

T.C.
GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

OLASILIKSAL ALT-UZAY YÖNTEMLERİ İLE
HİPERSPEKTRAL İMGELERDE ANOMALİ SAPTAMA

NUR ALABUĞA
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

GEBZE
2022

T.C.
GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

OLASILIKSAL ALT-UZAY
YÖNTEMLERİ İLE HİPERSPEKTRAL
İMGELERDE ANOMALİ SAPTAMA

NUR ALABUĞA
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DANIŞMANI
DOÇ. DR. KORAY KAYABOL

GEBZE
2022

T.R.
GEBZE TECHNICAL UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

ANOMALY DETECTION IN
HYPERSPECTRAL IMAGES WITH
PROBABILISTIC SUB-SPACE METHODS

NUR ALABUĞA
A THESIS SUBMITTED FOR THE DEGREE OF
MASTER OF SCIENCE
DEPARTMENT OF ELECTRONICS ENGINEERING

THESIS SUPERVISOR
ASSOC. PROF. DR. KORAY KAYABOL

GEBZE
2022

GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ	YÜKSEK LİSANS JÜRİ ONAY FORMU
----------------------------------	--------------------------------------

GTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 03/02/2022 tarih ve 2022/06 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından 18/02/2022 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Nur ALABUĞA'nın tez çalışması Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Doç. Dr. Koray KAYABOL

ÜYE

: Dr. Öğr. Üyesi Köksal HOCAOĞLU

ÜYE

: Prof. Dr. Behçet Uğur TÖREYİN

ONAY

Gebze Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
...../...../..... tarih ve/..... sayılı kararı.

İMZA/MÜHÜR

ÖZET

Bu çalışmada, uzaktan algılanan hiperspektral imgelerde anomalilerin tespit edilmesi için olasılıksal alt-uzay modelleri kullanılmış ve bu modellere uygun istatistiksel çıkarım yöntemleri geliştirilmiştir. Hiperspektral imgelerde anomali saptaması çevresel gözetlemede, doğal kaynakların ve tehlikeli materyallerin tespitinde, savunma sanayinde, kamu güvenliğinde ve havadan arama ve kurtarma gibi birçok geniş alanlara yayılmış durumdadır. Gizlenmiş ve kamufle edilmiş hedeflerin yerlerinin belirlenmesi, olmaması gereken bir yerde bulunan nesnelerin belirlenmesi ve yer değiştiren bir hedefin takip edilmesi gibi uygulamalar anomali tespiti konusunun önemini ön plana çıkarmaktadır. Anomali tespitindeki en büyük problem anomali bölgelerinin imgenin tamamıyla karşılaştırıldığında çok küçük olmasıdır. Bu da tespit problemini zor hale getirmektedir. Burada tercih edilen yaklaşım imgedeki arkaplan modelinin öğrenilmesi ve arkaplana uymayan piksellerin anomali olarak tespit edilmesidir. Bu çalışmada, arka planın modellenmesi için olasılıksal temel bileşen analizi (OTBA), çarpan analizi (ÇA), Bayesçi temel bileşen analizi (BTBA), Bayesçi bağımsız bileşen analizi (BBBA) ve doğrusal karışım modeli (DKM) önerilmiştir. Bu yöntemlerden BTBA, BBBA ve DKM ile diğer yöntemlerden farklı olarak alt uzayın boyutu da otomatik olarak belirlenebilmektedir. Anomali noktalarının tespit edilmesinde yerel ağırlıklandırılmış Reed-Xiaoli (L-WRX: Local Weighted RX) yöntemi kullanılmıştır. Geliştirilen algoritmalar ABU 2010-2011 gibi gerçek hiperspektral imgelerden oluşan veri kümeleri üzerinde test edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Anomali Tespiti, Hiperspektral İmge, Bayesçi Temel Bileşen Analizi, Bayesçi Bağımsız Bileşen Analizi, Doğrusal Karışım Modeli, Reed-Xiaoli.

SUMMARY

In this study, probabilistic subspace models have been used to detect the anomalies in remotely sensed hyperspectral images and statistical inference methods have been developed according to these models. Anomaly detection in hyperspectral images is used in many broad areas such as environmental surveillance, detection of natural resources and hazardous materials, defense industry, public security and aerial search and rescue. Applications such as locating concealed and camouflaged targets, identifying objects in places, and tracking a moving target highlight the importance of anomaly detection. The biggest problem in anomaly detection is that the anomaly regions are very small compared to the whole image. This makes the detection problem difficult. The preferred approach is to learn the background model and to detect the pixels that do not fit the background as anomaly. In this study, probabilistic principal component analysis (OTBA), factor analysis (FA), variational Bayesian principal component analysis (VBPCA), variational Bayesian independent component analysis (VBICA) and linear mixture model (LMM) are proposed for modeling the background. Among these methods, the size of the subspace can be determined automatically with VBPCA, VBICA and LMM. Local weighted Reed-Xiaoli (L-WRX) method was used to detect the anomaly points. The developed algorithms have been tested on datasets consisting of real hyperspectral images such as ABU 2010-2011.

Key Words: Anomaly Detection, Hyperspectral Image, Variational Bayesian Principle Component Analysis, Variational Bayesian Independent Component Analysis, Linear Mixed Model, Reed-Xiaoli.

TEŞEKKÜR

Başta yüksek lisans eğitimimde ve tez çalışmamın tüm aşamalarında hiçbir desteğini esirgemeyen danışman hocam Doç. Dr. Koray KAYABOL'a,

118E295 numaralı proje kapsamında bu tez çalışmasına desteklerinden dolayı Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu TÜBİTAK'a,

ABU veri kümesini paylaşımına açtıkları için X. Kang ve arkadaşlarına,

Tüm öğrenim hayatım boyunca her zaman beni destekleyen ve yanımda duran aileme,

ve bu süreçte göstermiş olduğu tüm desteklerinden dolayı sevgili eşim İbrahim ALABUĞA'ya en içten teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	v
SUMMARY	vi
TEŞEKKÜR	vii
İÇİNDEKİLER	viii
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	x
ŞEKİLLER DİZİNİ	xi
TABLolar DİZİNİ	xii
1. GİRİŞ	1
2. PİKSEL UZAYINDA TESPİT YÖNTEMLERİ	3
2.1. Reed Xiaoli (RX) Algoritması	5
2.2. Global RX (GRX) Algoritması	6
2.3. Yerel (Local) RX (LRX) Algoritması	6
2.4. Ağırlıklandırılmış RX (WRX: Weighted RX) Algoritması	8
2.5. Yerel Ağırlıklandırılmış RX (L-WRX: Local WRX) Algoritması	9
3. ALT-UZAY YÖNTEMLERİ	11
3.1. Baskın Mod Reddi (BMR) Yöntemi	12
3.2. Olasılıksal Temel Bileşen Analizi (OTBA) Yöntemi	14
3.3. Çarpan Analizi (ÇA) Yöntemi	16
3.4. Bayeşçi Temel Bileşen Analizi (BTBA) Yöntemi	17
3.4.1. BTBA İçin Yaklaşık Sonsal Dağılımların Belirlenmesi	19
3.5. Bayeşçi Bağımsız Bileşen Analizi (BBBA) Yöntemi	23
3.5.1. BBBA İçin Yaklaşık Sonsal Dağılımların Belirlenmesi	24
3.6. Doğrusal Karışım Modeli (DKM) Yöntemi	27
3.6.1. DKM İçin Yaklaşık Sonsal Dağılımların Belirlenmesi	28
3.7. Önerilen Yöntem Adımları	31
4. DENEYSEL ÇALIŞMALAR	32
4.1. Kullanılan Veri Kümesi	32
4.2. Performans Kriteri	34
4.3. DeneySEL Sonuçlar	35

5. SONUÇLAR	40
KAYNAKLAR	41
ÖZGEÇMİŞ	44

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler ve</u>	<u>Açıklamalar</u>
<u>Kısaltmalar</u>	
μ	: Hiperspektral İmge Ortalama Vektörü
Σ	: Hiperspektral İmge Kovaryans Matrisi
Ψ	: Gürültü Varyansı
δ	: Cauchy Dağılımının Ölçek Parametresi
AUC	: Area Under the Curve
BBBA	: Bayesçi Bağımsız Bileşen Analizi
BMR	: Baskın Mod Reddi
BTBA	: Bayesçi Temel Bileşen Analizi
ÇA	: Çarpan Analizi
DKM	: Doğrusal Karışım Modeli
GRX	: Global Reed-Xiaoli
H	: Hessian Matrisi
LRX	: Yerel (Local) Reed-Xiaoli
L-WRX	: Yerel Ağırlıklandırılmış (Local Weighted) Reed-Xiaoli
OTBA	: Olasılıksal Temel Bileşen Analizi
oyf	: Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
ROC	: Receiver Operating Characteristic
RX	: Reed-Xiaoli
WRX	: Ağırlıklandırılmış (Weighted) Reed-Xiaoli

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil No:</u>	<u>Sayfa</u>
2.1: İki boyutlu düzlemde normal ve normal olmayan (anomali) örnekler.	3
2.2: Hiperspektral imgede spektral imza bilgisi.	4
2.3: abu-airport-4, abu-beach-1, abu-urban-1 verileri üzerindeki anomali noktaları.	4
2.4: Hiperspektral imgede LRX anomali tespit algoritması için arkaplan pencere seçimi.	7
4.1: abu-airport-4, abu-beach-4 ve abu-urban-3 örnek görüntüleri ve referans haritaları.	33
4.2: abu-airport-1 sahnesi için ROC eğrisi.	34
4.3: abu-airport-1 sahnesi için ROC eğrisi.	36

TABLÖLAR DİZİNİ

<u>Tablo No:</u>	<u>Sayfa</u>
3.1: Alt-uzay modeli parametreleri için kabul edilen dağılımlar.	12
4.1: ABU veri kümesi özellikleri.	32
4.2: ABU veri kümesi için alt-uzay yöntemlerinin anomali tespiti başarımları.	35
4.3: ABU veri kümesi için alt-uzay yöntemleri ile L-WRX yönteminin birleştirilmesi sonucu anomali tespiti başarımları.	37
4.4: ABU veri kümesi için alt-uzay yöntemleri ile L-WRX yönteminin birleştirilmesi sonucu FAR@100 değerleri.	38

1. GİRİŞ

Günümüzde hiperspektral imgeler uzaktan algılama alanında sıklıkla kullanılmaktadır. Hiperspektral imge, dar ve bitişik çok sayıda dalga boylarındaki ölçümler sonucunda ilgili bölgeye ait spektral bilgi sunmaktadır. Hakkında önceden hiçbir spektral bilgiye sahip olunmayan ve aykırı olarak nitelendirilen anomali bölgeleri arkaplandan ayırma yöntemi ile saptanabilmektedir [1], [34]. Arkaplan görüntüsünden bilgi edinilir ve aykırı olan bölgeler anomali olarak sınıflandırılır. Arkaplan modellemesi global ve yerel olmak üzere iki şekilde yapılmaktadır. Global yöntemde, imgedeki tüm pikseller kullanılırken yerel yöntemde ilgilenilen piksel etrafındaki küçük bir pencere içinde kalan pikseller kullanılmaktadır [2]. Yerel yöntemde arkaplan bölgesinin anomali bölgesinden olabildiğince en doğru şekilde ayrılabilmesi için test altındaki ilgili piksel çevresine bir de koruyucu bölge konulmaktadır. Her bir piksel için aynı boyuttaki pencere kaydırılarak anomali pikselleri saptanmaktadır [3]. Bu yüzden tüm hiperspektral görüntü için yerel yöntemin işlem süresi global yönteme göre daha uzun sürmektedir. Üstelik yerel yöntemde kullanılan pencere boyutları da işlem süresini etkilemektedir. Bu dezavantajların aksine yerel yöntem ile elde edilen başarımlar global yöntemle orana daha iyi sonuç vermektedir.

Literatürde hiperspektral imgeler üzerinde anomali tespiti için çeşitli yöntemler önerilmiştir. Bunlardan en bilinen yöntem Reed Xiaoli (RX) algoritmasıdır [4]. Burada arkaplan yerel olarak modellenmiştir. Nasrabadi ise yerel olarak kestirilen kovaryans matrisinin iyi tanımlı olmaması problemine karşın düzenlileştirilmiş RRX (regularized RX) algoritmasını önermiştir [2], [35]. Bu yöntemler için görüntüdeki her piksel vektörünün anomali olma olasılığının eşit olduğu varsayılırken, ağırlıklandırılmış RX (WRX: weighted RX) yönteminde piksel vektörlerinin farklı anormallik olasılıklarına sahip olduğu kabul edilir. Anomali olma olasılığı yüksek olan pikseller düşük ağırlıklara, arkaplan olma olasılığı yüksek olan pikseller ise yüksek ağırlıklara atanırlar [12], [31], [32]. Yerel ağırlıklandırılmış RX (L-WRX: Local WRX) yöntemi ise [2]'de ifade edilen yerel yöntem kullanılarak WRX algoritmasının gerçekleştirilmesidir [30].

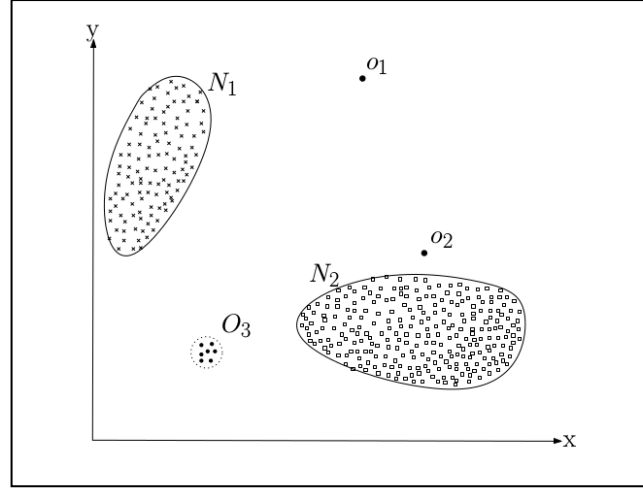
Anomali tespiti piksel bölgesinde yapılabildiği gibi alt-uzay bölgesinde de yapılabilmektedir. Burada hiperspektral vektörler arkaplanı temsil eden daha düşük

boyutlu bir uzaya yansıtılmakta ve bu modele uymayan vektörler anomali olarak kabul edilmektedir. Hiperspektral imge işlemede en sık kullanılan alt-uzay yöntemi temel bileşen analizidir (TBA). TBA tabanlı bir anomali tespit yöntemi olan baskın mod reddi (BMR) [7]'de önerilmiştir. [34]'te seyrek ve düşük-rank ayrıştırmasına dayalı bir hiperspektral anomali tespit yöntemi önerilmiştir. Bu çalışmada anomali noktalarının saptanması için alt-uzay bölgelerinde çalışan istatistiksel yöntemler kullanılmıştır [5], [6]. Önerilen alt-uzay yaklaşımlarından ilki, hem boyut indirgeme hem de sınıflandırma için kullanılabilen OTBA yöntemidir [7], [8]. TBA yönteminin olasılıksal karşılığı olan OTBA yöntemi Tipping vd. [9] tarafından önerilmiş olup çözümün TBA ile aynı çözümü verdiği gösterilmiştir. Bu alt-uzay yöntemleri geliştirilerek ABU 2010-2011 [25] gibi gerçek hiperspektral imgelerden oluşan veri kümeleri üzerinde test edilmiş ve test sonuçları paylaşılmıştır.

