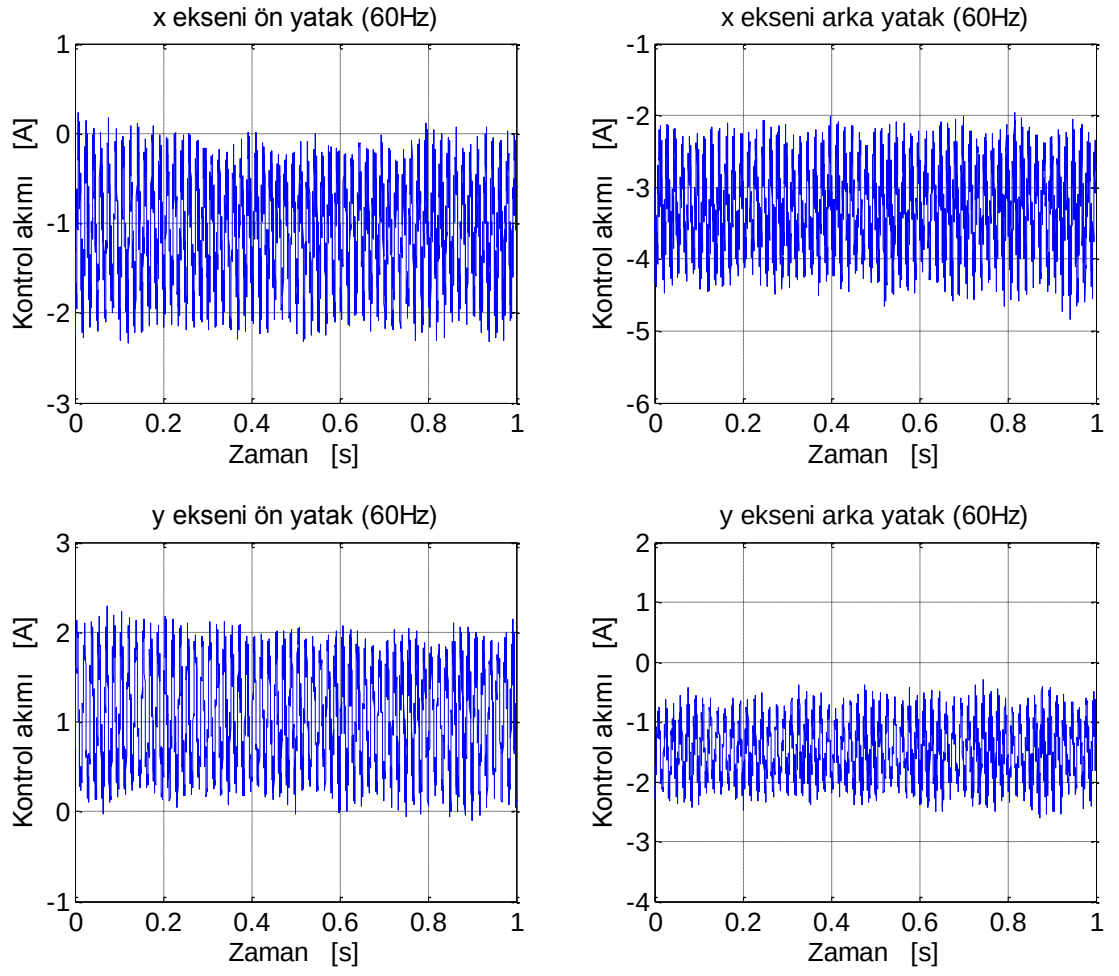
Şekil 7.14: Radyal yataklar yerdeğiştirme $\omega=60$ Hz



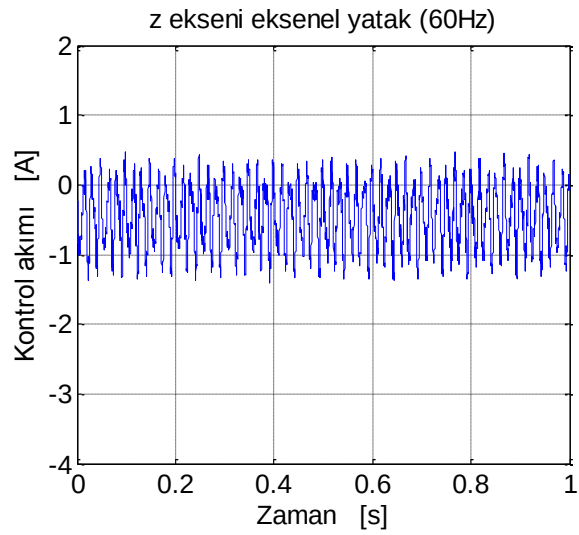
Şekil 7.15: Aksenal yatak yerdeğiştirme $\omega=60$ Hz



Şekil 7.16: Ön ve arka yatak yörüngeleri $\omega=60$ Hz



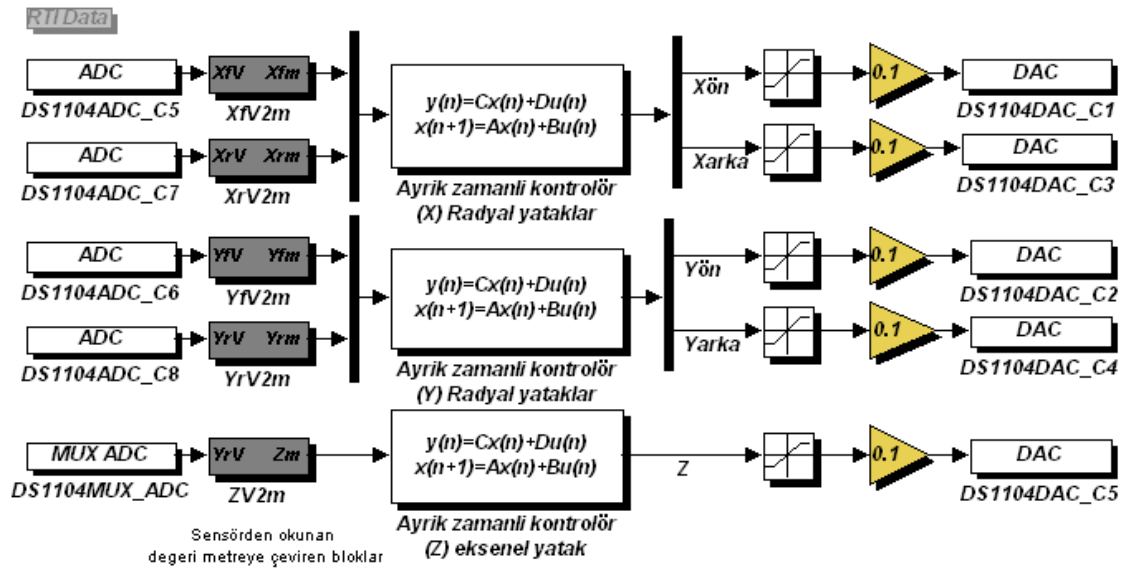
Şekil 7.17: Radyal yataklar kontrol akımları $\omega = 60$ Hz



Şekil 7.18: Eksenel yatak kontrol akımı $\omega = 60$ Hz

7.3. Elastik Rotor AMY Sisteminin Deneysel Sonuçları

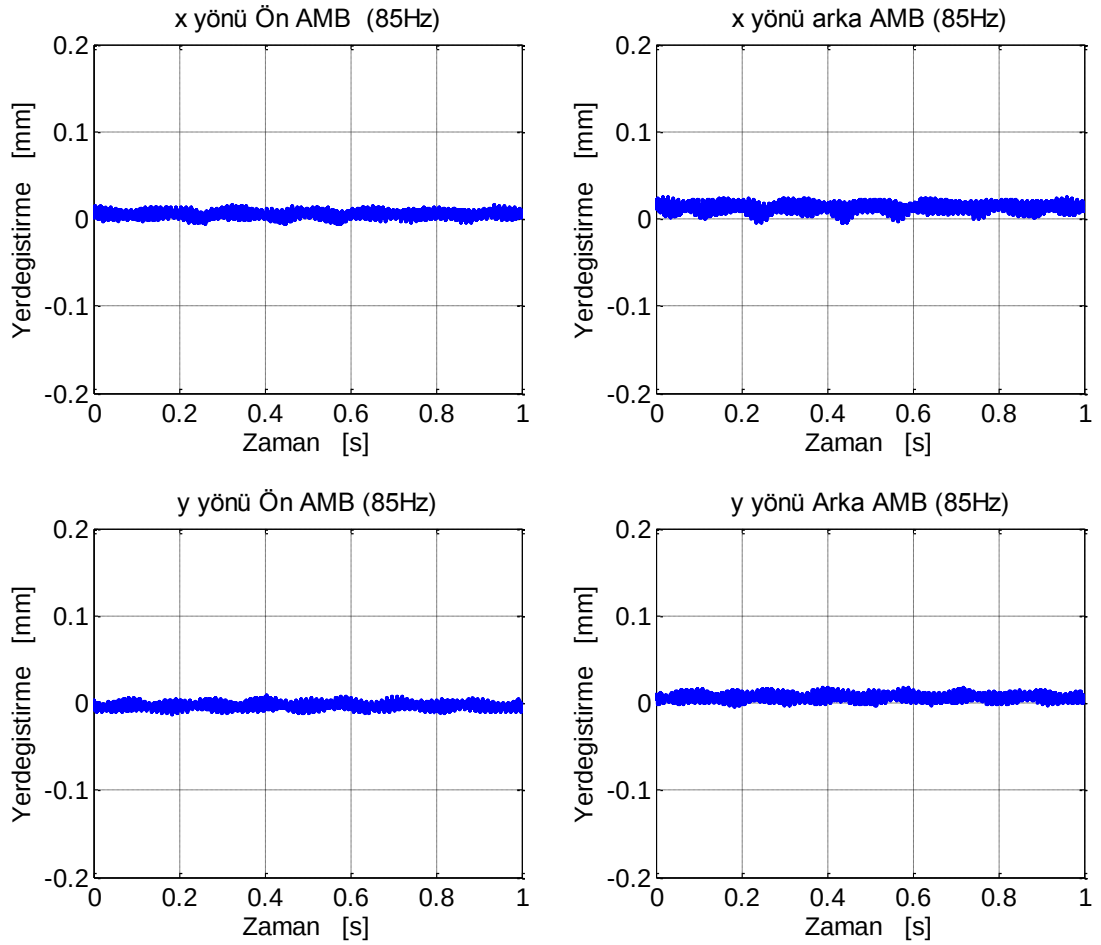
Elastik rotor yaklaşımı ile tasarlanan H_∞ kontrolörün deneysel uygulamada kullanılan kontrolör yapısı Şekil 7.19’de gösterilmiştir. Burada belirtildiği gibi kontrolör uygulamasında her bir radyal yön için tek bir kontrolör bloğu bulunmaktadır. Kontrolörler ikisi sensör girişi ikisi kontrol çıkışı olmak üzere çok girişli çok çıkışlı bir yapıdadır. Esas olarak elastik rotor manyetik yatak sisteminin x ve y radyal yönlerindeki tüm özelliklerinin aynı olduğu ve sistemde simetri olduğu düşünülerek kontrolör tasarımı bir radyal yön için yapılmakta her iki yöne aynı kontrolör uygulanmaktadır. Kontrolörler sürekli zamanda tasarlandığı için deneysel uygulamada ayrık zamanlı kontrolör (*discrete state-space*) haline getirilmiştir. Buradaki uygulamada örnekleme zamanı 20 kHz olarak alınmıştır. Ayrıca daha önceden tasarlanan eksenel yöndeki kontrolör yine Şekil 7.19’deki yapıdaki bloğa ilave edilmiştir.



