

1.GİRİŞ

Spektroskopi; ilke olarak, moleküllerin, iyonların ve çekirdeklerin quantumlanmış enerji düzeylerini inceleyen bir yöntemdir. Deneysel olarak yalnızca frekans ölçümü içerir; çünkü; olası geçişlere karşı gelen iki seviye arasındaki enerji farkı, incelenecek olan atom veya çekirdek tarafından soğurulan yada salınan ışımanın frekansı ile orantılıdır.

İki enerji seviyesi arasındaki geçiş çizgisine bir spektral çizgi karşılık gelir ve bu çizgiye spektrum denilir. Bu spektrumlar ESR spektrometresi ile ölçüle bilmektedir. ESR spektrometresinde bu spektrumları daha iyi bir biçimde gözliye bilmek için, spektrometreye her birinin daha verimli kullanılabildiği frekans aralıkları olan değişik kaviteler monte edilir.

Bu kaviteler anlaşılacağı üzere ESR spektrometresinin çok önemli bir parçasıdır. Her bir kavite kendi boyutlarına bağlı olarak kendisi için gerekli frekans aralığına cevap vermektedir, bunun için her frekans bandı için farklı boyutlarda kavitelere ihtiyaç duyulmaktadır ve bu kavitelerin bahsettiğimiz gibi herbirinin çok iyi bir şekilde çalışacağı şekilde dizayn edilen band aralığında kullanılması gerekmektedir.

GYTE' nin laboratuvarında bulunan ESR spektrometresinde K ve Q bandında yüksek sıcaklıklarda örnekleri inceleyebileceğimiz kaviteler olmasına karşın Q bandında (30-35GHz), düşük sıcaklıklarda kullanılabilecek bir kavitemiz olmadığından dolayı, tezin ilerki bölümlerinde ayrıntılı bir şekilde anlatacağımız üzere, kapalı kavitelere göre daha yüksek hassasiyete sahip olan açık resonatör yapımına gerek duyulmuştur.

Bunun için; tez çalışmasında açık kavite ile kapalı kaviteler arasındaki farkı daha iyi görebilmemiz amacı ile herbir resonatör çeşidi için ayrıntılı bir literatür çalışması yapılmıştır.

Öncelikle bize genel bir bilgi olması amacı ile rezonans kavramı ve ESR spektrometresinin temel elemanlarını kısaca tanıtarak literatür çalışmamıza başlayalım.

2. MAGNETİK REZONANS SPEKTROSKOPİSİ

2.1. Magnetik Resonans Kavramı

Elektron, yada çekirdek, farklı elektronik yapılarına göre farklı uyarılmış enerji düzeyleri bulunduğu için bu düzeyler arasındaki geçişlere karşı gelen spektrum çizgileri, elektromagnetik spektrumdan oldukça farklı aralıklara düşer. Bu aralıkların büyüklüğü, incelenecek olan sistem içindeki atom yada iyonlar üzerinde etkin rol oynayan etkileşmeye bağlıdır (1,2).

Net bir spine sahip olan elektron ve çekirdek gibi yüklü parçacıklar makroskopik bir H alanın etkisi altında kalınca, magnetik moment ile alanın etkisi nedeniyle dejenere olan enerji düzeyi iki duruma ayrılır. Dolayısıyla atom durumları arasındaki geçişler $h\nu$ enerjisi sahip bir fotonu soğurarak alt enerji durumundan üst enerji durumuna veya yayarak üst enerji durumundan alt enerji durumuna geçerler ve bu olay magnetik rezonans olarak adlandırılır (3).

Magnetik rezonans; magnetik moment ve açısal momentumu olan magnetik sistemlerde bulunan bir olaydır. Resonans kelimesi, dış bir etkenin magnetik sistemin doğal frekansı ile uyum içinde olmasını açıklar ve bu frekans durgun dış magnetik alanda magnetik momentin jirokobik prosesyonuna karşılık gelir (2).

Resonans yönteminin üstünlüğü incelenecek örnekte tümüyle karşılaştırıldığında çok zayıf olan bir katkıyı seçip ayırmayı mümkün kılar (4).

Magnetik rezonansın umulduğu madde sınıfı ve koşulları;

1. Fe grubu ve nadir toprak elementleri gibi doldurulmamış iç tabakaları olan geçiş elementlerinin bulunduğu maddeler,
2. Metallerdeki iletkenlik elektronları,
3. Ferro ve Ferrimagnetler,
4. Yalıtkanlarda elektron veya boşluklar yakalayabilen bozukluklar (2).

ESR‘ teknolojisinin gelişmesiyle temel ilkeleri aynı olmasına karşın ayrıntıda farklılık gösteren deneysel teknikler geliştirilmiştir.

Magnetik rezonans deneysel teknik dört temel üzerine kurulmuştur.

- a. Değişmez frekanslı ve değişebilen genlikli bir mikrodalga kaynağı.
- b. Mikrodalga enerjisini, incelenecek örneğe uygulamaya yarayan düzenek.
- c. Mikrodalga alanından soğurulan enerjiyi ölçebilecek düzenek.
- d. Homojen, ancak değişebilen bir dış magnetik alan oluşturabilecek elektromıknatıs.

ESR spektrometrelerinde uygulanan mikrodalga frekansı 9 Ghz civarındadır. Buna karşı gelen magnetik alan değeri, spektroskopik yarılm faktörü $g = 2$ örnekler için 0.33 T kadardır. Bu frekans bölgesinde çalışan spektrometreye “ X – Band ESR Spektrometresi “ adı verilir.

Bu yüzyılın başlarından bu yana, bilim adamları atom veya molekülleri ifade etmek için kuantum mekanik prensiplerini uygulamaya başladıkları zaman, bir molekül ya da atomun belli enerji değerleri olan yarılmış durumlara sahip olduğunu buldular. Spektroskopi, ölçümlerin ve atomik veya moleküler durumlar arasındaki enerji farklılığının (ΔE) yorumudur. Bu enerji farklılığının bilinmesi ile, çalışılan numunenin dinamiğinin, yapısının ve içersindeki olayların iç yüzünün kavranmasını geliştirir.

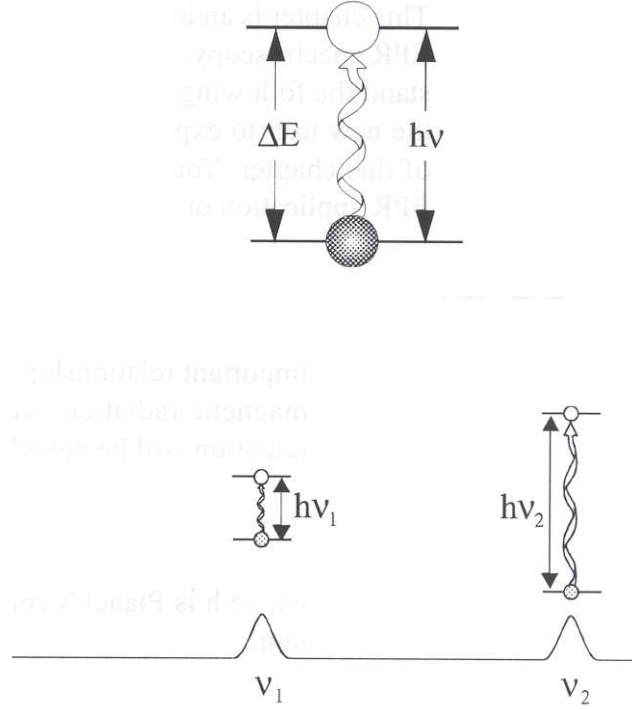
2. 1. 1. Magnetik Resonans ve Spektroskopi İlkeleri

ΔE enerji farkları ölçülebilir, çünkü bu enerji farkı ve elektromagnetik ışının absorpsiyonu arasında önemli bir bağıntı vardır. Planck yasasına göre, elektromagnetik radyasyonu absorbe edebilmesi için, önceden de söylendiği gibi;

$$\Delta E = h\nu$$

2-1-1

olmalı, burada h , Planck sabiti ve ν radyasyonun frekansıdır.



ŞEKİL.2.1.2.Elektromagnetik enerji absorpsiyonu sonucu oluşan geçiş ve bir spektrum

Absorpsiyon, enerjisi düşük bir enerji seviyesinden yüksek bir enerji seviyesine geçişte oluşur. Spektroskopide frekans değişkendir ve absorpsiyon frekansı seviyelerin enerji farkı uygun olduğunda oluşur. Genellikle gigahertz aralığındaki radyasyon ESR deneyleri için kullanılır.

2. 2. ESR de Deneysel Teknikler (Spektrometrede)

Magnetik rezonanza deneysel işlem, oldukça şiddetli bir dış magnetik alan içine yerleştirilmiş magnetik sistemde oluşan enerji düzeyleri arasında, uygulanan mikrodalga alanı sonucu, uyarılan geçişleri gözlemektir. Bu nedenle ESR de deneysel teknik şu ana sistemlerden oluşur:

2. 2. 1. Magnetik Alan Kaynağı

Sistem üzerine uygulanacak olan şiddetli magnetik alanı yaratacak bir sistemdir. Genellikle demir çekirdekli ve su soğutmalı elektromıknatıslardan

aydalanılır. Son zamanlarda, sürekli olarak sıvı helyuma gereksinim duymasına karşın, süperiletken mıknatıslar da kullanılmaktadır.

2. 2. 2. Mikrodalga Alan Kaynağı

Periyodik olarak elektromagnetik alan etkisinde bulundurulan moleküller veya atomik yapı, cismin cinsine göre farklı rezonans olayları sergilemektedirler. Bu rezonansların çoğu mikrodalga bölgesinde oluşmaktadır ve böylece maddenin yapısıyla ilgili bilgi elde edilmektedir. Mikrodalga birçok yönden optik dalgaya benzer, bir engele çarptığı zaman yansır. Mikrodalga alan kaynağı enerji düzeyleri arasında geçişler oluşturmak için gerekli enerjiyi sağlar. Bu amaçla ESR’de bir oyuk içine konan spin sistemi üzerinde bir elektromagnetik alan oluşturacak şekilde klystron veya Gunn diodu kullanılır.

2. 2. 2a. Klystron

Mikrodalga enerjisini üreten elektronik bir tüptür ve genelde ısıtıcı, katot, yansıtıcı ve elektrik titreşimlerinin oluşturduğu bir kaviteden oluşmaktadır. Katoda göre kavite pozitif ve yansıtıcı negatif bir voltaja sahiptir. Böylece elektronlar katottan kaviteye geçerler ve kavite boyunca iletken yansıtıcı tarafından geri yansıtılırlar. O halde kavitenin boyutları ile yansıtıcı voltajının uygun bir seçimi sonucu bir demet şeklinde ilerleyen elektronlarla yansıtıcıdan yansıyan elektronlar sistem içinde bir titreşim oluştururlar. Bir kangal yardımı ile oyuk dışına alınan bu elektromagnetik titreşimlerden doğan elektromagnetik dalgalar dalga klavuzunda yayılırlar ve incelenecek örneğin içinde bulunduğu oyukta,

$$2H \cos \omega t$$

2-2-1

biçiminde bir mikrodalga alanı olarak ortaya çıkarlar.

Titreşimin ω frekansı, genelde klystron kavitesinin boyutları ile voltajına bağlıdır. Bu nedenle frekansın belli bir değere ayarlanması, önce kavitenin boyutlarının mekanik olarak ayarlanması ve daha sonra da rezonans voltajının ayarlanması ile yapılır. Öte yandan örnek oyuğuna gelen mikrodalga gücü, dalga klavuzu üzerine yerleştirilen ayarlama birimleri ile kontrol edilir.

2. 2. 2b. Gun Diyodu

Uygulanan gerilim kritik bir değerden yüksek olduğu zaman galyumarsenid ve indiyumfosfat gibi malzemelerde gun etkisi denilen periyodik yüksek frekans dalgalanmaları meydana gelir. Bu dalgalanmalar birleştirilmiş pozitif yüklü bir tabaka ile termal olarak uyarılmış elektronların toplandığı bir tabakanın oluşumundan meydana gelir. Dipol bölgesinin hızı uygulanan gerilimlerde 10^7 cm/s civarındadır ve bu yüzden geçiş zamanı 10^{-3} cm kalınlığındaki bir örnekte 10^{-10} s dir. Böyle bir alan örneğin çevrimi başına üzerinden geğer ve oluşan X-band dalgaları (10^{10} Hz), bir rezonans kavitesi ile bir diyod birleştirilerek devam ettirilir.

2. 2.3. Dalga Klavuzu

Genelde dikdörtgen biçiminde bakır ya da pirinç borulardan oluşmaktadır. Yüksek derecede iletkenlik sağlamak için içleri altın yada gümüş kaplama yapılır.

X-Band Spektrometresinde kullanılan dalga klavuzlarının iç boyutları $1.27\text{cm} \times 2.54\text{ cm}$ 'dir. Elektrik alan bileşeni daima dalga klavuzunun geniş yüzeyine diktir ve dalga klavuzu boyunca her yarı dalga boyunda en büyük ve en küçük değerini alır. Buna karşın magnetik alan bileşeni geniş yüzeye paraleldir ve elektrik alan bileşeninin minimum olduğu yerde maksimumdur.

2. 2.4. Modülasyon ve Dedeksiyon Sistemi

Kaviteye gönderilen mikrodalga alanının bir kısmı örnek tarafından soğurulur. Kaviteden yansıyan dalga sirkülatör vasıtasıyla dedektöre gönderilir; dedektörde köprü vasıtasıyla kaviteden gelen bu dalga ile orantılı elektrik akımı oluşur. Dolayısıyla yansıyan mikrodalga şiddeti rezonans durumunda azalacağından dedektör akımında değişme gözlenir. Böylece rezonans olayı kaydedilir. Bu sinyal de sinyal yükseltici tarafından yükseltilir ve sinyalin magnetik alana karşı değişimi kaydedilir.

Statik manyetik alan ve mikrodalga frekans değerleri rezonans bölgesinin dışındayken, mikrodalga enerjisi kaviteden yansıyarak kristal dedektöre gider. Bu dedektör, üzerine düşen mikrodalga gücünün kareköküyle orantılı olarak çıkış akımı verir. Rezonans durumunda yansıyarak dedektöre gelen güç azaldığında çıkış akımı değişir ve bu değişimden yararlanarak rezonans olayı gözlenir. Klystronun ışıma frekansını taramak, statik manyetik alanı taramaya göre daha zor olduğundan pratikte

genellikle statik manyetik alan taranarak rezonansa ulaşılır. Kristal dedektörün gürültüsü, üzerine düşen soğurma sinyalinin frekansı ile ters orantılıdır. Bu yüzden rezonans sinyali modüle edilerek bu gürültü azaltılmaya çalışılır. Bunu da lineer olarak taramak statik manyetik alan üzerine, genliği, örneğin rezonans yarı eğri genişliğine göre oldukça küçük olan, sinüsoidal bir modülasyon alanı bindirilerek sağlanır. Bu alan örneğin içinde bulunduğu kavitenin genellikle iç yüzeylerine, düzlemleri elektromıknatısın kutuplarına paralel olacak biçimde yerleştirilmiş iki küçük bobin tarafından oluşturulur.

Kaynak tarafından üretilen mikrodalga'nın tek frekansta olmaması, incelenen sistemin enerjisindeki belirsizlik, uygulanan statik alanın tam olarak homojen olmaması vb. faktörler yüzünden, rezonans geçişi yalnızca tek bir H manyetik alan değerinde değil de H 'ın etrafında ΔH karakteristik genişliğinde bir bölgede olur. O halde statik manyetik alana, genliği rezonans eğri genişliği yanında küçük olan bir sinüsoidal alan bindirilirse, kristal dedektörün çıkışı modülasyon alanı ile aynı frekanslı ve genliği rezonans eğrisinin bulunan noktasındaki eğimi ile orantılı sinüsoidal bir sinyal oluşturur. Kristal dedektörün bu sinyali dar bantlı bir yükselteçten geçirildikten sonra, faz duyarlı bir dedektörde modülasyon sinyali ile karşılaştırılır. Faz duyarlı dedektörün çıkışı, şiddeti rezonans eğrisinin bulunan noktasındaki eğimi ile orantılı bir doğru gerilimdir. Bir filtreden geçirildikten sonra, bu doğru gerilim bir kaydetme sistemine gönderilir. Eskiden iki eksenli kaydedicinin düşey eksenine uygulanırdı. Kaydedicinin yatay eksenine statik manyetik alanın lineer değişimini sağlayan sistem mekanik olarak bağlanmıştır. Bu şekilde, kaydedicinin çizdiği eğri soğurma eğrisinin birinci türevidir. Bugünkü spektrometrelerde kaydedici yerine bilgisayar programı kullanılır.

2. 2.5. Bilgisayar Sistemi

Modern bir spektrometre, bilgisayar teknolojisini kullanır. İlk bilgisayarlar sadece spektrometrenin dedektöründen gelen ESR sinyallerini kaydetmek ve analiz etmek için kullanılırdı, bununla birlikte bugün bilgisayar, magnetik alan, modülasyon genliği, mikrodalga gücü gibi bazı spektrometre elemanlarının kontrol edilmesi ve ayarlanması için spktrometre elemanlarının bir merkezidir.

ESR sinyali daima analog-dijital dönüştürücüde sayısallaştırılır ve bir bilgisayarın belleğine taşınmadan önce, geçici olarak bir dijital osiloskopta depolanır. Dijital osiloskopta gözlenen ESR sinyali (alanın veya zamanın fonksiyonu olarak) spektrometre performansının görsel bir kontrolüne müsaade eder.

ESR tarama sayısı bilgisayarda diğerlerine ilave edilir. Bu yöntem, gürültü sinyal oranını yükseltmek için kullanılır çünkü gerçek sinyaller daima doğrusal olarak ilave eder, oysa gürültü bileşenleri, sadece n tarama sayısının kare kökü kadar yükselir. Bu yüzden gürültü sinyal oranı $\sqrt{n}$ kadar yükselir. Bu teknik özellikle parlak –fotoğraf çalışmalarında çok yararlıdır, burada spektrometre hızlı bir zaman sabitine ulaşmak için geniş band modunda çalıştırılmalıdır; bu mod çok daha yüksek bir gürültü seviyesinden meydana gelir ki o sadece zaman ortalama yönteminin defalarca taranması ile azaltılabilir.

3. ELEKTROMAGNETİK DALGA YAYILIMI ve POLARİZASYON

Şimdi araştırma konumuz olan kaviteleri ve kavitelerde meydana gelen elektromagnetik olayları incelemeye başlayalım.

3. 1. Düzlem Dalgaların Boşlukta Yayılması

Mod daha sonra ayrıntılı bir şekilde inceleyeceğimiz gibi elektromagnetik dalgaların bulunduğu bölgenin sınır değerlerine göre verilen ve dalga eşitlikleri ile çözülen özel bir alan şeklidir.

Bir elektromagnetik modunda elektrik ve magnetik alan şiddetlerinin her ikisi de birbirine uzayın her noktasında diktir ve eşfazlı yüzey şekli olarak yayılırlar. Ek olarak eğer eşfazlı yüzey alanı eşdeğer genliğede sahipse uniform düz dalgada denilir.

Zamana bağımlı uniform düz dalgayı (μ, ϵ) elektrik ve magnetik alan geçirgenliğine bağılı z yönünde ilerleyen bir elektromagnetik dalga olarak ele alalım. Dalganın elektrik alan bileşeni x yönünde ve magnetik alan bileşenide y yönünde olduğunu farz edelim ($\vec{E}_x^+ = E_0^+ \cos(\omega t - \beta z)$ ve $\vec{H}_x^+ = E_0^+ / \eta \cos(\omega t - \beta z)$). (+ işaretinin olmasının nedeni +z yönünde ilerlemesinden dolayıdır.)

Zamana bağımlı elektromagnetik dalganın elektrik alan ve magnetik alan değerlerinin çözümleri için dalga eşitlikleri ve Maxwell eşitlikleri kullanılır. Uygun dalga eşitlikleri;

$$\begin{aligned} \nabla^2 E + \beta^2 E &= 0 \\ \nabla^2 H + \beta^2 H &= 0 \end{aligned} \quad 3-1-1$$

Elektrik alanın yalnızca x bileşenini aldığımız için; $\vec{E}_x(x, y, z) = f(x)g(y)h(z)$ şeklinde alabiliriz. Dalga +z yönünde ilerlediği için $\vec{E}_x(z) = h(z)$ şeklinde kısıtla biliriz ve $h(z)$ ise; $h(z) = Ae^{-i\beta_z z} + Be^{+i\beta_z z}$ şeklinde gösterilebilir. + işaret -z yönünde ve – işarete +z yönünde ilerlediğini göstermektedir. Buna göre;

$$\begin{aligned}\vec{E}_x(z) &= Ae^{-i\beta_z z} + Be^{+i\beta_z z} \text{ veya} \\ \vec{E}_x(z) &= E_0^+ e^{-i\beta_z z} + E_0^- e^{+i\beta_z z}\end{aligned}\quad 3-1-2$$

Şeklinde gösterilir. β ; faz sabitini göstermektedir ve $\beta_z = \beta$ ve $\beta_x = 0, \beta_y = 0$ dır ve ayrıca $E_0^+ ve E_0^-$ + ve – yönde ilerleyen dalganın genliğini temsil etmektedir.

Magnetik alan içinde çözüm aynı şekilde olmaktadır. Buna göre Maxwell denklemini kullanarak;

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -i\omega\mu\vec{H} \quad 3-1-3$$

Buradan

$$\vec{H} = -\frac{1}{i\omega\mu} \nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{i\omega\mu} \begin{bmatrix} \hat{a}_x & \hat{a}_y & \hat{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad 3-1-4$$

Çözüm olarak;

$$\begin{aligned}\vec{H} &= \hat{a}_y \frac{1}{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}} [E_x^+ - E_x^-] \\ \text{ve} \\ \vec{H} &= \hat{a}_y (H_y^+ + H_y^-)\end{aligned}\quad 3-1-5$$

olarak elde edilir. Burada bulunan - işaret Poynting vektör $\vec{E} \times \vec{H}$ dan dolayıdır. Ayrıca

$\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \eta$ olarak gösterilen karakteristik empedanstır ve yalnızca enine elektromagnetik dalgalar için geçerlidir. Gelen elektromagnetik dalganın mevcut olduğu empedans ise;

$$Z_w = \frac{E_x^+}{H_y^+} = \eta \quad 3-1-6$$

şeklinde ifade edilir. Gelen elektromagnetik dalga herhangi bir yüzeyde yansıma ve kırınım yapıyorsa;

$$\Gamma = \left(\frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0} \right) \quad 3-1-7$$

Şeklinde yansıma sabiti verilir. Burada $Z_L = \left[\frac{\mu}{(\epsilon - i \frac{\sigma}{\omega})} \right]^{\frac{1}{2}} = (1+i) \left(\frac{\omega \mu}{2\sigma} \right)^{\frac{1}{2}} = (1+i)R_s$

şeklinde verilen iletkenin karakteristik empedansıdır. R_s ise yüzey direncidir. Z_0 ise;

$\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}}$ şeklinde ortamın karakteristik empedansıdır. Yansıma sabiti kısaca; yansıyan

ve gelen dalganın genlikleri oranı olarakta söylenebilir.

$$\begin{aligned} \vec{E}^i &= \hat{a}_x E_0 e^{-i\beta_1 z} \\ \vec{E}^r &= \hat{a}_x \Gamma E_0 e^{i\beta_1 z} \\ \vec{E}^t &= \hat{a}_x T E_0 e^{-i\beta_2 z} \end{aligned} \quad 3-1-8$$

ve

$$\begin{aligned} \vec{H}^i &= \hat{a}_y \frac{E_0}{\eta_1} e^{-i\beta_1 z} \\ \vec{H}^r &= -\hat{a}_y \frac{\Gamma E_0}{\eta_1} e^{i\beta_1 z} \\ \vec{H}^t &= \hat{a}_y \frac{T E_0}{\eta_2} e^{-i\beta_2 z} \end{aligned} \quad 3-1-9$$

şeklinde gelen, yansıyan ve kırılan dalgayı ifade ettikten sonra kırılma sabiti;

$$T = 1 + \Gamma = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} \text{ ve } \Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \quad 3-1-10$$

şeklinde gösterilir. Dalganın yansıma ve kırınımından dolayı meydana gelen kırılma sabiti;

$$T = 1 + \Gamma = \frac{2\eta_2}{\eta_1 + \eta_2} \text{ ve } \Gamma = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} \quad 3-1-11$$

Burada $E_{\max}$ gelen ve yansıyan dalganın genlikler toplamını ve $E_{\min}$ genlikler farkını ifade etmektedirler. $H_{\max}$ gelen ve yansıyan dalganın genlikler toplamının

ortamın empedansına oranıdır. $H_{\min}$ gelen ve yansıyan dalganın genlikler farkının ortamın empedansına oranı olarak verilir. Durağan dalga oranının gücü ise;

$$P_{swr} = (SWR)^2 \quad 3-1-12$$

olarak alınır.

3. 1. 1. Faz Hızı, Grup Hızı, Güç ve Enerji Yoğunluğu

Yayılan elektromagnetik dalganın hızı, gücü ve enerjisi vardır. Bunları kısaca belirtecek olursak;

$$\vec{v}_p^+ = + \frac{dz}{dt} = \frac{w}{\beta} = \frac{w}{w\sqrt{\mu\epsilon}} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}. \quad 3-1-13$$

şeklinde faz hızı gösterilir. Elektrik ve magnetik alanın enerji ve güç yoğunlukları;

$$W_e^+ = \frac{1}{2} \epsilon E_x^{+2} = \frac{1}{2} \epsilon E_0^{+2} \cos^2(wt - \beta z) \quad 3-1-14$$

ve

$$W_m^+ = \frac{1}{2} \mu H_y^{+2} = \frac{1}{2} \mu H_0^{+2} \cos^2(wt - \beta z)$$

Toplam güç yoğunluğu ise;

$$P = E^+ \times H^+ = \hat{a}_x E_0^+ \cos(wt - \beta z) \times \hat{a}_y \left[\frac{1}{\sqrt{\mu/\epsilon}} E_0^+ \cos(wt - \beta z) \right] \quad 3-1-15$$

Buradan

$$P = \hat{a}_z \left(\frac{1}{\sqrt{\mu/\epsilon}} E_0^{+2} \cos^2(wt - \beta z) \right) \quad 3-1-16$$

şeklinde elde edilmiş olunur. Toplam enerji yoğunluğu $W = W_e + W_m$ şeklinde gösterilir ve buna göre enerji(grup) hızı;

$$\vec{v}_e^+ = \frac{P^+}{W^+} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}} \quad 3-1-17$$

Ortalama güç yoğunluğu ise;

$$P_{av} = \frac{1}{2} \text{Re}(E^+ \times H^{+*}) = \hat{a}_z \frac{|E_0^+|^2}{2\eta} \quad 3-1-18$$

olarak ifade edilir.

3. 2. Düzlem Dalgaların Sonsuzda ve Küçük Etki Gösteren Bölgede Yayılması

Bu bölgede yayılan elektromagnetik dalga $\exp(i\omega t - \gamma z)$ şeklinde yayılım yapar. γ yayılma sabitini gösterir ve $\gamma = \alpha + i\beta$ şeklinde ifade edilir. z yönünde ilerleyen bir elektromagnetik dalganın elektrik alan bileşeni;

$$\vec{E}_x(z) = \hat{a}_x E_0^+ e^{-\gamma z} \quad 3-2-1$$

şeklinde gösterilir ve γ nın bileşenleri olan α ve β ;

$$\alpha = w\sqrt{\mu\epsilon} \left[\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{w\epsilon} \right)^2} - 1 \right] \right]^{\frac{1}{2}} \quad 3-2-2$$

$$\beta = w\sqrt{\mu\epsilon} \left[\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{w\epsilon} \right)^2} + 1 \right] \right]^{\frac{1}{2}}$$

olarak ifade edilir. Magnetik alan ise 3-1-4 denkleminde;

$$\vec{H} = \hat{a}_y \frac{\gamma}{i\omega\mu} E_0 e^{-\gamma z} \quad 3-2-3$$

olarak bulunur. Dalganın empedansı ise;

$$Z_w = \sqrt{\frac{i\omega\mu}{\sigma + i\omega\epsilon}} \quad 3-2-4$$

şeklinde ifade edilir.

4. MİKRODALGA RESONATÖRLERİ ve KAPALI KAVİTELER

4. 1. Resonatörler

Bu kısımda, mikrodalga (ESR) kavitelerinin özelliklerini ve bu özelliklerin bir ESR sinyalinde absorpsiyon sonucu nasıl değiştiğini kısaca inceleyelim. Biz, örnekten gelen zayıf sinyallerin genliğini büyütmek ve daha iyi görebilmemiz için mikrodalga kavite kullanırız. Bir mikrodalga kavitesi bir karesel veya silindirik şekilli basit bir metal kutudur, buradaki silindirik ve karesel şekilli mikrodalgalı yansıtıcılar ses dalgalı bir yansıtıcı boru vasıtası gibidir. Rezonansın anlamı şudur; kavite mikrodalga enerji depolar, bu yüzden kavitenin rezonans frekansı, mikrodalgalar geriye yansıma olmayacak şekilde, fakat kavitenin iç tarafında kalacak şekilde oluşur.

Kavite, Q kalite faktörleri tarafından nitelendirilir, bunlar kavitede toplanan mikrodalga enerjisinin nasıl etkinlik sağladığını gösterir. Q faktörü şöyle belirlenir;

$$Q = w \text{ depolanan enerji} / \text{harcanan enerji} \quad 4-1-1$$

Burada, harcanan enerji; bir mikrodalga periyodu süresince enerji kaybı miktarıdır. Enerji kavitenin duvarlarında kaybolabilir, çünkü mikrodalgalar kavitenin duvarlarındaki elektrik akımından meydana gelir. Burada kavitenin içindeki çevrimden sıcaklık meydana gelir. Biz Q faktörünü kolaylıkla ölçebiliriz, çünkü Q'yu ifade etmenin başka bir yolu vardır;

$$Q = \frac{v_{res}}{\Delta v_{1/2}} \quad 4-1-2$$

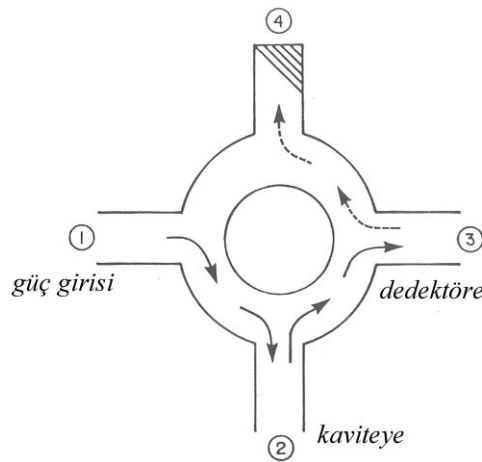
Burada v_{res} kavitenin rezonans frekansı ve $\Delta v_{1/2}$ ise rezonansın yarı yüksekliğinin genişliğidir.

Kavitenin iç tarafında bir durgun dalga oluşması rezonansın sonucudur. Bunun için; ya dalga boyu değiştirilip resonatörün boyu sabit tutulacak yada resonatörün boyu değiştirilip dalga boyu sabit tutulacak. 2. yöntem daha kullanışlı olduğu için bu

yöntem kullanılır. Durgun elektromagnetik dalgaların magnetik alanın maksimum olduğu yerde elektrik alan minimumdur ve bu durum değişkendir. Biz bir kavitede elektrik ve magnetik alanların özel dağılımını büyük bir avantaj sağlamak için kullanabiliriz. Örnek numunelerin çoğu, üzerlerine mikrodalgaların yolu ile düşen elektrik alanı yansıtmaz ve Q, dağılmış enerjideki bir yükselme ile düşürülecektir, ama rezonans kaydetmek için Q faktörünün yüksek olması gereklidir. Bunun için, şayet biz minimum elektrik alan ve maksimum magnetik alana örneğimizi yerleştirirsek çok büyük sinyaller ve çok yüksek alınganlık gözlenir. Kaviteler örneğin en uygun yerleştirilmesi için dizayn edilir.

Örnek, mikrodalga enerjiyi absorbladığı zaman, kayıpların yükselmesi ve çiftlenimlerin değişmesi nedeniyle Q düşer ve mikrodalga kaynağının gerisine yansıtılarak bir ESR sinyalinde sonuçlanır.

ESR ile yapılan deneylerde etkin olan temel bileşen magnetik alan bileşenidir. Kavite içersinde mikrodalgadan gelen elektromagnetik alanın bir kısmı örnek tarafından absorbe edilirken diğer bir kısmı da kavite duvarları tarafından soğurulur. Bundan dolayı incelenecek örnek kaviteye yerleştirilirken çoğunlukla tam merkezine konmalıdır. Çünkü mikrodalganın magnetik alan bileşeninin maksimum ve elektrik alan bileşeninin minimum olması nedeniyle magnetik enerji soğurmasının maksimum olduğu yer kavitenin merkezidir.



ŞEKİL.4. 1. Dört kollu mikrodalga sirkülatörü

Kaynaktan gelen mikrodalgayı kaviteye yönlendirmek ve kaviteden yansıyanı da dedektöre göndermek sirkülatörün görevidir.

Kaviteye giden mikrodalga'nın yansımasını minimuma indirmek için mikrodalga klavuzu ile kavite arasındaki empedans uyumunu sağlamak üzere kavitenin mikrodalga girişinde iris bulunur. İris aralığının açıklığı ayarlanarak empedans uyumu sağlanır.

Mikrodalga kavite – klavuz sistemi elektromıknatısın arasına, örnek üzerindeki mikrodalga'nın magnetik alan bileşeni ile dc manyetik alan birbirine dik olacak şekilde yerleştirilir.

Yukarıda bahsettiğimiz gibi alınan örneği daha iyi inceleyip anlamamız için çeşitli kaviteler hazırlanır. Bu kaviteler temel olarak iki çeşide ayrılırlar.

1. Closed (kapalı) kaviteler.
2. Open (açık) kaviteler.

4. 2. Kapalı Kaviteler

Kavite denildiği gibi, örnekten gelen fark edilemeyecek kadar zayıf sinyallerin genliğini büyütmek ve sinyali daha iyi görebilmek için kullanılır. Daha önceden de dediğimiz gibi kavite içinde minimum elektrik alan ve maksimum magnetik alana örneğimizi yerleştirirsek çok büyük sinyaller ve çok yüksek alınganlık gözlenir.

Kapalı kaviteleri incelemeden önce kavite içinde vuku bulan elektromagnetik olayları incelememiz gerekmektedir.