Tezde önerilen yöntemlerden ÇA, OTBA, BTBA, BBBA ve DKM ilk defa hiperspektral anomali tespiti için kullanılmışlardır. Bu yöntemlerden BTBA, BBBA ve DKM yöntemleri alt-uzay boyutunun otomatik olarak belirlenmesine olanak sağlayan yöntemler olup tezin özgün tarafını oluşturmaktadırlar. Bu yöntemlerde arkaplan kestiriminde değişimsel Bayes (VB: variational Bayes) yaklaşımı kullanılmıştır. Değişimsel Bayes yaklaşımında kestirilecek arkaplan değişkenleri için yaklaşık sonsal dağılımlar tanımlanarak çıkarım yapılmaktadır. Tezin bir başka özgün yönü ise önerilen alt-uzay yöntemleri ile ağırlıklandırılmış RX (WRX: weighted RX) yönteminin beraber kullanılmasıdır.

2. PİKSEL UZAYINDA TESPİT YÖNTEMLERİ

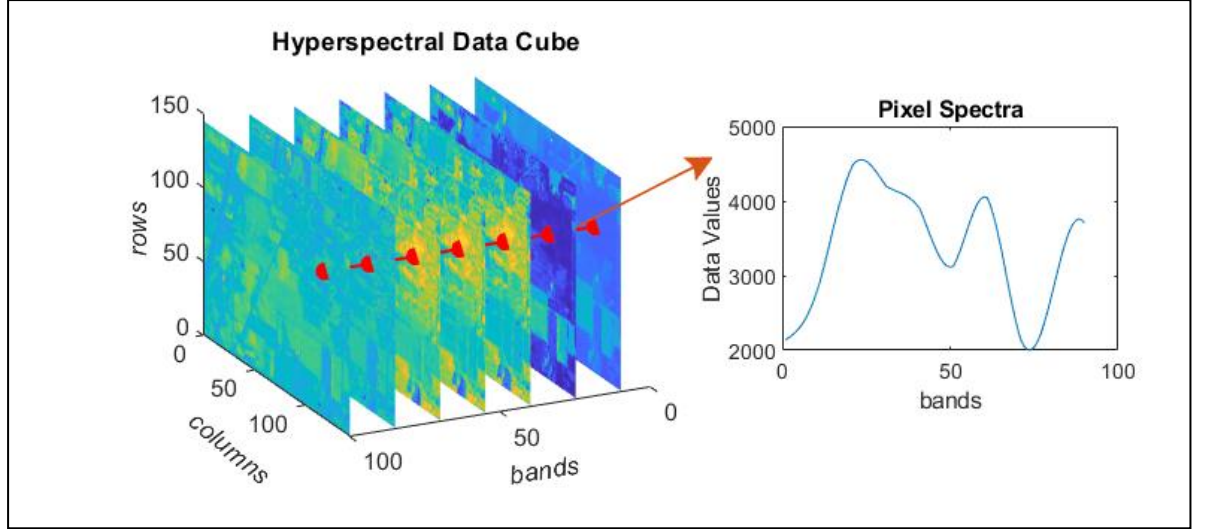
Verilerdeki anomali olarak adlandırılan bölgeler, normal olarak nitelendirilen bölgelerden farklılık gösteren alanlardır. Bu farklılığın ise net olarak bilinirliği ve kimliği yoktur. Şekil 2.1’de iki boyutlu bir verideki anomali bölgeleri ve normal bölgeler basitçe gösterilmiştir.



Şekil 2.1: İki boyutlu düzlemde normal ve normal olmayan (anomali) örnekler.

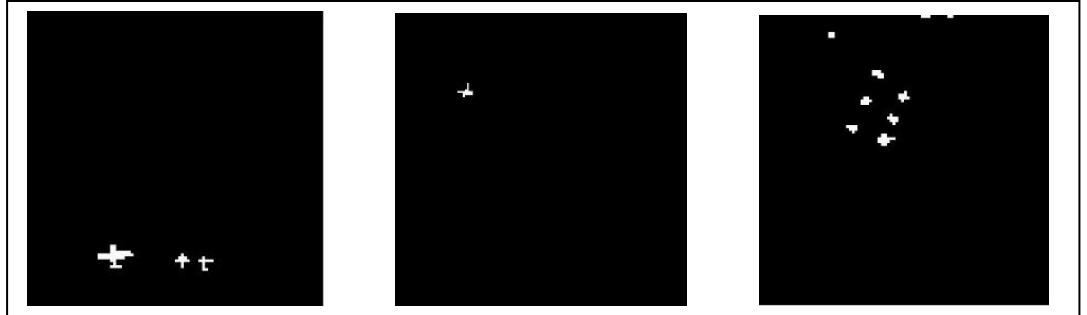
Normal ve anomali bölgeler arasında çoğu zaman Şekil 2.1’deki gibi keskin ayrımlar yoktur [28]. Üstelik anomali tespitinde kullanılan çoğu veri kümesinde normal ve anomali bölgeleri düzgün bir kümeleme de oluşturamayabilir. Anormal davranışlar ise farklı veri kümelerinde farklı özelliklere sahip olabileceği için net olarak bir tanım yapmak mümkün değildir. Üstelik belirlenen bir anomali tespit tekniğini her alana uygulamak mümkün değildir.

Hiperspektral imgelerde anomali bölgeleri, normal olarak nitelendirilen arkaplan bölgelerinden farklı spektral imzaya sahip bölgeler olarak saptanmaktadır. Şekil 2.2’de hiperspektral imgenin bir pikseline ait spektral bantlarından elde edilen spektral imza temsilen gösterilmiştir.



Şekil 2.2: Hiperspektral imgede spektral imza bilgisi.

Gerçek veri kümesinden alınan bölgelere ait farklı spektral imzaya sahip olan anomali noktaları Şekil 2.3'te beyaz renkli bölgeler olarak gösterilmektedir [29].



Şekil 2.3: abu-airport-4, abu-beach-1, abu-urban-1 verileri üzerindeki anomali noktaları.

Beyaz renkli anomali bölgelerine bakıldığında siyah renkli arkaplan bölgelerine oranla çok küçük alanları kapladığı gözükmemektedir. Bu da anomali tespitinin hedef tespitinde olduğu gibi iki sınıflı gözetimli bir sınıflandırıcı ile yapılamayacağı anlamına gelmektedir. Anomali tespitinde genellikle arkaplan kestirilerek gözetimsiz bir tespit yöntemi kullanılır. Aşağıdaki bölümlerde bazı temel anomali tespit yöntemleri sunulmuştur.

2.1. Reed Xiaoli (RX) Algoritması

Reed ve Yu tarafından geliştirilen RX tespit edici, anomali tespitinde yaygın olarak kullanılmaktadır [4]. Reed Xiaoli (RX) algoritması, görüntü arkaplanından spektral olarak farklı olan hedefleri çıkarır. RX'in etkili olması için, anormal hedeflerin arkaplana göre yeterince küçük olması gerekir [10].

RX anomali tespit algoritması hiperspektral görüntünün çok değişkenli bir Gauss dağılımına uyduğu varsayımına dayanmaktadır. Test edilen ilgili piksel ile arkaplan arasındaki Mahalanobis mesafesi hesaplanır. Daha sonra belirlenmiş olan eşik değeri ile Mahalanobis mesafesi kıyaslanır. Bunun sonucunda ise ilgili pikselin anomali olup olmadığı tespit edilir.

Bir hiperspektral imge l tane spektral banda sahip olsun. İlgili test pikseli bu durumda $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_l]^T$ şeklinde ifade edilir. RX algoritmasının ayırt etmesi gereken iki hipotez eşitlik (2.1) ve (2.2)'de verilmiştir.

$$\mathcal{H}_0: \mathbf{x} = \mathbf{n} \quad (\text{arkaplan}) \quad (2.1)$$

$$\mathcal{H}_1: \mathbf{x} = a\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (\text{hedef}) \quad (2.2)$$

$\mathcal{H}_0$ hipotezi için $a = 0$, $\mathcal{H}_1$ hipotezi için ise $a > 0$ kabulü yapılmıştır. (2.2)'deki $\mathbf{n}$ toplamsal Gauss gürültüsü ve $\mathbf{s}$ ise bilinmeyen hedef sinyalinin spektral imzasını temsil eden bir vektördür. Bu model, arka plan ve hedef verilerinin aynı kovaryans matrisine fakat farklı ortalama vektörlerine sahip olan iki normal olasılık yoğunluk fonksiyonundan geldiğini varsaymaktadır. $\mathcal{H}_0$ yani arkaplan $\mathcal{N}(0, \Sigma)$, $\mathcal{H}_1$ yani hedef $\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$ olarak modellenmektedir. RX yönteminde, hedefe ait bilgi olmadığından sadece arkaplan hipotezi kullanılır. Arkaplan Gauss dağılımı olarak modellendiğinden, tespit edici Mahalanobis mesafesine bağlı bir tespit ediciye indirgenir.

RX algoritması için Mahalanobis mesafesi (2.3) ile hesaplanmaktadır [10].

$$RX(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) > \eta \quad (2.3)$$

Eşitlikteki $\boldsymbol{\mu}$, arkaplan için kestirilen ortalama vektörü olup Σ ise arkaplan kovaryans matrisidir. η ise belirlenen eşik değeridir. Mahalanobis mesafesi

hesaplandıktan sonraki sonuç η 'den büyük ise anomali yani $\mathcal{H}_1$ hipotezi, küçük ise arkaplan olarak yani $\mathcal{H}_0$ hipotezi kabul edilir [1], [11].

2.2. Global RX (GRX) Algoritması

GRX anomali tespit algoritması RX algoritmasının en temel çeşididir. Bütün hiperspektral imgedeki pikseller arkaplan olarak kabul edilip ilgili test pikselinin arkaplana olan uzaklığının eşik değeri ile karşılaştırılması sonucu anomali olup olmadığına karar verilir. (2.4) ve (2.5)'te μ ve Σ için kestirim denklemleri verilmiş olup (2.6)'da ise GRX için tespit kuralı verilmiştir. Yine bu eşitlikten elde edilen sonuç bir eşik değeri ile karşılaştırılarak ilgili test pikselinin anomali olup olmadığına karar verilir.

$$\mu_G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{x}_i \quad (2.4)$$

$$\Sigma_G = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\mathbf{x}_i - \mu_G)(\mathbf{x}_i - \mu_G)^T \quad (2.5)$$

$$\text{GRX}(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \mu_G)^T \Sigma_G^{-1} (\mathbf{x} - \mu_G) > \eta \quad (2.6)$$

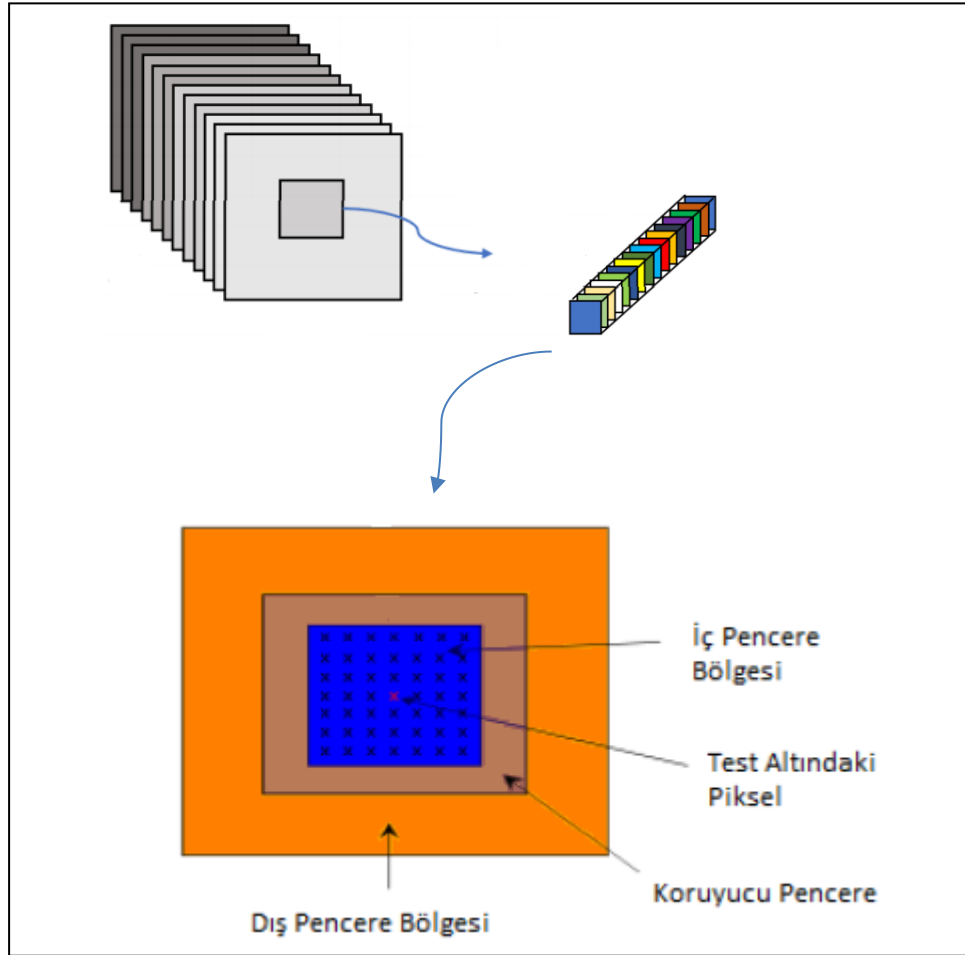
μ_G ve Σ_G parametreleri hiperspektral imgedeki tüm pikseller kullanılarak hesaplanmaktadır. Bu durumda N sayısı ise hiperspektral imgedeki toplam piksel sayısıdır. Yani l uzunluklu N sayıda spektral vektör mevcuttur. $\mathbf{x}_i$ ise i . piksele ait spektral vektörü temsil etmektedir.

Arkaplanın ortalaması μ_G ve kovaryans matrisi Σ_G hesaplandıktan sonra (2.6)'daki gibi test edilen piksel ile arkaplan arasındaki mesafe Mahalanobis mesafesi ile hesaplanır ve eşik değerinden η geçirilir. Eşik değerinden büyük ise ilgili test pikseli anomali olarak kabul edilir.

2.3. Yerel RX (LRX: Local RX) Algoritması

LRX anomali tespit algoritmasında ilgili test pikselinin anomali olup olmamasına karar verilirken hiperspektral görüntünün tamamı kullanılmaz. Test pikseli çevresine

belirlenen piksel boyutunda koruyucu bir pencere bölgesi tanımlanır. Sonra koruyucu pencere bölgesini kapsayan yine belirlediği piksel boyutunda bir dış pencere alanı oluşturulur. Test pikseli etrafındaki koruyucu pencere ile dış pencere arasında kalan alan ise arkaplan olarak kabul edilir. Her bir test pikseline özel yerelde uygulanan bu kayan çift pencere modeli Şekil (2.4)'te görsel olarak ifade edilmiştir [2][13].