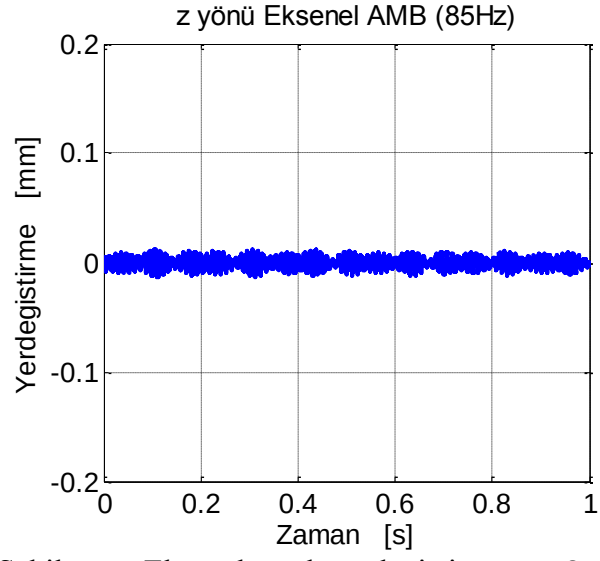
Şekil 7.19: H_∞ kontrolör blok yapısı

Deneysel sonuçlar rotorun belirli devir sayılarında alınan veriler üzerinden sunulmuştur. İlk olarak Şekil 7.20’de rotorun 85 Hz de döndürülmesi esnasındaki radyal eksenindeki yerdeğiştirmeleri verilmiştir. Şekil 7.21 aynı devir sayısında rotorun eksenel doğrultudaki yerdeğiştirmelerini göstermektedir. Rotorun ilk titreşim modu

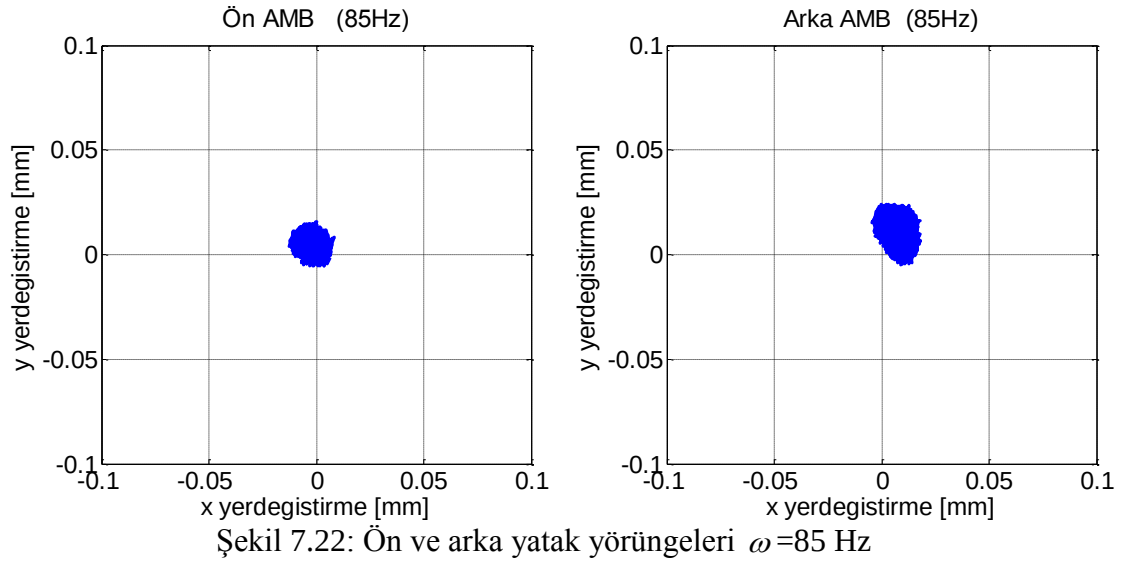
veri alınan 85 Hz devir sayısına çok yakındır. Dolayısı ile tasarlanan H_∞ kontrolör başarı ile rotorun ilk elastik modunu kontrol etmektedir. Şekil 7.22 ve Şekil 7.23 sırası ile aynı devir sayısında ön ve arka yatak noktalarındaki rotor yörüngelerini ve kontrol akımlarını göstermektedir. Ayrıca Şekil 7.24 eksenel yatak için üretilen kontrol akımını göstermektedir. Burada deneysel sonuçlarda verilen kontrol akımları kontrolör tarafından üretilen akımlardır. Elektromıknatıslar içinde dolaşan akımı gerçek zamanlı ölçmek için akım probu cihazı olmadığı için ölçülememektedir. Kontrolörün ürettiği akıma bağlı olarak kontrol kuvvetleri de hesaplanabilir. Önceki bölümlerde kontrol akımını lineerleştirilmesi konusunda verildiği gibi lineer bir kontrolör ile deneyin gerçekleştirilmesine karşılık manyetik yatak aktüatörlerinde yani elektromıknatıslarda akan akıma ve yatak ile rotor arasındaki boşluğa bağlı olarak oluşan kuvvet nonlineerdir.

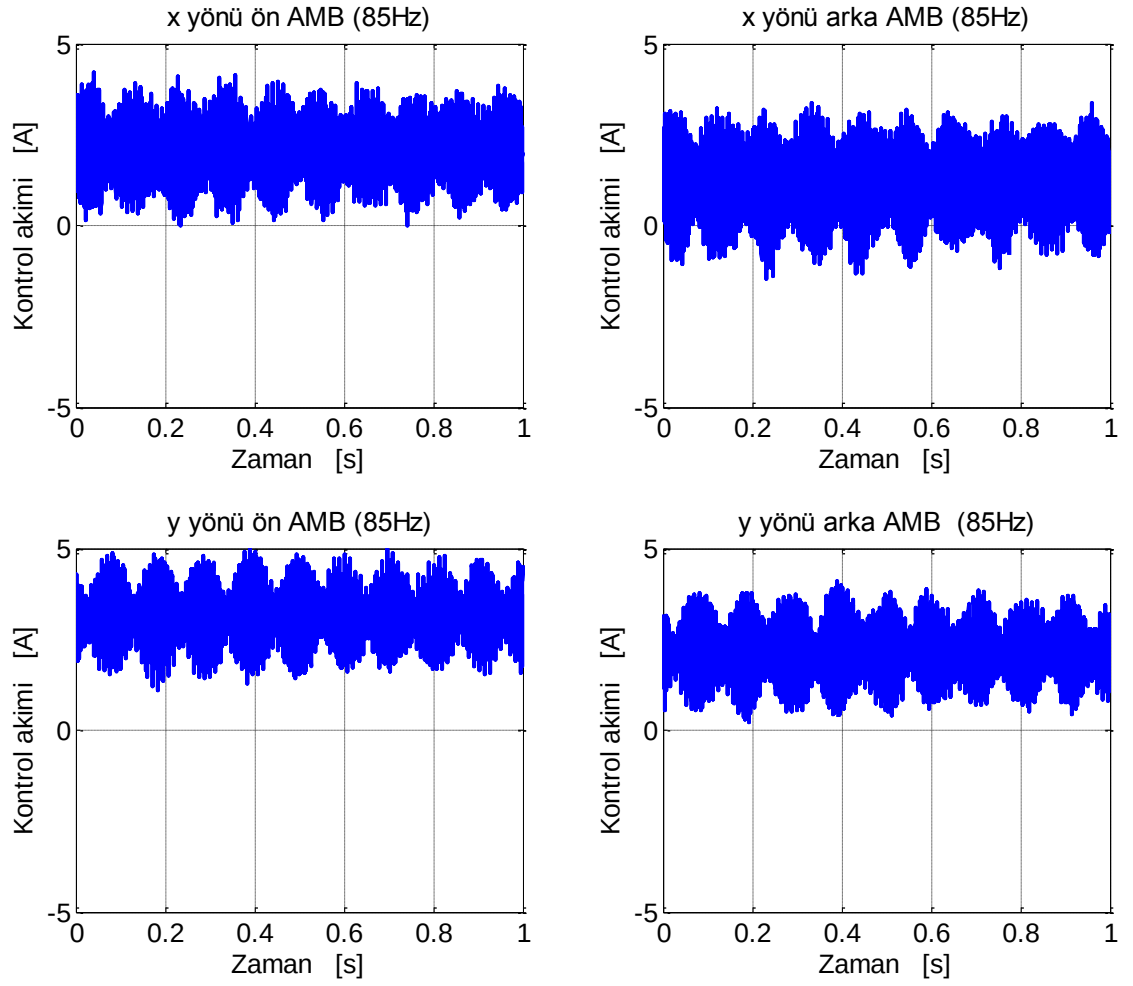


Şekil 7.20: Rotorun radyal eksenlerdeki yerdeğiştirmeler $\omega = 85$ Hz

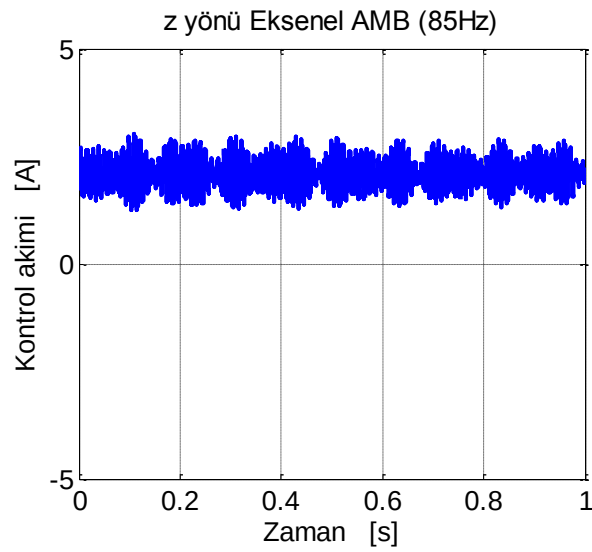


Şekil 7.21: Eksenel yatak yerdeğiştirme $\omega=85$ Hz





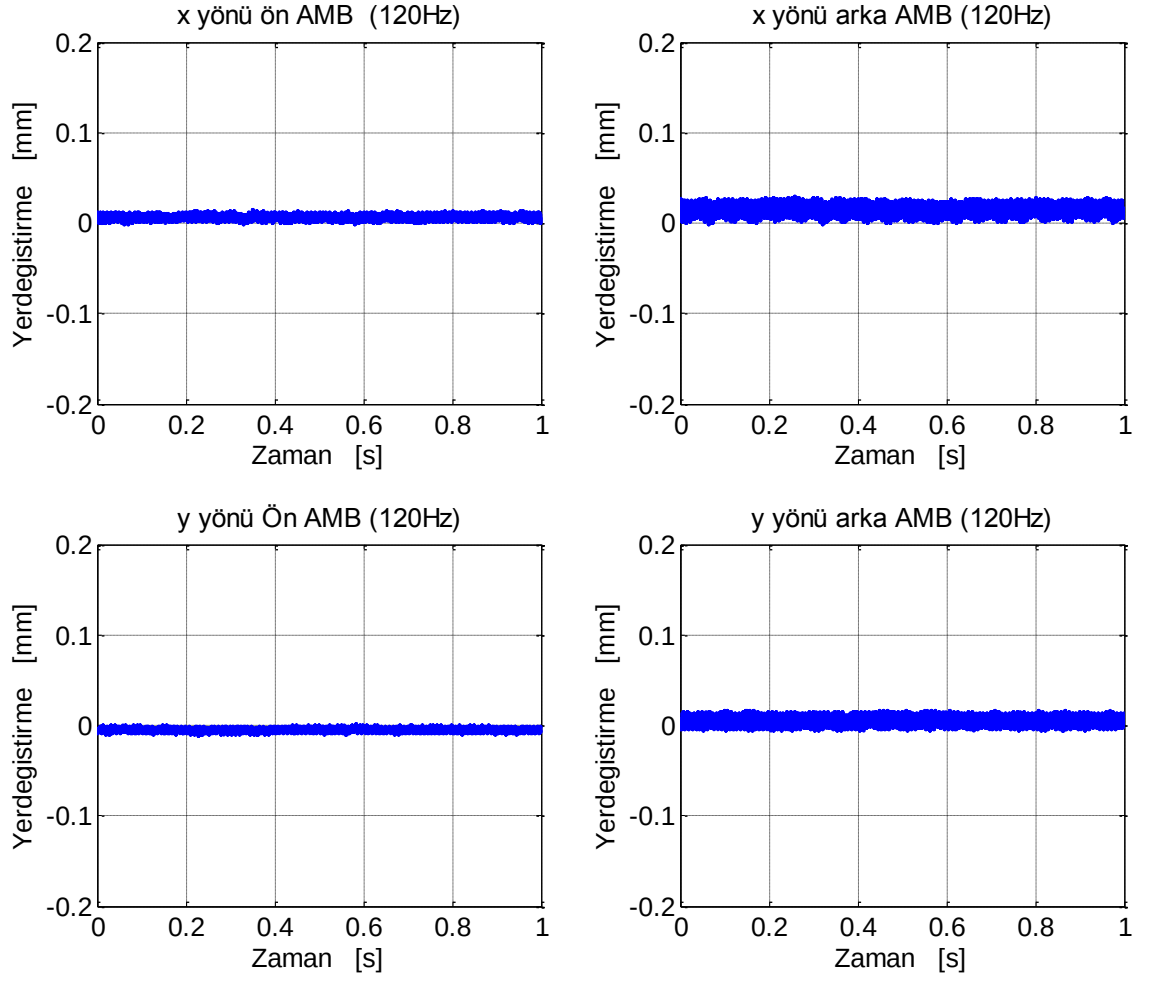
Şekil 7.23: Radyal yataklar kontrol akımları $\omega = 85$ Hz



