

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİKve FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

YARI SONSUZ SİLİNDİRİK BİR BORU VE
İÇİNE YERLEŞTİRİLMİŞ YARISI AKUSTİK
YUTUCU MALZEMEYLE KAPLI SONSUZ
SİLİNDİRİK BİR BORUDAN SES
DALGALARININ SAÇILIMI

AYŞE TİRYAKİOĞLU
YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

GEBZE

2013

T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK ve FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

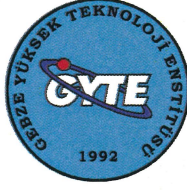
YARI SONSUZ SİLİNDİRİK BİR BORU
VE İÇİNE YERLEŞTİRİLMİŞ YARISI
AKUSTİK YUTUCU MALZEMEYLE KAPLI
SONSUZ SİLİNDİRİK BİR BORUDAN SES
DALGALARININ SAÇILIMI

AYŞE TİRYAKİOĞLU
YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

DANIŞMANI
DOÇ. DR. AHMET DEMİR

GEBZE

2013



**GEBZE YÜKSEK
TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS JÜRİ ONAY FORMU

GYTE Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 17/06/2013 tarih ve 2013/32 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından 15/07/2013 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Ayşe TİRYAKİOĞLU'nun tez çalışması Matematik Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Doç. Dr. Ahmet DEMİR

ÜYE

: Prof. Dr. Mansur İSMAİLOV

ÜYE

: Doç. Dr. İ. Hakkı TAYYAR

ONAY

GYTE Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
..... tarih ve/..... sayılı kararı.

İMZA/MÜHÜR

ÖZET

Bu çalışmada, koaksiyel bir borudan ses dalgalarının saçılımı Wiener-Hopf tekniği kullanılarak incelenmiştir. Dıştaki borunun iç yüzeyi yutucu malzemeyle kaplanmıştır ve empedansı Z_1 ile gösterilmiştir. İçteki borunun ise $z > 0$ için dış yüzeyi yutucu malzemeyle kaplanmıştır ve empedansı Z_2 ile gösterilmiştir.

Bu saçılım problemine ilişkin sınır-değer problemi Fourier dönüşümü kullanılarak bir Wiener Hopf denkleme indirgenmiştir. Wiener-Hopf denkleminin çözülmesiyle saçılan alan analitik olarak bulunmuştur. Saçılan alan bulunurken karşılaşılan integral semer noktası yöntemiyle değerlendirilmiştir. Analizin sonunda ise, koaksiyel borudaki akustik yutucu kaplamanın ses yayılımına olan etkisi nümerik sonuçlar elde edilerek sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Wiener-Hopf Tekniği, Fourier Dönüşümü, Semer Noktası Tekniği.

SUMMARY

In this study, diffraction of sound waves from a coaxial duct is investigated using Wiener-Hopf technique. The outer duct wall is lined from inside and liner impedance is denoted by Z_1 . The inner duct wall is lined from outside and liner impedance is denoted by Z_2 (after body).

This boundary-value problem related to the diffraction problem has been reduced to Wiener-Hopf equation via Fourier transform. The scattered field was found analytically by solving the Wiener-Hopf equation. The integral encountered in finding the scattered field is evaluated via saddle point technique. At the end of the analysis, numerical results illustrating the effects of the acoustic absorbent lining on the coaxial duct on the sound spread are presented.

Keywords: Wiener-Hopf Technique, Fourier Transform, Saddle Point Technique.

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasının ortaya çıkmasındaki eşsiz katkılarından dolayı Sayın Danışmanım Doç. Dr. Ahmet DEMİR'e, tez jürimde bulunan değerli hocalarım Sayın Prof. Dr. Mansur İSMAİLOV'a ve Sayın Doç. Dr. İsmail Hakkı TAYYAR'a, katkı ve desteklerinden dolayı çok teşekkür ederim.

Her zaman maddi ve manevi desteğini hissettiğim, her koşulda hoşgörüsünü esirgemeyen aileme sonsuz teşekkürler.

Tanıştığım günden beri hayatımın her anında yanımda olan, tavsiye ve fikirleriyle bana en büyük desteği veren sevgili çalışma arkadaşım ve eşim Burhan TİRYAKİOĞLU'na çok ama çok teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
1. GİRİŞ	1
2. PROBLEMİN FORMÜLASYONU ve ÇÖZÜMÜ	2
2.1. Problemin Formülasyonu	2
2.2. Wiener-Hopf Denklem Sisteminin Türetilmesi	4
2.3. Wiener-Hopf Denklem Sisteminin Çözümü	12
2.4. Açılım Katsayılarının Belirlenmesi	18
3. SAÇILAN ALANIN ANALİZİ	20
4. SAYISAL ÖRNEKLER ve SONUÇLAR	23
5. SONUÇLAR	27
KAYNAKLAR	28
ÖZGEÇMİŞ	29
EKLER	30

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil No:</u>	<u>Sayfa</u>
2.1: Problemin Geometrisi	2
2.2: Kompleks u-düzlemi	5
3.1: Küresel Kooordinatlar	22
4.1: f_1 frekansı için toplam alan	25
4.2: f_2 frekansı için toplam alan	26
5.1: $K(u)$ 'nin İntegrasyon Konturu	34
5.2: Kompleks u-düzlemindeki Düzgün Eğri	36
6.1: Kesim Çizgisi Etrafında Alınan İntegrasyon Eğrisi	38

1. GİRİŞ

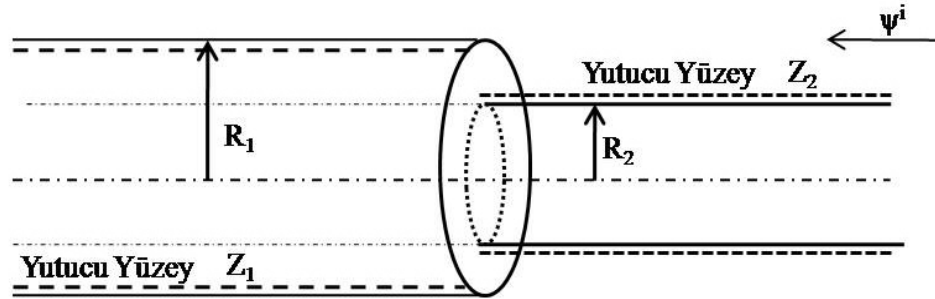
Son yıllarda şehirlerin kalabalıklaşmasıyla artan araç sayısı ve alternatif ulaşım araçlarına yönelme, beraberinde önemli bir çevresel sorun olan gürültü kirliliğinin de artmasına sebep olmuştur. Dolayısıyla araba ve uçaklardan yayılan gürültünün azaltılması problemi araştırmacıların ilgisini çekmiştir. Bu nedenle çeşitli araştırmalar yapılmış ve gürültü sorunun çözülmesi için bazı yöntemler bulunmuştur. Rawlins, yarı sonsuz silindirik bir borunun iç yüzeyini akustik yutucu bir malzemeyle kaplayarak ses dalgalarının radyasyonunu incelemiştir [1]. Munt ise yarı sonsuz silindirik bir borudan çıkan subsonik jetle sesin etkileşimini Wiener-Hopf metodu ile çözmüştür [2]. Son yıllarda Demir ve Rienstra çeşitli çalışmalar yapmıştır. En son yaptıkları çalışmada, koaksiyal borudan sesin radyasyonunu incelemişlerdir [3]. Burada, dıştaki yarı sonsuz borunun dış yüzeyi rigid ve iç yüzeyi kaplı, Z_1 empedansı ile ve içteki sonsuz borunun $z > 0$ için dıştan kaplı, Z_2 empedansı ile gösterimi ele alınmıştır.

Bu çalışmada, yarı sonsuz silindirik bir boru ve içerisine yerleştirilmiş $z > 0$ için dış yüzeyi akustik yutucu malzemeyle kaplı sonsuz silindirik bir boru uçak motorunun matematiksel bir modeli olarak ele alınmış olup, yutucu malzemenin gürültü yayılımına etkisi araştırılacaktır. Bu olay bir sınır-değer problemi olarak modellenecek ve çözümü ise bilinen bir metot olan Wiener-Hopf yöntemi kullanılarak analitik olarak elde edilecektir. Bu analitik çözümün sayısal olarak bazı grafiklerle gösterilmesi neticesinde, yutucu malzemenin gürültü yayılımına etkisi yorumlanabilecektir.

2. PROBLEMİN FORMÜLASYONU ve ÇÖZÜMÜ

2.1. Problemin Formülasyonu

Zaman bağılılığı $e^{i\omega t}$ şeklinde olan harmonik düzlemsel ses dalgasının koaksiyel borudan radyasyonunu ele alalım. Bu koaksiyel boru sonsuz ince kalınlığa sahip olup uzaysal bölgede $\{r = R_2, -\infty < z < \infty\} \cup \{r = R_1, -\infty < z < 0\}$ şeklinde tanımlı olup (r, z, θ) genel silindirik kutupsal koordinatları göstermektedir. Dıştaki borunun iç yüzeyindeki kaplamanın Z_1 empedansı ile, içteki borunun dış yüzeyindeki kaplamanın Z_2 empedansı ile gösterimi ele alınmıştır. Gelen dalganın ve problemin geometrisinin simetrik olmasından dolayı akustik alan her yerde θ dan bağımsız olacaktır. Bu aşamada, akustik basınca ve hıza, sırası ile, $p = -\frac{\partial}{\partial t}\rho_0\psi$ ve $\vec{v} = \text{grad } \psi$ bağıntıları ile bağlı $\psi(r, z, t)$ skaler potansiyelini tanımlamak yerinde olacaktır. Burada ρ_0 dış ortamın yoğunluğunu, zaman bağılılığındaki ω ise açısal frekansı göstermektedir.



Şekil 2.1: Problemin Geometrisi.