4.2.1. Kavitede Meydana Gelen Elektromagnetik Olaylar

Elektrik ve magnetik alanın kavite içindeki büyüklüğü ve yayılmasını Maxwell denklemlerinden direk olarak ya da vektör potansiyelleri yardımıyla dalga denklemleri bulunarak bulunula bilinir.

Yardımcı vektör potansiyelleriyle, sınır şartlarını daha iyi ve daha kolayca uyguluya bileceğimizden, yardımcı vektör potansiyellerini bir matematiksel yöntem olarak kullanacağız. İlk önce bahsettiğimiz gibi dalga eşitliklerini bulmamız gerekir.

Buradan yararlanacağımız Maxwell denklemleri

$$\begin{aligned}
 \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\vec{M} - i\omega\mu\vec{H} & \vec{M} &= \hat{n} \times \vec{E} \\
 \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \vec{J} + i\omega\epsilon\vec{E} & \vec{J} &= \hat{n} \times \vec{H} \\
 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \rho_{ev} / \epsilon & \rho_{ev} &= \epsilon \nabla \cdot \vec{E} \\
 \vec{\nabla} \cdot \vec{H} &= \rho_{mv} / \mu & \rho_{mv} &= \mu \nabla \cdot \vec{H}
 \end{aligned} \tag{4-2-1}$$

olarak yazılabilir. Burada $\vec{M}$; magnetik akım yoğunluğunu, $\vec{J}$; elektrik akım yoğunluğunu, ρ_{ev} ; elektrik yük yoğunluğunu ve son olarakta ρ_{mv} magnetik yük yoğunluğunu göstermektedir.

Vektörel dalga eşitliklerini;

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\vec{M} - \mu \frac{\partial}{\partial t} \vec{H} \tag{4-2-2}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \sigma \vec{E} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} \tag{4-2-3}$$

şeklinde gösterirsek. Burda $\vec{M}_i$; magnetik akım yoğunluğunu ve $\vec{J}_i$ ise elektrik akım yoğunluğunu ifade etmektedir.

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$$

şeklinde vektörel eşitliği kullanılıp, çeşitli matematiksel işlemler sonucunda;

$$\nabla^2 \vec{E} = \vec{\nabla} \times \mu_i + \mu \frac{\partial \vec{J}_i}{\partial t} + \frac{1}{\epsilon} \vec{\nabla} \rho_{ev} + \mu \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu \epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \tag{4-2-4}$$

$$\nabla^2 \vec{H} = -\vec{\nabla} \times \vec{J}_i + \sigma \vec{M}_i + \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \rho_{mv} + \varepsilon \frac{\partial \vec{M}_i}{\partial t} + \mu \sigma \frac{\partial}{\partial t} \vec{H} + \mu \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{H} \quad 4-2-5$$

ifadeleri elde edilir. Burada bu iki denklem ε ve $\vec{H}$ için ikinci dereceden bağımsız differansiyel denklemleridir ve ε ve $\vec{H}$ için vektörel dalga eşitlikleri denir.

$$J_i = M_i = \rho_{ev} = \rho_{mv} = \sigma = 0$$

olduğunu kabul edersek.

$$\nabla^2 \vec{E} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{E} \quad 4-2-6$$

$$\nabla^2 \vec{H} = \mu \varepsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} \vec{H} \quad 4-2-7$$

şeklinde vektörel dalga denklemleri elde edilir.

$e^{i\omega t}$ şeklinde zamana bağlı olarak değişen elektromagnetik dalga fonksiyonlarını yukarıdaki gibi yöntemle elde edip, 4-2-1 deki Maxwell denklemi şeklinde nasıl değiştiğini gösterip ve buna göre aşağıdaki dalga denklemlerini yazarsak;

$$\nabla^2 \vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{M}_i + i\omega \mu \vec{J}_i + \frac{1}{\varepsilon} \vec{\nabla} \rho_{ev} + i\omega \mu \sigma \vec{E} - \omega^2 \mu \varepsilon \vec{E} \quad 4-1-8$$

ve

$$\nabla^2 \vec{H} = -\vec{\nabla} \times \vec{J}_i + \sigma \vec{M}_i + \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \rho_{mv} + i\omega \mu \sigma \vec{H} - \omega^2 \mu \varepsilon \vec{H} \quad 4-2-9$$

buna bağlı olarak ta;

$$J_i = M_i = q_{ev} = q_{mv} = 0$$

olduğu kabul ettiğimizde 4-2-8 ve 4-2-9 denklemlerini;

$$\nabla^2 \vec{E} = i\omega \mu \sigma \vec{E} - \omega^2 \mu \varepsilon \vec{E} = \gamma^2 \vec{E} \quad 4-2-10$$

ve

$$\nabla^2 \vec{H} = i\omega \mu \sigma \vec{H} - \omega^2 \mu \varepsilon \vec{H} = \gamma^2 \vec{H} \quad 4-2-11$$

şeklinde elde ederiz. Burada;

$$\gamma^2 = iw\mu(\sigma + iwt) \quad 4-2-12$$

şeklinde ifade edilir ve;

$$\gamma = \alpha + i\beta$$

şeklinde gösterileren yayılma sabitini ifade ettiğini, α ; azalma sabitini ve β ; faz sabitini göstermekte olduğunu daha öncedende belirtmiştik.

$\sigma = 0$ olduğunu da kabul edersek;

$$\nabla^2 \vec{E} = -w^2 \mu \epsilon \vec{E} = -\beta^2 \vec{E} \quad 4-2-13$$

ve

$$\nabla^2 \vec{H} = -w^2 \mu \epsilon \vec{H} = -\beta^2 \vec{H} \quad 4-2-14$$

olarak faz sabitlerine bağlı olarak elde edebiliriz. Burada, $\beta^2 = w^2 \mu \epsilon$ şeklinde tanımlanır. $\sigma = 0$ şartını 4-2-8 ve 4-2-9 denklemlerine uygularsak;

$$\nabla^2 \vec{E} + \beta^2 \vec{E} = \nabla \times \vec{M} + iw\mu \vec{J} + \frac{1}{\epsilon} \vec{\nabla} \rho_{ev} \quad 4-2-15$$

ve

$$\nabla^2 \vec{H} + \beta^2 \vec{H} = -\nabla \times \vec{J} + iw\epsilon \vec{M} + \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \rho_{mv} \quad 4-2-16$$

şeklinde faz sabitine bağlı dalga denklemini elde etmiş oluruz.

4. 2. 2. Vektör Potansiyelleri

Daha öncede belirttiğimiz gibi vektör potansiyelleri sınır şartlarını kullanıp, dalga denklemlerinin çözülmesini ve bunların sonucunda elektrik ve magnetik alanı daha basit, matematiksel yöntem olarak, yapmamızda yardımcı olan matematiksel bir ifadedir.

Vektör potansiyelleri A ve F olarak gösterilmektedir. A; magnetik vektör potansiyelin, F ise; elektrik vektör potansiyelini göstermektedir. Şimdi vektör potansiyellerini kullanarak elektrik alan ve magnetik alanın değerlerini bulalım.

4. 2. 2. 1 Magnetik Vektör Potansiyeli (A)

Boşluktaki serbest bir parçacık için magnetik alanı seloinidal şeklinde yayılır. Yani; $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ dır, çeşitli matematiksel işlemler yapılarak;

$$\vec{H}_A = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A} \quad 4-2-17$$

magnetik alan ve Maxwell dönüşüm denklemi;

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_A = -i\omega\mu\vec{H}_A \quad 4-2-18$$

kullanılarak;

$$\vec{E}_A = -i\omega\vec{A} - \nabla\vec{\phi}_e \quad 4-2-19$$

elektrik alan bulunur. Burada bulunan ϕ_e ; durum fonksiyonunu ifade eden elektrik potansiyelidir. Lorentz şartına göre;

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = -i\omega\mu\epsilon\vec{\phi}_e \quad 4-2-20$$

denklemden,

$$\vec{\phi}_e = -\frac{1}{i\omega\mu\epsilon} \vec{\nabla} \cdot \vec{A} \quad 4-2-21$$

şeklinde bulunduktan sonra;

$$\vec{E}_A = -i\omega\vec{A} - \vec{\nabla}\vec{\phi}_e = -i\omega\vec{A} - \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \quad 4-2-22$$

şeklinde elektrik alan bulunur. A vektör potansiyeli dalga denklemi ise;

$$\nabla^2 \vec{A} + \beta^2 \vec{A} = -\mu\vec{J} \quad 4-2-23$$

şeklinde elde edilir.

A vektör potansiyeli bilindiğinde 4-2-17 denklemden H_A , 4-2-22 denklemden; E_A alan ve 4-2-23 denkleminde; $J = 0$ olduğunda A vektör potansiyeli için karyezyen ve silindirik koordinatlarda dalga denklemleri elde edilir.

4. 2. 2. 2. Elektrik Vektör Potansiyeli (F)

Tekrar boşluktaki serbest bir parçacığı ele alırsak, elektrik alanı boşlukta seloinidal şeklinde yayılır. Yani; $\nabla \cdot \vec{D} = 0$ dır, çeşitli matematiksel işlemler yapılarak;

$$\vec{E}_F = -\frac{1}{\epsilon} \vec{\nabla} \chi \vec{F} \quad 4-2-24$$

elektrik alan ve Maxwell dönüşüm denklemi;

$$\vec{\nabla} \chi \vec{H}_F = i\omega \epsilon \vec{E}_F \quad 4-2-25$$

kullanılarak;

$$\vec{H}_F = -i\omega \vec{F} - \vec{\nabla} \vec{\phi}_m \quad 4-2-26$$

magnetik alan bulunur. Burada bulunan ϕ_m ; durum fonksiyonunu ifade eden magnetik potansiyelidir . Lorentz şartına göre;

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = -i\omega \mu \epsilon \vec{\phi}_m \quad 4-2-27$$

denkleminde,

$$\vec{\phi}_m = -\frac{1}{i\omega \mu \epsilon} \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \quad 4-2-28$$

şeklinde bulunduk tan sonra;

$$\vec{H}_F = -i\omega \vec{F} - \vec{\nabla} \vec{\phi}_m = -i\omega \vec{F} + \frac{1}{i\omega \mu \epsilon} \vec{\nabla} (\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) \quad 4-2-29$$

şeklinde magnetik alan bulunur. F vektör potansiyeli dalga denklemi ise;

$$\nabla^2 \vec{F} + \beta^2 \vec{F} = -\epsilon \vec{M} \quad 4-2-30$$

olarak elde edilir. F vektör potansiyeli bilindiğinde 4-2-24 denkleminde H_F , 4-2-29 denkleminde; E_F alan şiddetleri ve 4-2-30 denkleminde; $M = 0$ olduğunda F vektör potansiyeli için karesel ve silindirik koordinatlarda dalga denklemleri elde edilir.

4. 3. TEM, TE ve TM Dalga Salınım Modları

Elektromagnetik sınır değer problemlerinde verilen ve bir bölgede yayılan dalgayı ifade eden dalga biçimleri olduğundan kısaca bahsetmiştik.

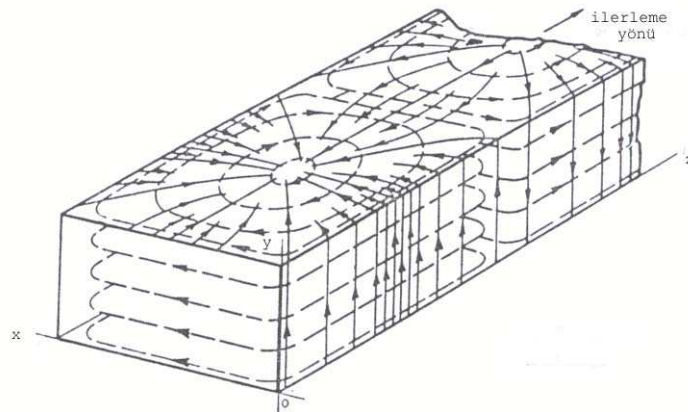
Mikrodalgaların klavuz içindeki yayılımını, elektrik ve magnetik dalgaları dikkate alarak anlamak kolaydır. Elektriksel ve magnetik alan çizgileri her zaman birbirine diktir ve beraberce mikrodalga klavuzu içinde elektromagnetik dalga olarak

yol alırlar. Dalgalar dalga klavuzu içinde hareket ederken pek çok değişik şekil gösterirler. Bu şekillere dalga modu denildiğini daha öncede belirtmiştik. Bu modlar oluşturulurken bazı fiziksel kaidelere uymak zorundadırlar. Bunlar, elektriksel alan çizgileri her zaman iletken yüzeyine ve magnetik alan çizgilerine diktirler. Fakat iletken yüzeyinden çok az bir ayrılma durumunda bile bu şart ortadan kalkar ve yüzeye paralel hale gelebilir.

Dalga klavuzu içindeki dalga biçimlerinde alan çizgileri bir anlık olan çizgilerdir ve zaman içinde biçimleri değişir. Yüzeyler arasında gerilim vardır ve merkezde en büyük değerdedir. Yan yüzeylerde elektrik alan E , gerilim kısa devre edildiğinden, sıfırdır. Elektrik ve magnetik alanın beraberce iletildikleri unutulmamalıdır. Bir dalga klavuzunda genelde iki dalga şekli oluşur:

1. E elektrik alanının iletim yönüne dik olduğu haldir.
2. H magnetik alan çizgilerinin hareket yönüne dik olduğu durumdur.

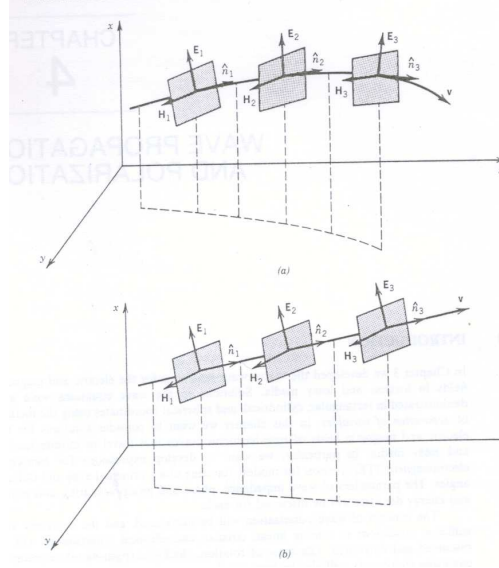
Dalga klavuzlarının her zaman dikdörtgen olması gerekmez. Herhangi bir şekildeki dalga klavuzu elektromanyetik dalgaları iletebilir. Dairesel kesitli dalga klavuzları, dikdörtgen kesitliden sonra en çok kullanılanıdır.



ŞEKİL. 4.2. TE_{10} modlu dikdörtgen dalga klavuzu duvarlarında alan dağılımı (kesikli çizgiler magnetik alanı düz çizgiler elektrik alanı gösterir)

4. 3. 1.TEM Modu

Elektrik alan (E) ve magnetik alan (H) her ikisinin her noktadaki şiddetini ifade eder ve bu bölgede eş fazlı yüzey olarak yayılır.



Şekil. 4.3 (a) TEM (b) Düz dalganın faz görünümü [A. Balanis]

Bu TEM modunda empedans ise daha öncede belirttiğimiz gibi;

$$Z_w = \frac{E_x^+}{H_y^+} = -\frac{E_x^-}{H_y^-} = \eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \quad 4-3-1$$

şeklinde ifade edilir, η ifadesi; ortamın varolan ampedansı olarak tanımlanır.

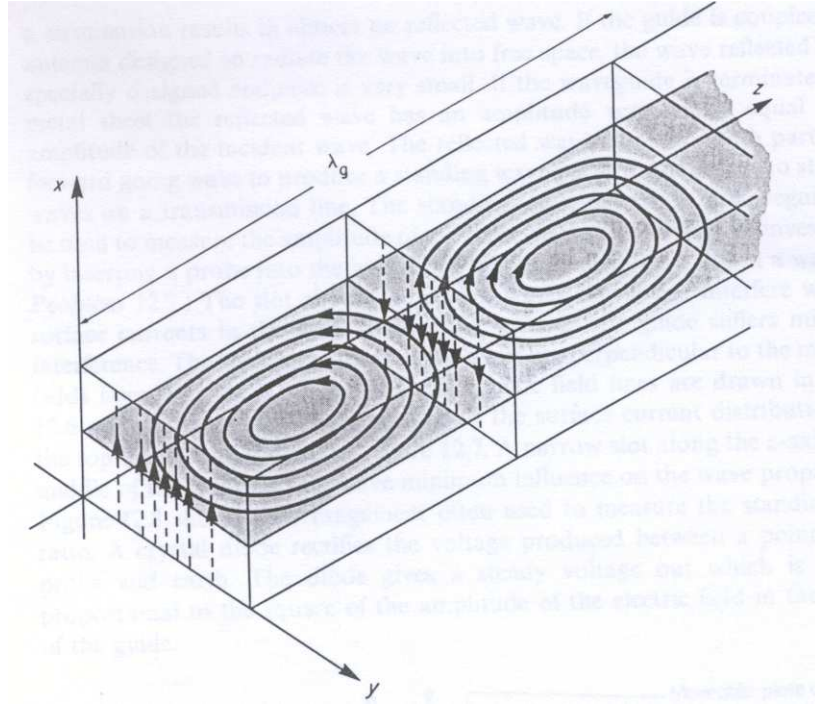
TEM modlu dalga ortamda bulunan cisme nüfus eder, skin dept denilen bu ifade;

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{w\sqrt{\mu\epsilon} \left[\frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{\mu\epsilon} \right)^2} - 1 \right] \right]^{\frac{1}{2}}} \quad 4-3-2$$

şeklinde ifade edilir. α ; azalma sabitini gösterir.

Tam olarak	İyi	İyi
	diel. $\left(\frac{\sigma}{w\varepsilon}\right)^2 \ll 1$	iletken $\left(\frac{\sigma}{w\varepsilon}\right)^2 \gg 1$
Azalma = $w\sqrt{\mu\varepsilon} \left\{ \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{w\varepsilon}\right)^2} - 1 \right] \right\}^{1/2}$	$= \frac{\sigma}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$	$= \sqrt{\frac{w\mu\sigma}{2}}$
sbt. α		
Faz = $w\sqrt{\mu\varepsilon} \left\{ \frac{1}{2} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{\sigma}{w\varepsilon}\right)^2} + 1 \right] \right\}^{1/2}$	$= w\sqrt{\mu\varepsilon}$	$= \sqrt{\frac{w\mu\sigma}{2}}$
sbt. β		
Dalganın empedansı $Z_w = \sqrt{\frac{iw\mu}{\sigma + iw\varepsilon}}$	$= \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$	$= \sqrt{\frac{w\mu}{2\sigma}} (1 + i)$
Dalgaboyu $\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$	$= \frac{2\pi}{w\sqrt{\mu\varepsilon}}$	$= 2\pi \sqrt{\frac{2}{w\mu\sigma}}$
Dalganın hızı $v = \frac{w}{\beta}$	$= \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$	$= \sqrt{\frac{2w}{\mu\sigma}}$
Skin dept $\delta = \frac{1}{\alpha}$	$= \frac{2}{\sigma} \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}$	$= \sqrt{\frac{2}{w\mu\sigma}}$

Tablo. 4.1. Elektromagnetik dalga için karakteristik özellikler [A. Balanis]



Şekil.4.4. TE₀₁ modu için kartezyen koor. Magnetik alan çizgileri ve elektrik alan çizgileri

Serbest bir parçacığın boşlukta TEM modları genellikle alan şekli bakımından en basit formudur, elektrik ve magnetik alan parçalarının verilen yönde enine parçasını ifadeeder. Şimdi TEM modunun kartezyen koordinatlarda, elektrik ve magnetik alanın vektör potansiyellerine bağlı olarak çözümlerini yapalım.

4. 3. 1. 1. Kartezyen Koordinat Sisteminde TEM Modu

TEM olduğu için elektrik alan;

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_F \quad 4-3-3$$

ve magnetik alan;

$$\vec{H} = \vec{H}_A + \vec{H}_F \quad 4-3-4$$

şeklinde tanımlanırlar. A ve F vektör potansiyelleri kartezyen koordinatlarda;

$$A_{(x,y,z)} = \hat{a}_x A_{x(x,y,z)} + \hat{a}_y A_{y(x,y,z)} + \hat{a}_z A_{z(x,y,z)} \quad 4-3-5$$

ve

$$\vec{F}_{(x,y,z)} = \hat{a}_x \vec{F}_{x(x,y,z)} + \hat{a}_y \vec{F}_{y(x,y,z)} + \hat{a}_z \vec{F}_{z(x,y,z)} \quad 4-3-6$$

şeklindedir. Dalga denklemlerini de yazacak olursak;

$$\nabla^2 \vec{A} + \beta^2 \vec{A} = -\mu \vec{J} \quad 4-3-7a$$

ve

$$\nabla^2 \vec{F} + \beta^2 \vec{F} = -\epsilon \vec{M} \quad 4-3-7b$$

olarak tanımlanır. Eğer;

$$J = M = 0 \quad 4-3-8$$

olarak alınırsa;

$$\nabla^2 \vec{A} + \beta^2 \vec{A} = 0 \quad 4-3-9a$$

ve

$$\nabla^2 \vec{F} + \beta^2 \vec{F} = 0 \quad 4-3-9b$$

olur. Bu dalga denklemleri kullanarak, 4-2-17, 4-2-22, 4-2-24, 4-2-29 denklemlerini 4-3-3 ve 4-3-4 denklemlerinde göz önüne aldığımızda, yani;

$$\vec{E} = -i\omega \vec{A} - \frac{i}{\omega\mu\epsilon} \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \frac{1}{\epsilon} \vec{\nabla} \times \vec{F} \quad 4-3-10$$

veya;

$$\vec{E} = \frac{1}{i\omega\epsilon} \vec{\nabla} \times \vec{H}_A - \frac{1}{\epsilon} \vec{\nabla} \times \vec{F} \quad 4-3-11$$

ve

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A} - i\omega \vec{F} - \frac{i}{\omega\mu\epsilon} \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{F}) \quad 4-3-12$$

veya;

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A} - \frac{1}{i\omega\mu} \vec{\nabla} \times \vec{E}_F \quad 4-3-13$$

denklemleri kullanılarak;[11]

$$\begin{aligned}
\vec{E} = & \hat{a}_x \left[-i\omega\vec{A}_x - \frac{i}{w\mu\epsilon} \left(\frac{\partial^2 \vec{A}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}_y}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 \vec{A}_z}{\partial x\partial z} \right) - \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial \vec{F}_z}{\partial y} - \frac{\partial \vec{F}_y}{\partial z} \right) \right] + \\
& \hat{a}_y \left[-i\omega\vec{A}_y - \frac{i}{w\mu\epsilon} \left(\frac{\partial^2 \vec{A}_x}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 \vec{A}_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{A}_z}{\partial y\partial z} \right) - \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial \vec{F}_x}{\partial z} - \frac{\partial \vec{F}_z}{\partial x} \right) \right] + \\
& \hat{a}_z \left[-i\omega\vec{A}_z - \frac{i}{w\mu\epsilon} \left(\frac{\partial^2 \vec{A}_x}{\partial x\partial z} + \frac{\partial^2 \vec{A}_y}{\partial y\partial z} + \frac{\partial^2 \vec{A}_z}{\partial z^2} \right) - \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial \vec{F}_y}{\partial x} - \frac{\partial \vec{F}_x}{\partial y} \right) \right]
\end{aligned} \quad 4-3-14$$

ve

$$\begin{aligned}
\vec{H} = & \hat{a}_x \left[-i\omega\vec{F}_x - \frac{i}{w\mu\epsilon} \left(\frac{\partial^2 \vec{F}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{F}_y}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 \vec{F}_z}{\partial x\partial z} \right) + \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \vec{A}_z}{\partial y} - \frac{\partial \vec{A}_y}{\partial z} \right) \right] + \\
& \hat{a}_y \left[-i\omega\vec{F}_y - \frac{i}{w\mu\epsilon} \left(\frac{\partial^2 \vec{F}_x}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2 \vec{F}_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{F}_z}{\partial y\partial z} \right) + \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \vec{A}_x}{\partial z} - \frac{\partial \vec{A}_z}{\partial x} \right) \right] + \\
& \hat{a}_z \left[-i\omega\vec{F}_z - \frac{i}{w\mu\epsilon} \left(\frac{\partial^2 \vec{F}_x}{\partial x\partial z} + \frac{\partial^2 \vec{F}_y}{\partial y\partial z} + \frac{\partial^2 \vec{F}_z}{\partial z^2} \right) + \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \vec{A}_y}{\partial x} - \frac{\partial \vec{A}_x}{\partial y} \right) \right]
\end{aligned} \quad 4-3-15$$

şeklinde elektrik ve magnetik alan değerlerinin TEM modunda kartezyen koordinat sisteminde genel denklemlerini elde etmiş oluruz. Bu iki denklem $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_F$ ve $\vec{H} = \vec{H}_A + \vec{H}_F$ olduğundan TE ve TM modlarını da içermektedir.

4. 3. 1. 2. Silindirik Koordinat Sisteminde TEM Modu

TEM modu olduğu için 4-3-3 ve 4-3-4 denklemleri tekrar sağlanır. A ve F vektör potansiyelleri silindirik koordinatlarda;

$$\vec{A}_{(\rho,\phi,z)} = \hat{a}_\rho \vec{A}_{\rho(\rho,\phi,z)} + \hat{a}_\phi \vec{A}_{\phi(\rho,\phi,z)} + \hat{a}_z \vec{A}_{z(\rho,\phi,z)} \quad 4-3-16$$

ve

$$\vec{F}_{(\rho,\phi,z)} = \hat{a}_\rho \vec{F}_{\rho(\rho,\phi,z)} + \hat{a}_\phi \vec{F}_{\phi(\rho,\phi,z)} + \hat{a}_z \vec{F}_{z(\rho,\phi,z)} \quad 4-3-17$$

şeklinde. Kartezyen koordinatlarda yaptığımız gibi dalga denklemlerini yazıp elektrik alan ve magnetik alan için yazılan 4-3-10, 4-3-11, 4-3-12, 4-3-13,

denklemlerini silindirik koordinatlar için yapılan matematiksel işlemlerden sonra elektrik ve magnetik alan için;[11]

$$\begin{aligned} \vec{E} = \hat{a}_\rho & \left[-iw\vec{A}_\rho - \frac{i}{w\mu\epsilon} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho\vec{A}_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \vec{A}_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial \vec{A}_z}{\partial z} \right) - \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \vec{F}_z}{\partial \phi} - \frac{\partial \vec{F}_\phi}{\partial z} \right) \right] \\ + \hat{a}_\phi & \left[-iw\vec{A}_\phi - \frac{i}{w\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho\vec{A}_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \vec{A}_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial \vec{A}_z}{\partial z} \right) - \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial \vec{F}_\rho}{\partial z} - \frac{\partial \vec{F}_z}{\partial \rho} \right) \right] + \\ \hat{a}_z & \left[-iw\vec{A}_z - \frac{i}{w\mu\epsilon} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho\vec{A}_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \vec{A}_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial \vec{A}_z}{\partial z} \right) - \frac{1}{\epsilon} \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho\vec{F}_\phi - \frac{\partial \vec{F}_\rho}{\partial \phi} \right) \right) \right] \end{aligned} \quad 4-3-18$$

ve

$$\begin{aligned} \vec{H} = \hat{a}_z & \left[-iw\vec{F}_\rho - \frac{i}{w\mu\epsilon} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho\vec{F}_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \vec{F}_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial \vec{F}_z}{\partial z} \right) + \frac{1}{\mu} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \vec{A}_z}{\partial \phi} - \frac{\partial \vec{A}_\phi}{\partial z} \right) \right] \\ + \hat{a}_\phi & \left[-iw\vec{F}_\phi - \frac{i}{w\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho\vec{F}_\rho) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \vec{F}_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial \vec{F}_z}{\partial z} \right) + \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \vec{A}_\rho}{\partial z} - \frac{\partial \vec{A}_z}{\partial \rho} \right) \right] + \\ \hat{a}_z & \left[-iw\vec{A}_z - \frac{i}{w\mu\epsilon} \left(\frac{\partial^2 \vec{A}_x}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \vec{A}_y}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \vec{A}_z}{\partial z^2} \right) - \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial \vec{F}_y}{\partial x} - \frac{\partial \vec{F}_x}{\partial y} \right) \right] \end{aligned} \quad 4-3-19$$

şeklinde elektrik ve magnetik alanın TEM modunda silindirik koordinat sisteminde genel denklemlerini elde etmiş oluruz. Bu iki denklem daha önce belirttiğimiz gibi $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_F$ ve $\vec{H} = \vec{H}_A + \vec{H}_F$ olduğundan TE ve TM modlarını da içermektedir.

4. 3. 2. TM Modu

Boşluktaki serbest bir parçacığın magnetik alanın, yayılım yönüne dik olması durumunu ifade eder. Yani bizim yayılma yönü olarak aldığımız yön için magnetik alan o yönde sıfırdır ve diğer iki yön için magnetik alan vardır. Fakat elektrik alan her üç yönde de ilerler.

Şimdi biz sadece, kolaylık olsun diye z yönünü referans kabul edelim.

4. 3. 2. 1. Kartezyen Koordinatlarda TM^Z Modu

Burada A vektör potansiyeli ifade edilmesine karşın F vektör potansiyeli ifade edilmez.

$$\vec{A}_{(x,y,z)} = \hat{a}_z \vec{A}_{z(x,y,z)} \quad 4-3-20$$

ve

$$F = 0 \quad 4-3-21$$

şeklindedir ve A vektör potansiyeli kartezyen koordinatlarda.

$$\vec{A}_{z(x,y,z)} = f(x)g(y)h(z) \quad 4-3-22$$

gibi gösterilir. 4-3-9a ile verilen dalga denkleminde A vektör potansiyelini kullanılıp kartezyen koordinatlar için yapılması gereken çeşitli işlemler yapıldıktan sonra;

$$f(x) = A_1 e^{-i\beta_x x} + B_1 e^{i\beta_x x} = C_1 \cos(\beta_x x) + D_1 \sin(\beta_x x) \quad 4-3-23a$$

$$g(y) = A_2 e^{-i\beta_y y} + B_2 e^{i\beta_y y} = C_2 \cos(\beta_y y) + D_2 \sin(\beta_y y) \quad 4-3-23b$$

$$h(z) = A_3 e^{-i\beta_z z} + B_3 e^{i\beta_z z} \quad 4-3-23c$$

şeklinde $A_{z(x,y,z)}$ nin bileşenlerini buluruz. Buradaki $A_1, B_1, C_1, D_1, A_2, B_2, C_2, D_2, A_3, B_3$; sabitlerdir. Böylece A_z vektör potansiyelini;

$$\vec{A}_{z(x,y,z)} = [C_1 \cos(\beta_x x) + D_1 \sin(\beta_x x)] [C_2 \cos(\beta_y y) + D_2 \sin(\beta_y y)] [A_3 e^{-i\beta_z z} + B_3 e^{i\beta_z z}] \quad 4-3-24$$

olarak elde ederiz. Burada;

$$\beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2 = \beta^2 = w^2 \mu \epsilon \quad 4-3-25$$

şeklindedir. $E = E_A$ ve $H = H_A$ alındıktan sonra, kartezyen koordinatlarda elektrik ve magnetik alan değerleri;

$$\vec{E}_x = -\frac{i}{w\mu\epsilon} \frac{\partial^2 \vec{A}_z}{\partial x \partial z}$$

$$\vec{H}_x = \frac{1}{\mu} \frac{\partial \vec{A}_z}{\partial y}$$

$$\vec{E}_y = -\frac{i}{w\mu\epsilon} \frac{\partial^2 \vec{A}_z}{\partial y \partial z}$$

$$\vec{H}_y = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial \vec{A}_z}{\partial x}$$

$$\vec{E}_z = -iw\vec{A}_z - \frac{i}{w\mu\epsilon} \frac{\partial^2 \vec{A}_z}{\partial z^2} = -\frac{i}{w\mu\epsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta^2 \right) \vec{A}_z \quad \vec{H}_z = 0 \quad 4-3-26$$

olarak bulunur.

4. 3. 2. 2. Silindirik Koordinatlarda TM^Z Modu

Biz burada yine z yönünü referans alacağız. Çünkü; TM^p ve TM^ϕ çözümleri çok zordur ve genellikle kullanılmazlar. Çözümü ana hat olarak kartezyen koordinatları çözümü gibidir. A vektör potansiyeli;

$$\vec{A}_{(\rho,\phi,z)} = \hat{a}_z \vec{A}_{z(\rho,\phi,z)} \quad 4-3-27$$

ve

$$F = 0 \quad 4-3-28$$

şeklindedir ve A vektör potansiyeli kartezyen koordinatlarda.

$$\vec{A}_{z(\rho,\phi,z)} = f(\rho)g(\phi)h(z) \quad 4-3-29$$

gibi gösterilir. 4-3-9a ile verilen dalga denkleminde A vektör potansiyelini kullanılıp silindirik koordinatlar için yapılması gereken çeşitli işlemler yapıldıktan sonra;

$$f(\rho) = A_1 J_m(\beta_\rho \rho) + B_1 Y_m(\beta_\rho \rho) \quad 4-3-30a$$

$$g(\phi) = C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi) \quad 4-3-30b$$

$$h(z) = A_3 e^{-i\beta_z z} + B_3 e^{-i\beta_z z} \quad 4-3-30c$$

$A_{z(\rho,\phi,z)}$ nin bileşenlerini buluruz. Bu denklemlerde bulunan J_m ve Y_m Bessel fonksiyonu olarak gösterilmektedir ve buradaki $A_1, B_1, C_2, D_2, A_3, B_3$; sabittirler.

Böylece $A_{z(\rho,\phi,z)}$ vektör potansiyelini;

$$\vec{A}_{z(\rho,\phi,z)} = [A_1 J_m(\beta_\rho \rho) + B_1 Y_m(\beta_\rho \rho)] [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] [A_3 e^{-i\beta_z z} + B_3 e^{-i\beta_z z}]$$

şeklinde elde ederiz. $\vec{E} = \vec{E}_A$ ve $\vec{H} = \vec{H}_A$ alındıktan sonra, silindirik koordinatlarda elektrik ve magnetik alan değerleri;

$$\vec{E}_\rho = -\frac{i}{w\mu\epsilon} \frac{\partial^2 \vec{A}_z}{\partial \rho \partial z} \quad \vec{H}_\rho = \frac{1}{\mu} \frac{1}{\rho} \frac{\partial \vec{A}_z}{\partial \phi}$$

$$\begin{aligned}\vec{E}_\phi &= -\frac{i}{w\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \vec{A}_z}{\partial \phi \partial z} & \vec{H}_\phi &= -\frac{1}{\mu} \frac{\partial \vec{A}_z}{\partial \rho} \\ \vec{E}_z &= -\frac{i}{w\mu\epsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta^2 \right) \vec{A}_z & \vec{H}_z &= 0\end{aligned}\quad 4-3-26$$

olarak elde edilir.