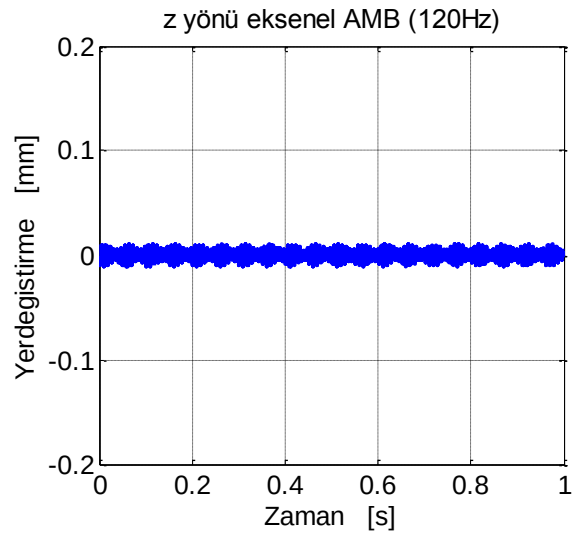
Şekil 7.24: Eksenel yatak kontrol akımı $\omega = 85$ Hz

Elastik rotor aktif manyetik yatak sisteminin kontrolünde deneysel olarak erişilen en yüksek hız olan 120Hz (7200 d/d) dönme hızı için deneysel sonuçlar Şekil 7.25 ile Şekil 7.29 arasında verilmiştir. Tasarlanan H_{∞} kontrolörle rotorun daha yüksek devir sayılarında döndürülmesi ve deneysel veriler alınması mümkündür. Sistem 7200 d/d'da sorunsuz çalışmaktadır ve rotorun emniyet yatakları üzerine düşmesi söz konusu değildir. Özellikle rotor boyutunun büyük olmasından ve açık ortamda çalıştırılmasından dolayı hava sürtünmesi yüksek devir sayılarında sistemi zorlamaktadır. Şu anki deneysel çalışmalardan elde edilen tecrübelerden 10000 d/d kadar olan bir hıza ulaşmak mümkün görülmektedir. Hava sürtünmesinin artmasından dolayı yataklara sağlanan akımlarda artma söz konusudur. Bu durum akım yükselticilerinin doyuma ermesi ihtimalini ortaya çıkarmaktadır.

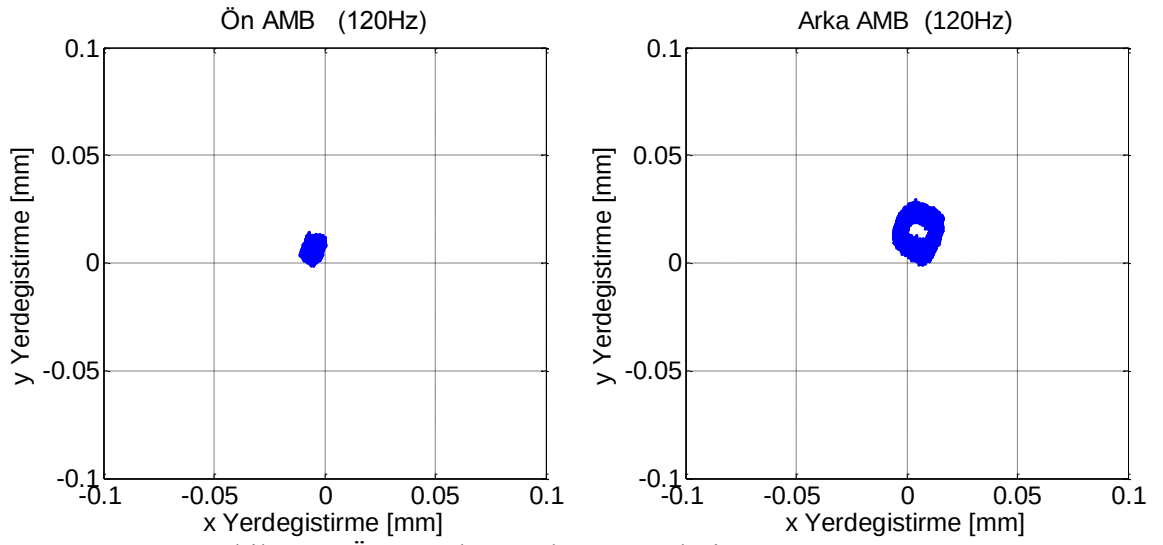
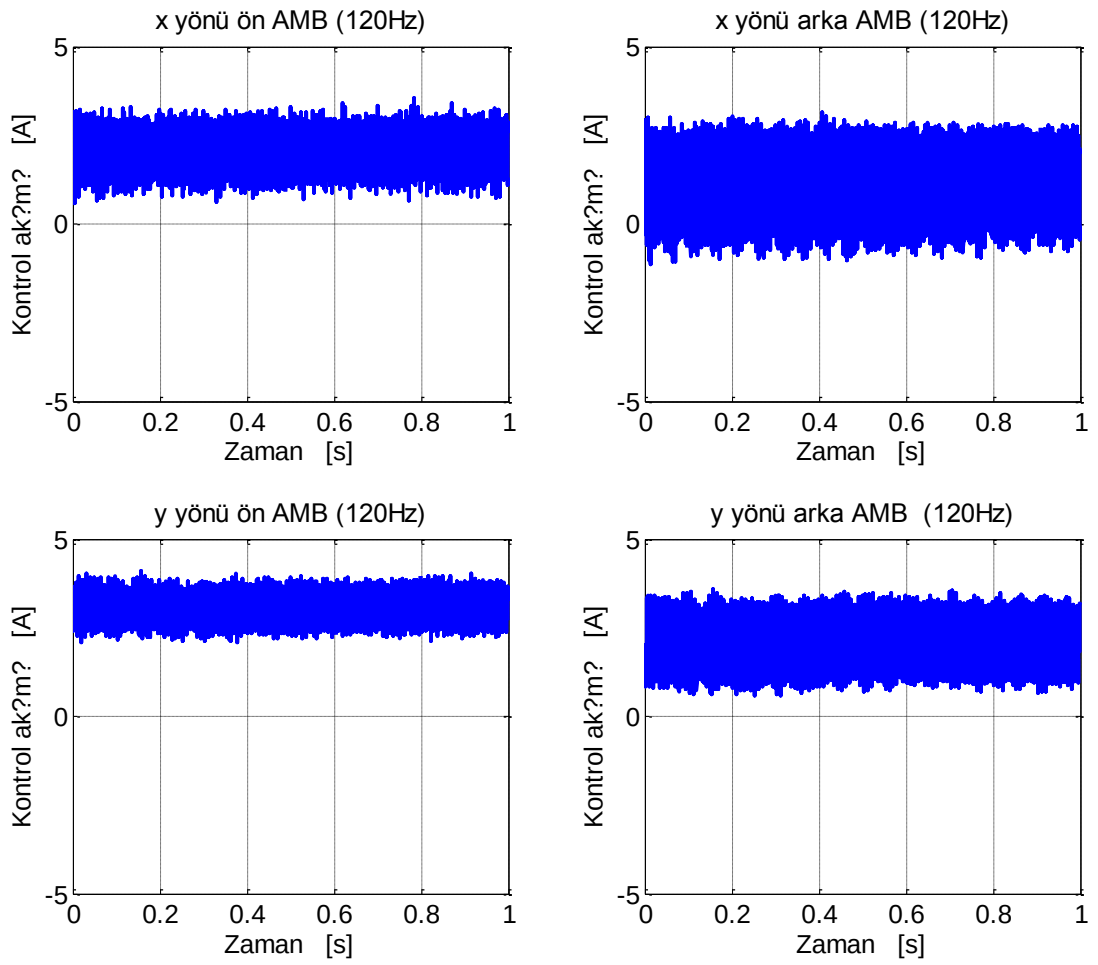
Şekil 7.25 ve Şekil 7.26 rotorun 120 Hz de dönerken ölçülen radyal ve eksenel yöndeki yerdeğiştirmelerini göstermektedir. Aynı devir sayısında Şekil 7.27 ön ve arka yatak lokasyonlarındaki rotor yörüngelerini göstermektedir. Eğer rotorun 85 Hz deki devir sayısında alınan verilerle (Şekil 7.22) karşılaştırılırsa 120 Hz'deki yörüngelerin daha küçük olduğu fark edilebilir. Bunun nedeni 85 Hz de ilk elastik titreşim modu etkisi olarak verilebilir. Ayrıca Şekil 7.28 ve Şekil 7.29'de aynı devir sayısında kontrolörün radyal ve eksenel yataklar için ürettiği kontrol akımlarını göstermektedir. Bu kontrol akımı sonuçları Şekil 7.23 ve Şekil 7.24'deki 85 Hz için elde edilen sonuçlarla karşılaştırılırsa daha küçük kontrol akımlarının yataklara sağlandığı ortaya çıkar. Bu sonuçlardan esas olarak rotor dinamiğinin manyetik yatak kontrolü üzerindeki etkisini görmek mümkündür. Rotorun birinci elastik modunu bastırmak için yataklara daha çok akım sağlanmakta dolayısı ile yataklar tarafından daha çok kuvvet üretilmektedir.

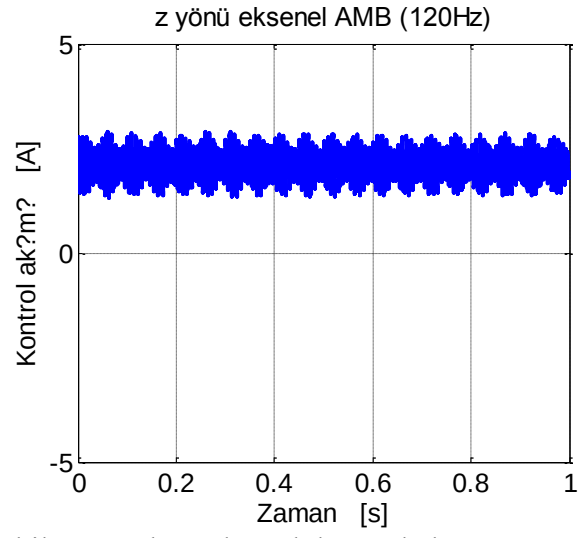


Şekil 7.25: Rotorun radyal eksenlerdeki yerdeğıştirmeleri $\omega = 120$ Hz



Şekil 7.26: Eksenel yatak yerdeğıştirme $\omega = 120$ Hz

Şekil 7.27: Ön ve arka yatak yörüngeleri $\omega=120$ HzŞekil 7.28: Radyal yataklar kontrol akımları $\omega=120$ Hz



Şekil 7.29: Eksenel yatak kontrol akımı $\omega=120$ Hz

8. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Aktif manyetik yataklar yüksek teknoloji ürünü mekatronik sistemler olup potansiyel olarak uzay uygulamalarında uydu yönlendirmede kullanılan kontrol moment jiroskoplarında, enerji depolama volan (*flywheel*) sistemlerinde ve süper yüksek hızlı pompa veya makinelerde kullanılabilir. Manyetik yatak sistemleri entegre sistemlerdir yani rotor, manyetik yatak ve elektrik motoru birlikte baştan tasarlanması gereken sistemlerdir. Herhangi bir makinedeki mevcut bir kaymalı veya rulmanlı yatağın çıkartılıp yerine manyetik yatağın takılması mümkün değildir. Ülkemizde aktif manyetik yatakların üretilmesi mümkün olup ticari amaçlı kullanımının sınırlı olması nedeniyle araştırma amaçlı stratejik uygulamalar için bu kabiliyete sahip ciddi firmaların desteklenmesi veya oluşturulması gerekir. Ayrıca üniversitelerde manyetik yatak tasarım ve üretimi yapan merkezler kurulabilir. Hali hazırda elektrik motorları veya makineleri üreten firmaların aktif manyetik yatak üretimi konusuna daha kolay adapte olma potansiyeli vardır.