Şekil 2.4: Hiperspektral imgede LRX anomali tespit algoritması için arkaplan pencere seçimi.

Şekil (2.4)'te turuncu renk ile gösterilen dış pencere bölgesi yerel arkaplan, anomali olup olmadığına bakılacak ilgili test pikseli ise test altındaki piksel olarak ifade edilen merkez pikseldir.

LRX anomali tespiti (2.7)'de ifade edildiği gibidir. (2.8) ve (2.9)'da hesaplanan ortalama vektörü μ_L ve kovaryans matrisi Σ_L yerel arkaplan piksel vektörleri kullanılarak hesaplanmaktadır. Burada N_L değeri ise yerel arkaplandaki piksel vektör sayısını ifade etmektedir. μ_G ve Σ_G parametreleri hesaplandıktan sonra test altındaki

pikselin anomali olup olmadığına (2.7)'deki mesafe hesaplamasının ardından işlem sonucunun belli bir eşik değeri (η) ile karşılaştırılarak karar verilmektedir.

$$LRX(\mathbf{x}) = (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_L)^T \Sigma_L^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_L) > \eta \quad (2.7)$$

$$\boldsymbol{\mu}_L = \frac{1}{N_L} \sum_{i=1}^{N_L} \mathbf{x}_i \quad (2.8)$$

$$\Sigma_L = \frac{1}{N_L} \sum_{i=1}^{N_L} (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_L)(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_L)^T \quad (2.9)$$

LRX algoritması için pencere boyutu seçimleri önemli bir problemdir. Koruyucu pencere verideki tahmini anomali boyutuna göre ayarlanır. Bu koruyucu piksel alanı test altındaki piksel etrafını saran olası anomalilerin ortalama hesabına katılmasının önüne geçmiş olur. Bu da tespit yönteminin daha etkili hale gelmesini sağlar. Dış pencere ise ortalama hesabı için kullanılacak olan alanı belirler. Yani olası bir başka anomali bölgesi ile karşılaşamayacağı arkaplanı belirler. Anomali tespitinin başarılı olabilmesi için koruyucu ve dış pencere boyutunda en optimal seçim yapılmalıdır.

2.4. Ağırlıklandırılmış RX (WRX: Weighted RX) Algoritması

RX anomali tespit algoritması arkaplanın homojen olduğu varsayımına dayanır. WRX anomali tespit algoritmasında ise tüm piksellere farklı ağırlıklar atanmış olup bu sayede arkaplan bilgisine karışmış olan anormal piksellerin etkisi azaltılmaktadır. Bu durum WRX için kovaryans matrisinin tahminini iyileştirmiş olur [31].

RX için $\boldsymbol{\mu}$ ve Σ parametre hesabında tüm pikseller eşit ağırlıklara sahipti. Yani bütün test piksellerinin arkaplan olma olasılığı eşit durumdaydı. Bu yüzden (2.4) ve (2.5)'te ortalama ve kovaryans matrisini hesaplarken sonuçlar toplam piksel sayısı N 'ye bölünüyordu. WRX algoritmasında ise her pikselin kendine özgü bir ağırlığı olduğu için test altındaki pikselin arkaplan olma olasılığı da değişmektedir [12]. Bu sebeple $\boldsymbol{\mu}$ ve Σ parametre hesabına (2.10) ve (2.11)'de $\bar{w}_i$ olarak ifade edilen ağırlıklar da dahil edilecektir.

$$\boldsymbol{\mu}_{WRX} = \sum_{i=1}^N \bar{w}_i \mathbf{x}_i \quad (2.10)$$

$$\Sigma_{WRX} = \sum_{i=1}^N \bar{w}_i (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_{WRX})(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_{WRX})^T \quad (2.11)$$

$$WRX(\mathbf{x}) = (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_{WRX})^T \Sigma_{WRX}^{-1} (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_{WRX}) > \eta \quad (2.12)$$

Eşitlik (2.10) ve (2.11)'deki $\bar{w}_i$ parametresi, test altındaki pikselin ağırlığının işleme dahil edilen tüm piksel ağırlıkları ile normalize edilmiş halidir ve eşitlik (2.13)'te ifade edilmiştir.

$$\bar{w}_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^N w_i} \quad (2.13)$$

Buradaki w_i ağırlıklarının nasıl hesaplandığı Bölüm 3.7'de açıklanmaktadır. Ortalama ve kovaryans matrisi hesaplandıktan sonra (2.12)'deki Mahalanobis mesafesi kullanılarak test altındaki pikselin anomali olup olmadığına η eşik değerine bakarak karar verilir. Eşik değerinden büyük ise anomali, küçük ise arkaplandır.

$\mathbf{x}_i$, eğer anomali piksel vektörü ise $\bar{w}_i$ anomali piksel ağırlığı oldukça düşük değer almaktadır. Yani anomali noktalarının arkaplanda etkisi azalmış olacaktır. Bu da WRX anomali tespit algoritmasının başarımını artırmaktadır.

2.5. Yerel Ağırlıklandırılmış RX (L-WRX) Algoritması

L-WRX yöntemi, yerel RX yöntemini kullanarak ağırlıklandırılmış RX algoritmasının gerçekleştirilmesidir. Burada WRX algoritması her piksel için ilgili yerel çerçeve alanında çalıştırılmış olur [12], [30]. l sayıda banda sahip $m \times n$ piksel boyutundaki hiperspektral görüntü için ağırlık matrisi (2.14)'te ifade edilmiştir.

$$\bar{W} = \frac{1}{\sum_{i=1}^N w_i} \begin{bmatrix} w_{1,1} & w_{1,2} & \cdot & \cdot & w_{1,n} \\ w_{2,1} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ w_{m,1} & \cdot & \cdot & \cdot & w_{m,n} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Toplam eleman sayısı N olan (2.14)'teki ağırlık matrisi, $\frac{1}{\sum_{i=1}^N w_i}$ değeri ile çarpılarak ağırlık değerleri normalize edilmiş olmaktadır. $m \times n$ boyutlu $\bar{W}$ ağırlık matrisi, hiperspektral görüntüdeki her bir piksel vektörüne ağırlık olarak atanmaktadır. Ağırlık atama işleminden sonra yerel yöntem için uygun pencere boyutları belirlenir. Her bir piksel ve ilgili pencere bölgesine L-WRX yöntemi eşitlik (2.15)'teki anomali tespit kuralı için uygulanır.

$$L_WRX(\mathbf{x}) = (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_{L_WRX})^T \Sigma_{L_WRX}^{-1} (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_{L_WRX}) > \eta \quad (2.15)$$

Burada $\boldsymbol{\mu}$ ve Σ parametreleri yerel arka plan bölgesindeki piksel vektörleri ve bu piksel vektörlerine atanmış olan w_i ağırlık değerleri kullanılarak eşitlik (2.16)'daki gibi hesaplanır.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_{L_WRX} &= \sum_{i=1}^N \bar{w}_i \mathbf{x}_i \\ \Sigma_{L_WRX} &= \sum_{i=1}^N \bar{w}_i (\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_{L_WRX})(\mathbf{x}_i - \boldsymbol{\mu}_{L_WRX})^T \end{aligned} \quad (2.16)$$

3. ALT-UZAY YÖNTEMLERİ

Alt-uzay anomali yöntemlerinde hiperspektral görüntü verisi, yönteme has bazı izdüşüm vektörlerinin temel alındığı alt-uzaya yansıtılır. Bu yansıtılan alt-uzaylar arkaplan ve anomali pikselleri için farklı olduğu varsayımı yapılmaktadır [2], [34]. Tüm hiperspektral imgenin ilgili alt-uzaya olan dik izdüşümünün bulunması ile arkaplan verisinin bulunduğu alt-uzay tespit edilmiş olur [14]. Bu yöntem ile hem arkaplan bastırılmış olur hem de veri boyutu daha küçük bir boyuta indirgenmiş olur.

Test altındaki pikselin arkaplandan ne kadar farklı olduğu (3.1)'deki formül ile hesaplanır. Belirlenen eşik değerinden büyük ise anomali, küçük ise arkaplan olduğuna karar verilir.

$$s' = (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T (\mathbf{I} - \mathbf{W}\mathbf{W}^T)^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \quad (3.1)$$

(3.1)'de $\boldsymbol{\mu}$ arka plan için tahmini ortalama vektörü, $\mathbf{W}$ ise d sütunlu projeksiyon matrisidir. Burada $\mathbf{W}$ ve $\boldsymbol{\mu}$ değişkenleri alt başlıklarda incelenecek olan yöntemlere göre farklılık göstermektedir ve anomali saptama başarısını değiştirmektedir.

Arka plana ait bir piksel ise (3.2)'deki gibi modellenenebilir. Bu modelde $\mathbf{s}_n$ ile ifade edilen hiperspektral vektörün $\mathbf{x}_n$ alt-uzayına aktarıldığı belirtilmektedir.

$$\mathbf{s}_n = \mathbf{W}\mathbf{x}_n + \mathbf{m} + \mathbf{n} \quad (3.2)$$

$\mathbf{x}_n$ değişkeni ile ifade edilen alt-uzay, bilinmeyen bir $\mathbf{W}$ projeksiyon matrisi ile çarpılarak $\mathbf{m}$ ortalama ve $\mathbf{n}$ gürültü eklenmesi ile (3.2)'deki model oluşturulmuş olur. Modeldeki parametreler için, alt-uzay yöntemlerine göre hangi dağılım türlerinin kullanıldığı bilgisi Tablo 3.1'de verilmiştir.

Tablo 3.1: Alt-uzay modeli değişkenleri için kabul edilen dağılımlar.

	W	$\mathbf{x}_n$	m	n
BMR	-	-	-	-
OTBA	-	Gauss	-	Gauss
ÇA	-	Gauss	-	Gauss
BTBA	Gauss	Gauss	Gauss	Gauss
BBBA	Gauss	Cauchy	Gauss	Gauss
DKM	Gauss	Dirichlet	Gauss	Gauss

3.1. Baskın Mod Reddi (BMR) Yöntemi

Baskın mod reddi (dominant mode rejection) olarak adlandırılan yöntemde spektrumun son üyesinin dağıtılması ile ilişkilendirilen bir model ifade etmektedir. Arkaplan kestirimi ise kovaryans matrisinin baskın öz vektörleri ile gerçekleştirilmesidir. Yani çıkartılan öz değerlerden en büyük d kadarı ele alınmakta veya tam ters durum olarak geri kalan $(l - d)$ kadar küçük öz değerler kullanılarak da işlem yapılmaktadır. Burada l hiperspektral görüntünün vektör uzunluğunu temsil etmektedir.

(3.3)'te arkaplanı temsil eden kovaryans matrisi Σ ile ifade edilmektedir.

$$\Sigma = \sum_{i=1}^l \lambda_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T = \sum_{i=1}^d \lambda_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T + \sum_{i=d+1}^l \lambda_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T \quad (3.3)$$

Matris formu ise,

$$\begin{aligned} \Sigma &= \mathbf{Q} \Lambda \mathbf{Q}^T = [\mathbf{Q}_1 \quad \mathbf{Q}_2] \begin{bmatrix} \Lambda_1 & 0 \\ 0 & \Lambda_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T \\ \mathbf{Q}_2^T \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{Q}_1 \Lambda_1 \mathbf{Q}_1^T + \mathbf{Q}_2 \Lambda_2 \mathbf{Q}_2^T \end{aligned} \quad (3.4)$$

şeklindedir. Burada Λ diaogalinde eşitlik (3.3)'teki λ_i özdeğerlerinin azalan şekilde sıralanmasıyla elde edilen diagonal matrisidir. $\mathbf{Q}$ ise sütunları sıralanmış özdeğerlere karşılık gelen özvektörlerden oluşan matristir.

Bir matrisin rankı, determinantı sıfırdan farklı en büyük boyutlu kare matrisin boyutudur. Tam rank ise rankın alabileceği en büyük değer olan Σ 'nin boyutudur. Bazı

küçük özdeğerler sıfır olabileceğinden, Σ kovaryans matrisi tam ranktan daha küçük olabilir. Küçük özdeğerleri ve özvektörlerini tahmin etmek zordur ve Σ kötü koşullu olduğunda doğru bir şekilde hesaplamak güçleşir. Son $(l - d)$ özdeğerler bir sabit α ile değiştirilirse, (3.5)'teki yaklaşıklık elde edilir [7].

$$\tilde{\Sigma} = \sum_{i=1}^d \lambda_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T + \alpha \sum_{i=d+1}^l \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T \quad (3.5)$$

$Q Q^T = I$ dikgenliğinden,

$$\sum_{i=d+1}^l \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T = I - \sum_{i=1}^d \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T \quad (3.6)$$

Böylelikle (3.5)'deki (3.7)'deki gibi ifade edilebilir.

$$\begin{aligned} \tilde{\Sigma} &= \sum_{i=1}^d (\lambda_i - \alpha) \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T + \alpha I \\ \alpha^{-1} \tilde{\Sigma} &= I + \sum_{i=1}^d \mathbf{q}_i \left(\frac{\lambda_i - \alpha}{\alpha} \right) \mathbf{q}_i^T \\ &= I + Q_1 \Lambda_1 Q_1^T \end{aligned} \quad (3.7)$$

Matris tersini alma lemması (3.7)'ye uygulandığında,

$$\tilde{\Sigma}^{-1} = \frac{1}{\alpha} \left[I - \sum_{i=1}^d \left(\frac{\lambda_i - \alpha}{\lambda_i} \right) \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T \right] \quad (3.8)$$

şeklinde olur. Burada α değerini elde edebilmek için $\text{tr} \Sigma = \text{tr} \tilde{\Sigma}$ eşitliği kullanılır ve α değeri eşitlik (3.9)'daki gibi Σ matrisinin en küçük $(l - d)$ özdeğerlerinin ortalaması şeklinde hesaplanmaktadır.

$$\alpha = \frac{1}{l-d} \sum_{i=d+1}^l \lambda_i = \frac{1}{l-d} (\text{tr} \Sigma - \sum_{i=1}^d \lambda_i) \quad (3.9)$$

Aynı işlemler, küçültme sabiti $0 \leq \delta \leq 1$ değeri eklenen $(\tilde{\Sigma} + \delta I)$ matrisine uygulandığında (3.10)'daki eşitlik elde edilir.

$$\begin{aligned}
(\tilde{\Sigma} + \delta I)^{-1} &= \frac{1}{\alpha + \delta} \left[I - \sum_{i=1}^d \left(\frac{\lambda_i - \alpha}{\lambda_i + \delta} \right) \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T \right] \\
&= \frac{1}{\alpha + \delta} \left[I - \sum_{i=1}^d \beta_i \mathbf{q}_i \mathbf{q}_i^T \right]
\end{aligned} \tag{3.10}$$

Burada,

$$\beta_i \cong \left(\frac{\lambda_i - \alpha}{\lambda_i + \delta} \right) \tag{3.11}$$

olarak ifade edilir [7].

