

T.C.  
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ  
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YERSEL FOTOGRAMETRİK KAMERA  
KALİBRASYONUNA YÖNELİK BİR  
KALİBRASYON ALANI TESİSİ VE ÖLÇMESİ

Cumhur ŞAHİN  
YÜKSEK LİSANS TEZİ  
JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ MÜHENDİSLİĞİ  
ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI  
Yrd.Doç.Dr.Bahadır ERGÜN

GEBZE  
2004

**T.C.**  
**GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ**  
**MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YERSEL FOTOGRAMETRİK KAMERA**  
**KALİBRASYONUNA YÖNELİK BİR**  
**KALİBRASYON ALANI TESİSİ VE ÖLÇMESİ**

**Cumhur ŞAHİN**  
**YÜKSEK LİSANS TEZİ**  
**JEODEZİ VE FOTOGRAMETRİ MÜHENDİSLİĞİ**  
**ANABİLİM DALI**

**GEBZE**  
**2004**

## ÖZET

Yakın resim uygulamalarında fotogrametrik tekniklerin doğru uygulaması için mercek içinden geçen ışık demetinin geometri bilgisi gereklidir.

Yakın resim fotogrametrisinde birkaç değişik yolla yapılabilen kamera kalibrasyonunda metrik ve metrik olmayan dijital fotoğraf makineleriyle analog fotoğraf makinelerinde kalibrasyon alanına ihtiyaç duyulur. Yakın mesafe kamera kalibrasyonu alanında, iç yöneltme parametrelerini ilgilendiren kamera kalibrasyon doğruluğu kalibrasyon alanındaki koordinatların doğruluğuyla alakalıdır. Kalibrasyon alanının geometrisi, mercek distorsiyonlarının analiz metodu ve kalibrasyon hassasiyetiyle de ilgilidir. Bu çalışmada, kalibrasyon alanı 112 kontrol noktasına sahip çapı 150 cm. olan bir uydu antenine kurulmuştur. Kalibrasyon alanı üzerindeki noktaların ölçüm işleri jeodezik yöntemlerle Wild T3 teodeliti kullanılarak hassas bir şekilde 5 seri olarak yatay ve düşey doğrultuların ölçülmesiyle gerçekleştirilmiştir. Alan üzerindeki noktaların koordinatları iki farklı istasyon noktasından üçgen dengelemesiyle hesaplanarak belirtilmiştir. Alet boyu ve dış merkezlik hatası kalibrasyon alanının tesis edildiği odanın duvarı üzerine farklı doğrultularda işaretlenmiş yükseklikleri bilinen kontrol noktaları yardımıyla elemine edilmiştir.

## SUMMARY

A knowledge of the geometry of the bundle of light rays which pass through a lens is essential for the accurate application of photogrammetric techniques in close range situations.

In close range photogrammetry, camera calibration which have several techniques needs to calibration field for close range camera calibration process about metric or non-metric digital and analog cameras. In the construction of the camera calibration field for close range photogrammetric camera calibration, the accuracy of the camera calibration which are involved inner orientation parameters ( $x_0, y_0, c$ ) is related to the accuracy of the coordinates on the calibration field. The geometry of the calibration field is also related to calibration precision and method for analyzing distortions of lenses. In this study, calibration field have been constructed with satellite antenna (150 cm. diameter) which is included 112 control points. The measurement of these control points which are on the calibration field have been done with the geodesic method with T3 Wild theodolite from two station points in horizontal and vertical direction within five sets precisely. The coordinates of the points which are on the field have been calculated with resection from two stations with triangular adjustment for X, Y and Z directions. The instrument height and station centre errors have been eliminated with control points which has different directions in the room and also additional height measurements of the control points which have been signalled on the walls.

## TEŞEKKÜR

Tez çalışması boyunca beni yönlendirip, her adımda yardım ve desteğini esirgemeyen tez danışmanım Yrd. Doç. Dr. Bahadır ERGÜN başta olmak üzere GYTE Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği bölümündeki öğretim üyelerine, araştırma görevlisi arkadaşlarıma, Kalibrasyon ağıнын ölçmesi sırasında kullandığımız 2 adet Wild T3 marka teodeliti bize veren Afyon Kocatepe Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü'ne ve ölçmeler sırasındaki yardımlarından dolayı Müh. Semih Nogay ER'e en içten teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca yaşamım boyunca her zaman bana destek olan aileme de teşekkürü bir borç bilirim.

# İÇİNDEKİLER DİZİNİ

|                                                         | <b><u>Sayfa</u></b> |
|---------------------------------------------------------|---------------------|
| ÖZET                                                    | iv                  |
| SUMMARY                                                 | v                   |
| TEŞEKKÜR                                                | vi                  |
| İÇİNDEKİLER DİZİNİ                                      | vii                 |
| SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ                          | x                   |
| ŞEKİLLER DİZİNİ                                         | xi                  |
| TABLolar DİZİNİ                                         | xii                 |
| <br>1.GİRİŞ                                             | <br>1               |
| 1.1. Fotogrametrinin Tanımı                             | 1                   |
| 1.1.2. Fotogrametrinin Sağladığı Avantajlar             | 2                   |
| 1.1.3. Fotogrametrinin Uygulama Alanları                | 2                   |
| 1.1.4. Fotogrametrinin Tarihsel Gelişimi                | 3                   |
| 1.1.5. Dijital Fotogrametri                             | 5                   |
| 1.1.5.1. Dijital Fotogrametrinin Temelleri              | 5                   |
| 1.1.5.2. Dijital Resim ve Kullanım Amacı                | 5                   |
| 1.1.5.3. Dijital Resim Kullanmanın Yararları            | 6                   |
| 1.1.5.4. Yersel Dijital Fotogrametrik Sistemler         | 6                   |
| 1.1.5.5. Dijital Veri ve Özellikleri                    | 7                   |
| 1.1.5.6. Dijital Fotogrametride Veri Toplama Yöntemleri | 9                   |
| 2. FOTOGRAMETRİNİN MATEMATİK VE OPTİK MODELİ            | 11                  |
| 2.1. Fotogrametrinin Matematik Modeli                   | 11                  |
| 2.2. Optik Esasları                                     | 14                  |
| 2.2.1. Optik İzduşüm                                    | 15                  |
| 2.2.2. Mercek Kusurları                                 | 16                  |
| 2.2.2.1. Küresel Aberasyon                              | 17                  |
| 2.2.2.2. Koma                                           | 17                  |
| 2.2.2.3. Astiğmatizm                                    | 17                  |
| 2.2.2.4. Görüntü Alanının Eğriliği                      | 18                  |
| 2.2.2.5. Renksel Aberasyon                              | 18                  |

|                                                                              |    |
|------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.2.2.6. Distorsiyon                                                         | 18 |
| 3. FOTOGRAMETRİK KALİBRASYON YÖNTEMLERİ VE SINIFLANDIRILMALARI               | 20 |
| 3.1. Kalibrasyonun Tanımı ve Amacı                                           | 20 |
| 3.1.1 Resim Çekme Makinelerinin İç Yöneltilme Elemanları ve Hata Kaynakları  | 20 |
| 3.1.1.1. Radyal Distorsiyon                                                  | 20 |
| 3.1.1.2. Teğetsel Distorsiyon                                                | 22 |
| 3.2. Resim Çekme Makinelerinin Kalibrasyon Yöntemleri                        | 23 |
| 3.2.1. Klasik Yöntemler                                                      | 23 |
| 3.2.1.1. Çekim Sırasında Kalibrasyon Yöntemi                                 | 23 |
| 3.2.1.2. Kendine Özgü Kalibrasyon Yöntemi                                    | 24 |
| 3.2.1.3. Geometrik Özellikleri Kullanarak Kalibrasyon Yöntemi                | 24 |
| 3.3. Sistem Tasarımı                                                         | 25 |
| 3.3.1. Ağ Geometrisi                                                         | 27 |
| 3.3.2. Sınırlamalar                                                          | 28 |
| 3.3.3. Tasarım Aşamasındaki Sınıflandırma                                    | 30 |
| 3.3.4. Datum Belirleme (ZOD)                                                 | 32 |
| 3.3.5. Konfigrasyon (FOD)                                                    | 36 |
| 4. UYGULAMA                                                                  | 40 |
| 4.1. Kalibrasyon Alanı Tesisi                                                | 40 |
| 4.2. Kalibrasyon Alanı Ölçülmesi                                             | 41 |
| 4.3. Kalibrasyon Alanının Hesap İşleri                                       | 43 |
| 4.3.1. Seri Ortalamalarının Hesabı                                           | 43 |
| 4.3.2. Kestirme Hesabı                                                       | 44 |
| 4.3.3. İki Boyutlu Dengeleme                                                 | 45 |
| 4.3.3.1. Katsayılar Matrisi (A)'nın ve Hatalar Matrisi (L)'nin Oluşturulması | 45 |
| 4.3.3.2. Karesel Ortalama Hataların Hesabı                                   | 45 |
| 4.3.4. Yükseklik Dengelemesi                                                 | 46 |
| 4.3.4.1. Katsayılar Matrisi (A)'nın ve Hatalar Matrisi (L)'nin Oluşturulması | 46 |

|                                                                                        |    |
|----------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.3.5. Kalibrasyon Alanı Noktaları için Yüksekliklerin Hesaplanması                    | 47 |
| 4.3.5.1. Yükseklikler İçin Karesel Ortalama Hataların Hesabı                           | 47 |
| 5. SONUÇ                                                                               | 49 |
| KAYNAKLAR                                                                              | 52 |
| ÖZGEÇMİŞ                                                                               | 53 |
| EKLER                                                                                  |    |
| EK 1: P1 ve P2 den Ölçülen 5 Tam Serinin Seriler Ortalamaları                          |    |
| EK 2: Trigonometrik Olarak Hesaplanan Kenarlar ve Kestirilmiş Nokta Koordinatları      |    |
| EK 3 : Yatay Ölçü Dengelemesinde Kullanılan Matrisler                                  |    |
| EK 4 : Varyans Kovaryans Matrisi ( $Q_{xx}$ ); $n$ ; $X$ ; Düzeltmeler Matrisi ( $V$ ) |    |
| EK 5 : P1 İçin 5 Tam Serinin Seriler Ortalaması                                        |    |
| EK 6 : P2 İçin 5 Tam Serinin Seriler Ortalaması                                        |    |
| EK 7 : Z Dengelemesinde Kullanılan Matrisler                                           |    |
| EK 8 : Wild T3 İle Ölçülecek Noktaların Karesel Ortalama Hatası                        |    |
| Ek 9 : Koordinatlar ve Karesel Ortalama Hataları                                       |    |

## SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

|                                            |                                                       |
|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| <b>RGB</b>                                 | : Kırmızı, Yeşil ve Mavi (Red, Green and Blue)        |
| <b>CCD</b>                                 | : Digital Kamera (Charge Couple Device)               |
| <b>CAD</b>                                 | : Bilgisayar Destekli Tasarım (Computer Aided Design) |
| <b>STL</b>                                 | : Stereo-lithography                                  |
| <b>DSM</b>                                 | : Dijital Yüzey Modeli (Digital Surface Model)        |
| <b>OKT</b>                                 | : Optik Karakter Tanıma                               |
| <b><math>x_0, y_0</math></b>               | : Resim Ana Nokta Koordinatları                       |
| <b><math>c</math></b>                      | : Odak Uzaklığı                                       |
| <b><math>u, v</math></b>                   | : Resmin Gerçek Koordinatları                         |
| <b><math>u', v'</math></b>                 | : Resmin Distorsiyona Uğramış Koordinatları           |
| <b><math>x, y</math></b>                   | : Resmin Gerçek Normalleştirilmiş Resim Koordinatları |
| <b><math>r_{ij}</math></b>                 | : Dönme Matrisi Elemanları                            |
| <b><math>\lambda_u, \lambda_v</math></b>   | : Birim Dönüşümü Katsayıları                          |
| <b><math>L_1, L_2, L_3</math></b>          | : Direk Lineer Transformasyon Parametreleri           |
| <b><math>L_{12}, L_{13}, L_{14}</math></b> | : Optik Distorsiyonla İlgili Parametreler             |
| <b><math>L_{15}, L_{16}</math></b>         | : Merkezi Distorsiyonla İlgili Parametreler           |
| <b>ZOD</b>                                 | : Zero-Order Design (Datum Problemi)                  |
| <b>FOD</b>                                 | : First-Order Design (Konfigürasyon Problemi)         |
| <b>SOD</b>                                 | : Second-Order Design (Ağırlık Problemi)              |
| <b>TOD</b>                                 | : Third-Order Design (Yoğunluk Problemi)              |
| <b>MV</b>                                  | : Machine Vision                                      |
| <b>KOH</b>                                 | : Karasel Ortalama Hata                               |

## ŞEKİLLER DİZİNİ

| <b><u>Sekil</u></b>                                                 | <b><u>Sayfa</u></b> |
|---------------------------------------------------------------------|---------------------|
| 1.1. Fotogrametrinin Tarihi Gelişimi                                | 4                   |
| 1.2. Resim Koordinat Sistemi                                        | 7                   |
| 1.3. Analog ve Dijital Resimde Düz Çizginin Gösterimi               | 8                   |
| 2.1. Merkezi İzdüşümde “Pozitif” Görüntü (İzdüşüm Merkezi Dışta)    | 11                  |
| 2.2. Merkezi İzdüşümde “Negatif” Görüntü (İzdüşüm Merkezi Arada)    | 11                  |
| 2.3. Yersel Fotogrametrik İzdüşüm                                   | 12                  |
| 2.4. İnce Kenarlı Mercekte Optik İzdüşüm                            | 16                  |
| 2.5. Astigmatizm                                                    | 17                  |
| 2.6. Pozitif Distorsiyon                                            | 19                  |
| 2.7. Negatif Distorsiyon                                            | 19                  |
| 3.1. Düz Çizgilerin Distorsiyon Etkisiyle Aldıkları Durumu Gösterir | 21                  |
| 3.2. Çeşitli Kamera Lenslerine Açısal Distorsiyon Etkisi            | 22                  |
| 4.1. Kalibrasyon Alanı                                              | 40                  |
| 4.2. Ölçüm Taslağı                                                  | 41                  |
| 5.1. Tesis Edilen Kalibrasyon Alanı                                 | 49                  |

## TABLOLAR DİZİNİ

| <b><u>Tablo</u></b>                                                                 | <b><u>Sayfa</u></b> |
|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------|
| 3.1. Kontrol ve Konfigrasyon Parametreleri                                          | 36                  |
| 4.1. P.1 den 2. ve 4. Seri Yatay Açı Okumaları                                      | 42                  |
| 4.2. P.2 den 2. ve 4. Seri Yatay Açı Okumaları                                      | 42                  |
| 4.3. P.1 den 2. ve 4. Seri 0' a İndirgenmiş Yatay Açılar                            | 43                  |
| 4.4. P.2 den 2. ve 4. Seri 0' a İndirgenmiş Yatay Açılar                            | 44                  |
| 4.5. P.1 ve P.2' den Hesaplanan 1, 2, 3, 203 Noktalarının Kestirme<br>Koordinatları | 44                  |

# 1. GİRİŞ

Yersel fotogrametrik çalışmalarda fotogrametrik veri elde etmede resim çekme makinelerine, değerlendirme alet ve donanımlarına gereksinim vardır. Fotogrametrik çalışmalarda doğru ve güvenilir sonuçlar elde etmek için fotogrametrik sistemlerin kalibre edilmesi gerekmektedir. Fotogrametrik bir sistemin kalibrasyonu sistemi en iyi şekilde ifade eden parametrelerin bulunmasıdır. Bu parametreler; resim çekim merkezinin odak uzaklığı ( $c$ ), resim koordinat sistemi eksenlerinin yönleri, dönüklükleri ve distorsiyon parametreleridir.

Bir resim çekme makinasının kalibrasyonu, fotogrametrik konum belirleme işleminin tersi olarak kabul edilir. Fotogrametrik konum belirlemesinde iç yöneltme elemanları bilinmekte olup cisim noktalarının koordinatları aranır. Kalibrasyonda ise cisim noktalarının koordinatları bilinmekte olup resim iç yöneltme elemanlarının koordinatları aranmaktadır. Resim iç yöneltme elemanları izdüşüm merkezinin resim orta nokta bulucuları ile belirlenmiş koordinat sistemindeki  $x_0$ ,  $y_0$  ve  $c$  koordinatlarıdır.

Dijital resim çekme makineleri fazla hareketli olmalarından dolayı sık sık test alanında kalibre edilmeleri gerekmektedir. Yersel fotogrametride ve yakın resim fotogrametrisinde çalışma esnasında kalibrasyon önerilmektedir. Bu tür kalibrasyon yapılan projelerde daha güvenilir sonuçlar elde edilir.

## 1.1. Fotogrametrinin Tanımı

Pek çok disiplin ile yakın ilişki ve işbirliği içinde olan fotogrametrinin ana amacı uzaktaki cisimlerin geometrik parametrelerini fotoğraflar yardımıyla elde etmektir. Fotogrametrinin diğer yöntemlere göre temel farkı ise, ölçmelerin doğrudan doğruya cisim üzerinde yapılması yerine cismin fotogrametrik izdüşümü üzerinde yapılmasıdır. Bu dolaylı ölçme özelliği fotogrametriye değişik alanlarda uygulama olanağı vermektedir. Dolaylı ölçme yapma özelliği ve fotografik izdüşümün fiziksel özelliği fotogrametrik ölçmelerin başta gelen avantajlarıdır.

Fotogrametrinin temel uygulama alanı, plan ve harita yapma işlemi olmakla birlikte, zamanla modern tekniğe göre fonksiyonlarını arttırmış ve günümüzde hemen her bilim dalında kullanılmaya başlanmıştır.

Fotogrametriyi, resmi çekilecek objeye, kullanılan malzemeye, tarihsel gelişimine, değerlendirme yöntemine veya resim çekme noktasının konumuna göre sınıflandırmak mümkündür.

Fotogrametri, resim çekme noktasının konumuna göre;

- Hava Fotogrametrisi (Uzak Resim Fotogrametrisi)
- Yersel veya Yakın Resim Fotogrametrisi

olmak üzere ikiye ayrılır.

### **1.1.2. Fotogrametrinin Sağladığı Avantajlar**

Fotogrametrik yöntemlerin sağladığı avantajlar şu şekilde sıralanabilir:

- Cisimlere dokunmadan cismin ölçmesinin yapılabilmesi,
- Ölçme işleminin yer ve zaman yönünden bağımsız olması dolayısıyla sakin ve rahat bir ortamda her an yapılabilir ve tekrarlanabilir olması,
- Resimlerin birer doküman olarak istenildiği zaman tekrar kullanılabilir olması,
- Karmaşık ve hareket halindeki cisimlerin biçim ve davranışlarının güçlkle karşılaşılmadan tespit edilebilmesi,
- Gözle görülmeyen ışıklardan belirli bir sınır içinde yararlanılabimesi.

### **1.1.3. Fotogrametrinin Uygulama Alanları**

Kullanım kolaylığı ve ekonomik olması dolayısıyla fotogrametrinin kullanım alanları genişlemiş ve birçok disiplinlerle kullanılmaya başlanmıştır. Fotogrametrinin kullanıldığı bazı disiplinler ve bu disiplinlerdeki kullanım yerleri şöyle sıralanabilir.

-Haritacılık : Jeodezik yöntemlerle göre daha hızlı ve hassas haritalama amacıyla kullanılır. Özellikle büyük arazi parçalarında önemli derecede hız ve ekonomi sağlar.

-Mimarlık: Önemli yapıların mimari projelerinin ve rölevelerinin bilgisayar ortamına aktarılması, binaların restorasyon çalışmaları ve deformasyon değişikliklerinin elde edilmesi işlerinde geniş çapta kullanılmaktadır.

-Tıp: Ortopedi, dermatoloji, diş hekimliği gibi dallarda araştırma, teşhis ve tedavi amaçlı kullanılmaktadır.

-Arkeoloji: Tarihi değeri olan sit ve arkeolojik alanlardaki yapı bilgilerinin belgelenmesi, bilgisayar ortamına aktarılması ve saklanması, fotogrametrik yöntemlerle daha hassas ve ekonomik olarak gerçekleştirilebilmesidir.

-Endüstri: Endüstri ürününün tasarlanması ve yenilenmesinde kullanılmaktadır.

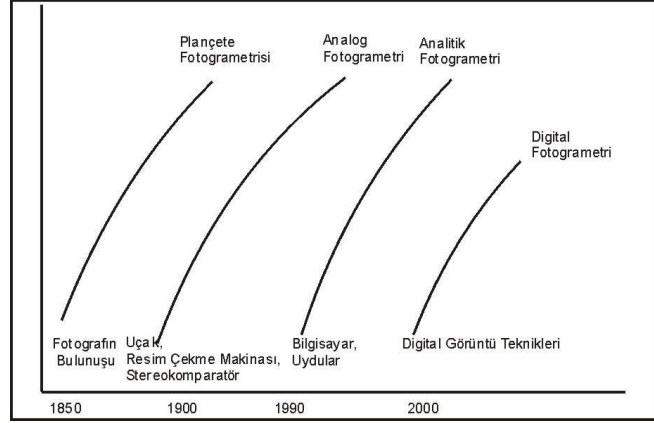
-Bilgi Sistemleri: Bilgi Sistemlerine altlık hazırlanması ve verilerin toplanmasında fotogrametri en önemli veri elde etme yöntemlerinden biridir.

#### **1.1.4. Fotogrametrinin Tarihsel Gelişimi**

Bir resim çiftinin değerlendirilmesindeki temel ilke her iki resmin dış yöneltme elemanlarının bilinip bilinmemesine, ölçülen resim koordinatlarından hareket ederek değerlendirmenin hesapla veya optik-mekanik aletlerle yapılıp yapılmadığına bağlıdır.

Fotogrametri tarihsel gelişimi açısından incelendiğinde Şekil 1.1’de görüldüğü gibi 4 ana evreden oluşmaktadır.

- a. Grafik Fotogrametri (plançetre fotogrametri),
- b. Analog Fotogrametri,
- c. Analitik Fotogrametri
- d. Dijital Fotogrametri,



Şekil 1.1. Fotogrametrinin Tarihi Gelişimi

#### a) Grafik Fotogrametri

Fotogrametrinin bu yöntemi mutlak düzeyde belli temel geometrik prensiplerle resim elde edilmesine dayanır. Yersel fotogrametride, kamera ve teodelitlerin birleştiği fototeodelitler kullanılarak kullanım alanı bulmuştur. Uygulama alanı kalmamıştır.

#### b) Analog Fotogrametri

Analog yöntemde değerlendirme aletlerinde, iç yöneltme yapılarak elde edilen resimlerin ışık ışını demetleri kesiştirilerek resmi çekilen bölgenin üç boyutlu modeli elde edilir. Ancak bu model keyfi ölçekte olup, uzaydaki konumu da belirsizdir. Bu durumu ortadan kaldırmak için ikisi tam geçiş noktası (X,Y,Z bilinen) ve biri de yükseklik geçiş noktası (Z bilinen) ve üçü aynı doğru üzerinde bulunmayan 3 kontrol noktasına ihtiyaç vardır. Bu üç geçiş noktası yardımıyla elde edilen 7 koordinat değerinden yararlanılarak model uzayda konumlandırılır ve istenilen ölçeğe getirilir.

#### c) Analitik Fotogrametri

Analog resimlerin elde edilmesi ile başlar, yöneltme elemanları yapılan ölçmelerle dengeleme ile hesaplanır. Kullanılan optik aletler bir işlemci ile desteklenerek ölçmelerin bilgisayar ortamında saklanması ve hesaplarının yapılmasını sağlamaktır. Dengeleme işlemi ilk başlarda bağımsız modeller şeklinde yapılırken daha sonra da ışın demetleriyle dengeleme metodu ile yapılır. Ayrıca

değerlendirme işlemi bilgisayarlarda yapıldığından sonuçlar koordinat bilgisi olarak saklanabilmekte ve elde edilen sonuçların bilgisayar destekli tasarım (CAD) sistemlerine aktarılması ve görsel efektlerle desteklenmesi mümkün olmaktadır.

#### **d) Dijital Fotogrametri**

Dijital Fotogrametride, tüm veri ve sonuçları dijital ortamda olduğu bilim dalıdır. Dijital fotogrametride tüm işlem adımları bilgisayar sisteminde yapılmaktadır. Analog yöntemle elde edilen resimler tarayıcılarla taranarak dijital ortama aktarılır. Ayrıca dijital kameralarla resim çekimi yapıldığında resim çekme işlemi de bilgisayar ortamında yapılmaktadır.

Dijital fotogrametrinin günümüzde yaygın olarak kullanılmaya başlamasından sonra dijital görüntülerin yorumlanması ve işlenmesi ile ilgili olarak dijital fotogrametrinin bir çok uygulama alanı ortaya çıkmıştır.

### **1.1.5. Dijital Fotogrametri**

#### **1.1.5.1. Dijital Fotogrametrinin Temelleri**

Dijital fotogrametride kamera görüntü düzlemindeki ışık fotografik olarak değil elektronik araçlarla kaydedilmekte ve elde edilen görüntü bilgisayarlı tekniklerle işlenmektedir. Bu yönetime Computer Vision, Image Understanding Pattern Recognition, Softcopy Photogrammetry veya Dijital Fotogrametri gibi isimler verilmektedir.

Dijital fotogrametrik değerlendirmenin fiziksel anlamda ana unsurlarından olan dijital resim, donanım ve yazılım altlığı ile tamamlanmış olup veri toplanması ve işlenmesinde tam ve yaygın bir kullanım alanı oluşturmaktadır.

#### **1.1.5.2. Dijital Resim ve Kullanım Amacı**

Tarihsel süreç içerisinde elektronik bilimin hızla gelişmesiyle birlikte ortaya çıkan teknik gelişmelerle fotogrametrik alanda metrik kameraların odak sensörleri dijitalleşmiş ve ilk olarak fotogrametrik kayıt ve ölçme alanlarında kullanılmıştır.

Bu ilerlemelerle dijital resim analog resmin yerini almış olup öncelikle yakın mesafe fotogrametrisi olarak bilinen yersel uygulamalarda ve uydu fotogrametrisinde

kullanılmıştır. Yersel çalışmalarda doğruluk aralığı (esneklik) dijital sistemin çözünürlüğüne bağlıdır. Yersel sistemlerin kuruluş amaçları doğrultusunda sistemin hızı ve kalitesi en temel etkindir. Uydulardan çekilen resimleri çekici kılan öge ise, resimlerin direkt olarak dijital formda kayıt edilip gerektiğinde nakledilebilmeleridir.

#### **1.1.5.3. Dijital Resim Kullanmanın Yararları**

Dijital Resim Kullanmanın Yararlarını Aşağıdaki Şekilde Sıralamak Mümkündür.

- a) Optik-mekanik gereksinimlere ihtiyaç duyulmaksızın dijital resimlerin bilgisayar ekranından ölçülebilir ve görülebilir olması,
- b) Ölçme sistemlerinin, kalibrasyon gerektirmeyen değişmez sistemler olması,
- c) Bu sistemlerde resim kalitesinin artırılabilir olması,
- d) Bu sistemlerin kullanıcılara otomasyon olanağı sağlaması,
- e) Uygulamaların gerçek zamanlı olarak veya çok yakın zamanda yapılabilir olması,

#### **1.1.5.4. Yersel Dijital Fotogrametrik Sistemler**

Bütün dijital sistemler fotogrametrik yersel amaçlı olmayabilirler. Bir sistemin yersel fotogrametriye hizmet edebilmesi için

- Kendi kendini kalibre eden kontrol sistemlerine,
- Yüksek çözünürlüklü, yüksek prezisyonlu kontrol sistemlerine,
- Güvenilir üç boyutlu obje yapısı sağlayabilen esnek bir arabirime sahip olma özelliklerini taşımaktadır.

Dijital resim elde edilmesinde resim boyutundan daha önemlisi resim elde etme sürecinin hızlı işler nitelikte olmasıdır. Bu özellik esas olarak yersel gerçek zamanlı uygulamalarda önemli yer tutmaktadır. Bunun yanı sıra robot görüntü 3 boyutlu katı modellerin en önemli kısmını oluşturur ki bu da akıllı makine adı verilen yapay zekanın başladığı noktadır.