4. 3. 3. TE Modu

Boşluktaki serbest bir parçacığın elektrik alanın, yayılma yönüne dik olmasıdır. Yani bizim yayılma yönü olarak aldığımız yön için elektrik alan o yönde sıfırdır ve diğer iki yön için elektrik alan vardır. Fakat magnetik alan her üç yönde de ilerler.

Şimdi biz yine kolaylık olsun diye sadece z yönünü referans kabul edelim.

4. 3. 3. 1. Kartezyen Koordinatlarda TE^Z Modu

Burada F vektör potansiyeli ifade edilir fakat A vektör potansiyeli ifade edilmez.

$$\vec{F}_{z(x,y,z)} = \hat{a}_z \vec{F}_{z(x,y,z)} \quad 4-3-32$$

ve

$$A = 0 \quad 4-3-33$$

şeklindedir. TM modunda kartezyen koordinatları için yapılan işlemlerin ve uygulanan yöntem TE modu içinde yapıldığında, elektrik ve magnetik alan;

$$\begin{aligned}\vec{E}_x &= -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \vec{F}_z}{\partial y} & \vec{H}_x &= -\frac{i}{w\mu\epsilon} \frac{\partial^2 \vec{F}_z}{\partial x \partial z} \\ \vec{E}_y &= \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \vec{F}_z}{\partial x} & \vec{H}_y &= -\frac{i}{w\mu\epsilon} \frac{\partial^2 \vec{F}_z}{\partial y \partial z} \\ \vec{E}_z &= 0 & \vec{H}_z &= -\frac{i}{w\mu\epsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta^2 \right) \vec{F}_z\end{aligned}\quad 4-3-34$$

olarak elde edilmiş olunur.

4. 3. 3. 2. Silindirik Koordinatlarda TE^Z Modu

Tekrar TM odundaki işlemleri ve uygulanan yöntemleri TE içinde uygulayıp;

$$\vec{F}_{z(\rho,\phi,z)} = \hat{a}_z \vec{F}_{z(\rho,\phi,z)} \quad 4-3-35$$

ve

$$A = 0 \quad 4-3-36$$

vektör potansiyellerini yazıp TM modunda silindirik koordinatları için yapılan işlemleri yaptıktan sonra elektrik ve magnetik alan;

$$\vec{E}_\rho = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \vec{F}_z}{\partial \phi} \quad \vec{H}_\rho = -\frac{i}{w\mu\epsilon} \frac{\partial^2 \vec{F}_z}{\partial \rho \partial z}$$

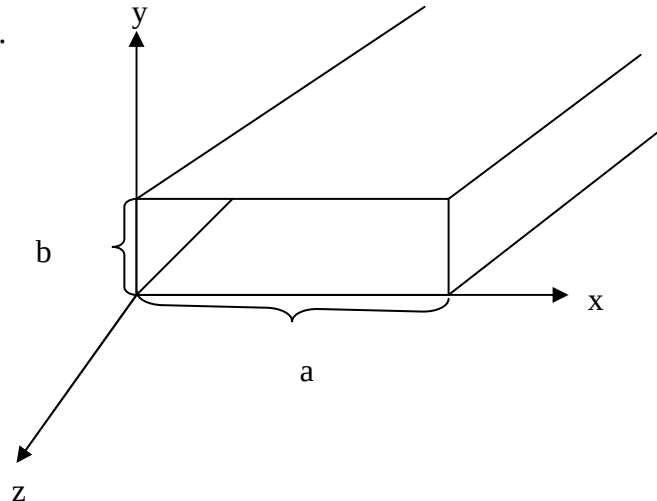
$$\vec{E}_\phi = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \vec{F}_z}{\partial \rho} \quad \vec{H}_\phi = -\frac{i}{w\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \vec{F}_z}{\partial \phi \partial z}$$

$$\vec{E}_z = 0 \quad \vec{H}_z = -\frac{i}{w\mu\epsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta^2 \right) \vec{F}_z \quad 4-3-37$$

şeklinde elde edilir.

4. 4. Dikdörtgen Tipli Dalga Klavuz

Resonatörün yapılarında onların kritik frekansı, klavuz dalga boyu, dalganın empedansı, faz ve azalama sabiti, Q faktörü çok önemli ifadelerdir. Burada Maxwell denklemleri veya dalga denklemlerinden uygun sınır şartlarını kullanarak vektör potansiyelleri yardımıyla söylediğimiz ifadeleri bulmaya ve onları açıklaya çalışacağız. Burada ilk önce dikdörtgen ve silindir şeklindeki dalga klavuzlarını inceleyeceğiz.



Şekil. 4.5. Dikdörtgen tipli dalga klavuz ve boyutları [A.Balanis]

Uzun kenarını + z yönü olarak kabul ettiğimiz bir dikdörtgen dalga klavuzunu göz önüne alalım. TEM^z çok basit yapıda olmasına rağmen dalga klavuzunun yan duvarlarda sınır şartlarını tam olarak gösteremiyor. Bundan dolayı TE ve TM modlarını ele alacağız.

4. 4. 1. Dalga Klavuz İçinde TE^z Modu

Burada yukarıda vektör potansiyelleri yardımıyla bulduğumuz elektrik ve magnetik alanlarının yardımıyla uygun sınır şartlarını kullanıp istenilen ifadeleri elde edeceğiz.

TE^z modu kartezyen koordinatları için bulduğumuz 4-3-34 ifadesi, 4-3-9b ile verilen dalga denklemi ve TE için gerekli F vektör potansiyeli ifadesi;

$$\vec{F}_{z(x,y,z)} = f(x)g(y)h(z) \quad 4-4-1$$

ve 4-3-9b dalga denkleminde yerine koyup çözüldüğünde;

$$\vec{F}_{z(x,y,z)} = [C_1 \cos(\beta_x x) + D_1 \sin(\beta_x x)] [C_2 \cos(\beta_y y) + D_2 \sin(\beta_y y)] [A_3 e^{-i\beta_z z} + B_3 e^{i\beta_z z}]$$

şeklinde bulunur. Uygun sınır şartları;[11]

alt duvar

üst duvar

$$E_x(0 \leq x \leq a, y = 0, z) = E_x(0 \leq x \leq a, y = b, z) = 0 \quad a$$

$$E_z(0 \leq x \leq a, y = 0, z) = E_z(0 \leq x \leq a, y = b, z) = 0 \quad b$$

sol duvar

sağ duvar

$$E_y(x = 0, 0 \leq y \leq b, z) = E_y(x = a, 0 \leq y \leq b, z) = 0 \quad c$$

$$E_z(x = 0, 0 \leq y \leq b, z) = E_z(x = a, 0 \leq y \leq b, z) = 0 \quad d$$

Bu sınır şartlarını kullanarak elektrik alan vektör potansiyelinin sabitlerini bulup, buna göre vektör potansiyellerini ifade edip, daha önceden bahsettiğimiz

nicelikleri bulmaya çalışacağız. TE^z modu için $E_z = 0$ olduğu için direk olarak E_x ve E_y için verilen sınır şartlarını kullana biliriz. Daha önceden bulduğumuz kartezyen koordinatlarda elektrik ve magnetik alan değerlerinden yararlanacağız.

$$\vec{E}_x^+ = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \vec{F}_z}{\partial y} \quad 4-4-2$$

denklemini yardımıyla +z yönünde ilerleyen dalga için;

$$\vec{E}_x^+ = -\frac{\beta_y}{\epsilon} [C_1 \cos(\beta_x x) + D_1 \sin(\beta_x x)] [-C_2 \sin(\beta_y y) + D_2 \cos(\beta_y y)] A_3 e^{-i\beta_z z}$$

şeklinde elektrik alan bileşeni elde edilir. Alt duvar sınır şartında (a) ifadesini kullanarak;

$$E_x^+ = -A_3 \frac{\beta_y}{\epsilon} [C_1 \cos(\beta_x x) + D_1 \sin(\beta_x x)] [-C_2(0) + D_2(1)] A_3 e^{-i\beta_z z} = 0$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklemin sağlanabilmesi için; $D_2 = 0$, olması gerekmektedir.

Üst duvar sınır şartında E_x için yazılan (a) denklemini kullanırsak;

$$E_x^+ = -A_3 \frac{\beta_y}{\epsilon} [C_1 \cos(\beta_x x) + D_1 \sin(\beta_x x)] [-C_2 \sin(\beta_y b)] A_3 e^{-\beta_z z} = 0$$

denkleminin sağlana bilmesi için; $\sin(\beta_y b) = 0$ olması gerekir. Buradan;

$$\beta_y = \frac{n\pi}{b} \quad 4-4-3$$

olması gerektiği görülür. Burada kullanılan $n = 0, 1, 2, \dots$ değerlerini alan keyfi bir sayıdır.

$$\vec{E}_y^+ = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \vec{F}_z}{\partial x} \quad 4-4-4$$

denklemini kullanılarak;

$$\vec{E}_y^+ = \frac{\beta_x}{\epsilon} [-C_1 \sin(\beta_x x) + D_2 \cos(\beta_x x)] [C_2 \cos(\beta_y y) + D_2 \sin(\beta_y y)] A_3 e^{-i\beta_z z}$$

elde edilir. Sol duvar sınır şartında (c) denklemini kullanırsak;

$$E_y^+ = \frac{\beta_x}{\varepsilon} [-C_1(0) + D_1(1)] [C_2 \cos(\beta_y y) + D_2 \sin(\beta_y y)] A_3 e^{-i\beta_z z} = 0$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklemin sağlanabilmesi için; $D_1 = 0$ gerekmektedir.

Sağ duvar sınır şartında E_y için yazılan (c) denklemini kullanırsak;

$$E_y^+ = \frac{\beta_y}{\varepsilon} [-C_1 \sin(\beta_x a)] [C_2 \cos(\beta_y y) + D_2 \sin(\beta_y y)] A_3 e^{-i\beta_z z} = 0$$

denkleminin sağlanabilmesi için ; $\sin(\beta_x a) = 0$ olması gerekir. Buradan;

$$\beta_x = \frac{m\pi}{a} \quad 4-4-5$$

olması gerektiği görülür. Burada kullanılan $m = 0,1,2,\dots$ değerlerini alan keyfi bir sayıdır. Bu sonuçlara göre F_z vektör potansiyeli;

$$\vec{F}_z^+ = C_1 C_2 A_3 \cos(\beta_x x) \cos(\beta_y y) e^{-i\beta_z z} \quad 4-4-6$$

olarak bulunur. C_1, C_2, A_3 değerleri keyfi değerler olup A_{mn} şeklinde gösterilebilir. Buna göre;

$$\vec{F}_z^+ = A_{mn} \cos(\beta_x x) \cos(\beta_y y) e^{-i\beta_z z} \quad 4-4-7$$

şeklinde oluşur. Faz sabitlerimiz;

$$\beta_x = \frac{m\pi}{a} = \frac{2\pi}{\lambda_x} \quad 4-4-8$$

ise;

$$\lambda_x = \frac{2a}{m} \quad 4-4-9$$

şeklinde x yönündeki dalga boyunu elde ederiz.

$$\beta_y = \frac{n\pi}{b} = \frac{2\pi}{\lambda_y} \quad 4-4-10$$

ise;

$$\lambda_y = \frac{2b}{n} \quad 4-4-11$$

şeklinde y yönünde dalga boyunu elde ederiz. Dalga klavuzdaki dalğanın dalga boyu, dalga z yönünde ilerlediği için; $\lambda_z = \lambda_g$ şeklinde gösterilebilir. Buna göre;

$$\beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2 = \beta^2 = \frac{1}{\lambda_x^2} + \frac{1}{\lambda_y^2} + \frac{1}{\lambda_z^2} = \frac{1}{\lambda^2} \quad 4-4-12$$

şeklindedir.

Bulunan değerlere göre elektrik alan ve magnetik alanın değerleri 4-3-34 denklemlerinden;

$$\begin{aligned} \vec{E}_x^+ &= A_{mn} \frac{\beta_y}{\epsilon} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) e^{-i\beta_z z} \\ \vec{E}_y^+ &= -A_{mn} \frac{\beta_x}{\epsilon} \sin(\beta_x x) \cos(\beta_y y) e^{-i\beta_z z} \end{aligned} \quad 4-4-13$$

$$\vec{E}_z^+ = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_x^+ &= A_{mn} \frac{\beta_x \beta_y}{w\mu\epsilon} \sin(\beta_x x) \cos(\beta_y y) e^{-i\beta_z z} \\ \vec{H}_y^+ &= A_{mn} \frac{\beta_y \beta_z}{w\mu\epsilon} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) e^{-i\beta_z z} \end{aligned} \quad 4-4-14$$

$$\vec{H}_z^+ = -iA_{mn} \frac{\beta_c^2}{w\mu\epsilon} \cos(\beta_x x) \cos(\beta_y y) e^{-i\beta_z z}$$

şeklinde elde edilir. Burada bulunan A_{mn} magnetik alan şiddetinin genliği, β_c kritik faz sabiti olup;[11]

$$\beta_c^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda_c} \right)^2 = \beta^2 - \beta_z^2 = \beta_x^2 + \beta_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b} \right)^2 \quad 4-4-15$$

şeklindedir.

$$\beta_z = 0 \quad 4-4-16$$

olduğunda;

$$\beta_c = w_c \sqrt{\mu \epsilon} = 2\pi f_c \sqrt{\mu \epsilon} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad 4-4-17$$

Buradan;

$$f_c = \frac{1}{2\pi \sqrt{\mu \epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad 4-4-18$$

şeklinde kritik frekansı elde edilir. Dalganın hızı ise;

$$v_g = \frac{c}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad 4-4-19$$

şeklinde elde edilir. β_z 4-4-15 denkleminde;

$$(\beta_z)_{mn} = \begin{cases} \mp \sqrt{\beta^2 - \beta_c^2} = \mp \beta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \Leftarrow f > f_c \\ 0 \Rightarrow f = f_c \\ \mp i\beta \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} \Leftarrow f < f_c \end{cases} \quad 4-4-20$$

şeklinde ifade edilir. Eğer $f > f_c$ ise; dalga yayılır ve genliğinde herhangi bir azalma meydana gelmez. Eğer $f = f_c$ ise; durağan dalga oluşur. Eğer $f < f_c$ ise; dalga ortamda yayılamaz, tepki meydana gelir ve geri yansır.

Dalganın empedansı ise;

$$Z_w^{+z}(TE_{mn}^z) = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{w\mu}{\beta_z} \quad 4-4-21$$

denkleminde;

$$Z_w^{+z}(TE_{mn}^z) = \begin{cases} \frac{w\mu}{\beta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \Leftarrow f \rangle f_c \\ \infty \Rightarrow f = f_c \\ \frac{iw\mu}{\beta \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1}} \Leftarrow f \langle f_c \end{cases} \quad 4-4-22$$

olarak bulunur. Eğer $f \rangle f_c$ ise; Z_w^{+z} klavuz içinde var olan η empedanstan daha büyük olur ve dalga klavuz içinde yayılır. Eğer $f = f_c$ ise; ∞ olur. Eğer $f \langle f_c$ ise; TE_{mn}^z dalga, klavuz içinde depo edilir gibi davranır.

$$\beta_z = \frac{2\pi}{\lambda_z} \Rightarrow \lambda_z = \lambda_g = \frac{2\pi}{\beta_z} \quad 4-4-23$$

idi. Buradan;

$$(\lambda_z)_{mn} = (\lambda_g)_{mn} = \begin{cases} \frac{2\pi}{\beta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \Leftarrow f \rangle f_c \\ \infty \Rightarrow f = f_c \\ i \frac{2\pi}{\beta \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1}} = i \frac{\lambda}{\sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1}} \Leftarrow f \langle f_c \end{cases} \quad 4-4-24$$

klavuz içinde dalga boyu ile yayılabilir. Burada bulunan $f \langle f_c$, fiziksel bir ifade değildir ve alınmaz.

Eğer dalganın yayıldığı ortamda, $a \rangle b \Rightarrow$ dominant mod TE_{10} eğer, $a \langle b \Rightarrow$ dominant mod TE_{01} olarak alınır. TE_{10} dominant moduna göre, relative frekans alanı;

$$R_{mn} = \frac{(f_c)_{mn}^{TE}}{(f_c)_{10}^{TE}} = \sqrt{m^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad 4-4-25$$

şeklindedir ve $\frac{a}{b} = 10,5,2.5,2,1$ değerlerine göre değişik değerler alır.[11]

$$R_{mn} = \frac{(f_c)_{mn}^{TE}}{(f_c)_{10}^{TE}} = \sqrt{m^2 + \left(\frac{na}{b}\right)^2} \quad \left. \begin{matrix} m = 0, 1, 2, \dots \\ n = 0, 1, 2, \dots \end{matrix} \right\} m = n \neq 0$$

$a/b \Rightarrow$	10	5	2.25	2	1
$m, n \Rightarrow$	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0;0,1
$R_{mn} \Rightarrow$	1	1	1	1	1
$m, n \Rightarrow$	2,0	2,0	2,0	2,0;0,1	1,1
$R_{mn} \Rightarrow$	2	2	2	2	1.414
$m, n \Rightarrow$	3,0	3,0	0,1	1,1	2,0
$R_{mn} \Rightarrow$	3	3	2.25	2.236	2
$m, n \Rightarrow$	4,0	4,0	1,1	2,1	2,1;1,2
$R_{mn} \Rightarrow$	4	4	2.462	2.828	2.236
$m, n \Rightarrow$	5,0	5,0;0,1	3,0	3,0	2,2
$R_{mn} \Rightarrow$	5	5	3	3	2.828
$m, n \Rightarrow$	6,0	1,1	2,1	3,1	3,0;0,3
$R_{mn} \Rightarrow$	6	5.099	3.010	3.606	3
$m, n \Rightarrow$	7,0	2,1	3,1	4,0;0,2	3,1;1,3
$R_{mn} \Rightarrow$	7	5.385	3.75	4	3.162
$m, n \Rightarrow$	8,0	3,1	4,0	1,2	3,2;2,3
$R_{mn} \Rightarrow$	8	5.831	4	4.123	3.606
$m, n \Rightarrow$	9,0	6,0	0,2	4,1;2,2	4,0;0,4
$R_{mn} \Rightarrow$	9	6	4.5	4.472	4
$m, n \Rightarrow$	10,0;0,1	4,1	4,1	5,0;3,2	4,1;1,4
$R_{mn} \Rightarrow$	10	6.403	4.589	5	4.123

Tablo. 4.2. TE_{mn} modu için relative frekans değerleri [A.Balanis]

TE₁₀ modu için kritik frekansı ($\beta_z = 0 \Rightarrow \lambda_z = \infty$) şeklinde oluşur ve bu durumda;

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_x^2} + \frac{1}{\lambda_y^2} + \frac{1}{\lambda_z^2} \quad 4-4-26$$

denkleminde görüleceği gibi dalga x yönünde yayılır.

4. 4. 2. Dalga Klavuz İçinde TM^z Modu

Yine biz +z yönünde ilerleyen dalga ele aldığımızda ve TE^z modu için yapılan işlemleri yaptığımızda;

$$\vec{A}_{z(x,y,z)} = [C_1 \cos(\beta_x x) + D_1 \sin(\beta_x x)][C_2 \cos(\beta_y y) + D_2 \sin(\beta_y y)][A_3 e^{-i\beta_z z} + B_3 e^{i\beta_z z}]$$

şeklinde magnetik vektör potansiyeli elde edilir.

TE^z için kullanılan sınır şartlarını kullanıp aynı çeşit işlemleri yaptıktan sonra;

$$A_z^+ = D_1 D_2 A_3 \sin(\beta_x x) \sin(\beta_y y) e^{-i\beta_z z} \quad 4-4-27$$

olarak bulunur. D_1, D_2, A_3 değerleri keyfi değerler olup B_{mn} şeklinde gösterile bilinir. Buna göre;

$$\vec{A}_z^+ = B_{mn} \sin(\beta_x x) \sin(\beta_y y) e^{-i\beta_z z} \quad 4-4-28$$

ve

$$\beta_x = \frac{2\pi}{\lambda_x} = \frac{m\pi}{a} \Rightarrow \lambda_x = \frac{2a}{m} \quad 4-4-29$$

$$\beta_y = \frac{2\pi}{\lambda_y} = \frac{n\pi}{b} \Rightarrow \lambda_y = \frac{2b}{n} \quad 4-4-30$$

olarak faz sabitleri ve dalga boyları elde edilir. Burada $m, n = 1, 2, 3, \dots$ değerlerini alır. Bunlara göre elektrik alan ve magnetik alanın değerleri 4-3-26 denkleminde;

$$\begin{aligned} \vec{E}_x^+ &= -B_{mn} \frac{\beta_x \beta_z}{w\mu\epsilon} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) e^{-i\beta_z z} \\ \vec{E}_y^+ &= -B_{mn} \frac{\beta_y \beta_z}{w\mu\epsilon} \sin(\beta_x x) \cos(\beta_y y) e^{-i\beta_z z} \end{aligned} \quad 4-4-31$$

$$\begin{aligned} \vec{E}_z^+ &= -iB_{mn} \frac{\beta_c^2}{w\mu\epsilon} \sin(\beta_x x) \sin(\beta_y y) e^{-i\beta_z z} \\ \vec{H}_x^+ &= B_{mn} \frac{\beta_y}{\mu} \sin(\beta_x x) \cos(\beta_y y) e^{-i\beta_z z} \\ \vec{H}_y^+ &= -B_{mn} \frac{\beta_x}{\mu} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) e^{-i\beta_z z} \end{aligned} \quad 4-4-32$$

$$\vec{H}_z^+ = 0$$

olarak elde edebiliriz. Burada bulunan B_{mn} elektrik alan şiddetinin genliğini göstermektedir. TE^z için yaptığımız işlemlerin aynısını yaptığımızda;

$$Z_w^{+z}(TE_{mn}^z) = \begin{cases} \eta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \Leftarrow f \succ f_c \\ 0 \Rightarrow f = f_c \\ -i\eta \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} \Leftarrow f \prec f_c \end{cases} \quad 4-4-33$$

olarak dalganın empedansını, $(\beta_z)_{mn} = \frac{2\pi}{\lambda_z} = \begin{cases} \beta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \Leftarrow f \succ f_c \\ 0 \Leftarrow f = f_c \\ -i\eta \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} \Leftarrow f \prec f_c \end{cases}$

durumuna göre;

$$(f_c)_{mn} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad 4-4-34$$

olarak ta kritik frekansı,

$$(\lambda_z)_{mn} = (\lambda_g)_{mn} = \begin{cases} \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \Leftarrow f \succ f_c \\ \infty \Rightarrow f = f_c \\ i \frac{\lambda}{\sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1}} \Leftarrow f \prec f_c \end{cases} \quad 4-4-35$$

ve dalga boyunu ifade etmiş oluruz. Son ifade daha öncede belirttiğimiz gibi $f \prec f_c$, fiziksel değildir.

$$T_{mn} = \frac{(f_c)_{mn}^{TM}}{(f_c)_{10}^{TM}} = \sqrt{m^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2} \quad 4-4-36$$

şeklinde de relative frekansı elde ederiz.[11]

4. 4. 3. Güç Yoğunluğu Ve Güç

Daha öncede belirttiğimiz gibi gelen dalganın bir gücü vardır ve bu gücü sayesinde ortama nüfus eder. Bu nedenle ilk önce değişik modlarda güç yoğunluğunu ifade ettikten sonra dalganın gücünü elde edelim.

$$(S_z)_{mn} = \hat{a}_z S_z = \hat{a}_z \frac{1}{2} \text{Re} \left[(\hat{a}_x E_x + \hat{a}_y E_y) \times (\hat{a}_x H_x + \hat{a}_y H_y)^* \right] = \hat{a}_z \frac{1}{2} \text{Re} [E_x H_y^* - E_y H_x^*] \quad 4-4-37$$

şeklinde güç yoğunluğu ifade edilir. Burada kullanılan $*$; ifadesi konjuge eşitliğini göstermektedir. Burada bulunan elektrik alan ve magnetik alanın değeri TE, TM moduna göre değerleri koyulmaktadır.

4. 4. 3. 1. TE_{mn}^z Modu

4-3-34 denkleminde yukarıda bahsettiğimiz gibi, elektrik ve magnetik alan değerlerini TE_{mn}^z modundan yararlanarak yerine koyacağız.

4-4-14 denkleminde 4-4-37 için gerekli olan ifadeleri alıp yerine koyduktan sonra;

$$(S_z)_{mn} = \hat{a}_z \frac{|A_{mn}|^2}{2} \text{Re} \left[\frac{\beta_y^2 \beta_z}{w \mu \epsilon^2} \cos^2(\beta_x x) \sin^2(\beta_y y) + \frac{\beta_x^2 \beta_z}{w \mu \epsilon^2} \sin^2(\beta_x x) \cos^2(\beta_y y) \right] \quad 4-4-38$$

şeklinde güç yoğunluğu elde edilir. Güç ise;

$$P_{mn} = \iint (S_z)_{mn} ds = \int_0^a \int_0^b (\hat{a}_z S_z) \hat{a}_z dx dy = \int_0^a \int_0^b S_z dx dy \quad 4-4-39$$

şeklinde bulunur. 4-4-39 denkleminde 4-4-37 denklemini yazarsak;

$$P_{mn} = \frac{|A_{mn}|^2 \beta_c^2}{2 \eta \epsilon^2} \left(\frac{a}{\epsilon_{0m}} \right) \left(\frac{b}{\epsilon_{0n}} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{f_{c,mn}}{f} \right)^2} \quad 4-4-40$$

olarak dalganın gücünü elde etmiş oluruz. Yukarıda kullanılan denklemde;

$$\epsilon_{0q} = \begin{cases} 1 \Rightarrow q = 0 \\ 2 \Rightarrow q \neq 0 \end{cases} \quad 4-4-41$$

şeklindedir.

4. 4. 3. 2. TM^z Modu

TE^z modu için yapılan işlemlerin aynısını yaptıktan sonra;

$$(S_z)_{mn} = \hat{a}_z \frac{|B_{mn}|^2}{2w\mu^2\epsilon} \beta_z \left[\beta_x^2 \cos^2(\beta_x x) \sin^2(\beta_y y) + \beta_y^2 \sin^2(\beta_x x) \cos^2(\beta_y y) \right]$$

şeklinde güç yoğunluğunu ve;

$$P_{mn} = \frac{|B_{mn}|^2}{2\mu} \eta \left(\frac{a}{2} \right) \left(\frac{b}{2} \right) \sqrt{1 - \left(\frac{f_{c,mn}}{f} \right)^2} \quad 4-4-42$$

olarakta dalganın gücü elde edilir. Toplam güç ise;

$$P_{top} = \sum P_{mn}^{TE^z} + \sum p_{mn}^{TM^z} \quad 4-4-43$$

olarak gösterilir ve herbir değeri yerine konularak hesaplanır.

4. 4. 4. Enerji Kayıpları

Çok iyi bir iletken olarak yapılmış klavuz olmadığından klavuz içinde dalganın enerjisinde azalma meydana gelir. Daha önceki bölümlerde gösterildiği üzere, eğer $f < f_c$ ise de dalgada yüksek derecede azalma meydana gelir. Dalganın enerjideki azalma genel olarak iki sebepten meydana gelir.

a. Dalga klavuz daki iletimden dolayı meydana gelen kayıplar.

b. Dalga klavuzun di elektrik malzemedan yapımından dolayı oluşan kayıplar.

4. 4. 4. 1. İletimdeki Kayıplar

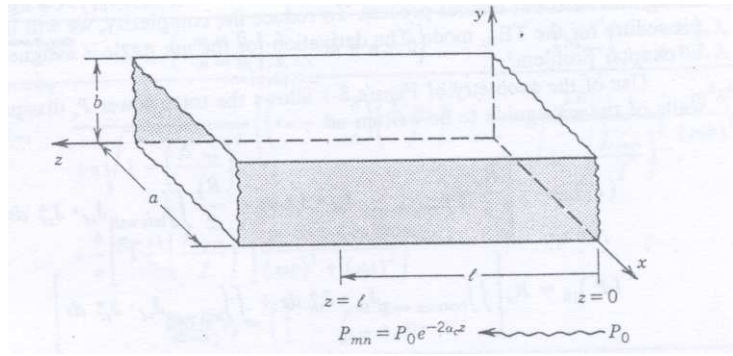
Mikrodalga, klavuzun duvarlarında elektrik akımı meydana getirir, bunun sonucundaysa duvarlarda ısınma meydana gelir ve enerji kaybı oluşur. Şimdi bu enerji kaybını bulmaya çalışalım. İlkönce yüzeyin dalgaya uyguladığı empedansı ifade edelim.

$$Z_s = R_s + iX_s = \sqrt{\frac{w\mu}{2\sigma}}(1+i) \quad 4-4-44$$

olarak ifade edilir. Burada bulunan R_s ;

$$R_s = \sqrt{\frac{w\mu}{2\sigma}} \quad 4-4-45$$

olarak yüzey empedansını ifade eder. Burada ayrıca dalgaya;



Şekil.4.6.Dikdörtgen tipli dalga klavuzda dalganın gücündeki azalmanın gösterimi.[A.Balanis]

$$P_{mn} = P_0 e^{-2\alpha_c z} \quad 4-4-46$$

şeklinde duvarların uyguladığı güç vardır. Duvarlarda daha önce belirttiğimiz nedenden dolayı oluşan ısınma gücüyse;

$$P_c = \frac{R_s}{2} \iint J_s J_s^* ds \quad 4-4-47$$

şeklindedir. Buradaki $J_s = \hat{n} \times H|_{\text{surface}}$ şeklinde gösterilir. Buna göre;

$$P_{mn} z = P_{mn} \Big|_{z=L} e^{-2\alpha_c z} = P_0 e^{-2\alpha_c z} \quad 4-4-48$$

$$P_c = -z \frac{dP_{mn}}{dz} \Big|_{z=L} = 2\alpha_c \ell P_{mn} \quad 4-4-49$$

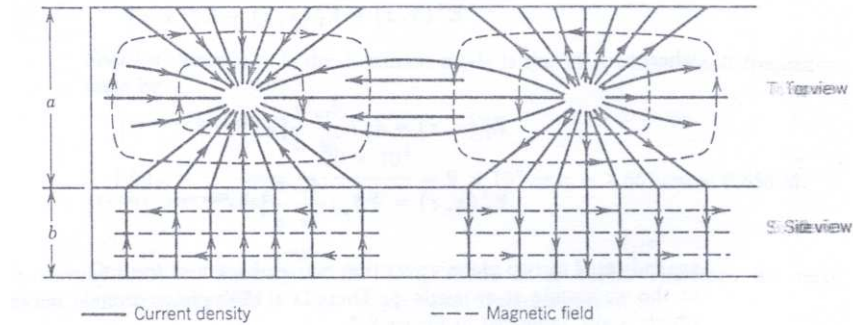
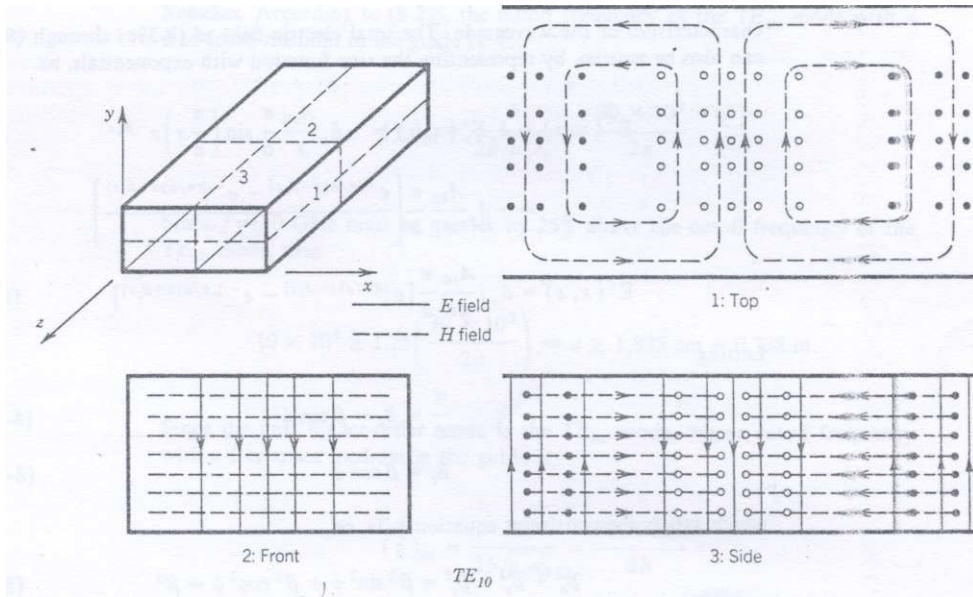
buradan enerji için azalma sabiti;

$$\alpha_c = \frac{P_c / \ell}{2P_{mn}} \quad 4-4-50$$

olarak ifade edilir. Dominant mod olan 10 için;

$$(P_c)_{10} = 2 \left[\frac{R_s}{2} \iint_{\text{bottomy}=0} J_{sb} J_{sb}^* ds + \frac{R_s}{2} \iint_{\text{topx}=0} J_{sl} J_{sl}^* ds \right] \quad 4-4-51$$

olarak duvardaki ısınma gücü gösterilir. Burada bulunan J_{sb} ve J_{sl} ;



Şekil.4.7. Dikdörtgen dalga klavuzda TE_{01} modü görünümü.[A.Balanis]

$$J_{sb} = \hat{n} \times H \Big|_{y=0} = \hat{a}_y \times (\hat{a}_x H_x + \hat{a}_z H_z) \Big|_{y=0} = (\hat{a}_x H_z - \hat{a}_z H_x) \Big|_{y=0} \quad 4-4-52$$

ve

$$J_{sl} = \hat{n} \times H \Big|_{x=0} = \hat{a}_x \times (\hat{a}_x H_x + \hat{a}_z H_z) \Big|_{x=0} = -\hat{a}_y H_z \Big|_{x=0} \quad 4-4-53$$

şeklindedir. Buna göre dominant mod için azalma sabiti;

$$(\alpha_c)_{10} = \frac{R_s}{\eta b} \frac{\left[1 + \frac{2b}{a} \left(\frac{f_c}{f} \right)^2 \right]}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f} \right)^2}} \quad 4-4-54$$

şeklinde elde edilir.