DMR yöntemi için kritik nokta temel bileşen sayısını yani öz vektör sayısı için uygun bir d seçimi yapmaktır. Önemli spektral bilgiler ve baskın vektör ilk bileşende olduğu için bu çalışma kapsamında öz vektör, ilk vektör olarak seçilmiştir. Manolakis'in [7] formülize ettiği notasyon dahilindeki küçültme sabiti δ ise yapılan analizler sonucunda 0.5 olarak ayarlanmıştır.

3.2. Olasılıksal Temel Bileşen Analizi (OTBA) Yöntemi

Olasılıksal temel bileşen olarak ifade edilen yöntem gizli değişkene sahip olan bir modele dayanır. Bu model aynı zamanda TBA'da kullanılan boyut azaltma işlemi de kapsamaktadır. Ana eksenlerin elde edilmesi için model parametreleri maksimum olabilirlik tahmin yöntemi kullanılarak tahmin edilir [9]. (3.12)'de $\mathbf{s}_n$, l spektral bant sayısı uzunluğundaki gözlem vektörünü, $\mathbf{x}_n$ ise daha küçük boyutlu olan gizli alt-uzay vektörünü temsil etmektedir. W_k matrisi gizli değişkenlerle ilişkisi olan projeksiyon matrisi olup $\mathbf{m}_k$ ise ortalamadır.

$$\mathbf{s}_n = W_k \mathbf{x}_n + \mathbf{m}_k + \mathbf{n}_k \tag{3.12}$$

Burada gizli alt uzay vektörü, $\mathbf{x}_n \sim \mathcal{N}(0, I)$ sıfır ortalamalı ve birim kovaryans matrisine sahip Gauss dağılımlı olarak modellenmiş olup gürültü ise $\mathbf{n}_k \sim \mathcal{N}(0, \Psi)$ şeklindeki sıfır ortalamalı ve Ψ kovaryans matrisine sahip Gauss dağılımlı olarak modellenmiştir. Bu durumda, hiperspektral imgedeki $\mathbf{s}_n$ gözlem vektörü

$\mathbf{s}_n \sim \mathcal{N}(\mathbf{m}, WW^T + \Psi)$ şeklinde Gauss olasılık yoğunluk fonksiyonuna (oyf) sahip olur.

OTBA yönteminde amaç gizli değişkenleri bularak anomali ile arkaplan piksellerini mümkün olduğunca ayırabilmektir. W ve Ψ matrisleri en büyük olabilirlik yöntemi ile kestirilebilmektedir. Eğer $\mathbf{n}_k$, isotropik hata modeli şeklinde tanımlanırsa gürültünün kovaryansı $\Psi = \sigma^2 \mathbf{I}$ olacaktır ve $\mathbf{n}_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 \mathbf{I})$ şeklinde Gauss dağılımına sahip olacaktır. Gözlem vektörü $\mathbf{s}_n$ 'nin gizli alt-uzay vektörü $\mathbf{x}_n$ 'e göre koşullu olasılığı ise (3.13)'teki gibidir.

$$P(\mathbf{s}_n | \mathbf{x}_n) = \mathcal{N}(\mathbf{s}_n | W\mathbf{x}_n + \mathbf{m}, \sigma^2 \mathbf{I}) \quad (3.13)$$

$\mathbf{x}_n$ 'in önsel dağılımı, $p(\mathbf{x}_n) = \mathcal{N}(\mathbf{x}_n | 0, \mathbf{I})$ şeklinde ifade edilmişti. Buradan gözlem vektörü $\mathbf{s}_n$ 'nin eşitlik (3.14)'te verildiği gibi marjinal dağılımı bir Gauss olarak bulunur [9].

$$p(\mathbf{s}_n) = \int p(\mathbf{s}_n | \mathbf{x}_n) p(\mathbf{x}_n) d\mathbf{x}_n = \mathcal{N}(\mathbf{s}_n | \mathbf{m}, C) \quad (3.14)$$

Burada C kovaryans matrisi olup $C = WW^T + \sigma^2 \mathbf{I}$ şeklinde ifade edilir. Gözlem vektörü $\mathbf{s}_n$ 'nin logaritmik olasılığı (3.15)'te ifade edilmiştir.

$$L(\mathbf{m}, W, \sigma^2) = -\frac{N}{2} \{l \ln(2\pi) + \ln|C| + \text{Tr}[C^{-1}S]\} \quad (3.15)$$

Buradaki l , gözlem vektörünün boyutunu ifade ederken S , (3.16)'da verilen örnek kovaryans matrisidir.

$$S = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\mathbf{s}_n - \mathbf{m})(\mathbf{s}_n - \mathbf{m})^T \quad (3.16)$$

(3.14)'teki eşitlik değerini en büyük yapan W ve σ^2 değerleri en büyük olabilirlik kestirimiyle bulunmaktadır [9]. C kovaryans matrisi ise $W_{ML} = U_q(\Lambda_q - \sigma^2 \mathbf{I})^{1/2} R$ denklemi ile enbüyüklenmektedir [9]. Burada U_q , S örnek kovaryans matrisinin özvektörleridir. Λ_q , S 'nin özdeğerlerini içeren köşegen matrisidir. R ise dikgen matristir. Bu durumda σ^2 'nin en büyük olabilirlik çözümü (3.17)'de verilmiştir.

$$\sigma^2_{ML} = \frac{1}{l-q} \sum_{j=q+1}^l \lambda_j \quad (3.17)$$

Burada q , gizli alt-uzay vektörünün boyutunu ifade eder ve $q < l$ 'dir. Aynı zamanda özdeğer vektörü olan Λ_q 'nın $q \times q$ 'luk boyutunu belirler.

OTBA yöntemi daha önce hiperspektral sınıflandırma amacıyla [8]'de kullanılmış olup hiperspektral anomali tespiti için ilk defa bu tezde kullanılmıştır.

3.3. Çarpan Analizi (ÇA) Yöntemi

ÇA yönteminde amaç, rastgele değişkenler ve ölçümler arkasında yatan gizli faktörleri ortaya çıkarmaktır. Yöntemde kendini tekrar eden işlem basamakları vardır. Bu basamakların her bir tekrarında bulmak istenen gizli değişken değeri yenilenmiş olur. En uygun tekrar sayısını bulmak bu yöntem için oldukça önem taşımaktadır.

(3.2)'deki arkaplan piksel modeli için n gürültüsünün 0 ortalamalı ve Ψ kovaryans matrisli bir Gauss olduğu kabul edilmiştir, $N(0, \Psi)$.

ÇA yöntemi beklenti-enbüyüklenme (EM: expectation-maximization) algoritması ile gerçekleştirilebilmektedir [33]. (3.18)'de verilen denklem adımları, geliştirilen yöntemin ilk basamağını oluşturur. Bu basamak EM algoritmasının 'beklenti (expectation)' adımıdır. W projeksiyon matrisi ilk başta birim matris olarak algoritmaya verilir. Basamakların tümü belirlenen iterasyon sayısı kadar en baştan tekrar yineleneyeceği için W ve K değişkeni her seferinde güncellenecektir. $\mathbf{s}_n$ değişkeni o anki pikseli göstermektedir.

$$\begin{aligned} K &= W^T(WW^T + \Psi)^{-1} \\ \Sigma_n &= I - KW \\ \mu_n &= K(\mathbf{s}_n - \mathbf{m})|_{n=1,2,\dots,N} \end{aligned} \quad (3.18)$$

$\mathbf{m}$ değişkenine başlangıç değeri olarak tüm arka plan verisinin ortalaması verilir. Daha sonra ise EM algoritmasının 'enbüyüklenme (maximization)' adımları ile yeniden güncellenir:

$$\mathbf{m} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{s}_n - W\mu_n \quad (3.19)$$

$$W = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\mathbf{s}_n - \mathbf{m}) \boldsymbol{\mu}_n^T \left(\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\Sigma_n + \boldsymbol{\mu}_n \boldsymbol{\mu}_n^T) \right)^{-1} \quad (3.20)$$

$$\Psi_k = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\mathbf{s}_{n,k} - \mathbf{m}_k)^2 - 2(\mathbf{s}_{n,k} - \mathbf{m}_k) \bar{\mathbf{W}}_k^T \boldsymbol{\mu}_n + \bar{\mathbf{W}}_k^T (\Sigma_n + \boldsymbol{\mu}_n \boldsymbol{\mu}_n^T) \bar{\mathbf{W}}_k \quad (3.21)$$

Buradaki Ψ_k , hiperspektral görüntünün her bir spektral bandı için tüm pikseller üzerinden hesaplanıp köşegen matrise çevrilerek (3.22)'deki Ψ kovaryans matrisi elde edilir.

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \Psi_2 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdot & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & \Psi_d \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Buradaki Ψ_k , hiperspektral görüntünün her bir spektral bandı için tüm pikseller üzerinden hesaplanıp köşegen matrise çevrilerek (3.22)'deki Ψ kovaryans matrisi elde edilir.

3.4. Bayesçi Temel Bileşen Analizi (BTBA) Yöntemi

BTBA yöntemi için Bayesçi yaklaşım, temel Bayes yaklaşımından türemiştir. Bu yaklaşım parametreler için ön bilgilere dayalı olarak önsel (prior) dağılımlar kullanır. İlgili parametrenin hesabı ise son dağılımın ortalaması (posterior mean) hesaplanarak yapılır [15], [17]. BTBA yaklaşımında alt uzayın boyutsallığı otomatik olarak belirlenmesi amaçlanmaktadır [23].

(3.2)'deki arka plan piksel modelindeki parametrelerin önsel dağılım kabulleri (3.23)'te verilmiştir.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_n &\sim \mathcal{N}(0, \mathbf{I}_q) \\ \boldsymbol{\epsilon}_n &\sim \mathcal{N}(0, \tau^{-1} \mathbf{I}_l) \\ \mathbf{m} &\sim \mathcal{N}(\mathbf{m}_0, \tau^{-1} \lambda^{-1} \mathbf{I}_l) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W &\sim \prod_{j=1}^q \mathcal{N}(\mathbf{w}_j | 0, \boldsymbol{\alpha}_j^{-1} \mathbf{I}_l) \\
\tau &\sim \mathcal{G}(\mathbf{a}_\tau, \mathbf{b}_\tau) \\
\boldsymbol{\alpha} &\sim \prod_{j=1}^q \mathcal{G}(\boldsymbol{\alpha}_j | \mathbf{a}_\alpha, \mathbf{b}_\alpha)
\end{aligned} \tag{3.23}$$

BTBA yönteminde varyanstaki önemli bilgiler algoritma iterasyonları sonucunda otomatik olarak bulunduğu için özel bir q boyut seçimine gidilmeden $q = l - 1$ uzunluğunda boyut atanır. l , hiperspektral görüntüdeki bant sayısıdır. (3.23)'teki son satırda ifade edilen $\boldsymbol{\alpha}$ vektörü ise q boyutundadır, $\boldsymbol{\alpha} = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_q\}$.

Ortak dağılım olarak ifade edilen $f(\boldsymbol{\Theta} | \mathbf{s}_n)$, $\boldsymbol{\Theta} = \{\mathbf{x}_n, W, \mathbf{m}, \tau, \boldsymbol{\alpha}\}$ modeldeki tüm parametrelerin ve gizli değişkenlerin kümesi olsun. $\boldsymbol{\Theta}$ üzerinden integral alınarak (3.24)'teki oyf elde edilir.

$$\begin{aligned}
\ln f(\mathbf{s}_n | \Phi) &= \int \ln f(\mathbf{s}_n | \Phi) q(\boldsymbol{\Theta}) d\boldsymbol{\Theta} \\
&= \int \log \left(\frac{f(\mathbf{s}_n | \Phi) f(\boldsymbol{\Theta} | \mathbf{s}_n, \Phi)}{f(\boldsymbol{\Theta} | \mathbf{s}_n, \Phi)} \right) q(\boldsymbol{\Theta}) d\boldsymbol{\Theta} \\
&= \int \log \left(\frac{f(\mathbf{s}_n, \boldsymbol{\Theta} | \Phi)}{f(\boldsymbol{\Theta} | \mathbf{s}_n, \Phi)} \right) q(\boldsymbol{\Theta}) d\boldsymbol{\Theta} \\
&= \int \log \left(\frac{f(\mathbf{s}_n, \boldsymbol{\Theta} | \Phi)}{q(\boldsymbol{\Theta})} \right) q(\boldsymbol{\Theta}) d\boldsymbol{\Theta} - \int \log \left(\frac{f(\boldsymbol{\Theta} | \mathbf{s}_n, \Phi)}{q(\boldsymbol{\Theta})} \right) q(\boldsymbol{\Theta}) d\boldsymbol{\Theta} \\
&= F(\boldsymbol{\Theta}, q) + D_{KL}(f(\boldsymbol{\Theta} | \mathbf{s}_n, \Phi) || q(\boldsymbol{\Theta}))
\end{aligned} \tag{3.24}$$

Burada Φ modelde $\boldsymbol{\Theta}$ haricinde geri kalan parametrelerdir. $F(\boldsymbol{\Theta}, q)$ serbest enerji (free energy) ve $D_{KL}(f(\boldsymbol{\Theta} | \mathbf{s}_n, \Phi) || q(\boldsymbol{\Theta}))$ ise $f(\boldsymbol{\Theta} | \mathbf{s}_n, \Phi)$ ve $q(\boldsymbol{\Theta})$ arasındaki Kulback-Leibler ıraksaklığını ifade etmektedir. Bunun sonucunda ise (3.25) elde edilir.

$$F(\boldsymbol{\Theta}, q) = \ln f(\mathbf{s}_n | \Phi) - D_{KL}(f(\boldsymbol{\Theta} | \mathbf{s}_n, \Phi) || q(\boldsymbol{\Theta})) \tag{3.25}$$

(3.25)'te değişkenlerin birbirinden bağımsız olduğu kabul edilirse

$$f(\boldsymbol{\Theta} | \mathbf{s}_n, \Phi) \approx q(\boldsymbol{\Theta}) = q(\mathbf{x}_n) q(\mathbf{m}) q(W) q(\tau) q(\boldsymbol{\alpha}) \tag{3.26}$$

değişimsel Bayes yaklaşımı, beklenti enbüyüklemeye (EM) yöntemine indirgenmiş olur [19]. Değişimsel Bayes yaklaşımında $F(\Theta, q)$ fonksiyonu hem Θ hem de q 'ya göre iteratif olarak güncellenir [20].

3.4.1. BTBA İçin Yaklaşık Sonsal Dağılımların Belirlenmesi

En iyi yaklaşık sonsal dağılım, serbest enerjiyi enbüyükleyecek veya Kullback-Leibler ıraksaklığını enküçükleyecek şekilde belirlenir. (3.27)'yi sağlayan en iyi dağılım (3.28)'deki gibi bulunur [20].

$$q(\Theta) = \max_{\{q(\Theta)\}} F(\Theta, q) = \min_{\{q(\Theta)\}} D_{KL}(f(\Theta|\mathbf{s}_n, \Phi) || q(\Theta)) \quad (3.27)$$

$$q(\Theta) = f(\Theta|\mathbf{s}_n, \Phi) \quad (3.28)$$

Değişimsel Bayes yaklaşımında (3.28)'deki en iyi dağılım değil (3.26)'daki yaklaşık dağılım kullanılır.