Bu tez çalışmasında elastik rotorlu aktif manyetik yatak sistemi üzerinde H_{∞} robust kontrolör çalışmaları yapılmıştır. Ele alınan sistemde bulunan rotor elastik olmasına karşın tez çalışmasının ilk bölümünde rotor AMY sistemi rijit rotor kabulü ile modellenmiş ve kontrol tasarımı gerçekleştirilmiştir. Bu kabul tez çalışmasında yol gösterici bir yöntem olmuştur. Ele alınan rijit rotor kabulü ile elde edilen modelin kontrol tasarımları daha kolay yapılabilmiştir. Fakat rotorun rijit olarak kabul edilmesinden ötürü deneysel sistemde yüksek rotor hızlarına çıkılamamıştır. Esas tez konusu olarak ele alınan elastik rotor AMY sistem modeli ile elde ettiğimiz model kullanılarak gerçekleştirilen kontrol tasarımı ile rotor yüksek devir sayılarına ulaşmıştır. Rotorun birinci elastik modu güvenli bir şekilde bastırılarak ikinci elastik moda yaklaşılmıştır. Deneysel sistem üzerinde herhangi bir koruyucu plaka bulunmadığı için 120 Hz rotor hızından daha yüksek devirlerde deneysel çalışmalar yapılmamıştır. Fakat elde edilen sonuçlar tatmin edici olup daha güvenli bir sistemde daha yüksek devir sayılarına çıkılabileceğini göstermiştir. Aynı zamanda mevcut deneysel sistem bize radyal ve eksenel yataklar için ayrı ayrı kontrol tasarımı yapmayı mümkün kılmaktadır. Bu kapsamda eksenel yatak için tek başına kontrol

tasarımı yapılmış olup daha sonra radyal eksen için yapılan kontrol tasarımı ile birleştirilerek beş serbestlik dereceli sistemde tüm eksenler için kontrol edilmiştir.

Manyetik yatakların gürbüz (*robust*) kararlı kontrolü en önemli konulardandır. Gerek manyetik yatak parametreleri gerekse zamana bağlı sargı dirençleri, indüktasların değişimi sürekli kararlılığı zorunlu kılmaktadır. Klasik PID kontrol uygulamaları gürbüz kararlılığı sağlamakta yetersizdir. Ayrıca rotor dinamiği kontrolün gürbüzlüğünü gerektiren önemli bir konudur. Tez çalışmasında elde edilen deneysel sonuçlar gürbüz kararlılık konusunda H_∞ kontrol yaklaşımının çok uygun olduğunu göstermiştir.

KAYNAKLAR

1. Maslen, E., *Magnetic Bearings*, University of Virginia, (2000).
2. Schweitzer, G. "Active magnetic bearings - chances and limitations." *6th International IFToMM Conference on Rotor Dynamics*. Sydney, Australia, (2002): 1-14.
3. Zou, K., .Doyle, J.C., Glover, K., *Robust and Optimal Control*, Prentice Hall, 1996.
4. Nonami, K., & Ito, T. "mu-Synthesis of Flexible Rotor Bearing Systems." *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, , vol.4, No.5, (1996): 503-512.
5. Matsumura, F., Namerikawa, T.,Hagiwara K., and Fujita, M., "Application of Gain Scheduled H-infinity Robust Controllers to a Magnetic Bearing," *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, vol.4, No.5, (1996): 484-493.
6. Pilat, A., "Femlab Software Applied To Active Magnetic Bearing Analysis", *Int. J. Math. Comput. Sci.*, vol 14. No.4, (2004):497-501.
7. Nohavec, D. R. and Trumper, D. L. "Super-Hybrid Magnetic Suspensions for Interferometric Scanners", *JSME International Journal, Special Issue on Magnetic Bearings International Magnetic Bearing Center*, Series C, vol 40 No.4, (1997):570-283.
8. Nolan, S. And Hung, J.Y. "Technology Advances for Magnetic Bearings", *Space Technology and Applications International Forum, American Institute of Physics Conference Proceedings*, Albuquerque, (1996):169-174.
9. Chiba, A., Tadashi F., Osamu I., Masahide O., Masatsugu T., and David G., *Magnetic Bearings and Bearingless Drives*. Elsevier, (2005).
10. Knospe, C. R., and Collins, G.E., "Introduction to the Specially Issues on Magnetic Bearing Control." *IEEE Transactions on Control System Tecnology* (IEEE) vol.4 (1996):481-483.

11. Sivrioglu, S., Nonami, K., "Sliding Mode Control with Time Varying Hyperplane for AMB Systems", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol.3, no.1, (1998): 51-59.
12. Sivrioglu, S., "Adaptive control of nonlinear zero-bias current magnetic bearing system", *Nonlinear Dynamics*, vol:48, (2007):175-184.

ÖZGEÇMİŞ

Sinan BAŞARAN 1985 yılında Eskişehir’de doğdu. Lise öğrenimini Eskişehir Hoca Ahmet Yesevi Lisesi’nde bitirdi. 2003 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Makina Fakültesi Makina Mühendisliği Bölümü’ne başladı. 2009 yılında Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Makina Mühendisliği’nde yüksek lisans öğrenimine başladı. Halen araştırma görevlisi olarak Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Makina Mühendisliği Bölümü bünyesinde çalışmakta.

EKLER

EK1

Beş Eksen Kontrollü Elastik Rotor Aktif Manyetik Yatak Sisteminin H_∞ Gürbüz Kontrolü

Sinan Başaran¹, Selim Sivrioğlu¹, Erkan Zergeroğlu², Beytullah Okur³,

¹Makina Mühendisliği Bölümü
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Gebze-Kocaeli
s.selim@gyte.edu.tr

²Bilgisayar Mühendisliği Bölümü
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Gebze-Kocaeli

³Mekatronik Mühendisliği Bölümü
Yıldız Teknik Üniversitesi, Beşiktaş-İstanbul

Özetçe

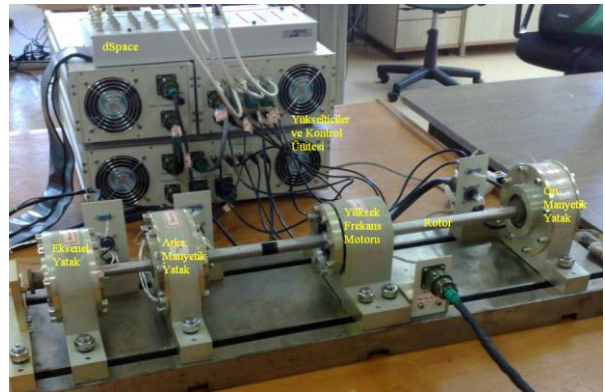
Bu çalışmada elastik bir rotorun birinci ve ikinci elastik modlarının aktif manyetik yatakların kontrolü ile bastırılmasını amaçlayan bir araştırma projesinin kontrol tasarım sonuçları sunulmaktadır. Manyetik yatak sistemlerinin açık çevrim kararsız sistemler olması ve elektromanyetik kuvvetlerin doğrusal olmamasından dolayı manyetik yatak rotor sistemlerinin kontrolü için gürbüz kontrol büyük önem taşımaktadır. Makalede elastik rotor manyetik yatak sisteminin modellenmesi, belirsizlik modelinin elde edilmesi, H_∞ kontrol tasarımı ve simülasyon sonuçları verilmiştir.

1. Giriş

Aktif manyetik yataklar elektromanyetik kuvvetlerin kontrolü ile rotor ve yatak arasında temassız yataklama sağlayan elektromekanik elemanlardır. Mekanik temas olmadığı için sürtünme söz konusu olmamakta, dolayısıyla yağlama gerektirmemekte ve yağlamaya bağlı sorunları içermemektedir. Teknolojideki gelişmelere bağlı olarak son 30 yılda endüstriyel anlamda kullanılmaya başlanan manyetik yatak teknolojisi önemli avantajları olan, ekonomik maliyetinin yüksek olmasından dolayı hali hazırdaki kısıtlı uygulama alanlarının dışında potansiyel ve stratejik uygulama alanlarının giderek arttığı bir teknolojidir[1]. Dönen bir makinede manyetik yatak, rotor ve elektrik motorunun birlikte tasarımının yapılması gerektiğinden manyetik yataklı bir sistem entegre bir sistemdir. Aktif manyetik yataklar kontrol olmadan çalışmazlar. Vakum ortamında çalışan aktif manyetik yataklamalı kapalı sistemlerde çok yüksek devir sayılarına ulaşmak mümkündür.

H_∞ kontrol dizaynı model esaslı yani sistemin transfer fonksiyonu veya durum uzayı denklemini kullanan bir kontrol tasarım yöntemidir[2]. Özellikle çok girişli çok çıkışlı lineer sistemler için sistem belirsizliklerine karşı kontrol sisteminin gürbüzlüğünü sağlayan bir kontrol dizayn yöntemi olarak H_∞ kontrol son yıllarda bir çok araştırmacı tarafından çalışılmaktadır[3]-[4].

Kontrol tasarım çalışmasının yapıldığı Şekil 1’de fotoğrafı görülen elastik rotor aktif manyetik yatak sisteminde esas olarak 2 adet radyal yatak 1 adet eksenel yatak ve 1 adet yüksek frekans motoru bulunmaktadır. İki radyal yatakta yatay ve düşey doğrultuda ve eksenel yatakta eksenel doğrultuda olmak üzere elektromıknatıslarla toplam kontrol eksenini beş olmaktadır. Sistem tam levitasyonda hiç bir temas olmayacak şekilde çalışmaktadır. Elastik rotorun belirtilen bu 5 eksenle yerdeğiştirmesini ölçmek için kapasitif sensörler kullanılmaktadır. Ayrıca bir kontrol ünitesi ve yükselticilerin bulunduğu bir ünite mevcuttur. Firma tarafından kontrol ünitesine yüklenen PID sadece rijit modları kontrol için tasarlanmıştır. Tasarlanan kontrol Dspace üzerinden aktüatörlere uygulanmaktadır.



Şekil 1: Elastik rotor-AMY sistemi deney seti.

2. Esnek Rotor Manyetik Yatak Sisteminin Modellemesi

Esnek rotorun matematiksel modelinin nasıl elde edildiğini anlatmak için Şekil 2 gösterilen örnek bir elastik rotor modeli kabul edilmiştir. Modellemedeki kütle sayısı çap farkları, malzeme değişikliği gibi rotor yapısına bağlı olarak n sayıda kütle olarak artırılabilir. Kütller arasındaki çubuklar ağırlıksız olarak kabul edilmiştir. Örnek rotorun ikinci ve dördüncü kütle noktalarında manyetik yataklarla yataklandığı düşünülmüştür. Eksenler arasında kapling olmadığı varsayılarak modelleme sadece x yönündeki doğrusal ve açısal yerdeğiştirmelere göre çıkartılmıştır. Esnek rotor dinamik denklemleri aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$M_0 \ddot{q} + K_0 q = 0 \quad (1)$$

Burada

$q = [x_1 \ \theta_1 \ x_2 \ \theta_2 \ x_3 \ \theta_3 \ x_4 \ \theta_4 \ x_5 \ \theta_5]^T$ ve $x_i, \theta_i (i=1, \dots, 5)$ sırasıyla kütlenin yerdeğiştirme ve açısal hareketidir. x_2 ve x_4 elektromıknatısların yerleştirildiği pozisyonları göstermektedir. M_0 kütle matrisini K_0 katılık matrisini göstermektedir. Elektromıknatıslardan dolayı radyal doğrultudaki manyetik kuvvetlerin modele ilave edilmesi gerekmektedir. Kontrol kuvvetleri düşünülürse dinamik denklemler

$$M_0 \ddot{q} + K_0 q = Fp + D \quad (2)$$

halini alır. Burada

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$p = \begin{bmatrix} P_l \\ P_r \end{bmatrix}, \quad P_l = 2k_1 x_2 - 2k_2 i_l$$

$$P_r = 2k_1 x_4 - 2k_2 i_r$$

Ayrıca P_l ve P_r sırasıyla sağ ve sol mıknatıslardaki kuvvetlerdir. D parametrik belirsizliği ve harici gürültüyü göstermektedir. Manyetik yatakları kontrol etmek için akımların kullanıldığı düşünülürse hareket denklemleri aşağıdaki şekilde düzenlenebilir.

$$M_0 \ddot{q} + Kq = F_i i + D \quad (3)$$

Burada

$$i = [i_l \ i_r]^T, \quad K = K_0 + K_i$$

$$K_i = \text{diag}(0, 0, -2k_1, 0, 0, 0, -2k_1, 0, 0, 0)$$

$$F_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

Durum uzayı denklemini elde etmek ve elde ettiğimiz denklemi indirgenmiş forma getirmek için (2) de verilen hareket denklemini öncelikle modal formda yazacağız. Mod analizi tekniği kullanılarak normalize edilmiş modal matrisi aşağıdaki şekilde yazabiliriz.