TE_{mn}^z modu için;

$$(\alpha_c)_{mn} = \frac{2R_s}{\varepsilon_m \varepsilon_n b \eta \sqrt{1 - \left(\frac{f_{c,mn}}{f}\right)^2}} \left[\left(\varepsilon_m + \varepsilon_n \frac{b}{a} \right) \left(\frac{f_{c,mn}}{f} \right)^2 + \frac{b}{a} \left[1 - \left(\frac{f_{c,mn}}{f} \right)^2 \frac{m^2 ab + (na)^2}{(mb)^2 + (na)^2} \right] \right]$$

şeklinde bulunur. Burada;

$$\varepsilon_p = \begin{cases} 2 & \Leftarrow p = 0 \\ 1 & \Leftarrow p \neq 0 \end{cases} \quad 4-4-55$$

olarak gösterilir.

TM_{mn}^z modu için ise;

$$(\alpha_c)_{mn} = \frac{2R_s}{ab \eta \sqrt{1 - \left(\frac{f_{c,mn}}{f}\right)^2}} \frac{m^2 b^3 + n^2 a^3}{(mb)^2 + (na)^2} \quad 4-4-56$$

şeklinde elde edilir.

4. 4. 4. 2. Di Elektriksel Kayıplar

Klavuzun yapıldığı malzeme ne kadar iyi iletken olursa o kadar iyi enerji iletimi meydana getireceğinden, genellikle dalga klavuzları daha iyi iletken metaryellerden yapılır. Bunun için di elektrik malzeme fazla kullanılmaz. Bundan dolayı di elektriksel kayıplar için o kadar fazla detaylı incelemeden di elektrik kaybı sabiti;[11]

$$\alpha_d = \frac{\eta_e'}{2} \frac{\sigma_e}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon_e'}} \frac{w \varepsilon_e''}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad 4-4-57$$

olarak elde edilir. ε_e' ve ε_e'' ; malzemenin di elektrik iletkenliğinin reel ve imajner kısımlarıdır. Çeşitli işlemlerden sonra;

$$\alpha_d \approx \frac{\varepsilon_e''}{\varepsilon_e'} \frac{\pi}{\lambda} \left(\frac{\lambda_g}{\lambda} \right) \quad 4-4-58$$

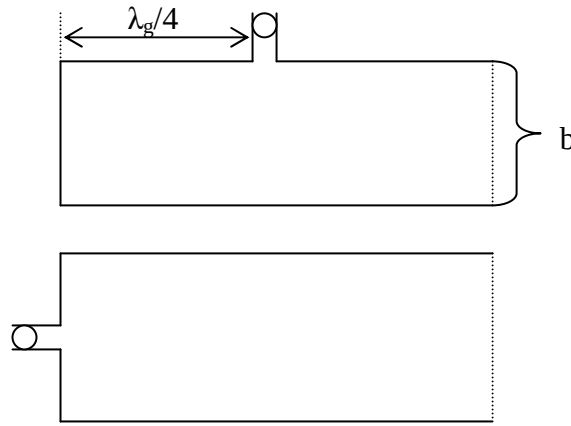
olarak bulunur. Toplam enerji kaybı için;

$$\alpha_{top} = \alpha_c + \alpha_d$$

4-4-59

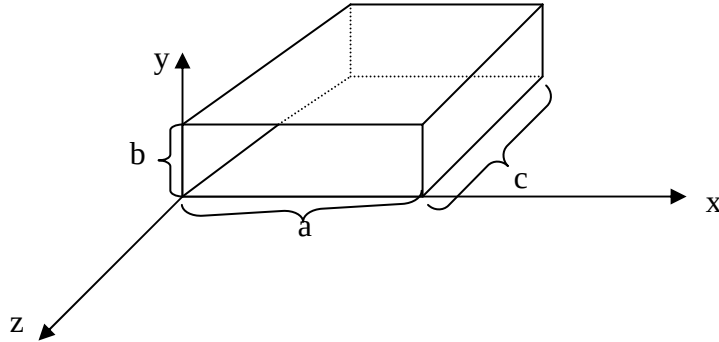
şeklinde ifade edilir ve değerleri yerine konularak toplam enerji kaybı elde edilmiş olunur.

Eğer enerji değişimi bir klavuzda meydana geliyorsa bunu daha aza indirmek için, iris veya hole kullanılarak enerji bir yönden diğer yöne yönlendirilir. Öyle ki böylece; klavuz içinde her iki bölge için dalga boyları hemen hemen aynı olur. Eğer iris, elektrik alanla paralel ise; elektrik alan coupling, magnetik alana dikey ise; magnetik alan coupling de denir.



Şekil.4.8.Elektrik ve Magnetik coupling.[A.Balanis]

4. 5. Dikdörtgen Tipli Kaviterler



Şekil.4.9.Dikdörtgen tipli kavite.[A.Balanis]

Mikrodalga rezonant kaviterlerine geçmeden önce çok iyi bilinen RLC devresi üzerinde araştırma yapalım, çünkü; düşük frekansa incelemeler için RLC devresi bir rezonant kavitesi işlevini görür ve sonra yüksek frekanslı durumda kullanılmak ve spektra gözlemek için yapılan kapalı kavitelere geçiş yapalım. Bir RLC devresinde zamana bağımlı voltaj ve J akımı;

$$V = L \left(\frac{dI}{dt} \right) + RI + \frac{q}{C} \quad 4-5-1$$

olarak gösterilir. Sinüsel değişen voltaj $V=V_m e^{i\omega t}$ şeklindedir. Sabit durum için akım ise;

$$I = \left(\frac{V_m}{Z} \right) e^{i(\omega t - \theta)} \quad 4-5-2$$

olarak gösterilir. Burada bulunan R,L,C sırayla karakteristik resistans, indüktans ve kapasitans' ı göstermektedir. $V_m = I_m Z$. Şeklinde ifade edilir. Z empedansının büyüklüğü;

$$Z = \left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2 \right]^{1/2} \quad 4-5-3$$

olarak gösterilir ve faz açısı;

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)}{R} \right] \quad 4-5-4$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklemlere göre Q faktörü ise;

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{R \omega_0 C} = \sqrt{C/L} \frac{1}{R} \quad 4-5-5$$

olarak gösterilir. Burada bulunan ω_0 rezonans frekansıdır ve $\omega_0 = 2\pi f_0 = 1/(LC)^{1/2}$ şeklinde gösterilir. W, ω_0 a yakın olduğunda; $Q=\omega_0/\Delta\omega$ olarak bulunur ve genel ifade ile Q;

$$Q = 2\pi \left[\frac{\frac{1}{2} L I_m^2}{R I_M^2 / 2 f} \right] \quad 4-5-6$$

olarak elde edilir. Örnek L bobini içine konulur. L/C oranı resonatörün susceptibility sinden daha büyüktür ve yüksek frekansa doğru çıkıldıkça, bakır telin skin dept ' i

$1/\sqrt{w}$ şeklinde frekansa bağlı olduğu için azalmaya başlar. Bu sonuca göre resonator boyutları ile dalga boyu karşılaştırılabilir ve buna göre yüksek frekanslara çıkıldıkça elektromagnetik dalga resonatör dışına çıkacağından dolayı elektromagnetik dalganın enerjisinde azalma meydana gelir. Buna bağlı olarak Q faktörü düşer. Belirttiğimiz sebebe göre yüksek frekanslarda çalışırken daha az enerji kaybı ve yüksek Q faktörü için resonatör yapısında ve boyutlarında değişiklik yapılarak kapalı resonatörlere geçiş yapılır.

Mikrodalgaların çok önemli sınıfını rezonans kaviteleri temsil eder. Materyallerin elektriksel özelliklerinin ölçülmesi için kavitelerde frekans ölçülerinden gelen bilgiye baş vurulur. Kavite lerin hassasiyeti önceden de belirttiğimiz gibi Q nicelik faktörü ile ifade edilir. Karesel için $Q \approx 5000 - 10000$ civarında dır.

Bir dikdörtgen tipli kavite için kullanılan yöntem önceden incelediğimiz kartezyen koordinatlarda dalga klavuzlarının çözümü için gerekli yöntemler ile aynıdır ve sınır değerlerine kavite kapalı bir şekilde olduğu için arka ve ön sınırlar şartları da eklenir. Şimdi kavite içindeki elektromagnetik dalganın nasıl bir şekilde yayıldığını inceleyelim.

4. 5. 1. TE^z Modu

F vektör potansiyelini 5-3-7 denklemindeki gibi;

$$\vec{F}_{z(x,y,z)} = A_{mn} \cos(\beta_x x) \cos(\beta_y y) [C_3 \cos(\beta_z z) + D_3 \sin(\beta_z z)] \quad 4-5-7$$

gibi yazıp, sınır şartlarına;[11]

arka duvar

ön duvar

$$E_x(0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, z = 0) = E_x(0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, z = c) = 0 \quad e$$

$$E_y(0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, z = 0) = E_y(0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, z = c) = 0 \quad f$$

şeklinde sınır şartlarını da ekledikten sonra;

$$\vec{E}_x = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \vec{F}_z}{\partial y} \quad 4-5-8$$

denkleminde F_z kullanılarak;

$$\vec{E}_x = \frac{\beta_y}{\epsilon} A_{mn} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) [C_3 \cos(\beta_z z) + D_3 \sin(\beta_z z)] \quad 4-5-9$$

denklemini elde edilir. (e) sınır şartında;

$$E_x(0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, z = 0) = 0$$

şartı kullanıldığında;

$$\vec{E}_x = \frac{\beta_y}{\epsilon} A_{mn} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) [C_3(1) + D_3(0)] = 0 \quad 4-5-10$$

denklemini elde edilir. Bu denkleminin sağlanabilmesi için $C_3 = 0$ olması gerekmektedir. (e) sınır şartında $E_x(0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, z = c) = 0$ sınır şartını kullandığımızda;

$$E_x = \frac{\beta_y}{\epsilon} A_{mn} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) D_3 \sin(\beta_z c) = 0 \quad 4-5-11$$

denkleminde;

$$\sin(\beta_z c) = 0 \quad 4-5-12$$

olarak elde edilir. B ifadeden;

$$\beta_z c = p\pi \quad p=1,2,3,\dots \quad 4-5-13$$

olduğu görülür ve;

$$\beta_z = \frac{p\pi}{c} \quad 4-5-14$$

olarak elde edilir. Buna göre vektör potansiyeli;

$$\vec{F}_{z(x,y,z)} = A_{mn} D_3 \cos(\beta_x x) \cos(\beta_y y) \sin(\beta_z z) \quad 4-5-15$$

olarak bulunur. $A_{mn} D_3$ değerleri keyfi değerler olup A_{mnp} şeklinde gösterilebilir. Buna göre vektör potansiyeli;

$$\vec{F}_{z(x,y,z)} = A_{mnp} \cos(\beta_x x) \cos(\beta_y y) \sin(\beta_z z) \quad 4-5-16$$

olarak vektör potansiyelini elde etmiş oluruz. 4-3-34 Denklemlerinden elektrik ve magnetik alan;

$$\vec{E}_x = A_{mnp} \frac{\beta_y}{\epsilon} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) \sin(\beta_z z)$$

$$\vec{E}_y = -A_{mnp} \frac{\beta_x}{\epsilon} \sin(\beta_x x) \cos(\beta_y y) \sin(\beta_z z) \quad 4-5-17$$

$$\vec{E}_z = 0$$

$$\vec{H}_x = iA_{mnp} \frac{\beta_x \beta_z}{w \mu \epsilon} \sin(\beta_x x) \cos(\beta_y y) \cos(\beta_z z)$$

$$\vec{H}_y = iA_{mnp} \frac{\beta_y \beta_z}{w \mu \epsilon} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) \cos(\beta_z z) \quad 4-5-18$$

$$\vec{H}_z = -iA_{mnp} \frac{(\beta_x^2 - \beta_z^2)}{w \mu \epsilon} \cos(\beta_x x) \cos(\beta_y y) \sin(\beta_z z)$$

olarak değerlerini elde etmiş oluruz. Burada kullanılan A_{mnp} magnetik alan şiddetinin genliğini göstermektedir. Kullanılan faz sabitleri;

$$\beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{c}\right)^2 = \beta_r^2 = w_r^2 \mu \epsilon = (2\pi f_r)^2 \mu \epsilon \quad \text{olarak}$$

gösterilebileceğinden rezonans frekansı;

$$(f_r)_{mnp}^{TE} = \frac{1}{2\pi \sqrt{\mu \epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{c}\right)^2} \quad 4-5-19$$

şeklinde bulunur ve buna göre ise; Q quality faktörünü elde edebiliriz.[11] Q quality faktörü;

$$Q = \omega \frac{W_e + W_m}{P_d} = \omega \frac{2W_e}{P_d} = \omega \frac{2W_m}{P_d} \quad 4-5-20$$

şeklinde ifade edilir. Kavite boyutları için, $c \gg a \gg b$ şeklinde ise dominant mod TE_{101} dir. Daha basit ve daha iyi anlaya bilmek için bu modu işlemler için kullandığımızda;

$$W = W_e = 2 \left[\frac{\epsilon}{4} \iiint |E|^2 dv \right] \quad 4-5-21$$

olarak depo edilen enerjiyi tanımlamış oluruz. 101 modu için $|E_x|^2 = |E_z|^2 = 0$ olduğundan, buna göre depo edilen enerji;

$$W_e = \frac{\varepsilon}{2} \left[\frac{|A_{101}|^2}{\varepsilon} \frac{\pi}{a} \right]^2 \int_0^a \int_0^b \int_0^c \sin^2 \left(\frac{\pi}{a} x \right) \sin^2 \left(\frac{\pi}{c} z \right) dx dz \quad 4-5-22$$

olacağından dolayı;

$$W_e = \frac{|A_{101}|^2}{\varepsilon} \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \frac{abc}{8} \quad 4-5-23$$

sistemde depo edilen enerjiyi hesaplamış oluruz. Sistemde kaybolan enerji ise;

$$P_d = \frac{R_s}{2} \left[2 \iint_{bottom} J_b J_b^* ds + 2 \iint_{left} J_\ell J_\ell^* ds + 2 \iint_{front} J_f J_f^* ds \right] \quad 4-5-24$$

şeklindedir. Düzenli bir şekilde hesaplamak için;

$$P_d = P_b + P_\ell + P_f \quad 4-5-25$$

şeklinde ifade edilip;

$$P_b = R_s \iint_{bottom} J_b J_b^* ds = R_s \int_0^a \int_0^c |J_b|^2 dx dz \quad 4-5-26$$

$$P_\ell = R_s \iint_{left} J_\ell J_\ell^* ds = R_s \int_0^b \int_0^c |J_\ell|^2 dy dz \quad 4-5-27$$

$$P_f = R_s \iint_{front} J_f J_f^* ds = R_s \int_0^a \int_0^b |J_f|^2 dx dy \quad 4-5-28$$

olarak ayırdıktan sonra burada bulunan;

$$\begin{cases} J_b = \hat{n}xH|_{y=0} \\ J_\ell = \hat{n}xH|_{x=0} \\ J_f = \hat{n}xH|_{z=L} \end{cases} \quad 4-5-29$$

ifadelerini hesaplayıp P_d ifadesi için 4-5-25 denklemini göz önüne alınarak;

$$P_d = \frac{R_s}{4} \frac{|A_{101}|^2}{(\varepsilon\eta)^2} \left(\frac{\pi}{a} \right)^2 \frac{1}{a^2 + c^2} [ac(a^2 + c^2) + 2b(a^3 + c^3)] \quad 4-5-30$$

enerji kaybını hesaplarız, sonuç olarak Q faktör;

$$Q_{101}^{TE} = \frac{\pi\eta}{2R_s} \left[\frac{b(a^2 + c^2)^{3/2}}{ac(a^2 + c^2) + 2b(a^3 + c^3)} \right] \quad 4-5-31$$

şeklinde elde edilmiş olunur.

4. 5. 2. TM^z Modu

A vektör potansiyelini 4-4-28 denklemindeki gibi;

$$\vec{A}_{z(x,y,z)} = B_{mn} \sin(\beta_x x) \sin(\beta_y y) [C_3 \cos(\beta_z z) + D_3 \sin(\beta_z z)] \quad 4-5-32$$

şeklinde yazıp, TE modunda gösterilen sınır şartlarını da ekleyip;

$$\vec{E}_x = -i \frac{1}{\omega\mu\epsilon} \frac{\partial^2 \vec{A}_z}{\partial x \partial z} \quad 4-5-33$$

denkleminde A_z kullanılarak;

$$\vec{E}_x = -iB_{mn} \frac{\beta_x \beta_z}{\omega\mu\epsilon} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) [-C_3 \sin(\beta_z z) + D_3 \cos(\beta_z z)] \quad 4-5-34$$

denklemini elde edilir. (e) sınır şartında;

$$E_x(0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, z = 0) = 0$$

şartı kullanıldığında;

$$\vec{E}_x = -iB_{mn} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) [-C_3(0) + D_3(1)] = 0 \quad 4-5-35$$

denkleminin sağlanabilmesi için D₃ = 0 olması gerektiği görülür. (e) sınır şartında E_x(0 ≤ x ≤ a, 0 ≤ y ≤ b, z = c) = 0 olan diğer sınır şartı ifadesi kullanıldığında;

$$\vec{E}_x = iB_{mn} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) C_3 \sin(\beta_z c) = 0 \quad 4-5-36$$

denklemini elde edilir. Burdan;

$$\sin(\beta_z c) = 0 \quad 4-5-37$$

olduğu görülür. Buna göre;

$$\beta_z c = p\pi \quad p=1,2,3,\dots \quad 4-5-38$$

olarak gösterilir ve;

$$\beta_z = \frac{p\pi}{c} \quad 4-5-39$$

elde edilir. Buna göre vektör potansiyeli;

$$\vec{A}_{z(x,y,z)} = B_{mn} C_3 \sin(\beta_x x) \sin(\beta_y y) \cos(\beta_z z) \quad 4-5-40$$

olarak bulunur. $B_{mn} C_3$ değerleri keyfi değerler olup B_{mnp} şeklinde gösterilir. Buna göre vektör potansiyeli;

$$\vec{A}_{z(x,y,z)} = B_{mnp} \sin(\beta_x x) \sin(\beta_y y) \cos(\beta_z z) \quad 4-5-41$$

olarak oluşur . 4-3-26 Denklemlerinden elektrik ve magnetik alan değerleri;

$$\vec{E}_x = iB_{mnp} \frac{\beta_x \beta_z}{w\mu\epsilon} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) \sin(\beta_z z)$$

$$\vec{E}_y = iB_{mnp} \frac{\beta_y \beta_z}{w\mu\epsilon} \sin(\beta_x x) \cos(\beta_y y) \sin(\beta_z z) \quad 4-5-42$$

$$\vec{E}_z = iB_{mnp} \frac{(\beta_z^2 + \beta^2)}{w\mu\epsilon} \sin(\beta_x x) \sin(\beta_y y) \cos(\beta_z z)$$

$$\vec{H}_x = B_{mnp} \frac{\beta_y}{\mu} \sin(\beta_x x) \cos(\beta_y y) \cos(\beta_z z)$$

$$\vec{H}_y = -B_{mnp} \frac{\beta_x}{\mu} \cos(\beta_x x) \sin(\beta_y y) \cos(\beta_z z) \quad 4-5-43$$

$$\vec{H}_z = 0$$

olarak gösterilir. Burada kullanılan B_{mnp} magnetik alan şiddetinin genliğini göstermektedir. Denklemlerde kullanılan faz sabitleri;

$$\beta_x^2 + \beta_y^2 + \beta_z^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{c}\right)^2 = \beta_r^2 = w_r^2 \mu\epsilon = (2\pi f_r)^2 \mu\epsilon$$

şeklinde ifade edilir ve bu denklemlerden rezonans frekansı;

$$(f_r)_{mnp}^{TE^z} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{c}\right)^2} \quad 4-5-44$$

olarak elde edilir. Dominant mod için relative frekansı;[11]

$$R_{101}^{mnp} = \frac{(f_r)_{mnp}}{(f_r)_{101}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{c}\right)^2}{\left(\frac{1}{a}\right)^2 + \left(\frac{1}{c}\right)^2}}$$

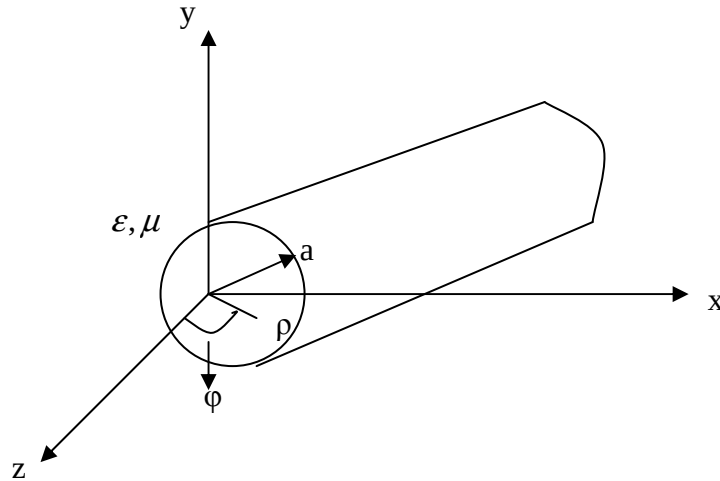
4-5-45

$\frac{a}{b}$	$\frac{c}{b}$	TE ₁₀₁	TE ₀₁₁	TM ₁₁₀	TE ₁₁₁ TM ₁₁₁	TE ₁₀₂	TE ₂₀₁	TE ₀₂₁	TE ₀₁₂	TM ₂₁₀	TM ₁₂₀	TE ₁₁₂ TM ₁₁₂
1	1	1	1	1	1.22	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	1.58	1.73
1	2	1	1	1.26	1.34	1.26	1.84	1.84	1.26	2.00	2.00	1.55
2	2	1	1.58	1.58	1.73	1.58	1.58	2.91	2.00	2.00	2.91	2.12
2.25	2.25	1	1.74	1.74	1.88	1.58	1.58	3.26	2.13	2.13	3.26	2.24
2	4	1	1.84	2.00	2.05	1.26	1.84	3.60	2.00	2.53	3.68	2.19
2.25	4	1	2.02	2.15	2.20	1.31	1.81	3.95	2.19	2.62	4.02	2.36
4	4	1	2.91	2.91	3.00	1.58	1.58	5.71	3.16	3.16	5.71	3.24
4	8	1	3.62	3.65	3.66	1.26	1.84	7.20	3.65	4.03	7.25	3.82

Tablo.4.3. Dikdörtgen tipli kavite için rezonant frekansı değerleri.[A.Balanis]

şeklinde elde edebiliriz.

4. 6. Silindiriksel Tipli Dalga Klavuzlar



Şekil.4.10. Silindiriksel tipli klavuz ve boyutları.[A.Balanis]

Bu çeşit dalga klavuzlar diğerine göre daha caziptir, çünkü; yapımı ve TE, TM modları için enerji kaybı diğerine göre daha azdır. Bu çeşit dalga klavuzdaki elektromagnetik olayları incelemek için tekrar z yönünde ilerleyen bir dalga göz önüne alacağız.

4. 6. 1. Silindiriksel Dalga Klavuzda TE^z Modu

Diğer dalga klavuz için yapılan işlemlerin aynısı yapılacak olduğundan kısaca ifade etmeye çalışalım. İlk önce vektör potansiyelini ifade edelim;

$$\vec{A} = 0 \quad \text{ve} \quad \vec{F} = \hat{a}_z \vec{F}_{z(\rho, \phi, z)} \quad 4-6-1$$

$$\vec{F}_{z(\rho, \phi, z)} = f(\rho)g(\phi)h(z) \quad 4-6-2$$

gibi gösterilir. 4-3-9b de verilen dalga denkleminde F vektör potansiyelini kullanılıp silindirik koordinatlar için yapılması gereken çeşitli işlemler yapıldıktan sonra, $F_z(\rho, \phi, z)$ vektör potansiyelini;

$$\vec{F}_{z(\rho, \phi, z)} = [A_1 J_m(\beta_\rho \rho) + B_1 Y_m(\beta_\rho \rho)] [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] [A_3 e^{-i\beta_z z} + B_3 e^{-i\beta_z z}]$$

şeklinde alabiliriz. Burda faz sabiti;

$$\beta^2 = \beta_\rho^2 + \beta_z^2 \quad 4-6-3$$

şeklinde gösterilir. + z yönünde ilerleyen dalga için sınır şartlarını yazacak olursak;[11]

$$a . \vec{E}_\phi(\rho = a, \phi, z) = 0$$

b . alan, her yerde sonlu olmalı

c . ϕ , 2π dönüşte alan tekrarlanmalı

(b) sınır şartına göre; $Y_m(\rho = 0) = \infty$ olduğunda; $B_1 = 0$ olur ve (c) sınır şartına göre;

$$F_z^+ = A_1 J_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] A_3 e^{-i\beta_z z} \quad 4-6-4$$

olarak elde edilir, buna göre A_1 ve A_3 sabitler olduğu için;

$$\vec{F}_z^+ = A_{mn} J_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-i\beta_z z} \quad 4-6-5$$

şeklinde göstere biliriz. 4-3-37denkleminde;

$$\vec{E}_\phi^+ = \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \vec{F}_z}{\partial \rho}$$

denklemini yardımıyla;

$$\vec{E}_\phi^+ = A_{mn} \frac{\beta_\rho}{\varepsilon} J_m'(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-i\beta_z z} \quad 4-6-6$$

şeklinde elde edilir. Burada kullanılan J_m' ifadesi;

$$J_m' = \frac{\partial}{\partial(\beta_\rho \rho)}$$

şeklinde bir türevdir. (a). sınır şartına göre;

$$\vec{E}_\phi^+ = A_{mn} \frac{\beta_\rho}{\varepsilon} J_m'(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-i\beta_z z} = 0 \quad 4-6-7$$

olarak ifade edilir. Bu denklemde;

$$J_m'(\beta_\rho a) = 0 \quad 4-6-8$$

olduğundan;

$$\beta_\rho a = X_{mn}' \Rightarrow \beta_\rho = \frac{X_{mn}'}{a} \quad 4-6-9$$

şeklinde elde edilir. Burada bulunan X_{mn}' ifadesi, m ve n değerlerine göre sabittir.

	$m=0$	$m=1$	$m=2$	$m=3$	$m=4$	$m=5$	$m=6$	$m=7$	$m=8$	$m=9$	$m=10$	$m=11$
$n=1$	3.8318	1.8412	3.0542	4.2012	5.3175	6.4155	7.5013	8.5777	9.6474	10.7114	11.7708	12.8264
$n=2$	7.0156	5.3315	6.7062	8.0153	9.2824	10.5199	11.7349	12.9324	14.1155	15.2867	16.4479	17.6003
$n=3$	10.1735	8.5363	9.9695	11.3459	12.6819	13.9872	15.2682	16.5294	17.7740	19.0046	20.2230	21.4309
$n=4$	13.3237	11.7060	13.1704	14.5859	15.9641	17.3129	18.6375	19.9419	21.2291	22.5014	23.7607	25.0085
$n=5$	16.4706	14.8636	16.3475	17.7888	19.1960	20.5755	21.9317	23.2681	24.5872	25.8913	27.1820	28.4609

Tablo.4.4. X_{mn}' m,n değerlerine göre aldığı değerler.[A.Balanis]

Buna göre;

$$(\beta_z)_{mn} = \begin{cases} \sqrt{\beta^2 - \beta_\rho^2} = \sqrt{\beta^2 - \left(\frac{X_{mn}}{a}\right)^2} \Leftarrow \beta \rangle \beta_\rho \\ 0 \Leftarrow \beta = \beta_\rho \\ -i\sqrt{\beta_\rho^2 - \beta^2} = -i\sqrt{\left(\frac{X_{mn}}{a}\right)^2 - \beta^2} \Leftarrow \beta \langle \beta_\rho \end{cases} \quad 4-6-10$$

$$(\beta_z)_{mn} = 0 \Leftarrow \beta_z^2 + \beta_\rho^2 = \beta^2 = \beta_c^2$$

ifadesinden;

$$\beta_c = w_c \sqrt{\mu \epsilon} = 2\pi f_c \sqrt{\mu \epsilon} \Rightarrow \beta_c = \frac{X_{mn}'}{a} \quad 4-6-11$$

ifadesi elde edilir. Buradan;

$$f_c = \frac{X_{mn}'}{2\pi a \sqrt{\mu \epsilon}} \quad 4-6-12$$

olarak kritik frekans gösterilmiş olunur. Buna göre;

$$(\beta_z)_{mn} = \begin{cases} \sqrt{\beta^2 - \beta_\rho^2} = \beta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \Leftarrow f \rangle f_c \\ 0 \Leftarrow f = f_c \\ -i\sqrt{\beta_\rho^2 - \beta^2} = -i\beta \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} \Leftarrow f \langle f_c \end{cases} \quad 4-6-13$$

olarak faz sabitinin alacağı değerler elde edilir ve dalganın dalga boyu ise;

$$(\lambda_g)_{mn} = \frac{2\pi}{(\beta_z)_{mn}}$$

ifadesini kullanarak;

$$(\lambda_g)_{mn} = \begin{cases} \frac{2\pi}{\beta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \Leftarrow f > f_c \\ \infty \Leftarrow f = f_c \end{cases} \quad 4-6-14$$

şeklinde elde edilmiş olunur, üçüncü ifade fiziksel olmadığı için alınmadı. 4-3-37 denklemlerinden elektrik ve magnetik alan;

$$\begin{aligned} \vec{E}_\rho^+ &= -A_{mn} \frac{m}{\varepsilon} J_m(\beta_\rho \rho) [-C_2 \sin(m\phi) + D_2 \cos(m\phi)] e^{-i\beta_z z} \\ \vec{E}_\phi^+ &= A_{mn} \frac{\beta_\rho}{\varepsilon} J_m'(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-i\beta_z z} \end{aligned} \quad 4-6-15$$

$$\vec{E}_z^+ = 0$$

$$\begin{aligned} \vec{H}_\rho^+ &= -A_{mn} \frac{\beta_\rho \beta_z}{w\mu\varepsilon} J_m'(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-i\beta_z z} \\ \vec{H}_\phi^+ &= -A_{mn} \frac{m\beta_z}{w\mu\varepsilon} \frac{1}{\rho} J_m(\beta_\rho \rho) [-C_2 \sin(m\phi) + D_2 \cos(m\phi)] e^{-i\beta_z z} \\ \vec{H}_z^+ &= -iA_{mn} \frac{\beta_\rho^2}{w\mu\varepsilon} J_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-i\beta_z z} \end{aligned} \quad 4-6-16$$

şeklinde gösterilir. Dalganın empedansı;

$$(Z_w^{+z})^{TE} = \frac{E_\rho^+}{H_\phi^+} = -\frac{E_\phi^+}{H_\rho^+} = \frac{w\mu}{(\beta_z)_{mn}} \quad 4-6-17$$

denkleminde;

$$\left(Z_w^{+z} \right)^{TE} = \begin{cases} \frac{w\mu}{\beta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f} \right)^2}} = \frac{\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f} \right)^2}} = \frac{\eta}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f} \right)^2}} \Leftarrow f \succ f_c \\ \infty \Leftarrow f = f_c \\ \frac{w\mu}{i\beta \sqrt{\left(\frac{f_c}{f} \right)^2 - 1}} = i \frac{\eta}{\sqrt{\left(\frac{f_c}{f} \right)^2 - 1}} \Leftarrow f \prec f_c \end{cases} \quad 4-6-18$$

elde edilir. Burada; eğer; $f \succ f_c \Rightarrow$ cisim ortamda yayılır, fakat; $f \prec f_c \Rightarrow$ dalga ortamda depo edilir.

4. 6. 2. Silindiriksel Dalga Klavuzda TM^z Modu

TE modu için yapılan işlemlerin aynısını yaparsak;

$$\vec{F} = 0 \quad \text{ve} \quad \vec{A} = \hat{a}_z \vec{A}_{z(\rho, \phi, z)}$$

$$\vec{A}_{z(\rho, \phi, z)} = f(\rho)g(\phi)h(z) \quad 4-6-19$$

şeklinde gösterilip, 4-3-9a ile verilen dalga denkleminde A vektör potansiyelini kullanılıp silindirik koordinatlar için yapılması gereken çeşitli işlemleri TE modunda yaptığımız gibi yapıldıktan sonra, $A_{z(\rho, \phi, z)}$ vektör potansiyelini;

$$A_{z(\rho, \phi, z)}^+ = B_{mn} J_m [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-i\beta_z z} \quad 4-6-20$$

şeklinde tanımlarız. 4-3-31denklemlerinden;

$$\vec{E}_z^+ = -i \frac{1}{w\mu\epsilon} \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \beta^2 \right) \vec{A}_z^+$$

denklemini kullanarak ve sınır şartı yardımıyla;

$$J_m(\beta_\rho a) = 0 \Rightarrow \beta_\rho = \frac{X_{mn}}{a} \quad 4-6-21$$

olarak bulunur, burada X_{mn} m ve n değerlerine göre değişir ve tabloda verildiği gibidir. Buradan;

	$m = 0$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 3$	$m = 4$	$m = 5$	$m = 6$	$m = 7$
$n = 1$	2.4049	3.8318	5.1357	6.3802	7.5884	8.7715	9.9361	11.0864
$n = 2$	5.5201	7.0156	8.4173	9.7610	11.0647	12.3386	13.5893	14.8213
$n = 3$	8.6537	10.1735	11.6199	13.0152	14.3726	15.7002	17.0038	18.2876
$n = 4$	11.7915	13.3237	14.7960	16.2235	17.6160	18.9801	20.3208	21.6415
$n = 5$	14.9309	16.4706	17.9598	19.4094	20.8269	22.2178	23.5861	24.9349

Tablo.4.5. X_{mn} m,n değerlerine göre aldığı değerler.[A.Balanis]

$$(\beta_z)_{mn} = \begin{cases} \sqrt{\beta^2 - \beta_\rho^2} = \sqrt{\beta^2 - \left(\frac{X_{mn}}{a}\right)^2} \Leftarrow \beta \rangle \beta_\rho \\ 0 \Leftarrow \beta = \beta_\rho = \beta_c \\ -i\sqrt{\beta_\rho^2 - \beta^2} = -i\sqrt{\left(\frac{X_{mn}}{a}\right)^2 - \beta^2} \Leftarrow \beta \langle \beta_\rho \end{cases} \quad 4-6-22$$

olarak elde edilir. Kritik frekans ise;

$$(f_c)_{mn} = \left(\frac{X_{mn}}{2\pi a \sqrt{\mu\epsilon}} \right) \quad 4-6-23$$

olarak elde edilir. Buna göre;

$$(\beta_z)_{mn} = \begin{cases} \sqrt{\beta^2 - \beta_\rho^2} = \beta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \Leftarrow f \rangle f_c \\ 0 \Leftarrow f = f_c \\ -i\sqrt{\beta^2 - \beta_\rho^2} = -i\beta \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} \Leftarrow f \langle f_c \end{cases} \quad 4-6-24$$

olarak +z yönünde ilerleyen dalganın faz sabitini elde ederiz. Buna göre; klavuzdaki dalganın dalga boyu ise;

$$[\lambda_g]_{mn} = \begin{cases} \frac{2\pi}{\beta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \Leftarrow f \rangle f_c \\ \infty \Leftarrow f \langle f_c \end{cases} \quad 4-6-25$$

olarak ifade edilmiş olunur. 4-3-31 denkleminde elektrik ve magnetik alan değerlerini;

$$\vec{E}_\rho^+ = -B_{mn} \frac{\beta_\rho \beta_z}{w \mu \epsilon} J_m'(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-i\beta_z z}$$

$$\vec{E}_\phi^+ = -iB_{mn} \frac{m\beta_z}{w\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} J_m(\beta_\rho \rho) [-C_2 \sin(m\phi) + D_2 \cos(m\phi)] e^{-i\beta_z z} \quad 4-6-26$$

$$\vec{E}_z^+ = -iB_{mn} \frac{\beta_\rho^2}{w\mu\epsilon} J_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-i\beta_z z}$$

$$\vec{H}_\rho^+ = B_{mn} \frac{m}{\mu\rho} J_m'(\beta_\rho \rho) [-C_2 \sin(m\phi) + D_2 \cos(m\phi)] e^{-i\beta_z z}$$

$$\vec{H}_\phi^+ = -B_{mn} \frac{\beta_\rho}{\mu} J_m'(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-i\beta_z z} \quad 4-6-27$$

$$\vec{H}_z^+ = 0$$

şeklinde elde etmiş oluruz. Dalganın empedansı ise;

$$(Z_w^{+z})_{mn}^{TM} = \frac{E_\rho^+}{H_\phi^+} = -\frac{E_\phi^+}{H_\rho^+} = \frac{(\beta_z)_{mn}}{w\epsilon} \quad 4-6-28$$

denkleminde;

$$(Z_w^{+z})_{mn}^{TM} = \begin{cases} \frac{\beta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}{w\epsilon} = \eta \sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2} \Leftarrow f \gg f_c \\ 0 \Leftarrow f = f_c \\ -i \frac{\beta \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1}}{w\epsilon} = -i\eta \sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1} \Leftarrow f \ll f_c \end{cases} \quad 4-6-29$$

şeklinde elde edilir. Eğer $f \gg f_c$ ise; dalga yayılır.

eğer $f \ll f_c$ ise; dalganın enerji ortamda stok edilir.