Bayesçi arkaplan modelinin değişimsel Bayes yöntemle kestirim denklemleri aşağıdaki gibi elde edilir:

$q(\mathbf{m})$:

$$\log q(\mathbf{m}) = \mathbb{E} \left[-\frac{\tau}{2} \sum_{n=1}^N (\mathbf{s}_n - W\mathbf{x}_n - \mathbf{m})^T (\mathbf{s}_n - W\mathbf{x}_n - \mathbf{m}) - \frac{\tau\lambda}{2} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)^T (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0) \right] + const. \quad (3.29)$$

$q(\mathbf{m})$ 'nin $\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_m, C_m)$ şeklinde bir Gauss dağılımına sahip olduğu varsayılmış ve $\mathbf{m}$ 'nin ortalama ve kovaryans matrisi hesaplamaları (3.30)'da verilmiştir.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_m &= C_m \mathbb{E}[\tau] (N(\bar{\mathbf{s}} - \mathbb{E}[W]\bar{\mathbf{x}}) + \lambda \mathbf{m}_0) \\ C_m &= (\mathbb{E}[\tau] (N + \lambda))^{-1} I_l \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{s}} &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{s}_n \\ \bar{\mathbf{x}} &= \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbb{E}[\mathbf{x}_n]\end{aligned}\tag{3.31}$$

$q(\mathbf{W})$:

$$\begin{aligned}\log q(\tilde{\mathbf{w}}_i) &= \mathbb{E} \left[-\frac{\tau}{2} \sum_{n=1}^N (\mathbf{s}_n - \mathbf{W}\mathbf{x}_n - \mathbf{m})^T (\mathbf{s}_n - \mathbf{W}\mathbf{x}_n - \mathbf{m}) - \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{w}}_i^T \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) \tilde{\mathbf{w}}_i \right] \\ &\quad + \text{const.} \\ &= \mathbb{E} \left[-\frac{\tau}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L (\mathbf{s}_{n,l} - \tilde{\mathbf{w}}_l^T \mathbf{x}_n - \mathbf{m}_l)^2 - \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{w}}_i^T \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}) \tilde{\mathbf{w}}_i \right] + \text{const.}\end{aligned}\tag{3.32}$$

$$\mathbf{W}\mathbf{x}_n = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{w}}_1^T \mathbf{x}_n \\ \tilde{\mathbf{w}}_2^T \mathbf{x}_n \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{w}}_L^T \mathbf{x}_n \end{bmatrix}\tag{3.33}$$

$q(\tilde{\mathbf{w}}_i)$ 'nin $\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_w^{(i)}, \mathbf{C}_w)$ şeklinde bir Gauss dağılımına sahip olduğu varsayılmış ve $\tilde{\mathbf{w}}_i$ 'nin ortalama ve kovaryans matrisi hesaplamaları (3.34)'te verilmiştir.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\mu}_w^{(i)} &= \mathbb{E}[\tau] \mathbf{C}_w \sum_{n=1}^N \mathbb{E}[\mathbf{x}_n] (\mathbf{s}_{n,i} - \mathbb{E}[\mathbf{m}_i]) \\ \mathbf{C}_w &= (\mathbb{E}[\tau] \sum_{n=1}^N \mathbb{E}[\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^T] + \text{diag}(\mathbb{E}[\boldsymbol{\alpha}]))^{-1}\end{aligned}\tag{3.34}$$

$q(\mathbf{x}_n)$:

$$\log q(\mathbf{x}_n) = \mathbb{E} \left[-\frac{\tau}{2} (\mathbf{s}_n - \mathbf{W}\mathbf{x}_n - \mathbf{m})^T (\mathbf{s}_n - \mathbf{W}\mathbf{x}_n - \mathbf{m}) - \frac{1}{2} \mathbf{x}_n^T \mathbf{x}_n \right] + \text{const.}\tag{3.35}$$

$q(\mathbf{x}_n)$ 'in $\mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_x^{(n)}, \mathbf{C}_x)$ şeklinde bir Gauss dağılımına sahip olduğu varsayılmış ve $\mathbf{x}_n$ 'in ortalama ve kovaryans matrisi hesaplamaları (3.36)'da verilmiştir.

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\mu}_x^{(n)} &= E[\tau]C_x E[W^T](\mathbf{s}_n - E[\mathbf{m}]) \\ C_x &= (E[\tau]E[W^T W] + I_q)^{-1}\end{aligned}\quad (3.36)$$

$q(\tau)$:

$$\begin{aligned}\log q(\tau) &= E \left[\frac{1}{2} (Nl) \log \tau - \frac{\tau}{2} \sum_{n=1}^N (\mathbf{s}_n - W\mathbf{x}_n - \mathbf{m})^T (\mathbf{s}_n - W\mathbf{x}_n - \mathbf{m}) + \frac{l}{2} \log \tau \right. \\ &\quad \left. - \frac{\tau\lambda}{2} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)^T (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0) + (\mathbf{a}_\tau - 1) \log \tau - \mathbf{b}_\tau \tau \right] + const. \\ &= E \left[\left(\frac{Nl+l}{2} + \mathbf{a}_\tau - 1 \right) \log \tau - \tau \left(\frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \text{Tr}((\mathbf{s}_n - W\mathbf{x}_n - \mathbf{m})(\mathbf{s}_n - W\mathbf{x}_n - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \mathbf{m})^T) + \frac{\lambda}{2} \text{Tr}((\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)^T) + \mathbf{b}_\tau \right) \right] + const.\end{aligned}\quad (3.37)$$

$q(\tau)$ 'nin $\mathcal{G}(\tilde{a}_\tau, \tilde{b}_\tau)$ şeklinde bir Gamma dağılımına sahip olduğu varsayılmış ve $\tilde{a}_\tau$ ve $\tilde{b}_\tau$ parametre hesaplamaları (3.23)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned}\tilde{a}_\tau &= \frac{Nl+l}{2} + \mathbf{a}_\tau \\ \tilde{b}_\tau &= \mathbf{b}_\tau + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \{ \mathbf{s}_n^T \mathbf{s}_n - 2\mathbf{s}_n^T (E[W]E[\mathbf{x}_n] - E[\mathbf{m}]) + 2E[\mathbf{m}^T]E[W]E[\mathbf{x}_n] \\ &\quad + \text{Tr}(E[W^T W]E[\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^T]) + \text{Tr}(E[\mathbf{m} \mathbf{m}^T]) \} \\ &\quad + \frac{\lambda}{2} (\text{Tr}(E[\mathbf{m} \mathbf{m}^T]) - 2E[\mathbf{m}^T]\mathbf{m}_0 + \mathbf{m}_0^T \mathbf{m}_0)\end{aligned}\quad (3.38)$$

$q(\alpha_j)$:

$$\begin{aligned}\log q(\alpha_j) &= E \left[\frac{l}{2} \log \alpha_j - \frac{\alpha_j}{2} \mathbf{w}_j^T \mathbf{w}_j + (\mathbf{a}_\alpha - 1) \log \alpha_j - \mathbf{b}_\alpha \alpha_j \right] + const. \\ &= E \left[\left(\frac{l}{2} + \mathbf{a}_\alpha - 1 \right) \log \alpha_j - \alpha_j \left(\frac{1}{2} \mathbf{w}_j^T \mathbf{w}_j + \mathbf{b}_\alpha \right) \right] + const.\end{aligned}\quad (3.39)$$

$q(\boldsymbol{\alpha}_j)$ 'nin $\mathcal{G}(\tilde{a}_\alpha, \tilde{b}_{\alpha_j})$ şeklinde bir Gamma dağılımına sahip olduğu varsayılmış ve $\tilde{a}_\alpha$ ve $\tilde{b}_{\alpha_j}$ parametre hesaplamaları (3.40)'ta verilmiştir.

$$\begin{aligned}\tilde{a}_\alpha &= \frac{l}{2} + \mathbf{a}_\alpha \\ \tilde{b}_{\alpha_j} &= \mathbf{b}_\alpha + \frac{1}{2} \mathbb{E}[\mathbf{w}_j^T \mathbf{w}_j]\end{aligned}\tag{3.40}$$

(3.30), (3.36), (3.38) ve (3.40)'taki yaklaşık sonsal dağılımların parametrelerinin hesaplanabilmesi için gereken beklenen değerler eşitlik (3.41)'de verilen denklemler ile hesaplanır.

$$\begin{aligned}\mathbb{E}[\mathbf{m}] &= \mu_m \\ \mathbb{E}[\mathbf{m}\mathbf{m}^T] &= C_m + \boldsymbol{\mu}_m \boldsymbol{\mu}_m^T \\ \mathbb{E}[\mathbf{x}_n] &= \boldsymbol{\mu}_x^{(n)} \\ \mathbb{E}[\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^T] &= C_x + \boldsymbol{\mu}_x^{(n)} (\boldsymbol{\mu}_x^{(n)})^T \\ \mathbb{E}[\mathbf{W}] &= \begin{bmatrix} (\boldsymbol{\mu}_w^{(1)})^T \\ (\boldsymbol{\mu}_w^{(2)})^T \\ \vdots \\ (\boldsymbol{\mu}_w^{(l)})^T \end{bmatrix} \\ \mathbb{E}[\mathbf{W}^T \mathbf{W}] &= LC_w + \sum_{i=1}^l \boldsymbol{\mu}_w^{(i)} (\boldsymbol{\mu}_w^{(i)})^T \\ \mathbb{E}[\mathbf{W}\mathbf{W}^T] &= \text{Tr}(C_w) \mathbf{I}_L + \mathbb{E}[\mathbf{W}] \mathbb{E}[\mathbf{W}^T] \\ \mathbb{E}[\mathbf{w}_j^T \mathbf{w}_j] &= LC_w(j, j) + \sum_{i=1}^l (\boldsymbol{\mu}_w^{(i)}(j))^2 \\ \mathbb{E}[\tau] &= \frac{\tilde{a}_\tau}{\tilde{b}_\tau} \\ \mathbb{E}[\boldsymbol{\alpha}_j] &= \frac{\tilde{a}_\alpha}{\tilde{b}_{\alpha_j}}\end{aligned}\tag{3.41}$$

BTBA anomali tespit yöntemi için uygun iterasyon sayısı ve önsel dağılımlar için gerekli olan parametreler belirlendikten sonra algoritma başlatılır. İterasyon

sayısını tamamlayan algoritma sonunda anomali tespiti için eşitlik (3.42)'deki formül kullanılır.

$$(\mathbf{s}_n - E[\mathbf{m}])^T (E[W]E[W^T] + E[\tau]^{-1}I_l)^{-1} (\mathbf{s}_n - E[\mathbf{m}]) \quad (3.42)$$

$\mathbf{s}_n \sim \mathcal{N}(E[\mathbf{m}], E[W]E[W^T] + E[\tau]^{-1}I_l)$ olarak bulunduğu için tespit kuralı (2.3)'teki gibi Mahalanobis mesafesinden türetilmiştir. (3.42)'deki hesaplama sonucu belirlenen eşik değerinden büyük ise $\mathbf{s}_n$ pikselinin anomali olduğu tespit edilmiş olur. Eğer hesaplama sonucu eşik değerinden küçük ise arka plan pikseli olduğuna karar verilir.

3.5. Bayesçi Bağımsız Bileşen Analizi (BBBA) Yöntemi

Bağımsız bileşen analizi yönteminin genel amacı olasılıksal olarak bağımsız bileşenlere dayanan bir veri kümesi için bir temsil bulmaktır. Bu temsili elde etmenin bir yolu, verileri gizli değişkenlerin bağımsız kabul edildiği bir gizli değişken modeline sığdırmaktır. Gizli değişkenlerin Gauss olmadığı ve birbirlerinden bağımsız olduğu kabul edilir. Aynı en büyük olasılık tahminine sahip nitelikleri taşıyan çarpanlar tahmin edilerek olasılık en büyüklenmiş olur. BBBA yöntemi ile parametreleri en büyük olabirlikle öğrenmek yerine, modelin parametrelerinin de rastgele değişken olarak kabul edildiği Bayes yaklaşımı kullanılmaktadır. Bu yaklaşımda model parametrelerine önsel dağılımlar tanımlanmaktadır.

BBBA anomali tespit yöntemi, Bölüm 3.4'te anlatılan BTBA yönteminden türetilir. BBBA yönteminde $\mathbf{x}_n$ gizli değişken modeli Cauchy dağılımı olarak kabul edilmiştir.

(3.2)'de verilen arkaplan piksel modelindeki parametrelerin dağılımları aşağıdaki gibi kabul edildiğinde BBBA modeli elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_n &\sim \prod_{j=1}^q \mathcal{C}(\mathbf{x}_j | 0, \delta) \\ \boldsymbol{\epsilon}_n &\sim \mathcal{N}(0, \tau^{-1}I_l) \\ \mathbf{m} &\sim \mathcal{N}(\mathbf{m}_0, \tau^{-1}\lambda^{-1}I_l) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W &\sim \prod_{j=1}^q \mathcal{N}(\mathbf{w}_j | 0, \boldsymbol{\alpha}_j^{-1} \mathbf{I}_l) \\
\tau &\sim \mathcal{G}(\mathbf{a}_\tau, \mathbf{b}_\tau) \\
\boldsymbol{\alpha} &\sim \prod_{j=1}^q \mathcal{G}(\boldsymbol{\alpha}_j | \mathbf{a}_\alpha, \mathbf{b}_\alpha)
\end{aligned} \tag{3.43}$$

$\mathbf{x}_n$ gizli değişken modeli için kabul edilen Cauchy dağılımı eşitlik (3.44)'te verilmiştir.

$$\mathcal{C}(\mathbf{x}_j | 0, \delta) = \frac{1}{\pi \delta \left(1 + \frac{x_j^2}{\delta}\right)} \tag{3.44}$$

Burada $\delta = 1$ ölçek parametresi değeri seçilerek standart Cauchy dağılımı kullanılmıştır. Cauchy dağılımının seçilmesinin sebebi Gauss dağılımından farklı olması ve logaritmasının eksi sonsuz artı sonsuz arasında türevlenebilir olmasıdır.

(3.2)'deki $\mathbf{s}_n$ yine arkaplanı temsil edip $\mathbf{x}_n$ gizli alt-uzayına aktarılarak arkaplan kestirilmiş olur. Gizli değişken ve parametrelerin bulunması için Bölüm 3.4'te tanıtilan değişimsel Bayes yaklaşımı kullanılmıştır.

3.5.1. BBBA İçin Yaklaşık Sonsal Dağılımların Belirlenmesi

Yaklaşık sonsal dağılımların belirlenmesi yine Bölüm 3.4'teki hesaplamalar temel alınarak yapılmıştır. Aslında hesaplamalardaki tek fark $\mathbf{x}_n$ gizli değişkeninin Cauchy dağılımına sahip olmasından kaynaklanan ortalama ve kovaryans hesaplamalarıdır.