$$q = \Psi \xi \quad (4)$$

Bu yaklaşım kullanılarak (1) denkleminin modal koordinatlara dönüştürülmüş hali:

$$\ddot{\xi} + \Lambda \dot{\xi} + \Omega^2 \xi = f_i i + d \quad (5)$$

Burada

$$I = \Psi^T M \Psi, \quad \Omega^2 = \Psi^T K \Psi, \quad \Lambda = 2\zeta \Omega,$$

$$f_i = \Psi^T F_i, \quad d_i = \Psi^T D$$

Ayrıca burada Λ sönüm matrisini göstermektedir. Modal denklemin elde edilmesinde daha genel olması açısından sistemde var olan sönüm ilave edilmiştir. Sönüm katsayısı deneysel yöntemle elde edilebilir. Elde edilen modal formdaki (5) denkleminin sistemin durum uzayı denklemi:

$$\dot{x}_f = A_f x_f + B_f u + D_f w \quad (6)$$

Burada

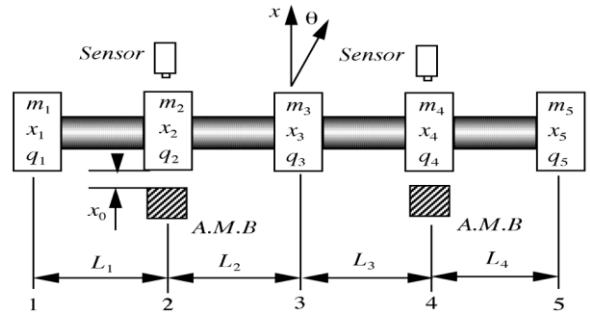
$$x_f = \begin{bmatrix} \xi & \dot{\xi} \end{bmatrix}^T, \quad u = \begin{bmatrix} i_l & i_r \end{bmatrix}^T$$

$$A_f = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega^2 & -\Lambda \end{bmatrix}, \quad B_f = \begin{bmatrix} 0 \\ f_i \end{bmatrix}, \quad D_f = \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix}$$

Eğer manyetik yatakların olduğu kısımda sensör sinyalleri elde ediliyorsa çıkış denklemi:

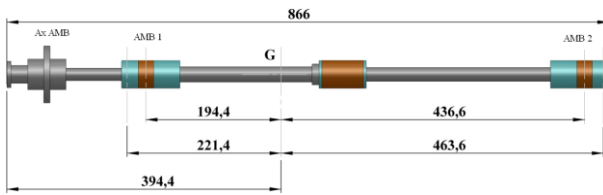
$$y = C_f x_f = \begin{bmatrix} x_2 & x_4 \end{bmatrix}^T$$

$$C_f = \begin{bmatrix} F^T \Psi & 0 \end{bmatrix} \quad (7)$$



Şekil 2: Modellemeye esas olan esnek rotor.

Şekil 3 deneysel sistemde bulunan elastik rotoru ve boyutlarını göstermektedir. Rotorun radyal yataklama yapıldığı yerleri belirtilmiştir. Bu rotorda kesit ve malzeme farklılıkları dikkate alınarak 45 kütle elemanına ayrılarak sonlu elemanlar yöntemi ile modelleme gerçekleştirilmiştir. Radyal yatak noktalarında katılık değerleri kabul edilerek modele ilave edilmiştir. Teorik olarak elastik rotorların sonsuz sayıda elastik modu vardır. Bununla birlikte rotor dinamiğini büyük oranda yansıtan modele tam dereceli model olarak ifade etmek yanlış olmayacaktır. Burada deneysel rotorun tam dereceli modelinin modal transformasyondan sonra (6) ve (7) denklemleri formunda elde edilmiştir.



Şekil 3: Deneysel sistemdeki elastik rotor yapısı.

2.1. İndirgenmiş sistemin durum uzayı modeli

Kontrol tasarımı için tam dereceli modelin indirgenmesi gerekmektedir. Elde edilen tam dereceli modelden 2 rijit mod ve ilk 2 elastik mod olmak üzere indirgenmiş model elde edilmiştir. Deneysel sistemin manyetik yatak parametreleri Tablo 1’de verilmiştir. İndirgenmiş modelin durum uzayı denklemi:

$$\begin{aligned} \dot{x}_r &= A_r x_r + B_r u + D_r w \\ y_r &= C_r x_r \end{aligned} \quad (8)$$

Burada durum uzayı vektörü:

$$x_r = [\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3 \quad \xi_4 \quad \dot{\xi}_1 \quad \dot{\xi}_2 \quad \dot{\xi}_3 \quad \dot{\xi}_4]^T$$

Burada elde edilen model sadece bir tek radyal doğrultudaki sistem dinamiğini içermektedir. Sistemde simetri olduğu varsayılırsa model her iki radyal doğrultu için geçerlidir.

Rotor manyetik yatak sistemlerinin en belirgin karakteristiği açık çevrim kararsız sistemler olmasıdır. İndirgenmiş sistemin öz değerlerine bakıldığında ilk iki rijit modun eşlenik köklerinin kompleks düzleminin sağ tarafında olduğu görülür. Elastik modlar imajiner eksene yakın düzlemin sol tarafında yer almaktadır yani esas olarak kararlıdır. Tablo 2 öz değerleri göstermektedir.

Tablo 1: Rotor manyetik yatak parametreleri

Sembol	Değeri	Birimi	Anlamı
I_r	0.3761	kg m ²	Atalet momenti
M	4.821	kg	Rotor ağırlığı
L_g	0.3944	m	Kütle merkezi
i_0	2.5	A	Bias akımı
x_0	0.25	mm	Yatak boşluğu
k_1	3.2×10^5	N/m	Manyetik parametre(x)
k_2	32	N/A	Manyetik parametre (i)

Tablo 2: Elastik rotor öz değerleri

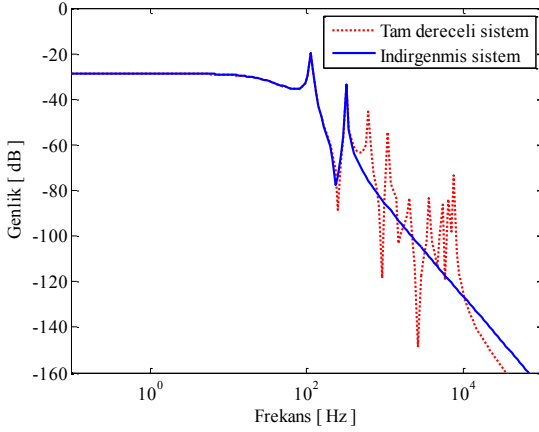
Elastik Rotor Öz değerleri [Hz]	Mod Şekli
-2.8715e+001 2.8715e+001	Rijit Mod I
-4.2661e+001 4.2661e+001	Rijit Mod II
-1.1400e-001 -1.1400e+002i -1.1400e-001 +1.1400e+002i	Elastik Mod I
-3.2024e-001 -3.2024e+002i -3.2024e-001 +3.2024e+002i	Elastik Mod II

3. H_∞ Kontrol Tasarımı

Kontrol tasarımı için elde ettiğimiz matematik model (durum uzayı denklemi) aslında gerçek sistemi tam olarak temsil etmemektedir. Modelleme esnasında gerçekte nominal bir model elde edilmektedir. Gerçek sistemle elde edilen nominal sistem arasındaki fark belirsizlik (uncertainty) olarak isimlendirilmektedir. Modellenemeyen dinamiklerden etkilenmeyen ve bu dinamikler olduğu halde bile kararlı bir kontrol sağlayan kontrol dizayn yöntemine gürbüz (robust) kontrol olarak isimlendirilmektedir. Pratikte H_∞ kontrol dizaynında belirsizliklerin modellenmesi önemlidir ve frekans şekillendirme filtrelerinin seçiminde bu belirsizlikler kullanılmaktadır. Elastik rotor sisteminde teorik olarak sonsuz sayıda elastik mod vardır. Pratikte belirli sayıda modu içeren modeller elde edilmektedir. Öngörülen çalışma frekansında iki adet elastik mod olduğundan kontrol dizaynında nominal model olarak indirgenmiş model kullanılacaktır. Düşük frekans modlarının rotorun toplam titreşim cevabı üzerindeki etkisi yüksek frekans modlarının etkisinden çok fazladır. Dolayısı ile bu iki modun kontrolü rotor titreşimlerini büyük ölçüde bastıracaktır. Diğer yandan ihmal edilen yüksek frekans modlarının kontrolör tarafından

uyarılması gerekmektedir. Pratikte spillover olarak isimlendirilen bu durum oluşmaması için kontrol tasarımında ihmal edilen sistem dinamikleri kullanılacaktır.

Elastik rotor sisteminde tam dereceli durum uzayı denklemi için ilk 12 adet elastik modu içeren bir modelleme yapıldı. İndirgenmiş sistem daha öncede belirtildiği gibi sadece 2 adet elastik modu içermektedir. Şekil 4 tam ve indirgenmiş model sistemin frekans cevaplarını göstermektedir. Frekans cevabında rijit modların eşlenik köklerinin kompleks düzleminin sağ tarafında olmasından dolayı genlikte belli bir pik şeklinde davranış göstermemektedir.



Şekil 4: Belirsizlik modellemesi.

3.1 Belirsizlik Tanımı ve Frekans Şekillendirme Filtrelerinin Seçimi

Genelde kontrol sistemi içinde belirsizliklerin sisteme olan etkisi toplam ve çarpım belirsizlikleri olarak iki şekilde verilebilir. Çarpım belirsizliği ifadesi

$$\Delta_m(s) = \frac{P_f(s) - P_r(s)}{P_r(s)} \quad (9)$$

şeklinde kararlı transfer fonksiyonu olarak tanımlanmaktadır. Şekil 5 belirsizlik etkisinin toplam sistem içindeki yerini ifade etmektedir.

H_∞ kontrol dizaynı için kullanılan yapı Şekil 6'da gösterilmiştir. Burada P_r indirgenmiş sistemi, W_t kontrol girişini şekillendirecek ve gürbüz kararlılığı (robust stability) sağlayacak filtreyi, W_s sistem cevabını şekillendirecek gürbüz sistem cevabını (robust performans) sağlayacak filtreyi göstermektedir. Ayrıca z_1 ve z_2 kontrol edilen değişkenleri, y ölçülen değişkenleri, u kontrol girişini, w sistem gürültü girişini ve n sensör gürültü girişini göstermektedir. ε gürültü miktarını temsil eden pozitif bir sayıdır.

Gürbüz kararlılık için belirsizlikler ve frekans şekillendirme filtreleri arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde verilebilir.

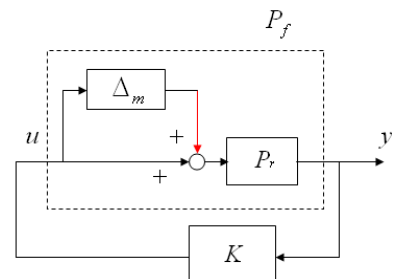
$$\bar{\sigma} \{ \Delta_m(j\omega) \} \leq |W_t(j\omega)| : \forall \omega \quad (10)$$

Bu ifadenin pratik anlamı bütün frekans bölgesinde filtrelerin mutlak değerinin belirsizlik transfer fonksiyonunun maksimum singüler değerinden büyük veya eşit olması gerektiğidir. Bizim sistemimizde tam ve indirgenmiş sistem için oluşturulan çarpım belirsizliklerini kaplayan gürbüz kararlılık filtresi W_t ve sistem performansını iyileştiren W_s filtresi aşağıdaki şekilde seçilmiştir.