### 1.1.5.5. Dijital Veri ve Özellikleri

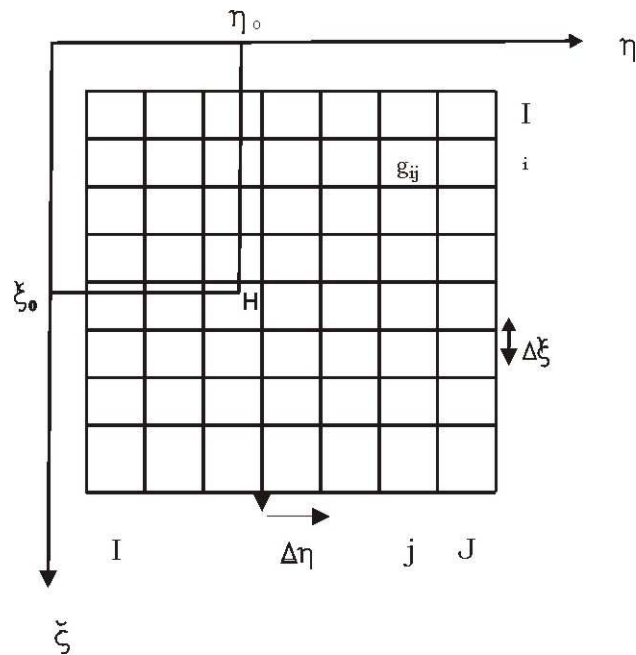
Bir dijital resim, elemanları  $g_{ij}$  olan 2 boyutlu  $G$  matrisinden oluşur. Bir dijital resimde gri değere sahip her bir eleman birer pixeldir. Her pixel bir  $x,y$  koordinatına sahip  $\Delta x$  ve  $\Delta y$  sonlu büyüklüklerinden oluşan alanlardır.  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  değerleri pixeller arası farktır.

Dijital resim matrisinin ( $G$ ) her bir elemanları  $g_{ij}$  'de  $i$  satır indeksi 1'den  $I$ 'ya kadar gider ( $i=1(1)I$ ). Sütun ise aynı biçimde ( $j=1(1)I$ ) indisi kullanılır. Her matris elemanı bir alanı gösterdiğinden bir resim noktası yerine bir resim elemanı söz konusudur. Resim elemanının büyüklüğü  $\Delta\xi \times \Delta\eta$  kadardır.

$g_{ij}$  resim elemanları bilgi taşıyıcılarıdır. Siyah beyaz resimler için değer elemanları 0 ile 255 arasındadır ve bu değer insan gözünün gri renk tonu ayırt etme olanağının üzerindedir. 256 farklı durum için bilgi 8-bit ile gösterilir. Renkli resim için ise aynı büyüklükte üç resim matrisi vardır.

Bir dijital resimdeki fotogrametrik problemlerin çözümünde piksel ile resim koordinat sistemi arasındaki Şekil 1.2' de gösterilen bağlantı bilinmelidir.

Gri değer seviyesi analog resim üzerinde devam ettiği şekilde aynen alınır.



Şekil 1.2. Resim Koordinat Sistemi

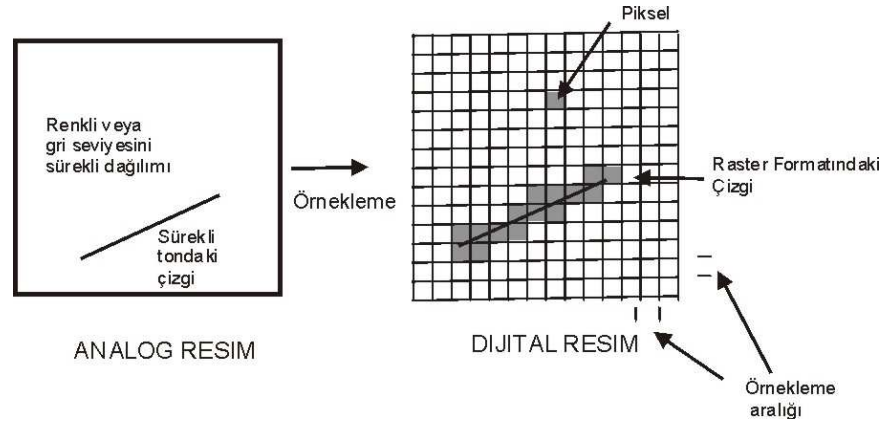
Aşağıda açıklanacak olan terimler ölçülen niceliği tanımlamak için kullanılır. Bunlar;

**Genişlik:** Resim parlaklığı ya da resim üzerindeki x,y koordinatının sahip piksellerin bir fonksiyonudur.

**Gri değer:** Kayıt edilen siyah ile beyaz arasındaki 256 gri renk tonu olarak ifade edilir. DN (Dijital Number) olarak da ifade edilir.

**Yoğunluk:** Analog filmlerde geliştirme esnasında karanlık derecesidir. Dijital olarak gri değerler ile ifade edilir.

**Örnek:**



Şekil 1.3 Analog ve Dijital Resimde Düz Çizginin Gösterimi

Şekil 1.3'te açık olarak görüldüğü gibi düz çizgi analog resimde sürekli, dijital resimde ise kesik kesik pixeller şeklinde gözükmetedir. Eğer dijital resimdeki pixel boyutu (örnekleme aralık) küçültülürse çizgi daha sürekli bir görünüm alacak fakat daha fazla pixelle gösterilecektir.

Bu örnekte görüldüğü gibi, örneklemede en önemli faktör pixel boyutu veya örnekleme aralığıdır. Optimum aralık uzaysal bölgeden frekans alanına Furier transformu kullanılarak türetilir.

#### 1.1.5.6. Dijital Fotogrametride Veri Toplama Yöntemleri

Dijital görüntülerin elde edilmesi dijital fotogrametrik uygulamaların en önemli adımlarından biridir. Gerekli hassasiyet gösterilmediği takdirde prezisyon ve ekonomi yönünden olumsuzluklar doğar. Bu nedenle uygulamanın konusuna ve teknik özelliklerine göre optimum çözüm bulunmalı ve uygulanmalıdır.

Dijital görüntülerin elde edilmesi günümüz teknolojisinde 2 şekilde yapılmaktadır.

Bunlar;

- a) Doğrudan dijital görüntü alan kameraların (CCD Kameralar) kullanılması,
- b) Tarayıcılar (Scannerlar): Analog kameralarla çekilen resimlerin optik tarayıcılar kullanılarak dijital sistemlere aktarılmasıdır.

a) Dijital (CCD kameralar)

CCD (Charge Coupled Device) kameralar 1960'ların sonlarında Bell laboratuvarlarında geliştirilmiştir. İlk başlarda bilgisayar hafızasının yeni ve karmaşık yapıda kullanımı olarak gözükmüş olsa da, daha sonraları silikonun ince duyarlılığından dolayı CCD teknolojisinin dijital görüntüler üzerine geniş bir uygulama alanı bulduğu açıktır.

CCD kameralar fotogrametrik uygulamalarda yüzey üzerine düşen ışık miktarını kaydetmek için en yaygın olarak kullanılan aletlerdir. Bunlar, görüntülerin dijital olarak elde edilmesini sağlayan iki boyutlu çizgisel algılayıcılardan oluşmuşlardır. Işığın algılayıcı yüzeye vurmasıyla bu sensörler aynı anda düşen ışık miktarını, yüzeye düşen ışıkla oluşan elektronlar fotonlara dönüştürülerek kayıt edilir. Bu algılayıcı dizilerin büyüklüğü pixel büyüklüğüdür. En önemli karakteristik özelliği kameraların teknoloji ile sınırlı olmalarıdır.

b) Tarayıcılar

Dijital görüntü elde etmenin yöntemlerinden bir diğeri de analog resimlerin taranmasıdır. Bu şekilde elde edilen dijital görüntüler CCD kameralar kullanılarak

elde edilmiş dijital görüntülerden daha yüksek çözünürlüğe sahiptirler. Ancak görüntü elde etme işlemi dijital kameralara göre daha zahmetli olmakta ve daha uzun sürmektedir.

3 temel tarayıcı tipi vardır.

- Tüp scannerlar,
- Düzgün çizgisel scannerlar,
- CCD sensör ilave edilmiş analitik çiziciler.

Köbl 1994'te tarayıcıların performansını test etmiş ve tarayıcıların performansı ve gücünü belirleyen faktörleri şu şekilde ifade etmiştir.

Tarayıcının sahip olduğu;

- Geometri,
- Resim çözünürlüğü,
- Sinyal gücü,
- Hareket mesafesi,
- Renk tanınması,
- Veri tutma (depolama) miktarı,
- Kullanım kolaylığı,

olarak belirlenmiştir.

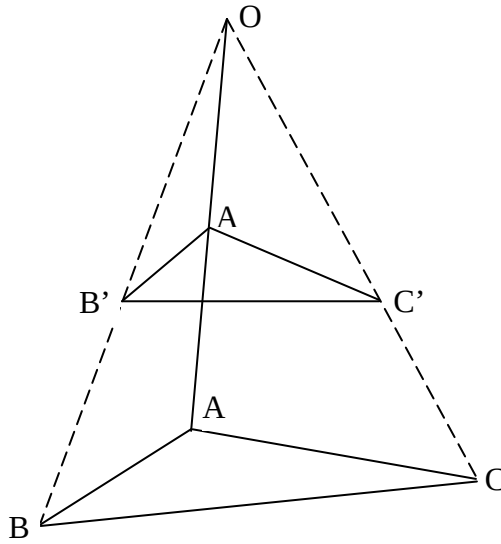
## 2. FOTOGRAMETRİNİN MATEMATİK VE OPTİK MODELİ

### 2. 1. Fotogrametrinin Matematiksel Modeli

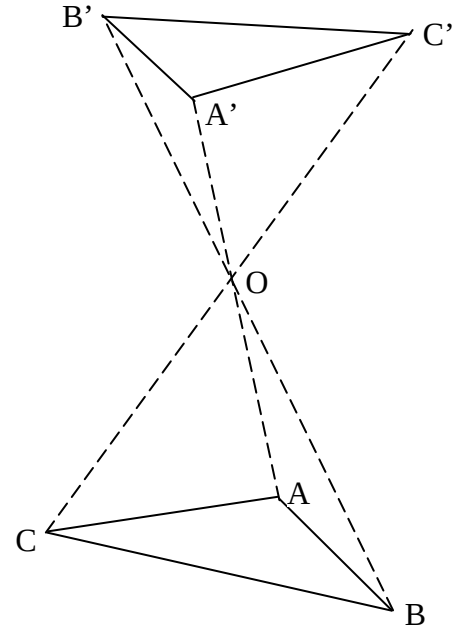
Matematik model, cisim uzay koordinat sisteminde noktaların fiziksel oluşum esaslarının matematiksel ifadeler olarak gösterimidir.

Fotogrametride izdüşüm için mevcut olan birçok modelden grafik bakımdan ancak biri ele alınabilir. Bu da merkezi izdüşüm modelidir. Geometrik olarak merkezi izdüşüm, uzaydaki noktaların bir düzleme bu düzlem dışındaki bir noktadan (izdüşüm merkezi) geçen doğrular vasıtasıyla izdüşümüdür. Problemin matematik analizi, çözüm için gerekli analitik ve geometrik yöntemleri sağlar.

Merkezi izdüşümde, izdüşüm merkezi izdüşüm düzleminin dışında olursa, merkezi izdüşümden pozitif görüntü (Şekil 2.1); arasında olursa negatif görüntü (Şekil 2.2) elde edilir.



Şekil 2.1 Merkezi İzdüşümde  
“Pozitif” Görüntü (İzdüşüm Merkezi Dışta)



Şekil.2.2.Merkezi İzdüşümde “Negatif”  
Görüntü (İzdüşüm Merkezi Arada)

Kolinerite koşuluna göre, cisim uzayındaki noktaları gösteren ışınlar resim çekme makinesi izdüşüm merkezinden gerçek resim düzlemine bir doğru boyunca izdüşürülür. Bu şekilde oluşan görüntüler, yeniden inşa probleminin çözümünü iki adımda gerçekleştirir.

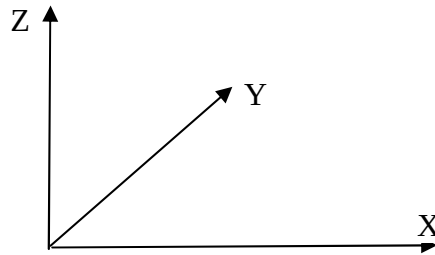
İlk adım, resim çekme makinesi iç yöneltme parametrelerinin (ana nokta uzunluğu ve ana nokta koordinatları) belirlenmesidir.

İkinci adım ise dış yöneltme adımıdır. Burada  $X_o, Y_o, Z_o$  koordinatlarına sahip istasyon noktasından  $\omega, \phi, \chi$  dönüklük değerleri ile çekilen resimlerin cisim uzay koordinat sistemindeki koordinatlarının hesaplanması amaçlanmıştır.

Merkezi izdüşümün özellikleri şu şekilde sıralanabilir:

1. Uzayın her P noktasına yalnız bir P' izdüşüm noktası karşılık gelir.
2. Her P' izdüşüm noktasına uzayda sonsuz sayıda P noktası karşılık gelir.
3. Uzaydaki her doğruya izdüşüm düzleminde bir doğru karşılık gelir.
4. İzdüşüm düzlemindeki her doğruya uzayda bir düzlem karşılık gelir.
5. Paralel uzay doğruları izdüşürüldüğünde bunlar firar noktası olarak ifade edilen bir noktada kesişirler.
6. Uzaydaki doğru ve doğru demetlerindeki çifte oranlar izdüşümde kaybolmaz.

Cisim uzay koordinat sistemi, noktaların X, Y, Z cisim koordinatlarını, resim koordinat sistemi x, y, z resim koordinatlarını gösteren sağ el kartezyen koordinat sistemidir. (Şekil 2.3)



Şekil. 2.3. Yersel Fotogrametrik İzdüşüm

Resim ve cisim uzay koordinat sistemleri arası açısal ilişkiler, koordinat eksenleri arası doğrultu kosinüslerinin oluşturduğu (3x3) ortogonal dönüşüm matrisi ile belirlenir.

Resim koordinat sisteminde  $p'$  noktasının konumunu belirleyen resim vektörü;

$$p' = \begin{vmatrix} x_p - x_0 \\ y_p - y_0 \\ 0 - c \end{vmatrix} \quad \text{olur.} \quad (2.1)$$

Burada  $x_0, y_0$  ana nokta koordinatları,  $c$  ise odak uzaklığıdır.

Resim çekme makinesi sonsuza odaklanmadıkça ana nokta uzaklığı, odak uzaklığına eşit değildir. Bu durumda ana nokta uzunluk değeri, odak uzaklığından  $\Delta f$  kadar sapma değerine sahiptir.

$$c = f + \Delta f \quad (2.2)$$

Cisim uzay koordinat sisteminde  $P$  noktasının konum vektörü,

$$P = \begin{vmatrix} X_p - X_0 \\ Y_p - Y_0 \\ Z_p - Z_0 \end{vmatrix} \quad \text{olur.} \quad (2.3)$$

Kolinerite eşitliğine göre,  $p'$  resim ve  $P$  cisim vektörleri arasındaki matematiksel bağıntı,

$$p' = k.D.P \quad (2.4)$$

$$\begin{vmatrix} x_p - x_0 \\ y_p - y_0 \\ 0 - c \end{vmatrix} = k.D. \begin{vmatrix} X_p - X_0 \\ Y_p - Y_0 \\ Z_p - Z_0 \end{vmatrix} \quad (2.5)$$

şeklinde ifade edilir. Burada  $k$  ölçek faktörü olup,

$$k = \frac{p'}{p} \quad (2.6)$$

olarak ifade edilir. D ise dönme matrisidir.

Resim koordinatlarının bilinen değerler olması durumunda cisim koordinatları,

$$P = \frac{1}{k} \cdot D^T \cdot p' \quad (2.7)$$

$$\begin{bmatrix} X_p - X_0 \\ Y_p - Y_0 \\ Z_p - Z_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{k} \cdot D^T \cdot \begin{bmatrix} x_p - x_0 \\ y_p - y_0 \\ -c \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

olarak elde edilir.

k ölçek faktörünün kolinerite eşitliklerinde her bir ıslın için ayrı ayrı belirlenmesi gerekmektedir. Bu durumda oluşan matematiksel ifadelerden k ölçek faktörü yok edilirse;

$$f_1 = x - x_0 + c \frac{a_{11}(X - X_0) + a_{12}(Y - Y_0) + a_{13}(Z - Z_0)}{a_{31}(X - X_0) + a_{32}(Y - Y_0) + a_{33}(Z - Z_0)} \quad (2.9)$$

$$f_2 = y - y_0 + c \frac{a_{21}(X - X_0) + a_{22}(Y - Y_0) + a_{23}(Z - Z_0)}{a_{31}(X - X_0) + a_{32}(Y - Y_0) + a_{33}(Z - Z_0)} \quad (2.10)$$

matematiksel ifadeleri elde edilir.

## 2.2. Optik Esaslar

Fotogrametrik bir ölçme resmi cisim uzayının merkezi izdüşümüdür. Bu şekilde bir tanım fotogrametrik yöntemlerin matematiksel olarak ele alınmasında yararlı olmaktadır. Bir ölçme resimin maddesel olarak meydana gelebilmesi için önce bir optik izdüşüm ve bu izdüşümün fotografik olarak kayıt edilmesi

gerekmektedir. Bu nedenle fotogrametrinin optik temellerinin neler olduğu ele alınıp incelenmesi gerekmektedir.

### 2.2.1. Optik İzdüşüm

Herhangi bir P ışık noktasından çıkan ışık ışınları yolları üzerindeki bir optik düzen sonucunda bir P' noktasında kesişecekleri biçimde yörüngelerinden saptırılacak olursa, bu durumda P cisim noktasının P' izdüşüm noktasına optik olarak izdüşürüldüğünden söz edilebilir. Bir izdüşüm için gerekli olan optik düzene optik sistem denilir. Mercek adı verilen optik eleman ile elde edilen optik izdüşümün temel denklemi-merceğin kalınlığının ihmal edilebilir mertebede olması koşulu altında – optik sistemin ekseni veya buna çok yakın bölgedeki cisim noktaları için

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \quad \text{biçimindedir. (2.11)}$$

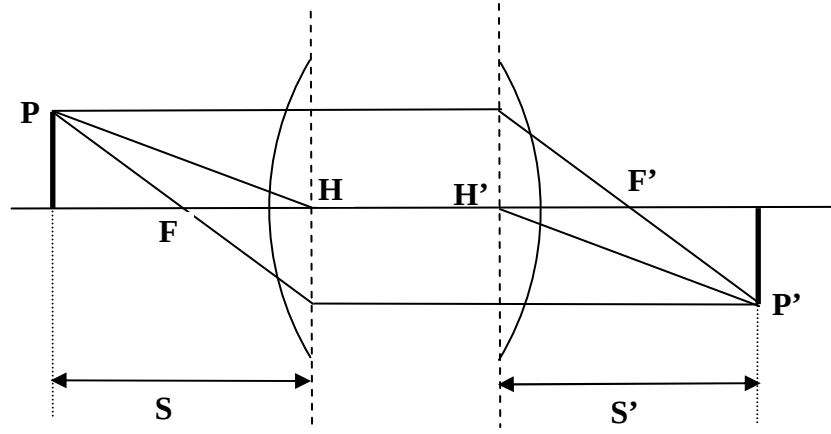
Gauss mercek denklemi olarak adlandırılan bu denklemde f merceğin odak uzaklığını göstermektedir. Merceğin yapıldığı malzemenin kırılma indisi n' ve merceği çevreleyen iki yüzeyin yarıçapları r<sub>1</sub> ve r<sub>2</sub> ile gösterilecek olursa f odak uzaklığı

$$\frac{1}{f} = (n' - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad \text{biçimindedir. (2.12)}$$

Optik izdüşümde (2.11) Gauss mercek denkleminin yanı sıra

$$x \cdot x' = -f^2 \quad (2.13)$$

olarak tanımlanan Newton mercek denklemi de kullanılmaktadır. Bu eşitlikler ince kenarlı mercekler için yazılmış olup merceğin kalın kenarlı olması durumunda bu kalın kenarlı merceği iki ince kenarlı mercek ve bir cam plakadan oluşmuş olarak ele alabiliriz. Her iki ince kenarlı merceğin tek bir eğriliği olup diğer eğrilik değeri sonsuz değer olarak alınır. Bu tür bir mercekteki ışın gidişi aşağıdaki Şekil 2. 4 de görülmektedir.



Şekil 2. 4 İnce Kenarlı Mercekte Optik İzdüşüm

Ancak tüm cisim uzayının optik izdüşümü için tüm resim uzayı kullanılmaktadır. Fotogrametrik resim çekimlerinde bu gerçek önemli bir rol oynamaz, çünkü  $s$  cisim uzaklığı  $f$  odak uzaklığının birkaç bin defa fazlasıdır. (2.11) mercek denklemi  $s'$  ne göre çözülecek olur ise

$$s' = \frac{f \cdot s}{s - f} \quad (2.14)$$

Elde edilir ki, paydada bulunan  $f$ ,  $s$  ye nazaran ihmal edilebilir ve artan  $s$  ile  $s'$  nün  $f$  odak uzaklığına yaklaştığı görülür. O halde uzakta bulunan cisimler odak düzleminin hemen yakınında izdüşüm vereceklerdir.

### 2.2.2. Mercek Kusurları

2.11 denklemi, mercek denkleminin kullanılma bölgesi optik eksenin yakın civarındaki noktaların izdüşümü içindir. Merceğin kenar bölgelerine ışınlar veya büyük eğim açısı ile merceğe rastlayan ışınların verdikleri izdüşümler eksene yakın bölgeler için çıkartılan izdüşüm kurallarından sapma gösterirler. Bu sapmalara mercek kusurları denilir. Nedenlerine göre mercek kusurları üç gruba ayrılır.

- 1) Eksene yakın bölgede olan ancak farklı yükseklikten merceğe gelen ışınların izdüşümündeki kusurlar

#### Küresel aberasyon

- 2) Eksenin uzağında bulunan bölgelerin izdüşümünde ortaya çıkan kusurlar

#### Koma

#### Distorsiyon

### **Astiğmatizm**

#### **Görüntü alanın eğriliği**

3) Farklı dalga boyundaki ışık için

#### **Kromatik veya renksel aberasyon**

##### **2.2.2.1. Küresel Aberasyon**

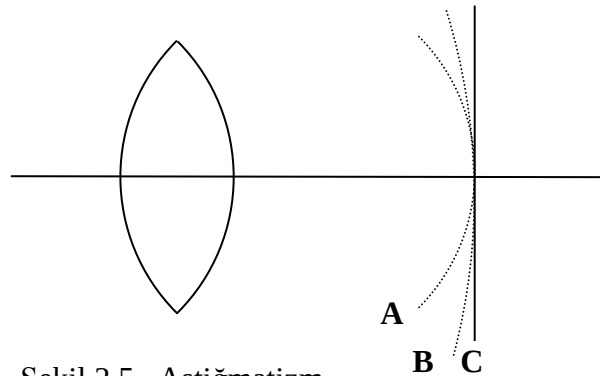
Optik eksene paralel olarak gelen ışınlar sistemden geçtikten sonra bazılarının odağın gerisinde kesiştikleri görülür. Bu sapmanın nedeni merceğe farklı yükseklikten gelen ışınların farklı küresel eğrilikli yüzeylere ve dolayısıyla farklı kırılma indisli ortamlara rastlamasıdır. Bu hataya küresel aberasyon denilir. Optik eksene en yakın gelen ışınlar en uzakta kesişir. Optik eksene göre yüksekten gelen ışınlar önce büyük sapma değerleri vermekte, daha sonra kenara doğru bu sapma değeri azalmaktadır.

##### **2.2.2.2. Koma**

Objektiflere gelen geniş açılı ışınlar resimdeki keskinliği kaldırır. Bu nedenle nokta olarak görünmesi gereken ışınlar virgül veya kuyruk şeklinde görünürler. Bu hataya koma adı verilir. Bu hata objektiflerin hesaplanmasında göz önüne alınır ve sistem birçok mercekten oluşturularak olanakların el verdiği derecede ortadan kaldırılır.

##### **2.2.2.3. Astiğmatizm**

Objektife gelen ışınlardan dar açı teşkil edenleri resim düzlemi üzerinde görüntü oluşturacakları yerde iki ayrı yüzeyde ayrı ayrı görüntü verirler. Şekil 2.5 te A ve B yüzeyi bu duruma örnektir.



Şekil 2.5. Astiğmatizm

C görüntü düzlemi keskin izdüşüm düzlemi olmasına rağmen görüntü kamburlaşmış A ve B düzlemlerinde oluşmaktadır. Bu sapınca astigmatizm denir. Objektif sistemlerinde merceklerin uygun birleştirilmesiyle görüntünün tek bir yüzeyde oluşması sağlanır. Ayrıca bu yüzeyin kamburluğunun ortadan kalkmasının sağlanmasına çalışılır.

#### **2.2.2.4. Görüntü Alanının Eğriliği**

Astigmatizm hatası tek bir yüzeye çevrilse bile bu yüzeyin kamburluğunun giderilmesi mümkün olmamaktadır. Bu da görüntü izdüşümünün eğri bir yüzeyde oluşmasına neden olmaktadır. Bu hata tam olarak ancak güçlü objektif sistemlerinde ortadan kaldırılabilir.

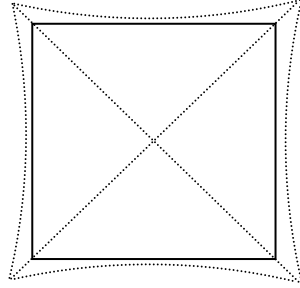
#### **2.2.2.5. Renksel Aberasyon**

Muhtelif renkte olan, diğer bir deyişle farklı dalga boylarındaki ışıktan oluşan güneş ışını merceğe rastladığı zaman bu farklı ışınlar farklı şekilde kırılmaya uğrayacaklardır. Bu durumda optik izdüşüm sonunda görüntülerin konumu arka odak düzleminde bulunmayacak ve farklı izdüşüm düzlemleri ortaya çıkacaktır. İzdüşüm sonucunda oluşan görüntülerin tek bir resim düzlemi üzerinde bulunmayışı resim üzerinde bir bulanıklık oluşturur. Bu hatayı ortadan kaldırmak için resim çekimi sırasında objektifin önüne filtreler konulur. Filtrelerin görevi belirli dalga boyundaki ışınları yutup bunların objektife girmelerini önlemektir. Örneğin sarı renkteki filtreler koyu yeşilden ultraviyoleye kadar olan bölgedeki tüm ışınları kendileri absorbe edip objektife göndermezler.

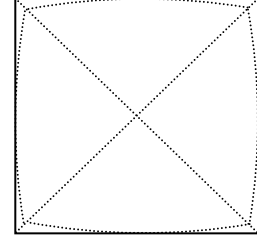
#### **2.2.2.6. Distorsiyon**

Pratik yönden ölçme işlerinde en önemli hata kaynağıdır. Diğer hata kaynakları optik sistem ile iz düşürülen görüntünün kalitesine etki etmektedir. Distorsiyon ise görüntünün yer değiştirmesine neden olur ki, bu yer değiştirmenin belirli bir değeri aşması sonucunda presizyonlu ölçme yapma olanağı ortadan kalkar. Distorsiyon nedeniyle resim düzleminde ölçek değişimi ortaya çıkar. Ölçek izdüşüm düzleminin kenarlarına doğru artar. Bu durumda Şekil 2.6'da gösterildiği gibi pozitif bir distorsiyondan söz edilir ve bir kare biçimindeki cismin izdüşümü yastık biçiminde olur. Eğer izdüşüm ölçeği kenara doğru azalacak olursa, distorsiyon negatif olur,

aynı kare biçimindeki cismin izdüşümü fıçı şekline dönüşür. Şekil 2.7’de bu durum gösterilmektedir.



Şekil 2. 6 Pozitif Distorsiyon



Şekil 2.7 Negatif Distorsiyon

Distorsiyonun esas nedeni optik eksene yatık olarak gelen ışınların-diyafram yardımıyla kırılırlar bile farklı kırılma indisli yüzeylere gelip, farklı biçimde kırılmaya uğramalarıdır.

### 3. FOTOGRAMETRİK KALİBRASYON YÖNTEMLERİ VE SINIFLANDIRILMALARI

#### 3.1. Kalibrasyonun Tanımı ve Amacı

Kamera kalibrasyonu, kamera sistemini en iyi şekilde ifade eden parametrelerin bulunması olarak ifade edilir. Bilindiği üzere bu parametreler resim çekme merkezin uzaklığı (odak uzaklığı, $c$ ), resim koordinat sistemi eksenlerinin yönleri ve dönüklükleri ile distorsiyon parametreleridir. Kamera kalibrasyonu fotogrametrik nokta belirleme işleminin tersi olarak da ifade edilebilir. Fotogrametrik nokta belirlemesinde iç yöneltme elemanları bilinir ve cisim noktalarının koordinatları istenir kalibrasyonda ise cisim noktalarının koordinatları bilinir ve iç yöneltme elemanları aranır.