Bütün büyüklükler R_1, ρ_0 ve c_0 kullanılarak boyutsuz hale getirilmiştir.

$$r, z \sim R_1, \quad p \sim \rho_0, \quad \omega \sim R_1/c_0 \quad (2.1)$$

Analitik uygunluk açısından çevredeki ortamın biraz kayıplı, yani ω nın çok küçük bir negatif sanal kısma sahip olduğunu varsayacağız. Kayıpsız durum ise analiz sonunda

$\text{Im } \omega \rightarrow 0$ yapılarak elde edilecektir.

Problemin toplam alanını farklı bölgelerde $z \in (-\infty, \infty)$ için,

$$\psi^T(r, z, t) = \begin{cases} \{\psi_1(r, z) + \psi^i(r, z)\} \exp(i\omega t) & ; r > 1 \\ \{\psi_2(r, z) + \psi^i(r, z)\} \exp(i\omega t) & ; r \in (h, 1) \end{cases} \quad (2.2)$$

şeklinde tanımlamak uygun olacaktır. Burada $h = R_2/R_1$ dir. $\psi_1(r, z)$ ve $\psi_2(r, z)$ geçerli bölgede saçılan alanlardır. $\psi^i(r, z)$ gelen alanı da bir önceki çalışmadan elde edilen saçılan alanın bu probleme uyarlanmasıyla elde edilmiş olup,

$$\psi^i(r, z) = -\frac{\omega}{2\pi} \int_L \Phi_1^+(u) \frac{H_0^{(2)}(\lambda \omega r)}{\omega H(Z_2, u)} e^{-i\omega u(z-l)} du \quad (2.3)$$

biçimindedir. Burada $\Phi_1^+(u)$ bilinen fonksiyondur. Ayrıca uygunluk açısından,

$$J(Z_2, u) = -iJ_0(\lambda \omega h) / Z_2 - \lambda J_1(\lambda \omega h) \quad (2.4)$$

$$Y(Z_2, u) = -iY_0(\lambda \omega h) / Z_2 - \lambda Y_1(\lambda \omega h) \quad (2.5)$$

$$H(Z_2, u) = [J(Z_2, u) - iY(Z_2, u)] = -iH_0^2(\lambda \omega h) / Z_2 - \lambda H_1^2(\lambda \omega h) \quad (2.6)$$

$$J(Z_1, u) = iJ_0(\lambda \omega) / Z_1 - \lambda J_1(\lambda \omega) \quad (2.7)$$

$$Y(Z_1, u) = iY_0(\lambda \omega) / Z_1 - \lambda Y_1(\lambda \omega) \quad (2.8)$$

olarak tanımlamak uygun olacaktır.

2.2. Wiener-Hopf Denklem Sisteminin Türetilmesi

$\psi_1(r, z), \psi_2(r, z)$ alanları

$$\left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \omega^2 \right] \psi_{1,2}(r, z) = 0 \quad (2.9)$$

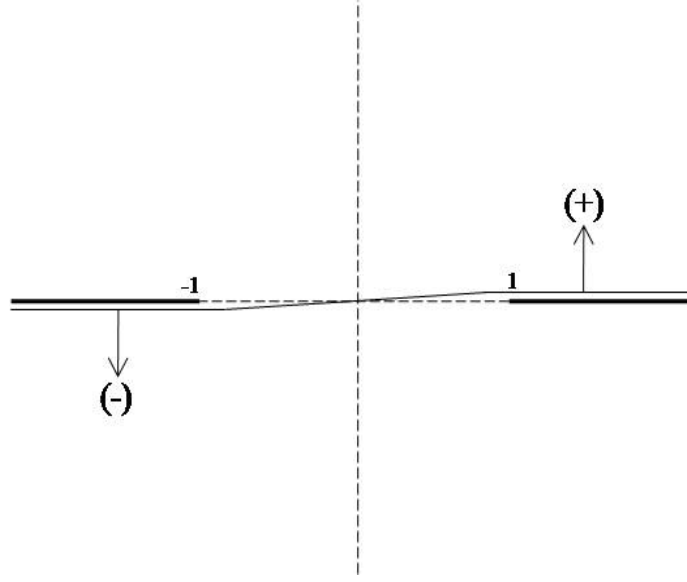
ile verilen Helmholtz denklemini sağlar. z yönünde Fourier dönüşümü alınarak bu denklemlerden aşağıdaki çözümler bulunur.

$$\psi_1(r, z) = \frac{\omega}{2\pi} \int_L A(u) H_0^{(2)}(\lambda \omega r) e^{-i\omega u z} du \quad (2.10)$$

$$\psi_2(r, z) = \frac{\omega}{2\pi} \int_L [B(u) J_0(\lambda \omega r) + C(u) Y_0(\lambda \omega r)] e^{-i\omega u z} du \quad (2.11)$$

Burada L , Şekil 2.2’de gösterildiği gibi, kompleks u düzleminin içinde yer alan, reel eksen boyunca veya yakınında uzanan uygun bir ters fourier dönüşüm eğrisidir. $A(u)$, $B(u)$ ve $C(u)$ bulunması gereken spektral katsayılarıdır. J_0 ve Y_0 sıfırıncı mertebeden Bessel ve Neumann fonksiyonlarıdır. $H_0^{(2)} = J_0 - iY_0$ ise ikinci türden Hankel fonksiyonudur. λ karekök fonksiyonu ise aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$\lambda(u) = \sqrt{1 - u^2} \quad (2.12)$$



Şekil 2.2: Kompleks u düzlemi.

Ayrıca $\psi_1(r, z)$ ve $\psi_2(r, z)$ alanlarının belirlenmesinde gerekli olacak sınır ve süreklilik koşullarını problemin geometrisinden faydalanarak aşağıdaki gibi ifade edebiliriz.

$$\frac{\partial}{\partial r} [\psi_2(h, z) + \psi^i(h, z)] = 0, \quad z < 0 \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} [\psi_2(1, z) + \psi^i(1, z)] = -\frac{i\omega}{Z_1} [\psi_2(1, z) + \psi^i(1, z)], \quad z < 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} [\psi_1(1, z) + \psi^i(1, z)] = 0, \quad z < 0 \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \psi_2(h, z) = \frac{i\omega}{Z_2} \psi_2(h, z), \quad z > 0 \quad (2.16)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \psi_1(1, z) = \frac{\partial}{\partial r} \psi_2(1, z), \quad z > 0 \quad (2.17)$$

$$\psi_1(1,z) = \psi_2(1,z), \quad z > 0. \quad (2.18)$$

Ayrıca $r = 1, z = 0$ da aşağıdaki ayırıt koşulu geçerlidir.

$$\psi^T(1,z) = \mathcal{O}\left(z^{3/2}\right), \quad z \downarrow 0 \quad (2.19)$$

O halde denklem (2.13), denklem (2.14) ve denklem (2.15) ile verilen sınır koşullarından sırasıyla,

$$\begin{aligned} & \frac{\omega}{2\pi} \int_L \left\{ -B(u) J_1(\lambda \omega h) - C(u) Y_1(\lambda \omega h) + e^{i\omega u l} \Phi_1^+(u) \frac{H_1^{(2)}(\lambda \omega h)}{\omega H(Z_2, u)} \right\} \\ & \times \lambda \omega e^{-i\omega u z} du = 0 \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\omega}{2\pi} \int_L \left\{ \omega B(u) J(Z_1, u) + \omega C(u) Y(Z_1, u) - e^{i\omega u l} \Phi_1^+(u) \frac{H(Z_1, u)}{H(Z_2, u)} \right\} \\ & \times e^{-i\omega u z} du = 0 \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\omega}{2\pi} \int_L \left\{ -A(u) H_1^{(2)}(\lambda \omega) + e^{i\omega u l} \Phi_1^+(u) \frac{H_1^{(2)}(\lambda \omega)}{\omega H(Z_2, u)} \right\} \\ & \times \lambda \omega e^{-i\omega u z} du = 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

bulunur. Fourier dönüşümü aldığımızda,

$$\begin{aligned} & -\lambda \omega B(u) J_1(\lambda \omega h) - \lambda \omega C(u) Y_1(\lambda \omega h) + e^{i\omega u l} \Phi_1^+(u) \frac{\lambda \omega H_1^{(2)}(\lambda \omega h)}{\omega H(Z_2, u)} \\ & = X_1^+(u) \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\omega B(u) J(Z_1, u) + \omega C(u) Y(Z_1, u) - e^{i\omega u l} \Phi_1^+(u) \frac{H(Z_1, u)}{H(Z_2, u)} = X_2^+(u) \quad (2.24)$$

$$-A(u) \lambda \omega H_1^{(2)}(\lambda \omega) + e^{i\omega u l} \Phi_1^+(u) \frac{\lambda \omega H_1^{(2)}(\lambda \omega)}{\omega H(Z_2, u)} = X_3^+(u) \quad (2.25)$$

elde edilir. $X_1^+(u)$, $X_2^+(u)$ ve $X_3^+(u)$ aşağıdaki gibidir.

$$\int_0^\infty \frac{\partial}{\partial r} [\psi_2(h, z) + \psi^i(h, z)] e^{i\omega u z} dz = X_1^+(u) \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty \left\{ \frac{\partial}{\partial r} [\psi_2(1, z) + \psi^i(1, z)] + \frac{i\omega}{Z_1} [\psi_2(1, z) + \psi^i(1, z)] \right\} e^{i\omega u z} dz \\ & = X_2^+(u) \end{aligned} \quad (2.27)$$

$$\int_0^\infty \frac{\partial}{\partial r} [\psi_1(1, z) + \psi^i(1, z)] e^{i\omega u z} dz = X_3^+(u) \quad (2.28)$$

Denklem (2.16), denklem (2.17) ve denklem (2.18) ile verilen süreklilik koşullarından sırasıyla,

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_L -\omega \{B(u)J(Z_2, u) + C(u)Y(Z_2, u)\} e^{-i\omega u z} du = 0 \quad (2.29)$$