4. 6. 3. Enerji Kaybı

Dikdörtgen tipli dalga klavuzu için belirtilen sebeplerden dolayı enerji kayıpları meydana gelir. Bunları diğer kavite için yaptığımızdan dolayı kısaca hesaplarını yaparsak enerji için azalma sabiti;

$$\alpha_c = \frac{P_c / \ell}{2P_{mn}}$$

şeklinde idi. Buna göre TE ve TM için azalma sabitini kısaca yazabiliriz.

4. 6. 3. 1. TE_{mn}^z Modu

TE_{mn}^z Modu için enerji azalma sabiti;

$$(\alpha_c)_{mn}^{TE^z} = \frac{R_s}{a\eta\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \left[\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 + \frac{m^2}{\left(X'_{mn}\right)^2 - m^2} \right] \quad 4-6-30$$

şeklinde kısaca elde edilir.[11]

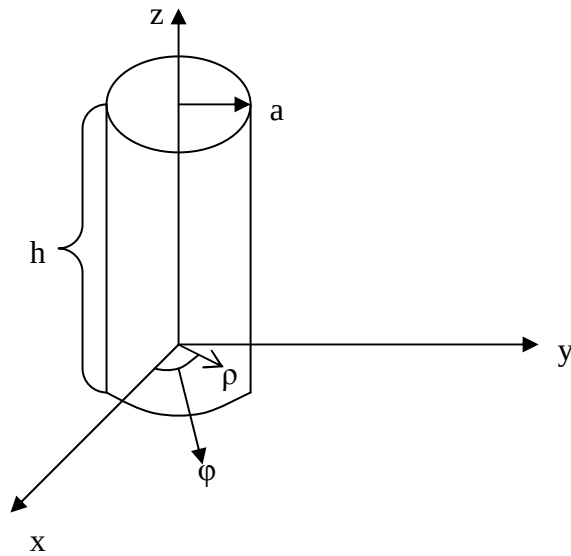
4. 6. 3. 2. TM_{mn}^z Modu

TM_{mn}^z Modu için ise enerji azalma sabiti;

$$(\alpha_c)_{mn}^{TM^z} = \frac{R_s}{a\eta\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \quad 4-6-31$$

şeklinde elde edilir.[11]

4. 7. Silindiriksel Kavite



Şekil.4.11.Silindiriksel kavite.[A.Balanis]

Dikdörtgen tipli kavite de dikdörtgen dalga klavuzlarının sınır şartlarıyla aynı olduğu gibi silindirikte de silindiriksel dalga klavuzu ile kavite sınır şartları aynıdır ek olarak diğerindeki gibi z yönü için sınır şartını eklememiz gerekir.

4. 7. 1. TE^z Modu

Dikdörtgen tipli kavitede yapılan işlemler için uygulanan yolun aynısını yapacağımız için kısaca hesaplamalar yapabiliriz. Buna göre vektör potansiyelini;

$$\vec{F}_{z(\rho,\phi,z)} = A_{mn} J_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] e^{-i\beta_z z}$$

olarak hesaplamıştık. Burada;

$$\beta_\rho = \frac{X'_{mn}}{a} \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

şeklinde idi. Sınır şartlarını yazarsak;[11]

$$E_\rho(0 \leq \rho \leq a, 0 \leq \phi \leq 2\pi, z = 0) = E_\rho(0 \leq \rho \leq a, 0 \leq \phi \leq 2\pi, z = h) = 0 \quad d$$

$$E_\phi(0 \leq \rho \leq a, 0 \leq \phi \leq 2\pi, z = 0) = E_\phi(0 \leq \rho \leq a, 0 \leq \phi \leq 2\pi, z = h) = 0 \quad e$$

olarak alırsınız. 4-3-37 denkleminde;

$$\vec{E}_\phi = \frac{1}{\epsilon} \frac{\partial \vec{F}_z}{\partial \rho}$$

denklemini kullanarak;

$$\vec{E}_\phi = A_{mn} \frac{\beta_\rho}{\epsilon} J'_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] [C_3 \cos(\beta_z z) + D_3 \sin(\beta_z z)]$$

olarak elde edilir ve (e) sınır şartını da z=0 için olanını hesaba kattığımızda $C_3 = 0$ olduğunu görürüz. (e) sınır şartında z = h olan ifadeli kısmı da hesaba kattığımızda

$$\sin(\beta_z h) = 0 \Rightarrow \beta_z h = p\pi \quad 4-7-1$$

buradan;

$$\beta_z = \frac{p\pi}{h} \quad p=1, 2, 3, \dots \quad 4-7-2$$

olarak faz sabiti elde edilir faz sabitleri arasında;

$$\beta_{\rho}^2 + \beta_z^2 = \left(\frac{X'_{mn}}{a} \right)^2 + \left(\frac{p\pi}{h} \right)^2 = \beta_r^2 = w_r^2 \mu \epsilon \quad 4-7-3$$

şeklinde bağıntı vardır. Vektör potansiyeli;

$$\vec{F}_z = A_{mn} D_3 J_m(\beta_{\rho} \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] \sin(\beta_z z)$$

ifadesinden, $A_{mn} D_3$ sabit değerler olduklarından;

$$\vec{F}_z = A_{mnp} J_m(\beta_{\rho} \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] \sin(\beta_z z) \quad 4-7-4$$

şeklinde gösterilebilir. Resonans frekansı ise;

$$(f_r)_{mnp}^{TE_{mnp}^z} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{X'_{mn}}{a} \right)^2 + \left(\frac{p\pi}{h} \right)^2} \quad 4-7-5$$

şeklindedir. Burada $m = 0,1,2,\dots$ $n = 1,2,\dots$ ve $p = 1,2,\dots$ olarak değerler alabilir.

4. 7. 2. TM^z Modu

TE^z modu için yapılan gidiş yolunun aynısını da TM^z için de yapabiliriz. İlk önce vektör potansiyelini yazalım;

$$\vec{A}_{z(\rho,\phi,z)} = B_{mn} J_m(\beta_{\rho} \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] [C_3 \cos(\beta_z z) + D_3 \sin(\beta_z z)]$$

şeklinde yazdıktan sonra daha öncede belirttiğimiz gibi faz sabiti;

$$\beta_{\rho} = \frac{X_{mn}}{a} \quad m = 0,1,2,\dots$$

olarak alınır. 4-3-31 denkleminde;

$$\vec{E}_{\phi} = -i \frac{1}{w\mu\epsilon} \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \vec{A}_z}{\partial \phi \partial z}$$

denklemini yardımıyla;

$$\vec{E}_{\phi} = -i B_{mn} \frac{m}{w\mu\epsilon} \frac{\beta_z}{\rho} J_m(\beta_{\rho} \rho) [-C_2 \sin(m\phi) + D_2 \cos(m\phi)] [-C_3 \sin(\beta_z z) + D_3 \cos(\beta_z z)]$$

şeklinde elde ettikten sonra (e) sınır şartında $z = 0$ için olanını kullandığımızda $D_3 = 0$ olarak elde edilir. (e) sınır şartında $z = h$ için olan ifadeyi yazacak olursak;

$$\sin(\beta_z h) = 0 \Rightarrow \beta_z h = p\pi \quad p = 0, 1, 2, \dots \quad 4-7-6$$

olarak bulunur buradan;

$$\beta_z = \frac{p\pi}{h} \quad 4-7-7$$

faz sabiti elde edilir. Faz sabitleri arasında 5-6-3 denklemine benzer;

$$\beta_\rho^2 + \beta_z^2 = \left(\frac{X_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{h}\right)^2 = \beta_r^2 = w_r^2 \mu \epsilon \quad 4-7-8$$

şeklinde bağıntı vardır. Vektör potansiyeli;

$$\vec{A}_z = B_{mn} C_3 J_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] \sin(\beta_z z) \quad 4-7-9$$

ifadesinden, $B_{mn} C_3$ sabit değerler olduklarından;

$$\vec{A}_z = B_{mnp} J_m(\beta_\rho \rho) [C_2 \cos(m\phi) + D_2 \sin(m\phi)] \sin(\beta_z z) \quad 4-7-10$$

şeklinde gösterilebilir, rezonans frekansı ise;

$$(f_r)_{mnp}^{TM_{mnp}^z} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\epsilon}} \sqrt{\left(\frac{X_{mn}}{a}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{h}\right)^2} \quad 4-7-11$$

şeklinde ifade edilir. Burada $m = 0, 1, 2, \dots$ $n = 1, 2, \dots$ ve $p = 0, 1, 2, \dots$ olarak değerler alabilir.

Kavite yapımında eğer $\frac{h}{a} < 2.03$ ise; dominant mod TM_{010}

eğer $\frac{h}{a} > 2.03$ ise; dominant mod TE_{111}

olarak alınır.

Q faktörünü daha basit hesaplamak için dominant modları kullanarak çözümlerini elde edeceğiz. TM_{010} modu için hesaplama yaparsak, vektör potansiyeli ve faz sabiti;

$$\vec{A}_z = B_{010} J_0(\beta_\rho \rho) \quad 4-7-12$$

ve

$$\beta_\rho = \frac{X_{01}}{a} = \frac{2.4049}{a} \quad 4-7-13$$

olarak ele alınır. Depo edilen enerji;

$$W = 2W_e = 2W_m = \frac{\epsilon}{2} \iiint |E|^2 dv \quad 4-7-14$$

olarak bulunuyordu, kısaca hesapladığımızda;

$$W = |B_{010}|^2 \frac{\pi h \epsilon}{2} \left(\frac{a \beta_r^2}{w_r \mu \epsilon} \right)^2 J_1(X_{01}) \quad 4-7-15$$

olarak elde edilir. Toplam harcanan enerji ise;

$$P_d = \frac{R_s}{2} \iint |H|^2 ds \quad 4-7-16$$

denkleminde;

$$P_d = \frac{R_s}{2} \left[\int_0^h \int_0^{2\pi} |H|^2 \Big|_{\rho=a} a d\phi dz + 2 \int_0^a \int_0^{2\pi} |H|^2 \Big|_{z=0} \rho d\rho d\phi \right] \quad 4-7-17$$

olarak ifade edilir. Buradan kısaca;

$$P_d = |B_{010}|^2 \frac{R_s \pi}{\mu^2} \left(\frac{X_{01}}{a} \right)^2 a(h+a) J_1^2(X_{01}) \quad 4-7-18$$

olduğu görülür. Q faktörüyle;[11]

$$Q = \omega_r \frac{W}{P_d} = \frac{\beta_r^4 h a^3}{2 w_r \epsilon (h+a) R_s X_{01}^2} = \frac{X_{01} \eta}{2 \left(1 + \frac{a}{h} \right) R_s} \quad 4-7-19$$

olarak elde edilir. Buradaki X_{01} ;

$$\beta_\rho^2 + \beta_z^2 = \left(\frac{X_{01}}{a} \right)^2 = \beta_r^2 \Rightarrow X_{01} = \beta_r a \quad 4-7-20$$

denkleminde bulunabilir.

İncelencek örneğin şekline göre de daha kullanışlı olan ve bu örneklerden daha iyi netice almak için de farklı kaviteler kullanılır. Eğer incelencek örnek ince düz bir film ise; dikdörtgen tipli kavitelerde, eğer tel şeklinde ise; silindirik şeklinde kavitelerde incelenmesi daha uygundur.

Deneylerde incelenecek örnekten ESR spektrometresinde daha iyi bir ölçüm elde etmek için kullanılan resonatörlerde uygun modlar oluşturulmalı ve bu mod üzerine örnek getirilerek inceleme yapılmalıdır. Dikdörtgen tipli kavite için dominant mod TE₁₀₁ olmasına rağmen deneylerde daha iyi ölçüm yapılabilinmesi ve daha yüksek Q için TE₁₀₂ modunu kullanılır.

Kullanılacak frekans aralığına ve oluşturulmak istenilen moda göre daha öncede belirttiğimiz ve teorik olarak gösterilidiği gibi resonatörün boyutları değişmek zorundadır. Örnek olarak 10GHz ile çalışılacak bir spektroskopi de TE₁₀₂ modu için $m = 1$, $n = 0$ ve $p = 2$ dir. m ; x, n ; y ve p ; z boyutlarında oluşturulan modları temsil ettiğinden kavitenin boyutları için X band için; $a = \lambda$, $c = 2\lambda$ ve b önemsiz olmasına rağmen $\lambda / 2$ alınır.

Silindirik kavite için dominant mod TE₁₁₁ olmasına rağmen çok düşük Q faktörü olduğundan dolayı TE₀₁₂ modunu kullanırız ve boyutları için $f = 10\text{GHz}$ de;

$$h = \frac{\lambda_0}{8} = \frac{c}{8f_0} = \frac{11,8 \cdot 10^{10}}{8 \cdot 10^{10}} = 0,1475 \quad (\text{in})$$

olarak bulunur.

$$f_{r012} = \frac{c}{2} \frac{P_{01}^{TM}}{\pi}$$

olarakta TE₀₁₂ modu için resonans frekansı elde edilir. Burada kullanılan P_{01}^{TM} , Bessel fonksiyonudur.

m / n	1	2
0	2.40483	5.52008
1	3.03171	7.01559

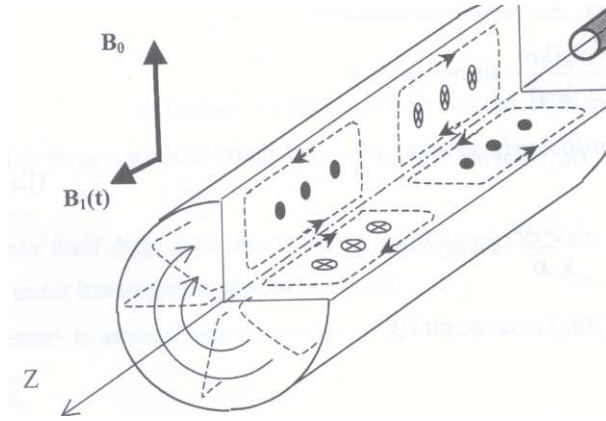
2	5.13562	
---	---------	--

Tablo.4.6. P_{mn}^{TM} m ve n değerlerine göre aldığı değerler

ve yukarıdaki tabloda bulunan değerleri alır. Buna göre; $P_{01} \cong 2.405$ değerindedir ve buna göre a uzunluğu ise;

$$a = \frac{c}{2\pi} \frac{P_{01}}{f_{r012}} = \frac{11,8 \cdot 10^9}{2\pi} \frac{2.405}{10^{10}} = 0.451 \quad (\text{in})$$

olarak bulunabilir.



..... E_____ H

Şekil.4.12. Silindiriksel kavitede TEM_{012} modu. [S.Tarapov]

İncelenecek örneklerin spektrumları alınırken kullanılan kavite TE_{102} modunda (magnetik alan bileşeni uygulanan statik alana dik, elektrik alan bileşeniye paralel) titreşen dikdörtgen prizma şeklindedir. ESR ile yapılan deneylerde etkin olan temel bileşik magnetik alan bileşimidir. Kavite içerisinde mikrodalgadan gelen elektromagnetik alanın bir kısmı örnek tarafından absorbe edilirken diğer bir kısımda daha önce belirttiğimiz gibi kavite duvarları tarafından soğrulur. Bu nedenle incelenecek örnek kaviteye yerleştirilirken tam merkezine konmalıdır. Çünkü mikrodalganın magnetik alan bileşeninin maximum ve elektrik alan bileşeninin minimum olması nedeniyle magnetik enerji soğurmasının maximum olduğu yer

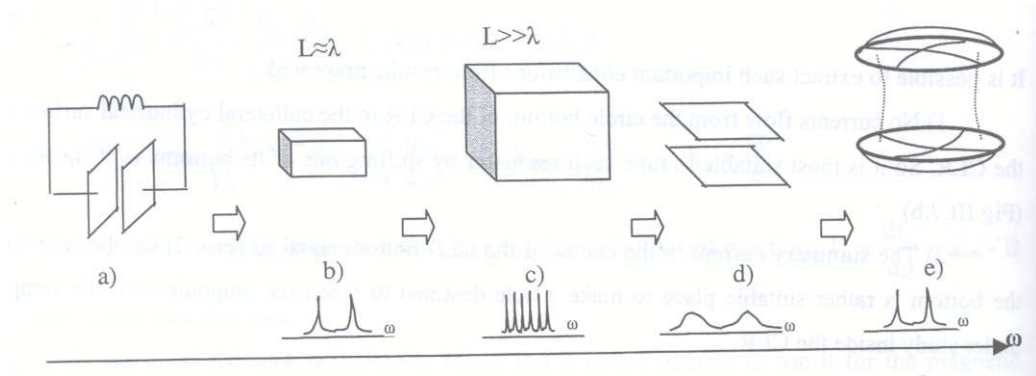
kavitenin merkezidir. Kaviteye giren mikrodalga yansımaları minimuma indirmek için mikrodalga kılavuzu ile kavitenin arasında empedans uyumu sağlamak üzere kavitenin mikrodalga girişine daha öncede belirttiğimiz gibi iris bulundurulur. İris aralığının açıklığı ayarlanarak empedans uyumu sağlanır.

Kapalı rezonatörler anlatıldığı gibi, boyutları λ ile (dolayısıyla uygulanan frekansla) orantılıdır. λ küçüldükçe yani yüksek frekanslara doğru çıkıldıkça kavitenin boyutları küçülür ve örneği kavite içine koymak zorlaşır ve Şekil.6.1 de gösterildiği gibi yüksek frekanslara çıkıldıkça kavite boyutlarına görede örnekten gelen kalabalık veya genliği düşük olan spektralar elde edilir. Açık rezonatörün kullanılmasındaki bir başka neden ise; kapalı rezonatörlere kıyasla yüksek Q faktörüne sahiptirler ve çok düşük sıcaklıklarda ($\frac{\hbar\omega}{KT} \gg 1$) kapalı rezonatörlere kıyasla çok daha iyi bir sonuç verirler. Belirtilen bu sebepler doğrultusunda bu çeşit rezonatörler tercih edilir.

Şimdi tez çalışma konumuz olan açık rezonatörleri ayrıntılı bir biçimde inceleyelim.

5. AÇIK REZONATÖRLER

Açık rezonatörlerin diğer bir adı da quazi optik rezonatörlerdir. Şekil5.1' e bakarak bir LC devresinden yüksek frekanslara çıkıldıkça gerekli olan rezonatör yapılarını daha iyi şekilde öğrenmiş oluruz.



Şekil.5.1.ESR rezonatör yapılarının ω ile değişimi.[S.Tarapov]

a)-b) Bir LC devresinden yüksek frekansta çalışmak ve spektra elde etmek için kapalı kaviteye geçiş yapılır.

b)-c) Kavite boyutlarının dalga boyundan çok büyük olması nedeni ile rezonatör spektrometresinde kalabalık pikler meydana gelir.

c)-d) Yalnızca yan duvarlarının görünümü ile spektrum yoğunluğu ve genliği azalır fakat Q faktörü düşer.

d)-e) Rezonatör duvarlarının eğrilmesi ile Q faktörü artar ve daha sağlıklı spektrumlar meydana çıkar.

Yukarıda gösterildiği gibi e) şeklindeki rezonatör yapılarına açık (open) rezonatör veya quazy optik rezonatör de denilir. Bu çeşit rezonatörlerin elektro dinamiksel olarak teorisi ve deneyleri çok ilginçtir.

Ortalama güç girdili ve belirli frekanslarda büyük şiddetli alan oluşturduğundan ve istenilen özel frekanslarda seçicilikle cevap veren frekans filitreleri gibi davrandığından dolayı da quazi optik rezonatörleri kullanım nedenleri içindedir.

Kapalı kavitelerde mikrodalga için yapılan hesaplamalar aynı tarzda yapılabiliriyordu, fakat Fabry – Perot tipi rezonatörlerdeyse mikrodalga'nın ilerlediği bölgeyi daha değişik şekilde incelememiz gerekiyor(5). Açık rezonatör için kullanılan yansıtıcılar Fabry – Perot tipi rezonatörler gibi sadece düz olmak zorunda değildir ve mikrodalgayı oluşturulan bölge içinde daha uzun süre tutmak için ve daha az enerji kaybı oluşturmak için değişik şekillerde kurulabilir(6). Fabry- Perot tipi rezonatörler için her iki yansıtıcıdan yansıdıktan sonra 2kd kadarlık bir faz farkı meydana gelir Burada bulunan k; dalga numarası, d; yansıtıcılar arası uzunluğu temsil etmektedir (5).

5. 1. Mikrodalga'nın Açık Rezonatörde İncelenmesi

Kavitelerin hassasiyetinin Q faktörüyle belirlendiğini önceden belirtmiştik, Culshaw (1961) ve Anderson (1962) birçok rezonatörler ile milimetre dalga bölgesinde yaptıkları birçok deneyde $Q \approx 3.10^4$ olduğunu görmüşlerdir. Fabry – Perot tipi rezonatörleri kullandıklarında ise; enerji kaybının çok yüksek olduğunu gözlemlemişlerdir. Bunun nedeni olarak;

a) Aynaların uçlarında elektromagnetik dalga başka yönlere yayılması sonucu enerjide kayıpları çok fazla oluşur.

b) Aynalar aynı hizada olması gerekir. Çünkü; önceden belirttiğimiz gibi mikrodalga bölgede ne kadar çok kalırsa o kadar az enerji kaybı oluşacağından aynaların aynı hizada olması gerekir. Bunun için en basitinden aynalardan biri konkav yapıldığında, daha düşük bir hacimde daha fazla kırımın ortadan kaldırıldığı ve düz aynanın ucunda meydana gelen enerji kayıpları kadar fazla olmadığı görülür.

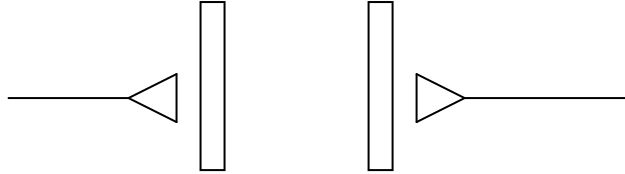
Fox ve Li (1961), Boyd ve Gorbon (1961) yaptıkları deneylerde bunu belirtmişler ve eğer aynaların her ikisinde konkav olması durumunda ise çok daha iyi sonuçlar elde ettiklerini ve elektromagnetik dalgalar için yapılan hesaplamalarında daha kolay yapıldığını belirtmişlerdir.

Daha sonra bahsedeceğimiz gibi, kavite içinde elektromagnetik dalgaların yayılımından ve onların o bölge içindeki bulunduğu durumdan dolayı Gaussian modları olarak bilinen modlar oluşur. Kogelnik ve Li (1961) yılında yaptığı deneylerle rezonatörün içinde TEM_{mnq} tipi modların oluştuğunu gözlemişler ve bu

modlar hakkında bilgi vermişlerdir. Her iki yansıtıcının konkav olarak yapıldığı rezonatör için temel modun Q faktörü milimetre dalgaboyu bölgesinde 2.10^5 olarak hesapladılar. Bu, mikrodalga rezonatördeki modların karşılaştırmasını Culshaw (1961) yapmıştır. Vanishtein (1963) yaptığı deney ile 10GHz için aynı boyutlu kapalı kavite ile açık kavite arasında yaptığı karşılaştırmada, spektrumların açık rezonatörde daha iyi bir sonuç verdiğini gözlemledi. Bir çok incelemelerden sonra görüldü ki 30GHz den yüksek frekanslarda açık rezonatörlerin diğer rezonatöre kıyasla çok daha iyi bir netice verdiği anlaşıldı (5).

5. 1. 1. Farklı Açık Rezonatör Yapıları

5. 1. 1. 1. Düz – Paralel Aynalar



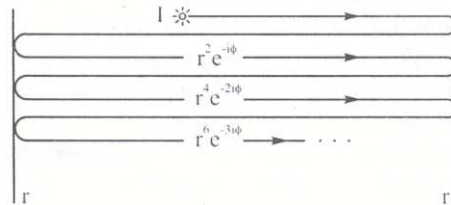
Şekil.5.2.Açık rezonatör gösterimi.[R.N.Clarke, C.B.Rosenberg]

İlk olarak Culshaw (1961) şekilde gösterildiği gibi rezonatörü metal bir tabakayla yaptı, sonra Seeley ve Williams (1962) di elektrik tabakayı sandwich edilerek başka çeşit rezonatör imal ettiler fakat di elektriksel kaybının çok yüksek olduğunu gördüler.

Boyd ve Gordon (1961) yaptıkları deneyler sonucunda; Fabry-Perot tipi rezonatörün önemli parametresinin Fresnel numarası olduğu sonucuna varmışlardır.

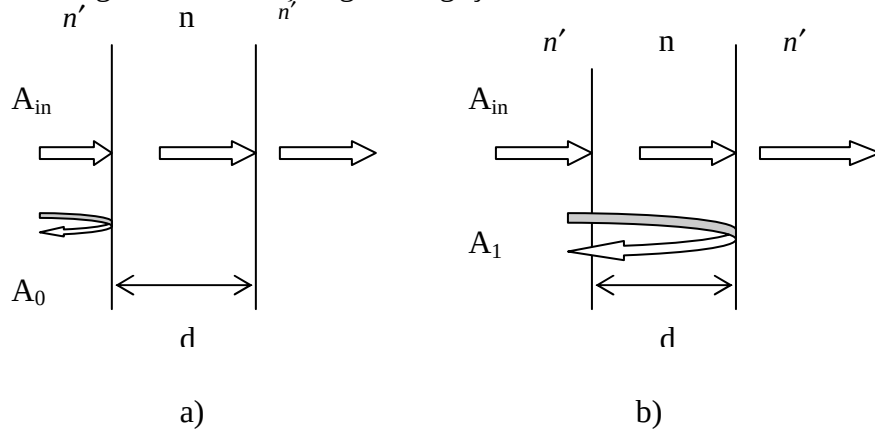
($N = \frac{a^2}{d\lambda}$), burada kullanılan; d; aynalar arası uzaklığı, a; aynanın yarım yüksekliğini

ifade etmektedir.Fresnel numarası ile Q faktörü için kırınım enerji kaybı büyüklüğü orantılı ve 10 dan küçük olması gerektiğini belirtmişlerdir(5).



Şekil.5.3.Fabry- Perot rezonatörü.[M.Young]

Şimdi ilk önce Fabry-Perot tipi rezonatör için elektromagnetik dalganın incelenecek bölgedeki davranışını gözden geçirelim.



Şekil.5.4._Gelen bir düz dalanın Fabry-Perot etolandan yansıması

- a) Fabry-Perot etalon üzerinden yansıması
- b) Fabry-Perot etolonda yansıması

$n' \Rightarrow n$ bölgesine geçişte r ve t ; yansıma ve geçme katsayılarını göstermektedir.

$n \Rightarrow n'$ bölgesine geçişte ise; r' ve t' ; yansıma ve geçme katsayılarını göstermektedir.

Gösterilen r' , t' , r ve t ; bunlar Fresnel formüllerinde kullanılırlar. İlk önce (a) durumu için biz yansıyan dalgaların genliklerini bulmaya çalışalım;

$$A_0 = \sqrt{r} A_{in} e^{i\pi} = -\sqrt{r} A_{in} \quad 5-1-1$$

Yani; 1. yüzeyden yansıyan dalga genliğinde π kadarlık faz kayması meydana geliyor.Şimdi (b) durumu için yani; $n \Rightarrow n'$ geçerken yansıyan dalganın genliği $\sqrt{tr't'} A_0$, olarak alınır ve faz kayması;

$$\frac{2\pi}{\lambda} (2dn) = \frac{4\pi n d}{\lambda} = \Phi \quad 5-1-2$$

şeklinde gösterilir. Buna göre;

$$A_1 = \left(\sqrt{r't't'} e^{i\Phi} \right) A_{in} \quad 5-1-3$$

2 kez gidip gelmede ise; $A_2 = (\sqrt{tr'r't'}e^{2i\Phi})A_{in}$, çok sayıda gidip gelmede ise;

$$A_R = A_0 + A_1 + ... = \left[-\sqrt{r} + \sqrt{r'tt'}e^{i\Phi} \left(1 + \sqrt{rr'}e^{i\Phi} + \sqrt{r'r'r'r'}e^{2i\Phi} + ... \right) \right] A_{in} \quad 5-1-4$$

Şeklinde oluşur. Fesnell numaralarını kullanırsak, yani ;

$$r = \left(\frac{n-n'}{n+n'} \right)^2 = r', \quad R = r = r' \quad \text{ve} \quad T = \sqrt{tt'} \quad \text{şeklinde ifade edilirse. Enerjinin}$$

korunumuna göre; $R+T=1$ dir. Buna göre toplam genlik;

$$\frac{A_R}{A_{in}} = -\sqrt{R} \left[1 - Te^{i\Phi} \left(1 + Re^{i\Phi} + R^2 e^{2i\Phi} + ... \right) \right] \quad 5-1-5$$

şeklinde gösteririz. Sonlu seriyi açtığımızda toplam genlik ise;

$$A_R = -\sqrt{R} \left(1 - \frac{Te^{i\Phi}}{1 - Re^{i\Phi}} \right) A_{in} = -\sqrt{R} \frac{1 - e^{i\Phi}}{1 - Re^{i\Phi}} A_{in} \quad 5-1-6$$

olarak elde edilir. Resonans frekansı;

$$v_m = m \left(\frac{c}{2nd \cos \theta} \right) \quad m=1,2,3,... \quad 5-1-7$$

olarak gösterilir. Boşluktaki dalga için resonans frekans farkı;

$$\Delta v = v_{m+1} - v_m = \frac{c}{2nd \cos \theta} \quad 5-1-8$$

olarak elde edilmiş olunur. Buna Fabry-Perot'un serbest bölge spectrum alanı denir ve

$$E = A_0 \left(1 + r^2 e^{-i\phi} + r^4 e^{-2i\phi} + ... \right) \quad 5-1-9$$

şeklinde dalga yayılımı vardır. Burada daha öncede belirttiğimiz gibi A_0 ; gelen ışının genliği, $\phi = 2kd$; faz farkını göstermektedir. Yansıyan ışığın şiddeti $I = 2c\epsilon_0 A A^*$ olarak tanımlandığında;

$$I_R = I_0 R \frac{4 \sin^2(\phi/2)}{(1-R)^2 + 4R \sin^2(\phi/2)} \quad 5-1-10$$

$$I_T = I_0 \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4R \sin^2(\phi/2)} \quad 5-1-11$$

olarak bulunur. Bu denklemler Airy denklemleri olarak ta bilinir. Burada yutulma ihmal edilmiştir. $I_R + I_T = I_0$ olmalıdır. Burada I_0 gelen dalganın şiddetini göstermektedir. Bu denklemlerde $F = \frac{4R}{(1-R)^2}$ olarak kısaltma yapılırsa;

$$I_R = I_0 \frac{F \sin^2(\phi/2)}{1 + F \sin^2(\phi/2)} \quad 5-1-12$$

$$I_T = I_0 \frac{1}{1 + F \sin^2(\phi/2)} \quad 5-1-13$$

olarak elde edilir.

Eğer yutulmayı da hesaba katarsak toplam geçirgenlik aşağıdaki gibi değişir;

$$I_T = I_0 \frac{T^2}{(A+T)^2} \frac{1}{[1 + F \sin^2(\phi/2)]} \quad 5-1-14$$

Burada $A = (1 - R - T)$ şeklinde interferometre soğurmasıdır ve $T^2 = T_1 T_2$ iki yansıyan yüzeyin geçirgenliklerinin çarpımını ifade eder.