##### 3.1.1. Resim Çekme Makinelerinin İç Yöneltme Elemanları ve Hata Kaynakları

Fotogrametride resim çekimi sırasında resim çekim makinesinin mercekleri fiziksel bir takım özelliklere sahiptir. Optik izdüşüm merceklerin fiziksel yapısı ile ilgili olarak resim düzleminin (merkezi izdüşüm düzlemi) değişik yerlerinde değişik etkilere sebep olur. Merceklerin izdüşümdeki bu fiziksel etkilerine genel olarak distorsiyon adı verilir. Kamera kalibrasyonu ile distorsiyonun resim koordinat sistemi olan resim düzlemine etkisi belirlenerek kolinerite (doğrusallık) koşulunda doğru lineer transformasyon parametrelerinin kullanılması sağlanır. Bu distorsiyon iki çeşit olabilir. Bunlar:

1. Radyal Distorsiyon
2. Teğetsel Distorsiyon

##### 3.1.1.1. Radyal Distorsiyon

Merceklerdeki açısal büyütme ile orantılı olarak merceğe aynı uzaklıktan ancak farklı açılara sahip hedeflerden gelen ışık ışınlarının izdüşüm düzleminin

önünde ya da arkasında odaklanması sonucu oluşan görüntü ötelemesi şeklindeki distorsiyondur. İzdüşen ışık ışının izdüşüm merkezinin (resim düzleminin) önünde ya da arkasında odaklanmasına göre distorsiyon pozitif veya negatif olarak adlandırılır. Radyal mercek distorsiyonu matematiksel olarak bir polinom fonksiyonu ile şu şekilde ifade edilir.

$$\delta r = K_1 r^3 + K_2 r^5 + K_3 r^7 \quad (3.1)$$

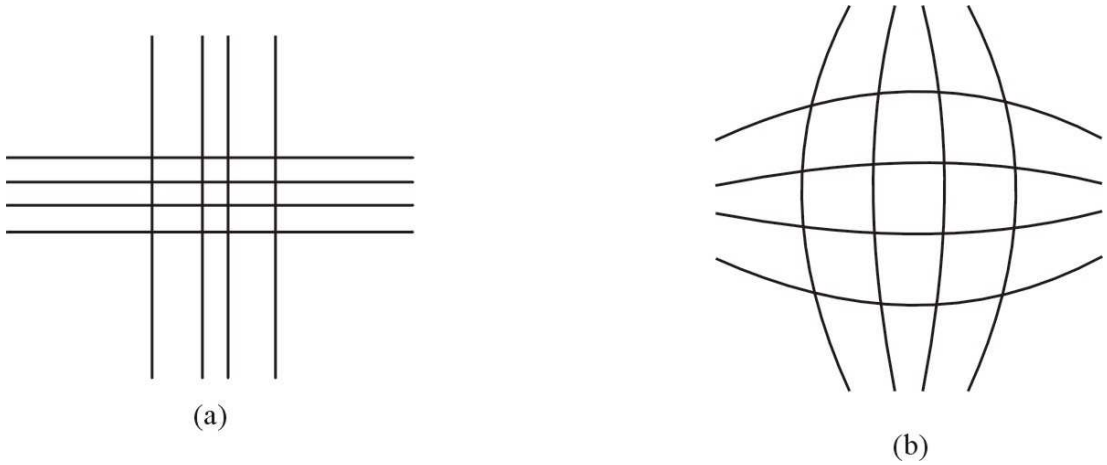
Bu açısal değişimin etkisinin resim koordinat sistemi içerisinde x ve y yönlerindeki bileşenleri ise;

$$\delta r_x = \delta r (x - x_0) / r \quad \delta r_y = \delta r (y - y_0) / r \quad (3.2)$$

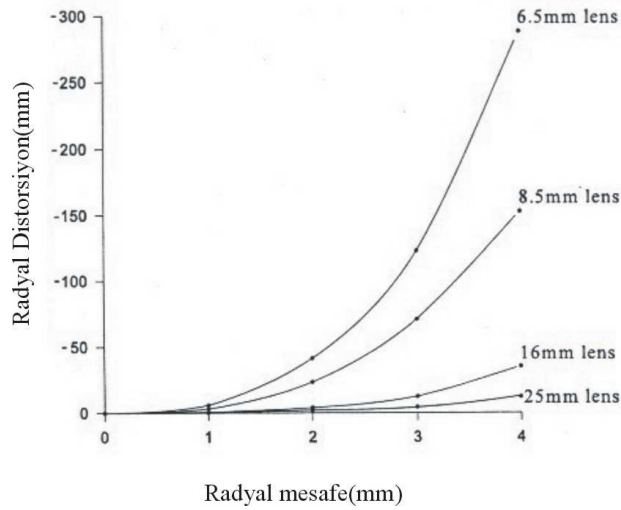
Genelde distorsiyon fonksiyonu radyal elemanların özellikle de radyal fonksiyonun ilk teriminin etkisi altındadır. Bir resmin gerçek koordinatları (u,v), distorsiyona uğramış koordinatları (u',v') ve gerçek normalleştirilmiş resim koordinatları (x,y) olmak üzere bu koordinatlar arasında şu bağıntılar yazılabilir.

$$u' = u + k(u - u_0)(x^2 + y^2) \quad v' = v + k(v - v_0)(x^2 + y^2) \quad (3.3)$$

Distorsiyon merkezi ana noktayla aynıdır. Yukarıdaki değerler kalibrasyonla bulunarak distorsiyon düzeltilebilir. Şekil 3.1'de gösterildiği gibi gerçekte düz çizgiler distorsiyon sonucunda resim üzerine parabolik olarak izdüşer.



Şekil 3.1. Düz Çizgilerin Distorsiyon Etkisiyle Aldıkları Durumu Gösterir



Şekil 3.2. Çeşitli Kamera Lenslerine Açısal Distorsiyon Etkisi

Geniş formatlı uzak mesafe kameraları (odak uzaklığı 150 mm olan kameralar) için mercek gücüne bağlı distorsiyon değeri Şekil 3.2’de gösterildiği gibi 10-20 mikron arasında değişir.

### 3.1.1.2. Teğetsel Distorsiyon

Radyal distorsiyonun azaltılması, uygun büyütme ve filtreleme amacıyla resim çekme makineleri, genelde değişik mercek yapılarının bir arada kullanılması ile oluşturulur ve özellikle bu yapı seçilir. Bu çeşit resim çekme makinelerinde kullanılan çoklu mercek yapısını oluşturan merceklerin optik eksenlerinin tam olarak aynı doğru üzerinde oluşmaması sebebi ile mercek merkezleri aynı doğru üzerinde bulunmazlar.

Bu sebepten oluşan görüntü kayması yine resim düzleminin koordinat eksenlerine göre bileşikleri ile ifade edilecek olursa ;

$$\delta x = P_1(r^2 + 2(x-x_0)^2) + 2P_2(x-x_0)(y-y_0) \quad (3.4)$$

$$\delta y = P_2(r^2 + 2(y-y_0)^2) + 2P_1(x-x_0)(y-y_0) \quad (3.5)$$

elde edilir.

## 3.2. Resim Çekme Makinelerinin Kalibrasyon Yöntemleri

### 3.2.1. Klasik Yöntemler

#### 3.2.1.1. Çekim Sırasında Kalibrasyon Yöntemi

Adından da anlaşılacağı gibi fotogrametrik resim çekimi ve yöneltme için gerekli olan kontrol noktalarının, değerlendirme aşamasında resim çekim merkezi (izdüşüm merkezi) koordinatlarının (dış yöneltme parametreleri) hesaplanabilmesi için gerektiğinden fazla kontrol noktası kullanılması ve resim çekimi sırasında hedeflerin oluşturduğu çerçevenin konumunun hassas bir şekilde klasik jeodezik ölçmeler ile tespit edilmesidir. Bu tip bir kalibrasyon çalışmasında önemli olan hedeflerin oluşturduğu şeklin hacimsel yapısı yani resim çekim noktası ile resim çekilen obje arasındaki yatay uzunluk ve kontrol noktalarının birbirleri ile aralarındaki derinlik oranının hassas bir şekilde belirlenmesi gerekmektedir ki bu ancak kullanılan kontrol noktalarının üç boyutlu koordinatlarının doğruluğuna bağlı olacaktır.

Yöntemin matematik modeli ise yöneltme için kullanılan demet dengelemesi işleminde resim çekim merkezi üç boyutlu koordinatlarının yardımı ile iç yöneltme parametrelerinin dengelemeye bilinmeyen olarak katılması sonucu artacak olan bilinmeyen sayısının doğruluğu yüksek bir şekilde bilinen kontrol noktalarındaki fazla resim koordinatı ölçmesi sonucu ötebilmek ve resim çekim merkezi koordinatların yüksek bir doğrulukla hesaplama algoritmasıdır.

Çekim sırasında kalibrasyonun en önemli avantajı çekim işleminin kalibrasyonun yenilenerek daha sağlıklı sonuçlar elde edilmesidir. İkinci olarak ise çeşitli kameraların ve hatta normal profesyonel kameraların bile bu şekilde fotogrametrik amaçlar ile kullanılabilmesi bir avantaj olacak gösterilebilir.

Bu yöntemin en önemli dezavantajı ise fotoğraf çekimi ve arazi çalışması için gerekli olan zaman ve kullanılacak jeodezik malzemenin fazla ve yeterli doğruluğu verebilmesi gerekliliğidir.

### 3.2.1.2. Kendine Özgü Kalibrasyon Yöntemi

Kendine özgü kalibrasyon yöntemi aslında çekim sırasında kalibrasyonun doğal bir uzantısıdır. Kullanılan matematik model tamamen aynı olmasına karşın uygulanan yöntem farklıdır. Bu yöntemde fotoğraf çekiminden önce resim çekme makinesi laboratuvar ortamında üç boyutlu, koordinatları yüksek doğrulukla bilinen bir test alanında ve yine koordinatları test alanı ile aynı sistemde ve aynı doğrulukta bilinen noktalardan yapılan resim çekimleri ile kalibre edilir. Yapılan kalibrasyon sonucunda hesaplanan iç yöneltme değerleri mercek sisteminin distorsiyon değerlerini de içermektedir. Burada önemli olan daha önceden mercek sistemleri oluşturulurken optik esaslar ile belirlenirler. Elde olan bu değerler de demet dengelemesine yaklaşık değer olarak alınır. Ayrıca bu yöntemde hiç cisim uzayına ait etkili bir kontrol tekniğinin kullanılmasına gerek duyulmaması ve resim çekim noktalarında tam olarak hedeflerden gelen ışınların kesişmesinin sağlanmasındaki doğruluğun belirlenebilmesidir. Bu ise tamamen laboratuvar ortamında sağlanabilen, resim çekim merkezleri ve test alanının birbirleri arasındaki geometrik yapının doğru olarak kurulabilmesi ile mümkündür.

Bu yöntemin avantajları ise, gerçekten doğruluğu yüksek bir kalibrasyon sonucu sağlanmasıdır. Buna karşılık zaman ve laboratuvar ortamı gerektirmesinden kaynaklanan dezavantajlara sahiptir.

### 3.2.1.3. Geometrik Özellikleri Kullanarak Kalibrasyon Yöntemi

Bu yöntemi kendine özgü kalibrasyondan farklı yapan özellik laboratuvar ortamında hazırlanan ve bir doğru oluşturan kontrol noktalarının oluşturduğu düzleme tam olarak dik bir düzlem üzerinde bulunan bir resim çekme merkezi kullanılması, bu şekilde mercek sistemindeki radyal ve teğetsel distorsiyonların yüksek doğrulukla belirlenebilmesidir. Bununla birlikte kamera sabiti ve ana noktanın koordinatları bu yöntem ile belirlenemez ki bu yöntemin diğer kalibrasyon yöntemlerine olan gereksiniminin açık bir kanıtıdır. Kalibrasyon yöntemleri içinde ise video kameraların kalibrasyonunda kullanılabilmesi ve hızı en büyük avantajıdır.

Tüm bu anlatılan kalibrasyon yöntemleri aslında bütün fotogrametristlerin bildiği gibi, resim çekim merkezinin üç boyutlu koordinatları ( $X_0, Y_0, Z_0$ ) ile iç

yöneltme elemanları  $(x_0, y_0, z_0)$  arasında güçlü bir geometrik korelasyon vardır. Bu sebeple uygulanan kalibrasyon yöntemi ile öncelikle radyal ve teğetsel distorsiyon belirlendikten sonra kestirme yardımıyla resmin izdüşüm merkezi koordinatları belirlenmeli ve demet dengelemesinin son adımında da bu parametrelere ve iç yöneltmenin yaklaşık değerlerine bağlı olarak ana nokta koordinatları ve kamera sabiti (odak uzaklığı) karesel ortalama hataları ile beraber hesaplanmalıdır.

### 3.3. Sistem Tasarımı

Yersel fotogrametri haritacılık ve ölçme için bir araç olarak çok uzun bir geçmişe sahip olduğu halde topografik olmayan fotogrametri için filme bağlı sistemlerin 1980'lerin ortalarındaki olgunluk durumuna ulaşamayacağı ifade edilmekteydi. Geniş formatlı kameraları ve otomatik görüntü ölçmeyi kullanan turnkey sistemlerin uzman olmayan fotogrametristler tarafından kullanılan ürün için geliştirildiği bu zaman aralığındadır. Yakın çekim stereo fotogrametride görüntü eşleştirme sayesinde bir stereomodel içindeki eş yükselti eğrilerinin otomatik elde edilmesine odaklanmış gelişmeler, fotogrametrik görüntü konfigürasyonun dizaynına kadar sınırlandırılmış sonucun ve ya network geometrisiyle alakalıydı. Fotogrametrik veri toplamada, yüksek nispette ve geniş pratik görüntü ölçeklemeye esas stereo fotoğraf çiftleri gerekir.

Endüstriyel ve mühendislik ölçmelerinin topografik olmayan fotogrametrik sahalarında, görüntü ölçme doğruluğunu ve otomasyonunu basit bir şekilde artırmanın ötesindeki yenilikleri de gerektirir. Konvergent ve çok istasyonlu görüntü konfigürasyonlarını kullanan fotogrametrik sistemler üç boyutlu koordinat ölçme doğruluğunu nesnenin ana boyutunun 1:100 000 rutin olarak geçen bir doğrulukta sağlamak için kullanılmaktadır. Bu kadar yüksek ölçme doğruluğunu sağlamak için fotogrametrik ağın dizaynına dikkatli bakım önem arz etmektedir. Görüntüleme ölçeğinin seçimi, kamera istasyonlarının sayısı ve onların izafi geometrilerinin seçimi konusundaki şüphelere ve ayrıca diğer ölçme dizaynlarının karakteristiklerine de hitap etmelidir.

Yakın resim fotogrametrisinin ürünleri içersindeki dijital fotogrametriye bağlı analitik filmdeki değişim özellikle imalattaki boyutsal kontrol işlemleri için çok

sensörlü ve tek sensörlü vision sistemlerin gelişmesinde hızlı bir şekilde ilerlemektedir. Tipik olarak çok sensörlü MV sistemler 1:10 000 ile 1:50 000 arasında doğruluk verir. Oysa ki bazı video kameraların kullandığı tek sensörlü sistemler genellikle 1:50 000 ile 1:100 000 arasında doğruluklar sağlar. Hem ekonomi hem de doğruluk açısından ölçme performansının optimizasyonundaki ağ dizaynının rolünün önemli olması açısından benzer sensörlerin üç boyutlu ölçme doğruluğunun büyüklüğün bir emri gereğince değiştiği gerçeğinin yakın resim fotogrametrisinin tecrübeli pratisyenleri için sürpriz olmaz. Fotogrametrist olmayanlar için bu konu şaşırtıcı olabilir. Ağın dizaynının optimizasyonu özellikle sistemin otomatik kalibrasyon gerektirdiği aşamalarında diğerlerine nispetle işlem gerektirir.

Herhangi bir optik triyagülasyon sisteminin doğruluğu, ilk olarak açısal ölçme çözümünün bir fonksiyonu ikinci olarak her bir hedef noktada kesişen ışınların geometrisinin bir fonksiyonudur. Fotogrametrik kameranın açısal ölçme kabiliyeti göz önünde tutularak ağ dizaynının tartışmasını başlatmak yararlıdır. Bir film kamerası için çözüm aslında xy sayısallaştırıcının doğruluğuyla saptanabilir. Oysa görüntü koordinatlarını saptamak için kullanılan dijital görüntü işleme algoritmalarının doğruluğu bir CCD kameranın ölçme çözümünü zorla kabul edecektir.

Bir konvergentte triyagülasyonun doğruluğunun ilk göstergesi çok istasyonlu fotogrametrik ağ aşağıda gösterilen formülle verilebilir.

$$\bar{\sigma}_c = \frac{q}{\sqrt{k}} S \sigma = \frac{q}{\sqrt{k}} d \sigma_2 \quad (3.6)$$

$\bar{\sigma}_c$  = XYZ nesne nokta koordinatı standart hatalarının r.m.s değeridir.

S=ölçek sayısı

d =ortalama nesne uzaklığı

$\sigma$  =görüntü koordinatı standart hatası

$\sigma_2$  =buna karşılık gelen açısal ölçme standart hatası

$q$  = temel kamera istasyonu konfigürasyonunun kuvvetini ifade eden bir dizayn faktörü

$k$  = ortalama pozlandırma sayısı

nesne alanını görüntü formatının tüm boyutunu kapladığı varsayımı altında, eşitlik aşağıdaki gibi yeni bir şekle sokulabilir.

$$\frac{\bar{\sigma}_c}{R} = \frac{q}{\sqrt{k}} \frac{\sigma}{r} \quad (3.7)$$

bu eşitlikteki  $r$  görüntü formatı boyutudur.  $R$  ise nesne uzayında  $r$  ye karşılık gelen mesafedir. ( $R=S.r$ ) (3.7) denklemi fotogrametrik triyangülasyonun doğruluğu için yararlı bir göstergedir.  $k=1$  ve  $q=0.7$  için oransal triyangülasyon doğrulukları tablo 3.1 de farklı tip kameralar için gösterilmektedir. Tablodan oransal doğrulukların 1k x 1k CCD kamerasının yarım piksel elle yapılan sayısallaştırma doğruluğundan 1µm doğrulukta büyük formatlı film betimlemenin otomatik ölçmesine (film akışı) kadar olan iki çeşit büyüklükle değişir.  $\bar{\sigma}_c/R$  için tablo 3.1 de listelenen değerler özel bir kamera/görüntü ölçme sisteminin doğruluk kabiliyetlerinin bir ölçütünü sağladıkları için yararlıdırlar. Triyangülasyon doğruluk göstergeleri eşit görüntüleme ölçeği varsayımında odak uzaklığından bağımsızdırlar.

Yakın resim fotogrametrisinin uygulamalarının farklı alanları farklı düzeyde doğruluklar gerektirir. Örneğin, endüstriyel aletlerin ve eşyalarının genellikle 1:100 000 doğruluk veya daha iyisini; endüstriyel yüzey şeklini saptama ve yüksek mühendislik ölçmelerinde 1:50 000 ve imalattaki kalite kontrolünün ve işleminin desteklenmesindeki gerçek zamanlı ölçmede 1:10 000 ile 1:20 000 doğruluklar gerektirir. Tablo 3.1 de listelenen veriler örneğin 100 000 ve daha iyi doğruluk isteyen endüstriyel çalışmaların hem büyük formatlı hem de yüksek çözünürlüklü metrik film kameraları istemesini gösterir.

### 3.3.1. Ağ geometrisi

(3.6) ve (3.7) deki eşitliklerle Tablo 3.1 için saptanmış doğruluk kriterleri ağ geometrisinin dayanıklı olması varsayımına dayanak teşkil etmiştir. Bir kamera istasyonu konfigürasyonunun sağlamlığı ve  $q$  değeri hakkında bazı ön bilgiler

verilmelidir. Her bir istasyonda bir tek resimden oluşan bir sensör konfigürasyonu için ortalama standart değer  $\bar{\sigma}_c$  Işın kesişim geometrisi gelişirken triyagülasyonun varyansı sınırlı bir minimum değere düşer, fakat  $q$  değerini optimal ışın kesişim geometrili ağda bile 0-4 ün aşağısında bir değer varsaymak mümkün değildir. Fraser (1992) de işaret ettiği gibi optimal geometrik sağlamlılığı gösteren temel bir algılayıcı konfigürasyonu fikrini benimsemek yararlıdır. Temel konfigürasyonu yerindeyse triyagülasyonun standart hatası pozlandırma istasyonlarının sayısının kareköküne oranla düzenlenecektir. Bu gerçeği 3.6 eşitliğindeki  $k'$  nın varlığını açıklar. Buradaki  $k$  nın ölçme doğruluğunu ikiye katladığını görülebilir.

Temel bir konfigürasyon kavramı Mason (1994,1995a) tarafından genişletilmiştir. Bu belirli bir nesne şekli için optimal bir algılayıcı konfigürasyonu ilk yaklaşım olarak düşünülebilir. 3.6 eşitliğinin uygulaması ve jenerik ağların uygun bir toplamasıyla ağ dizayn problemini çözmeye doğru epeyce bir yol alınabilir. Uygun jenerik konvergent ağlar için örnek  $q$  değerleri 0.4 ile 0.8 arasında sıralandığı görülebilir. Dizayn amaçları için genellikle ılımlı tahminler 0.7 ve 0.6 ile gösterilen değerlerdir.

### 3.3.2. Sınırlamalar

Kamera istasyonlarının konfigürasyonunu etkileyen sınırlamalar aşağıdaki gibi özetlenebilir.

1. **Görüntü ölçek sınırlaması :** triyagülasyon doğruluğu görüntü ölçeği ile doğru orantılı olarak değişir. 3.6 denklemini yeniden düzenlenerek nesne mesafesine maksimum yeterlilikte kamerayı bulmak için kullanılabilir. Tasarlanmış doğruluk toleransı ( $d_{\max}$ )

$$d_{\max} = \frac{\bar{\sigma}_c c \sqrt{k}}{q \sigma} \quad (3.8)$$

2. **Çözünürlük sınırlaması:** görüntüdeki nesnenin çözünürlüğü görüntü akışı istenen doğruluğu ( $\sigma$ ) için yeterli olmalıdır. Bu bakış hem yapay hedeflerin kullanıldığı hedef dizaynında hem de görüntü ölçek seçimini pekiştirir.

3. **Çalışma yeri sınırlamaları:** çalışma yerindeki engeller aynı şekilde kamera istasyonlarının optimal konumlarından, görüntü ölçek seçimine göre ışın kesişim geometrisinin optimizasyonu da göz önüne alınarak belirlenir.
4. **Alan derinliği sınırlaması:** görüntü akışı sırasında hedef doğruluğu özellikle manuel ölçme mercek odaklaması tarafından önemli derecede etkilenir. Bir görüntü içersindeki alanın derinliğinde manuel ölçme için kabul edilmiş tolerans 0.1mm çapında bir dairedir. Bu limitin makul bir esnekliği dijital görüntü akışı sırasında değişik teknikler kullanıldığında buna daha fazla önem gösterilebilir. Yine de alanın derinliği hem görüntü ölçeği hem de algılayıcı konfigürasyon geometrisini sınırlayan bir faktör olarak kalır.
5. **Bağımsız açı sınırlaması :** düzlemsel hedeflerin görüntü ölçmesinin güvenilirliği dairesel görüntüler için yaklaşık  $20^0$  ve retro reflective hedefler için  $30^0$  değerinin aşağısında tekrar oranı düşüşlerinin açısı gibi düşer. Bu yüzden ağ tasarımcıları kabul edilebilir olay açılarını saptayacak konvergent derecesini uzlaştırmak için sık sık zorlanırlar. Farklı hedef özellikleri, şekiller ve maddeler minimum olası tekrar oranı açısını etkiler. Diğer taraftan küresel hedeflerin tekrar oranı açısı sınırlamalarını yoktur. Düzleme yakın nesneler için alan derinliği sınırlaması minimum tekrar oranı açısı meselesinden daha sınırlayıcıdır.
6. **Görüntü noktaları dağılımı ve sayısı sınırlaması:** Fraser (1984) de gösterildiği gibi dış yöneltmeyi desteklemek için her bir görüntüde yeteri kadar sayısı olmak şartıyla bir ağ içersindeki hedeflerin sayısı, nesne nokta triyangülasyonunun doğruluğu üzerinde az bir etkiye sahiptir. Görüntü noktalarının dağılımı ve sayısı, bir otomatik kalibrasyonda algılayıcı kalibrasyon parametrelerinin doğruluğu ile de önemli ölçüde ilişkilidir. Hedeflerin sayısı ve triyangülasyon doğruluğunun izafi bağımsızlığı en iyi aşağıdaki bölümde ifade edilecek sınırlı hata yayılma yasası ile açıklanır.
7. **Görüş alanı :** her bir kamera istasyonunda görüş alanında bulunan tüm nesne hedeflerini elde etmek mümkün olmasa bile yararlıdır. Bu dizaynı kolaylaştırabilir ve triyangülasyon doğruluğunun homojenliğini ve ekonomiyi

yükseltebilir. Bir nesnenin üç boyutlu yapısı, her bir pozlandırmada hedeflerin önemli bir payının görüntülenmesini engellediği örneklerde, dizayn problemi iki parçayla çözülebilir. Deneysel ağlar, hedeflerin uygun alt gruplarıyla kurulabilir ve daha sonra ekstra kamera istasyonları yeterli geometrik güçle beraber bu alt ağları bağlamak için eklenir.

- 8. Görüş uzaklığı:** çalışma yerindeki engeller kameranın görüş alanı içerisinde kalan ilgili tüm noktaları görüntüleme olasılığının genellikle önüne geçer. Kesişme açılarına yardım konusuyla görüş uzaklığı sınırlamaları bir nesne noktasında triyangelasyon doğruluğunu iki yolla etkileyebilir. Kesişim geometrisinin kuvveti eğer ışınların sayısı esas jenerik ağnıklarından aşağı düşerse tehlikeye girebilir. Yoksa standart hata üzerindeki etki  $\sqrt{k}$  faktörüne uygun olarak oluşacaktır.

Görüntü ölçme doğruluğu ve algılayıcı konfigürasyonu arasındaki ilişkiyi araştırmak için dizayn problemini daha resmi bir duruma getirmek gerekir. Bu durum ağ dizayn optimizasyonu özellikle daha karmaşık dizayn problemleri için daha iyi bir anlayış sağlar.[1]

### 3.3.3. Tasarım Aşamasındaki Sınıflandırma

Ağ tasarımının kalitesi uygun durumda, bir takım hedef fonksiyonları, en sade şekli ile hassasiyet, güvenilirlik, ekonomi ve test edilebilirlik (e.g Schmid, 1982). TEP, fotogrametrik ölçme işleminin yeterliliği ile açıklanabilir. Bu problem Grafarend (1974) 'in sınıflandırma problemine uygun olarak birbirine bağlanmış 4 aşamadan oluşur.

- Sıfır dizi tasarımı (ZOD): veriproblemi
- dizi tasarımı (FOD): konfigürasyon problemi
- 2.dizi tasarımı (SOD): ağırlık problemi
- 3. dizi tasarımı(TOD): yoğunluk problemi

yoğunluk problemi yakın resim fotogrametrisinin ağ tasarımı için uygulanamaz. Ayrıca ZOD ve SOD jeodezik ağlara oranla fazlasıyla basitleştirilmiştir. Ağ konfigürasyonunun tasarımı ve ya kamera yerleştirme işlemi, fotogrametrik projeler için kapsamlı olarak belirlenmelidir.

Farklı tasarım dizileri kendi kendine kalibrasyonla demet dengelemesinin en küçük kareler parametrik modeli içinden serbest ve sabit miktarlar ile tanımlanabilir. Bunlar için lineer stokastik model:

$$\begin{aligned} v &= Ax - l \\ C_l &= \sigma_0^2 P^{-1} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Olarak verilir.

Burada l, ölçme vektörleri,

V, artık hata

X, bilinmeyenler vektörü

A, tasarım veya konfigürasyon matrisi

$C_l$ , ölçmelerin kovaryans matrisi

P, ağırlık matrisi

$\sigma_0^2$ , varyans faktörü

A'nın tam rank olması durumunda (fazla veya açık minimum sınırlamaların empoze edildiği yerde), X tahmin parametresi ve ilgili kofaktör matrisi  $Q_x$  ve kovaryans matrisi  $C_x$ ,

$$\hat{x} = (A^T P A)^{-1} A^T P l = Q_x A^T P l \quad (3.10)$$

$$C_x = \sigma_0^2 Q_x \quad (3.11)$$

olarak elde edilir.