$q(\boldsymbol{\Theta}) = q(\mathbf{x}_n)q(\mathbf{m})q(W)q(\tau)q(\boldsymbol{\alpha})$ eşitliğindeki dağılımlardan $q(\mathbf{m})$, $q(W)$, $q(\tau)$ ve $q(\boldsymbol{\alpha}_j)$ Bölüm 3.4'teki hesaplamalar ile birebir aynı olup bunlardan farklı olarak $q(\mathbf{x}_n)$ aşağıdaki gibi belirlenir:

$q(\mathbf{x}_n)$:

$$\log q(\mathbf{x}_n) = \mathbb{E} \left[-\frac{\tau}{2} (\mathbf{s}_n - W\mathbf{x}_n - \mathbf{m})^T (\mathbf{s}_n - W\mathbf{x}_n - \mathbf{m}) - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^q \log \left(1 + \frac{\mathbf{x}_{n,j}^2}{\delta} \right) \right] + \text{const.} \quad (3.45)$$

(3.45)'teki modelde eşlenik önsel kullanılmadığından $q(\mathbf{x}_n)$ 'i belirlemek için Laplace değişimsel Bayes yöntemi kullanılabilir [22]. Bu yöntem ile $q(\mathbf{x}_n)$ dağılımı (3.46)'da ifade edildiği gibi bir Gauss dağılımına benzetilir. Gauss dağılımının kovaryansı Hessian matrisinin tersi alınarak, ortalaması ise gradyan vektörü ve Hessian matrisi kullanılarak elde edilen (3.48)'deki denklem ile bulunur. Bu işlemler yinelemeli şekilde hesaplanıp ortalama ve kovaryans elde edilir.

$$q(\mathbf{x}_n) = \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_x^{(n)}, C_x) \quad (3.46)$$

$\mathbf{x}_n$ 'in ortalama ve varyansı (3.47)'deki hesaplamalar sonucu bulunur.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_x^{(n)} &= \hat{\mathbf{x}}_n^{(t)} \\ C_x^{(n)} &= -H^{-1} \end{aligned} \quad (3.47)$$

Burada ortalama $\boldsymbol{\mu}_x^{(n)}$ ve kovaryans değerleri C_x (3.47) ve (3.48)'deki güncelleme denklemleri ile yinelemeli olarak bulunur.

$$\hat{\mathbf{x}}_n^{(t)} = \hat{\mathbf{x}}_n^{(t-1)} + H^{-1} \mathbf{g} \quad (3.48)$$

Burada $\mathbf{g}$ ve H sırasıyla gradyan vektörü ve Hessian matrisidir ve aşağıdaki şekilde belirlenir:

$$\mathbf{g} = \nabla \log q(\mathbf{x}_n) = \mathbf{g}_L + \mathbf{g}_p \quad (3.49)$$

Burada gradyan vektörleri

$$\mathbf{g}_L = E[\tau] \left(E[W^T] (\mathbf{s}_n - E[\mathbf{m}]) - E[W^T W] \hat{\mathbf{x}}_n^{(t-1)} \right)$$

$$\mathbf{g}_p = \left[-\frac{\hat{x}_{n,1}^{(t-1)}}{\delta + \left(\hat{x}_{n,1}^{(t-1)} \right)^2}, \dots, -\frac{\hat{x}_{n,q}^{(t-1)}}{\delta + \left(\hat{x}_{n,q}^{(t-1)} \right)^2} \right]^T$$
(3.50)

ve Hessian matrisleri

$$H_L = -E[\tau] E[W^T W]$$
(3.51)

ve

$$H_p = \text{diag} \left\{ -\frac{\delta - \left(\hat{x}_{n,1}^{(t-1)} \right)^2}{\delta + \left(\hat{x}_{n,1}^{(t-1)} \right)^2}, \dots, -\frac{\delta - \left(\hat{x}_{n,q}^{(t-1)} \right)^2}{\delta + \left(\hat{x}_{n,q}^{(t-1)} \right)^2} \right\}$$

$$H = \nabla^2 \log q(\mathbf{x}_n) = H_L + H_p$$
(3.52)

şeklinde hesaplanır.

Yaklaşık sonsal dağılımların parametrelerinin hesaplanabilmesi için gereken beklenen değerler (3.53)'te verilen denklemler ile hesaplanabilmektedir.

$$E[\mathbf{m}] = \mu_m$$

$$E[\mathbf{m}\mathbf{m}^T] = C_m + \mu_m \mu_m^T$$

$$E[\mathbf{x}_n] = \mu_x^{(n)}$$

$$E[\mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^T] = C_x + \mu_x^{(n)} \left(\mu_x^{(n)} \right)^T$$

$$E[W] = \begin{bmatrix} \left(\mu_w^{(1)} \right)^T \\ \left(\mu_w^{(2)} \right)^T \\ \vdots \\ \left(\mu_w^{(l)} \right)^T \end{bmatrix}$$

$$E[W^T W] = LC_w + \sum_{i=1}^l \mu_w^{(i)} \left(\mu_w^{(i)} \right)^T$$

$$E[WW^T] = \text{Tr}(C_w) I_L + E[W] E[W^T]$$

$$\begin{aligned}
E[\mathbf{w}_j^T \mathbf{w}_j] &= LC_w(j, j) + \sum_{i=1}^l \left(\mu_w^{(i)}(j) \right)^2 \\
E[\tau] &= \frac{\tilde{a}_\tau}{\tilde{b}_\tau} \\
E[\alpha_j] &= \frac{\tilde{a}_\alpha}{\tilde{b}_{\alpha_j}}
\end{aligned} \tag{3.53}$$

BBBA anomali tespit yöntemi için uygun yineleme sayısı ve önsel dağılımlar için gerekli olan parametreler belirlendikten sonra algoritma başlatılır. Yineleme sayısını tamamlayan algoritma sonunda anomali tespiti için (3.54)'teki formül kullanılır.

$$(\mathbf{s}_n - E[\mathbf{m}])^T (E[W]E[W^T] + E[\tau]^{-1}I_l)^{-1} (\mathbf{s}_n - E[\mathbf{m}]) \tag{3.54}$$

$\mathbf{s}_n \sim \mathcal{N}(E[\mathbf{m}], E[W]E[W^T] + E[\tau]^{-1}I_l)$ olarak bulunduğu için tespit kuralı (2.3)'teki gibi Mahalanobis mesafesinden türetilmiştir. (3.54)'teki hesaplama sonucu belirlenen eşik değerinden büyük ise $\mathbf{s}_n$ pikselinin anomali olduğu tespit edilmiş olur. Eğer hesaplama sonucu eşik değerinden küçük ise arka plan pikseli olduğuna karar verilir.

3.6. Doğrusal Karışım Modeli (DKM) Yöntemi

Doğrusal karışım modeli olarak önerilen yöntem BBBA yöntemi gibi yine BTBA yönteminden türetilmiştir. Yani Bayesçi bir yaklaşım izlenmiştir. Burada $\mathbf{x}_n$ gizli alt uzay modelinin Dirichlet dağılımına sahip olduğu varsayılmaktadır [33]. Dirichlet dağılımı genel formülü (3.55)'te verilmiştir.

$$\begin{aligned}
Dir(\mathbf{x}_n | \eta) &= \frac{1}{B(\eta)} \prod_{j=1}^q \mathbf{x}_{n,j}^{\eta_j - 1} \\
B(\eta) &= \frac{\prod_{j=1}^q \Gamma(\eta_j)}{\Gamma(\sum_{j=1}^q \eta_j)}
\end{aligned} \tag{3.55}$$

Dirichlet dağılımı Beta dağılımının çok değişkenli bir genellemesidir ve Bayes yaklaşımında önsel dağılımlar olarak kullanılmaktadırlar [24]. (3.55)'teki $\eta = \{\eta_1, \eta_2 \dots, \eta_q\}$ olarak ifade edilmiş olup q alt uzayın boyutunu temsil etmektedir. Her bir η_j değerinin 0'dan büyük olma zorunluluğu vardır, $\eta_1, \eta_2 \dots, \eta_q > 0$. $\mathbf{x}_{n,j}$ ifadesi ise (3.56)'daki gibi sınırlandırılmıştır. Bu kabuller algoritmadaki her yinelemede uygulanarak gerekli normalizasyon işlemleri yapılmaktadır.

$$\sum_{j=1}^q \mathbf{x}_{n,j} = 1, \mathbf{x}_{n,j} \geq 0 \quad (3.56)$$

Kullanılan arkaplan modeli BTBA'nde kullanılan (3.2)'deki modeldir. Modeldeki parametrelerin önsel dağılım kabulleri (3.57)'de verilmiştir.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_n &\sim \mathcal{Dir}(\mathbf{x}_n | \eta) \\ \boldsymbol{\epsilon}_n &\sim \mathcal{N}(0, \tau^{-1} \mathbf{I}_l) \\ \mathbf{m} &\sim \mathcal{N}(\mathbf{m}_0, \tau^{-1} \lambda^{-1} \mathbf{I}_l) \\ \mathbf{W} &\sim \prod_{j=1}^q \mathcal{N}(\mathbf{w}_j | 0, \boldsymbol{\alpha}_j^{-1} \mathbf{I}_l) \\ \tau &\sim \mathcal{G}(a_\tau, b_\tau) \\ \boldsymbol{\alpha} &\sim \prod_{j=1}^q \mathcal{G}(\boldsymbol{\alpha}_j | a_\alpha, b_\alpha) \end{aligned} \quad (3.57)$$

Gizli değişken ve parametrelerin bulunması için Bölüm 3.4'te tanıtılan değişimsel Bayes yaklaşımı kullanılmıştır.

3.6.1. DKM İçin Yaklaşık Sonsal Dağılımların Belirlenmesi

Yaklaşık sonsal dağılımların belirlenmesi BBBA yönteminde olduğu gibi Bölüm 3.4'teki hesaplamalar temel alınarak yapılmıştır. DKM yöntemindeki hesaplamalardaki fark ise $\mathbf{x}_n$ gizli alt uzayının Dirichlet dağılımına sahip olmasından kaynaklanmaktadır.

$q(\Theta) = q(\mathbf{x}_n)q(\mathbf{m})q(W)q(\tau)q(\alpha)$ eşitliğindeki dağılımlardan $q(\mathbf{m})$, $q(W)$, $q(\tau)$ ve $q(\alpha_j)$ BTBA yöntemindeki hesaplamalar ile birebir aynı olup $q(\mathbf{x}_n)$ aşağıdaki gibidir:

$$q(\mathbf{x}_n):$$

$$\log q(\mathbf{x}_n) = E \left[-\frac{\tau}{2} (\mathbf{s}_n - W\mathbf{x}_n - \mathbf{m})^T (\mathbf{s}_n - W\mathbf{x}_n - \mathbf{m}) + \sum_{j=1}^q (\eta_j - 1) \log \mathbf{x}_{n,j} \right] + const. \quad (3.58)$$

(3.58)'deki modelde eşlenik önsel kullanılmadığından $q(\mathbf{x}_n)$ 'i belirlemek için Laplace değişimsel Bayes yöntemi kullanılabilir [22]. Bu yöntem ile $q(\mathbf{x}_n)$ dağılımı, $q(\mathbf{x}_n) = \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_x^{(n)}, C_x)$ şeklinde bir Gauss dağılımına benzetilir. Gauss dağılımının kovaryansı Hessian matrisinin tersi alınarak, ortalaması ise gradyan vektörü ve Hessian matrisi kullanılarak elde edilen (3.45)'teki denklem ile bulunur. Bu işlemler yinelemeli şekilde hesaplanıp ortalama ve kovaryans elde edilir.

$\mathbf{x}_n$ 'in ortalama ve varyansı (3.59)'daki hesaplamalar sonucu bulunmuştur.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\mu}_x^{(n)} &= \hat{\mathbf{x}}_n^{(t)} \\ C_x^{(n)} &= -H^{-1} \end{aligned} \quad (3.59)$$

Burada ortalama $\boldsymbol{\mu}_x^{(n)}$ ve kovaryans C_x değerleri (3.59) ve (3.60)'taki güncelleme denklemleri ile yinelemeli olarak bulunur.

$$\hat{\mathbf{x}}_n^{(t)} = \hat{\mathbf{x}}_n^{(t-1)} + H^{-1} \mathbf{g} \quad (3.60)$$

Burada $\mathbf{g}$ ve H sırasıyla gradyan vektörü ve Hessian matrisidir ve aşağıdaki şekilde belirlenir:

$$\mathbf{g} = \nabla \log q(\mathbf{x}_n) = \mathbf{g}_L + \mathbf{g}_p \quad (3.61)$$

Burada gradyan vektörleri,

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_L &= E[\tau] \left(E[W^T] (\mathbf{s}_n - E[\mathbf{m}]) - E[W^T W] \hat{\mathbf{x}}_n^{(t-1)} \right) \\ \mathbf{g}_p &= \left[-\frac{\hat{x}_{n,1}^{(t-1)}}{\delta + \left(\hat{x}_{n,1}^{(t-1)} \right)^2}, \dots, -\frac{\hat{x}_{n,q}^{(t-1)}}{\delta + \left(\hat{x}_{n,q}^{(t-1)} \right)^2} \right]^T \end{aligned} \quad (3.62)$$

ve Hessian matrisleri

$$\mathbf{H}_L = -E[\tau] E[W^T W] \quad (3.63)$$

ve

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_p &= \text{diag} \left\{ -\frac{\delta - \left(\hat{x}_{n,1}^{(t-1)} \right)^2}{\delta + \left(\hat{x}_{n,1}^{(t-1)} \right)^2}, \dots, -\frac{\delta - \left(\hat{x}_{n,q}^{(t-1)} \right)^2}{\delta + \left(\hat{x}_{n,q}^{(t-1)} \right)^2} \right\} \\ \mathbf{H} &= \nabla^2 \log q(\mathbf{x}_n) = \mathbf{H}_L + \mathbf{H}_p \end{aligned} \quad (3.64)$$

şeklinde hesaplanır.

Yaklaşık sonsal dağılımların parametrelerinin hesaplanabilmesi için gereken beklenen değerler BBBA yöntemindeki (3.38)'de verilen denklemler ile hesaplanabilmektedir. Yinelemeli bir yöntem olan DKM yöntemi için de yine uygun yineleme sayısı ve önsel dağılımlar için gerekli olan parametreler belirlenir. Yineleme sayısı tamamlandığında anomali tespiti için (3.65)'teki tespit kuralı uygulanır.

$$(\mathbf{s}_n - E[\mathbf{m}])^T (E[W]E[W^T] + E[\tau]^{-1} \mathbf{I}_l)^{-1} (\mathbf{s}_n - E[\mathbf{m}]) \quad (3.65)$$

$\mathbf{s}_n \sim \mathcal{N}(E[\mathbf{m}], E[W]E[W^T] + E[\tau]^{-1} \mathbf{I}_l)$ olarak bulunduğu için tespit kuralı (2.3)'teki gibi Mahalanobis mesafesinden türetilmiştir. (3.65)'teki hesaplama sonucu belirlenen eşik değerinden büyük ise $\mathbf{s}_n$ pikseli anomalidir veya hesaplama sonucu eşik değerinden küçük ise arka plan pikselidir.