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{2\pi} \int_L \{ -A(u)\lambda\omega H_1^{(2)}(\lambda\omega) + B(u)\lambda\omega J_1(\lambda\omega) + C(u)\lambda\omega Y_1(\lambda\omega) \} \\ \times e^{-i\omega u z} du = 0 \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_L \{ A(u)H_0^{(2)}(\lambda\omega) - B(u)J_0(\lambda\omega) - C(u)Y_0(\lambda\omega) \} e^{-i\omega u z} du \quad (2.31)$$

bulunur. Fourier dönüşümü aldığımızda,

$$-\omega \{B(u)J(Z_2, u) + C(u)Y(Z_2, u)\} = X_1^-(u) \quad (2.32)$$

$$-A(u)\lambda\omega H_1^{(2)}(\lambda\omega) + B(u)\lambda\omega J_1(\lambda\omega) + C(u)\lambda\omega Y_1(\lambda\omega) = X_2^-(u) \quad (2.33)$$

$$A(u)H_0^{(2)}(\lambda\omega) - B(u)J_0(\lambda\omega) - C(u)Y_0(\lambda\omega) = X_3^-(u) \quad (2.34)$$

elde edilir. $X_1^-(u)$, $X_2^-(u)$ ve $X_3^-(u)$ aşağıdaki gibidir.

$$\int_{-\infty}^0 \left[\frac{i\omega}{Z_2} \psi_2(h, z) - \frac{\partial}{\partial r} \psi_2(h, z) \right] e^{i\omega u z} dz = X_1^-(u) \quad (2.35)$$

$$\int_{-\infty}^0 \left[\frac{\partial}{\partial r} \psi_1(1, z) - \frac{\partial}{\partial r} \psi_2(1, z) \right] e^{i\omega u z} dz = X_2^-(u) \quad (2.36)$$

$$\int_{-\infty}^0 [\psi_1(1, z) - \psi_2(1, z)] e^{i\omega u z} dz = X_3^-(u) \quad (2.37)$$

Denklem (2.23), denklem (2.24) ve denklem (2.25) ile verilen sınır ilişkilerinden,

$$A(u) = -\frac{1}{\lambda \omega H_1^{(2)}(\lambda \omega)} X_3^+(u) + \frac{1}{\omega H(Z_2, u)} e^{i\omega u l} \Phi_1^+(u) \quad (2.38)$$

$$B(u) = \frac{Y(Z_1, u) X_1^+(u) + \lambda Y_1(\lambda \omega h) X_2^+(u)}{\lambda \omega [Y_1(\lambda \omega h) J(Z_1, u) - J_1(\lambda \omega h) Y(Z_1, u)]} + \frac{e^{i\omega u l} \Phi_1^+(u)}{\omega H(Z_2, u)} \quad (2.39)$$

$$C(u) = \frac{-J(Z_1, u) X_1^+(u) - \lambda J_1(\lambda \omega h) X_2^+(u)}{\lambda \omega [Y_1(\lambda \omega h) J(Z_1, u) - J_1(\lambda \omega h) Y(Z_1, u)]} - \frac{ie^{i\omega u l} \Phi_1^+(u)}{\omega H(Z_2, u)} \quad (2.40)$$

katsayılarını elde ederiz. Bu katsayıları denklem (2.32), denklem (2.33) ve denklem (2.34)'de yerine koyduğumuzda aşağıdaki denklemleri alırız.

$$\begin{aligned} X_1^-(u) &= \frac{1}{\lambda} \frac{Y(Z_2, u) J(Z_1, u) - J(Z_2, u) Y(Z_1, u)}{Y_1(\lambda \omega h) J(Z_1, u) - J_1(\lambda \omega h) Y(Z_1, u)} X_1^+(u) \\ &+ \frac{Y(Z_2, u) J_1(\lambda \omega h) - J(Z_2, u) Y_1(\lambda \omega h)}{Y_1(\lambda \omega h) J(Z_1, u) - J_1(\lambda \omega h) Y(Z_1, u)} X_2^+(u) - e^{i\omega u l} \Phi_1^+(u) \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned}
X_2^-(u) &= X_3^+(u) + \frac{Y(Z_1, u)J_1(\lambda\omega) - J(Z_1, u)Y_1(\lambda\omega)}{Y_1(\lambda\omega h)J(Z_1, u) - J_1(\lambda\omega h)Y(Z_1, u)}X_1^+(u) \\
&+ \lambda \frac{Y_1(\lambda\omega h)J_1(\lambda\omega) - J_1(\lambda\omega h)Y_1(\lambda\omega)}{Y_1(\lambda\omega h)J(Z_1, u) - J_1(\lambda\omega h)Y(Z_1, u)}X_2^+(u)
\end{aligned} \tag{2.42}$$

$$\begin{aligned}
X_3^-(u) &= \frac{1}{\lambda\omega} \frac{J(Z_1, u)Y_0(\lambda\omega) - Y(Z_1, u)J_0(\lambda\omega)}{Y_1(\lambda\omega h)J(Z_1, u) - J_1(\lambda\omega h)Y(Z_1, u)}X_1^+(u) \\
&+ \frac{1}{\omega} \frac{J_1(\lambda\omega h)Y_0(\lambda\omega) - Y_1(\lambda\omega h)J_0(\lambda\omega)}{Y_1(\lambda\omega h)J(Z_1, u) - J_1(\lambda\omega h)Y(Z_1, u)}X_2^+(u) \\
&- \frac{H_0^{(2)}(\lambda\omega)}{\lambda\omega H_1^{(2)}(\lambda\omega)}X_3^+(u)
\end{aligned} \tag{2.43}$$

$N(u)$, $L(u)$ ve $K(u)$ çekirdeklerini aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz.

$$N(u) = \lambda \frac{Y_1(\lambda\omega h)J(Z_1, u) - J_1(\lambda\omega h)Y(Z_1, u)}{Y(Z_2, u)J(Z_1, u) - J(Z_2, u)Y(Z_1, u)} \tag{2.44}$$

$$L(u) = \lambda \frac{J(Z_2, u)Y_1(\lambda\omega) - Y(Z_2, u)J_1(\lambda\omega)}{Y(Z_2, u)J(Z_1, u) - J(Z_2, u)Y(Z_1, u)} \tag{2.45}$$

$$K(u) = \frac{2H(Z_2, u)}{\pi\lambda^2\omega H_1^{(2)}(\lambda\omega) [J(Z_2, u)Y_1(\lambda\omega) - Y(Z_2, u)J_1(\lambda\omega)]} \tag{2.46}$$

Denklem (2.41)'i kendi içinde düzenleyelim,

$$\begin{aligned}
N(u)X_1^-(u) &= -\frac{2iX_2^+(u)}{Z_2\pi\omega h[Y(Z_2,u)J(Z_1,u) - J(Z_2,u)Y(Z_1,u)]} \\
&\quad + X_1^+(u) - N(u)e^{i\omega l}\Phi_1^+(u)
\end{aligned} \tag{2.47}$$

Denklem (2.41) ve denklem (2.42)'de $X_1^+(u)$ 'yu yok edelim,

$$\begin{aligned}
&\frac{2iX_1^-(u)}{Z_1\pi\omega[Y(Z_2,u)J(Z_1,u) - J(Z_2,u)Y(Z_1,u)]} - X_2^-(u) \\
&= L(u)X_2^+(u) - X_3^+(u) - \frac{2ie^{i\omega l}\Phi_1^+(u)}{Z_1\pi\omega[Y(Z_2,u)J(Z_1,u) - J(Z_2,u)Y(Z_1,u)]}
\end{aligned} \tag{2.48}$$

Denklem (2.41), denklem (2.42) ve denklem (2.43)'de $X_1^+(u)$ ve $X_2^+(u)$ 'yu yok edelim,

$$\begin{aligned}
&\frac{2X_1^-(u)}{\pi\lambda\omega[J(Z_2,u)Y_1(\lambda\omega) - Y(Z_2,u)J_1(\lambda\omega)]} \\
&- \frac{J(Z_2,u)Y_0(\lambda\omega) - Y(Z_2,u)J_0(\lambda\omega)}{\lambda[J(Z_2,u)Y_1(\lambda\omega) - Y(Z_2,u)J_1(\lambda\omega)]}X_2^-(u) + \omega X_3^-(u) \\
&= K(u)X_3^+(u) - \frac{2e^{i\omega l}\Phi_1^+(u)}{\pi\lambda\omega[J(Z_2,u)Y_1(\lambda\omega) - Y(Z_2,u)J_1(\lambda\omega)]}
\end{aligned} \tag{2.49}$$

elde ederiz. Bu üç denklem Wiener-Hopf denklem sistemidir.