Yazıldığı gibi A konfigürasyon gösterilen ağ veri eksikliklerinden bağımsızdır, konu ZOD bölümünde daha detaylı olarak anlatılacaktır. Artık hataların kofaktör matrisi ki bu ağın güvenliğinin nicel ölçümünü sağlar.

$$Q_v = P^{-1} - (A^T P A)^{-1} A^T \quad (3.12)$$

den elde edilir.

Herhangi bir fotogrametrik ölçmedeki temel amaç, kendi kendine kalibrasyon sistemine veya saniyedeki poz sayısının belirlmesine karşı olarak üçgenlenmiş cisim noktalarının koordinatlarını hassasiyet tahminleriyle birlikte belirlenmesidir. Sonuç olarak bilinmeyen parametrelerini 2 gruba ayırmak kullanışlıdır.:  $x_1$ ; dış yöneltme ve kendi kendine kalibrasyon parametrelerinin karşılaştırması ve  $x_2$ ; XYZ koordinatları düzeltmeleri 3.10 eşitliği;

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1^T P A_1, A_1^T P A_2 \\ A_2^T P A_1, A_2^T P A_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_1^T P l \\ A_2^T P l \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

ve  $Q_x$  kofaktör matrisi,

$$Q_x = \begin{bmatrix} Q_1, Q_{1,2} \\ Q_{2,1}, Q_2 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

olarak yazılır.

Tasarım optimizasyonunun doğruluk için amacı,  $Q_2$ 'nin optimal formunu yakalamak ve sonuçta XYZ cisim nokta koordinatlarının kovaryans matrisleri  $C_2$ 'nin uygulanabilir tasarım sınırlamalarının göz önüne de alarak belirlenmesidir.

ZOD cisim nokta koordinatları için optimal referans sisteminin seçimini içerir, belirlenen özel kamera düzeni ve ölçmelerin kovaryans matrisi  $C_1$  referans sisteminin belirlenmesinde yeterli görülmüş ise bu konfigürasyon tek başına ayakta duran ağırlardandır. Cisim uzayı kontrolü (rastgele seçilmiş veya ölçme öncesi değerler)'ndeki bulunanlar veri açığını kapatmak için yeterlidir. FOD optimum ağ geometrisini araştırması ile ilgilidir ve temel olarak bu uygun üçgenleme hassasiyetini elde edecektir. Sonuçta verilen ölçme hassasiyeti  $C_1$  veya  $P$  ve belirlenmiş ideal kovaryans matrisi  $Q_x$  veya  $C_x$  ve uygun tasarım matrisi  $A$  için araştırılır. Eşitlik (3.6)'ın  $q$  faktörü konfigürasyon problemi ile ilgilidir. SOD'un içinde uygun ölçme hassasiyeti aranır.

### 3.3.4. Datum belirleme(ZOD)

Yakın resim fotogrametrisi ölçmelerinin tek başına olması durumunda ağ tasarımcılarına sunulan ya da ağtasarımcılarının belirlediği çözümlerin başlıcaları için;

Minimum olarak ağın veri eksikliğini gidermek için 7 uygun cisim uzayı parametrelerin düzenlenmesinde kullanılır.

Kovaryans matrisi  $C_x$  minimum kontrolün seçilmesini değiştirir. Yalnız ağ şeklinin parametreleri, referans koordinat sistemindeki değişiklikler veya hesaplanabilir sıfır varyans temeline uyularak sabit kalacaktır. Dengelenmiş ölçmelerin varyansları fotogrametrik üçgenleme kalitesi değerlendirildiğinde az olarak kullanılır.

Bunlar, XYZ cisim koordinatlarının ve bu koordinatların fonksiyonlarının (uzaklık, yer değiştirme, ölçme v.b) doğruluğudur. ZOD altında tahmin edilemeyen  $C_2$  kovaryans matrisinin en iyi şekli mümkün olan tüm kısıtlamalardan aranılır. Minimal kontrolü oluşturan 7 koordinat değerindeki  $C_2$  varyansının eşlik ettiği değişiklikler tamamen yanlış olabilir. Verilen dışverilere (kontrol koordinat sistemi) ve ya rastgele atanmış bir değerle ilgili minimum kontrole bakmaksızın veri açığı içeren tekil normal eşitlik matrisi  $A^T P A$ 'nın psedeu tersi, minimum iz'in  $C_x$  kovaryans matrisini verecektir. Ayrıca doğru kabul edilen cisim nokta koordinatlarının varyans matrisi

$$\bar{\sigma}_c^2 = \frac{\sigma_0^2}{3n} \text{trace} Q_2 = a \text{ minimum} \quad (3.15)$$

serbest ağ dengelenmesi yaklaşımıyla elde edilebilir. İlk serbest ağ yaklaşımı iç yöneltmelerin yok edilmesi veya kendi kendine kalibrasyon parametrelerinden meydana gelen indirgenmiş normal eşitlikler kümesinin psedeu tersini içerir, oysa ikincisi iç sınırlama metodlarını kullanır. Bu yaklaşım altında en uygun kovaryans matrisi

$$\begin{bmatrix} C_1 \dots\dots\dots \\ \dots C_2 \dots\dots \\ \dots\dots\dots C_3 \end{bmatrix} = \sigma_0^2 \begin{bmatrix} A_1^T P A_1, A_1^T P A_2, 0 \\ A_2^T P A_1, A_2^T P A_2, G \\ \dots\dots 0, \dots\dots\dots G^T, 0 \end{bmatrix}^{-1} \quad (3.16)$$

olarak elde edilir.

Sol taraftaki matrisde bulunan noktalar  $C$  'in kalan alt matrislerini gösterir.  $G$  matrisi tüm noktalara bakmaya gerek duymaz. Sistemde böyle bir yapı aranılabilir. Örneğin deformasyon izleme projesinde fikir olarak bu yaklaşım maksimum hassasiyette sonuçlanır. Minimum cisim nokta koordinat varyansı 3.6 eşitliğinin iç

sınırlama yaklaşımı ZOD problemine uygun çözüm sağlar. Hesaplanabilir ağ tasarımı açısından bu yaklaşımın bir dezavantajı geniş ağlar için hesap yüküne sahip olmasıdır. Ancak daha basit ve pratik alternatiflerin mevcut olması avantajdır.

Brown (1976)'da gösterildiği gibi  $C_x$  kovaryans matrisi.

$$C_2 = \sigma_0^2 \left[ (A_2^T P A_2)^{-1} + K \right] \quad (3.17)'den hesaplanabilir.$$

Burada

$$K = M Q_1 M^T, \quad M = (A_2^T P A_2)^{-1} A_2^T P A_1 \quad (3.18) \text{ ve } (3.19)'dür.$$

Bundan başka bu geniş sensör konfigürasyon alanı için ve çok istasyonlu fotogrametrik ağlar için kanıtlanmıştır.(Fraser, 1987)  $K \approx 0$ . Bu

$$C_2 \approx \sigma_0^2 (A_2^T P A_2)^{-1} \quad (3.20)$$

ve  $A_2^T P A_2$  blok diagonal olduğundan

$$C_{2i} \approx \sigma_0^2 (A_2^T P A_2)_i^{-1} \quad (3.21)$$

burada  $C_2$ , i noktasının XYZ cisim koordinatlarının 3x3 kovaryans matrisidir. (3.16) eşitliğiyle  $C_2$ 'nin belirlenmesi dikkatli bir yaklaşımı gösterir ki bu toplam hata yayılması olarak adlandırılır (TEP). Oysa 3.21 eşitliğinin kullanımı dış yöneltme parametrelerinin yayılma göstermediği varsayılan yerde dikkatli değildir. Örneğin  $Q_1$  sıfıra indirgenir. Basitleştirilmiş bu yaklaşım sınırlandırılmış hata yayılması olarak adlandırılır(LEP). Hedef yoğunluğunun bağımsızlığı ve cisim nokta hassasiyeti LEP ile açıklanabilir ki bu her bir noktada sadece kesişen geometriyi ve noktaya resimleme ışınlarının doğrusal yayılmalarını dikkate alır.

XYZ koordinatları için toplam hata belirleme işlemi uygulaması kritik yüzeyler gibi problemin olduğu yerlerde meydana gelebilir. Ölçek gibi ağ tuhafıkları ve kendi kendine kalibrasyondaki ek parametreler  $K$ 'nın daha önemli olması için  $C_2$ 'ye katkısına sebep olur. Bunun gibi durumlarda LEP gereğinden fazla iyimser olabilir ve sonuçta bir yanıltma olur. Bu aynı zamanda başlangıçta güçlü resimleme geometrisi elde etmek için gözüken ağda da meydana gelebilir. (Fraser,1987) Ağ tasarımcıları, konfigürasyon sınıfları  $K=0$  varsayımı için yeterli geçerlilikte olduğunda tatmin olmaktadır. Bu uygun kesişim geometrisinin generic

ağlarının bileşenlerinden oluşan tasarımlar olması durumunda daha kolay yapılır. Son tasarım iterasyonunda ayrıca TEP vasıtasıyla kovaryans analizi uygulanmalıdır.

ZOD ile ilgili aşağıdaki özellikler tanımlanabilir.

- Güçlü fotogrametrik ağlar için tercih edilen uygun nokta konfigürasyonlarında elde edilen  $\sigma_0$  büyüklüğü, LEP ve TEP'den karşılık değerlerinden %20-%50 daha yüksek olması olasıdır. Tercih edilen nokta yaklaşımını benimsemek için güçlü nedenler vardır.
- 3 tercih edilen noktaların minimum kontrol konfigürasyonu 'uygunluğu' 3 cisim kontrol noktası ile şekillenmiş üçgenin merkezinin (centroid) hedef ışın merkezine yakın olması makul olduğunda olası yaklaşımıdır. Üçgen alanı maksimumdur ve XYZ 'de düzenlenmiş 2 nokta arasındaki çizgi gibi kenar belirleme ölçeği de mümkündür.
- ZOD'daki değişim, (minimum) sınırlanmış konfigürasyonda sadece cisim koordinatlarının standart hatasının büyüklüğünü etkilemez, aynı zamanda ağ doğruluğunun homojenlik derecesini etkiler. Bu bakış açısı ile iç sınırlama ve LEP en iyi çözüm sağlar ve aynı zamanda maksimum ortalama hassasiyet verir. (min.  $\sigma_c$ )
- Normal ve konvergent konfigürasyonların her ikisinde de serbest ağ dengelemesine fazla cisim kontrol noktası miktarı ne de noktadan noktaya mesafe ölçmeleri ile ağda elde edilen daha yüksek ortalama doğruluk verebilir. Bu ekstra çalışma gerektiren rasgele minimum sınırlamadan diğerlerinin kurulumu verilen önemli bir özelliktir ki bu ekonomik açıdan daha az uygundur.
- Uygun minimum kontrol konfigürasyonu için  $C_2$ 'nin kesin fonksiyonlarının hassasiyetindeki değişim, ki bu verideki değişimlere eşlik eder.  $\sigma_2$ 'deki değişimden daha az bir şey olması umulabilir. Bu güçlü geometri sergileyen ağlardaki noktadan noktaya mesafe doğruluğu ile kanıtlanır.

Kesin bir boyut için, ZOD normal stereoskopik ve zayıf konvergent ağlar için daha belirgin olması umut edilen verideki değişikliklerin koordinat doğruluğundaki etkilerinde olan FOD'dan bağımsızdır. Karşılıklı fiziksel ilişkilerin derecelerine

bakmaksızın, iç sınırlama yaklaşımı vasıtasıyla elde edilen  $\sigma_2$  değeri, belirlenmiş toleransı karşılamazsa ne FOD ne de SOD için tekrar çözüme gerek duyulmayacaktır.

Tablo 3.1. Kontrol ve Konfigürasyon Parametreleri

| Kontrol                    | Q    | $\bar{\sigma}_c$   | $\bar{\sigma}_x$ | $\bar{\sigma}_y$ | $\bar{\sigma}_z$ |
|----------------------------|------|--------------------|------------------|------------------|------------------|
| LEP                        | 0.46 | 0.037<br>(270 000) | 0.035            | 0.035            | 0.040            |
| TEP<br>(inner constraints) | 0.46 | 0.037<br>(270 000) | 0.036            | 0.036            | 0.039            |

Tablo 3.1 minimum kontrol konfigürasyondaki değişiklikler ile cisim nokta doğruluğundaki değişimler. Tercih edilen noktalar için listelenen ilk iki noktalar X,Y ve ZOD'de düzenlenmiştir, 3.sü ise ZOD'de. Parantez içindeki değerler oransal doğrulukla ilgilidir. Tüm birimler mm. dir. (q ise boyutsuzdur.)

### 3.3.5. Konfigürasyon(FOD)

Bu bölümdeki ilk işleyiş biçimi uygun ağ geometrisinin tasarımına giriş olarak verilmiştir. Şekil 3.6'da XYZ koordinatlarının hassasiyeti, izotropik dağılımı ve homojenlik sağlaması için gerekli olan alıcı konfigürasyonundaki değişiklikler göreceli olarak basit bir durum için gösterilmiştir. İşlem süresince, FOD'un 2 elemanı kullanılmıştır. Kamera istasyonlarının (q faktör değerini geliştirmek) dağılımı ve numarası açısından ağ geometrisinin yükseltilmesi ve daha büyük resim ölçeğinin kullanılması, FOD ile başlangıçta ağ konfigürasyonunda yer alırken, (örneğin geometri dizaynı), temelde özellikle kendi kendine kalibrasyonla ilgilidir. Burada sensör kalibrasyon parametreleri ve cisim uzay koordinatlarının her ikisinin birden belirlenmesinin doğruluğu, kamera istasyonları ve hedeflerin dağılım konfigürasyonlarının her ikisinden de etkilenir.

FOD'un amacı verilen W ağırlık matrisi için Ak matrisini bulmaktır. Bu belirlenmiş doğruluk parametrelerini belirleyen  $Q_2$  kofaktör matrisini elde eder. Pratik kriter ortalama standart  $\sigma_0$ 'ın takım toleransları içinde olmalı ve doğruluğun yeterli derecede homojen olmalıdır. (her bir nokta için standart hata değer aralıkları ile açıklandığı gibi) Konvergent çok istasyonlu fotogrametrik ağ ve daha düşük

derece için normaldeki stereo ağın bile korelasyonun sonucu olarak diagonal baskın (dominant) olması beklenir. Sonuçta  $\sigma$  gibi bir doğruluk birimi kullanımı pratikte oldukça kullanışlıdır.

FOD’a merkezi etkinin farklı noktalar için  $\sigma_{xyz}$  arasındaki ve  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  arasındaki cisim uzay üçgeninde gerekli rölatif/karşılıklı doğruluk verecek temel ağın kesin ve açık olarak belirlenmesi düşüncesidir. Görüldüğü gibi  $C_2$ ’nin basit ölçeklemesi daha fazla kamera istasyonunu ve resimleme ölçeğindeki değişikliklere ekler vasıtasıyla gerçekleştirilebilir. Bu temel ağ ışınlarının boyutsal kesişimleri için uygun geometriyi göstermelidir. Bu yapıda temelde tekil ve oldukça karmaşık olmalıdır.

Tablo 3.1 dönüklük açısı ve ölçme dairesi etrafında eşit olarak yerleştirilmiş birkaç fotoğraf ve her ikisindeki değişiklikler ile ilgili  $\sigma_{xy}$  ve  $\sigma_z$  koordinat standart hata verilerini de gösterir. Bu doğruluk tahminleri ( $\sigma=1.5\mu m$ ) resim koordinat standart hatasına dayanan) serbest ağ demet dengelemesinde elde edilir. Şekilden rölatif doğruluk belirleme faktörünün dönüklük açısı olduğu bilinmektedir. Sonuçta FOD’daki 4’ten fazla kamera istasyon ağı için (varyanslar) değişiklikler 3.6 eşitliğindeki konfigürasyon faktörüne uygun olarak basit şekilde, LEP için:

$$C_2 = \frac{\sigma^2}{k} (A_{2b}^T A_{2b})^{-1} \quad (3.22) \text{ yazılabilir.}$$

Burada  $A_{2b}$  temel ağ için tasarım matrisidir. Konfigürasyon matrisi tersinde bulunan  $A_{2b}^T A_{2b}$ , eşitlik 3.1 deki ölçek numarası  $s$  ve  $q$  faktörüdür.

Tüm koordinat eksenleri üzerindeki doğruluğun homojen dağılımının yakın resim fotogrametrisinde değişmeyecek biçimde aranılmasına rağmen, bu normal resimleme konfigürasyonu için kameraların küçük dönüklük açısı ile mümkün olmadığı bellidir. Stereoskopik bakışın sınırlanmasından dolayı gerçekten FOD daki birkaç üçgenleme geometrisini yükseltme araçlarından biri “base to distance” B/D oranındaki değişiklikler yoluyla. Temel yükselme  $\sigma_0$ ’nin düşüşü gibi doğrusal değildir. Bu tasarım işlemi fotografik sınırlamalar normal bir ağı düzenleyen 2 resim içinden verilmiş stereoskopik üst üste bindirme için, maksimum B/D oranının belirleyecek olan temel kamera bakış alanının belirlenmesi için de geçerlidir.

Kendi kendine kalibrasyon sistemi konvergent fotogrametrik ağ ve tekil sensörün rutin özelliğidir. Güçlü geometriler için kendi kendine kalibrasyonun sunucu olarak cisim nokta doğruluğundaki etkisinin minimum olması tahmin edilebilir. Resim uzayı ek parametreleri ( $AP_s$ ) ile cisim uzayı ek parametreleri arasındaki izdüşümsel (projektif) ilişki temelde minimum kalmalıdır. Bu temel FOD kurallarına uyduğu sürece genelde uygunluk sağlanmış olunur. Örneğin, ana nokta koordinatlarını elde etmek için farklı dönüklük açlarına sahip kameraların kullanılması, odak uzaklığı kalibrasyonunu desteklemek için iyi dağılmış 3 boyutlu hedef alanı ve ya güçlü yakınsama koşulu ve hedef ışınlarının yeterli yoğunluğu sağlaması temel aranan konfigürasyon özellikleridir.

Yakın resim fotogrametrisinde ağırlık problemine çözüm, resim koordinatları standart hatasının ( $\sigma$ ), ağırlık matris P, sabit kalarak  $P=\sigma^2I$  formunu aldığına göre optimizasyonunu içerir. Bunu 3.6 ve 3.22 eşitlikleriyle görmüştük. Yalnız ağa kamera istasyonlarının konumlarının eklenmesinin FOD işlemine de (temel konfigürasyonunun oluşturulması için gerekli numaraların yanında) SOD işlemindekine benzer bir etki yapar. Sonuç olarak SOD 3.22 eşitliğinde  $\sigma$  ve konfigürasyon arasındaki uygun dengeyi sağlaması olarak bakılabilir. Fakat  $\sigma$  herhangi bir sistem için pratikte sabit değer (komparatör doğruluğu veya resim merkezleştirme ve eşleştirme ya da resim koordinatı belirleme doğruluğu) olmak üzere, SOD burada C kovaryans matrisinin ölçeklemesini sağlamış olur.

$$v = Q_v P \nabla l \quad (3.23)$$

$$\nabla v_i = -r_i \nabla l_i \quad (3.24)$$

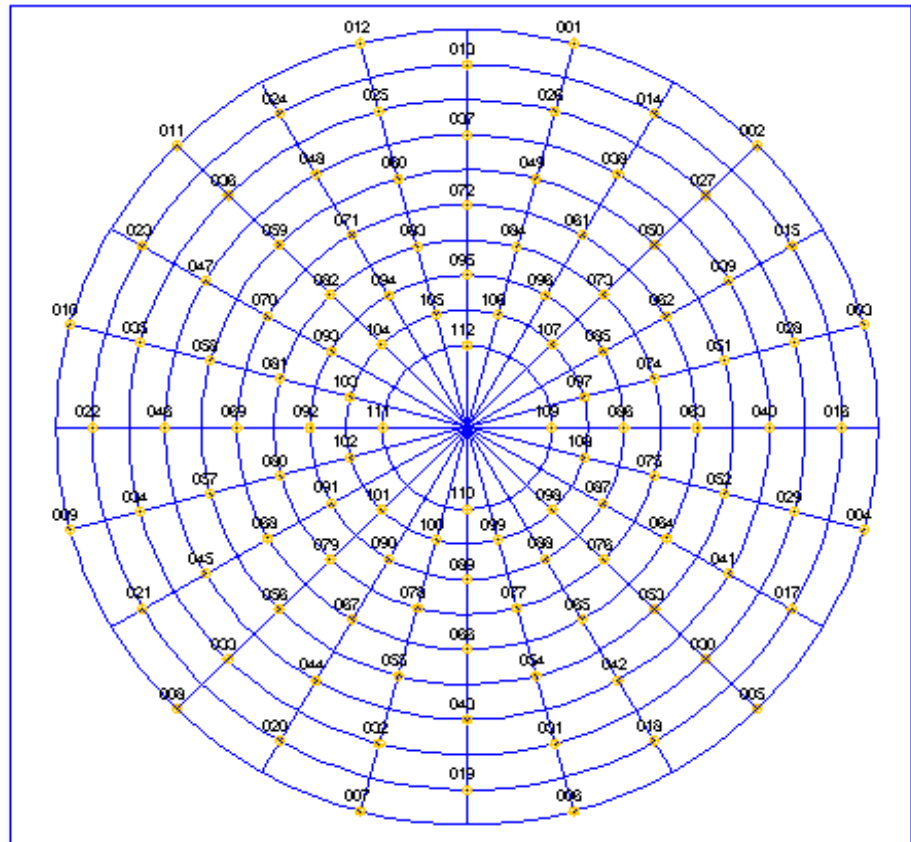
MV ağlarında aynı anda çoklu resim alımının yapılması, resim düzleminde kalan herhangi bir sistematik hatanın etkisinden kurtulmak için resim çekimleri arasındaki ufak kamera istasyonu değişiklikleri ile resim ölçümü sırasında hem otomatik hem de manuel ölçmelerin doğruluğunun arttırılması içindir. Sonuçta SOD işleminin pratikte ölçme ekonomisine bir etkisi yoktur. Bir kez  $\sigma$  kurulur ve FOD konfigürasyonu belirlenir. Gerekli K değeri gerekecek olan ek ölçme işleminin yalnız minimum miktarı bilgilerinden seçilebilir. Bu “hyper-coverage”nin kullanımının son temel örneği olan 6 istasyonlu MV ağda da açıklanabilir. Çoklu

çekim noktaları ile temel ağda elde edilenin üzerinde ortalama standart hata değerinden yaklaşık üç kat daha iyi değerler elde edilebilir.

## 4 .UYGULAMA

### 4. 1. Kalibrasyon Alanının Tesisi

Bu tez çalışması için kullanılan alt yapıyı tesis etmek üzere konveks bir yüzeye sahip olması nedeniyle çapı 1.5 metre olan uydu anteni çanağı tercih edilmiştir. Bu yüzey üzerine işaretlerin yerleştirileceği 10 adet daire geçirilmiştir. Bunlardan en küçük ve merkezde olanının çapı 10 cm. olup, tüm dairelerin çapı dışa doğru 6 şar cm. arttırılmıştır. Bu çemberleri dik kesecek şekilde aralarında  $15^\circ$  açı bulunan 12 tane merkezden geçen doğru tespit edilmiştir. Bu doğruların çemberleri kestiği noktalara en küçük çember haricindeki 9 çemberde ardışık gelen her iki noktada bir dıştaki çemberden başlanmak üzere ve bir içteki çembere geçince noktaların yerleri bir kaydırılarak 108 adet işaret yerleştirilmiştir. Çapı en küçük olan çemberde ise düşey ve yatay doğrultular üzerinde ikişer adet olmak üzere toplam 4 adet işaret daha yerleştirilmiştir. Böylece toplamda 112 adet işarete sahip olan ve Şekil 4.1’de gösterilen bir yersel fotogrametrik kalibrasyon ağı oluşturulmuştur.

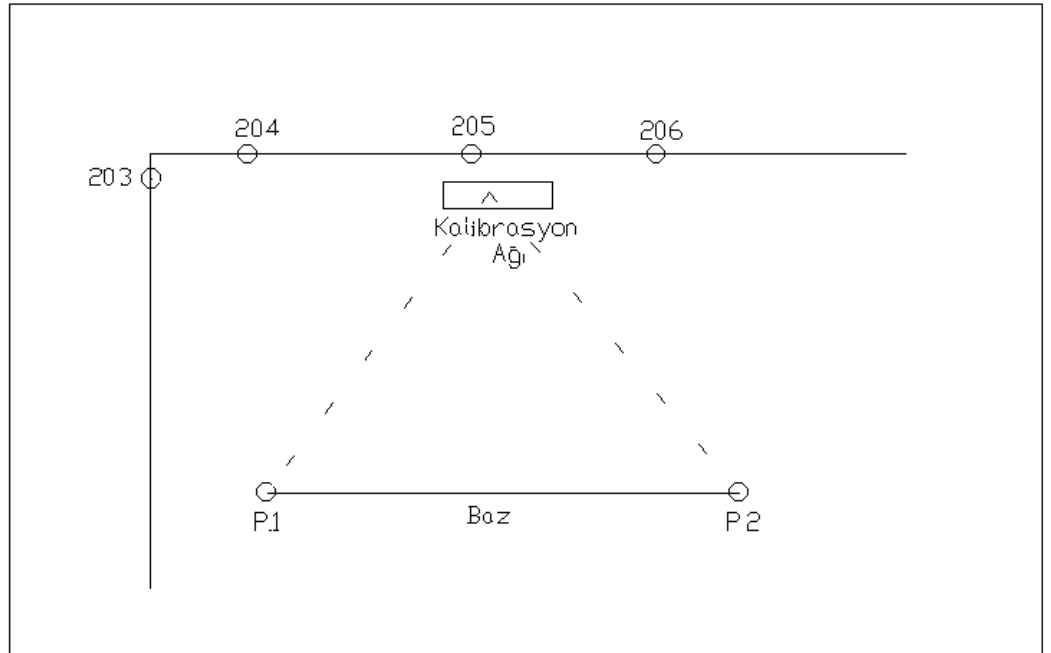


Şekil. 4.1. Kalibrasyon Alanı

Ayrıca 4 adet noktada (203,204,205,206) panonun yerinden bir şekilde kayabileceği ihtimaline karşı ve de dış merkezlilik hatasını elemine edebilmek için laboratuvar duvarlarına Z'leri tekrarlamalı şekilde ve yüksek hassasiyette ölçülerek kesin olarak belirlendikten sonra hassas bir şekilde işaretlenmiştir.

## 4.2. Kalibrasyon Alanının Ölçmesi

Kalibrasyon ağının ölçümünde 2 adet Wild T3 marka teodelit kullanılmıştır. Bu aletlerin tercih edilmesinin sebebi açı okumalarında saniyenin 1/10'una kadar hassasiyete sahip olmalarıdır. Ancak bu aletler uzun mesafe (km. üzeri) ölçümleri için tasarlandığından laboratuvar şartlarında (5-10 metre arası yakın mesafelerde) kullanılırken ölçüm zorlukları yaşanmıştır. Bu nedenle başlangıçta eş kenar üçgen olarak düşünülen ölçüm taslağı daha sonra baz uzunluğu arttırılarak yaklaşık ikizkenar üçgen olacak biçimde Şekil 4.2' de gösterildiği gibi konumlandırılmıştır.



Şekil. 4.2. Ölçüm Taslağı

Şekil 4.2'de gösterildiği gibi taslağı teşkil eden üçgenin tepe noktasına ağı bulunduğu pano, taban noktalarına da P1 ve P2 ölçüm noktaları tesis edilmiştir. Aletler P1 ve P2 noktalarına prezisyonlu şekilde merkezleştirilip gerekli düzeçleme

işlemleri yapıp, aletlerin bu şekilde istenilen hassasiyeti verebilecek doğrulukta kullanıma hazır olduğu görüldükten sonra her iki noktadan eş zamanlı olarak 5 tam seri yatay ve düşey açı okumalarına başlanmıştır. 2. seri okumaları tamamlandıktan sonra alet sehpalарının laboratuvar zeminin halı kaplı olması sebebiyle zaman içinde oturduğunu görüldü ve bu durumun çalışmadaki hassasiyeti olumsuz etkileyeceği ihtimaliye ölçümlere sürecin tamamlanması için yeterli görülen bir haftanın sonunda baştan başlanmasına karar verilmiş, geçen süre sonunda ölçümler tekrarlanarak 5 tam seri okumaları tamamlanmıştır. Tablo 4.1 P1, Tablo 4.2 P2 noktasından kalibrasyon alanı üzerindeki ilk üç nokta ve duvardaki 203 noktası için 1. ve 5. serilerdeki okuma örneklerini göstermektedir.