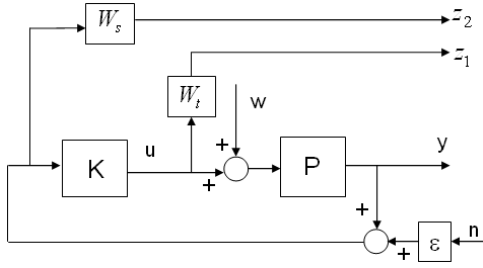
$$W_t = \left(k_t \frac{s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta_d \omega_d s + \omega_d^2} \right)^2 W_s = k_s \frac{s+1}{s+0.1} \quad (11)$$

Burada pay ve paydada yer alan ω_n ve ω_d değerleri için rotorun elastik modları kullanılmıştır. Kontrol etkinliğinin kontrol edilecek ikinci mod frekansına kadar devam etmesi için ω_n ikinci mod frekansı olarak seçilmiştir. Gürbüz kararlılık için kontrol edilmeyen üçüncü ve daha yüksek modların uyarılmaması gerekmektedir dolayısı ile ω_d üçüncü elastik mod frekansı olarak seçilmiştir. Burada k_t ve k_s filtre kazanç parametreleridir. Gürbüz sistem performansı için manyetik yatak sistemlerinde özellikle levitasyon durumunda rotorun orijine getirilmesi önemlidir. Böyle bir durum düşük frekans bölgesinde kontrolörün integral etkisine sahip olması anlamına gelmektedir. Kontrolöre bu özelliği kazandıran W_s filtresidir.

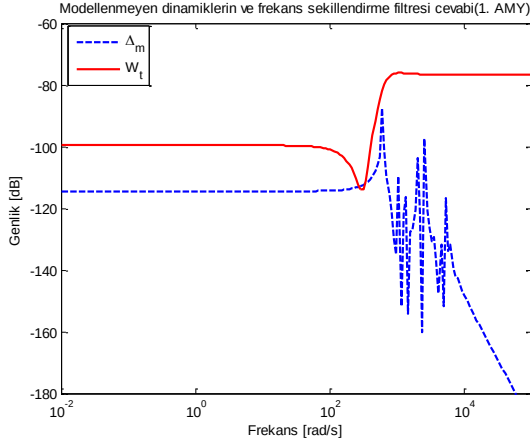
Elastik rotor sistemi için elde edilen gürbüz kararlılık filtresi ve çarpım belirsizliğinin frekans cevabı Şekil 7-8'de gösterilmiştir. Filtre cevabı belirsizlikleri kaplayacak şekilde seçilmiştir. Gürbüz performans filtresi Şekil 9'da gösterilmiştir.



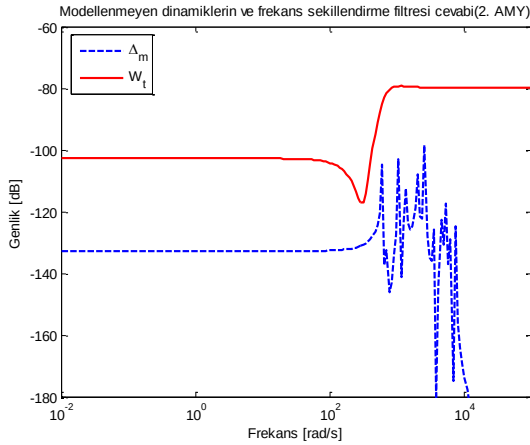
Şekil 5: Belirsizlik etkisinin sisteme ilavesi



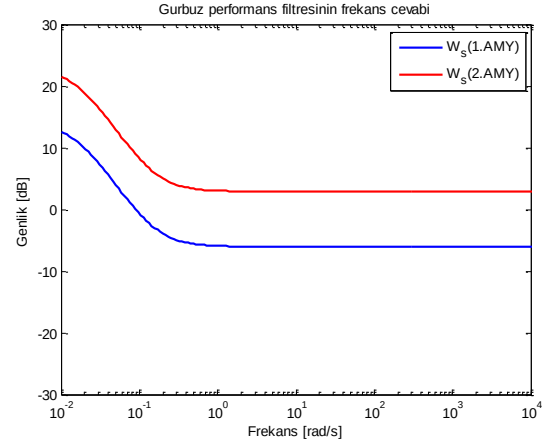
Şekil 6: Kontrolör tasarımı için kullanılan yapı



Şekil 7: Çarpım belirsizliği ve gürbüz kararlılık filtresinin frekans cevabı(1.AMY)



Şekil 8: Çarpım belirsizliği ve gürbüz kararlılık filtresinin frekans cevabı(2.AMY)



Şekil 9: Gürbüz performans filtresinin frekans cevabı

3.2 H_∞ Kontrolün Hesaplanması

Şekil 6'da gösterilen kontrol tasarım yapısı esas alalım. İlk durumda $K(s)=0$ düşünülerek sistemi, frekans şekillendirme filtrelerini içeren ve kontrol tasarımında kullanılan genişletilmiş sistem yapısı elde edilebilir. Burada sistemin ve filtrelerin durum uzayı denklemleri bilinmektedir. Sistem girişler ve çıkışlar olarak

$$z_1 = W_t u$$

$$z_2 = W_s [\varepsilon n + P_r (w + u)] \quad (12)$$

$$y = \varepsilon n + P_r (w + u)$$

yazılabilir. Transfer matrisi olarak

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & W_t \\ W_s P_r & \varepsilon W_s & W_s P_r \\ P_r & \varepsilon & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ n \\ u \end{bmatrix} \quad (13)$$

veya

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} \bar{w} \\ u \end{bmatrix} \quad (14)$$

elde edilebilir. Burada

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}, z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}, \bar{w} = \begin{bmatrix} w \\ n \end{bmatrix}$$

yapısındadır. Kontrol $u = K(s)y$ şeklinde tanımlanırsa kapalı çevrim transfer matrisi:

$$G_{z\bar{w}}(s) = G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21} \quad (15)$$

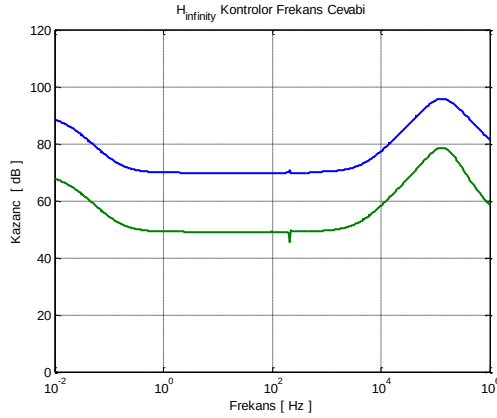
olarak elde edilir. Tasarlanan H_∞ kontrolör, γ pozitif bir sayı olmak üzere kapalı çevrim kontrol sistemi transfer matrisi için aşağıdaki şartı sağlamaktadır.

$$\|G_{z\bar{w}}(s)\|_\infty < \gamma \quad (16)$$

Genişletilmiş sistem matrisi $G(s)$ oluşturulduktan sonra H_{∞} kontrolör MATLAB/Robust Control Toolbox kullanılarak hesaplandı. H_{∞} kontrolör durum uzayı şeklinde elde edilmektedir. Kontrolör yapısı:

$$\begin{aligned}\dot{x}_k &= A_k x_k + B_k y \\ u &= C_k x_k + D_k y\end{aligned}\quad (17)$$

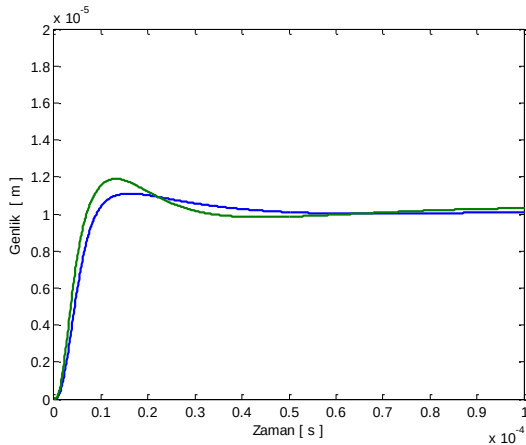
şeklinde-dir. Kontrolör frekans cevabı şekil 10'da gösterilmiştir.



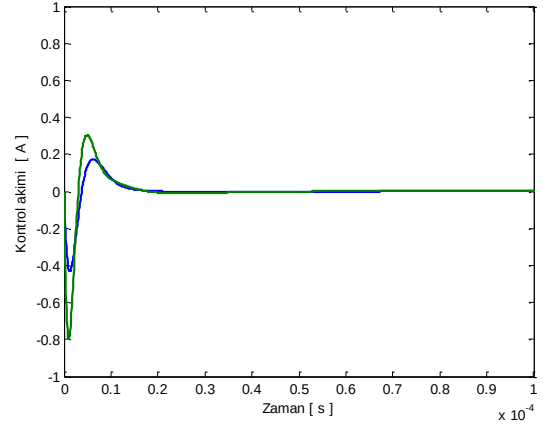
şekil 10: H_{∞} kontrolör frekans cevabı

4. Simülasyonlar

İndirgenmiş sistem modeli esas alınarak tasarlanan H_{∞} kontrolör ile 12 adet esnek modu ve 2 adet rijit modları içeren tam dereceli sistemin kapalı çevrim simülasyon modeli oluşturuldu. Bu model esas alınarak esnek rotor manyetik yatak sisteminin referans girişine cevabı elde edilmiştir. şekil 11 referans girişlerine yatak noktalarındaki yerdeşiştirme cevaplarını göstermektedir. Ayrıca referans cevabına karşılık gelen radyal yataklardaki kontrol akımları şekil 12 de verilmiştir.



şekil 11: Kapalı sistemde rotorun adım cevabı



şekil 12: Radyal yataklardaki kontrol akımları

5. Sonuçlar

Rotor manyetik yatak sistemlerindeki belirsizlikler ve doğrusal olmayan dinamikler bu sistemlerin kontrolünü zorlaştırmakta ve gürbüzlük konusunu öne çıkarmaktadır. H_{∞} kontrol tasarımı belirsizlik modelleme yöntemi ile gürbüzlük sağlama potansiyeline sahiptir. Ayrıca H_{∞} kontrol tasarımının model esaslı olması ve çok girişli çok çıkışlı kontrol tasarımını mümkün kılmasından dolayı rotor manyetik yatak sistemleri için uygun bir yöntemdir. Simülasyonlardan elde edilen ilk sonuçlar bu çalışmanın ileriki safhaları için ümit vadetmektedir.

6. Teşekkür

Bu araştırma çalışması ve deneysel sistemin kurulması 107M595 nolu TUBITAK 1001 projesi kapsamında yapılmıştır.

7. Kaynakça

- [1] G. Schweitzer, "Active Magnetic Bearings-Chances and Limitations," in Proceeding of the 6th International IFToMM Conference on Rotor Dynamics, Sydney, Australia, 1- 14, 2002.
- [2] K.Zou, J.C.Doyle, K.Glover, Robust and Optimal Control, Prentice Hall, 1996.
- [3] K. Nonami, T. Ito, "mu-Synthesis of Flexible Rotor Bearing Systems," IEEE. Trans. on Control Systems Technology, vol.4, No.5, pp.503-512, 1996.
- [4] F. Matsumura, T. Namerikawa, K. Hagiwara and M. Fujita, "Application of Gain Scheduled H-infinity Robust Controllers to a Magnetic Bearing," IEEE Trans. on Control Systems Technology, vol.4, No.5, pp.484-493, 1996.

EK2

Robust H_∞ Control of Flexible Rotor Active Magnetic Bearing System

S. Başaran¹, S. Sivrioğlu¹, B. Okur^{1,2} and E. Zergeroğlu¹

¹Gebze Institute of Technology, Gebze/Turkey, {sbasaran, s.selim, e.zerger} @gyte.edu.tr

²Yıldız Technical University, Beşiktaş/Turkey, {okur} @yildiz.edu.tr

Abstract— In this paper, a robust H_∞ control design method is studied for a five axes controlled flexible rotor active magnetic bearing (AMB) system. In flexible rotor-AMB systems, since a flexible rotor has theoretically infinite number of modes, unmodeled flexible modes of the rotor in controller design may cause spillover effect in the control operation. Moreover, magnetic bearings are open loop unstable systems and have parametric and modeling uncertainties; therefore robustness is great importance for control of AMB systems. In this study, a flexible rotor AMB system is modeled by considering certain flexible modes and H_∞ control design is presented in detail. Designed controller is verified experimentally and some results are presented.

Keywords—Active magnetic bearings, Flexible rotor, H_∞ control design.

I. INTRODUCTION

ACTIVE magnetic bearings are electromechanical devices that provide noncontact support between rotor and bearing with the control of electromagnetic forces [1]. Active magnetic bearings do not work without control. Since there is no mechanical contact, friction is avoided, therefore lubrication is not necessary and problems originated from lubrication are eliminated. Magnetic bearing technology developed in the last 30 years depending on technological advances has many advantages and besides their limited usage due to their high cost, it is a technology that potential and strategic application areas are getting increased. Active magnetic bearings have been used commercially in turbomolecular pumps due to their features. These pumps are heavily used in clean room applications, process devices in semiconductor production and also in electron microscopes. Since they make possible to rotate the rotor in a very high speed in vacuum condition, magnetic bearings find new application areas [2-3].