3.7. Önerilen Yöntem Adımları

Tez kapsamında anomali tespiti için yeni bir yaklaşım olan DKM alt-uzay yöntemi ile L-WRX yönteminin beraber kullanılması önerilmiştir. Önerilen yöntemin işlem basamakları sırasıyla şöyledir:

- Hiperspektral görüntü verisi, işlemeye uygun hale getirilir.
- Ardından Bölüm 3.6'da anlatılan DKM alt-uzay yöntemi global olarak uygulanır.
- (3.65)'teki alt-uzay tespit sonucu, piksel hata matrisi olarak değerlendirilir.
- Sonuç ne kadar büyük ise hata değeri, yani anomali olma olasılığı o kadar yüksek olacağı için hata değerlerinin tersi alınarak L-WRX yöntemindeki (Bölüm 2.4) ağırlık matrisi oluşturulur.
- Ağırlıklar (2.13)'teki gibi normalize edilir.
- L-WRX yöntemi için yerel pencere boyutları belirlenir. Tez kapsamında belirlenmiş olan koruyucu pencere boyutu 5x5 ve dış pencere boyutu ise 7x7'dir.
- Yerel arkaplan pencere boyutları belirlenen ve ağırlıkları bilinen piksel vektörlerine L-WRX yöntemi uygulanır.
- Yöntem sonucu eşik değerinin üzerinde bir değere sahip ise ilgili piksele anomali, değil ise arka plan ataması yapılır.

4. DENEYSEL ÇALIŞMALAR

4.1. Kullanılan Veri Kümesi

Tez kapsamındaki deneysel çalışmalar, anomali tespiti ile ilgili yayınlarda yaygın olarak kullanılmakta olan Airport-Beach-Urban (ABU) veri kümesi kullanılarak gerçekleştirilmiştir. 2010- 2011 yılında toplanan ABU hiperspektral görüntü veri kümesi; havaalanı, sahil ve kent alanları olmak üzere üç kategoriden oluşur. Görüntü boyutları 100x100'lük pikseller ve spektral bant sayıları ise 102 ile 207 arasındadır [25].

Havaalanı sahnesi, 400-2500 nm spektral aralığına sahip olan AVIRIS (Airborne Visible/Infrared Imaging Spectrometer) sensörü tarafından yakalanan 100x100 piksel boyutuna sahip dört farklı görüntü içerir. Bu görüntüler 224'e kadar bant içerirken nem ve gürültüden çok fazla etkilenmiş olan bantlar çıkarılmıştır.

Sahil sahnesinde ilk üç görüntü AVIRIS sensörü tarafından, son görüntü ise 430-860 nm spektral aralığına sahip olan ROSIS-03 (Reflective Optical System Imaging Spectrometer) sensörü tarafından yakalanmıştır. Yine gürültülü bantlar çıkarılarak veri kümesi oluşturulmuştur.

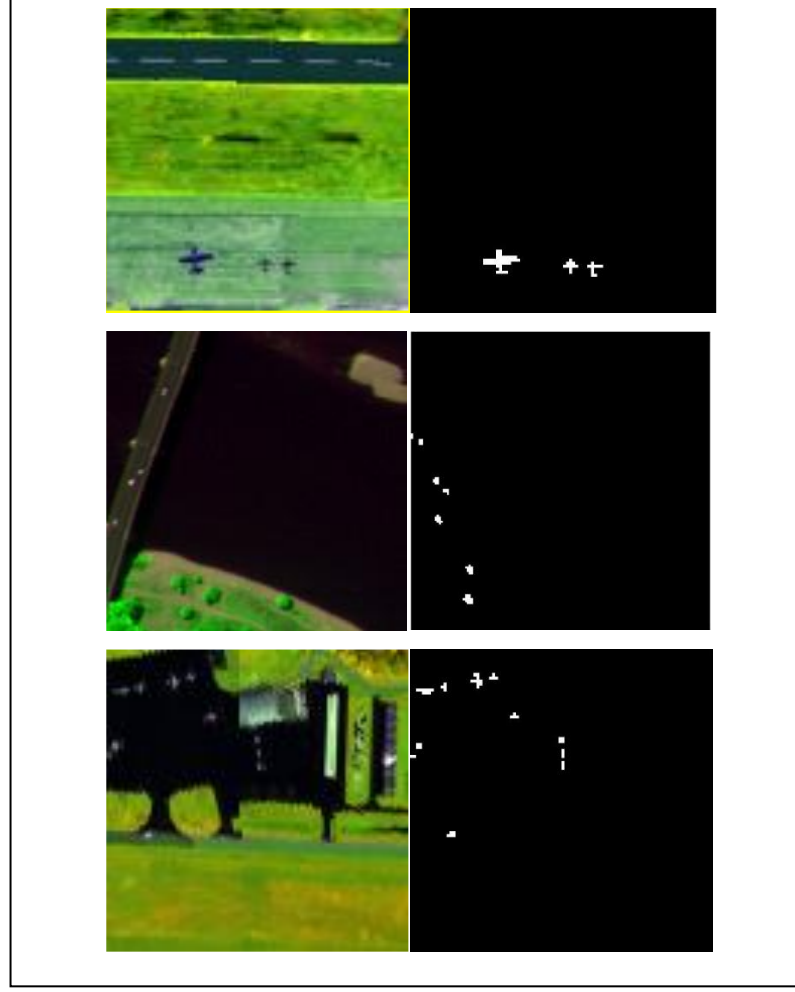
Kent sahnesindeki görüntüler AVIRIS sensörü tarafından yakalanmış olup üç farklı konumdan beş farklı görüntü içermektedir. Gürültülü bantlar çıkarıldıktan sonra 191 ile 207 arasında bant sayılarına sahip olan veri kümesi elde edilmiştir.

ABU veri kümesi için kullanılan sahneler ve görüntüye ait konumlar, bant genişlikleri, sensör çeşiti gibi bilgiler Tablo 4.1'de verilmiştir [25].

Tablo 4.1: ABU veri kümesi özellikleri.

Sahne	Konum	Sensör	Bant Sayısı	Çözünürlük
abu-airport-1	Los Angeles	AVIRIS	204	7.1 m
abu-airport-2	Los Angeles	AVIRIS	205	7.1 m
abu-airport-3	Los Angeles	AVIRIS	205	7.1 m
abu-airport-4	Gulfport	AVIRIS	191	3.4 m
abu-beach-1	Cat Island	AVIRIS	188	17.2 m
abu-beach-2	San Diego	AVIRIS	193	7.5 m
abu-beach-3	Bay Champagne	AVIRIS	188	4.4 m
abu-beach-4	Pavia	ROSIS-03	102	1.3 m
abu-urban-1	Texas Coast	AVIRIS	204	17.2 m
abu-urban-2	Texas Coast	AVIRIS	207	17.2 m
abu-urban-3	Gainesville	AVIRIS	191	3.5 m
abu-urban-4	Los Angeles	AVIRIS	205	7.1 m
abu-urban-5	Los Angeles	AVIRIS	205	7.1 m

ABU veri kümesinden alınan abu-airport-4, abu-beach-4 ve abu-urban-3 örnek görüntüleri ve anomali bölgelerinin temsil edildiği referans haritaları Şekil 4.1’de gösterilmiştir.



Şekil 4.1: abu-airport-4, abu-beach-4 ve abu-urban-3 örnek görüntüleri ve referans haritaları.

4.2. Performans Kriteri

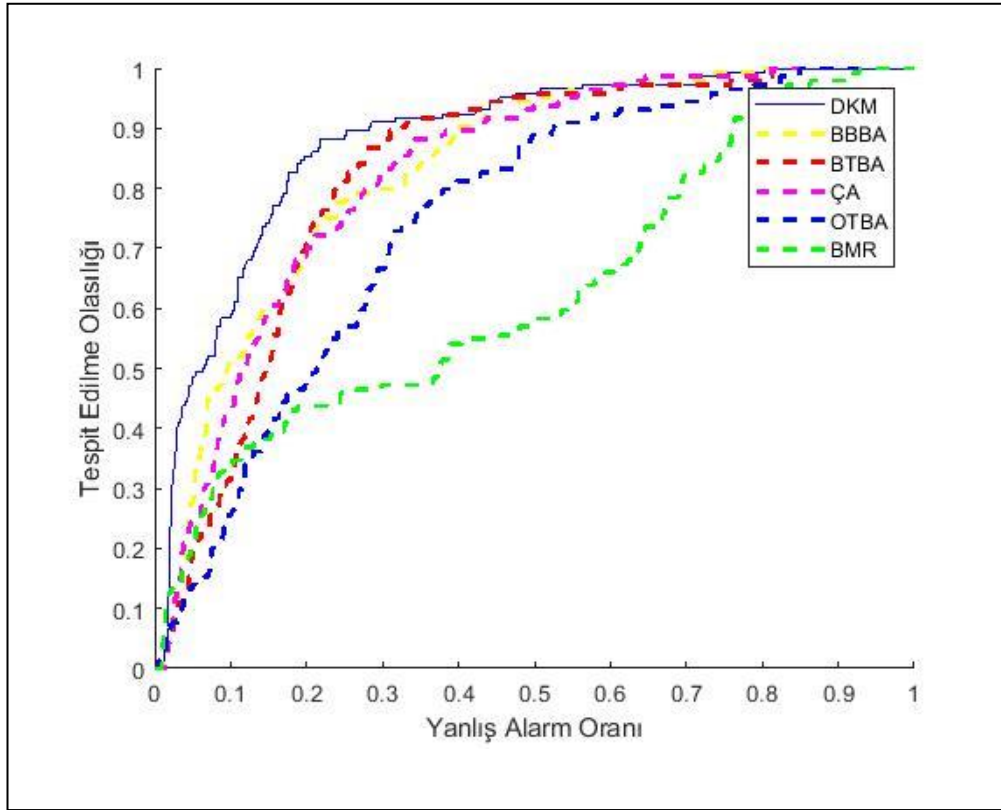
İkili sınıflandırma sistemleri için literatürde sıklıkla kullanılmakta olan karar değerlendirme grafiği (ROC: Receiver Operating Characteristic) eğrileri tez çalışmasında elde edilen sonuçların kıyaslanması amacıyla kullanılmıştır. ROC eğrisi doğru pozitiflerin yanlış pozitiflere oranı olarak ifade edilmektedir [27]. Burada doğru pozitifler, doğru tespit edilme olasılığını ifade ederken yanlış pozitifler, yanlış alarm oranını ifade etmektedir.

Başarı ölçütü olarak ROC eğrisi altında kalan alanın büyüklüğü (area under the ROC curve, AUC) kullanılmaktadır. AUC değeri ne kadar büyük ise yöntem performansı da o kadar iyi olduğu kabul edilir.

Bir diğ er başarı  l  t   ise FAR@100 yöntemidir. Burada yine ROC eğrisi kullanılmaktadır. Doğru tespit edilme olasılığının %100 olduğu ilk yanlış alarm oranı değeri bu yöntemin sonucunu gösterir. FAR@100 değeri ne kadar küçük ise yöntem performansı da o kadar iyi olduğu kabul edilir.

4.3. Deneysel Sonuçlar

Tez kapsamındaki deneysel çalışmalarda ABU veri kümesi [25] kullanılarak gerçek görüntüler üzerinde çalışılmıştır. İlk olarak alt-uzay yöntemleri hiperspektral görüntülerde anomali tespiti için geliştirilmiş ve tasarlanan tespit kuralı modeline göre elde edilen anomali haritasının başarımı ROC eğrisi altında kalan AUC değerine göre ölçülmüştür. Bu  l  m için veri kümesindeki ‘abu-airport-1’ sahnesinin ROC eğrisi şekil 4.2’de örnek olarak gösterilmektedir.



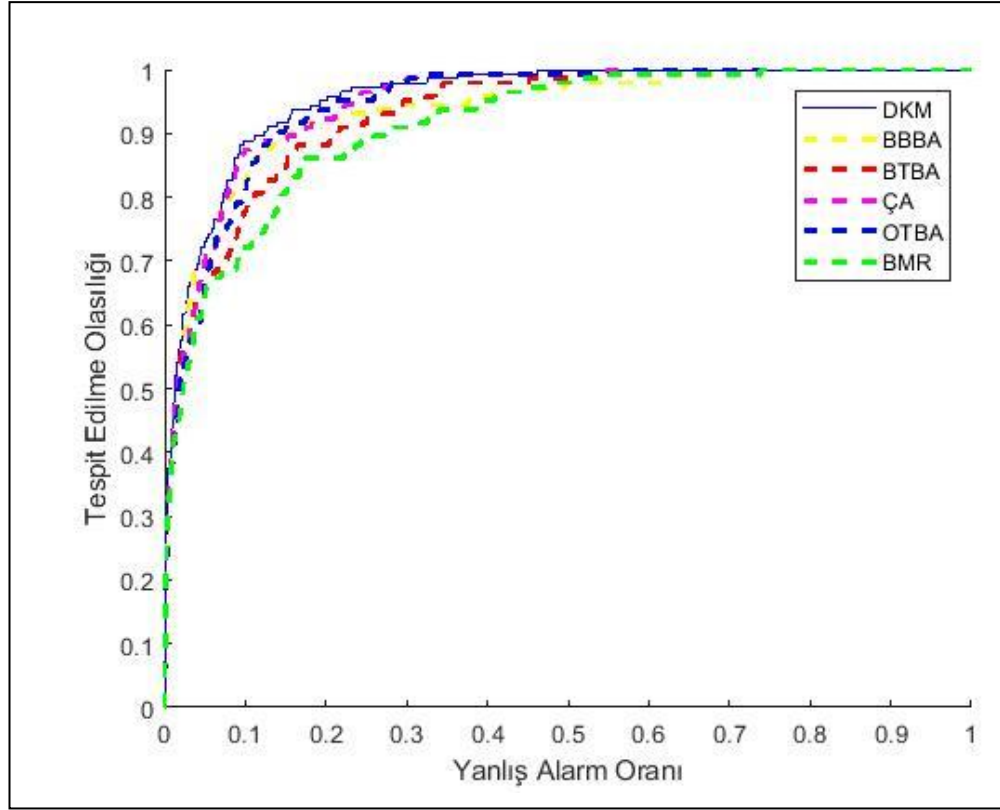
şekil 4.2: abu-airport-1 sahnesi için ROC eğrisi.

ABU veri kümesindeki tüm görüntüler için BMR, OTBA, ÇA, BTBA, BBBA ve DKM alt-uzay yöntemleri başarımlarını Tablo 4.2’de vermiştir. Yöntemler görüntü verilerine global olarak uygulanmıştır.

Tablo 4.2: ABU veri kümesi için alt-uzay yöntemlerinin anomali tespiti başarımları.