Tablo 4.1 P.1 den 2. Ve 4. Seri Yatay Açı Okumaları

| D.N | B.N | T      | M     | t+m       | t      | m     | t+m       |
|-----|-----|--------|-------|-----------|--------|-------|-----------|
| P.1 | P.2 | 40,00  | 23,0  | 40,00230  | 240    | 20    | 240,00200 |
|     | 001 | 384,50 | 62,0  | 384,50620 | 184,45 | 489,5 | 184,49895 |
|     | 002 | 386,85 | 358,0 | 386,8850  | 186,85 | 301,5 | 186,88015 |
|     | 003 | 381,10 | 386,0 | 388,1386  | 188,10 | 330,0 | 188,13300 |
|     | 203 | 316,95 | 209,5 | 316,97095 | 116,95 | 168,0 | 116,96680 |

| D.N | B.N | T      | M     | t+m      | t      | m     | t+m       |
|-----|-----|--------|-------|----------|--------|-------|-----------|
| P.1 | P.2 | 120    | 25,0  | 120,0025 | 320,00 | 16,0  | 320,00160 |
|     | 001 | 64,5   | 29,5  | 64,50295 | 264,45 | 496,0 | 264,49960 |
|     | 002 | 66,85  | 446,0 | 66,8946  | 266,85 | 315,0 | 266,88150 |
|     | 003 | 68,10  | 350,0 | 68,135   | 268,10 | 335,0 | 268,13350 |
|     | 203 | 396,95 | 168,0 | 396,9668 | 196,95 | 134,5 | 196,96345 |

Tablo 4.2 P.2 den 2. Ve 4. Seri Yatay Açı Okumaları

| D.N | B.N | T     | M     | t+m      | t      | m     | t+m       |
|-----|-----|-------|-------|----------|--------|-------|-----------|
| P.2 | P.1 | 40,00 | 89,0  | 40,00890 | 240,00 | 224,5 | 240,02245 |
|     | 001 | 94,95 | 371,0 | 94,98710 | 295,00 | 82,0  | 295,00820 |
|     | 002 | 97,45 | 398,0 | 97,48980 | 297,50 | 102,0 | 297,51020 |
|     | 003 | 99,05 | 57,0  | 99,05570 | 299,05 | 252,0 | 299,07520 |
|     | 203 | 70,35 | 414,0 | 70,39140 | 270,35 | 500   | 270,40000 |

| D.N | B.N | T      | M     | t+m       | t      | m     | t+m       |
|-----|-----|--------|-------|-----------|--------|-------|-----------|
| P.2 | P.1 | 120,00 | 2,0   | 120,00020 | 320,00 | 81,5  | 320,00815 |
|     | 001 | 174,95 | 260,5 | 174,97605 | 374,95 | 413,5 | 374,99135 |
|     | 002 | 177,45 | 258,0 | 177,47580 | 377,45 | 421,0 | 377,49210 |
|     | 003 | 179,00 | 412,5 | 179,04125 | 379,05 | 89,0  | 379,05890 |
|     | 203 | 150,35 | 257,0 | 150,37570 | 350,35 | 280,0 |           |

### 4.3. Kalibrasyon Alanın Hesap İşleri

#### 4.3.1. Seri Ortalamalarının Hesabı

Her 5 seri için dürbünün 1. ve 2. durumlarında yapılan okumalar 0'a indirgendikten sonra ortalamaları alınmış, daha sonra bu ortalamalardan seriler ortalaması elde edilmiştir. Tablo 4.3 P1 noktasından ve Tablo 4.4 P2 noktasından kalibrasyon alanı üzerindeki üç nokta ve duvardaki 203 noktası için 1. ve 5. serilerdeki 0'a indirgenmiş yatay açıları göstermektedir.

Tablo 4.3 P.1 den 2. Ve 4. Seri 0' a İndirgenmiş Yatay Açılar

| D.N | B.N | T      | M     | t+m      | t      | m     | t+m      |
|-----|-----|--------|-------|----------|--------|-------|----------|
| P.1 | P.2 | 40,00  | 0     | 40       | 240    | 0     | 240      |
|     | 001 | 384,50 | 39    | 384,5039 | 184,45 | 469,5 | 184,497  |
|     | 002 | 386,85 | 335   | 386,8827 | 186,85 | 281,5 | 186,8782 |
|     | 003 | 381,10 | 363   | 388,1363 | 188,10 | 310   | 188,131  |
|     | 203 | 316,95 | 186,5 | 316,9687 | 116,95 | 148   | 116,9648 |

| D.N | B.N | T      | M   | t+m      | t      | m     | t+m      |
|-----|-----|--------|-----|----------|--------|-------|----------|
| P.1 | P.2 | 120    | 0   | 120      | 320,00 | 0     | 320      |
|     | 001 | 64,5   | 4,5 | 64,50045 | 264,45 | 480   | 264,498  |
|     | 002 | 66,85  | 421 | 66,8921  | 266,85 | 299   | 266,8799 |
|     | 003 | 68,10  | 325 | 68,1325  | 268,10 | 319   | 268,1319 |
|     | 203 | 396,95 | 143 | 396,9643 | 196,95 | 118,5 | 196,9619 |

Tablo 4.4. P.2 den 2. Ve 4. Seri 0' a İndirgenmiş Yatay Açılar

| D.N | B.N | T     | M   | t+m      | t      | m     | t+m     |
|-----|-----|-------|-----|----------|--------|-------|---------|
| P.2 | P.1 | 40,00 | 0   | 40,00890 | 240,00 | 224,5 | 40      |
|     | 001 | 94,95 | 282 | 94,98710 | 295,00 | 82,0  | 94,9782 |
|     | 002 | 97,45 | 309 | 97,48980 | 297,50 | 102,0 | 97,4809 |
|     | 003 | 99,00 | 468 | 99,05570 | 299,05 | 252,0 | 99,0468 |
|     | 203 | 70,35 | 325 | 70,39140 | 270,35 | 500   | 70,3825 |

| D.N | B.N | T      | M     | t+m       | t      | m     | t+m      |
|-----|-----|--------|-------|-----------|--------|-------|----------|
| P.2 | P.1 | 120,00 | 0     | 120,00000 | 320,00 | 0     | 320      |
|     | 001 | 174,95 | 258,5 | 174,97585 | 374,95 | 332   | 374,9832 |
|     | 002 | 177,45 | 256,0 | 177,47560 | 377,45 | 339,5 | 377,484  |
|     | 003 | 179,00 | 410,5 | 179,04105 | 379,05 | 7,5   | 379,0508 |
|     | 203 | 150,35 | 255,0 | 150,37550 | 350,35 | 198,5 | 350,3617 |

#### 4.3.2. Kestirme Hesabı

Bulunan doğrultu ortalamaları ve bilinen baz uzunluğu kullanılarak ölçü taslağını teşkil eden üçgenin her nokta için bağımsız olarak çoğaltılmış kopyaları üzerinde sinüs teoreminden faydalanarak yatay mesafeler hesaplanmış ve cosinüs teoremiyle sağlamaları yapılmıştır.

Bu şekilde bulunan kenarlar ile noktaların doğrultulardan hesaplanan açıklık açıları vasıtasıyla P1 ve P2 noktalarından ilerden kestirme yöntemiyle noktaların yaklaşık koordinatları hesaplanmıştır. P1 ve P2'den gelen koordinatların mikronun 1/100'ü doğrulukta tuttuğu görülmüş ve koordinatların ortalamaları alınmıştır. Tablo 4.5 1. ve 5. serilerdeki kalibrasyon alanı üzerindeki üç nokta ve duvardaki 203 noktası için kestirme koordinatlarını göstermektedir.

Tablo.4.5. P.1 ve P.2' den hesaplanan 1, 2, 3, 203 noktalarının kestirme koordinatları

| N.N | Y_P1          | X_P1          | Y_P2          | X_P2          | Y_Ort.        | X_Ort.        |
|-----|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| 001 | 3004,11805821 | 5003,46151406 | 3004,11805822 | 5003,46151406 | 3004,11805822 | 5003,46151406 |
| 002 | 3004,11765136 | 5003,73274660 | 3004,11765136 | 5003,73274660 | 3004,11765136 | 5003,73274660 |
| 003 | 3004,12431895 | 5003,88899353 | 3004,12431896 | 5003,88899353 | 3004,12431896 | 5003,88899353 |
| 203 | 3004,48708975 | 4998,30171795 | 3004,48708974 | 4998,30171796 | 3004,48708974 | 4998,30171795 |

### 4.3.3. İki Boyutlu Dengeleme

#### 4.3.3.1. Katsayılar Matrisi (A)'nın ve Hatalar Matrisi (L)'nin Oluşturulması

En küçük kareler yöntemiyle dolaylı ölçüler dengelemesi yapmak üzere ölçülerin;

- Normal denklemleri,

$$\partial F / \partial x = nx - [L]$$

- Düzeltme denklemleri

$$V_i = nx_i - L_i$$

- Hata denklemleri

$$L_i = \text{ölçülen-olması gereken}$$

oluşturulmuştur. Bu denklemlerdeki bilinmeyenlerin katsayıları (a ve b) 3. temel ödeve göre  $a = -(\cos t_i / S_i)\rho$ ,  $b = (S \sin t_i / S_i)\rho$  formülleriyle hesaplanmış ve Taylor serisinin ilk terimine göre lineer hale getirilmiştir. Bu değerler hata denklemleri tablosundaki yerlerine konmuştur.

Hatalar matrisi ise ortalama koordinatlarla P1 ve P2 den ayrı ayrı gelen koordinatların farklarından oluşturulmuştur.

Hesaplamalarda P ağırlık matrisi alet pozisyonları, nitelikleri ve ortam şartları sabit kabul edilebilecek değerlerde tutulduğu için ihmal edilmiştir.

#### 4.3.3.2. Karesel Ortalama Hataların Hesabı

- Bir ölçünün ortalama hatası

$$m = \pm \sqrt{[VV]/(n-u)}$$

- A- priori hatası

$$m_p = \frac{m_r \cdot \sqrt{(a^2 + b^2)}}{\rho \cdot \sin(\alpha + \beta) \cdot \sqrt{n}}$$

- Kesin değerin ortalama hatası

$$m_i = \pm m \sqrt{n}$$

- Dengelenmiş bir ölçülerin ortalama hatası

$$m_f = \pm m \sqrt{Q_{ff}}$$

- Hata elipsi

$$W = \sqrt{(Q_{xx} - Q_{yy})^2 + 4Q_{xy}^2}$$

$$A = m \sqrt{(Q_{xx} + Q_{yy} + W) / 2}$$

$$B = m \sqrt{(Q_{xx} + Q_{yy} - W) / 2}$$

$$\theta = \arctan(2Q_{xy} / (Q_{xx} - Q_{yy})) / 2$$

#### 4.3.4. Yükseklik Dengelemesi

Ölçülen serilerin ortalamaları alındıktan sonra bu değerlerle kotları bilenen pano haricinde kalan (laboratuar duvarına tesis edilmiş) 203, 204, 205, 206 no'lu noktalar ile alet kurulan P1 ve P2 noktaları kendi aralarında dengelemeye tabi tutulup buradan elde edilen sonuçlarla hesaplanan düzeltilmiş alet yükseklikleri kullanılarak ponadaki noktalara kestirme yapılmıştır. Bu işlemde amaç dış merkezlilik hatasını elemine ederken panodaki noktalara alete bağımlı olarak gelecek olan karesel ortalama hatalarla sınırlı ölçülerde kot taşımaktır.

##### 4.3.4.1 Katsayılar Matrisi (A)'nın ve Hatalar Matrisi (L)'nin Oluşturulması

Ham veriler olarak ölçülen doğrultular ile bu doğrultular yardımıyla hesaplanmış olan s mesafeleri kullanılarak  $\alpha = \arctan(\Delta h/s)$  bağıntısında  $\alpha$ 'nın bilinmeyenleri olarak bulunan  $\Delta h$  ve  $s$ 'e göre fonksiyonun türevleri alınarak lineer hale getirilmiş ve türevde değerler yerine konarak bulunan katsayılar A matrisinin elemanlarını oluşturmuştur.

L hatalar matrisi ise kesin kotları bilinen noktaların alet kurulan noktalardan hesap yoluyla bulunan kotları farklarının (hata=ölçü-olması gereken) bağıntısından hesaplanarak oluşturulmuş  $\alpha$  açılarından yazılmıştır.

Dengeleme işleri sonucunda  $VV = (0,0106dak)^2$  aç, m ise 0,0364 dak. aç ile hesaplanmıştır.

#### 4.3.5.Kalibrasyon Alanı Noktaları İçin Yüksekliklerin Hesaplanması

Dengeleme işlemi sonucunda hesaplanan düzeltilmiş alet yükseklikleri ve nokta kotları kullanılarak ölçülerin seriler ortalaması ve daha önceden hesap yoluyla bulunan s mesafelerinin de yardımıyla kotları kesin olarak bilinen ve alet kurulup ölçüm yapılmış olan P1 ve P2 noktalarından pano üzerindeki ağa ait noktalara kestirme yöntemiyle kot taşınmış ve bu kotların hataları önceden alete bağımlı olarak hesaplanan karesel ortalama hatalarla aynı kabul edilmiştir.

##### 4.3.5.1. Yükseklikler İçin Karesel Ortalama Hataların Hesabı

- Bir ölçünün ortalama hatası

$$m = \pm \sqrt{[VV]/(n - u)}$$

- A- priori hatası

$m_p$  =çelik şeritten hesaplanan düzeltme

- Kesin değerin ortalama hatası

$$m_i = \pm m \sqrt{n}$$

- Dengelenmiş ölçülerin ortalama hatası

$$m_f = \pm m \sqrt{Q_{ff}}$$

- Hata elipsi

$$W = \sqrt{(Q_{xx} - Q_{yy})^2 + 4Q_{xy}^2}$$

$$A = m\sqrt{(Q_{xx} + Q_{yy} + W)/2}$$

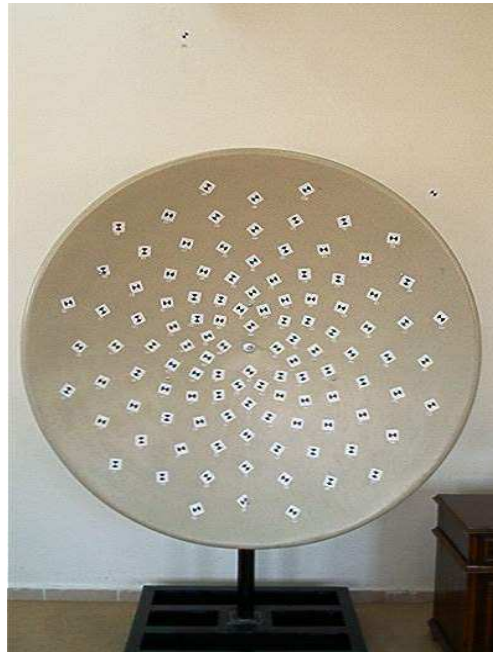
$$B = m\sqrt{(Q_{xx} + Q_{yy} - W)/2}$$

$$\theta = \arctan(2Q_{xy} / (Q_{xx} - Q_{yy})) / 2$$

**Not:** Bu hata elipsi dengelemesi yapılan noktalar için hesaplanıp pano üzerindeki ağ noktalarında da aynı değer olduğu kabulü yapılmıştır.

## 5. SONUÇ

Yersel fotogrametrik bir kalibrasyon alanının amacına yönelik olarak metrik olmayan amatör dijital kameraların kalibrasyonu ve distorsiyon analizlerini yapılmasını sağlayacak, gereken niteliklere sahip yersel fotogrametrik bir kalibrasyon alanı tesis edilmiştir. Bu kalibrasyon alanı, metrik olmayan kameralar gibi metrik kameraların da kalibrasyon ve distorsiyon analizine uygun olarak tesis edilmiştir. Ayrıca tesis edilen bu kalibrasyon alanında analog olarak çalışan amatör ya da metrik kameraların kalibrasyonunu yapmakta mümkün olacaktır.



Şekil 5.1. Tesis Edilen Kalibrasyon Ağı

Bu çalışma, Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Anabilim Dalı Fotogrametri Laboratuvarı'nda gerçekleştirilmiştir. Çalışma sonucunda oluşturulan 112 noktalı kalibrasyon alanı üzerinde nokta konum doğruluğu yaklaşık 30-35 mikron olarak tespit edilmiştir. Kalibrasyon alanının tesisi için seçilen yüzey modeli bir çanak antendir. Düzgün bir sayısal yüzey modeline sahip olması ile beraber bir laboratuvar ortamında kurulabilmesi ve ölçülebilmesi bütün olarak yer değiştirilebilir olması ve geometrik olarak lens yüzey modeline benzerlik göstermesi sebepleri ile seçilmiştir. Bu şekilde objektifin geometrisinden kaynaklanan hataların analizi ve oluşan yüzey modelindeki resim çekme doğrultusu

üzerindeki derinlik farklarının dengeli dağılımı sağlanmıştır. Belirtilen bu nokta konum doğruluğuna ulaşmak amacı ile yapılan jeodezik çalışma için Wild T3 teodoliti seçilmiştir. Wild T3 0,15 mgon okuma hassasiyeti ile ek 9 da hesaplanan karesel ortalama hataya ulaşmak için ek 8 de hesaplandığı üzere beş seri ölçme yapılması yeterli bulunmuştur. Yatay ve düşey doğrultularda yapılan beş tamseri ölçmeler sonucunda bulunan seriler ortalaması ek.1 de verilmiştir.

Kalibrasyon alanına ait X,Y,Z koordinatları ve nokta konum doğrulukları hesaplanırken aletlerde var olabileceği düşünülen dış merkezlik hatalarını gidermek amacıyla oda içerisinde farklı doğrultularda da kontrol noktaları kullanılmıştır. Bu noktalar kalibrasyon alanı üzerindeki noktalar gibi beş tam seri ölçülmüş ve dengelemeye alınmıştır. Alet yüksekliklerinden kaynaklanacak Z doğrultusundaki hataları elimine etmek amacı ile laboratuvar duvarlarına tesis edilmiş olan 203, 204, 205, 206 kontrol noktaları için ek yükseklik ölçmeleri yapılmış ve çelik şeritle yapılan bu yükseklik ölçmeleri kendi aralarında dengelenerek sonuç ölçülere ve alet yüksekliklerine düzeltme olarak getirilmiştir. Bu şekilde X ve Y yönlerindeki nokta konum doğruluğuna göre daha düşük bir nokta konum doğruluğuna sahip Z yönündeki konum doğruluğu biraz daha yükseltilmiştir.

Yapılan çalışma sonunda elde edilen kalibrasyon alanına ait noktaların üç boyutlu koordinatları ve ulaşılan nokta konum doğrulukları ek 9 da verilmiştir.

Yersel fotogrametrik kamera kalibrasyonu amacı ile tesis edilen bu kalibrasyon alanında ulaşılan konum doğruluğu, yapılacak fotogrametrik kamera kalibrasyonunda resim ve cisim ölçek ilişkisi ile bağımlı olarak yeterlidir. Esasen, uygulanan kalibrasyon tekniğine bağlı olarak resim ve cisim arasındaki ölçek teğetsel ve radyal distorsiyon fonksiyonlarının katsayılarının tesbiti açısından sınırlayıcı bir faktördür. Dolayısı ile iç yöneltme parametreleri içinde ölçek ile ilişkili tek parametre kamera odak uzaklığıdır. Yersel fotogrametride kamera kalibrasyonu amacı ile kurulan kalibrasyon alanlarında nokta konum doğruluğu uygulanan kalibrasyon tekniğine bağımlı ve Fotogrametri mühendisi olan kalibratörün belirlediği bir etkidir.

Sonuç olarak, Şekil 5.1 de gösterilen GYTE Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü Fotogrametri Laboratuvarında tesis edilen bu kalibrasyon alanı benzerlerinin bulunduğu başka üniversitelerdeki (I.T.U. İnşaat Fakültesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü Fotogrametri Lab.) kalibrasyon alanları ile kıyaslandığında aynı doğrulukta, nitelik ve kullanım açısından daha kolay bir yapıya sahiptir.

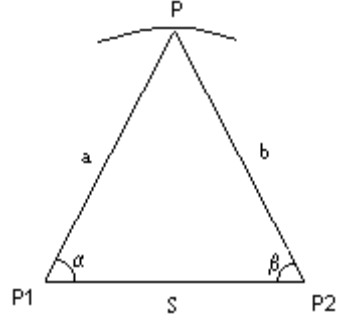
## KAYNAKLAR

1. Ergün, B., (2003), “Yakın Resim Fotogrametrisinde Mikrofotogrametrik Uzman Sistem Tasarımı, Tesisi ve Kalibrasyonu” Doktora Tezi, İTÜ İnşaat Fakültesi
2. Ergün, B., (1999), “Üç Boyutlu Otomobil Yüzeyinin Dijital Fotogrametrik Yöntemle Modellenmesi” Yüksek Lisans Tezi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü
3. Atkinson, K. B., (1996), Close Range Photogrammetry and Machine Vision, Scotland: Whittles Publishing
4. Demiray, A. O., (2001), “Fotogrametrik Veri Elde Etme Sistemlerinin Kalibrasyon Yöntemleri” Yüksek Lisans Tezi, İTÜ İnşaat Fakültesi

## **ÖZGEÇMİŞ**

17.01.1977 yılında Edirne'nin Uzunköprü ilçesinde doğdu. İlk ve orta öğretimini İstanbul Tuzla'da tamamladı. 1996 yılında İTÜ İnşaat Fakültesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği bölümünü kazandı. 2001 yılında bu bölümden mezun oldu. Aralık 2001'den bu yana GYTE Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği bölümünde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

**EK 8 : Wild T3 İle Ölçülecek Noktaların Karesel Ortalama Hatası**



$$m_r = 0,15 \text{ mgon}$$

$$S = 6,981 \text{ m}$$

$$a = 5,416 \text{ m}$$

$$b = 5,658 \text{ m}$$

$$\alpha = 58,31208 \text{ grad}$$

$$\beta = 54,88081 \text{ grad}$$

$$m_p = \frac{m_r * \text{Sqr}(a^2 + b^2)}{\text{Sqr}(n) * \rho * \text{Sin}(\alpha + \beta)}$$

$$n=3 \text{ için;}$$

$$m_p = 10,8877 \text{ mikron}$$

$$n=4 \text{ için;}$$

$$m_p = 9,4294 \text{ mikron}$$

$$n=5 \text{ için;}$$

$$m_p = 8,4336 \text{ mikron}$$

**EK 1: P1 ve P2 den Ölçülen 5 Tam Serinin Seriler Ortalamaları**

|      |      | P1 için      |      |      | P2 için     |
|------|------|--------------|------|------|-------------|
| D.No | B.No | seriler ort  | D.No | B.No | seriler ort |
| P.1  | P.2  | 320,00000000 | P.2  | P.1  | 0,00000000  |
|      | 1    | 344,49932000 |      | 1    | 54,97916000 |
|      | 2    | 346,88115000 |      | 2    | 57,47942000 |
|      | 3    | 348,13099000 |      | 3    | 59,04563000 |
|      | 4    | 347,87191000 |      | 4    | 59,03106000 |
|      | 5    | 346,29212000 |      | 5    | 57,57155000 |
|      | 6    | 343,83773000 |      | 6    | 55,32250000 |
|      | 7    | 340,79805000 |      | 7    | 52,69704000 |
|      | 8    | 338,13696000 |      | 8    | 50,54693000 |
|      | 9    | 336,67806000 |      | 9    | 49,27542000 |
|      | 10   | 336,89939000 |      | 10   | 49,18857000 |
|      | 11   | 338,77647000 |      | 11   | 50,25811000 |
|      | 12   | 341,60910000 |      | 12   | 52,39078000 |
|      | 13   | 342,83864000 |      | 13   | 53,81787000 |
|      | 14   | 345,36902000 |      | 14   | 56,28019000 |
|      | 15   | 347,06988000 |      | 15   | 58,20668000 |
|      | 16   | 347,55870000 |      | 16   | 58,95351000 |
|      | 17   | 346,63607000 |      | 17   | 58,21061000 |
|      | 18   | 344,78671000 |      | 18   | 56,54072000 |
|      | 19   | 342,16053000 |      | 19   | 54,14044000 |
|      | 20   | 339,48128000 |      | 20   | 51,92812000 |
|      | 21   | 337,54803000 |      | 21   | 50,31269000 |
|      | 22   | 336,92993000 |      | 22   | 49,65595000 |
|      | 23   | 337,95793000 |      | 23   | 50,12337000 |
|      | 24   | 340,19052000 |      | 24   | 51,63723000 |
|      | 25   | 341,45884000 |      | 25   | 53,00443000 |
|      | 26   | 343,82000000 |      | 26   | 55,14265000 |
|      | 27   | 345,78225000 |      | 27   | 57,15991000 |
|      | 28   | 346,88669000 |      | 28   | 58,45037000 |
|      | 29   | 346,64228000 |      | 29   | 58,44791000 |
|      | 30   | 345,30437000 |      | 30   | 57,24798000 |
|      | 31   | 343,26555000 |      | 31   | 55,42858000 |
|      | 32   | 340,80887000 |      | 32   | 53,27854000 |
|      | 33   | 338,65019000 |      | 33   | 51,49109000 |
|      | 34   | 337,45719000 |      | 34   | 50,39540000 |
|      | 35   | 337,63776000 |      | 35   | 50,31012000 |
|      | 36   | 339,14348000 |      | 36   | 51,25794000 |
|      | 37   | 342,46453000 |      | 37   | 54,21549000 |
|      | 38   | 344,45849000 |      | 38   | 56,16291000 |
|      | 39   | 345,88382000 |      | 39   | 57,66995000 |
|      | 40   | 346,25693000 |      | 40   | 58,25077000 |
|      | 41   | 345,50627000 |      | 41   | 57,67187000 |
|      | 42   | 344,01093000 |      | 42   | 56,35428000 |
|      | 43   | 341,91616000 |      | 43   | 54,46050000 |
|      | 44   | 339,81955000 |      | 44   | 52,68502000 |
|      | 45   | 338,29679000 |      | 45   | 51,38041000 |
|      | 46   | 337,80590000 |      | 46   | 50,84337000 |
|      | 47   | 338,61514000 |      | 47   | 51,24809000 |

|    |              |    |             |
|----|--------------|----|-------------|
| 48 | 340,32399000 | 48 | 52,45297000 |
| 49 | 343,20970000 | 49 | 55,22839000 |
| 50 | 344,74136000 | 50 | 56,78831000 |
| 51 | 345,57520000 | 51 | 57,74952000 |
| 52 | 345,40344000 | 52 | 57,75785000 |
| 53 | 344,35561000 | 53 | 56,86612000 |
| 54 | 342,78174000 | 54 | 55,46086000 |
| 55 | 340,90765000 | 55 | 53,79160000 |
| 56 | 339,23505000 | 56 | 52,39049000 |
| 57 | 338,32720000 | 57 | 51,54571000 |
| 58 | 338,45355000 | 58 | 51,46968000 |
| 59 | 339,59634000 | 59 | 52,22376000 |
| 60 | 341,34285000 | 60 | 53,56453000 |
| 61 | 343,63536000 | 61 | 55,95308000 |
| 62 | 344,72319000 | 62 | 57,07086000 |
| 63 | 344,99143000 | 63 | 57,47713000 |
| 64 | 344,40029000 | 64 | 57,07094000 |
| 65 | 343,28518000 | 65 | 56,11712000 |
| 66 | 341,74086000 | 66 | 54,69586000 |
| 67 | 340,20467000 | 67 | 53,37652000 |
| 68 | 339,08800000 | 68 | 52,40846000 |
| 69 | 338,74082000 | 69 | 52,00277000 |
| 70 | 339,30771000 | 70 | 52,30466000 |
| 71 | 340,54516000 | 71 | 53,20543000 |
| 72 | 342,11324000 | 72 | 54,55387000 |
| 73 | 343,73484000 | 73 | 56,31915000 |
| 74 | 344,35323000 | 74 | 57,00439000 |
| 75 | 344,18368000 | 75 | 56,96856000 |
| 76 | 343,46284000 | 76 | 56,38998000 |
| 77 | 342,31581000 | 77 | 55,38607000 |
| 78 | 341,04462000 | 78 | 54,22566000 |
| 79 | 339,87514000 | 79 | 53,22881000 |
| 80 | 339,27165000 | 80 | 52,65042000 |
| 81 | 339,36231000 | 81 | 52,60177000 |
| 82 | 340,09980000 | 82 | 53,10112000 |
| 83 | 341,34061000 | 83 | 54,07841000 |
| 84 | 342,61201000 | 84 | 55,21996000 |
| 85 | 343,54354000 | 85 | 56,35845000 |
| 86 | 343,74641000 | 86 | 56,64011000 |
| 87 | 343,33173000 | 87 | 56,35013000 |
| 88 | 342,60561000 | 88 | 55,74641000 |
| 89 | 341,61692000 | 89 | 54,85842000 |
| 90 | 340,67309000 | 90 | 54,02240000 |
| 91 | 339,94728000 | 91 | 53,37911000 |
| 92 | 339,70467000 | 92 | 53,09200000 |
| 93 | 340,07147000 | 93 | 53,30390000 |
| 94 | 340,85311000 | 94 | 53,90228000 |
| 95 | 341,88052000 | 95 | 54,74520000 |
| 96 | 342,86829000 | 96 | 55,66298000 |
| 97 | 343,02675000 | 97 | 56,05932000 |
| 98 | 343,02594000 | 98 | 56,11336000 |
| 99 | 342,59103000 | 99 | 55,88432000 |

|     |              |     |             |
|-----|--------------|-----|-------------|
| 100 | 341,97025000 | 100 | 55,24362000 |
| 101 | 341,24999000 | 101 | 54,60902000 |
| 102 | 340,61837000 | 102 | 54,04732000 |
| 103 | 340,27272000 | 103 | 53,71518000 |
| 104 | 340,32396000 | 104 | 53,68576000 |
| 105 | 340,72660000 | 105 | 53,97779000 |
| 106 | 341,42160000 | 106 | 54,49249000 |
| 107 | 342,15124000 | 107 | 55,14041000 |
| 108 | 342,76398000 | 108 | 55,75946000 |
| 109 | 342,47015000 | 109 | 55,66218000 |
| 110 | 341,60343000 | 110 | 54,93131000 |
| 111 | 340,78185000 | 111 | 54,18793000 |
| 112 | 341,68792000 | 112 | 54,88081000 |
|     |              |     |             |
| 203 | 276,96584000 | 203 | 30,37605000 |
| 204 | 296,33164000 | 204 | 36,99121000 |
| 205 | 335,85303000 | 205 | 56,23531000 |
| 206 | 355,49972000 | 206 | 84,24279000 |
| P2  | 260,00231000 | P2  | 0,00124500  |