2.3. Wiener-Hopf Denklem Sisteminin Çözümü

Denklem (2.47)'de

$$N(u) = \frac{N_+(u)}{N_-(u)} \quad (2.50)$$

yazıp her tarafı $1/N_+(u)$ ile çarpıp gerekli düzenlemeleri yaptıktan sonra kutuplardaki rezidü katkılarını çıkarırsak:

$$\begin{aligned} \frac{1}{N_-(u)} X_1^-(u) + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{a_p^+}{u - \sigma_p^-} &= \frac{1}{N_+(u)} X_1^+(u) \\ -\left(\frac{2iX_2^+(u)}{Z_2\pi\omega h} + \lambda(Y_1(\lambda\omega h)J(Z_1, u) - J_1(\lambda\omega h)Y(Z_1, u))e^{i\omega u l}\Phi_1^+(u)\right) & \end{aligned} \quad (2.51)$$

$$\times \frac{1}{N_+(u)[Y(Z_2, u)J(Z_1, u) - J(Z_2, u)Y(Z_1, u)]} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{a_p^+}{u - \sigma_p^-}$$

alırız. Burada;

$$\begin{aligned} a_p^+ &= \frac{\frac{2iX_2^+(\sigma_p^-)}{Z\pi\omega h} + \lambda(Y_1(\lambda\omega h)J(Z_1, \sigma_p^-) - J_1(\lambda\omega h)Y(Z_1, \sigma_p^-))}{N_+(\sigma_p^-) \frac{d}{du}[Y(Z_2, u)J(Z_1, u) - J(Z_2, u)Y(Z_1, u)]_{u=\sigma_p^-}} \\ &\quad \times e^{i\omega\sigma_p^- l}\Phi_1^+(\sigma_p^-) \end{aligned} \quad (2.52)$$

dır ve $u = \sigma_p^-$

$$Y(Z_2, u)J(Z_1, u) - J(Z_2, u)Y(Z_1, u) \quad (2.53)$$

ifadesinin sıfırlarıdır. Ayrıca, $N_+(u)$ ve $N_-(u)$ sırasıyla kompleks-u bandının üst ($\text{Im } u > 0$ ya da $\text{Im } u = 0$ ve $\text{Re } u < 0$) ve alt ($\text{Im } u < 0$ ya da $\text{Im } u = 0$ ve $\text{Re } u > 0$) yarı düzlemlerinde analitik ve sıfırları olmayan fonksiyonlardır. Denklem (2.51)'de Liouville teoreminden;

$$-\frac{1}{N_-(u)}X_1^-(u) = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{a_p^+}{u - \sigma_p^-} \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2iX_2^+(u)}{Z\pi\omega h} + \lambda(Y_1(\lambda\omega h)J(Z_1, u) - J_1(\lambda\omega h)Y(Z_1, u))e^{i\omega ul}\Phi_1^+(u) \right) \\ & \times \frac{1}{N_+(u)[Y(Z_2, u)J(Z_1, u) - J(Z_2, u)Y(Z_1, u)]} \end{aligned} \quad (2.55)$$

$$-\frac{1}{N_+(u)}X_1^+(u) = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{a_p^-}{u - \sigma_p^+}$$

elde ederiz. Denklem (2.48)'de

$$L(u) = \frac{L_+(u)}{L_-(u)} \quad (2.56)$$

yazıp her tarafı $L_-(u)$ ile çarpıp gerekli düzenlemeleri yaptıktan sonra kutuplardaki rezidü katkılarını çıkarırsak;

$$\begin{aligned} & \frac{2iL_-(u)X_1^-(u)}{Z_1\pi\omega[Y(Z_2, u)J(Z_1, u) - J(Z_2, u)Y(Z_1, u)]} - L_-(u)X_2^-(u) \\ & - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_p^+}{u - \kappa_p^-} - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{a_p^-}{u - \sigma_p^+} = L_+(u)X_2^+(u) \\ & - \frac{(\frac{1}{\lambda}Y(Z_2, u)J(Z_1, u) - J(Z_2, u)Y(Z_1, u))X_3^+(u) + \frac{2i}{Z_1\pi\omega}e^{i\omega ul}\Phi_1^+(u)L_+(u)}{Y_1(\lambda\omega)J(Z_2, u) - J_1(\lambda\omega)Y(Z_2, u)} \\ & - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_p^+}{u - \kappa_p^-} - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{a_p^-}{u - \sigma_p^+} \end{aligned} \quad (2.57)$$

alırız. Burada;

$$b_p^+ = -\frac{\frac{2i}{Z_1\pi\omega}e^{i\omega\kappa_p^-l}\Phi_1^+(\kappa_p^-)L_+(\kappa_p^-)}{\frac{d}{du}[Y_1(\lambda\omega)J(Z_2,u) - J_1(\lambda\omega)Y(Z_2,u)]_{u=\kappa_p^-}}$$

$$\frac{\left[-\frac{1}{\lambda}(Y(Z_2,\kappa_p^-)J(Z_1,\kappa_p^-) - J(Z_2,\kappa_p^-)Y(Z_1,\kappa_p^-))X_3^+(\kappa_p^-)\right]L_+(\kappa_p^-)}{\frac{d}{du}[Y_1(\lambda\omega)J(Z_2,u) - J_1(\lambda\omega)Y(Z_2,u)]_{u=\kappa_p^-}} \quad (2.58)$$

$$a_p^- = \frac{2iL_-(\sigma_p^+)X_1^-(\sigma_p^+)}{Z_1\pi\omega\frac{d}{du}[Y(Z_2,u)J(Z_1,u) - J(Z_2,u)Y(Z_1,u)]_{u=\sigma_p^+}} \quad (2.59)$$

dır. $u = \kappa_p^-$ ve $u = \sigma_p^+$, sırasıyla,

$$[Y_1(\lambda\omega)J(Z_2,u) - J_1(\lambda\omega)Y(Z_2,u)] \quad (2.60)$$

$$[Y(Z_2,u)J(Z_1,u) - J(Z_2,u)Y(Z_1,u)] \quad (2.61)$$

ifadelerinin sıfırlarıdır. Ayrıca, $L_+(u)$ ve $L_-(u)$, sırasıyla, kompleks- u düzleminin üst ve alt yarı düzlemlerinde analitik ve sıfırları olmayan fonksiyonlardır. Denklem (2.57)'de Liouville teoreminden ;

$$\frac{2i}{Z_1\pi\omega[Y(Z_2,u)J(Z_1,u) - J(Z_2,u)Y(Z_1,u)]}L_-(u)X_1^-(u) - L_-(u)X_2^-(u)$$

$$= \sum_{p=1}^{\infty} \frac{a_p^-}{u - \sigma_p^+} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_p^+}{u - \kappa_p^-} \quad (2.62)$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{(\frac{1}{\lambda}(Y(Z_2, u)J(Z_1, u) - J(Z_2, u)Y(Z_1, u))X_3^+(u)L_+(u))}{Y_1(\lambda\omega)J(Z_2, u) - J_1(\lambda\omega)Y(Z_2, u)} \\
& -\frac{\frac{2i}{Z_1\pi\omega}e^{i\omega ul}\Phi_1^+(u)L_+(u)}{Y_1(\lambda\omega)J(Z_2, u) - J_1(\lambda\omega)Y(Z_2, u)} + L_+(u)X_2^+(u) \\
& = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{a_p^-}{u - \sigma_p^+} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_p^+}{u - \kappa_p^-}
\end{aligned} \tag{2.63}$$

elde ederiz. Denklem (2.49)'da

$$K(u) = \frac{K_+(u)}{K_-(u)} \tag{2.64}$$

yazıp her tarafı $K_-(u)$ ile çarpıp gerekli düzenlemeleri yaparsak;

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{2X_1^-(u)}{\pi\lambda\omega} - \frac{1}{\lambda} [Y(Z_2, u)J_0(\lambda\omega) - J(Z_2, u)Y_0(\lambda\omega)] X_2^-(u) \right] \\
& \times \frac{K_-(u)}{[Y_1(\lambda\omega)J(Z_2, u) - J_1(\lambda\omega)Y(Z_2, u)]} \\
& + \omega K_-(u)X_3^-(u) = K_+(u)X_3^+(u) - \frac{\lambda H_1^{(2)}(\lambda\omega)}{H(Z_2, u)} K_+(u)e^{i\omega ul}\Phi_1^+(u)
\end{aligned} \tag{2.65}$$

alırız. Sonuçta $u = \kappa_p^+$

$$[Y_1(\lambda \omega)J(Z_2, u) - J_1(\lambda \omega)Y(Z_2, u)] \quad (2.66)$$

ifadesinin sıfırları olarak alınıp ve

$$Q(u) = -\frac{\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega)}{H(Z_2, u)}K_+(u)e^{i\omega u l}\Phi_1^+(u) = Q_+(u) + Q_-(u) \quad (2.67)$$

olarak işaretlenip kutuplardaki rezidü katkıları çıkartılırsa;

$$\begin{aligned} & \left[\frac{2X_1^-(u)}{\pi \lambda \omega} - \frac{1}{\lambda} [Y(Z_2, u)J_0(\lambda \omega) - J(Z_2, u)Y_0(\lambda \omega)] X_2^-(u) \right] \\ & \times \frac{K_-(u)}{[Y_1(\lambda \omega)J(Z_2, u) - J_1(\lambda \omega)Y(Z_2, u)]} \\ & + \omega K_-(u)X_3^-(u) - Q_-(u) - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_p^-}{u - \kappa_p^+} \\ & = K_+(u)X_3^+(u) + Q_+(u) - \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_p^-}{u - \kappa_p^+} \end{aligned} \quad (2.68)$$

alınır. Denklem (2.68)'da Liouville teoreminden;

$$\left[\frac{2X_1^-(u)}{\pi\lambda\omega} - \frac{1}{\lambda} [Y(Z_2, u)J_0(\lambda\omega) - J(Z_2, u)Y_0(\lambda\omega)] X_2^-(u) \right] \\ \times \frac{K_-(u)}{[Y_1(\lambda\omega)J(Z_2, u) - J_1(\lambda\omega)Y(Z_2, u)]} \quad (2.69)$$

$$+ \omega K_-(u) X_3^-(u) - Q_-(u) = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_p^-}{u - \kappa_p^+}$$

$$K_+(u) X_3^+(u) + Q_+(u) = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_p^-}{u - \kappa_p^+} \quad (2.70)$$

elde ederiz. Burada;

$$b_p^- = \left[\frac{2X_1^-(\kappa_p^+)}{\pi\lambda\omega} - \frac{1}{\lambda} [Y(Z_2, \kappa_p^+)J_0(\lambda\omega) - J(Z_2, \kappa_p^+)Y_0(\lambda\omega)] X_2^-(\kappa_p^+) \right] \\ \times \frac{K_-(\kappa_p^+)}{\frac{d}{du} [Y_1(\lambda\omega)J(Z_2, u) - J_1(\lambda\omega)Y(Z_2, u)]_{u=\kappa_p^+}} \quad (2.71)$$

dır. Ayrıca, $K_+(u)$ ve $K_-(u)$, sırasıyla, kompleks-u düzleminin üst ve alt yarı düzlemlerinde analitik ve sıfırları olmayan fonksiyonlardır. Buradan;

$$X_3^+(u) = -\frac{Q_+(u)}{K_+(u)} + \frac{1}{K_+(u)} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_p^-}{u - \kappa_p^+} \quad (2.72)$$

olarak belirlenir. $N(u)$, $L(u)$ ve $K(u)$ çekirdek fonksiyonlarının faktörizasyonu Ek1’de ve $Q(u)$ fonksiyonunun dekompozisyonu Ek2’de gösterilmiştir.