In flexible rotor-bearing systems, the full order models have high orders and to design a controller using this high order model is nearly impossible. Therefore, the controller should be designed with reduced-order models for controlling full-order system. Due to truncations of high order flexible modes in modeling, the spillover phenomena occur in higher frequencies [4]. Another problem arising in AMB systems with flexible rotors is to control the flexible modes of the rotor in passing through critical speeds.

II. FLEXIBLE ROTOR AMB SETUP

The flexible rotor-AMB system used in the control design study and experiment is shown in Fig. 1. The flexible rotor is supported in radial directions by the two sets of eight poles radial magnetic bearings. An axial magnetic bearing located at the rotor end position limits the rotor axial displacements. Moreover, a high frequency motor is placed between the radial bearings to rotate the rotor. When the control is applied to the AMB system, the flexible rotor is levitated and controlled in five axes without any mechanical contact. Note that high frequency motor has no mechanical bearings. When the control is off, the rotor is on the touch down bearings. The air gap between the rotor and the touch down bearing is set to 0.15 mm. The parameters of the rotor magnetic bearing system are given in Table 1.

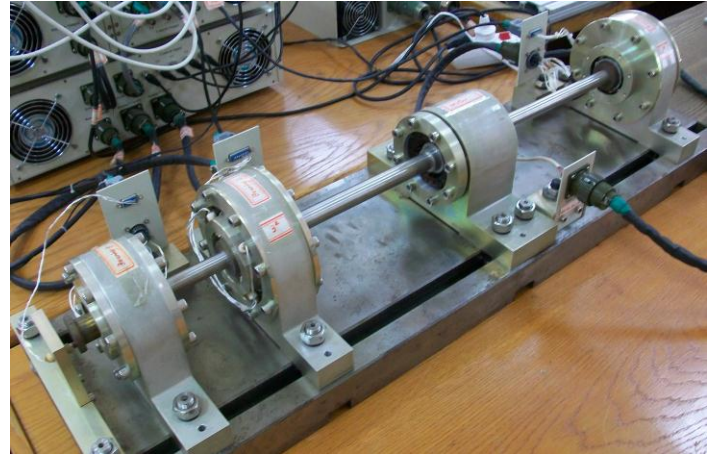


Figure 1: Flexible rotor AMB setup.

Table 1: Parameters of the AMB system

Symbol	Value	Unit	Name
I_r	0.3761	kg m ²	Moment of inertia
M	4.821	kg	Rotor mass
L_g	0.3944	m	Center of mass of the rotor
i_0	2.5	A	Bias current
x_0	0.25	mm	Air gap between rotor and AMB
k_1	3.2×10^5	N/m	Displacement to force parameter
k_2	32	N/A	Current to force parameter

III. MODELING OF THE FLEXIBLE ROTOR AMB SYSTEM

The equation of motion of the flexible rotor magnetic bearing system is derived using a finite element method. The method used for modeling will be explained according to the simple model given in Fig.2. Basically, the flexible rotor is divided into mass and beam elements. Beam elements are considered massless.

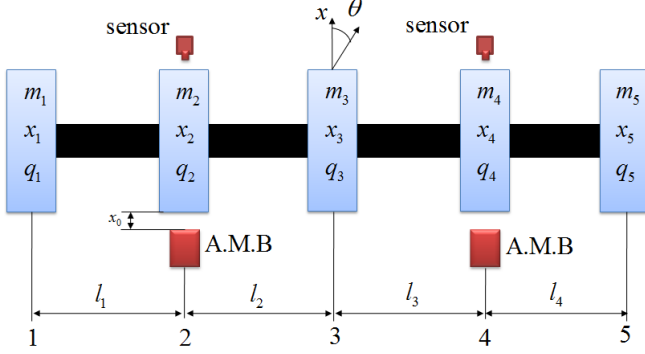


Figure 2: Flexible rotor model

For simplicity, the analysis is performed only in the $-x$ direction and all the coupling effects among the different axes are ignored. Modeling presented here includes the linear and angular displacements in $-x$ direction. Equation of the flexible rotor is obtained as follows:

$$M_0 \ddot{q} + K_0 q = 0 \quad (1)$$

where $q = [x_1 \ \theta_1 \ x_2 \ \theta_2 \ x_3 \ \theta_3 \ x_4 \ \theta_4 \ x_5 \ \theta_5]^T$ and $x_i, \theta_i (i=1, \dots, 5)$ are displacement and angle of the mass on the rotor, respectively. Here, x_2 and x_4 represent the displacements at the electromagnet locations. M_0 is the rotor mass matrix, and K_0 is the rotor stiffness matrix. The magnetic force due to the electromagnet along the radial direction is modeled by the following equation:

$$M_0 \ddot{q} + K_0 q = Fp + D \quad (2)$$

where;

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$p = \begin{bmatrix} P_l \\ P_r \end{bmatrix}, \quad \begin{aligned} P_l &= 2k_1 x_2 - 2k_2 i_l \\ P_r &= 2k_1 x_4 - 2k_2 i_r \end{aligned}$$

In these equations, P_l and P_r are left and right AMB magnetic forces. Also, D matrix represents the forces due to external disturbance. The bias attractive forces and the control forces of equation (2) are separated as follows:

$$M_0 \ddot{q} + Kq = F_i i + D \quad (3)$$

where

$$i = [i_l \ i_r]^T, \quad K = K_0 + K_i$$

$$K_i = \text{diag}(0, 0, -2k_1, 0, 0, 0, -2k_1, 0, 0, 0)$$

$$F_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2k_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

Using the modal analysis technique, it can be chosen the following normalized modal matrix:

$$q = \Psi \xi \quad (4)$$

Equation (1) is transformed into modal coordinates as follows:

$$\ddot{\xi} + \Lambda \dot{\xi} + \Omega^2 \xi = f_i i + d \quad (5)$$

where

$$I = \Psi^T M \Psi, \quad \Omega^2 = \Psi^T K \Psi, \quad \Lambda = 2\zeta \Omega, \quad f_i = \Psi^T F_i,$$

$$d_i = \Psi^T D$$

and Λ is the damping matrix. The damping ratio is determined experimentally. The available damping ratio is added to the system equation. The state equation of the flexible rotor AMB system is given by

$$\dot{x}_f = A_f x_f + B_f u + D_f w \quad (6)$$

where

$$x_f = [\xi \ \dot{\xi}]^T, \quad u = [i_l \ i_r]^T$$

$$A_f = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\Omega^2 & -\Lambda \end{bmatrix}, \quad B_f = \begin{bmatrix} 0 \\ f_i \end{bmatrix}, \quad D_f = \begin{bmatrix} 0 \\ d \end{bmatrix}$$

If the rotor displacement is measured at the sensor locations, the output equation is

$$y = C_f x_f = [x_2 \ x_4]^T \quad (7)$$

where

$$C_f = [C \Psi \ 0]$$

The equations (6) and (7) represent full order model of the flexible rotor magnetic bearing system.

Above derivation procedure is applied to the actual flexible rotor shown in Fig.3. In this figure, the geometry of the flexible rotor is given and the locations of the magnetic bearings are indicated. In the modeling, the rotor is divided into 176 mass stations at the rotor diameter differences. In radial magnetic bearing locations, bearing stiffness are accepted and added to the model.

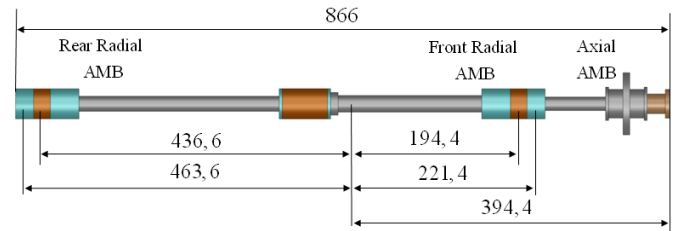


Figure 3: Flexible rotor used in experimental system.

A. The state space model of the reduced system

The control objective is to levitate the rotor and to maintain the stability because the control system is originally unstable in open loop. There are only two unstable rigid modes, and the flexible modes are essentially stable (Table 2). To design a controller for the full order flexible system is quite complicated. Therefore, the construction of the reduced order model is considered for the aim of stabilizing the two rigid modes and controlling the vibration of flexible modes. The reduced order model is constructed by truncation of the higher order modes in modal coordinates. The state equation and the output equation including up to the i. order mode can be written as follows:

$$\begin{aligned}\dot{x}_r &= A_r x_r + B_r u + D_r w \\ y_r &= C_r x_r\end{aligned}\quad (8)$$

where the state vector:

$$x_r = [\xi_1 \ \xi_2 \ \xi_3 \ \xi_4 \ \dot{\xi}_1 \ \dot{\xi}_2 \ \dot{\xi}_3 \ \dot{\xi}_4]^T$$

Table 2: Eigenvalues of the reduced order system.

Eigenvalues of the rotor [Hz]	Mode
-35.0900 35.0900	Rigid Mod I
-57.4400 57.4400	Rigid Mod II
-0.0400 -77.6700i -0.0400 +77.6700i	Elastic Mod I
-1.1000e-001 -2.1563e+002i -1.1000e-001 +2.1563e+002i	Elastic Mod II

IV. H_∞ CONTROL DESIGN

In the modeling of the system, we actually obtain a nominal model. The difference between the nominal and actual system is called an uncertainty. In this work, Fig.4 shows the full order and the reduced order system frequency responses. The main idea of H_∞ control theory is to maintain stability and robustness even if the control system has modeling uncertainty or parametric uncertainty. In this control system, neglected nominal system dynamics is known because of reduction and the construction of frequency shape filters are formed using this neglected dynamics.

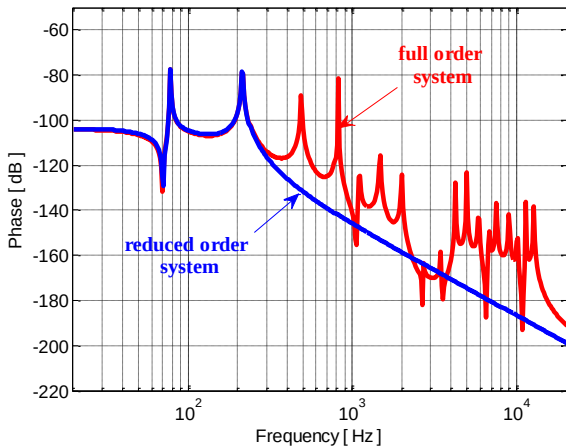


Figure 4: Full and reduced order system frequency response.

A. Selection of frequency shaping filters

The effect of the uncertainties is represented in a control system by two ways. These are additive uncertainties and multiplicative uncertainties. Multiplicative uncertainties are defined as:

$$\Delta_m(s) = \frac{P_f(s) - P_r(s)}{P_r(s)} \quad (9)$$

In this study, a multiplicative uncertainty is considered for the control design. Figure.5 shows the effects of multiplicative uncertainties in the control system.

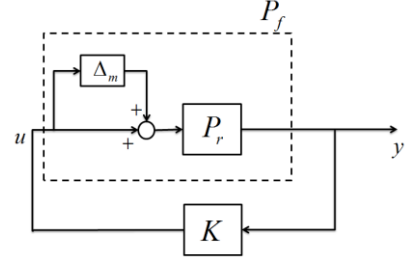


Figure 5: Adding the uncertainty effects to the system.

The control block diagram which is used in H_∞ control design is shown in Fig.6. In this block P_r represents the reduced order system, W_T is the robust stability filter and W_S is the robust performance filter. Also in this block z_1 and z_2 controlled variables, y is the measured output variable, u is the control input, w is the system noise and n sensor noise. ε is the positive number represent the amount of the sensor noise.

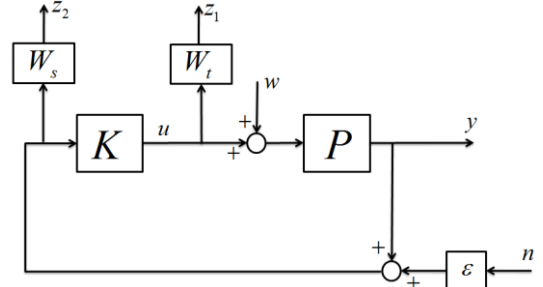


Figure 6: Control design structure.