Yutulma üç şekilde etki gösterir;

a) Maximum geçirgenlik aşağıdaki faktör kadar azalır;

$$\frac{I_T}{I_0} = \frac{T^2}{(A+T)^2} = \frac{T^2}{(1-R)^2} \langle 1 \quad 5-1-15$$

Her bir yansıyan yüzeyin çok küçükte olsa yutmaları, toplam geçirgenlikte çok hızlı düşmeye neden olur.

b) Verilen geçirgenlik faktörü T için yansıma $R = 1 - A - T$ aşağıdaki gibi artan yutulmayla azalır.

$$F = \frac{4R}{(1-R)^2} = \frac{4(1-T-A)}{(T+A)^2} \quad 5-1-16$$

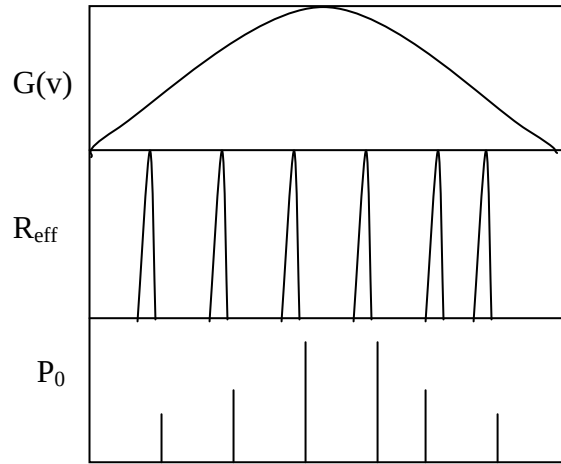
Bu durumda; F, artan A ile azalır ve geçirgenlik tepelerinin genişlemesi anlamına gelir.

- c) Yutulma her bir yansımada dalga boyuna, polarizasyona ve geliş açısına bağlı olarak faz kaymalarına neden olur. Bu etkiye maximum dalga – bağımlılık kaymasına neden olur.

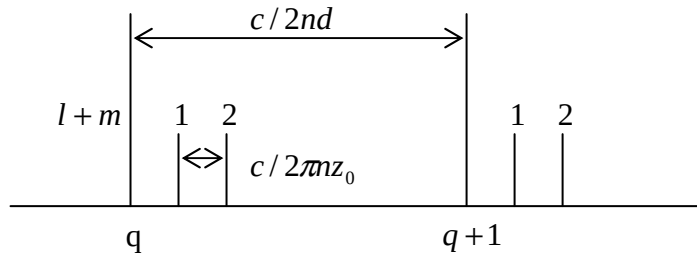
Fabry – Perot düzlem aynalarda;

$$I_T = I_0 \frac{T^2}{(1-R)^2} = I_0 \frac{T^2}{(A+T)^2} \quad 5-1-17$$

$$R_{eff} = \frac{R}{1 + F \sin^2(\phi/2)} \quad 5-1-18$$



Şekil.5.5. Farklı salınım mod ve şiddeti. [M. Young]



Şekil.5.6. Düz aynalı optik rezonatörün rezonans frekansları. [Yariv]

5. 1. 1. 2. Küresel Aynalar

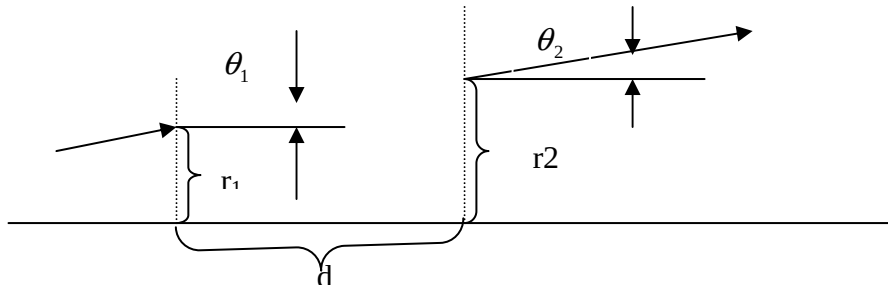
Bu çeşit rezonatörler daha önce söylediğimiz belirttiğimiz nedenlerden dolayı daha çok kullanılır ve farklı büyüklüklerde yapılabilir. Bu çeşit rezonatörlerde daha sonra ayrıntılı bir biçimde anlatacağımız üzere iyi bir ölçüm alınabilmesi için Kogelnik ve Li (1966) tarafından verilen stable şartına;

$$0 \leq \left(1 - \frac{d}{R_1}\right) \left(1 - \frac{d}{R_2}\right) \leq 1$$

uygun olmalıdır (5).

5. 1. 2. Açık Kavitede Elektromagnetik Dalganın Yayılımı

Bu bölümde optik bölgede dalga yayılmasını inceleyeceğiz ve bunu ilk önce basit olarak merceklerde için göstereceğiz. Dalganın bölgede yayılması; ABCD kanunu denilen bir yöntemle ifade edilir (8).



Şekil.5.7. Dalgaların herhangi ışının iki farklı yerdeki yayılmaları

$$\theta = \frac{\partial r}{\partial z} = r'$$

$$r_2 = 1r_1 + dr_1'$$

5-1-19

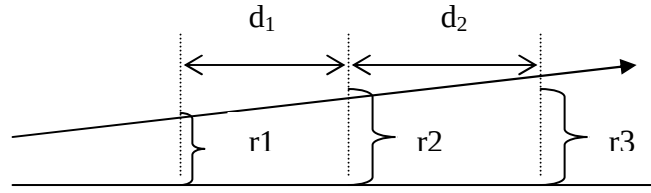
$$r_2' = 0r_1 + 1r_1'$$

Buna göre matrix şeklinde gösterirsek.

$$\begin{bmatrix} r_2 \\ r_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_1' \end{bmatrix}$$

5-1-20

şeklinde ifade edilir. Eğer ışın aşağıdaki gibi 3 ortamdan geçerse;



Şekil.5.8. Işının 3 bölgede yayılması

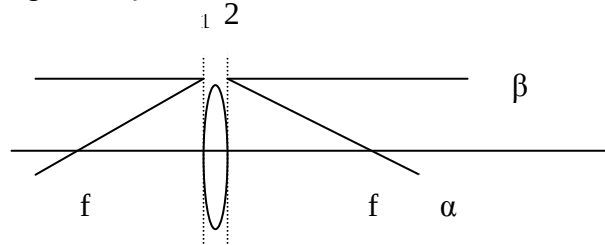
$$\begin{bmatrix} r_3 \\ r_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_2 \\ r_2' \end{bmatrix} \text{ ve } \begin{bmatrix} r_2 \\ r_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_1' \end{bmatrix} \text{ şeklinde gösterilirse, sonuç olarak;}$$

$$\begin{bmatrix} r_3 \\ r_3' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & d_1 + d_2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ r_1' \end{bmatrix} \quad 5-1-21$$

şeklinde ifade edilir. Yani daha genel biçimde;

$$\begin{bmatrix} r_{out} \\ r_{out}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{in} \\ r_{in}' \end{bmatrix} \quad 5-1-22$$

olarak gösterilir. Eğer bölgede Şekil 5.8 de gösterildiği gibi ince kenarlı bir mercek olduğunu düşünürsek;



Şekil.5.9. 2 ışının ince kenarlı mercekte kırınımı

İnce kenarlı mercek kullandığımız için, ışının çıkış durumu ile giriş durumundaki ışın birbirine eşit olacaktır. Yani \$r_2 = r_1\$, buna göre; ABCD matrix de \$A=1\$ ve \$B=0\$ şeklinde oluşur. (\$r_2 = 1r_1 + 0r_1'\$). Buna göre;

$$r_{2\alpha}' = Cr_{1\alpha} + Dr_{1\alpha}' = -\frac{r_{1\alpha}}{f} = Cr_{1\alpha} + D0 \text{ ve gösterildiği üzere } C=-1/f \text{ şeklinde}$$

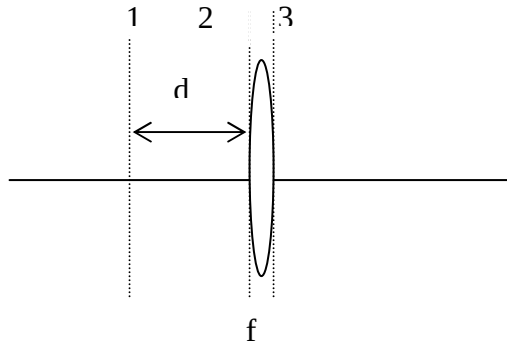
oluşacaktır. Aynı işlemleri \$\beta\$ ışını içinde yaparsak; \$\beta\$ için gelen ışının eğimi \$+1/f\$ olarak gelip eksene paralel olarak gideceğinden; \$r_2' = 0\$ olacaktır. Buna göre;

$$r_{2\beta}' = 0 = -\frac{1}{f}r_{1\beta} + Dr_{1\beta}' \quad \text{ve} \quad r_{1\beta}' = \frac{r_{1\beta}}{f} \quad 5-1-24$$

şeklinde oluşacak ve buna göre, $D=1$ olduğu görülecektir. Böylece ince kenarlı bir mercek için matrix;

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix} \quad 5-1-25$$

şeklinde oluşacaktır.

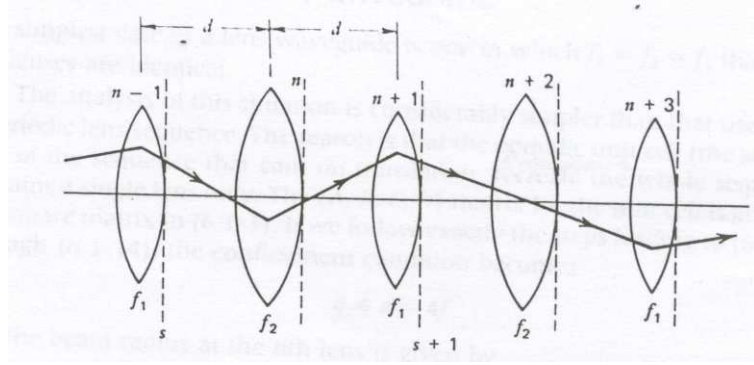


Şekil.5.10. İnce kenarlı mercek

Şekil 5.10 da gösterilen durum içinse;

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{ve buradan; } T = \begin{bmatrix} 1 & d \\ -\frac{1}{f} & 1 - \frac{d}{f} \end{bmatrix} \text{ olarak elde edilir.}$$

5. 1. 2. 1. Periyodik Dizilen Merceklerde



Şekil.5.11.Periyodik mercek sistemi.[Yariv]

şekildeki gibi mercek sisteminde ilk önce 2 tane mercek için;

$$T = \begin{bmatrix} 1 & d \\ -\frac{1}{f_1} & 1 - \frac{d}{f_1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ -\frac{1}{f_2} & 1 - \frac{d}{f_2} \end{bmatrix} \quad 5-1-26$$

olarak ifade edilir. Böylece aynı şekilde daha fazla mercek için çözümünü alıp genel bir ABCD matrix' i bulabiliriz. Şekilde gösterildiği gibi mercek düzeneğinde;

$$r_{s+1} = Ar_s + Br'_s \quad \text{veya} \quad r_s = \frac{1}{B}(r_{s+1} - Ar_s) \quad 5-1-27$$

ve

$$r'_{s+1} = \frac{1}{B}(r_{s+2} - Ar_{s+1}) = Cr_s + Dr'_s \quad 5-1-28$$

Yukarıdaki denklemde r'_s değerini yerine koyarsak;

$$\frac{1}{B}(r_{s+2} - Ar_{s+1}) = Cr_s + \frac{D}{B}(r_{s+1} - Ar_s) \quad 5-1-29$$

Şeklinde elde etmiş oluruz ve bu denklemleri daha düzenli bir biçimde;

$$r_{s+2} - 2\left(\frac{A+D}{2}\right)r_{s+1} + (AD - BC)r_s = 0 \quad 5-1-30$$

olarak göstere biliriz. $AD-BC=1$ olduğunu gözönüne aldığımızda ve bu denklemler için $r_s = r_0(e^{i\theta})^s = r_0 e^{is\theta}$ şeklinde çözüm önerirsek;

$$r_0 e^{is\theta} \left[e^{2i\theta} - 2 \left(\frac{A+D}{2} \right) e^{i\theta} + 1 \right] = 0 \quad 5-1-31$$

olarak elde edilmiş olunur. Genel durumda r_0 , sıfır olmaz. Exp, ifadede sıfır olmaz, buna göre 2. terim sıfır olmalı. Yani, buna göre yukarıdaki denklemin $\exp(i\theta)$ nın 2 tane çözümü oluşur.

$$e^{i\theta} = \frac{A+D}{2} + i \left[1 - \left(\frac{A+D}{2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad 5-1-32$$

Bu bulunan sonuca göre 2 çözümünden birisi reel, diğeri ise imjner olmaktadır. Böylece çözüm önerdiğimiz denklem;

$$r_s = r_0 e^{is\theta} + r_0^* e^{-is\theta} \text{ veya } r_s = r_{\max} \sin(s\theta + \alpha) \quad 5-1-33$$

Olarak elde edilir. Bu son denklem reel olmak zorundadır, bunun için eğer $A+D/2$ yeterince $+1$ den küçükse θ reel olur. Böylece sınır şartını da belirtmiş oluruz.

Buna göre genel stabilite şartını da ifade aşağıdaki şekilde ifade edebiliriz.

$$-1 \leq \left(\cos \theta = \frac{A+D}{2} \right) \leq 1 \quad 5-1-34$$

Bu ifadeye göre; $0 \leq g_1 g_2 \leq 1$ ve $g_{1,2} = 1 - (d/R_{1,2})$ şeklinde aynalar içinde göstermiş oluruz. Yukarıda yazdığımız denklemde;

$$\theta = \cos^{-1} \left(\frac{A+D}{2} \right), \quad \alpha = \tan^{-1} \left[\frac{a \left[1 - \left(\frac{A+D}{2} \right)^2 \right]^{1/2}}{a \left(\frac{A-D}{2} \right) + Bm} \right] \text{ şeklinde ifade edilir, a ise;}$$

$a = |r_{\max}| \sin \alpha$ şeklinde alınmıştır. ABCD matrix elemanları ise;

$$A = 1 - \frac{d}{f_1} \quad C = - \left[\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \left(1 - \frac{d}{f_1} \right) \right]$$

$$B = d \left(2 - \frac{d}{f_2} \right) \quad D = - \left[\frac{d}{f_1} - \left(1 - \frac{d}{f_1} \right) \left(1 - \frac{d}{f_2} \right) \right] \quad 5-1-35$$

olarak ifade edilirler. Stable için sınır şartı yani; ışının sınırlandığı θ reel olacak durumda r_s , salınımları $r_{\max}$ ve $-r_{\max}$ arasında olur. Buna göre;

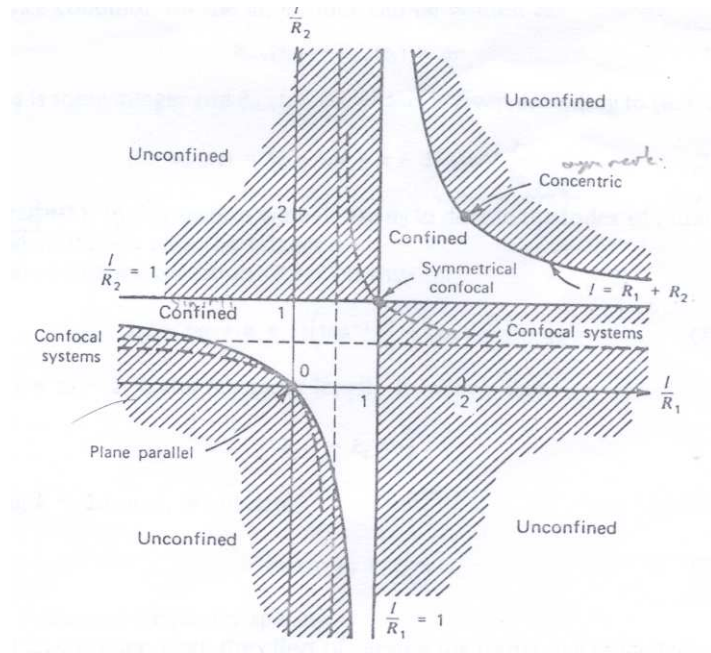
$$|b| \leq 1 \text{ için;}$$

$$-1 \leq 1 - \frac{d}{f_1} - \frac{d}{f_2} + \frac{d^2}{2f_1f_2} \leq 1 \quad 5-1-36$$

veya

$$0 \leq \left(1 - \frac{d}{2f_1} \right) \left(1 - \frac{d}{2f_2} \right) \leq 1 \quad 5-1-37$$

olarak önceden de bahsettiğimiz Kogelnik ve Li tarafından ifade edilen stable sınır şartı bulunur. Buna göre; stable seviyede enerji kaybı daha az ve unstable seviyelerde enerji kaybı daha fazla olduğunu Kogelnik ve Li birlikte ifade etmişlerdir (9), bunun için yapılan resonatörler stable şartına uygun olarak dizayn edilmesine dikkat edilmelidir.



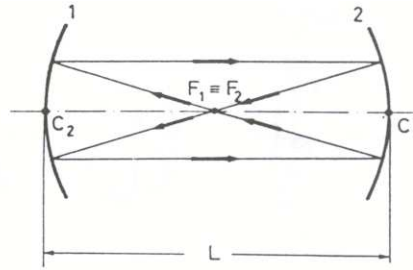
Şekil.5.12.Açık rezonatörde stable diagramı.[Yariv]

5. 1. 2. 2. Aynalarda

Quasi optik rezonatörler için, daha öncede belirttiğimiz gibi sadece düz aynalardan oluşturulması gerekmez, farklı aynaları ilk kez Connes tarafından buna uygun geometrik optik teoriyi geliştirdi (10). Aynada;

$$R_2 = R_1 + z \quad \text{ve} \quad \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{f} \quad 5-1-38$$

şeklindedir ve biz bunu eş fazlı yüzey çapı olarak ta tanımlaya biliriz.Şimdi rezonatörün iki konkav aynadan oluştuğunu farz edelim ve elektromagnetik dalganın rezonatör içinde yayılımını inceleyelim.



Şekil.5.13.Eş odaklı rezonatör.[O.Svelto]

Daha önceden merceklerde yaptığımız matrix oluşumu gibi;

$$\begin{pmatrix} r_1' \\ r_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_0' \\ r_0 \end{pmatrix} \quad 5-1-39$$

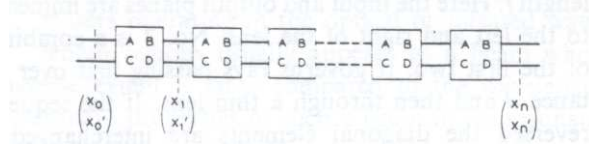
olduğu gibi. Bu şekilde gösterim bir kez gelip gitmeyi gösterir, iki kez gelip gitmede ise;

$$\begin{pmatrix} r_2' \\ r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r_1' \\ r_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} r_0' \\ r_0 \end{pmatrix} \quad 5-1-40$$

şeklinde oluştura biliriz. n kez gidip gelme için;

$$\begin{pmatrix} r_n' \\ r_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^n \begin{pmatrix} r_0' \\ r_0 \end{pmatrix} \quad 5-1-41$$

şeklinde oluşur.



Şekil.5.14. Periyodik dizilmiş sistem ve matrix gösterimi. [H.Kogelnik, T.Li]

Şekildeki mercek sistemini düşünelim ve bu mercek sistemini Sylvester tarafından ifade edilmiş olan Sylvester teoremine göre;

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}^n = \frac{1}{\sin \theta} \begin{bmatrix} A \sin n\theta - \sin(n-1)\theta & B \sin n\theta \\ C \sin n\theta & D \sin n\theta - \sin(n-1)\theta \end{bmatrix} \quad 5-1-42$$

Şeklinde n kez yansıyan ışın için matrix şeklinde de gösterildikten sonra, 2 tane aynada yansıyan ışın için;

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad 5-1-43$$

şeklinde ifade edilir. Buna göre;

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \frac{2d}{R_2} & 2d - \frac{2d^2}{R_2} \\ \frac{4d}{R_1 R_2} - \frac{2}{R_1} - \frac{2}{R_2} & 1 - \frac{2d}{R_2} - \frac{4d}{R_1} + \frac{4d}{R_1 R_2} \end{bmatrix} \quad 5-1-44$$

şeklinde ve $\cos \theta = \frac{1}{2}(A+D)$ den aynalar için;

$$\cos \theta = 1 - \frac{2d}{R_1} - \frac{2d}{R_2} + \frac{4d^2}{R_1 R_2} \quad 5-1-45$$

Şeklinde elde edilir ve bu ifade daha öncede belirttiğimiz gibi stable şartını göstermede bize yardımcı olur. n kez aynalarda yansıyan ışın için yazdığımız denklemde r_N ve buna bağlı olarak θ reel olmak zorunda idi. Eğer θ complex olursa resonator içindeki elektromagnetik dalgaların aynalardan yansıyarak resonator dışına da çıktığı anlaşılır. Böylece merceklerde genel olarak ifade ettiğimiz gibi aynalardada θ reel olması durumu için stabilite şartını aynalar içinde yukarıda ifade ettiğimiz $\cos \theta$ için ifade edilen şekilde gösteririz.

$-1 \leq \cos \theta \leq 1$ buna göre;

$$0 \leq 1 - \frac{d}{R_1} - \frac{d}{R_2} + \frac{d^2}{R_1 R_2} \leq 1 \quad 5-1-46$$

olarak elde edilmiş oluruz. Stabilite şartı genellikle daha öncede ifade ettiğimiz gibi $0 \leq g_1 g_2 \leq 1$, $g_{1,2} = 1 - (d/R_{1,2})$ şeklinde ifade edilebilir ve yukarıdada belirttiğimiz gibi $\cos \theta = \frac{1}{2}(A + D)$ ve $-1 \leq \frac{1}{2}(A + D) \leq 1$ stable şartını verir (9).

Standart olarak $a_1 = a_2$, $R_1 = R_2 = R$ ve aynalar arasındaki uzaklık R olarak alınır ve bu çeşit resonatörlere eş odaklı rezonatör denilir. Eş odaklı rezonatörün Fresnel numarası $N = \frac{a^2}{d\lambda}$ olarak bulunur. Hemen hemen eş odaklı rezonatör için enerji kaybı daha yüksektir ve Fresnel numarası $N = \frac{a_1 a_2}{d\lambda}$ olarak alınır (5).

5. 1. 3. Resonatörde Bulunan Dalgaın İkinci Dereceden Dalga Eşitliği

Maxwell denklemlerine göre;

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= 0 \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \vec{\nabla} \times \vec{H} &= \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \end{aligned} \quad 5-1-47$$

Buna göre; non magnetik bir bölgede; $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$ ve $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ olarak alabiliriz. Burada kullanılan P; elektrik dipol momentidir. Yukarıda gösterilen Maxwell denklemlerindeki rotasyonu alınmış E ifadesinin curl' u alınırsa ve vektörel eşitliğinin işlemleri yapıldıktan sonra;

$$\nabla^2 \vec{E} - \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad 5-1-48$$

olarak elde etmiş oluruz. Burada; $\frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{1}{c^2}$ olarak ifade edilir. Yukarıdaki denklemde elektrik alanın boşlukta solenoidal olarak yayıldığını dikkate alırsak, yani; $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ olduğuna göre, enine elektrik dalgalarının homojen dalga denklemini elde etmiş oluruz.

$$\nabla^2 \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad 5-1-49$$

Biz burada homojen dalga eşitliğini ele aldığımız için burada polarizasyonu sıfır olarak kabul ederiz. Buna göre yukarıdaki denklem sıfıra eşitlenmiş olur ve homojen dalga denklemini; $E(r, t) = E(r)e^{-i\omega t}$ şeklinde çözüm önerirsek, yukarıdaki dalga denklemini;

$$\nabla^2 \vec{E}(r) + k^2 \vec{E}(r) = 0 \quad \text{yani} \quad (\nabla^2 + k^2) \vec{E}(r) = 0 \quad 5-1-50$$

şeklinde Helmholtz eşitliği olarak ifade edilen eşitliği bulmuş oluruz, burada $k = \omega/c$ şeklinde kullanıldı. Burada bulduğumuz Helmholtz denklemini istersek kartezyen istersekte silindiriksel koordinatlarda çözebiliriz.

5. 1. 3. 1. Kartezyen Koordinattaki Çözümü

$\vec{E}(r) = \vec{\Psi}(x, y, z)e^{-ikr}$ veya bütün $r \neq 0$ için, $\vec{E}(r) = \frac{A}{r} e^{-ikr}$ şeklinde çözüm önerebiliriz. Bu çözüm aynı referans noktası için r uzunluğunda küresel yeri belirttiğinden küresel dalga diyede tanımlanabilir. Bu küresel dalgayı seriye açtığımızda ve $kr \approx kR + \frac{k(x^2 + y^2)}{2R}$, $x \approx 0, y \approx 0$ ve burda $z=R$ olarak alındığında $(r = \sqrt{x^2 + y^2 + R^2})$;

$$\vec{E}(r) = \frac{A}{R} e^{ikR} e^{ik(x^2 + y^2)/2R} \quad 5-1-51$$

olarak elde etmiş oluruz. $\vec{E}(r) = \vec{\Psi}(x, y, z)e^{-ikz}$ şeklinde aldığımızda dalga denklemini;

$$\nabla^2 \bar{\Psi}(r) e^{-ikz} + k^2 \bar{\Psi}(r) e^{-ikz} = 0 \quad 5-1-52$$

şeklinde ifade ederiz. Şimdi bu denklemi çözmeye çalışalım,

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \bar{\Psi} e^{-ikz} = \left(\frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial z^2} - 2ik \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial z} - k^2 \bar{\Psi} \right) e^{-ikz} \approx \left(-2ik \frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial z} - k^2 \bar{\Psi} \right) e^{-ikz} \quad 5-1-53$$

$$\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial z} \langle k | \bar{\Psi} | \rangle, \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial z^2} \langle k | \left(\frac{\partial \bar{\Psi}}{\partial z} \right) \rangle \text{ bu verilen ifadelere göre dalga denklemi;}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial}{\partial z} \right) \bar{\Psi} = 0$$

olarak elde etmiş oluruz. $\left(\frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial z^2} = 0 \right)$ olarak aldık, çünkü; z eksenine göre Ψ çok yavaş değişiyor). Buna göre dalga denklemimize,

$$\bar{\Psi}(x, y, z) = \exp \left[-i \left(P(z) + \frac{k}{2q(z)} r^2 \right) \right] \quad 5-1-54$$

şeklinde çözüm önerilmektedir. Burada $r^2 = x^2 + y^2$ olarak alınır, P(z); faz vektörü ve q(z); beam parametresi olarak ifade edilir. Bu ifadeyi dalga denkleminde yerine koyup x' e ve y' ye göre 2. z' ye görede 1. türevini aldıktan sonra;

$$-2k \left[\frac{dP}{dz} + \frac{i}{q(z)} \right] - \left[\frac{k^2}{q^2(z)} - \frac{k^2}{q^2(z)} \frac{dq}{dz} \right] r^2 = 0 \quad 5-1-55$$

şeklinde denklem elde etmiş oluruz. Bu denklemin çözümü r' nin bütün değerleri için doğru olmak zorundadır. Buna göre; $\frac{dq}{dz} = 1$ ve $\frac{dP(z)}{dz} = -\frac{i}{q(z)}$ bu eşitliklere göre çözümü; $q(z) = q_0 + z$ ve $P(z) = -i[\ln(z + q_0)] + (\theta + i \ln q_0)$, olarak elde edilir. q kompleks değerleride alabilir. Buna göre; $\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - \frac{i\lambda}{\pi w^2(z)}$ şeklinde ifade edilir.

$\bar{\Psi} = e^{kr^2/2q(z)} e^{-iP(z)}$ şeklindeki ifadede ve P(z) yerine koyduğumuzda;

$$e^{ikr^2/2q(z)} = e^{ikr^2/2R(z)} e^{r^2/w^2(z)} \quad 5-1-56$$

şeklinde alınır. ($R(z) = \ln(q_0 + z) / q_0$) ve $q(z)$ için verilen ifadeyi de yerine yazdığımızda;

$$e^{-iP(z)} = \exp\left(-\ln \frac{q_0 + z}{q_0}\right) = \frac{q_0}{q_0 + z} = \frac{1}{1 + z/q_0} = \frac{1}{1 + (z/R_0) + (i\lambda z/\pi w_0^2)} \quad 5-1-57$$

şeklinde bulunmuş olunur. R_0 ve w_0 , R ve w 'nun $z = 0$ noktasındaki değerleridir.

Şimdi $z = 0$ da R_0 sonsuz olduğunu düşünürsek; $\frac{1}{q_0} = -\frac{i\lambda}{\pi w_0^2}$ şeklinde oluşur ve

$q(z) = q_0 + z$ olduğunu da dikkate alırsak; $\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{q_0 + z}$ ifadesinin sonucu olarak;

$$\frac{1}{q(z)} = -\frac{i\lambda/\pi w_0^2 + 1 + z(\lambda z/\pi_0^2)^2}{1 + (\lambda z/\pi w_0^2)^2} \quad \text{ve} \quad \frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - \frac{i\lambda}{\pi w(z)^2} \quad \text{ifadelerinden reel ve}$$

imajner kısımları ayırırsak;

$$R(z) = z + \frac{z_0^2}{z} \quad \text{ve} \quad w^2(z) = w_0^2 \left(1 + \frac{z^2}{z_0^2}\right) \quad 5-1-58$$

olarak elde etmiş oluruz. Burada tanımlanan $R(z)$; eş fazlı yüzey şekillerinin çapını, $w(z)$; bu eş fazlı yüzey şekillerinin zoy eksenine göre genliğinin şiddetini ve bu şiddetin $1/e^2$ şeklinde azaldığını ifade eder ve z_0 ise; $z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ olarak ifade edilir. Bu

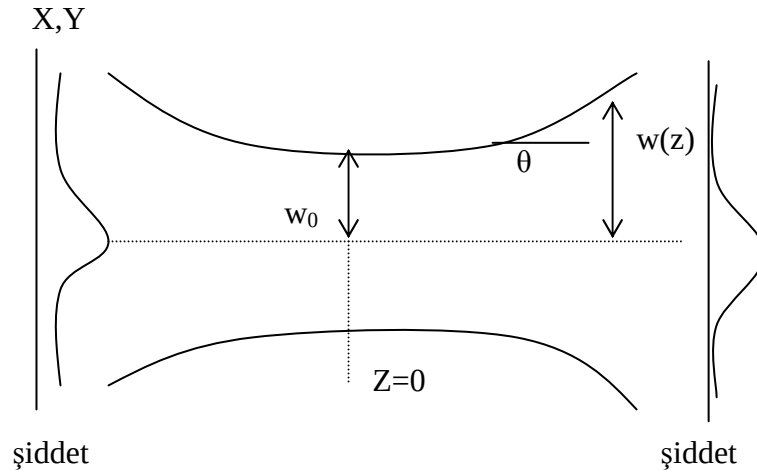
yeni parametrelere bilindiği gibi Rayleigh alanı denilir yani diğer bir biçimde $w(z)$ 'nin en küçük olduğu bölgeye denilir. Yukarıda farz ettiğimiz durumu gözden geçirdiğimizde;

$$e^{iP(z)} = \frac{1}{1 + (iz/z_0)} = \frac{1}{\sqrt{1 + (z^2/z_0^2)}} e^{i\Phi(z)} \quad 5-1-59$$

şeklinde elde edilir. Burada kullanılan Φ faz kaymasını ifade etmektedir ve $\Phi = \tan^{-1}(z/z_0)$ olarak gösterilir. Bu verilere göre;

$$\tilde{\Psi} = A \frac{e^{-i\Phi(z)}}{\sqrt{1 + (z^2/z_0^2)}} e^{ikr^2/2R(z)} e^{-ir^2/w(z)^2} \quad 5-1-60$$

olarak elde edilmiş olunur. Bu son ifade de,



Şekil.5.15. Gaussian demeti

Şekilde gösterilen ve formüllerde ifade edilen, $w(z_0) = w_0 \sqrt{2}$ ve

$\theta = \frac{w(z)}{z} \approx \frac{w_0}{z_0} = \frac{\lambda}{\pi w_0}$ olarak gösterilmektedir. Işının şiddeti ise;

$$I(x, y, z) \cong \frac{I_0}{z^2} z_0^2 e^{-2r^2 / w(z)^2} \quad 5-1-61$$

olarak elde edilir. Burda $I_0 = \frac{c\mathcal{E}_0}{2} |A|^2$ olarak alınmaktadır ve $z \gg z_0$ için,

$w(z) \approx \frac{w_0 z}{z_0} = \frac{\lambda z}{\pi w_0}$. Bu verilene göre ışının denklemi;

$$\bar{\Psi} \approx A \frac{z_0}{z} e^{-i(kz - \Phi)} e^{-ikr^2 / 2R(z)} e^{-(x^2 + y^2) / w(z)^2} \quad 5-1-62$$

olarak gösterilir. Resonans frekansı ise;

$$v_q = \frac{c}{2d} \left(q + \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2} \right) \quad 5-1-63$$

olarak ifade edilir. Burda $g_i = 1 - (d / R_i)$ şeklinde gösterilebildiğini daha öncede belirtmiştik. Gaussian demet de optik eksen boyunca; $\Phi(z) = kz - tg^{-1}(z / z_0)$ şeklinde faz kayması oluşur ve demet eksen boyunca değişmez. Bunun sonucunda ışının resonator boyunca gidip gelmesi sonucunda faz kayması pi' nin tam katları kadarlık meydana gelir. Yani;

$$\Phi(z_2) - \Phi(z_1) = k(z_2 - z_1) - \left[tg^{-1} \frac{z_2}{z_0} - tg^{-1} \frac{z_1}{z_0} \right] = q\pi \quad 5-1-64$$

şeklinde meydana gelmektedir. Bununla birlikte daha öncede belirttiğimiz gibi rezonans (mod) frekansında tanımlamış oluruz. Düz aynalar için; rezonans frekansı

$$v_q = q \frac{c}{2d} \text{ şeklinde, küresel aynalar için; } v_q \approx \frac{c}{2d} \left[q + \frac{1}{\pi} \left(\frac{d}{R_1} + \frac{d}{R_2} \right)^{1/2} \right] \text{ şeklinde}$$

ifade edilir. Bütün bunlar göz önüne alındığında z yönünde ilerleyen dalga için;

$$\Delta v = v_q - v_{q-1} = \frac{c}{2d} \quad 5-1-65$$

kadarlık frekans farkı oluşmuş olur (düz aynalar için). Şimdi daha önce bulduğumuz dalga fonksiyonunu yüksek dereceli modlardan çözmeye çalışalım.

$$\bar{\Psi} = Ag \left(\frac{x}{w(z)} \right) h \left(\frac{y}{w(z)} \right) e^{-iP(z)} e^{ik(x^2+y^2)/2q(z)} \quad 5-1-66$$

$P(z) = p(z)$ olarak aldığımızda, $g \left(\frac{x}{w(z)} \right) = h \left(\frac{y}{w(z)} \right) = 1$ olarak ifade ettiğimizde ve

daha önce belittiğimiz 2. dereceden $(\nabla^2 \Psi - 2ik \frac{\partial}{\partial z} \Psi = 0)$ denkleminin çözümü için

kullanıp, değişkenlerine ayırıp çeşitli işlemler yaptığımızda sonuç olarak;

$$\bar{\Psi} = A \frac{w_0}{w(z)} Hm \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) Hn \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right) e^{i[kz - (m+n+1)tg^{-1}(z/z_0)]} e^{ik(x^2+y^2)/2R(z)} e^{-(x^2+y^2)/w(z)^2} \quad 6-1-67$$

olarak elde etmiş oluruz. Burada, $(g \left(\frac{x}{w(z)} \right) = Hm \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right),$

$h \left(\frac{y}{w(z)} \right) = Hn \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right), \Phi = tg^{-1}(z/z_0)$) olarak hesaplanmışlardır, m, n = 0,1,2...

olarak değişen enine mod numaralarıdır. Bu yüksek dereceli Gaussian demetinin mod frekansı ise;

$$v_{qmn} = \frac{c}{2d} \left(q + \frac{1}{\pi} (m+n+1) \cos^{-1} \sqrt{g_1 g_2} \right) \quad 5-1-68$$

olarak ifade edilir. Bu Gaussian modları m ve n' nin farklı değerlerine göre farklı değerler alırlar ve bunlara enine modlar denir, q ise boyuna modları ifade etmektedirler. 5-1-67 denkleminde bulunan;

1 . exp terimi; x ve y koordinatlarına bağlı olarak genliği

2 . exp terimi; eş fazlı yüzey şekillerini

3 . exp terimi; farklı osilasyon modlarının faz farklılığı

H_m ve H_n ifadeleri Hermit polinomunu göstermektedir. Yukarıda bulduğumuz elektrik alan değerine Gaussian beam denir ve bunun açıklamasını Kogelnik ve Li (1966), Ramo (1975) ve Cullen, Nagehiram (1973) yapmışlardır (5).