2.4. $a_p^\pm$ ve $b_p^\pm$ Açılım Katsayılarının Belirlenmesi

Denklem (2.52)'yi a_r^+ için ve denklem (2.63)'ü $X_2^+(\sigma_r^-)$ için düzenleyip iki denklemi birbiri içinde toparlarsak, $r = 1, 2, \dots$ için:

$$\begin{aligned} a_r^+ \frac{Z\pi\omega h N_+(\sigma_r^-) L_+(\sigma_r^-)}{2i} \frac{d}{du} [Y(Z_2, u) J(Z_1, u) - J(Z_2, u) Y(Z_1, u)]_{u=\sigma_r^-} \\ = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{a_p^-}{\sigma_r^- - \sigma_p^+} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_p^+}{\sigma_r^- - \kappa_p^-} \end{aligned} \quad (2.73)$$

alırız. Denklem (2.59)'u a_r^- için ve denklem (2.54)'ü $X_1^-(\sigma_r^+)$ için düzenleyip iki denklemi birbiri içinde toparlarsak, $r = 1, 2, \dots$ için:

$$a_r^- \frac{-Z_1 \pi \omega \frac{d}{du} [Y(Z_2, u) J(Z_1, u) - J(Z_2, u) Y(Z_1, u)]_{u=\sigma_r^+}}{2i L_-(\sigma_r^+) N_-(\sigma_r^+)} = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{a_p^+}{\sigma_r^+ - \sigma_p^-} \quad (2.74)$$

alırız. Denklem (2.58)'i κ_r^- için ve denklem (2.70)'i $X_3^+(\kappa_r^-)$ için düzenleyip iki denklemi birbiri içinde toparlarsak, $r = 1, 2, \dots$ için:

$$\begin{aligned} b_r^+ \frac{-\lambda K_+(\kappa_r^-) \frac{d}{du} [Y_1(\lambda \omega) J(Z_2, u) - J_1(\lambda \omega) Y(Z_2, u)]_{u=\kappa_r^-}}{L_+(\kappa_r^-) [Y(Z_2, \kappa_r^-) J(Z_1, \kappa_r^-) - J(Z_2, \kappa_r^-) Y(Z_1, \kappa_r^-)]} \\ = \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_p^-}{\kappa_r^- - \kappa_p^+} \end{aligned} \quad (2.75)$$

$$+ \frac{2i\lambda K_+(\kappa_r^-) e^{i\omega \kappa_r^- l} \Phi_1^+(\kappa_r^-)}{Z_1 \pi \omega [Y(Z_2, \kappa_r^-) J(Z_1, \kappa_r^-) - J(Z_2, \kappa_r^-) Y(Z_1, \kappa_r^-)]} - Q_+(\kappa_r^-)$$

alırız. Denklem (2.71)'i κ_r^+ için ve denklem (2.62)'yi $X_2^-(\kappa_r^+)$ için düzenleyip iki denklemi birbiri içinde toparlarsak, $r = 1, 2, \dots$ için aşağıdaki denklemi elde ederiz.

$$b_r^- \frac{\lambda L_-(\kappa_r^+) \frac{d}{du} [Y_1(\lambda \omega) J(Z_2, u) - J_1(\lambda \omega) Y(Z_2, u)]_{u=\kappa_r^+}}{K_-(\kappa_r^+) [Y(Z_2, \kappa_r^+) J_0(\lambda \omega) - J(Z_2, \kappa_r^+) Y_0(\lambda \omega)]}$$

$$= \sum_{p=1}^{\infty} \frac{a_p^-}{\kappa_r^+ - \sigma_p^+} + \sum_{p=1}^{\infty} \frac{b_p^+}{\kappa_r^+ - \kappa_p^-} \quad (2.76)$$

3. SAÇILAN ALANIN ANALİZİ

$r > 1$ bölgesindeki toplam alan denklem (2.38) yardımıyla,

$$\psi_1(r, z) + \psi^i(r, z) = \frac{1}{2\pi} \int_L - \frac{X_3^+(u)}{\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega)} H_0^{(2)}(\lambda \omega r) e^{-i\omega u z} du \quad (3.1)$$

olarak elde edilir. Ayrıca $H_0^{(2)}(z)$ nin $z \rightarrow \infty$ iken geçerli asimtotik ifadesi [10]

$$H_0^{(2)}(z) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi z}} e^{-i(z - \pi/4)} \quad (3.2)$$

göz önünde bulundurulursa,

$$\psi_1(r, z) + \psi^i(r, z) \sim \frac{1}{2\pi} \int_L - \frac{X_3^+(u)}{\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega)} \sqrt{\frac{2}{\pi \lambda \omega r}} e^{-i(\lambda \omega r - \pi/4) - i\omega u z} du \quad (3.3)$$

elde edilir. Şekil 3.1'den görüldüğü gibi

$$r = R \sin \theta \quad (3.4)$$

$$z = R \cos \theta \quad (3.5)$$

$$u = \cos(\theta - i\tau) \quad (3.6)$$

$$du = i \sin(\theta - i\tau) d\tau \quad (3.7)$$

dönüşümleri uygulanarak ve

$$\lambda = \sqrt{1-u^2} = \sin(\theta - i\tau) \quad (3.8)$$

göz önünde bulundurularak

$$\begin{aligned} & \psi_1(R, \theta) + \psi^i(R, \theta) \\ & \sim \frac{i}{2\pi} \int_{\tilde{L}} - \frac{X_3^+(\cos(\theta - i\tau))}{H_1^{(2)}(\omega \sin(\theta - i\tau))} \sqrt{\frac{2}{\pi \omega R \sin \theta \sin(\theta - i\tau)}} e^{-i\omega R \cosh(\tau) + i\pi/4} d\tau \quad (3.9) \end{aligned}$$

integrali elde edilir. Bu integralin,

$$q(\tau) = -R \cosh(\tau) \quad (3.10)$$

$$\frac{d}{d\tau} q(\tau) = R \sinh(\tau) \quad (3.11)$$

$$q'(0) = 0 \quad (3.12)$$

$$\tau_s = 0 \quad (3.13)$$

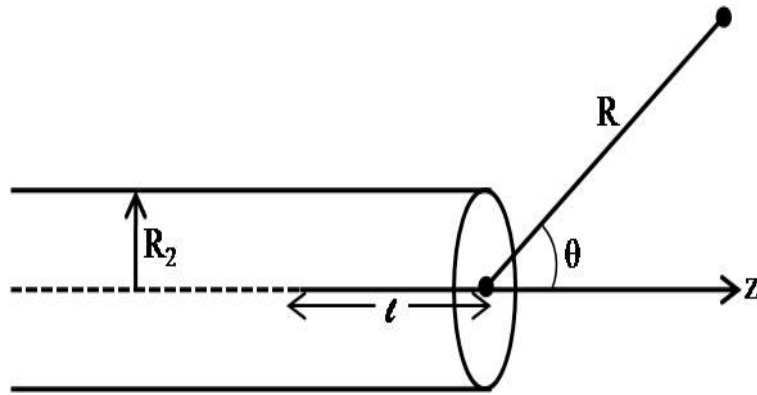
semer noktası tekniğiyle asimtotik ifadesi [6]

$$\psi_1(R, \theta) + \psi^i(R, \theta) \sim D(\theta) \frac{\exp(-i\omega R)}{\omega R} \quad (3.14)$$

şeklindedir. Burada,

$$D(\theta) = -\frac{i}{\pi} \frac{X_3^+(\cos \theta)}{\sin \theta H_1^{(2)}(\omega \sin \theta)} \quad (3.15)$$

şeklindedir.



Şekil 3.1: küresel koordinatlar.

4. SAYISAL ÖRNEKLER ve SONUÇLAR

Bu bölümde Z_2 parametresinin saçılma üzerindeki etkisini görebilmek için farklı frekanslarda uzak alan hesabı yapılmıştır. Problemin parametre değerleri Demir ve Rienstra [5]'den alınmıştır. Bu değerler şu şekildedir:

$$R_1 = 0.1985 \text{ m} \quad (4.1)$$

$$R_2 = 0.1191 \text{ m} \quad (4.2)$$

$$h = R_2/R_1 = 0.6 \quad (4.3)$$

$$l = 0.1588 \text{ m} \quad (4.4)$$

$$c_0 = 340.17 \text{ m/s} \quad (4.5)$$

$$\rho_0 = 1.225 \text{ kg/m}^3 \quad (4.6)$$

ve iki farklı frekans için farklı empedans değerleri

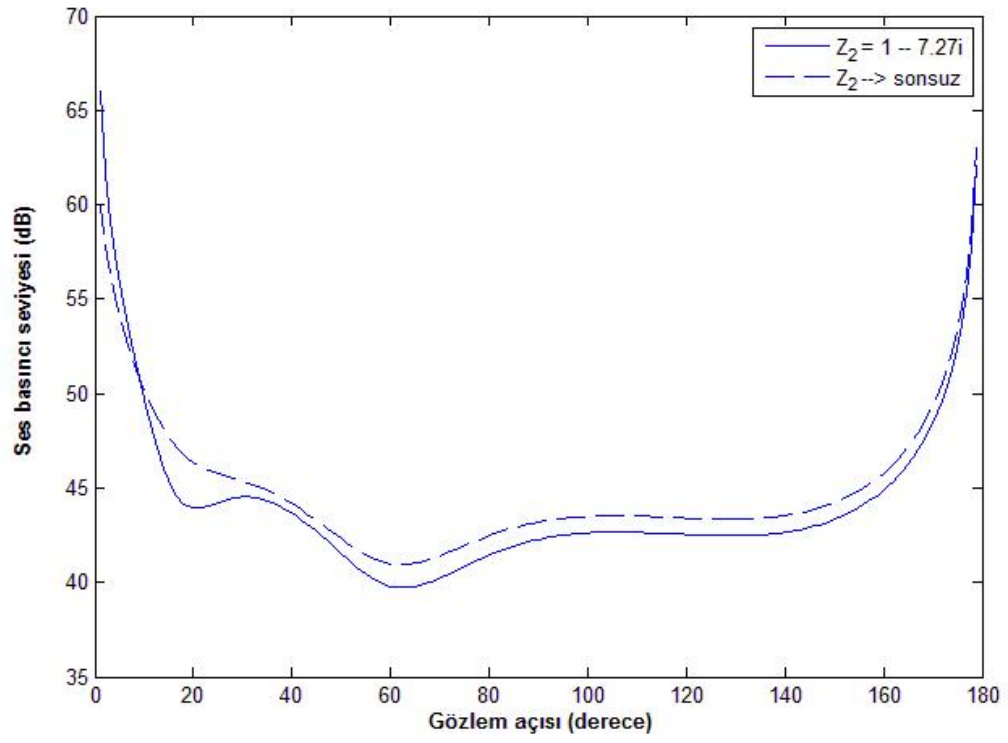
$$f_1 = 1250 \text{ Hz} , \quad \omega = 2\pi f_1 R_1 / c_0 = 4.58305 , \quad Z_1 = 1 - 7.27i \quad (4.7)$$

$$f_2 = 4000 \text{ Hz} , \quad \omega = 2\pi f_2 R_1 / c_0 = 14.66575 , \quad Z_1 = 1 - 2.14i \quad (4.8)$$

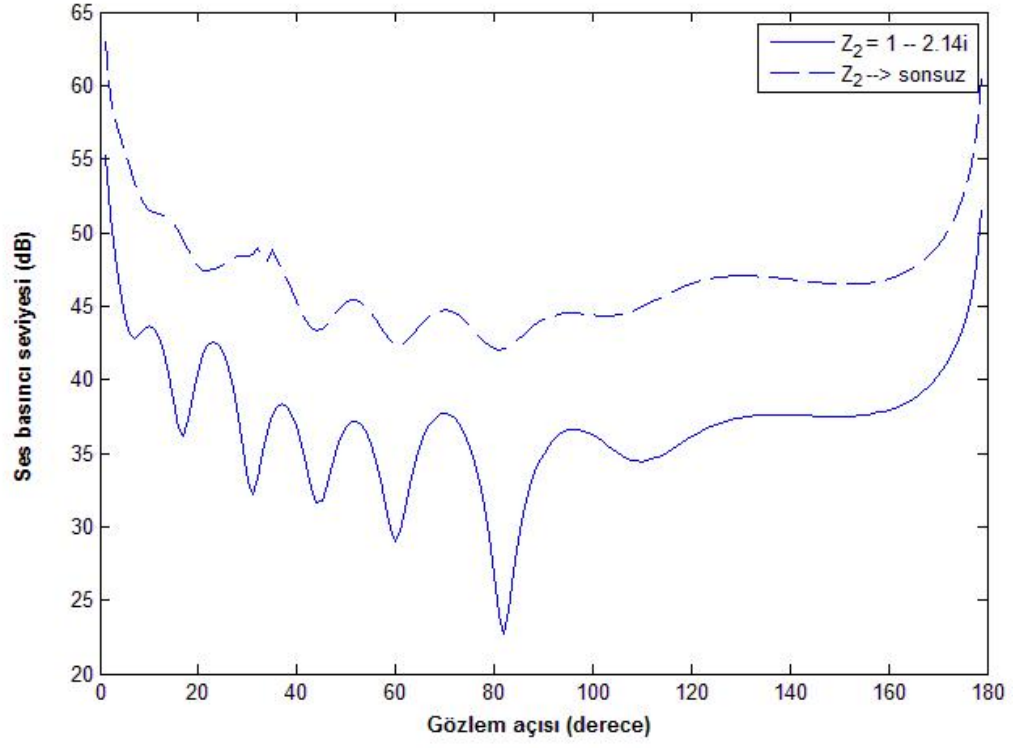
seçilmiş ve uzak alan ayırıtın 46 m uzaklıkta, denklem (3.14) ve denklem (3.15) ve

$$SPL = 20 \log_{10} \left(\frac{|p|}{2\sqrt{2}10^{-5}} \right) \quad (4.3)$$

kullanılarak hesaplanmıştır. Şekil 4.1 ve Şekil 4.2’den görüldüğü gibi her iki frekans değeri için hemen hemen her gözlem açısında ses basıncı seviyesinde bir azalma görülmektedir. Yüksek frekans için bu azalma miktarı daha fazladır.



Şekil 4.1: f_1 frekansı için toplam alan.



Şekil 4.2: f_2 frekansı için toplam alan.

5. SONUÇLAR

Bu tezde, ses dalgalarının iç kısmı akustik yutucu malzemeyle kaplı yarı sonsuz silindirik bir boru ve içersine yerleştirilmiş dış yüzeyinin yarısı akustik yutucu malzemeyle kaplı sonsuz silindirik bir borudan saçılımı incelenmiştir. Probleme ilişkin sınır ve süreklilik koşullarına Fourier dönüşümü uygulanarak, problem Wiener-Hopf denklemine indirgenmiştir.

Saçılan alanın analizi bölümünde semer noktası (saddle-point) yöntemi kullanılarak saçılan alan açık olarak ifade edilmiştir. Sayısal örnekler ve sonuçlar bölümünde ise akustik yutucu malzemenin uzak alana etkisi nümerik sonuçlar elde edilerek gözlemlenmiştir. Bu kısımda farklı frekans ve empedans değerleri için ses basıncındaki değişim incelenmiştir.

Bu çalışmadan yapılan analizlerden yola çıkılarak, ortamın akışkanlı olduğu durumu incelemek mümkündür. Burada akustik yutucu malzeme ile akışkan arasındaki etkileşimin ses dalgalarının saçılımı üzerindeki etkisi incelenebilir.

KAYNAKLAR

- [1] Rawlins A.D., (1978), "Radiation of sound from an unflanged rigid cylindrical duct with an acoustically absorbing internal surface", Proc. Roy. Soc. Lond A361,6591.
- [2] Munt R.M., (1977), "The interaction of sound with a subsonic jet issuing from a semi-infinite cylindrical pipe", Journal of Fluid Mechanics, 83(4), 609-640.
- [3] Demir A., Rienstra S.W., (2006), "Sound Radiation from an Annular Duct with Jet Flow and a Lined Centerbody", AIAA 2006-2718 of the 12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Cambridge, MA, 8-10 May.
- [4] Demir A., Rienstra S.W., (2007), "Sound Radiation from a Buried Nozzle with Jet and Bypass Flow", paper no. 449 at ICSV14, the Fourteenth International Congress on Sound and Vibration, Cairns, 9-12 July.
- [5] Demir A., Rienstra S.W., (2010), "Sound Radiation from a Lined Exhaust Duct with Lined Afterbody", paper AIAA-2010-3947 of the 16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Stockholm, Sweden, 7-9 June.
- [6] Büyükaksoy A., Uzgören G., (1999), "Kırınım Problemleri", Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Yayınları.
- [7] Rawlins A.D., (1995), "A bifurcated circular waveguide problem", IMAJ. Appl. Math, 59-81.
- [8] Rienstra S.W., Peake N., (2005), "Modal Scattering at an Impedance Transition in a Lined Flow Duct", AIAA 2005-2852 of the 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Monterey, CA, 23-25 May.
- [9] Noble B., (1958), "Methods Based On The Wiener-Hopf Technique For The Solution Partial Differential Equation", Pergamon Press, New York.
- [10] Abramowitz M., Stegun I. A., (1972), "Handbook Of Mathematical Functions With Formulas, Graphs and Mathematical Tables", Washington D.C., U.S. Dept. of Commerce.

ÖZGEÇMİŞ

Ayşe TİRYAKİOĞLU, 1986 yılında Kartal'da doğmuştur. İlk ve orta öğrenimini İstanbul-Kartal'da tamamladıktan sonra 2005 yılında girdiği Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Fen Fakültesi, Matematik Bölümünden 2010 yılında mezun olmuştur. 2010 yılı bahar döneminde Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik Anabilim Dalında yüksek lisans eğitimine başlamıştır. Şu an halen Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Mühendislik ve Fenbilimleri Enstitüsü, Matematik Ana Bilim Dalında başlamış olduğu Araştırma Görevliliğini sürdürmektedir.