In H_∞ control design, it is known that the weighting filter W_T must satisfy the following condition.

$$\bar{\sigma} \{ \Delta_m(j\omega) \} \leq |W_T(j\omega)| : \forall \omega \quad (10)$$

Practically, the selected filter W_T should cover the uncertainty in entire frequency response. Here, W_T maintains robust stability condition. The robust stability and robust performance filters have the structure as follows.

$$W_T = \begin{bmatrix} w_t & 0 \\ 0 & w_t \end{bmatrix} \quad W_S = \begin{bmatrix} w_s & 0 \\ 0 & w_s \end{bmatrix} \quad (11)$$

Here $w_t = k_t \frac{s + p_{tn}}{s + p_{td}}$, $w_s = k_s \frac{s + p_{sn}}{s + p_{sd}}$. Filter parameters are selected using neglected flexible rotor dynamics. The frequency responses of W_T and W_S filters are shown in Fig.7.

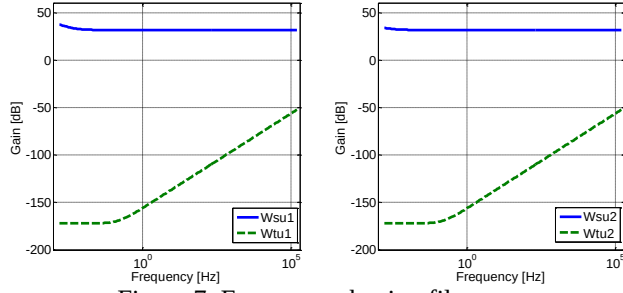


Figure 7: Frequency shaping filters.

B. Design of the controller

The objective of the controller is to minimize the infinity norm of the transfer functions obtained from external disturbances to the controlled outputs in the control structure given in Fig.6. First, consider $K(s) = 0$ and obtain the generalized plant which contains frequency shaping filters. Here, the state space equations of the system and the filters are known. From the control design structure, the output equations are written as

$$\begin{aligned} z_1 &= W_t u \\ z_2 &= W_s [\varepsilon n + P_r (w + u)] \\ y &= \varepsilon n + P_r (w + u) \end{aligned} \quad (12)$$

The transfer matrix form is obtained as:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & W_t \\ W_s P_r & \varepsilon W_s & W_s P_r \\ P_r & \varepsilon & P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ n \\ u \end{bmatrix} \quad (13)$$

Equation (13) is written in compact form

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G(s) \begin{bmatrix} \bar{w} \\ u \end{bmatrix} \quad (14)$$

where

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix}, z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}, \bar{w} = \begin{bmatrix} w \\ n \end{bmatrix} \quad (15)$$

If the control defined as a $u = K(s)y$, the closed loop transfer function is given by:

$$G_{z\bar{w}}(s) = G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21} \quad (16)$$

The H_∞ control problem is to find a controller K that fulfils the following condition.

$$\|G_{z\bar{w}}(s)\|_\infty < \gamma \quad (17)$$

where γ is a minimal value of the optimization factor. After the augmented system matrix is obtained, the controller is calculated using the MATLAB/Robust Control Toolbox. The H_∞ controller is in the state space form as follows:

$$\begin{aligned} \dot{x}_k &= A_k x_k + B_k y \\ u &= C_k x_k + D_k y \end{aligned} \quad (18)$$

Since H_∞ control design structure is a multi-input multi output (MIMO) form, the designed controller is also a MIMO controller. The frequency responses of the controller are shown in Figs.8-9.

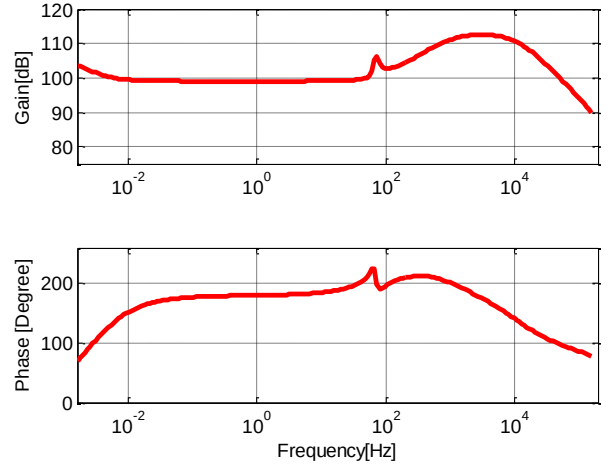


Figure 8: Front AMB H_∞ controller frequency response

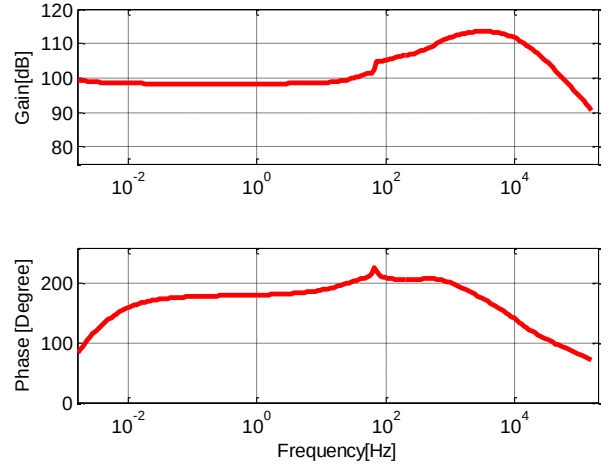


Figure 9: Rear AMB H_∞ controller frequency response

V. EXPERIMENTAL RESULTS

The experimental setup configuration is presented in Fig.10. In the AMB system, five capacitive sensors measure the displacements in the five controlled axes. Sensor signals are provided to the digital control system through AD converters. The computed control currents are provided to the electromagnets through DA converters and amplifiers. When the AMB is not controlled, the rotor is on the touch down bearings with air gap.

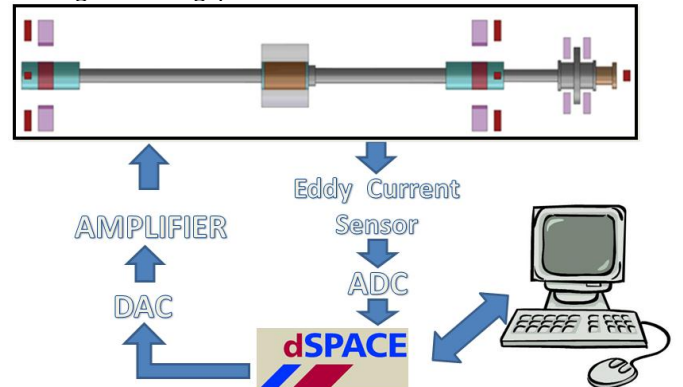


Figure 10: Experimental configuration of the system.

The H_∞ controller is discretized and compiled to obtain a controller code to upload Dspace digital control unit. The control system is a multi-input multi-output system therefore there are five displacement measured and five computed control signal for the actuators.

The flexible rotor is first levitated with the designed controller. The rotor is run in different rotational frequencies and results are evaluated. The controller is succeeded to pass first critical speed of the flexible rotor. The experimental results are given for 80 Hz rotational frequency. Displacements of the radial bearing locations are shown in Fig. 11. The control currents provided to the electromagnets at this rotational frequency for radial AMB bearings are presented in Fig. 12. The orbits of the rotor at 80 Hz rotational frequency in the front and rear radial AMB locations are given in Fig.13. Finally, the displacement and the control current for axial bearing location are shown in Fig.14.

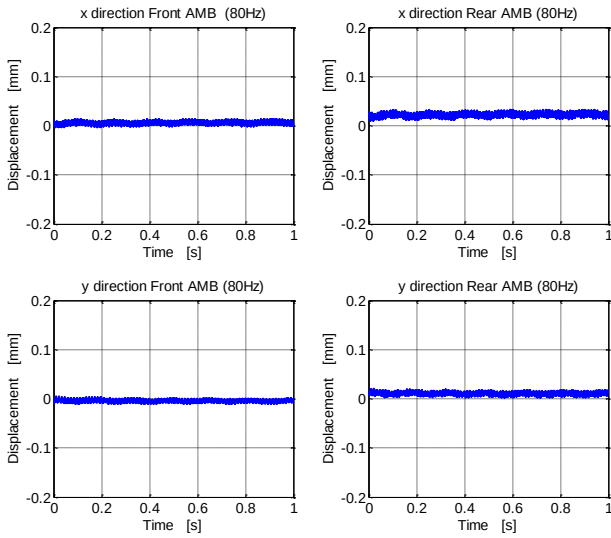


Figure 11: Displacements of the rotor at radial AMB locations.

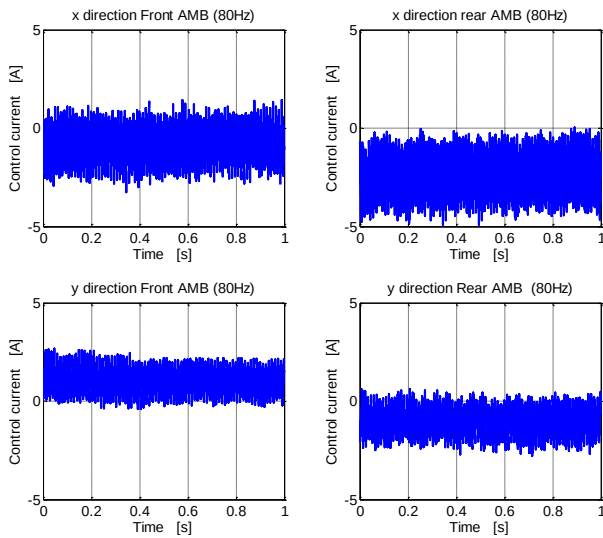


Figure 12: Control current of the radial electromagnets.

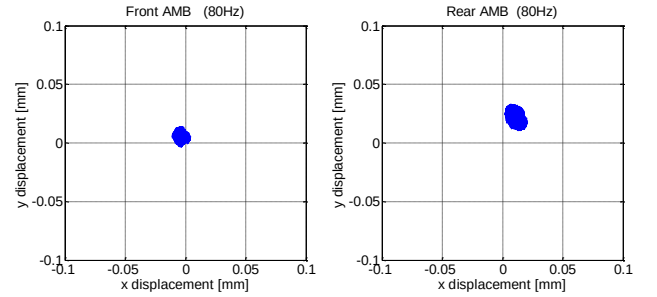


Figure 13: Orbits of the front and rear radial AMB.

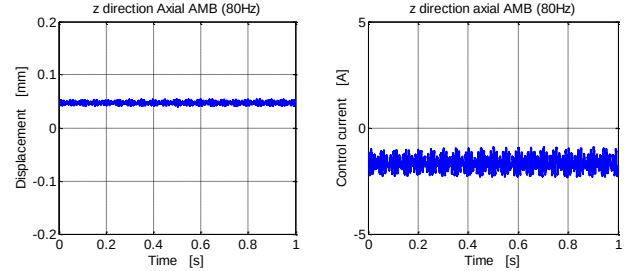


Figure 14: Displacement and control current in axial bearing.

VI. CONCLUSION

An H_∞ controller design study is presented for a flexible rotor magnetic bearing system. In the flexible rotor magnetic bearing systems, uncertainties and unmodeled dynamics cause robustness problem. The H_∞ control method guarantees the robustness with uncertainty modeling technique. The designed H_∞ controller is experimentally verified to pass the first critical speed of the flexible rotor. The experimental results are good and can be improved in future studies.

ACKNOWLEDGMENT

This research study and the establishment of an experimental system made under the No. 107M595 TUBITAK 1001 project.

REFERENCES

- [1] G. Schweitzer, "Active Magnetic Bearings-Chances and Limitations," in Proceeding of the 6th International IFToMM Conference on Rotor Dynamics, Sydney, Australia, 1- 14, 2002.
- [2] S. Sivrioğlu, K. Nonami, M. Saigo, "Low power consumption nonlinear control with H_∞ compensator for zero-bias flywheel AMB system" Journal of vibration control, 10, 2004
- [3] F. Matsumura, T. Namerikawa, K. Hagiwara and M. Fujita, "Application of Gain Scheduled H-infinity Robust Controllers to a Magnetic Bearing," IEEE Trans. on Control Systems Technology, vol.4, No.5, pp.484-493, 1996.
- [4] K. Nonami, T. Ito, "mu-Synthesis of Flexible Rotor Bearing Systems," IEEE. Trans. on Control Systems Technology, vol.4, No.5, pp.503-512, 1996.