Bulduğumuz 5-1-67 denklemi kartezyen koordinatlardadır. silindirik koordinatlardaysa;

$$\vec{E}_{(r,\phi,z)} = g\left(\frac{r}{w}\right) \exp\left[-i\left(P_z + \frac{k}{2q}r^2 + \ell\phi\right)\right] \quad 5-1-69$$

şeklinde dir. Burada bulunan,

$$g = \left(\sqrt{2} \frac{r}{w}\right)^\ell L_p^\ell\left(2 \frac{r^2}{w^2}\right) \quad 5-1-70$$

ve

$$iP_z = \ln\sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{w_0^2 \pi}\right)^2} - itg^{-1}\left(\frac{z\lambda}{w_0^2 \pi}\right) \quad 5-1-71$$

$$q = z + i\left(\frac{w_0^2 \pi}{\lambda}\right) \quad 5-1-72$$

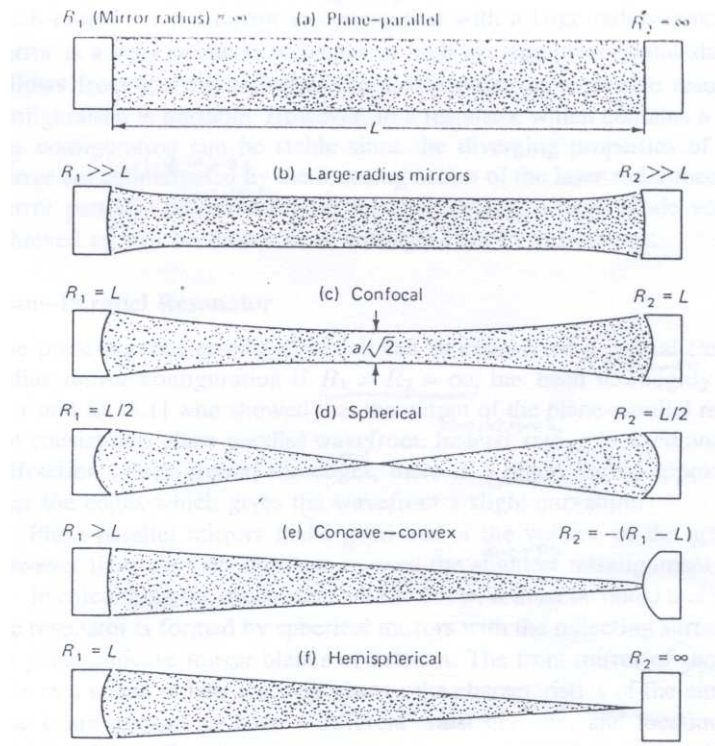
şeklinde ifade edilirler. L_p^ℓ Laguerre polinomu denir, p, ℓ açıs al mod numarasıdır(6). Silindirik koordinatlarda faz değışikliğı;

$$\phi_{(\ell,p,z)} = (2p + \ell + 1)tg^{-1}\left(\frac{z\lambda}{w_0^2 \pi}\right) \quad 5-1-73$$

şeklinde gösterilir ve $(2p + \ell + 1) = (m + n + 1)$ şeklinde bir bağıntı vardır (9).

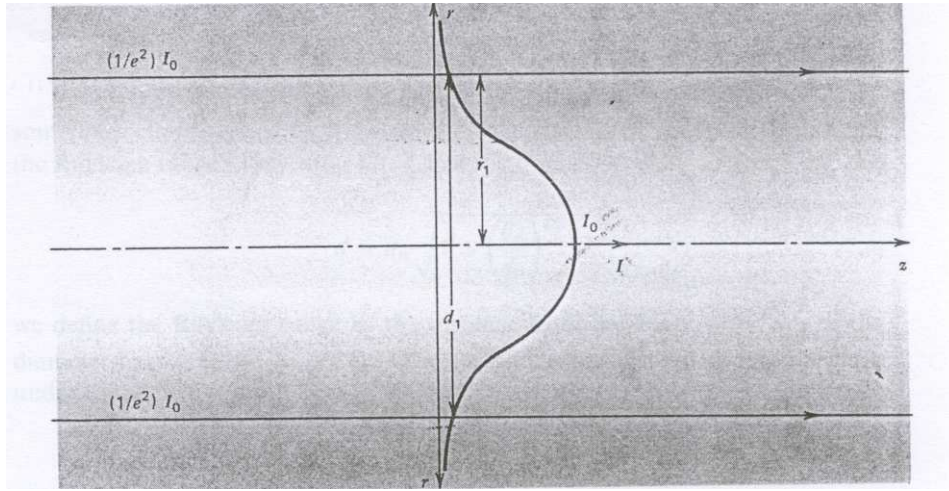
Yukarıda bahsettiğimiz silindirik koordinatlara göre 5-1-48 denklemiyle inceleme yaptığımızda buna Laguerre – Gaussian fonksiyonu, kartezyen koordinatlara göre 5-1-47 denklemiyle inceleme yaptığımızda bunaysa Hermite – Gaussian fonksiyonu denilir ve silindirik koordinatlarda ki ifadeyi Goubau ve Schverin (1961) tanımlamışlardır fakat en iyi açıklamasını Kogelnik (1966), Cullen ve Kumar (1969) da vermiştir (5).

Kartezyen koordinatlarda verilen Gaussian demedi için aynaların şekline ve uzunluğuna göre değişik şekillerde oluşur ve



Şekil.5.16.Farklı rezonatörde dalga iletimi.[W.Koechner]

Şekillerde gösterildiği gibidir. Gaussian demet için şiddet;



Şekil.6.17.Gaussian demet şiddetinin gösterimi.[D.C.O.Shea]

Şekilde gösterildiği gibidir ve değeri ise daha öncede farklı bir şekilde ifade edildiği gibi,

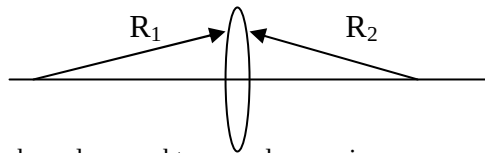
$$I_{(r)} = I_0 e^{-\frac{2r^2}{d_1^2}} \quad 5-1-74$$

veya

$$I_{(d)} = I_0 e^{-\frac{2d^2}{d_1^2}} \quad 5-1-75$$

şeklinde de gösterilir.Şimdi verilen bütün ifadeleri ayrıntılı bir biçimde elde edip açıklayalım;

$$q_f = q_i + d, \quad d = z_f - z_i \quad 5-1-76$$



Şekil.5.18. İnce kenarlı mercekten aynalara geçiş

şeklinde ifade edelim. Burada bulunan $d_0 = R_1$, $d_i = R_2$, $\frac{1}{d_0} + \frac{1}{d_i} = \frac{1}{f}$ olarak alınır.

$1/R_2 = 1/R_1 - 1/f$ olarak gösterdiğimiz de $\frac{1}{q_i} = \frac{1}{R_1} + \frac{i\lambda}{\pi w_1^2}$ ve $\frac{1}{q_f} = \frac{1}{R_2} + \frac{i\lambda}{\pi w_2^2}$ olarak

ifade ettikten sonra $w_1 = w_2$ şartını uygulayıp ve $\frac{1}{q_f} = \frac{1}{q_i} = -\frac{1}{f}$ denkleminide göz önüne aldığımızda;

$$q_f = \frac{q_i + d}{-\frac{q_i}{f} + 1 - \frac{d}{f}} \text{ veya } q_i = \frac{Aq_i + B}{Cq_i + D} \quad 5-1-77$$

olarak elde etmiş oluruz. Burda ABCD matrislerini yerine koyduğumuzda;

$$R(d) = \frac{(d/z_0)^2 + (1 - d/f)^2}{d/z_0 - (1/f)(1 - d/f)} \text{ ve } w(d)^2 = w_0^2(1 - d/f)^2 + w_0^2(d/f)^2 \quad 5-1-78$$

olarak elde edilmiş oluruz. Bunagöre; $q(z) = \frac{Aq(z) + B}{Cq(z) + D}$ olarak ifade edilebilir.

5-1-78 denkleminde göre;

$$R(z_1) = z_1 + \frac{z_0^2}{z_1} = -R_1 \text{ ve } R(z_2) = z_2 + \frac{z_0^2}{z_2} = R_2 \quad 5-1-79$$

olarak elde edilir. $z_2 - z_1 = d$ olarak aldığımızda;

$$z_1 = -\frac{d(R_2 - d)}{R_1 + R_2 - 2d} \text{ ve } z_2 = \frac{d(R_1 - d)}{R_1 + R_2 - 2d} \quad 5-1-80$$

$$z_0^2 = \frac{d(R_1 - d)(R_2 - d)(R_1 + R_2 - d)}{(R_1 + R_2 - 2d)^{1/2}} \quad 5-1-81$$

$$w_0 = \left(\frac{\lambda}{\pi}\right)^{1/2} \frac{[d(R_1 - d)(R_2 - d)(R_1 + R_2 - d)]^{1/4}}{(R_1 + R_2 - 2d)^{1/2}} \quad 5-1-82$$

$$w_1 = w_0 \left(1 + \frac{z_1^2}{z_0^2}\right)^{1/2} \text{ ve } w_2 = w_0 \left(1 + \frac{z_2^2}{z_0^2}\right)^{1/2} \quad 5-1-83$$

olarak bütün ifadeleri elde etmiş oluruz. Aynalardan birisi düz ve tam $z=0$ noktasında duruyorsa,

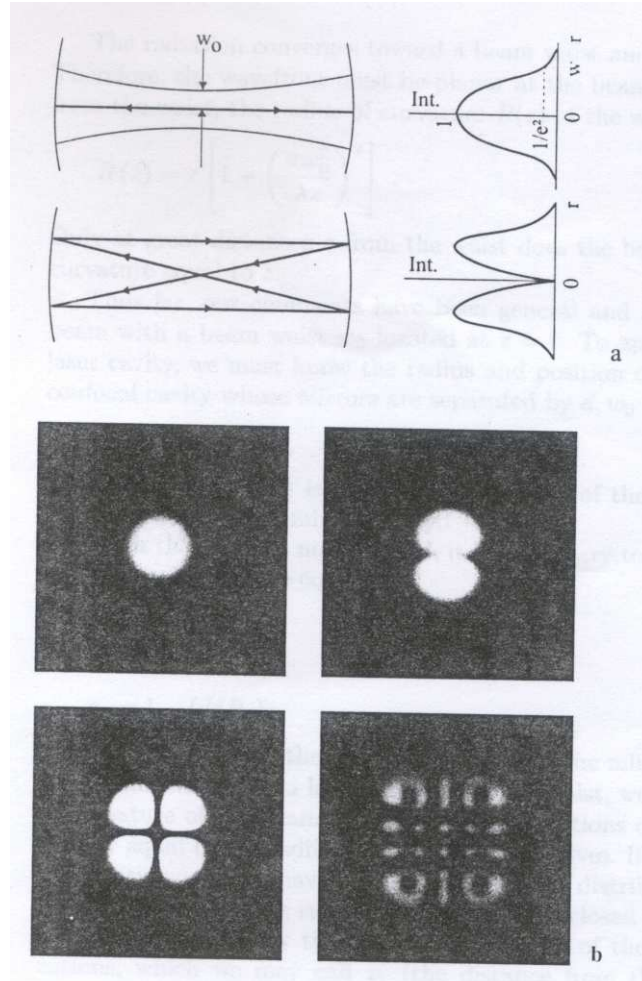
$$R(d) = R_2 = d \left[1 + \left(\frac{z_0}{d} \right)^2 \right] \quad 5-1-84$$

$$z_0 = \frac{n\pi w_0^2}{\lambda_0} = (dR_2)^{1/2} \left(1 - \frac{d}{R_2} \right)^{1/2} \quad 5-1-85$$

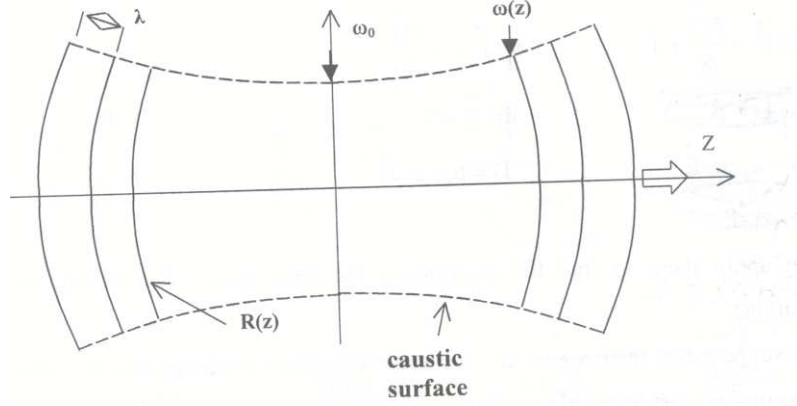
olarak alınır ve burda gösterilen n ; kırıcı indisi ifade eder. Buna göre;

$$\pi \frac{w(d)^2}{\lambda_0} = \frac{(dR_2)^{1/2}}{\left(1 - \frac{d}{R_2} \right)} \quad 5-1-86$$

olarak elde edilir. 5-1-85 denkleminde kullanılan w_0^2 ise $z = 0$ noktasında Gaussian beam genliğidir. Yani, $w(z)$ ' nin en küçük değerini aldığı yerdir.



Şekil.5.19.(a) Eş odaklı kavitede şiddet ve (b) Çeşitli mod gösterimi.[Young]



Şekil.5.20.Konkav kavitede EMW yayılımı.[S.Tarapov]

ayrıntılı olarak,

$$z_0^2 = \frac{d(R_1 - d)(R_2 - d)(R_2 - R_1 - d)}{(R_2 - R_1 - 2d)^2} \quad 5-1-87$$

olarak ta alınabilir. Örnek olarak,

$z = 0$ da $R_2 = R_1 = R$ olarak alındığında

$$z_0^2 = \frac{(2R - d)d}{4} \quad 5-1-88$$

$$w_0 = \left(\frac{z_0 \lambda}{n\pi} \right)^2 = \left(\frac{\lambda}{n\pi} \right)^2 \left(\frac{1}{2} \right)^2 \left(R - \frac{d}{2} \right)^{\frac{1}{4}} \quad 5-1-89$$

olarak alınır. Resonatördeki aynalara göre rezonatörler;

$$\begin{cases} \frac{d}{R} = 0 \Rightarrow \text{plane - paralel} \\ \frac{d}{R} = 2 \Rightarrow \text{eşşmerkezli} \\ R_1 = R_2 = d \Rightarrow \text{eşşodaklı} \\ R_1 = R_2 = \infty \Rightarrow \text{plane - paralel} \end{cases}$$

şeklinde ifade edilir. Önceki sayfalarda ifade ettiğimiz nicelikleri örnek olarak daha iyi anlaşılması için eş odaklı rezonatör için elde etmeye çalışalım.

$$R = d, \quad f = \frac{d}{2} \quad \text{ve} \quad z_0 = \frac{d}{2}$$

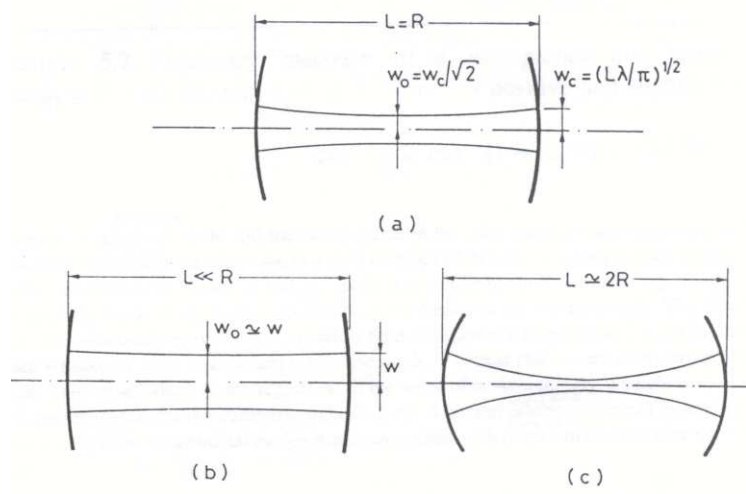
5-1-90

olmaktadır ve

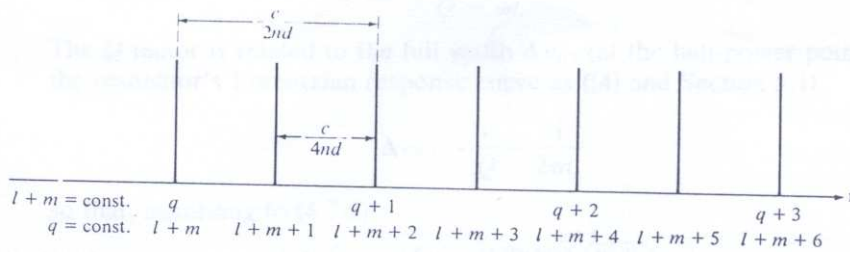
$$(w_0)_{eo} = \left(\frac{d\lambda}{2n\pi} \right)^{\frac{1}{2}}$$

5-1-91

olarak elde edilir ve $z = \frac{d}{2}$ olduğu yerde $(w_{1/2})_{eo} = \sqrt{2}(w_0)_{eo}$ olarak çıkar ve bu denklem z_0 Rayleighrange alanının olduğu bölgeyi ifade eder.



Şekil.5.21.(a) Eş odaklı (b) yaklaşık düz (c) yaklaşık eş merkezli aynalarda ışın.[O.Svelto]



Şekil.5.22. l, m, q modları için rezonans frekansı durumları.[Yariv]

Rezonatör için faz farkı ise;

$$\phi_{nm}(z) = kz - (n+m+1)tg^{-1} \frac{z}{z_0} \quad 5-1-92$$

şeklinde bir kez yansımadan sonraki durum içindir. İki kez yansıdıktan sonra ki frekans değişikliği;

$$\Delta v = \frac{c}{2nd\pi} \Delta(n+m) \left(tg^{-1} \frac{z_2}{z_0} - tg^{-1} \frac{z_1}{z_0} \right) \quad 5-1-93$$

olarak alınır. Eş odaklı için;

$$z_2 = -z_1 = z \quad R=d \quad tg^{-1} \left(\frac{z_2}{z_0} \right) = -tg^{-1} \left(\frac{z_1}{z_0} \right) = \frac{\pi}{4}$$

olarak alındığında;

$$\Delta v_{ess} = \frac{1}{2} [\Delta(n+m)] \frac{c}{2nd} \quad 5-1-64$$

olarak bulunur. Eğer $R_1, R_2 \gg d$ ise;

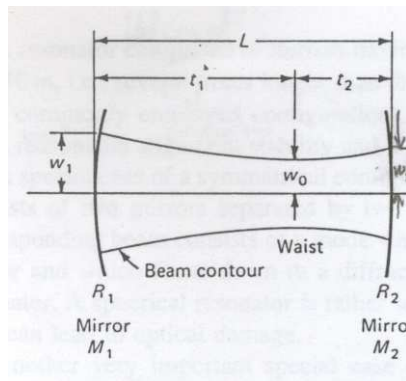
$$\Delta v \cong \frac{c}{2nz_0\pi} \Delta(n+m) \quad 5-1-95$$

şeklinde oluşur. Resonans şartı ise;

$$\frac{4d}{\lambda} = 2q + (m+n+1) \quad 5-1-96$$

olarak alınır ve bu Boyd , Gorbon tarafından ifade edilmiştir (6).

Eğer aynaların R_1 ve R_2 birbirleriyle herhangi bir şekilde bağlı değilse,



Şekil.5.23 Farklı merkezli optik yapıda ışın iletimi.[W.Koechner]

$$w_1^4 = \left(\frac{R_1 \lambda}{\pi} \right)^2 \frac{R_2 - d}{R_1 - d} \left(\frac{d}{R_1 + R_2 - d} \right) \quad 5-1-97$$

$$w_2^4 = \left(\frac{R_2 \lambda}{\pi} \right)^2 \frac{R_1 - d}{R_2 - d} \left(\frac{d}{R_1 + R_2 - d} \right) \quad 5-1-98$$

şeklinde eş fazlı yüzey şekilleri bulunur.[17] ve

$$w_0^4 = \left(\frac{\lambda}{\pi} \right)^4 \frac{d(R_1 - d)(R_2 - d)(R_1 + R_2 - d)}{(R_1 + R_2 - 2d)^2} \quad 5-1-99$$

şeklinde Gaussian demetinin en küçük yarı çapı bulunur.

$$t_1 = \frac{d(R_2 - d)}{(R_1 + R_2 - 2d)} \quad \text{ve} \quad t_2 = \frac{d(R_1 - d)}{(R_1 + R_2 - 2d)} \quad 5-1-100$$

şeklinde de w_0 ' a olan uzaklıkları bulunur. Resonans şartı ise;

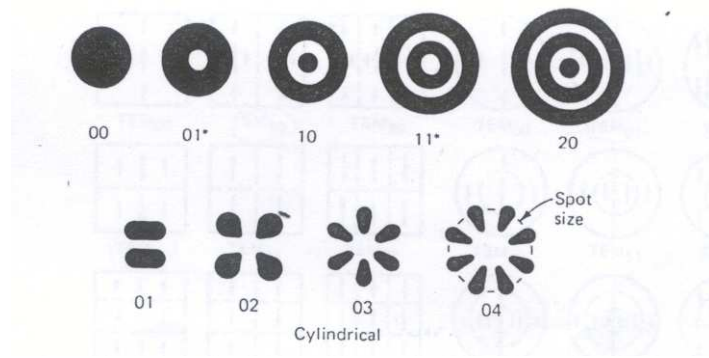
$$\frac{v}{v_0} = (q+1) + \frac{1}{\pi} (m+n+1) \arccos \sqrt{\left(1 - \frac{d}{R_1}\right) \left(1 - \frac{d}{R_2}\right)} \quad 5-1-101$$

şeklinde ifade edilir ve burada bulunan $v_0 = \frac{c}{2d}$ şeklinde gösterilmektedir (9).

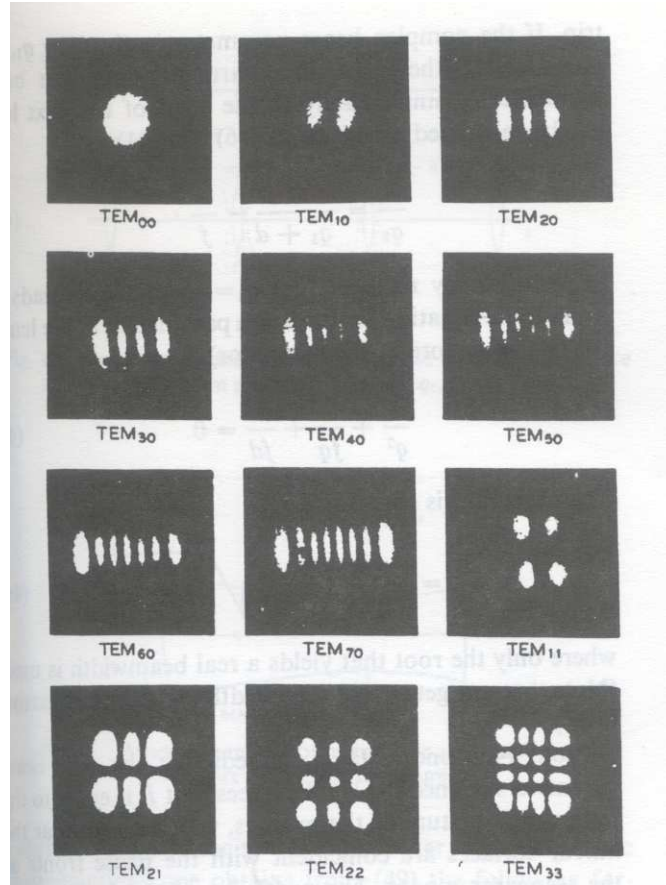
5. 2. Modlar

Resonatördeki modlar Gaussian demeti tarafından gösterilen ve formülde m,n ve q değerlerine göre değişir (9).

Oyuk boyunca veya z eksenine boyunca oluşan durağan dalgalara karşılık gelen boyuna veya eksensel kip titreşimine ek olarak enine kipte oluşur. Alan hemen hemen z eksenine dik olduğu için bunlar TEM_{mnq} kipleri olarak bilinirler. m ve n indisleri çıkan elektromagnetik dalgaların dik olan x ve y doğrultusundaki enine düğüm çizgilerini gösteren tam sayılardır, q; boyuna kip sayısını göstermektedir ve modlar tam olarak (m+1)(n+1) tane oluşmaktadır (41).



Şekil.5.24 Silindiriksel koor. mod gösterimi.[W.Koechner]



Şekil.5.25. Kartezyen koor. mod gösterimi.[H.Kogelnik, T.Li]

TEM_{mnq} kartezyen ve $TEM_{p/q}$ silindirik koordinat sistemine göre yayılan elektromagnetik dalgalarda modlarını gösterir ve şekil 5-23, 24 de gösterildiği gibi oluşmaktadır.

5. 2. 1. Stable Durumda Bulunan Resonatorde Mod Hacmi

Daha öncede belirttiğimiz gibi resonatordeki Gaussian demeti genliğinin en küçük olduğu bölge,

$$\frac{\pi w_0^2}{\lambda_0} = (dR_2)^{1/2} \left(1 - \frac{d}{R_2}\right)^{1/2} \quad 5-2-1$$

şeklinde ifade edilirdi(aynalardan bir tanesi düz ve z=0 noktasında). Kavite içindeki modun hacmini ifade etmeye çalışalım.

$$E_0^2 V = \int_0^d \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |E(x, y, z)|^2 dx dy dz \quad 5-2-2$$

buna göre değerleri integral içinde yerine koyarsak,

$$E_0^2 V_{mn} = E_0^2 \int_0^d \frac{w_0^2}{w(z)^2} dz \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_m^2 \left(\sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \right) e^{-2x^2 / w(z)^2} H_n^2 \left(\sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \right) e^{-2y^2 / w(z)^2} dy dz \quad 5-2-3$$

şeklinde elde ederiz. Bu integrali almak için değişken değişimini;

$$u = \sqrt{2} \frac{x}{w(z)} \quad \text{veya} \quad u = \sqrt{2} \frac{y}{w(z)} \quad 5-2-4$$

şeklinde yaparsak, buna göre;

$$V_{mn} = \int_0^d \frac{w_0^2}{2} dz \int \int \left[H_m^2(u) e^{-u^2} du \right] \left[H_n^2(u) e^{-u^2} du \right] \quad 5-2-5$$

şeklinde alabiliriz. Şimdi, $\int_{-\infty}^0 e^{-u^2} H_m^2(u) du = 2^n n! \pi^{1/2}$ olduğuna göre, böylece mod hacmi;

$$V_{mn} = \frac{\pi w_0^2}{2} d (m! n! 2^{m+n}) \quad 5-2-6$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklemde 1. terim yaklaşık olarak $\arccos(\pi w_0^2/2) \times (d)$ ve 2. terim ise, yüksek dereceli modu ifade eder. Daha öncede belirttiğimiz gibi resonatorde dalga'nın ayna boyunca gidip gelmesindeki faz kayması, $2\phi = 2kd = q\pi$

olarak ifade edilmişti. Buna göre resonans dalgaboyu $2kd = \frac{2\omega dn}{c} = \frac{2\pi 2d}{\lambda} = q\pi$

veya $d = q \frac{\pi}{\lambda}$ olarak alınır. Burada kullanılan $\lambda = \lambda_0 / n$ dir. Böylece q; $q = \frac{nd}{\lambda_0 / 2}$

olarak bulunur. Bu açıklamalar ışığında resonans frekansı; $\nu_q = q \frac{c}{2nd}$ olarak bulunur. Böylece q ve q+1. resonans durumu için frekans farklılığı, $\nu_{q+1} - \nu_q = c / 2nd$ olarak tekrar ifade ederiz.

5. 2. 2. Hermite-Gaussian Resonans Modları

Rezonatör boyunca faz değişikliği 2π ' nin katları kadar olduğunu ifade etmiştik, fakat Hermite-Gaussian modları için faz $\omega n/c$ değildir ve daha karışıktır. TEM_{mn} modlu dalga için $z=0$ da;

$$\phi(0 \rightarrow d) = kd - (1 + m + n)tg^{-1}(d / z_0) \quad 5-2-7$$

şeklinde ifade edilir. Böylece; $kd - (1 + m + n)tg^{-1}(d / z_0) = q\pi$ şeklinde alınır (aynalarından biri düz). Z_0 değerini denklemde yerine koyarsak TEM_{mnq} modu için resonans frekansını,

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2nd} \left[q + 1 \frac{1 + m + n}{\pi} \cos^{-1} \left(1 - \frac{d}{R_2} \right)^{1/2} \right] \quad 5-2-8$$

şeklinde elde edilir. Eğer aynaların her ikisinde konkav olursa,

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{2nd} \left[q + 1 \frac{1 + m + n}{\pi} \cos^{-1} (g_1 g_2)^{1/2} \right] \quad 5-2-9$$

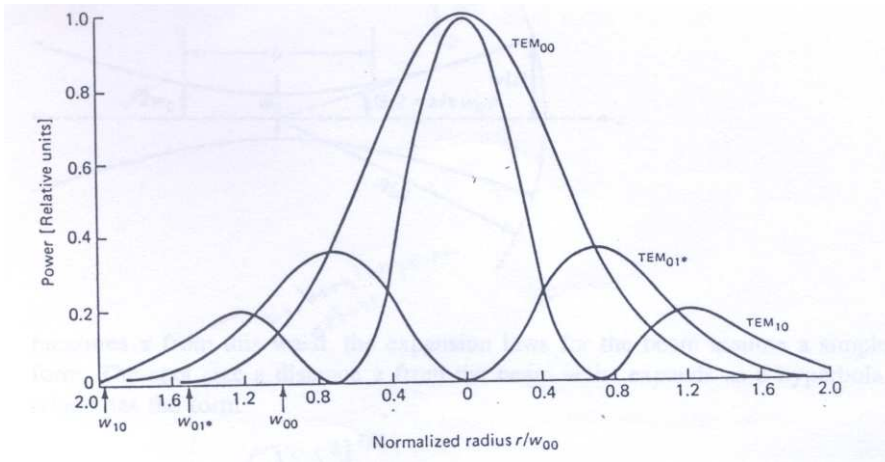
olarak alınır.

Eş odaklı Fabry – Perot tipi resonatörlerin açık yapıdaki modları Boyd, Gordon, Fox, ve Li tarafından ispatlanmıştır (6). Temel mod $00q$ dan $01q$, $02q$ şeklinde gidildikçe şiddeti azalır bunun için genelde $00q$ modu kullanılır. Bunun kullanılma nedenleri: ışının dik kesiti üzerindeki akı yoğunluğu ideal bir Gaussien dir. Işının dik kesitindeki elektrik alan içinde diğer kiplerdeki gibi hiçbir faz kayması yoktur ve bu

nedenle tam olarak konumsal faz uyumludur. Işın demetinin açısal sapması en küçüktür ve ışın demeti çok küçük bir nokta şeklinde odaklanabilir ve şiddeti daha öncede gösterildiği üzere,

$$I_{(r)} = I_0 e^{-\frac{2r^2}{w^2}} \quad 5-2-10$$

şeklinde azalır.



Şekil.5.26.TE₀₀,TE₀₁,TE₁₀, modları için şiddetler.[W.Koechner]

Şimdi bu açıklamalar sonucunda Q faktörünü belirleyelim.

$Q = \omega$ sistemde depo edilen enerji / bir periyotta harcanan enerji

TEM dalgası için aynaların arasında kalan elektrik alan;

$$\vec{E}_{(z,t)} = \vec{E} \sin \omega t \sin kz \quad 5-2-11$$

şeklinde dağılır. Ortamda depo edilen enerji;

$$\bar{\epsilon}_{elek} = \frac{A\epsilon}{2T} \int_0^T \int_0^d |E_{(z,t)}|^2 dz dt \quad 5-2-12$$

şeklinde ifade edilir. Burda A; rezonatörün alanıdır, $T = \frac{2\pi}{\omega}$ şeklinde periyottur. 5-

2-11 ve 5-2-12 denklemlerini kullanıp çeşitli işlemler yapıldıktan sonra, [14]

$$Q = w \frac{E^2 V \epsilon}{4P} \quad 5-2-13$$

olarak bulunur. $V = d A$ olarak rezonatörün hacmini, P , kaybolan gücü ifade etmektedirler. Enerji kaybı genellikle, kırınım, absorption, dalga dağılımından ve diğer etkilerden dolayı meydana gelmektedir. Kaybolan enerjiyi kısaca yazacak olursak.

$$P = -\frac{\partial \epsilon}{\partial t} \quad 5-2-14$$

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = -\frac{\epsilon}{t_c} \quad \text{ve} \quad \epsilon_{(t)} = \epsilon_{(0)} \exp\left(-\frac{t}{t_c}\right) = \epsilon_{(0)} \exp\left(-\frac{wt}{Q}\right) \quad \text{şeklinde tanımlanırlar ve}$$

Q direk olarak yazacak olursak, [14]

$$Q = wt_c \quad 5-2-15$$

$$t_c = \frac{n}{c \left[\alpha - \left(\frac{1}{d} \right) \ln \sqrt{R_1 R_2} \right]} \cong \frac{nd}{c \left[\alpha d + \left(1 + \sqrt{R_1 R_2} \right) \right]} \quad 5-2-16$$

olarak ifade edilir. Burada t_c , elektromagnetik dalganın bölge içinde yaşam zamanını, α , kırınımdaki enerji kaybı sabitini, n , yansıma sayısını ifade eder.