EKLER

Ek 1: Çekirdek Fonksiyonlarının Faktörizasyonu

Bu bölümde $N(u)$, $L(u)$ ve $K(u)$ fonksiyonlarının faktörizasyonu incelenecektir.

$$N(u) = \lambda \frac{Y_1(\lambda \omega h) J(Z_1, u) - J_1(\lambda \omega h) Y(Z_1, u)}{Y(Z_2, u) J(Z_1, u) - J(Z_2, u) Y(Z_1, u)} \quad (5.1)$$

$$L(u) = \lambda \frac{J(Z_2, u) Y_1(\lambda \omega) - Y(Z_2, u) J_1(\lambda \omega)}{Y(Z_2, u) J(Z_1, u) - J(Z_2, u) Y(Z_1, u)} \quad (5.2)$$

$$N(u) = \frac{N_+(u)}{N_-(u)}, \quad L(u) = \frac{L_+(u)}{L_-(u)} \quad (5.3)$$

$$N(-u) = N(u), \quad L(-u) = L(u)$$

fonksiyonları, dallanma tekilliği olmayan sadece basit sıfırları ve basit kutupları olan meramorfik fonksiyonlardır. Bu fonksiyonların faktörizasyonu aşağıdaki gibidir:

$N(u)$ fonksiyonu için;

$$N(u) = \frac{N_1(u)}{N_2(u)} \quad (5.4)$$

şeklinde düzenleyelim. Buradan $N_1(u)$ fonksiyonu için

$$\beta_m [Y_1(\beta_m \omega h) J(Z_1, \alpha_m) - J_1(\beta_m \omega h) Y(Z_1, \alpha_m)] = 0 \quad (5.5)$$

$$\beta_m = \sqrt{1 - \alpha_m^2} \quad (5.6)$$

ve $N_2(u)$ fonksiyonu için

$$Y(Z_2, \sigma_m)J(Z_1, \sigma_m) - J(Z_2, \sigma_m)Y(Z_1, \sigma_m) = 0 \quad (5.7)$$

olmak üzere

$$N_+(u) = \sqrt{\frac{Y_1(\omega h)J(Z_1, 0) - J_1(\omega h)Y(Z_1, 0)}{Y(Z_2, 0)J(Z_1, 0) - J(Z_2, 0)Y(Z_1, 0)}} \\ \times \exp\{-P(u)\} \prod_{m=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \frac{u}{\alpha_m}\right) e^{-\frac{u}{\alpha_m}}}{\left(1 + \frac{u}{\sigma_m}\right) e^{-\frac{u}{\sigma_m}}} \quad (5.8)$$

olarak bulunur. Burada $P(u)$ sonsuz çarpımın asimtotik davranışını yok edecek şekilde seçilecektir. Bilindiği gibi Bessel ve Neumann fonksiyonları büyük argümanlar için sırasıyla

$$J_n(z) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \cos\left(z - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad |z| \rightarrow \infty \quad (5.9)$$

ve

$$Y_n(z) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \sin\left(z - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \quad |z| \rightarrow \infty \quad (5.10)$$

gibi davranır [10]. O halde $N_1(u)$ fonksiyonunun büyük sıfırları da

$$\begin{aligned} & \sin\left(\lambda \omega h - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\lambda \omega h - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \\ & - \sin\left(\lambda \omega - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \cos\left(\lambda \omega - \frac{n\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \\ & = \sin \lambda (\omega h - \omega) \end{aligned} \quad (5.11)$$

olduğundan

$$\alpha_m \sim \sqrt{1 - \left(\frac{m\pi}{\omega h - \omega}\right)^2} = m \frac{i\pi}{(\omega h - \omega)} \quad (5.12)$$

davranışına sahip bulunur. Aynı şekilde

$$\sigma_m \sim \sqrt{1 - \left(\frac{m\pi}{\omega h - \omega}\right)^2} = m \frac{i\pi}{(\omega h - \omega)} \quad (5.13)$$

bulunur. Yani

$$\alpha_m \sim \sigma_m \quad (5.14)$$

dır. Sonsuz çarpımların asimtotik davranışı

$$\prod_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{u}{ma+b}\right) e^{-\frac{u}{ma}} \sim \frac{\Gamma\left(\frac{b}{a}+1\right)}{\sqrt{2\pi}} \left(\frac{u}{a}\right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{u}{a}\right)^{-\frac{b}{2}} e^{\frac{u}{a}(1-C-\log(\frac{u}{a}))} \quad (5.15)$$

formülü yardımı ile $\alpha_m = m \frac{i\pi}{(\omega h - \omega)}$ olduğu da göz önünde bulundurularak

$$\begin{aligned} P_1(u) &= \prod_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{u}{\alpha_m}\right) e^{\frac{i u (\omega h - \omega)}{m\pi}} \\ &\sim \sqrt{\frac{i}{2u(\omega h - \omega)}} e^{\frac{-i u (\omega h - \omega)}{\pi} \left(1 - C - \log\left(\frac{u}{u(\omega h - \omega)}\right) + \frac{i\pi}{2}\right)} \end{aligned} \quad (5.16)$$

elde edilir. Aynı şekilde $P_2(u)$ da hesaplanınca sonuçta; $P_1(u) = P_2(u)$ elde edilir. Sonuç olarak;

$$N_+(u) \sim \sqrt{\frac{Y_1(\omega h)J(Z_1,0) - J_1(\omega h)Y(Z_1,0)}{Y(Z_2,0)J(Z_1,0) - J(Z_2,0)Y(Z_1,0)}} \prod_{m=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \frac{u}{\alpha_m}\right) e^{-\frac{u}{\alpha_m}}}{\left(1 + \frac{u}{\sigma_m}\right) e^{-\frac{u}{\sigma_m}}} \quad (5.17)$$

elde edilmiş olur [7]. Aynı prosedür $L(u)$ için de izlenirse sonuç olarak,

$$L_+(u) \sim \sqrt{\frac{J(Z_2, 0)Y_1(\omega) - Y(Z_2, 0)J_1(\omega)}{Y(Z_2, 0)J(Z_1, 0) - J(Z_2, 0)Y(Z_1, 0)}} \prod_{m=1}^{\infty} \frac{\left(1 + \frac{u}{\varkappa_m}\right) e^{-\frac{u}{\varkappa_m}}}{\left(1 + \frac{u}{\sigma_m}\right) e^{-\frac{u}{\sigma_m}}} \quad (5.18)$$

elde edilmiş olur. $K(u)$ fonksiyonu için $|u| \rightarrow \infty$ iken,

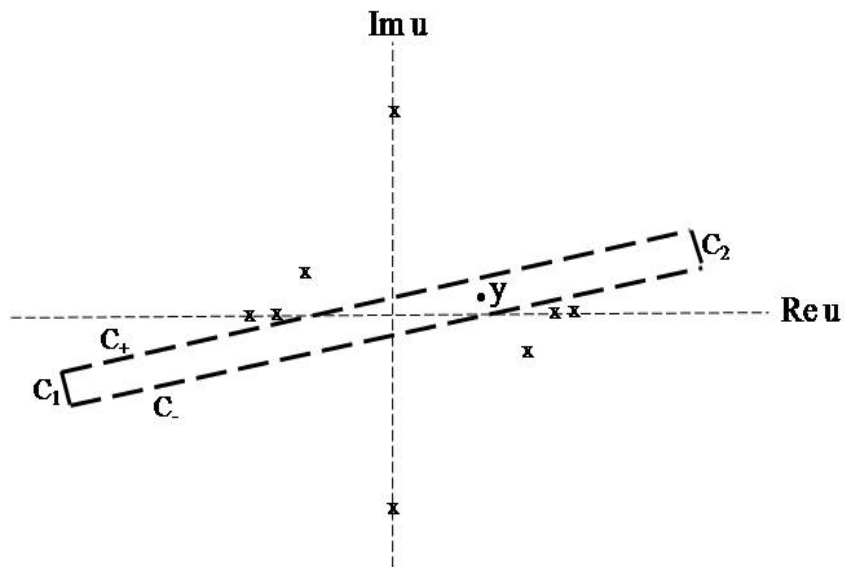
$$K(u) = \mathcal{O}(u^{-1}) \quad (5.19)$$

$$K_+(u) = K_-(-u) \quad (5.20)$$

$$K_+(u) = \mathcal{O}\left(u^{-1/2}\right) \quad (5.21)$$

$$K_-(u) = \mathcal{O}\left(u^{1/2}\right) \quad (5.22)$$

dir.



Şekil 5.1: $K(u)$ ' nun integrasyon konturu.

C bölgesini C_1, C_+, C_2 ve C_- ile oluşturup, C 'nin kuşattığı bölgenin içinde y noktası alalım. C 'nin pozitif yönde alınmış olması durumunda,

$$\ln K(y) = \frac{1}{2\pi i} \oint_C \frac{\ln K(u)}{u-y} du \quad (5.23)$$

elde edilir. C 'nin uçları sonsuza götürülürse uçlardan gelen katkı yok olur. Dolayısıyla,

$$\ln K(y) = \frac{1}{2\pi i} \int_{C_-} \frac{\ln K(u)}{u-y} du - \frac{1}{2\pi i} \int_{C_+} \frac{\ln K(u)}{u-y} du \quad (5.24)$$

dur. O halde,

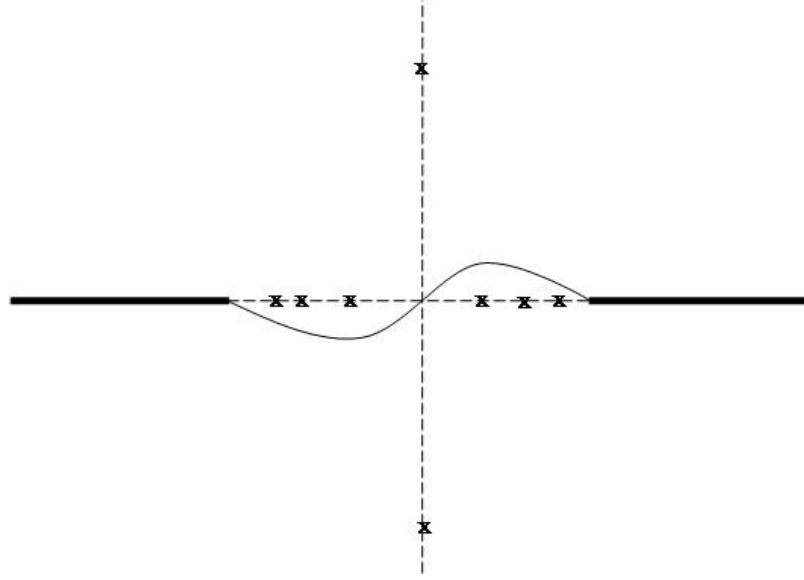
$$K_+(y) = \exp \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{C_-} \frac{\ln K(u)}{u-y} du \right\} \quad (5.25)$$

$$K_-(y) = \exp \left\{ \frac{1}{2\pi i} \int_{C_+} \frac{\ln K(u)}{u-y} du \right\} \quad (5.26)$$

olarak tanımlayabiliriz.