	Alt-uzay boyutu el ile ayarlanır			Alt-uzay boyutu otomatik belirlenir		
	BMR	OTBA	ÇA	BTBA	BBBA	DKM
abu-airport-1	0,6267	0,7466	0,8246	0,8276	0,8317	0,8817
abu-airport-2	0,7355	0,8968	0,9536	0,9422	0,9329	0,9666
abu-airport-3	0,8688	0,9261	0,9301	0,9449	0,9402	0,9570
abu-airport-4	0,5793	0,7962	0,9526	0,8867	0,8628	0,9642
abu-beach-1	0,9238	0,9651	0,9357	0,9401	0,8631	0,9233
abu-beach-2	0,6162	0,9228	0,8979	0,8953	0,8961	0,8922
abu-beach-3	0,8343	0,9824	0,7857	0,9614	0,9637	0,9830
abu-beach-4	0,8736	0,9494	0,9524	0,9463	0,9264	0,9219
abu-urban-1	0,9809	0,9716	0,9852	0,9743	0,9642	0,9636
abu-urban-2	0,9993	0,9876	0,9970	0,9979	0,9955	0,9644
abu-urban-3	0,7931	0,9504	0,9123	0,9572	0,9345	0,9938
abu-urban-4	0,9937	0,9672	0,9879	0,9773	0,9769	0,9767
abu-urban-5	0,9424	0,9130	0,8858	0,9203	0,9227	0,9498
ortalama	0,8283	0,9212	0,9231	0,9363	0,9239	0,9491

Alt-uzay yöntemleri sonuçlandırıldıktan sonra tez kapsamında önerilen yöntem olan alt-uzay yöntemleri ile L-WRX yönteminin birleştirilmesi sonucunda elde edilen sonuçlar ile birlikte genel performans artışı sağlandığı görülmüştür. Örnek olarak ‘abu-airport-1’ sahnesi için yöntemlerden elde edilen ROC eğrileri Şekil 4.3’te gösterilmektedir.



Şekil 4.3: abu-airport-1 sahnesi için ROC eğrisi.

Burada ilk önce alt-uzay yöntemleri görüntüye global olarak uygulanmış olup uygulama sonucunda elde edilen ağırlık matrisi ile birlikte L-WRX anomali tespit algoritması çalıştırılmıştır. Analizler ve testler sonucunda L-WRX algoritması için yerelde 5x5 piksel boyutunda bir koruyucu pencere ve 7x7 piksel boyutunda bir dış pencere seçilmesine karar verilmiştir. ABU veri kümesindeki tüm görüntüler için önerilen yöntem başarımları Tablo 4.3'te verilmiştir.

Tablo 4.3: ABU veri kümesi için alt-uzay yöntemleri ile L-WRX yönteminin birleştirilmesi sonucu anomali tespiti başarımları.

	Alt-uzay boyutu el ile ayarlanır			Alt-uzay boyutu otomatik belirlenir		
	BMR	OTBA	ÇA	BTBA	BBBA	DKM
abu-airport-1	0,9149	0,9458	0,9492	0,9317	0,9348	0,9561
abu-airport-2	0,9358	0,9254	0,9308	0,9111	0,9354	0,9454
abu-airport-3	0,9228	0,9505	0,9435	0,9540	0,9535	0,9540
abu-airport-4	0,9223	0,9451	0,9676	0,9449	0,9224	0,9797
abu-beach-1	0,9852	0,9832	0,9840	0,9829	0,9826	0,9813
abu-beach-2	0,9540	0,9749	0,9738	0,9662	0,9545	0,9740
abu-beach-3	0,9989	0,9995	0,9993	0,9989	0,9989	0,9994
abu-beach-4	0,9535	0,9517	0,9548	0,9508	0,9535	0,9538
abu-urban-1	0,9976	0,9972	0,9972	0,9963	0,9979	0,9974
abu-urban-2	0,9859	0,9705	0,9863	0,9497	0,9877	0,9912
abu-urban-3	0,9686	0,9854	0,9815	0,9605	0,9714	0,9875
abu-urban-4	0,9746	0,9520	0,9765	0,9181	0,9760	0,9677
abu-urban-5	0,9765	0,9680	0,9631	0,9811	0,9645	0,9681
ortalama	0,9608	0,9653	0,9698	0,9574	0,9641	0,9735

Tablo 4.2 ve 4.3'e bakıldığında alt-uzay yöntemlerine L-WRX algoritmasının eklenmesi, alt-uzay yöntemlerinin her birinin başarımını genel olarak artırmış gözükmektedir.

L-WRX yöntemi için Tablo 4.3'e ek olarak FAR@100 performans değerlendirilmesi de yapılmıştır. ABU veri kümesindeki tüm görüntüler için önerilen yöntemlerin FAR@100 değerleri Tablo 4.4'te verilmiştir.

Tablo 4.4: ABU veri kümesi için alt-uzay yöntemleri ile L-WRX yönteminin birleştirilmesi sonucu FAR@100 değerleri.

	Alt-uzay boyutu el ile ayarlanır			Alt-uzay boyutu otomatik belirlenir		
	BMR	OTBA	ÇA	BTBA	BBBA	DKM
abu-airport-1	0,7392	0,5917	0,5481	0,5341	0,6019	0,4620
abu-airport-2	0,3869	0,4410	0,4982	0,4502	0,3879	0,3681
abu-airport-3	0,7249	0,7976	0,7040	0,6862	0,7204	0,6940
abu-airport-4	0,5966	0,4813	0,2533	0,4419	0,5955	0,2043
abu-beach-1	0,2544	0,3375	0,2850	0,2850	0,3035	0,3360
abu-beach-2	0,2904	0,4905	0,4707	0,4290	0,2984	0,4688
abu-beach-3	0,0054	0,0030	0,0021	0,0057	0,0052	0,0026
abu-beach-4	0,9724	0,9498	0,9344	0,9754	0,9724	0,9324
abu-urban-1	0,0157	0,0151	0,0162	0,0300	0,0126	0,0160
abu-urban-2	0,1842	0,2792	0,1654	0,4526	0,1760	0,0894
abu-urban-3	0,2632	0,1265	0,1557	0,4443	0,2343	0,0920
abu-urban-4	0,3792	0,5770	0,2413	0,6536	0,3730	0,3077
abu-urban-5	0,3718	0,3937	0,3434	0,2254	0,5014	0,3429
ortalama	0,3988	0,4218	0,3552	0,4318	0,3987	0,3320

İncelenen alt-uzay yöntemlerinin başarımlarına bakıldığında, alt-uzay modelini Dirichlet dağılımı olarak kabul eden DKM yönteminin diğer yöntemlere göre daha iyi sonuçlar verdiği gözükmemektedir. Ayrıca alt-uzay vektör boyutunun otomatik olarak algoritma tarafından bulunduğu için ayrıca avantajlı durumdadır.

5. SONUÇLAR

Bu tez kapsamında, farklı yeryüzü bölgelerine ait hiperspektral görüntüler üzerinde anomali tespiti için çalışmalar yapılmıştır. Hiperspektral vektörler arka planı temsil eden daha düşük boyutlu bir uzaya yansıtılarak bir alt-uzay modeli oluşturulmuş ve bu modele uymayan vektörler anomali olarak kabul edilmiştir. Tez kapsamında bahsedilen alt-uzay yöntemlerinden ÇA, OTBA, BTBA, BBBA ve DKM hiperspektral anomali tespiti için ilk defa kullanılan yöntemlerdir. Anomali bölgelerinin boyutları ve hiperspektral imzaları bilinmediği için tüm farklı bölgelere uygun olacak bir model belirlenmesi bu kapsamda oldukça zordur. Burada alt-uzay boyutunun uygulanan yöntem tarafından otomatik olarak belirleniyor oluşu ise bu zorluğun azaltılmasında oldukça yardımcı olmaktadır. Alt-uzay boyutunun otomatik olarak belirlenmesine olanak sağlayan yöntemler konu başlığı 3.4, 3.5 ve 3.6’da anlatılan BTBA, BBBA ve DKM yöntemleridir. Bu yöntemlerden ise Tablo 4.3’te de gösterildiği gibi DKM yönteminin başarımı oldukça dikkat çekmektedir. Bu önerilen alt-uzay yöntemleri ile beraber L-WRX algoritmasının kullanılması Tablo 4.3’te gösterildiği gibi, tüm alt-uzay modellerinin başarımlarını olumlu yönde etkilemiştir.

KAYNAKLAR

- [1] Matteoli S., Diani M., Corsini G., (2010), "A tutorial overview of anomaly detection in hyperspectral images", IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, 25 (7), 5–28.
- [2] Nasrabadi N. M., (2014), "Hyperspectral target detection: An overview of current and future challenges", IEEE Signal Processing Magazine, 31 (1), 34–44.
- [3] Şahin Y. E., Arisoy S., Kayabol K., (2018), "Hiperspektral imgelerde Bayeşçi Gauss arkaplan modeli ile anomali tespiti", 2018 26th Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU), İzmir, 2-5 Mayıs.
- [4] Reed I. S., Yu X., (1990), "Adaptive multiple-band CFAR detection of an optical pattern with unknown spectral distribution", IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 38 (10), 1760–1770.
- [5] Manolakis D., Marden D., Shaw G. A., (2003), "Hyperspectral image processing for automatic target detection applications", Lincoln Laboratory Journal, 14 (1), 79-116.
- [6] Matteoli S., Diani M., Theiler J., (2014), "An overview of background modeling for detection of targets and anomalies in hyperspectral remotely sensed imagery", IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 7 (6), 2317 - 2336 .
- [7] Manolakis D., Lockwood R., Cooley T., Jacobson J., (2009), "Hyperspectral detection algorithms: use covariances or subspaces?", SPIE Annual Meeting, San Diego, CA, USA, 17 August.
- [8] Kutluk S., Kayabol K., Akan A., (2016) "Classification of hyperspectral images using mixture of probabilistic PCA models", 24th European Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2076-1465, Budapest, Hungary, 29 August – 2 September.
- [9] Tipping M. E., Bishop C. M., (1999), "Probabilistic principal component analysis", Journal of the Royal Statistical Society, Series B 21 (3), 611–622.
- [10] Guo Q., Pu R., Cheng J., (2016), "Anomaly detection from hyperspectral remote sensing imagery". Geosciences, 6, 56.
- [11] Paz A., Plaza A., (2011), "A new morphological anomaly detection algorithm for hyperspectral images and its GPU implementation", SPIE Optics and Photonics, Satellite Data Compression, Communication, and Processing Conference, San Diego, California, USA, 16 September.
- [12] Guo Q., Zhang B., Ran Q., Gao L., Li J., Plaza A., (2014), "Weighted-RXD and linear filter-based RXD: Improving background statistics estimation for anomaly

detection in hyperspectral imagery”, IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, 7 (6), 2351–2366.

- [13] Kwon H., Der S. Z., Nasrabadi N. M., (2003), “Adaptive anomaly detection using subspace separation for hyperspectral imagery,” Optical Engineering, 42 (11), 3342–3351, 1 November.
- [14] Küçük S., Yüksel S.E., (2015), “Uzun Dalga Kızılötesi Hiperspektral Görüntülerde Hedef Tespiti”, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi.
- [15] Ekici O., (2009), “Conceptual distinctions of Bayesian and classical approaches in statistics”, Balıkesir Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 12 (21), 89.
- [16] Li J., Bioucas-Dias J. M., Plaza A., (2011), “Hyperspectral image segmentation using a new Bayesian approach with active learning”, IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 49(10), 3947-3960.
- [17] Stigler S. M., (1982), “Thomas Bayes’s inference”, J. Roy. Statis. Soc. A, 145, 250-258.
- [18] Bishop C. M., (1999), "Variational principal components", 9th International Conference on Artificial Neural Networks ICANN 99., 509-514, Edinburgh, UK, 7-10 September.
- [19] Neal R.M., Hinton G.E., (1998), “A view of the EM algorithm that justifies incremental, sparse and other variants”, in Learning in Graphical Models, M.I. Jordan, Ed. Cambridge, MA: MIT Press, 355–368.
- [20] Tzikas D. G., Likas A. C., Galatsanos N. P., (2008), "The variational approximation for Bayesian inference", in IEEE Signal Processing Magazine, vol. 25, no. 6, pp. 131-146, November.
- [21] Tipping M. E., Bishop C. M., (1999), “Mixtures of probabilistic principal component analyzers”, Neural Computation 11 (2), 443–482.
- [22] Wang C., Blei D. M., (2013), “Variational inference in nonconjugate models”, Journal of Machine Learning Research, 14, 1005-1031.
- [23] Bishop C. M., (1999), “Bayesian PCA”, Advances in Neural Information Processing Systems, 11, 382–388.
- [24] Kotz S., Balakrishnan N., Johnson N. L., (2000), “Continuous Multivariate Distributions”, Models and Applications, Volume 1, John Wiley & Sons, New York.
- [25] Kang X., Zhang X., Li S., Li K., Li J., Benediktsson J. A., (2017), “Hyperspectral anomaly detection with attribute and edge-preserving filters”, IEEE Trans. Geosci. Remote Sens., 55 (10), 5600–5611.

- [26] Arisoy S., Kayabol K., (2019), "Anomaly detection in hyperspectral images via superpixel segmentation and unsupervised background learning", 10th Workshop on Hyperspectral Imaging and Signal Processing: Evolution in Remote Sensing (WHISPERS), Amsterdam, Netherlands, 24-26 September.
- [27] Kerekes J., (2008), "Receiver operating characteristic curve confidence intervals and regions", IEEE Geosci. Remote Sens. Lett., 5 (2), 251–255.
- [28] Chandola V., Banerjee A., Kumar V., (2009), "Anomaly detection: A survey", ACM Computing Surveys, 41 (15), 1.
- [29] Web 1, (2021), <https://www.mathworks.com/help/images/getting-started-with-hyperspectral-image-analysis.html>, (Erişim Tarihi: 11/05/2021).
- [30] Tian Y., Tang L., Li Z., Huang Y., (2019), "Weighted anomaly detection algorithm based on local density", IEEE International Conference on Signal, Information and Data Processing (ICSIDP), Chongqing, China, 11-13 December.
- [31] Ren H., Chen C. W., Chen H. T., (2005), "Weighted anomaly detection for hyperspectral remotely sensed images", Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering, vol. 5995, no. 7, pp. 63-68, November.
- [32] Arisoy S., Nasrabadi N. M., Kayabol K., (2021), "GAN-based hyperspectral anomaly detection", 2020 28th European Signal Processing Conference (EUSIPCO), Amsterdam, Netherlands, 18-21 January.
- [33] Bioucas-Dias J. M., Plaza A., Dobigeon N., Parente M., Du Q., Gader P., Chanussot J., (2012), "Hyperspectral unmixing overview: Geometrical, statistical, and sparse regression-based approaches", IEEE J. Select. Topics Appl. Earth Observ. Remote Sensing, 51 (11), 354–379.
- [34] Kucuk F, Toreyin B. U., Celebi F. V., (2019), "Sparse and low-rank matrix decomposition-based method for hyperspectral anomaly detection," Journal of Applied Remote Sensing 13 (1), 014519.
- [35] Nasrabadi N. M., (2008), "Regularization for spectral matched filter and RX anomaly detector", SPIE 6966, Algorithms and Technologies for Multispectral, Hyperspectral, and Ultraspectral Imagery XIV, Orlando, FL, USA, 11 April.

ÖZGEÇMİŞ

Nur ALABUĞA ilk ve orta öğrenimini Kastamonu’da tamamlamıştır. 2012-2017 yılları arasında Kocaeli Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü’nde lisans eğitimi tamamlamıştır. 2018 yılında Gebze Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalı’nda yüksek lisans eğitime başlamıştır ve halen devam etmektedir. 2021 yılı Mayıs ayından bu yana Ulak Haberleşme firmasında 5G konusu üzerinde yazılım geliştirme mühendisi olarak çalışmaktadır.