**EK 2 : Trigonometrik Olarak Hesaplanan Kenarlar ve Kestirilmiş Nokta Koordinatları**

| N.No | kenar_P1   | kenar_P2   | Y_Ort.        | X_Ort.        |
|------|------------|------------|---------------|---------------|
| P.1  | 0,00000000 | 6,98100000 | 3000,00000000 | 5000,00000000 |
| P.2  | 6,98100000 | 0,00000000 | 3000,00000000 | 5006,98100000 |
| 1    | 5,37963596 | 5,41711960 | 3004,11805821 | 5003,46151406 |
| 2    | 5,55773784 | 5,24463563 | 3004,11765136 | 5003,73274660 |
| 3    | 5,66871040 | 5,15465914 | 3004,12431895 | 5003,88899353 |
| 4    | 5,67155124 | 5,17787845 | 3004,14218621 | 5003,87411755 |
| 5    | 5,57441770 | 5,29822927 | 3004,16447294 | 5003,70557659 |
| 6    | 5,41923854 | 5,47919639 | 3004,18438634 | 5003,44369820 |
| 7    | 5,23207312 | 5,69505595 | 3004,19395289 | 5003,12815413 |
| 8    | 5,07465082 | 5,87669783 | 3004,19099891 | 5002,86139985 |
| 9    | 4,97693106 | 5,97059045 | 3004,17352064 | 5002,71137756 |
| 10   | 4,96521967 | 5,95136234 | 3004,15427032 | 5002,71945665 |
| 11   | 5,03799981 | 5,81996001 | 3004,13198439 | 5002,88238566 |
| 12   | 5,19245566 | 5,62268344 | 3004,12230883 | 5003,15724021 |
| 13   | 5,30194869 | 5,54143596 | 3004,14619126 | 5003,30450569 |
| 14   | 5,47875904 | 5,36056617 | 3004,14538602 | 5003,58225841 |
| 15   | 5,61564206 | 5,23815128 | 3004,14935257 | 5003,78395416 |
| 16   | 5,67012148 | 5,20509015 | 3004,16014748 | 5003,85271989 |
| 17   | 5,62287575 | 5,27711776 | 3004,18041857 | 5003,76042980 |
| 18   | 5,51020520 | 5,41559746 | 3004,20195874 | 5003,56453420 |
| 19   | 5,34098535 | 5,60420027 | 3004,21193846 | 5003,28415878 |
| 20   | 5,18226405 | 5,79133114 | 3004,21721963 | 5003,01179669 |
| 21   | 5,06191037 | 5,92016809 | 3004,20670196 | 5002,81542095 |
| 22   | 5,00931633 | 5,95762360 | 3004,18984803 | 5002,74561898 |
| 23   | 5,03756812 | 5,88353930 | 3004,16834490 | 5002,82877947 |
| 24   | 5,14455302 | 5,72778178 | 3004,15296260 | 5003,03633453 |
| 25   | 5,24978959 | 5,64482052 | 3004,17534907 | 5003,18225563 |
| 26   | 5,40378249 | 5,47792555 | 3004,17340835 | 5003,43271436 |

|    |            |            |               |               |
|----|------------|------------|---------------|---------------|
| 27 | 5,54749152 | 5,33729801 | 3004,17375890 | 5003,65436708 |
| 28 | 5,63897281 | 5,25822471 | 3004,17750768 | 5003,78766998 |
| 29 | 5,64278573 | 5,28021366 | 3004,19485325 | 5003,77415382 |
| 30 | 5,56275601 | 5,38108016 | 3004,21263221 | 5003,63290301 |
| 31 | 5,43773973 | 5,53056360 | 3004,22955859 | 5003,41757919 |
| 32 | 5,28492922 | 5,70423332 | 3004,23578457 | 5003,16047558 |
| 33 | 5,15507779 | 5,85211637 | 3004,23384941 | 5002,94097709 |
| 34 | 5,07124645 | 5,92912228 | 3004,21848093 | 5002,81459752 |
| 35 | 5,06022219 | 5,91284111 | 3004,20132766 | 5002,82040679 |
| 36 | 5,12540242 | 5,80727029 | 3004,18669376 | 5002,95657663 |
| 37 | 5,34288349 | 5,57948522 | 3004,19769943 | 5003,30540823 |
| 38 | 5,48272476 | 5,43842185 | 3004,19923330 | 5003,52515396 |
| 39 | 5,58933009 | 5,33612963 | 3004,19935688 | 5003,68863290 |
| 40 | 5,63254920 | 5,31184210 | 3004,20997030 | 5003,74189264 |
| 41 | 5,59580834 | 5,36992325 | 3004,22605121 | 5003,66790978 |
| 42 | 5,50681811 | 5,48088793 | 3004,24247361 | 5003,51090634 |
| 43 | 5,37376909 | 5,63065994 | 3004,25044432 | 5003,28802636 |
| 44 | 5,24683306 | 5,77692110 | 3004,25350173 | 5003,07196683 |
| 45 | 5,15057071 | 5,87921819 | 3004,24639402 | 5002,91487847 |
| 46 | 5,10801236 | 5,90927053 | 3004,23347193 | 5002,85823471 |
| 47 | 5,13286243 | 5,85047682 | 3004,21721553 | 5002,92598186 |
| 48 | 5,21720514 | 5,73048115 | 3004,20514629 | 5003,08803726 |
| 49 | 5,42094372 | 5,53207085 | 3004,21948209 | 5003,40332216 |
| 50 | 5,53240040 | 5,42358688 | 3004,22143262 | 5003,57588602 |
| 51 | 5,60130411 | 5,36501605 | 3004,22622390 | 5003,67609021 |
| 52 | 5,60496917 | 5,38055535 | 3004,23889839 | 5003,66707238 |
| 53 | 5,54573209 | 5,45908362 | 3004,25324753 | 5003,55879613 |
| 54 | 5,44878403 | 5,57328689 | 3004,26405166 | 5003,39221327 |
| 55 | 5,33016875 | 5,70510969 | 3004,26709230 | 5003,19415438 |
| 56 | 5,22940359 | 5,82047590 | 3004,26730400 | 5003,02271045 |
| 57 | 5,16565207 | 5,87990055 | 3004,25743124 | 5002,92544706 |
| 58 | 5,15634425 | 5,86796940 | 3004,24395560 | 5002,92860494 |
| 59 | 5,20780505 | 5,78712097 | 3004,23252737 | 5003,03429489 |
| 60 | 5,30223170 | 5,66399859 | 3004,22290687 | 5003,20635597 |
| 61 | 5,47788989 | 5,50711607 | 3004,24071734 | 5003,46750547 |
| 62 | 5,55724219 | 5,42987151 | 3004,24141321 | 5003,59073179 |
| 63 | 5,58786942 | 5,41277187 | 3004,24953751 | 5003,62845913 |
| 64 | 5,56286215 | 5,45862664 | 3004,26387844 | 5003,57278267 |
| 65 | 5,49844806 | 5,54075115 | 3004,27571259 | 5003,45705263 |
| 66 | 5,39805738 | 5,65002589 | 3004,27873400 | 5003,29111817 |
| 67 | 5,30419026 | 5,75731937 | 3004,28113448 | 5003,13150473 |
| 68 | 5,23363332 | 5,83317236 | 3004,27773154 | 5003,01528284 |
| 69 | 5,20159613 | 5,85436854 | 3004,26782562 | 5002,97359492 |
| 70 | 5,22015038 | 5,81275016 | 3004,25630625 | 5003,02222222 |
| 71 | 5,28261342 | 5,72524174 | 3004,24697833 | 5003,14152504 |
| 72 | 5,37886931 | 5,61533054 | 3004,24426978 | 5003,30430161 |
| 73 | 5,50846454 | 5,50463783 | 3004,25893299 | 5003,49351849 |
| 74 | 5,55786871 | 5,46167016 | 3004,26268904 | 5003,56642492 |
| 75 | 5,55772466 | 5,47614866 | 3004,27206126 | 5003,55496779 |
| 76 | 5,51951274 | 5,52992350 | 3004,28239177 | 5003,48226100 |
| 77 | 5,45025465 | 5,61265345 | 3004,28992179 | 5003,36182195 |
| 78 | 5,36749504 | 5,70142939 | 3004,29004344 | 5003,22576042 |

|     |            |            |               |               |
|-----|------------|------------|---------------|---------------|
| 79  | 5,29630698 | 5,78253137 | 3004,29089990 | 5003,10468125 |
| 80  | 5,25306093 | 5,82242250 | 3004,28486258 | 5003,03884876 |
| 81  | 5,24692895 | 5,81383622 | 3004,27553393 | 5003,04139327 |
| 82  | 5,28055840 | 5,76103021 | 3004,26719040 | 5003,11052779 |
| 83  | 5,34891997 | 5,67327656 | 3004,26020521 | 5003,23443912 |
| 84  | 5,43017049 | 5,58383187 | 3004,25848344 | 5003,36928336 |
| 85  | 5,51528539 | 5,52222348 | 3004,27469791 | 5003,48501517 |
| 86  | 5,53659045 | 5,50924481 | 3004,28004063 | 5003,51213411 |
| 87  | 5,51832385 | 5,54081455 | 3004,28863082 | 5003,47268538 |
| 88  | 5,47746066 | 5,59386777 | 3004,29591145 | 5003,39819365 |
| 89  | 5,41501017 | 5,66379350 | 3004,29859111 | 5003,29309120 |
| 90  | 5,35545906 | 5,72955257 | 3004,29913397 | 5003,19349163 |
| 91  | 5,30897918 | 5,77930147 | 3004,29763730 | 5003,11698149 |
| 92  | 5,28660785 | 5,79436721 | 3004,29132500 | 5003,08751556 |
| 93  | 5,29980733 | 5,76727279 | 3004,28413428 | 5003,11996013 |
| 94  | 5,34124649 | 5,71182660 | 3004,27870093 | 5003,19712878 |
| 95  | 5,40008832 | 5,63883328 | 3004,27311083 | 5003,30173859 |
| 96  | 5,46532781 | 5,56930351 | 3004,27236840 | 5003,40832456 |
| 97  | 5,49789898 | 5,56250077 | 3004,28928254 | 5003,43932384 |
| 98  | 5,50273645 | 5,56355472 | 3004,29310038 | 5003,44229540 |
| 99  | 5,49011331 | 5,59770473 | 3004,30661473 | 5003,40505708 |
| 100 | 5,44359675 | 5,64022127 | 3004,30284394 | 5003,33440844 |
| 101 | 5,39888184 | 5,69093478 | 3004,30464051 | 5003,25852654 |
| 102 | 5,35873598 | 5,73474011 | 3004,30450972 | 5003,19174675 |
| 103 | 5,33429405 | 5,75800448 | 3004,30206339 | 5003,15387756 |
| 104 | 5,33065754 | 5,75304734 | 3004,29659242 | 5003,15518673 |
| 105 | 5,35040253 | 5,72410202 | 3004,29239139 | 5003,19408568 |
| 106 | 5,38519094 | 5,67388996 | 3004,28494718 | 5003,26182605 |
| 107 | 5,43103526 | 5,62251791 | 3004,28343958 | 5003,33890542 |
| 108 | 5,47579398 | 5,58019003 | 3004,28614000 | 5003,40783268 |
| 109 | 5,47233592 | 5,60421632 | 3004,29910615 | 5003,38587458 |
| 110 | 5,42188396 | 5,66634052 | 3004,30474616 | 5003,29635953 |
| 111 | 5,36872958 | 5,72336138 | 3004,30431127 | 5003,20876328 |
| 112 | 5,41577279 | 5,65804055 | 3004,29552048 | 5003,29834788 |
|     |            |            |               |               |
| 203 | 4,79772199 | 9,77056350 | 3004,48708975 | 4998,30171795 |
| 204 | 4,77269794 | 8,68047442 | 3004,76477662 | 4999,72513755 |
| 205 | 5,68421449 | 6,21889360 | 3004,80635952 | 5003,03466680 |
| 206 | 7,52198572 | 4,99223119 | 3004,84009079 | 5005,75793282 |

**EK 7 : Z Dengelemesinde Kullanılan Matrisler**

**A Matrisi**

|             |            |
|-------------|------------|
| -0,00008543 | 0,14324589 |
| 0,00018786  | 0,20843210 |
| -0,00007721 | 0,10234822 |
| -0,00017602 | 0,20952460 |
| -0,00006594 | 0,11520105 |
| -0,00012865 | 0,17592567 |
| -0,00015227 | 0,16080024 |
| -0,00012697 | 0,13294354 |
| -0,00039796 | 0,20031082 |
| 0,00000000  | 0,14324566 |

**L (Hatalar Matrisi)**

|             |
|-------------|
| -0,04015752 |
| -0,01050306 |
| -0,00637218 |
| 0,04231342  |
| 0,00112893  |
| -0,00033947 |
| 0,02183439  |
| -0,06717548 |
| -0,04975196 |
| -0,03753229 |

**Q Matrisi**

|             |             |
|-------------|-------------|
| 5240551,787 | 3323,789563 |
| 3323,789563 | 5,857139069 |

**Kenarlar**

|        |            |
|--------|------------|
| p1_p2  | 6,98100000 |
| p1_203 | 4,79772199 |
| p2_203 | 9,77056350 |
| p1_204 | 4,77269794 |
| p2_204 | 8,68047442 |
| p1_205 | 5,68421449 |
| p2_205 | 6,21889360 |
| p1_206 | 7,52198572 |
| p2_206 | 4,99223119 |
| p2_p1  | 6,98100000 |

**n Matrisi**

|             |
|-------------|
| 1,94748E-05 |
| -0,02041949 |

**X Matrisi**

|              |
|--------------|
| 34,18880607  |
| -0,054869514 |

**V Matrisi**

|             |
|-------------|
| 0,029376889 |
| 0,005489351 |
| -0,00188347 |
| -0,05982797 |
| -0,00970442 |
| -0,01371179 |
| -0,03586332 |
| 0,055539846 |
| 0,02515519  |
| 0,029672467 |

**Dengeli ölçüler**

|              |
|--------------|
| -13,72441311 |
| 14,90297735  |
| 7,14503653   |
| 15,58239803  |
| 8,38742358   |
| 11,13202821  |
| 9,77139068   |
| 9,37759785   |
| 13,48394319  |
| -14,08654153 |

**Dengeli Z ler**

|        |             |
|--------|-------------|
| p1_p2  | -0,00123882 |
| p1_203 | 2,67160066  |
| p2_203 | 2,67071685  |
| p1_204 | 2,71960493  |
| p2_204 | 2,71981016  |
| p1_205 | 2,53170619  |
| p2_205 | 2,53159672  |
| p1_206 | 2,64359488  |
| p2_206 | 2,64298182  |
| p2_p1  | -0,00090548 |

**m=** 0,03647319



Dengeli Zler

|     |              |
|-----|--------------|
| 001 | 101,82543488 |
| 002 | 101,65970832 |
| 003 | 101,38205658 |
| 004 | 101,06750716 |
| 005 | 100,80351847 |
| 006 | 100,65282616 |
| 007 | 100,65498303 |
| 008 | 100,82452370 |
| 009 | 101,10043064 |
| 010 | 101,41934677 |
| 011 | 101,68950014 |
| 012 | 101,83025114 |
| 013 | 101,79485945 |
| 014 | 101,71677423 |
| 015 | 101,50690624 |
| 016 | 101,22342248 |
| 017 | 100,94690015 |
| 018 | 100,76382545 |
| 019 | 100,68155432 |
| 020 | 100,76948302 |
| 021 | 100,97934898 |
| 022 | 101,26128075 |
| 023 | 101,53481630 |
| 024 | 101,73365559 |
| 025 | 101,72981915 |
| 026 | 101,72049424 |
| 027 | 101,58845805 |
| 028 | 101,35989089 |
| 029 | 101,10002523 |
| 030 | 100,88222785 |
| 031 | 100,76561361 |
| 032 | 100,76477875 |
| 033 | 100,90338274 |
| 034 | 101,12562032 |
| 035 | 101,38949347 |
| 036 | 101,60567050 |
| 037 | 101,68739799 |
| 038 | 101,61759658 |
| 039 | 101,45695285 |
| 040 | 101,23015100 |
| 041 | 101,01120602 |
| 042 | 100,86501372 |
| 043 | 100,80012955 |
| 044 | 100,86775953 |
| 045 | 101,03213579 |
| 046 | 101,25714986 |
| 047 | 101,47544744 |
| 048 | 101,63556195 |
| 049 | 101,61812654 |
| 050 | 101,51261390 |
| 051 | 101,33574225 |

|     |              |
|-----|--------------|
| 052 | 101,13358776 |
| 053 | 100,96600060 |
| 054 | 100,86965209 |
| 055 | 100,87534953 |
| 056 | 100,98249823 |
| 057 | 101,15373979 |
| 058 | 101,35794161 |
| 059 | 101,52344278 |
| 060 | 101,62246401 |
| 061 | 101,52768601 |
| 062 | 101,40702077 |
| 063 | 101,23662666 |
| 064 | 101,07189422 |
| 065 | 100,96581936 |
| 066 | 100,91640075 |
| 067 | 100,96619299 |
| 068 | 101,09056644 |
| 069 | 101,25553146 |
| 070 | 101,41655645 |
| 071 | 101,53518767 |
| 072 | 101,57243332 |
| 073 | 101,43671205 |
| 074 | 101,31260093 |
| 075 | 101,16962406 |
| 076 | 101,05222553 |
| 077 | 100,98927894 |
| 078 | 100,98738503 |
| 079 | 101,06205939 |
| 080 | 101,18100897 |
| 081 | 101,32473528 |
| 082 | 101,43862413 |
| 083 | 101,51063116 |
| 084 | 101,50574990 |
| 085 | 101,35235159 |
| 086 | 101,24295746 |
| 087 | 101,13965870 |
| 088 | 101,06806695 |
| 089 | 101,03323532 |
| 090 | 101,06630715 |
| 091 | 101,14936756 |
| 092 | 101,24481672 |
| 093 | 101,35602391 |
| 094 | 101,42749109 |
| 095 | 101,45587986 |
| 096 | 101,42981274 |
| 097 | 101,28297612 |
| 098 | 101,20429313 |
| 099 | 101,14102042 |
| 100 | 101,10409422 |
| 101 | 101,10308284 |
| 102 | 101,14356422 |

|     |              |
|-----|--------------|
| 103 | 101,20945177 |
| 104 | 101,28958052 |
| 105 | 101,35065891 |
| 106 | 101,39414597 |
| 107 | 101,39102685 |
| 108 | 101,35424025 |
| 109 | 101,24869094 |
| 110 | 101,15674668 |
| 111 | 101,25394050 |
| 112 | 101,33010173 |



**EK 5 : P1 İçin 5 Tam Serinin Seriler Ortalaması**

Nokta NO P1 otr

|     |          |
|-----|----------|
| P.2 | -13,7538 |
| 001 | 3,493088 |
| 002 | 1,487692 |
| 003 | -1,65891 |
| 004 | -5,17641 |
| 005 | -8,24721 |
| 006 | -10,2131 |
| 007 | -10,5453 |
| 008 | -8,76898 |
| 009 | -5,48015 |
| 010 | -1,41227 |
| 011 | 2,02065  |
| 012 | 3,680602 |
| 013 | 3,182    |
| 014 | 2,171892 |
| 015 | -0,25889 |
| 016 | -3,43729 |
| 017 | -6,57615 |
| 018 | -8,79206 |
| 019 | -10,0243 |
| 020 | -9,27208 |
| 021 | -6,87144 |
| 022 | -3,37191 |
| 023 | 0,078328 |
| 024 | 2,524352 |
| 025 | 2,42199  |
| 026 | 2,246656 |
| 027 | 0,658374 |
| 028 | -1,92659 |
| 029 | -4,83877 |
| 030 | -7,37738 |
| 031 | -8,86677 |
| 032 | -9,14951 |
| 033 | -7,69569 |
| 034 | -5,05475 |
| 035 | -1,76167 |
| 036 | 0,944724 |
| 037 | 1,878202 |
| 038 | 1,011428 |
| 039 | -0,84513 |
| 040 | -3,38521 |
| 041 | -5,88322 |
| 042 | -7,64799 |
| 043 | -8,59066 |
| 044 | -7,98855 |
| 045 | -6,13547 |
| 046 | -3,39235 |
| 047 | -0,67662 |
| 048 | 1,292352 |
| 049 | 1,058086 |
| 050 | -0,19797 |

|     |          |
|-----|----------|
| 052 | -4,48847 |
| 053 | -6,44882 |
| 054 | -7,67491 |
| 055 | -7,77558 |
| 056 | -6,63646 |
| 057 | -4,62311 |
| 058 | -2,11851 |
| 059 | -0,07569 |
| 060 | 1,113768 |
| 061 | -0,02787 |
| 062 | -1,40527 |
| 063 | -3,33623 |
| 064 | -5,22836 |
| 065 | -6,50617 |
| 066 | -7,20214 |
| 067 | -6,73312 |
| 068 | -5,32837 |
| 069 | -3,34131 |
| 070 | -1,37685 |
| 071 | 0,075832 |
| 072 | 0,50633  |
| 073 | -1,06289 |
| 074 | -2,48561 |
| 075 | -4,10978 |
| 076 | -5,49416 |
| 077 | -6,25557 |
| 078 | -6,41514 |
| 079 | -5,60559 |
| 080 | -4,22146 |
| 081 | -2,50038 |
| 082 | -1,09226 |
| 083 | -0,22634 |
| 084 | -0,27775 |
| 085 | -2,04663 |
| 086 | -3,28899 |
| 087 | -4,49234 |
| 088 | -5,33772 |
| 089 | -5,83649 |
| 090 | -5,49434 |
| 091 | -4,52773 |
| 092 | -3,31706 |
| 093 | -2,08646 |
| 094 | -1,2106  |
| 095 | -0,87081 |
| 096 | -1,17398 |
| 097 | -2,86514 |
| 098 | -3,72077 |
| 099 | -4,50145 |
| 100 | -4,96792 |
| 101 | -5,02078 |
| 102 | -4,57935 |

|     |          |
|-----|----------|
| 104 | -2,86589 |
| 105 | -2,12824 |
| 106 | -1,59712 |
| 107 | -1,6222  |
| 108 | -2,01352 |
| 109 | -3,2556  |
| 110 | -4,36675 |
| 111 | -3,24554 |
| 112 | -2,34843 |
|     |          |
| 203 | 14,89749 |
| 204 | 15,64223 |
| 205 | 11,14574 |
| 206 | 9,322058 |

|     |          |
|-----|----------|
| 051 | -2,20403 |
|-----|----------|

|     |          |
|-----|----------|
| 103 | -3,81644 |
|-----|----------|

**EK 6 : P2 İçin 5 Tam Serinin Seriler Ortalaması**

Nokta NO P2 ort

|     |          |
|-----|----------|
| P.1 | -14,1162 |
| 001 | 3,004984 |
| 002 | 1,092478 |
| 003 | -2,31646 |
| 004 | -6,15669 |
| 005 | -9,14369 |
| 006 | -10,5558 |
| 007 | -10,1401 |
| 008 | -8,04913 |
| 009 | -4,9922  |
| 010 | -1,61114 |
| 011 | 1,30733  |
| 012 | 2,946916 |
| 013 | 2,583296 |
| 014 | 1,745998 |
| 015 | -0,7639  |
| 016 | -4,22826 |
| 017 | -7,47872 |
| 018 | -9,40563 |
| 019 | -10,0084 |
| 020 | -8,74295 |
| 021 | -6,34826 |
| 022 | -3,32426 |
| 023 | -0,39031 |
| 024 | 1,819006 |
| 025 | 1,807478 |
| 026 | 1,75094  |
| 027 | 0,238996 |
| 028 | -2,52931 |
| 029 | -5,64859 |
| 030 | -8,08998 |
| 031 | -9,21275 |
| 032 | -8,92661 |
| 033 | -7,21963 |
| 034 | -4,76655 |
| 035 | -1,94232 |
| 036 | 0,392118 |
| 037 | 1,34178  |
| 038 | 0,568576 |
| 039 | -1,32881 |
| 040 | -4,0623  |
| 041 | -6,59733 |
| 042 | -8,14084 |
| 043 | -8,6485  |
| 044 | -7,6996  |
| 045 | -5,80195 |
| 046 | -3,36628 |
| 047 | -1,02338 |
| 048 | 0,72977  |
| 049 | 0,536714 |
| 050 | -0,66991 |

|     |          |
|-----|----------|
| 052 | -5,1533  |
| 053 | -7,01286 |
| 054 | -7,95548 |
| 055 | -7,71216 |
| 056 | -6,40291 |
| 057 | -4,49913 |
| 058 | -2,29867 |
| 059 | -0,51074 |
| 060 | 0,59175  |
| 061 | -0,48246 |
| 062 | -1,90786 |
| 063 | -3,91339 |
| 064 | -5,78997 |
| 065 | -6,91218 |
| 066 | -7,32964 |
| 067 | -6,65475 |
| 068 | -5,2193  |
| 069 | -3,42411 |
| 070 | -1,68051 |
| 071 | -0,39389 |
| 072 | 0,029238 |
| 073 | -1,55064 |
| 074 | -2,99567 |
| 075 | -4,65313 |
| 076 | -5,94057 |
| 077 | -6,59654 |
| 078 | -6,47641 |
| 079 | -5,57653 |
| 080 | -4,24311 |
| 081 | -2,66864 |
| 082 | -1,45454 |
| 083 | -0,66458 |
| 084 | -0,73323 |
| 085 | -2,50536 |
| 086 | -3,77765 |
| 087 | -4,93224 |
| 088 | -5,70955 |
| 089 | -5,99788 |
| 090 | -5,58057 |
| 091 | -4,64635 |
| 092 | -3,66741 |
| 093 | -2,35785 |
| 094 | -1,59285 |
| 095 | -1,28548 |
| 096 | -1,58952 |
| 097 | -3,26979 |
| 098 | -4,21551 |
| 099 | -4,86513 |
| 100 | -5,24405 |
| 101 | -5,20874 |
| 102 | -4,72312 |