$K_{\pm}$ İfadesinin Nümerik Hesabı

[8]' den,



Şekil 5.2: Kompleks u düzlemindeki düzgün egri.

$$u = \zeta(t) \quad , \quad \zeta(t) = t + id \frac{4t/q}{3 + (t/q)^4} \quad , \quad 0 \leq t < \infty. \quad (5.27)$$

$$t = \eta(s) \quad , \quad \eta(s) = \frac{s}{(1-s)^2} \quad , \quad 0 \leq s \leq 1. \quad (5.28)$$

dönüşümlerimden,

$$\frac{1}{2\pi i} \int_{C_+} \frac{\ln K(u)}{u-y} du = \int_0^1 h(s,y) \zeta'(\eta(s)) \eta'(s) ds \quad (5.29)$$

elde edilir. Burada d ve q oluşturulan konturun sırasıyla yükseklik ve genişliğidir.

Ayrıca,

$$h(s,y) = f(\zeta(\eta(s)),y) + f(-\zeta(\eta(s)),y) \quad (5.30)$$

$$f(u,y) = \frac{1}{2\pi i} \frac{\ln K(u)}{u-y} \quad (5.31)$$

dir.

$$K_s(y) = \exp \left\{ \int_0^1 h(s,y) \zeta'(\eta(s)) \eta'(s) ds \right\} \quad (5.32)$$

olarak tanımlarsak,

$$K_+(y) = \begin{cases} K_s(y) & \text{Im}(y) > 0 \text{ veya } \text{Im}y = 0 \text{ ve } \text{Re}y < 0 \\ K_s(y)K(y) & \text{diğer halde} \end{cases} \quad (5.33)$$

$$K_-(y) = \begin{cases} K_s(y) & \text{Im}(y) < 0 \text{ veya } \text{Im}y = 0 \text{ ve } \text{Re}y > 0 \\ K_s(y)/K(y) & \text{diğer halde} \end{cases} \quad (5.34)$$

ifadelerini elde ederiz.

Ek 2: Q(u) Fonksiyonunun Dekompozisyonu

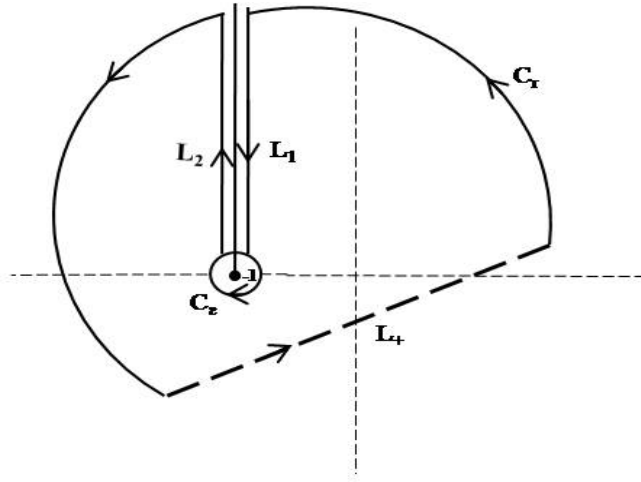
Bu bölümde,

$$Q(u) = \frac{-\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega)}{H(Z_2, u)} K_+(u) e^{i\omega u l} \Phi_1^+(u) = Q_+(u) + Q_-(u) \quad (6.1)$$

fonksiyonunun dekompozisyonu incelenecektir. Cauchy teoremi uyarınca,

$$Q_+(u) = \frac{-1}{2\pi i} \int_{L_+} \frac{\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega) K_+(\tau) e^{i\omega \tau l} \Phi_1^+(\tau)}{H(Z_2, \tau) (\tau - u)} d\tau \quad (6.2)$$

dır. Denklem (6.2) 'nin integrasyon bölgesi:



Şekil 6.1: Kesim çizgisi etrafında alınan integrasyon eğrisi.

$$\begin{aligned}
1 + \tau &= te^{i\pi/2} L_1 : \text{Kesim çizgisinin sağında} \\
1 + \tau &= te^{-i3\pi/2} L_2 : \text{Kesim çizgisinin solunda} \\
1 + \tau &= \varepsilon e^{i\theta} C_\varepsilon : \text{Dallanma noktasının etrafında} \\
1 + \tau &= re^{i\theta} Cr : \text{Yarım dairede}
\end{aligned} \tag{6.3}$$

şeklindedir. Denklem (6.2)'nin $\tau = u$ da basit kutbu ve $\tau = -1$ de dallanma tekilliği vardır. $\tau = u$ 'dan gelen katkı;

$$I_1 = \frac{-\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega)}{H(Z_2, u)} K_+(u) e^{i\omega u l} \Phi_1^+(u) \tag{6.4}$$

şeklindedir. $\tau = -1$ için; $L_+, Cr, L_1, C_\varepsilon, L_2$ kapalı eğrisi pozitif yönlü ve

$$f(\tau) = \frac{-\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega) K_+(\tau) e^{i\omega \tau l} \Phi_1^+(\tau)}{H(Z_2, \tau) (\tau - u)} \tag{6.5}$$

olmak üzere

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2\pi i} \int_{L_+} f(\tau) d\tau + \frac{1}{2\pi i} \int_{Cr} f(\tau) d\tau + \frac{1}{2\pi i} \int_{L_1} f(\tau) d\tau \\
&+ \frac{1}{2\pi i} \int_{C_\varepsilon} f(\tau) d\tau + \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} f(\tau) d\tau = 0
\end{aligned} \tag{6.6}$$

dır. Buradan, $r \rightarrow \infty$ için,

$$\begin{aligned} & \int_{\tilde{C}_r} \frac{-\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega) K_+(\tau) e^{i\omega \tau l} \Phi_1^+(\tau)}{H(Z_2, \tau) (\tau - u)} d\tau \\ &= \int_0^{-\pi} \frac{-\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega) K_+(re^{i\theta} - 1) e^{i\omega(re^{i\theta} - 1)l} \Phi_1^+(re^{i\theta} - 1)}{H(Z_2, re^{i\theta} - 1) (re^{i\theta} - 1 - u)} ire^{i\theta} d\theta \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (6.7)$$

alırız. Aynı şekilde $\varepsilon \rightarrow 0$ için,

$$\begin{aligned} & \int_{\tilde{C}_\varepsilon} \frac{-\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega) K_+(\tau) e^{i\omega \tau l} \Phi_1^+(\tau)}{H(Z_2, \tau) (\tau - u)} d\tau \\ &= \int_0^{2\pi} \frac{-\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega) K_+(\varepsilon e^{i\theta} - 1) e^{i\omega(\varepsilon e^{i\theta} - 1)l} \Phi_1^+(\varepsilon e^{i\theta} - 1)}{H(Z_2, \varepsilon e^{i\theta} - 1) (\varepsilon e^{i\theta} - 1 - u)} i\varepsilon e^{i\theta} d\theta \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (6.8)$$

bulunur. Bu durumda,

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2\pi i} \int_{L_+} \frac{\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega) K_+(\tau) e^{i\omega \tau l} \Phi_1^+(\tau)}{H(Z_2, \tau) (\tau - u)} d\tau \\ & -\frac{1}{2\pi i} \int_{L_1} \frac{\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega) K_+(\tau) e^{i\omega \tau l} \Phi_1^+(\tau)}{H(Z_2, \tau) (\tau - u)} d\tau \\ & -\frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega) K_+(\tau) e^{i\omega \tau l} \Phi_1^+(\tau)}{H(Z_2, \tau) (\tau - u)} d\tau = 0 \end{aligned} \quad (6.9)$$

elde edilir. Ayrıca,

$$\begin{aligned}
H_0^{(2)}(-\lambda \omega h) &= H_0^{(2)}(\lambda \omega h) + 2J_0(\lambda \omega h) \\
(-\lambda) H_1^{(2)}(-\lambda \omega h) &= \lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega h) + 2\lambda J_1(\lambda \omega h)
\end{aligned} \tag{6.10}$$

dır [10] ve

$$\lambda(\tau) = \sqrt{(1-\tau)(1+\tau)} = \sqrt{t(t+2i)} \tag{6.11}$$

ifadesinden

$$\begin{aligned}
I_2 &= -\frac{1}{2\pi i} \int_{L_+} \frac{\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega) K_+(\tau) e^{i\omega \tau l} \Phi_1^+(\tau)}{H(Z_2, \tau) (\tau - u)} d\tau \\
&= -\frac{1}{2\pi i} \int_{L_1} \frac{\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega) K_+(\tau) e^{i\omega \tau l} \Phi_1^+(\tau)}{H(Z_2, \tau) (\tau - u)} d\tau \\
&\quad - \frac{1}{2\pi i} \int_{L_2} \frac{\lambda H_1^{(2)}(\lambda \omega) K_+(\tau) e^{i\omega \tau l} \Phi_1^+(\tau)}{H(Z_2, \tau) (\tau - u)} d\tau = -\frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \frac{h(t)}{(it - 1 - u)} dt
\end{aligned} \tag{6.12}$$

alınır. Burada;

$$\begin{aligned}
h(t) &= \frac{iK_+(it-1)e^{i\omega(it-1)l}\Phi_1^+(it-1)}{H(Z_2, it-1)[2J(Z_2, it-1)+H(Z_2, it-1)]} \\
&\times 2\lambda \left[J(Z_2, it-1)H_1^{(2)}(\lambda\omega) - H(Z_2, it-1)J_1(\lambda\omega) \right] \quad (6.13)
\end{aligned}$$

dır.

$$Q_+(u) = I_1 + I_2 \quad (6.14)$$

olduğunu gözönüne alırsak;

$$Q_+(u) = -\frac{\lambda H_1^{(2)}(\lambda\omega)}{H(Z_2, u)}K_+(u)e^{i\omega ul}\Phi_1^+(u) - \frac{1}{2\pi i} \int_0^\infty \frac{h(t)}{(it-1-u)} dt \quad (6.15)$$

elde etmiş oluruz.