|     |       |
|-----|-------|
| 104 | -3,10 |
| 105 | -2,44 |
| 106 | -1,98 |
| 107 | -2,03 |
| 108 | -2,48 |
| 109 | -3,65 |
| 110 | -4,64 |
| 111 | -3,53 |
| 112 | -2,69 |
|     |       |
| 203 | 7,15  |
| 204 | 8,40  |
| 205 | 9,81  |
| 206 | 13,46 |

|     |          |
|-----|----------|
| 051 | -2,77519 |
|-----|----------|

|     |          |
|-----|----------|
| 103 | -3,97988 |
|-----|----------|

**Ek 9 : Koordinatlar ve Karesel Ortalama Hataları**

|  | Y   | my            | X           | mx            | Z           |              |
|--|-----|---------------|-------------|---------------|-------------|--------------|
|  | 001 | 3004,11805821 | 0,000000026 | 5003,46151406 | 0,000000037 | 101,82543488 |
|  | 002 | 3004,11765136 | 0,000000028 | 5003,73274660 | 0,000000039 | 101,65970832 |
|  | 003 | 3004,12431895 | 0,000000029 | 5003,88899353 | 0,000000040 | 101,38205658 |
|  | 004 | 3004,14218621 | 0,000000029 | 5003,87411755 | 0,000000040 | 101,06750716 |
|  | 005 | 3004,16447294 | 0,000000028 | 5003,70557659 | 0,000000039 | 100,80351847 |
|  | 006 | 3004,18438634 | 0,000000026 | 5003,44369820 | 0,000000038 | 100,65282616 |
|  | 007 | 3004,19395289 | 0,000000024 | 5003,12815413 | 0,000000037 | 100,65498303 |
|  | 008 | 3004,19099891 | 0,000000023 | 5002,86139985 | 0,000000037 | 100,82452370 |
|  | 009 | 3004,17352064 | 0,000000021 | 5002,71137756 | 0,000000037 | 101,10043064 |
|  | 010 | 3004,15427032 | 0,000000021 | 5002,71945665 | 0,000000036 | 101,41934677 |
|  | 011 | 3004,13198439 | 0,000000022 | 5002,88238566 | 0,000000035 | 101,68950014 |
|  | 012 | 3004,12230883 | 0,000000024 | 5003,15724021 | 0,000000036 | 101,83025114 |
|  | 013 | 3004,14619126 | 0,000000025 | 5003,30450569 | 0,000000037 | 101,79485945 |
|  | 014 | 3004,14538602 | 0,000000027 | 5003,58225841 | 0,000000038 | 101,71677423 |
|  | 015 | 3004,14935257 | 0,000000028 | 5003,78395416 | 0,000000040 | 101,50690624 |
|  | 016 | 3004,16014748 | 0,000000029 | 5003,85271989 | 0,000000041 | 101,22342248 |
|  | 017 | 3004,18041857 | 0,000000028 | 5003,76042980 | 0,000000040 | 100,94690015 |
|  | 018 | 3004,20195874 | 0,000000027 | 5003,56453420 | 0,000000039 | 100,76382545 |
|  | 019 | 3004,21193846 | 0,000000026 | 5003,28415878 | 0,000000038 | 100,68155432 |
|  | 020 | 3004,21721963 | 0,000000024 | 5003,01179669 | 0,000000037 | 100,76948302 |
|  | 021 | 3004,20670196 | 0,000000022 | 5002,81542095 | 0,000000037 | 100,97934898 |
|  | 022 | 3004,18984803 | 0,000000022 | 5002,74561898 | 0,000000037 | 101,26128075 |
|  | 023 | 3004,16834490 | 0,000000022 | 5002,82877947 | 0,000000036 | 101,53481630 |
|  | 024 | 3004,15296260 | 0,000000024 | 5003,03633453 | 0,000000036 | 101,73365559 |
|  | 025 | 3004,17534907 | 0,000000025 | 5003,18225563 | 0,000000037 | 101,72981915 |
|  | 026 | 3004,17340835 | 0,000000026 | 5003,43271436 | 0,000000038 | 101,72049424 |
|  | 027 | 3004,17375890 | 0,000000028 | 5003,65436708 | 0,000000039 | 101,58845805 |
|  | 028 | 3004,17750768 | 0,000000028 | 5003,78766998 | 0,000000040 | 101,35989089 |
|  | 029 | 3004,19485325 | 0,000000028 | 5003,77415382 | 0,000000041 | 101,10002523 |
|  | 030 | 3004,21263221 | 0,000000028 | 5003,63290301 | 0,000000040 | 100,88222785 |
|  | 031 | 3004,22955859 | 0,000000026 | 5003,41757919 | 0,000000039 | 100,76561361 |
|  | 032 | 3004,23578457 | 0,000000025 | 5003,16047558 | 0,000000038 | 100,76477875 |
|  | 033 | 3004,23384941 | 0,000000023 | 5002,94097709 | 0,000000038 | 100,90338274 |
|  | 034 | 3004,21848093 | 0,000000022 | 5002,81459752 | 0,000000038 | 101,12562032 |
|  | 035 | 3004,20132766 | 0,000000022 | 5002,82040679 | 0,000000037 | 101,38949347 |
|  | 036 | 3004,18669376 | 0,000000023 | 5002,95657663 | 0,000000037 | 101,60567050 |
|  | 037 | 3004,19769943 | 0,000000026 | 5003,30540823 | 0,000000038 | 101,68739799 |
|  | 038 | 3004,19923330 | 0,000000027 | 5003,52515396 | 0,000000039 | 101,61759658 |
|  | 039 | 3004,19935688 | 0,000000028 | 5003,68863290 | 0,000000040 | 101,45695285 |
|  | 040 | 3004,20997030 | 0,000000028 | 5003,74189264 | 0,000000041 | 101,23015100 |
|  | 041 | 3004,22605121 | 0,000000028 | 5003,66790978 | 0,000000040 | 101,01120602 |
|  | 042 | 3004,24247361 | 0,000000027 | 5003,51090634 | 0,000000040 | 100,86501372 |
|  | 043 | 3004,25044432 | 0,000000026 | 5003,28802636 | 0,000000039 | 100,80012955 |
|  | 044 | 3004,25350173 | 0,000000024 | 5003,07196683 | 0,000000038 | 100,86775953 |
|  | 045 | 3004,24639402 | 0,000000023 | 5002,91487847 | 0,000000038 | 101,03213579 |
|  | 046 | 3004,23347193 | 0,000000023 | 5002,85823471 | 0,000000038 | 101,25714986 |
|  | 047 | 3004,21721553 | 0,000000023 | 5002,92598186 | 0,000000037 | 101,47544744 |
|  | 048 | 3004,20514629 | 0,000000024 | 5003,08803726 | 0,000000037 | 101,63556195 |
|  | 049 | 3004,21948209 | 0,000000026 | 5003,40332216 | 0,000000039 | 101,61812654 |
|  | 050 | 3004,22143262 | 0,000000027 | 5003,57588602 | 0,000000040 | 101,51261390 |
|  | 051 | 3004,22622390 | 0,000000028 | 5003,67609021 | 0,000000041 | 101,33574225 |
|  | 052 | 3004,23889839 | 0,000000028 | 5003,66707238 | 0,000000041 | 101,13358776 |
|  | 053 | 3004,25324753 | 0,000000027 | 5003,55879613 | 0,000000040 | 100,96600060 |



[illegible]

|     |               |             |               |             |              |
|-----|---------------|-------------|---------------|-------------|--------------|
|     |               |             |               |             |              |
| 054 | 3004,26405166 | 0,000000026 | 5003,39221327 | 0,000000040 | 100,86965209 |
| 055 | 3004,26709230 | 0,000000025 | 5003,19415438 | 0,000000039 | 100,87534953 |
| 056 | 3004,26730400 | 0,000000024 | 5003,02271045 | 0,000000039 | 100,98249823 |
| 057 | 3004,25743124 | 0,000000023 | 5002,92544706 | 0,000000038 | 101,15373979 |
| 058 | 3004,24395560 | 0,000000023 | 5002,92860494 | 0,000000038 | 101,35794161 |
| 059 | 3004,23252737 | 0,000000024 | 5003,03429489 | 0,000000038 | 101,52344278 |
| 060 | 3004,22290687 | 0,000000025 | 5003,20635597 | 0,000000038 | 101,62246401 |
| 061 | 3004,24071734 | 0,000000027 | 5003,46750547 | 0,000000039 | 101,52768601 |
| 062 | 3004,24141321 | 0,000000027 | 5003,59073179 | 0,000000040 | 101,4070207  |
| 063 | 3004,24953751 | 0,000000028 | 5003,62845913 | 0,000000041 | 101,23662666 |
| 064 | 3004,26387844 | 0,000000027 | 5003,57278267 | 0,000000041 | 101,07189422 |
| 065 | 3004,27571259 | 0,000000027 | 5003,45705263 | 0,000000040 | 100,96581936 |
| 066 | 3004,27873400 | 0,000000026 | 5003,29111817 | 0,000000040 | 100,91640075 |
| 067 | 3004,28113448 | 0,000000025 | 5003,13150473 | 0,000000039 | 100,96619299 |
| 068 | 3004,27773154 | 0,000000024 | 5003,01528284 | 0,000000039 | 101,09056644 |
| 069 | 3004,26782562 | 0,000000024 | 5002,97359492 | 0,000000039 | 101,25553146 |
| 070 | 3004,25630625 | 0,000000024 | 5003,02222222 | 0,000000038 | 101,41655645 |
| 071 | 3004,24697833 | 0,000000025 | 5003,14152504 | 0,000000038 | 101,53518767 |
| 072 | 3004,24426978 | 0,000000026 | 5003,30430161 | 0,000000039 | 101,57243332 |
| 073 | 3004,25893299 | 0,000000027 | 5003,49351849 | 0,000000040 | 101,43671205 |
| 074 | 3004,26268904 | 0,000000027 | 5003,56642492 | 0,000000041 | 101,31260093 |
| 075 | 3004,27206126 | 0,000000027 | 5003,55496779 | 0,000000041 | 101,16962406 |
| 076 | 3004,28239177 | 0,000000027 | 5003,48226100 | 0,000000041 | 101,05222553 |
| 077 | 3004,28992179 | 0,000000026 | 5003,36182195 | 0,000000040 | 100,98927894 |
| 078 | 3004,29004344 | 0,000000025 | 5003,22576042 | 0,000000040 | 100,98738503 |
| 079 | 3004,29089990 | 0,000000025 | 5003,10468125 | 0,000000039 | 101,06205939 |
| 080 | 3004,28486258 | 0,000000024 | 5003,03884876 | 0,000000039 | 101,18100897 |
| 081 | 3004,27553393 | 0,000000024 | 5003,04139327 | 0,000000039 | 101,32473528 |
| 082 | 3004,26719040 | 0,000000025 | 5003,11052779 | 0,000000039 | 101,43862413 |
| 083 | 3004,26020521 | 0,000000025 | 5003,23443912 | 0,000000039 | 101,51063116 |
| 084 | 3004,25848344 | 0,000000026 | 5003,36928336 | 0,000000039 | 101,50574990 |
| 085 | 3004,27469791 | 0,000000027 | 5003,48501517 | 0,000000040 | 101,35235159 |
| 086 | 3004,28004063 | 0,000000027 | 5003,51213411 | 0,000000041 | 101,24295746 |
| 087 | 3004,28863082 | 0,000000027 | 5003,47268538 | 0,000000041 | 101,13965870 |
| 088 | 3004,29591145 | 0,000000026 | 5003,39819365 | 0,000000040 | 101,06806695 |
| 089 | 3004,29859111 | 0,000000026 | 5003,29309120 | 0,000000040 | 101,03323532 |
| 090 | 3004,29913397 | 0,000000025 | 5003,19349163 | 0,000000040 | 101,06630715 |
| 091 | 3004,29763730 | 0,000000025 | 5003,11698149 | 0,000000040 | 101,14936756 |
| 092 | 3004,29132500 | 0,000000024 | 5003,08751556 | 0,000000039 | 101,24481672 |
| 093 | 3004,28413428 | 0,000000025 | 5003,11996013 | 0,000000039 | 101,35602391 |
| 094 | 3004,27870093 | 0,000000025 | 5003,19712878 | 0,000000039 | 101,42749109 |
| 095 | 3004,27311083 | 0,000000026 | 5003,30173859 | 0,000000039 | 101,455879   |

[illegible]

[illegible]



|            |
|------------|
| 0,03647319 |
| 0,03647319 |
| 0,03647319 |
| 0,03647319 |
| 0,03647319 |
|            |
| 0,03647319 |
| 0,03647319 |
| 0,03647319 |
| 0,03647319 |

### EK 3 : Yatay Ölçü Dengelemesinde Kullanılan Matrisler

A Matrisi (Matris Köşegenince Dizilmiş  
Elemanların Sütunsal Gösterimi)

L (Hatalar Matrisi)

| p2/p1       | p2/p1       |
|-------------|-------------|
| -9,11932062 | 0,00000000  |
| -7,61448345 | 9,05871984  |
| -7,69329734 | 8,48659703  |
| -7,70457707 | 8,17078582  |
| -7,66741902 | 8,19796429  |
| -7,59166265 | 8,53180952  |
| -7,46498039 | 9,07058637  |
| -7,27479328 | 9,75340059  |
| -7,07369522 | 10,36061038 |
| -6,96862141 | 10,72653460 |
| -7,02239621 | 10,72748564 |
| -7,22962745 | 10,36388300 |
| -7,45490570 | 9,73363494  |
| -7,48368651 | 9,38984482  |
| -7,59753368 | 8,79185874  |
| -7,63883541 | 8,37648131  |
| -7,62891597 | 8,23766492  |
| -7,57182616 | 8,41749597  |
| -7,47390142 | 8,81041493  |
| -7,32928308 | 9,39981632  |
| -7,13948193 | 9,99694417  |
| -6,99511019 | 10,45184513 |
| -6,96567931 | 10,62971152 |
| -7,09638797 | 10,45687477 |
| -7,30355740 | 9,98947924  |
| -7,35074559 | 9,64470876  |
| -7,48379824 | 9,09861492  |
| -7,55960318 | 8,63404262  |
| -7,58319553 | 8,36367946  |
| -7,54592700 | 8,38706050  |
| -7,47401394 | 8,66669761  |
| -7,35803545 | 9,10622411  |
| -7,20367668 | 9,65463005  |
| -7,04532963 | 10,14250156 |
| -6,96733979 | 10,44255520 |
| -7,01217428 | 10,44545838 |
| -7,16495262 | 10,14601216 |
| -7,37146519 | 9,36138383  |
| -7,46561044 | 8,89318320  |
| -7,51667964 | 8,55743068  |
| -7,50864303 | 8,44790784  |
| -7,45715389 | 8,59190004  |
| -7,37051616 | 8,90631004  |
| -7,24865468 | 9,37036380  |
| -7,10398689 | 9,83631083  |
| -6,99503460 | 10,19036417 |
| -6,97387460 | 10,32934847 |

|                    |
|--------------------|
| 0,0000000000000000 |
| -0,000000028389117 |
| -0,000000028785955 |
| -0,000000028906726 |
| -0,000000028782964 |
| -0,000000028455190 |
| -0,000000027933503 |
| -0,000000027185337 |
| -0,000000026462573 |
| -0,000000026087143 |
| -0,000000026242077 |
| -0,000000026932234 |
| -0,000000027741613 |
| -0,000000027904704 |
| -0,000000028405395 |
| -0,000000028652074 |
| -0,000000028649893 |
| -0,000000028430279 |
| -0,000000028019642 |
| -0,000000027439846 |
| -0,000000026733368 |
| -0,000000026213108 |
| -0,000000026084173 |
| -0,000000026523956 |
| -0,000000027237107 |
| -0,000000027441530 |
| -0,000000027978615 |
| -0,000000028337652 |
| -0,000000028479235 |
| -0,000000028351685 |
| -0,000000028059922 |
| -0,000000027594425 |
| -0,000000027000894 |
| -0,000000026418427 |
| -0,000000026130785 |
| -0,000000026268530 |
| -0,000000026780036 |
| -0,000000027574501 |
| -0,000000027973584 |
| -0,000000028213400 |
| -0,000000028228072 |
| -0,000000028023720 |
| -0,000000027684209 |
| -0,000000027198119 |
| -0,000000026655535 |
| -0,000000026256203 |
| -0,000000026168351 |

|             |             |
|-------------|-------------|
| -7,07021310 | 10,19029301 |
| -7,22248799 | 9,83525003  |
| -7,37281586 | 9,14091084  |
| -7,43766447 | 8,78036919  |
| -7,45912662 | 8,57539869  |
| -7,43110073 | 8,58987162  |
| -7,36657239 | 8,80406034  |
| -7,27384568 | 9,14330887  |
| -7,15738053 | 9,56159276  |
| -7,03675369 | 9,93411961  |
| -6,97946388 | 10,15728093 |
| -7,01224539 | 10,16171819 |
| -7,12243464 | 9,93505925  |
| -7,26063250 | 9,56256110  |
| -7,35649053 | 8,99689913  |
| -7,40192091 | 8,74323314  |
| -7,39792392 | 8,66421642  |
| -7,35004715 | 8,77179232  |
| -7,27957224 | 9,00343791  |
| -7,19032643 | 9,34803690  |
| -7,08589982 | 9,68725665  |
| -7,00812106 | 9,94230461  |
| -6,99662620 | 10,04184541 |
| -7,06058180 | 9,94367594  |
| -7,16676210 | 9,68863305  |
| -7,27072670 | 9,33901599  |
| -7,32963000 | 8,93551963  |
| -7,35015744 | 8,78511011  |
| -7,32692488 | 8,80488201  |
| -7,27679199 | 8,94880487  |
| -7,20478861 | 9,19381814  |
| -7,12802031 | 9,47978547  |
| -7,04613310 | 9,73827888  |
| -7,01074763 | 9,88535214  |
| -7,03302785 | 9,88689937  |
| -7,10157222 | 9,74232120  |
| -7,19692378 | 9,47934746  |
| -7,27429198 | 9,19407739  |
| -7,29371544 | 8,94642595  |
| -7,29401103 | 8,88880167  |
| -7,25990928 | 8,96570445  |
| -7,21057192 | 9,11542474  |
| -7,14965899 | 9,33270859  |
| -7,08846988 | 9,54262144  |
| -7,04031842 | 9,70706278  |
| -7,03291040 | 9,77501284  |
| -7,07145861 | 9,71008506  |
| -7,13435987 | 9,54787696  |
| -7,20810463 | 9,32873065  |
| -7,26421409 | 9,10576389  |
| -7,24368710 | 9,03381654  |
| -7,23720430 | 9,02596696  |
| -7,19187125 | 9,09606445  |
| -7,16352906 | 9,24408276  |
| -7,11694715 | 9,40176446  |

|                    |
|--------------------|
| -0,000000026479547 |
| -0,000000027014494 |
| -0,000000027632389 |
| -0,000000027913579 |
| -0,000000028035473 |
| -0,000000027942491 |
| -0,000000027685516 |
| -0,000000027326941 |
| -0,000000026876506 |
| -0,000000026442109 |
| -0,000000026212398 |
| -0,000000026313685 |
| -0,000000026692220 |
| -0,000000027187134 |
| -0,000000027609552 |
| -0,000000027811929 |
| -0,000000027818849 |
| -0,000000027648142 |
| -0,000000027372373 |
| -0,000000027023638 |
| -0,000000026632591 |
| -0,000000026342832 |
| -0,000000026296554 |
| -0,000000026504388 |
| -0,000000026877963 |
| -0,000000027274162 |
| -0,000000027549341 |
| -0,000000027643516 |
| -0,000000027570962 |
| -0,000000027375300 |
| -0,000000027097002 |
| -0,000000026806752 |
| -0,000000026500068 |
| -0,000000026361420 |
| -0,000000026428616 |
| -0,000000026672453 |
| -0,000000027014437 |
| -0,000000027312474 |
| -0,000000027428150 |
| -0,000000027448181 |
| -0,000000027322919 |
| -0,000000027134305 |
| -0,000000026903855 |
| -0,000000026666839 |
| -0,000000026487953 |
| -0,000000026453144 |
| -0,000000026577531 |
| -0,000000026809253 |
| -0,000000027079466 |
| -0,000000027309824 |
| -0,000000027250820 |
| -0,000000027236631 |
| -0,000000027087758 |
| -0,000000026958276 |
| -0,000000026788818 |

|             |             |
|-------------|-------------|
| -7,07593489 | 9,54287194  |
| -7,05620269 | 9,62505064  |
| -7,06876632 | 9,62593038  |
| -7,10319557 | 9,54567238  |
| -7,16042345 | 9,40639869  |
| -7,20641046 | 9,24501294  |
| -7,23542736 | 9,10022805  |
| -7,19789477 | 9,13929707  |
| -7,13861993 | 9,32238926  |
| -7,08720089 | 9,50693960  |
| -7,15905518 | 9,32341562  |
| 4,69699161  | 12,41008401 |
| 0,76818821  | 13,31664340 |
| -5,97929831 | 9,47011954  |
| -6,47860806 | 5,44588695  |
| -9,11932062 | 0,00000000  |
| -7,61448345 | 9,05871984  |
| -7,69329734 | 8,48659703  |
| -7,70457707 | 8,17078582  |
| -7,66741902 | 8,19796429  |
| -7,59166265 | 8,53180952  |
| -7,46498039 | 9,07058637  |
| -7,27479328 | 9,75340059  |
| -7,07369522 | 10,36061038 |
| -6,96862141 | 10,72653460 |
| -7,02239621 | 10,72748564 |
| -7,22962745 | 10,36388300 |
| -7,45490570 | 9,73363494  |
| -7,48368651 | 9,38984482  |
| -7,59753368 | 8,79185874  |
| -7,63883541 | 8,37648131  |
| -7,62891597 | 8,23766492  |
| -7,57182616 | 8,41749597  |
| -7,47390142 | 8,81041493  |
| -7,32928308 | 9,39981632  |
| -7,13948193 | 9,99694417  |
| -6,99511019 | 10,45184513 |
| -6,96567931 | 10,62971152 |
| -7,09638797 | 10,45687477 |
| -7,30355740 | 9,98947924  |
| -7,35074559 | 9,64470876  |
| -7,48379824 | 9,09861492  |
| -7,55960318 | 8,63404262  |
| -7,58319553 | 8,36367946  |
| -7,54592700 | 8,38706050  |
| -7,47401394 | 8,66669761  |
| -7,35803545 | 9,10622411  |
| -7,20367668 | 9,65463005  |
| -7,04532963 | 10,14250156 |
| -6,96733979 | 10,44255520 |
| -7,01217428 | 10,44545838 |
| -7,16495262 | 10,14601216 |
| -7,37146519 | 9,36138383  |
| -7,46561044 | 8,89318320  |
| -7,51667964 | 8,55743068  |

|                    |
|--------------------|
| -0,000000026640073 |
| -0,000000026548342 |
| -0,000000026593959 |
| -0,000000026719704 |
| -0,000000026918201 |
| -0,000000027097670 |
| -0,000000027219251 |
| -0,000000027091041 |
| -0,000000026872492 |
| -0,000000026673241 |
| -0,000000026925676 |
| 0,000000006763202  |
| -0,000000003699938 |
| -0,000000023252269 |
| -0,000000025644020 |
| 0,000000000000000  |
| -0,000000002952106 |
| -0,000000002974673 |
| -0,000000002928289 |
| -0,000000002886281 |
| -0,000000002858684 |
| -0,000000002794195 |
| -0,000000002684516 |
| -0,000000002572790 |
| -0,000000002523649 |
| -0,000000002558011 |
| -0,000000002690825 |
| -0,000000002848196 |
| -0,000000002845240 |
| -0,000000002904898 |
| -0,000000002891369 |
| -0,000000002848140 |
| -0,000000002813522 |
| -0,000000002765205 |
| -0,000000002698755 |
| -0,000000002599961 |
| -0,000000002521546 |
| -0,000000002510149 |
| -0,000000002599137 |
| -0,000000002734254 |
| -0,000000002744315 |
| -0,000000002811788 |
| -0,000000002841773 |
| -0,000000002810765 |
| -0,000000002765603 |
| -0,000000002743406 |
| -0,000000002688864 |
| -0,000000002624603 |
| -0,000000002535643 |
| -0,000000002503214 |
| -0,000000002534648 |
| -0,000000002631054 |
| -0,000000002736925 |
| -0,000000002771799 |
| -0,000000002768445 |

|             |             |
|-------------|-------------|
| -7,50864303 | 8,44790784  |
| -7,45715389 | 8,59190004  |
| -7,37051616 | 8,90631004  |
| -7,24865468 | 9,37036380  |
| -7,10398689 | 9,83631083  |
| -6,99503460 | 10,19036417 |
| -6,97387460 | 10,32934847 |
| -7,07021310 | 10,19029301 |
| -7,22248799 | 9,83525003  |
| -7,37281586 | 9,14091084  |
| -7,43766447 | 8,78036919  |
| -7,45912662 | 8,57539869  |
| -7,43110073 | 8,58987162  |
| -7,36657239 | 8,80406034  |
| -7,27384568 | 9,14330887  |
| -7,15738053 | 9,56159276  |
| -7,03675369 | 9,93411961  |
| -6,97946388 | 10,15728093 |
| -7,01224539 | 10,16171819 |
| -7,12243464 | 9,93505925  |
| -7,26063250 | 9,56256110  |
| -7,35649053 | 8,99689913  |
| -7,40192091 | 8,74323314  |
| -7,39792392 | 8,66421642  |
| -7,35004715 | 8,77179232  |
| -7,27957224 | 9,00343791  |
| -7,19032643 | 9,34803690  |
| -7,08589982 | 9,68725665  |
| -7,00812106 | 9,94230461  |
| -6,99662620 | 10,04184541 |
| -7,06058180 | 9,94367594  |
| -7,16676210 | 9,68863305  |
| -7,27072670 | 9,33901599  |
| -7,32963000 | 8,93551963  |
| -7,35015744 | 8,78511011  |
| -7,32692488 | 8,80488201  |
| -7,27679199 | 8,94880487  |
| -7,20478861 | 9,19381814  |
| -7,12802031 | 9,47978547  |
| -7,04613310 | 9,73827888  |
| -7,01074763 | 9,88535214  |
| -7,03302785 | 9,88689937  |
| -7,10157222 | 9,74232120  |
| -7,19692378 | 9,47934746  |
| -7,27429198 | 9,19407739  |
| -7,29371544 | 8,94642595  |
| -7,29401103 | 8,88880167  |
| -7,25990928 | 8,96570445  |
| -7,21057192 | 9,11542474  |
| -7,14965899 | 9,33270859  |
| -7,08846988 | 9,54262144  |
| -7,04031842 | 9,70706278  |
| -7,03291040 | 9,77501284  |
| -7,07145861 | 9,71008506  |
| -7,13435987 | 9,54787696  |

|                    |
|--------------------|
| -0,000000002741871 |
| -0,000000002707338 |
| -0,000000002676899 |
| -0,000000002616673 |
| -0,000000002547409 |
| -0,000000002493834 |
| -0,000000002488974 |
| -0,000000002557414 |
| -0,000000002654872 |
| -0,000000002714842 |
| -0,000000002719645 |
| -0,000000002710635 |
| -0,000000002680508 |
| -0,000000002644271 |
| -0,000000002618549 |
| -0,000000002562359 |
| -0,000000002511456 |
| -0,000000002482949 |
| -0,000000002508528 |
| -0,000000002578702 |
| -0,000000002652371 |
| -0,000000002672408 |
| -0,000000002674682 |
| -0,000000002658226 |
| -0,000000002625313 |
| -0,000000002594419 |
| -0,000000002562160 |
| -0,000000002522711 |
| -0,000000002480675 |
| -0,000000002491106 |
| -0,000000002527258 |
| -0,000000002585779 |
| -0,000000002643986 |
| -0,000000002640405 |
| -0,000000002629832 |
| -0,000000002608800 |
| -0,000000002585864 |
| -0,000000002557044 |
| -0,000000002531323 |
| -0,000000002489486 |
| -0,000000002478743 |
| -0,000000002501935 |
| -0,000000002540446 |
| -0,000000002586233 |
| -0,000000002621334 |
| -0,000000002592571 |
| -0,000000002595613 |
| -0,000000002569664 |
| -0,000000002547296 |
| -0,000000002520238 |
| -0,000000002498012 |
| -0,000000002486502 |
| -0,000000002485876 |
| -0,000000002507079 |
| -0,000000002544596 |

|             |             |
|-------------|-------------|
| -7,20810463 | 9,32873065  |
| -7,26421409 | 9,10576389  |
| -7,24368710 | 9,03381654  |
| -7,23720430 | 9,02596696  |
| -7,19187125 | 9,09606445  |
| -7,16352906 | 9,24408276  |
| -7,11694715 | 9,40176446  |
| -7,07593489 | 9,54287194  |
| -7,05620269 | 9,62505064  |
| -7,06876632 | 9,62593038  |
| -7,10319557 | 9,54567238  |
| -7,16042345 | 9,40639869  |
| -7,20641046 | 9,24501294  |
| -7,23542736 | 9,10022805  |
| -7,19789477 | 9,13929707  |
| -7,13861993 | 9,32238926  |
| -7,08720089 | 9,50693960  |
| -7,15905518 | 9,32341562  |
| 4,69699161  | 12,41008401 |
| 0,76818821  | 13,31664340 |
| -5,97929831 | 9,47011954  |
| -6,47860806 | 5,44588695  |
| 9,11932062  | 0,00000000  |
| 7,63523678  | 8,93379036  |
| 7,51794914  | 9,53013502  |
| 7,40833500  | 9,88171816  |
| 7,37736453  | 9,83571737  |
| 7,42824257  | 9,44449351  |
| 7,50098858  | 8,87315698  |
| 7,56250666  | 8,23204398  |
| 7,59396286  | 7,72557746  |
| 7,62491544  | 7,45329181  |
| 7,65974391  | 7,46693020  |
| 7,70330649  | 7,76602518  |
| 7,69987118  | 8,30105672  |
| 7,62200773  | 8,59577065  |
| 7,52968740  | 9,18382880  |
| 7,41776231  | 9,62729738  |
| 7,35070924  | 9,77535051  |
| 7,36239852  | 9,55666408  |
| 7,41590998  | 9,12093069  |
| 7,49348131  | 8,53758120  |
| 7,53401833  | 8,00478270  |
| 7,56636744  | 7,64106320  |
| 7,59672643  | 7,51505689  |
| 7,63630416  | 7,66595832  |
| 7,65450966  | 8,05870424  |
| 7,58961800  | 8,34204710  |
| 7,52777182  | 8,85398443  |
| 7,43433454  | 9,32748539  |
| 7,35267964  | 9,61876019  |
| 7,32243054  | 9,57842061  |
| 7,36104091  | 9,26178607  |
| 7,41666142  | 8,80311523  |
| 7,47495428  | 8,28742145  |

|                    |
|--------------------|
| -0,000000002574126 |
| -0,000000002601297 |
| -0,000000002561137 |
| -0,000000002560824 |
| -0,000000002527543 |
| -0,000000002521887 |
| -0,000000002509552 |
| -0,000000002491305 |
| -0,000000002482722 |
| -0,000000002498240 |
| -0,000000002513843 |
| -0,000000002545477 |
| -0,000000002566338 |
| -0,000000002564207 |
| -0,000000002537689 |
| -0,000000002510291 |
| -0,000000002490935 |
| -0,000000002531380 |
| -0,000000000213475 |
| -0,000000000506191 |
| -0,000000001608328 |
| 0,000000001687795  |

|            |            |
|------------|------------|
| 7,50996728 | 7,87026985 |
| 7,54502235 | 7,63933226 |
| 7,57605225 | 7,65022590 |
| 7,59695768 | 7,90327765 |
| 7,51656003 | 8,58426662 |
| 7,43855752 | 9,03866610 |
| 7,36097995 | 9,38880170 |
| 7,30827958 | 9,49880218 |
| 7,31437512 | 9,32993724 |
| 7,35392976 | 8,99078123 |
| 7,41545380 | 8,53484930 |
| 7,45687061 | 8,11397874 |
| 7,48895675 | 7,82098147 |
| 7,51624605 | 7,71807620 |
| 7,54206723 | 7,84374372 |
| 7,54706678 | 8,15227940 |
| 7,44227798 | 8,77735785 |
| 7,36950936 | 9,13622491 |
| 7,30966851 | 9,34739455 |
| 7,28733837 | 9,32135231 |
| 7,31049035 | 9,08576059 |
| 7,35537764 | 8,73936308 |
| 7,40678480 | 8,34611114 |
| 7,43824868 | 8,01893543 |
| 7,46775802 | 7,83948990 |
| 7,49231831 | 7,84648725 |
| 7,50221799 | 8,04553219 |
| 7,49048351 | 8,38002576 |
| 7,37515150 | 8,90165974 |
| 7,32040443 | 9,15823119 |
| 7,28475176 | 9,23383995 |
| 7,28183148 | 9,10999541 |
| 7,30755759 | 8,86648203 |
| 7,35854086 | 8,53285834 |
| 7,39338415 | 8,22239529 |
| 7,41980072 | 8,00357522 |
| 7,44360383 | 7,92732517 |
| 7,45895409 | 8,01954408 |
| 7,45700279 | 8,24845314 |
| 7,42313704 | 8,56904560 |
| 7,32714081 | 8,94794757 |
| 7,28728665 | 9,09730675 |
| 7,27312592 | 9,06916151 |
| 7,28372303 | 8,91514215 |
| 7,31397746 | 8,66947987 |
| 7,35445125 | 8,40183819 |
| 7,38012317 | 8,16944422 |
| 7,40296971 | 8,04654768 |
| 7,42005984 | 8,05276256 |
| 7,42409930 | 8,18505947 |
| 7,41045727 | 8,42641283 |
| 7,37444137 | 8,69501669 |
| 7,29829991 | 8,92395960 |
| 7,27584587 | 8,97726143 |
| 7,27497370 | 8,89306685 |

|            |             |
|------------|-------------|
| 7,28918658 | 8,73999236  |
| 7,31889428 | 8,53083294  |
| 7,34500859 | 8,33718975  |
| 7,36493000 | 8,19141984  |
| 7,38255239 | 8,13690978  |
| 7,38998270 | 8,19978019  |
| 7,38357077 | 8,34914543  |
| 7,36651810 | 8,55550743  |
| 7,33283504 | 8,76893893  |
| 7,28700059 | 8,82520110  |
| 7,27812828 | 8,82970997  |
| 7,26525277 | 8,74976064  |
| 7,29751442 | 8,61079865  |
| 7,31719313 | 8,46154747  |
| 7,33510395 | 8,33251941  |
| 7,34866557 | 8,26062546  |
| 7,35881691 | 8,26434401  |
| 7,35784901 | 8,33997421  |
| 7,35469721 | 8,47351844  |
| 7,33448541 | 8,62603218  |
| 7,30525699 | 8,76291296  |
| 7,28726208 | 8,71421984  |
| 7,30583569 | 8,53536958  |
| 7,33122798 | 8,36529878  |
| 7,32333174 | 8,54208338  |
| 5,78794907 | 2,99230360  |
| 6,13030724 | 4,02564751  |
| 6,49602402 | 7,91170569  |
| 3,12421605 | 12,36358030 |
| 9,11932062 | 0,00000000  |
| 7,63523678 | 8,93379036  |
| 7,51794914 | 9,53013502  |
| 7,40833500 | 9,88171816  |
| 7,37736453 | 9,83571737  |
| 7,42824257 | 9,444449351 |
| 7,50098858 | 8,87315698  |
| 7,56250666 | 8,23204398  |
| 7,59396286 | 7,72557746  |
| 7,62491544 | 7,45329181  |
| 7,65974391 | 7,46693020  |
| 7,70330649 | 7,76602518  |
| 7,69987118 | 8,30105672  |
| 7,62200773 | 8,59577065  |
| 7,52968740 | 9,18382880  |
| 7,41776231 | 9,62729738  |
| 7,35070924 | 9,77535051  |
| 7,36239852 | 9,55666408  |
| 7,41590998 | 9,12093069  |
| 7,49348131 | 8,53758120  |
| 7,53401833 | 8,00478270  |
| 7,56636744 | 7,64106320  |
| 7,59672643 | 7,51505689  |
| 7,63630416 | 7,66595832  |
| 7,65450966 | 8,05870424  |
| 7,58961800 | 8,34204710  |

|            |            |
|------------|------------|
| 7,52777182 | 8,85398443 |
| 7,43433454 | 9,32748539 |
| 7,35267964 | 9,61876019 |
| 7,32243054 | 9,57842061 |
| 7,36104091 | 9,26178607 |
| 7,41666142 | 8,80311523 |
| 7,47495428 | 8,28742145 |
| 7,50996728 | 7,87026985 |
| 7,54502235 | 7,63933226 |
| 7,57605225 | 7,65022590 |
| 7,59695768 | 7,90327765 |
| 7,51656003 | 8,58426662 |
| 7,43855752 | 9,03866610 |
| 7,36097995 | 9,38880170 |
| 7,30827958 | 9,49880218 |
| 7,31437512 | 9,32993724 |
| 7,35392976 | 8,99078123 |
| 7,41545380 | 8,53484930 |
| 7,45687061 | 8,11397874 |
| 7,48895675 | 7,82098147 |
| 7,51624605 | 7,71807620 |
| 7,54206723 | 7,84374372 |
| 7,54706678 | 8,15227940 |
| 7,44227798 | 8,77735785 |
| 7,36950936 | 9,13622491 |
| 7,30966851 | 9,34739455 |
| 7,28733837 | 9,32135231 |
| 7,31049035 | 9,08576059 |
| 7,35537764 | 8,73936308 |
| 7,40678480 | 8,34611114 |
| 7,43824868 | 8,01893543 |
| 7,46775802 | 7,83948990 |
| 7,49231831 | 7,84648725 |
| 7,50221799 | 8,04553219 |
| 7,49048351 | 8,38002576 |
| 7,37515150 | 8,90165974 |
| 7,32040443 | 9,15823119 |
| 7,28475176 | 9,23383995 |
| 7,28183148 | 9,10999541 |
| 7,30755759 | 8,86648203 |
| 7,35854086 | 8,53285834 |
| 7,39338415 | 8,22239529 |
| 7,41980072 | 8,00357522 |
| 7,44360383 | 7,92732517 |
| 7,45895409 | 8,01954408 |
| 7,45700279 | 8,24845314 |
| 7,42313704 | 8,56904560 |
| 7,32714081 | 8,94794757 |
| 7,28728665 | 9,09730675 |
| 7,27312592 | 9,06916151 |
| 7,28372303 | 8,91514215 |
| 7,31397746 | 8,66947987 |
| 7,35445125 | 8,40183819 |
| 7,38012317 | 8,16944422 |
| 7,40296971 | 8,04654768 |

|            |             |
|------------|-------------|
| 7,42005984 | 8,05276256  |
| 7,42409930 | 8,18505947  |
| 7,41045727 | 8,42641283  |
| 7,37444137 | 8,69501669  |
| 7,29829991 | 8,92395960  |
| 7,27584587 | 8,97726143  |
| 7,27497370 | 8,89306685  |
| 7,28918658 | 8,73999236  |
| 7,31889428 | 8,53083294  |
| 7,34500859 | 8,33718975  |
| 7,36493000 | 8,19141984  |
| 7,38255239 | 8,13690978  |
| 7,38998270 | 8,19978019  |
| 7,38357077 | 8,34914543  |
| 7,36651810 | 8,55550743  |
| 7,33283504 | 8,76893893  |
| 7,28700059 | 8,82520110  |
| 7,27812828 | 8,82970997  |
| 7,26525277 | 8,74976064  |
| 7,29751442 | 8,61079865  |
| 7,31719313 | 8,46154747  |
| 7,33510395 | 8,33251941  |
| 7,34866557 | 8,26062546  |
| 7,35881691 | 8,26434401  |
| 7,35784901 | 8,33997421  |
| 7,35469721 | 8,47351844  |
| 7,33448541 | 8,62603218  |
| 7,30525699 | 8,76291296  |
| 7,28726208 | 8,71421984  |
| 7,30583569 | 8,53536958  |
| 7,33122798 | 8,36529878  |
| 7,32333174 | 8,54208338  |
| 5,78794907 | 2,99230360  |
| 6,13030724 | 4,02564751  |
| 6,49602402 | 7,91170569  |
| 3,12421605 | 12,36358030 |

**EK 4 : Varyans Kovaryans Matrisi (Qxx); n; X; Düzeltmeler Matrisi (V)**

| Qxx        | n           | X           | V           |
|------------|-------------|-------------|-------------|
| 0,00860040 | -0,00193630 | -0,00001654 | 0           |
| 0,00866110 | -0,00019910 | -0,00001817 | 0           |
| 0,00880250 | -0,00201020 | -0,00000192 | 0           |
| 0,00887780 | -0,00019940 | -0,00001909 | -3,3087E-20 |
| 0,00887840 | -0,00194790 | -0,00000181 | 3,3087E-20  |
| 0,00893000 | -0,00187560 | -0,00001657 | 6,6174E-20  |
| 0,00912000 | -0,00177470 | -0,00001479 | 0           |
| 0,00939620 | -0,00167650 | -0,00001333 | 0           |
| 0,00954020 | -0,00162550 | -0,00001252 | -3,3087E-20 |
| 0,00942860 | -0,00164690 | -0,00001252 | 0           |
| 0,00907040 | -0,00173980 | -0,00000133 | 0           |
| 0,00874070 | -0,00184880 | -0,00001480 | 6,6174E-20  |
| 0,00877490 | -0,00187140 | -0,00001568 | 0           |
| 0,00874250 | -0,00193940 | -0,00001731 | 0           |
| 0,00884670 | -0,00197420 | -0,00001855 | -3,3087E-20 |
| 0,00894960 | -0,00197630 | -0,00001899 | 0           |
| 0,00898740 | -0,00194550 | -0,00001846 | 0           |
| 0,00902240 | -0,00188910 | -0,00001732 | 0           |
| 0,00911410 | -0,00180890 | -0,00001571 | 6,6174E-20  |
| 0,00934690 | -0,00171270 | -0,00001419 | 0           |
| 0,00954330 | -0,00164280 | -0,00001312 | 0           |
| 0,00956620 | -0,00162630 | -0,00001272 | -3,3087E-20 |
| 0,00932730 | -0,00168380 | -0,00001312 | 0           |
| 0,00899590 | -1.78e-007  | -0,00001420 | 0           |
| 0,00898620 | -0,00180890 | -0,00000151 | 0           |
| 0,00887610 | -0,00188220 | -0,00001649 | 0           |
| 0,00890360 | -0,00193090 | -0,00001780 | 0           |
| 0,00898970 | -0,00019530 | -0,00001863 | 0           |
| 0,00906870 | -0,00193690 | -0,00001858 | 0           |
| 0,00909310 | -0,00189530 | -0,00000178 | 0           |
| 0,00916340 | -0,00018310 | -0,00001651 | 0           |
| 0,00931000 | -0,00174890 | -0,00001505 | -3,3087E-20 |
| 0,00951380 | -0,00167080 | -0,00001384 | 3,3087E-20  |
| 0,00960560 | -0,00163180 | -0,00001314 | 0           |
| 0,00950810 | -1.65e-007  | -0,00001314 | 0           |
| 0,00925220 | -0,00171890 | -0,00001383 | 0           |
| 0,00903240 | -0,00182690 | -0,00001580 | -9,9262E-20 |
| 0,00900390 | -0,00188220 | -0,00001708 | 3,3087E-20  |
| 0,00904630 | -0,00191690 | -0,00001806 | 6,6174E-20  |
| 0,00912670 | -0,00191920 | -0,00000184 | 3,3087E-20  |
| 0,00917420 | -0,00189170 | -0,00001799 | 0           |
| 0,00922480 | -0,00184360 | -0,00001708 | 0           |
| 0,00931110 | -0,00177750 | -0,00001581 | -6,6174E-20 |
| 0,00947590 | -0,00170360 | -0,00001460 | 0           |
| 0,00961210 | -0,00164990 | -0,00001373 | 3,3087E-20  |
| 0,00962040 | -0,00163790 | -0,00001341 | 0           |
| 0,00944590 | -0,00167930 | -0,00001373 | 0           |
| 0,00921080 | -0,00175080 | -0,00001458 | 0           |
| 0,00911420 | -0,00183520 | -0,00001640 | 0           |
| 0,00912380 | -0,00187570 | -0,00001742 | -6,6174E-20 |
| 0,00917840 | -0,00189310 | -0,00001804 | -3,3087E-20 |
| 0,00924030 | -0,00188110 | -0,00001801 | 6,6174E-20  |
| 0,00928550 | -0,00184620 | -0,00001739 | 3,3087E-20  |



|            |
|------------|
| 0,00953460 |
| 0,00959460 |
| 0,00963880 |
| 0,00954440 |
| 0,04882300 |
| 0,03137300 |
| 0,01285800 |
| 0,01935300 |
| 0,00617790 |
| 0,00615400 |
| 0,00611660 |
| 0,00613060 |
| 0,00618300 |
| 0,00621130 |
| 0,00616490 |
| 0,00605910 |
| 0,00596660 |
| 0,00595990 |
| 0,00603580 |
| 0,00613500 |
| 0,00617820 |
| 0,00618850 |
| 0,00615900 |
| 0,00614650 |
| 0,00618080 |
| 0,00621950 |
| 0,00621010 |
| 0,00613950 |
| 0,00604510 |
| 0,00599660 |
| 0,00602940 |
| 0,00611260 |
| 0,00616920 |
| 0,00620500 |
| 0,00619570 |
| 0,00617310 |
| 0,00618560 |
| 0,00621940 |
| 0,00623480 |
| 0,00619740 |
| 0,00612100 |
| 0,00605180 |
| 0,00604450 |
| 0,00610000 |
| 0,00620560 |
| 0,00621970 |
| 0,00620450 |
| 0,00620090 |
| 0,00622240 |
| 0,00624400 |
| 0,00623260 |
| 0,00618190 |
| 0,00611720 |
| 0,00608300 |
| 0,00610460 |

|             |
|-------------|
| -0,00176510 |
| -0,00173490 |
| -0,00170780 |
| -0,00174220 |
| -0,00030531 |
| 0,00005945  |
| -0,00128580 |
| -0,00171410 |
| -0,00283540 |
| -0,00272640 |
| -0,00265130 |
| -0,00264350 |
| -0,00269770 |
| -0,00278170 |
| -0,00287250 |
| -0,00294040 |
| -0,00298630 |
| -0,00300610 |
| -0,00300020 |
| -0,00293670 |
| -0,00286480 |
| -0,00276410 |
| -0,00267840 |
| -0,00263850 |
| -0,00026620 |
| -0,00272090 |
| -0,00280970 |
| -0,00288060 |
| -0,00293240 |
| -0,00296130 |
| -0,00297280 |
| -0,00294120 |
| -0,00287560 |
| -0,00279460 |
| -0,00271180 |
| -0,00265230 |
| -0,00264280 |
| -0,00026860 |
| -0,00274950 |
| -0,00282430 |
| -0,00287910 |
| -2.92e-007  |
| -0,00293780 |
| -0,00029250 |
| -0,00281630 |
| -0,00273830 |
| -0,00267430 |
| -0,00264510 |
| -0,00266040 |
| -0,00270630 |
| -0,00277190 |
| -0,00282860 |
| -0,00287060 |
| -0,00289510 |
| -0,00289890 |

|             |
|-------------|
| -0,00001646 |
| -0,00001596 |
| -0,00001546 |
| -0,00001595 |
| 0,00000396  |
| -0,00000104 |
| -0,00001551 |
| -0,00003359 |
| -0,00001744 |
| -0,00001745 |
| -0,00000173 |
| -0,00001725 |
| -0,00001726 |
| -0,00001716 |
| -0,00001684 |
| -0,00001644 |
| -0,00001619 |
| -0,00001627 |
| -0,00001669 |
| -0,00001716 |
| -0,00001722 |
| -0,00001735 |
| -0,00001729 |
| -0,00001719 |
| -0,00001717 |
| -0,00001711 |
| -0,00001695 |
| -0,00001661 |
| -0,00001630 |
| -0,00001620 |
| -0,00001646 |
| -0,00001688 |
| -0,00001698 |
| -0,00001719 |
| -0,00001724 |
| -0,00001716 |
| -0,00001709 |
| -0,00001707 |
| -0,00001696 |
| -0,00001674 |
| -0,00001643 |
| -0,00001626 |
| -0,00001633 |
| -0,00001663 |
| -0,00001702 |
| -0,00000171 |
| -0,00001711 |
| -0,00001705 |
| -0,00001700 |
| -0,00001695 |
| -0,00001680 |
| -0,00001656 |
| -0,00001634 |
| -0,00001628 |
| -0,00000165 |

|             |
|-------------|
| 0           |
| -3,3087E-20 |
| 0           |
| 3,3087E-20  |
| 0           |
| 0           |
| 4,1359E-21  |
| 0           |
| -3,3087E-20 |
| 0           |
| -1,6544E-20 |
| -1,6544E-20 |
| 1,6544E-20  |
| -3,3087E-20 |
| 0           |
| 1,6544E-20  |
| 0           |
| 4,9631E-20  |
| -1,6544E-20 |
| -3,3087E-20 |
| 1,6544E-20  |
| 0           |
| 3,3087E-20  |
| -1,6544E-20 |
| -1,6544E-20 |
| 0           |
| 1,6544E-20  |
| -1,6544E-20 |
| -3,3087E-20 |
| -1,6544E-20 |
| 0           |
| 0           |
| 3,3087E-20  |
| 1,6544E-20  |
| 0           |
| -1,6544E-20 |
| -4,9631E-20 |
| -1,6544E-20 |
| 0           |
| 0           |
| 4,9631E-20  |
| 3,3087E-20  |
| -3,3087E-20 |
| 1,6544E-20  |
| -1,6544E-20 |
| 0           |
| 0           |
| 0           |
| 0           |
| -1,6544E-20 |
| 1,6544E-20  |
| -4,9631E-20 |
| 3,3087E-20  |
| -1,6544E-20 |
| 0           |

|            |
|------------|
| 0,00615900 |
| 0,00622820 |
| 0,00622940 |
| 0,00622130 |
| 0,00622980 |
| 0,00624840 |
| 0,00625270 |
| 0,00622400 |
| 0,00617340 |
| 0,00612860 |
| 0,00612180 |
| 0,00615670 |
| 0,00620120 |
| 0,00624290 |
| 0,00623960 |
| 0,00624070 |
| 0,00625380 |
| 0,00626290 |
| 0,00624960 |
| 0,00621650 |
| 0,00617700 |
| 0,00615510 |
| 0,00616650 |
| 0,00619890 |
| 0,00623150 |
| 0,00625350 |
| 0,00625350 |
| 0,00625950 |
| 0,00626720 |
| 0,00626530 |
| 0,00624460 |
| 0,00621470 |
| 0,00618980 |
| 0,00618500 |
| 0,00620210 |
| 0,00622860 |
| 0,00624750 |
| 0,00626270 |
| 0,00626570 |
| 0,00627080 |
| 0,00627200 |
| 0,00626180 |
| 0,00624310 |
| 0,00622250 |
| 0,00620980 |
| 0,00621500 |
| 0,00623160 |
| 0,00624790 |
| 0,00625870 |
| 0,00627030 |
| 0,00627270 |
| 0,00627890 |
| 0,00627000 |
| 0,00625970 |
| 0,00624600 |

|             |
|-------------|
| -0,00287340 |
| -0,00276410 |
| -0,00269940 |
| -0,00265750 |
| -0,00265010 |
| -0,00267770 |
| -0,00272740 |
| -0,00278370 |
| -0,00282820 |
| -0,00285710 |
| -0,00287080 |
| -0,00285940 |
| -0,00282210 |
| -0,00272190 |
| -0,00267660 |
| -0,00265570 |
| -0,00266440 |
| -0,00269450 |
| -0,00274480 |
| -0,00278740 |
| -0,00281760 |
| -0,00283810 |
| -0,00283820 |
| -0,00281740 |
| -0,00277370 |
| -0,00269790 |
| -0,00266780 |
| -0,00266420 |
| -0,00268030 |
| -0,00271290 |
| -0,00275390 |
| -0,00027840 |
| -0,00280540 |
| -0,00281440 |
| -0,00280650 |
| -0,00277870 |
| -0,00273910 |
| -0,00268520 |
| -0,00267280 |
| -0,00267820 |
| -0,00026960 |
| -0,00272590 |
| -0,00027530 |
| -0,00277490 |
| -0,00278810 |
| -0,00278630 |
| -0,00277220 |
| -0,00274640 |
| -0,00271490 |
| -0,00268780 |
| -0,00268450 |
| -0,00268510 |
| -0,00270920 |
| -0,00027310 |
| -0,00274980 |

|             |
|-------------|
| -0,00001676 |
| -1.7e-009   |
| -0,00001703 |
| -0,00001700 |
| -0,00001695 |
| -0,00001690 |
| -0,00000168 |
| -0,00001665 |
| -0,00001645 |
| -0,00001632 |
| -0,00001637 |
| -0,00001658 |
| -0,00001683 |
| -0,00001694 |
| -0,00000170 |
| -0,00001692 |
| -0,00001686 |
| -0,00001680 |
| -0,00001670 |
| -0,00001654 |
| -0,00000164 |
| -0,00001637 |
| -0,00000165 |
| -0,00001667 |
| -0,00001684 |
| -0,00001688 |
| -0,00001687 |
| -0,00001683 |
| -0,00001678 |
| -1.67e-009  |
| -0,00001660 |
| -0,00001647 |
| -1.64e-009  |
| -0,00001644 |
| -0,00001656 |
| -0,00001672 |
| -0,00001682 |
| -0,00001680 |
| -0,00001680 |
| -0,00001675 |
| -0,00001670 |
| -0,00001662 |
| -0,00001653 |
| -0,00001646 |
| -0,00001644 |
| -0,00001651 |
| -0,00001662 |
| -0,00001672 |
| -0,00001680 |
| -0,00001673 |
| -0,00001673 |
| -0,00001666 |
| -0,00001663 |
| -0,00001658 |
| -0,00000165 |

|             |
|-------------|
| 1,6544E-20  |
| -4,9631E-20 |
| -3,3087E-20 |
| -3,3087E-20 |
| 3,3087E-20  |
| -3,3087E-20 |
| 1,6544E-20  |
| 0           |
| 1,6544E-20  |
| 3,3087E-20  |
| 0           |
| 1,6544E-20  |
| 3,3087E-20  |
| 0           |
| -3,3087E-20 |
| 0           |
| -1,6544E-20 |
| -3,3087E-20 |
| -1,6544E-20 |
| -3,3087E-20 |
| -3,3087E-20 |
| 1,6544E-20  |
| 0           |
| -1,6544E-20 |
| -4,9631E-20 |
| -3,3087E-20 |
| -1,6544E-20 |
| -1,6544E-20 |
| 3,3087E-20  |
| -1,6544E-20 |
| 4,9631E-20  |
| -1,6544E-20 |
| 1,6544E-20  |
| 3,3087E-20  |
| 4,9631E-20  |
| 1,6544E-20  |
| 0           |
| -1,6544E-20 |
| 3,3087E-20  |
| 1,6544E-20  |
| -3,3087E-20 |
| 0           |
| -3,3087E-20 |
| 1,6544E-20  |
| -3,3087E-20 |
| -3,3087E-20 |
| 1,6544E-20  |
| 0           |
| 0           |
| 1,6544E-20  |
| 3,3087E-20  |
| 4,9631E-20  |
| 1,6544E-20  |
| 3,3087E-20  |
| -4,9631E-20 |

|            |
|------------|
| 0,00623530 |
| 0,00623220 |
| 0,00623910 |
| 0,00624840 |
| 0,00625890 |
| 0,00626680 |
| 0,00627290 |
| 0,00626600 |
| 0,00624970 |
| 0,00626070 |
| 0,01664600 |
| 0,00618760 |
| 0,00658210 |
| 0,00548550 |

|             |
|-------------|
| -0,00276040 |
| -0,00276640 |
| -0,00276020 |
| -0,00274770 |
| -0,00272660 |
| -0,00270170 |
| -0,00269710 |
| -0,00271940 |
| -0,00274420 |
| -0,00272660 |
| 0,00083293  |
| -0,00051309 |
| -0,00232930 |
| -0,00118790 |

|             |
|-------------|
| -0,00001648 |
| -0,00001651 |
| -0,00001656 |
| -0,00001665 |
| -0,00001672 |
| -0,00001674 |
| -0,00001668 |
| -0,00001660 |
| -0,00001653 |
| -0,00001664 |
| 0,00000695  |
| -0,00000284 |
| -0,00001476 |
| -0,00000071 |

|             |
|-------------|
| -3,3087E-20 |
| 3,3087E-20  |
| -3,3087E-20 |
| 3,3087E-20  |
| -3,3087E-20 |
| 1,6544E-20  |
| 1,6544E-20  |
| -1,6544E-20 |
| 1,6544E-20  |
| 3,3087E-20  |
| 1,6544E-20  |
| -1,6544E-20 |
| -2,4815E-20 |
| 4,1359E-21  |
| -4,9631E-20 |
| 4,9631E-20  |