Q faktörü kısaca;

$$Q = \frac{\nu}{\Delta \nu_{1/2}} \quad 5-2-17$$

olarak alınabilinirdi. Buna göre burada t_c ,

$$t_c = \frac{1}{2\pi \Delta \nu_{1/2}} \quad 5-1-18$$

olarak hesaplanılır. Resonatörün Lorentzian eğrisi,

$$\Delta \nu_{1/2} = \frac{\nu}{Q} = \frac{1}{2\pi t_c} \quad 5-2-19$$

olarak bulunur. 5-2-18 denklemini 5-2-19 denkleminde yazarsak,

$$\Delta v_{1/2} = \frac{c \left[\alpha - \left(\frac{1}{d} \right) \ln \sqrt{R_1 R_2} \right]}{2n\pi} \quad 5-2-20$$

ifade edile bilinir.

Açık kaviteler de enerji kayıpları üç şekilde meydana gelir:

- a) Kusursuz yansıtıcıların olmaması nedeniyle dalgaların saçılması.
- b) Aynalardaki ısınma ve aynada bulunan delikten dolayı meydana gelen enerji kayıpları.
- c) Kırınımdan dolayı meydana gelen kayıplar.

5. 3. Rezonatörde Meydana Gelen Kayıplar

Resonansta ve resonansta olmayan durum için elektrik alan,

$$\frac{\vec{E}_{res}^+}{\vec{E}_{antres}^+} = \frac{1 + (R_1 R_2)^{1/2}}{1 - (R_1 R_2)^{1/2}} \quad 5-3-1$$

şeklinde ifade edilir. Frekans;

$$v_{\mp} = q \left(\frac{c}{2nd} \right) \mp \left(\frac{c}{2nd} \right) \frac{1 - (R_1 R_2)^{1/2}}{2\pi (R_1 R_2)^{1/4}} \quad 5-3-2$$

şeklinde alındıktan sonra;

$$\Delta v_{1/2} = v_+ - v_- = \frac{c}{2nd} \frac{1 - (R_1 R_2)^{1/2}}{\pi (R_1 R_2)^{1/4}} \quad 5-3-3$$

olarak elde edilir. Buna göre Q ;

$$Q = \frac{q(c/2nd)}{\Delta v_{1/2}} = \frac{2\pi nd}{\lambda_0} \frac{(R_1 R_2)^{1/4}}{1 - (R_1 R_2)^{1/2}} \quad 5-3-4$$

olarak ifade edilir. Burda; $q = \frac{nd}{\lambda_0 / 2}$ olarak gösterilir. Yaşam zamanı $tp = \frac{2nd / c}{1 - R_1 R_2} =$

gidiş geliş süresi / gidiş gelişte meydana gelen kayıplar olarak ifade ettikten sonra,

$$Q = 2\pi v_0 \frac{2nd}{1 - R_1 R_2} = \frac{4\pi nd}{\lambda_0} \frac{1}{1 - R_1 R_2} \quad 5-3-5$$

olarak elde edilir.

5. 3. 1. Kırınımdan Dolayı Meydana Gelen Kayıplar

Bunun için Hugen prensipine kısaca bakmamız gerekir. Huygen prensibine göre, dalga üzerindeki her noktayı bir nokta kaynak olarak alabileceğimizi belirtmektedir (küresel dalga için). Biz de Gaussian demeti için bu durumu düşünecek olursak, düzlemsel dalgayı elektromagnetik alanda kutuplanmasını ihmal edebiliriz.

$$\Delta E(x, y, z) = -\frac{i}{\lambda} e^{ikr} E(x', y', 0) \quad 5-3-6$$

şeklinde her iki ayna için elektrik alanı belirtebiliriz. Burda $r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2 + z^2}$ şeklinde alındı. Huygen küresel dalgalar iç elektrik alan,

$$\Delta E \approx -\frac{i}{\lambda z} e^{ikz} e^{ik[(x-x')^2 + (y-y')^2]/2z} E' \Delta a' \quad 5-3-7$$

şeklinde ifade edilir. Burada $\Delta a' = dx dy$ dir. Bu denklemi Fresnell yaklaşımına göre çözersek elektrik alan;

$$E \approx -\frac{e^{ikz}}{\lambda z} \iint E(x', y', 0) e^{ik[(x-x')^2 + (y-y')^2]/2z} dx' dy' \quad 5-3-8$$

olarak gösterilebilir. Bu denklemi çok önemli özel durum olarak Frounhofer kırınımı olarak ifade etmeye çalışırsak, yani, $z \gg k(x'^2 + y'^2)$ ve $e^{ik(x'^2 + y'^2)/2z} \approx 1$ olarak alırsak,

$$E \approx -\frac{e^{ikz}}{\lambda z} e^{ik(x^2 + y^2)/2z} \iint E(x', y', 0) e^{-ik[(xx') + (yy')]/2z} dx' dy' \quad 5-3-9$$

olarak elde edilir ve buna Frounhofer integrali denilir. Burda, Fresnell kırınımındaki ilk exp terimi seriye açtığımızda Fresnell için ifade edilen yaklaşım

$z^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda} \left[(x-x')^2 + (y-y')^2 \right]_{\max}^2$ ve diğer taraftan Frounhofer kırınımı için seriye açtığımızda $z \gg (x'^2 + y'^2)_{\max}$ olarak yaklaşımı ifade etmiş oluruz.

5. 3. 2. Deliklerden Dolayı Meydana Gelen Kırınım

Burada Fraunhofer kırınım formülünü yuvarlak bir delik (hole) için meydana gelen kayıpları bulmaya çalışalım. Bu deliğin çapını $D = 2a$ ve resonatörde monochromatic düzlemsel dalga olduğunu farz edeceğiz ve bu dalga delik üzerinde, $E(x', y', 0) = E_0 = 0$ olarak alacağız. Diğer bölgelerde E_0 olarak ifade edeceğiz. Buna göre;

$$\iint E(x'y'0) e^{-ik(xx'+yy')/z} dx'dy' = E_0 \iint e^{-ik(xx'+yy')/z} dx'dy' \quad 5-3-10$$

olarak gösterilir ve kartezyen koordinatlardan silindiriksel koordinatlara geçerse;

$$\iint_{\text{aperture}} e^{-ik(xx'+yy')/z} dx'dy' = 2\pi \int_0^a J_0\left(\frac{kr r'}{z}\right) r' dr' \quad 5-3-11$$

olarak 0. dereceden 1. çeşit Bessel fonksiyonu şeklinde ifade etmiş oluruz.

$\int_0^a J_0\left(\frac{kr r'}{z}\right) r' dr' = \frac{a^2}{2} \frac{2J_1(kar/z)}{kar/z}$ şeklinde 1. dereceden 1. çeşit Bessel fonksiyonu şeklinde ifade edebileceğimizden;

$$E(r, t) = \left(-ie^{ikz} e^{ikr^2/2z} \right) \frac{\pi a^2}{\lambda z} E_0 \frac{2J_1(kar/z)}{(kar/z)} \quad 5-3-12$$

şeklinde ifade etmiş oluruz. dalga vektörü için her yerde $2\pi/\lambda$ olarak aldığımızda bu dağılımın kaybı için şiddeti;

$$I(r, z) = I_0 \left(\frac{\pi a^2}{\lambda z} \right)^2 \frac{[2J_1(2\pi ar/\lambda z)]^2}{(2\pi ar/\lambda z)^2} \quad 5-3-13$$

şeklinde ifade etmiş oluruz. I_0 , gelen düzlemsel dalganın şiddeti olarak ifade edilir ve

$I(0, z) = (\pi a^2 / \lambda z)^2 I_0$ şeklinde ifade ettikten sonra,

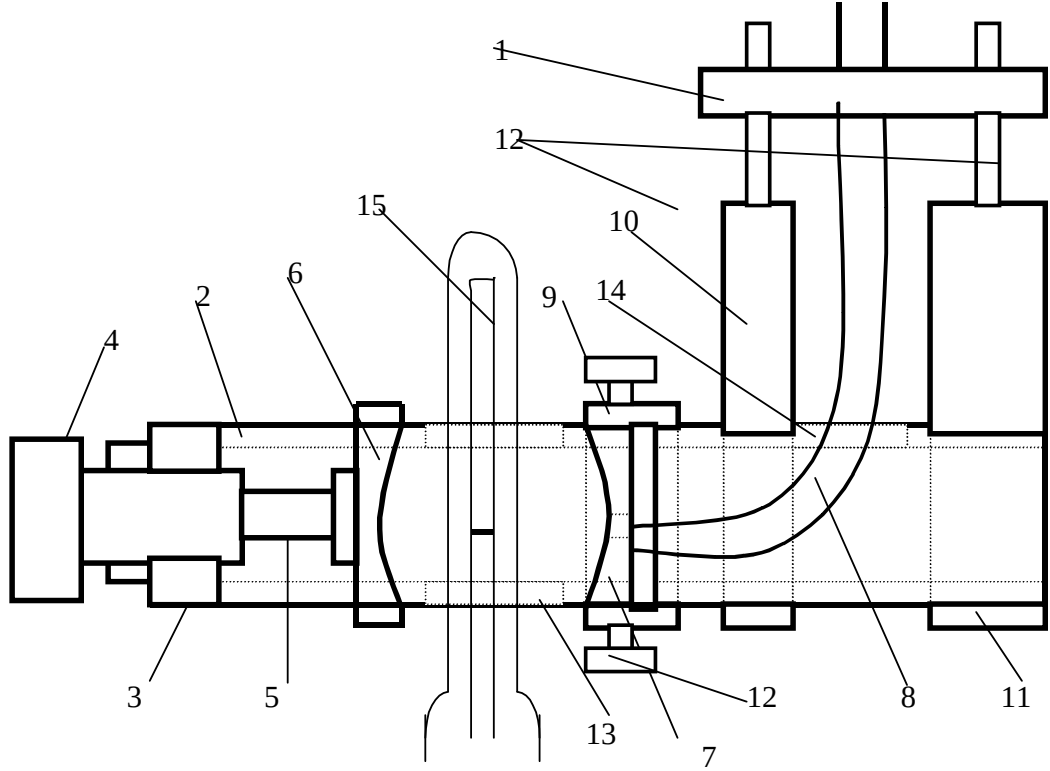
$$I(r, z) = I(0, z) \frac{[2J_1(2\pi ar / \lambda z)]^2}{(2\pi ar / \lambda z)^2}$$

5-3-14

olarak gösterilir ve bu denklem Airy denklemi olarakta ifade edilir.

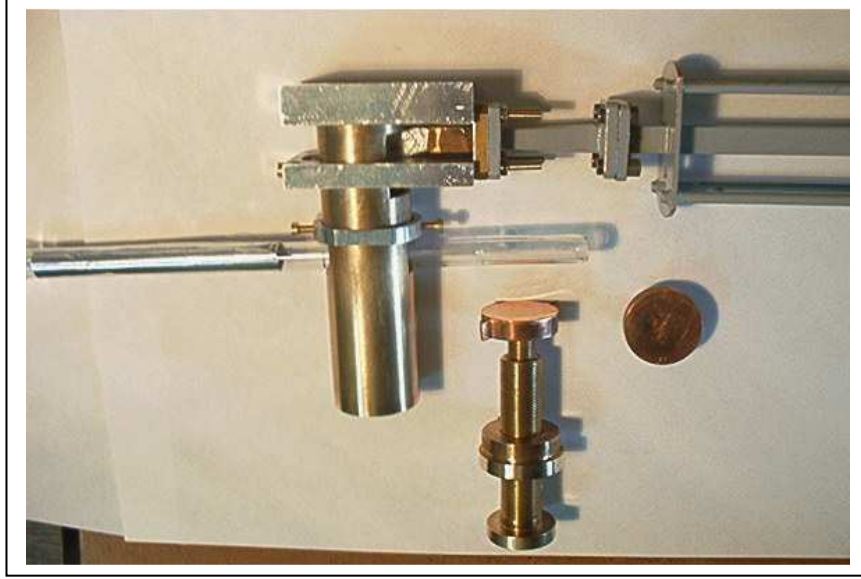
6. QUASI OPTİK REZONATÖRÜN YAPISI

Yapılan optik rezonatör Q bandı ve düşük sıcaklıktada kullanılabilinmesi için dizayn edilmiş olup ve rezonatörün yapısı aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



Şekil.6.1.Open rezonatorün dizaynı.

Rezonator; silindir (2), kapak (3), tuning vidaları (4,5); aynalar (6,7), dalga klavuz (8), tutucular (9,10,11), dalga klavuz ile rezonatör arasındaki elektromagnetik dalgayı ileten mikrodalga iletim yolu (1); vidalar (12), dalga klavuzun ve kryostatın silindir içine girebilmesi için açılan pencereler (13,14), olarak dizayn edilmiştir ve son olarakta kryostat (15) gösterilmiştir.



Şekil.6.2.Open rezonatorün gösterimi.



Şekil.6.3.Aynalar.

Optik rezonatörün Q faktörü genel olarak, kullanılacak aynaların parametrelerine çok bağlıdır. Bu tasarımda şekildedeki gösterildiği gibi genel olarak kavite silindirik şeklindedir, bunun nedeni ise;

- a) Silindirik tasarımda elektromagnetik dalgaları aynı eksen boyunca ilerlemesini sağlamak kolaydır.

b) Kavite içinde monte edilmiş aynaların aynı hizada tutabilmek kolaydır.

c) Aynaların aynı eksen boyunca hareket ettirilmesi ve ayarlanması kolaydır ve bunlardan dolayı elektromagnetik dalga, kavite içinde daha uzun süre kalacak ve enerji kaybı daha az olacaktır. Karşılıklı iki ayna, mikrodalga iletim yoluna bağlayan ve rezonatörü tutan tutucular ve aynalardan birini rezonatör içinde ileri geri hareket ettirecek şekildedir bu sayede rezonatör içinde mod oluşturmaya yarayan tuning vidası dizayn edilmiştir. Aynalardan biri sabit ve ortası delikli olup mikrodalga klavuzdan gelen elektromagnetik dalgaları kavite içine göndermeyi sağlar. Diğer ayna ise; yukarıda söylediğimiz gibi hareketli olup kavite içinde mod oluşturmaya yarayan tuning vidası aracılığıyla mod oluşturmak amacıyla ileri geri kayabilme özelliğine sahiptir. Aynalar farklı olarak yapılmıştır. Farklı çaplarda olmasının nedeni daha kolay mod oluşturabilmek ve yüksek hassasiyet elde etmek içindir.

Rezonatörün ve aletlerinin yapıldığı malzemeler ise; silindir, kapak, tuning vidaları bulk bronz dan; tutucular plaka halinde dural, aynalar bulk bakır ve vidalar ise bulk brass dan yapılmıştır. Malzemeler: sıcaklığa karşı ve uzun süre kullanılması için dayanıklı, ayrıca malzemenin nonferromagnetik olması gerekliliği durumu göz önüne alınarak seçilmiştir.

Rezonatörü oluşturan yapıların boyutlarına gelince; silindir çapı 26.5mm, uzunluğu 100 mm ve et kalınlığı 3.5mm dir. Aynalar farklı çaplara sahip konkav (iç bükey) şeklinde $R_{1x}=50\text{mm}$, $R_{1y}=40\text{mm}$, $R_{2x}=50\text{mm}$, $R_{2y}=50\text{mm}$, $R_{3x}=60\text{mm}$, $R_{3y}=60\text{mm}$ ve düz olarak tasarlanmıştır. Bu aynaların farklı çaplarda yapılmasının amacı daha öncede teorik olarak ifade ettiğimiz gibi farklı şiddette modlar oluşturabilmek ve daha farklı hassasiyetler içindir. (7) ile gösterilen aynalara dalga klavuzundan gelen elektromagnetik dalgaların rezonatör içine girmesine imkan verecek şekilde delik açılmıştır(düz aynanın yarığı $8 \times 0.2\text{mm}$ dir, konkav aynanın deliği ise $\lambda/2$ den küçük olacak şekilde tasarlanmıştır). Aynaların boyutları ise $\varnothing 26.5\text{mm}$ ve 2mm kalınlığında (7 ile gösterilen), diğer aynalar $\varnothing 26.5\text{mm}$, 7mm kalınlığında ve silindire, aynanın kavite içinde hareket etmesi için açılan yarık ve bu yarıкта aynanın ilerleye bilmesi için bir şapka yapılmıştır. Aynalar mekanik laboratuarından yüzeyi pürüzlü çıkmıştır ve yüzeyi parlatılmıştır. (5) ile gösterilen tuning vidasının boyutları; $\varnothing 10\text{mm}$, uzunluğu 65mm ve M10 x 0.75mm olan dış

açılmıştır, (4) ile gösterilen tuning vidası ise $\varnothing 25\text{mm}$, 65mm uzunluğunda, içi boş ve içine M10 x 0.75mm, dış yüzeyine ise M15 x 1mm olan diş yapılmıştır. Burdanda anlaşılacağı gibi tuning vidalarından (4), (5) in içinde hareket edebilmektedir. Bundaki amacımız (6) ile gösterilen ayna kavite içinde hareket ettirebilmemiz içindir ve böylece kavite içinde değişik resonans modları elde etmiş olacağız. Dalga klavuzunun boyutları; dış çapı 50mm, iç çapı 32mm ve kalınlığı 3.35mm olan teflon rezonatöre uygun şekilde kesilerek yapılmıştır. Sonra bu dalga klavuzunun bütün yüzeyleri 0.06mm kalınlığında termal evaporation tekniği ile yaklaşık 5.10^5mbar da bakır kaplanmıştır.

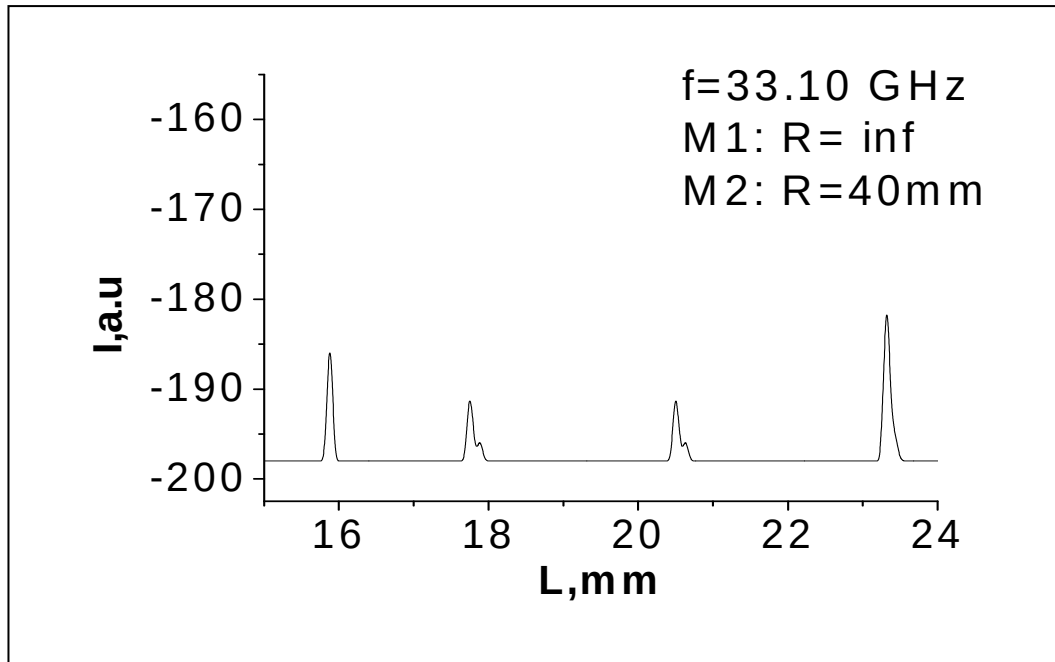
Rezonatörün işleyişi; elektromagnetik dalga (7) ile gösterilen aynanın deliğinden dalga klavuzu yardımıyla kavite içine girer, (6) ile gösterilen aynaya (5) ile gösterilen tun vidası bağlı olup (4) ile gösterilen tun vidası saat yönünde ve tersi yönünde döndürülerek (6) ile gösterilen ayna kavite içinde hareket eder. Böylece TEM_{mnq} $m,n=0,1,2,\dots$ and $q=1,2,3,\dots$ şeklinde gösterilen değişik resonans modlarını elde edebilme imkanına sahip oluruz. Teorik olarak daha önce belirttiğimiz gibi deneylerimizde en iyi şiddete sahip olan TEM_{00q} ve TEM_{00q+1} modlarını elde etmeye çalışırız. Bu modlar belirtildiği gibi yaklaşık olarak $\lambda/2$ kadarlık birbirine uzaklıkları vardır.

7. AÇIK REZONATÖRÜN DENEYSEL SONUÇLARI

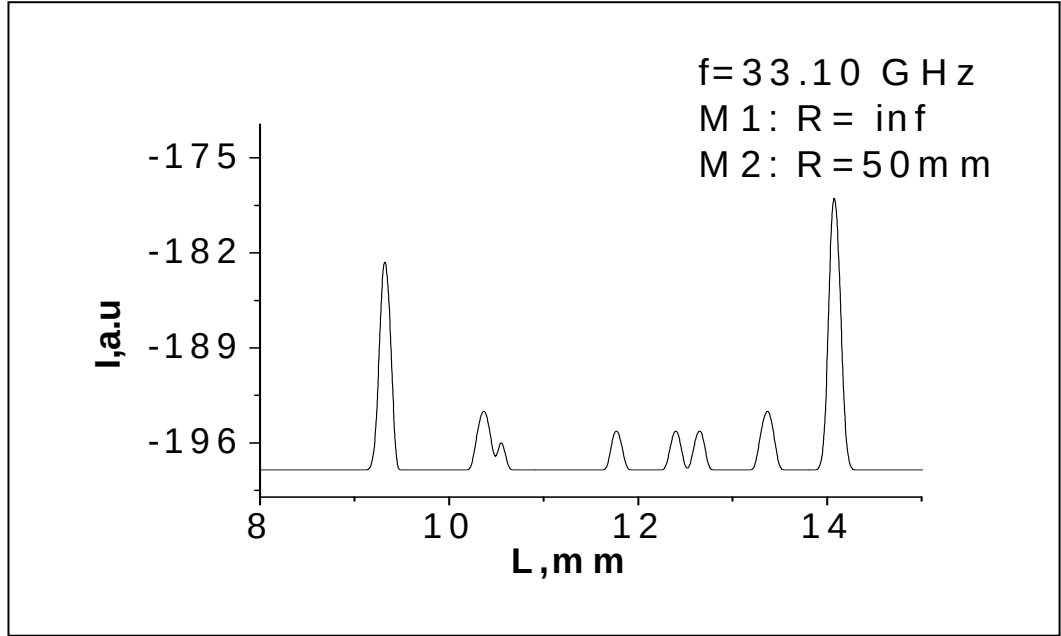
7.1. Elektro Dinamik Özellikleri

Açık rezonatörün yapılma sebepleri, yüksek duyarlılığa, yüksek frekanslı band aralıklarında kullanılma ve düşük sıcaklıklarda çalışabilme özelliğinden dolayı seçildiğini daha öncede belirtmiştik. Rezonatör için kullanılan değişik aynalar ile yaptığımız deneylerdeki elektro dinamiksel spectraların sonucunda bize; aynalar yardımıyla oluşan modların dolayısıyla rezonatörün Q faktörünü hesaplamamıza imkan sağlamıştır. Buna göre elektro dinamiksel sonuçlar ve buna bağlı olarak Q faktörü gösterilmiştir.

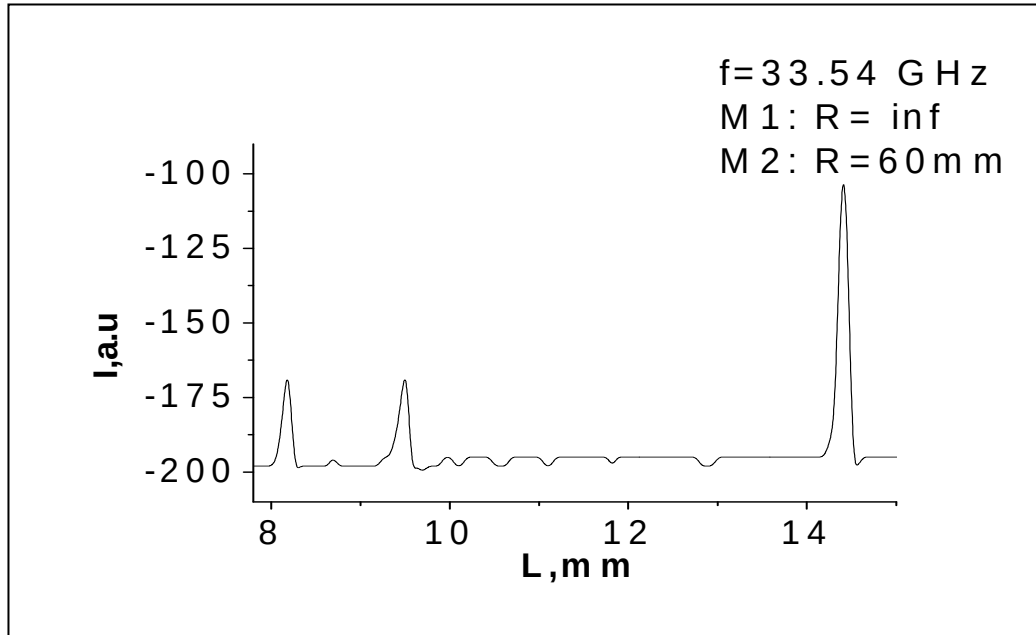
a)



b)



c)



Şekil.7.1 Rezonatördeki düz ayna için alınan elektro dinamik spectralar

- a) $M1: R = \text{inf}$ ve $M2: R = 40 \text{ mm}$
- b) $M1: R = \text{inf}$ ve $M2: R = 50 \text{ mm}$
- c) $M1: R = \text{inf}$ ve $M2: R = 60 \text{ mm}$

Şekil 7.1a); Bu deneyler için düz ayna sabitlenerek 40mm çapında olan ayna karşısına konuldu ve şekildeki resonans modları elde edildi. TEM_{00q} için quality faktörü yaklaşık olarak;

$$Q \sim 6600$$

Şekil 7.1b); Düz aynanın karşısına 50mm çaplı ayna kullanılarak yapılan deneyde TEM_{00q} için quality faktörü yaklaşık olarak;

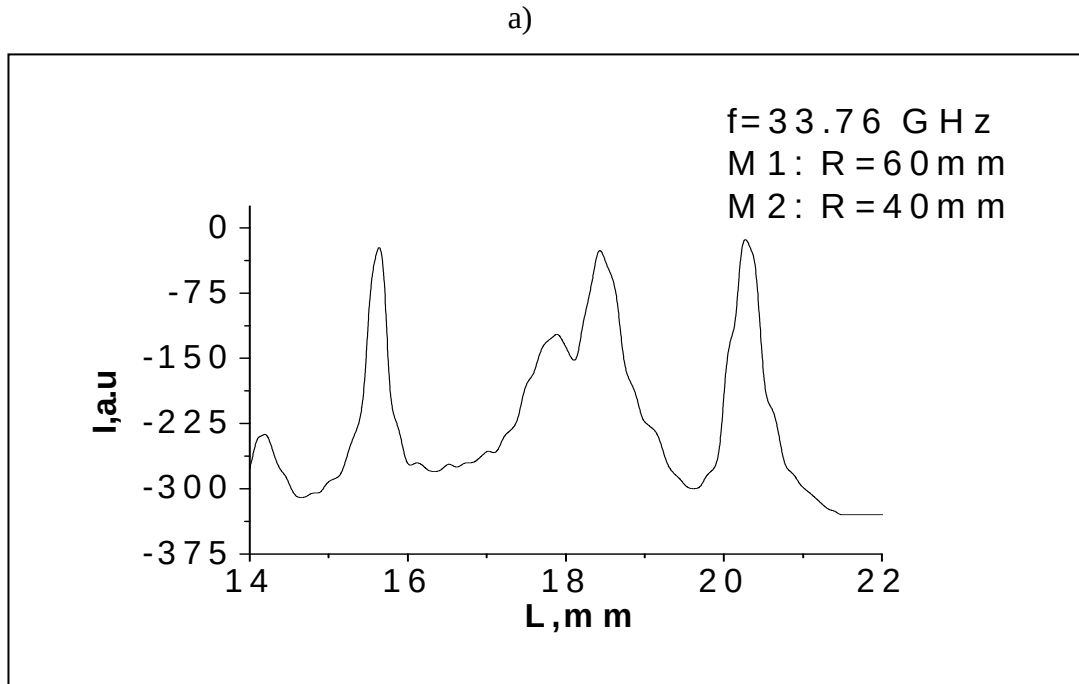
$$Q \sim 1600$$

Şekil 7.1c); Düz aynanın karşısına 60mm çaplı ayna kullanılarak yapılan deneyde ise TEM_{00q} için quality faktörü yaklaşık olarak;

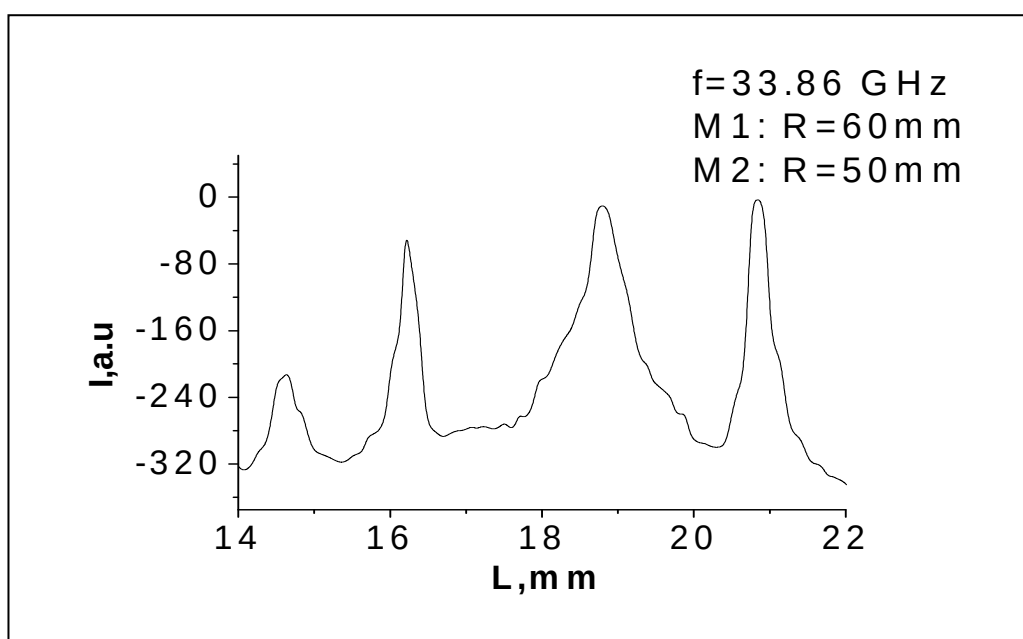
$$Q \sim 3400$$

Olarak hesaplanmıştır. Yukarıda elde ettiğimiz sonuçlara göre; aynalar arasındaki uzaklık (L) 6mm den 25mm ye kadar değişik aralıklarda resonans modları oluştuğunu gözlemliyerek ve buna bağlı olarak unload Q faktörlerini yaklaşık 1600 den 6600' e kadar değişik değerler aldığını gördük.

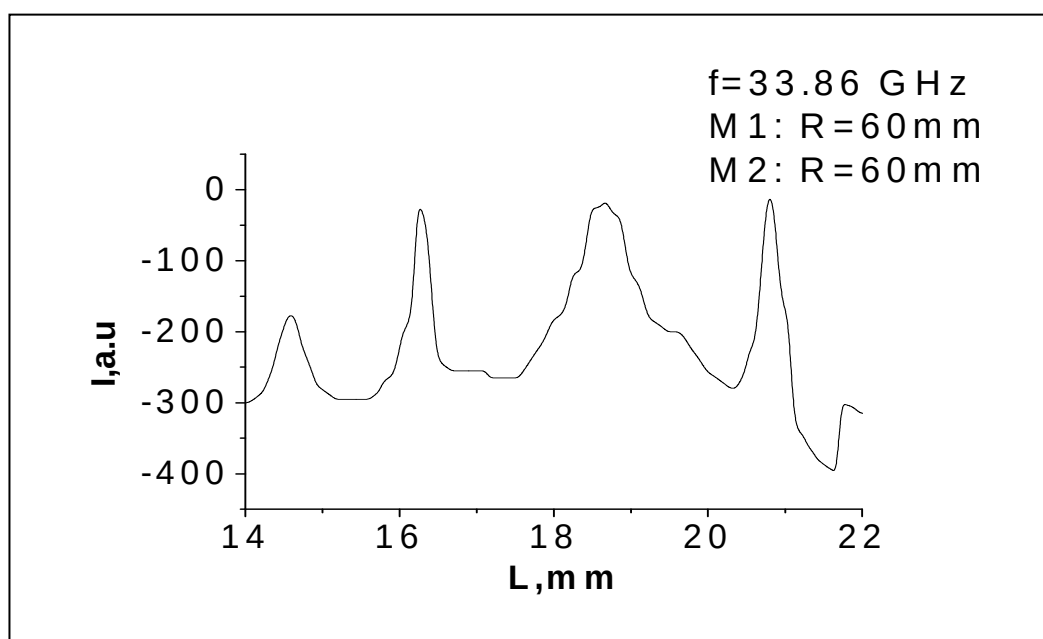
Şimdi 60mm çapında olan aynayı sabitliyerek baktığımız elektro dinamik özelliğine ve buna bağlı olarak Q faktörünü ölçmeye çalışalım.



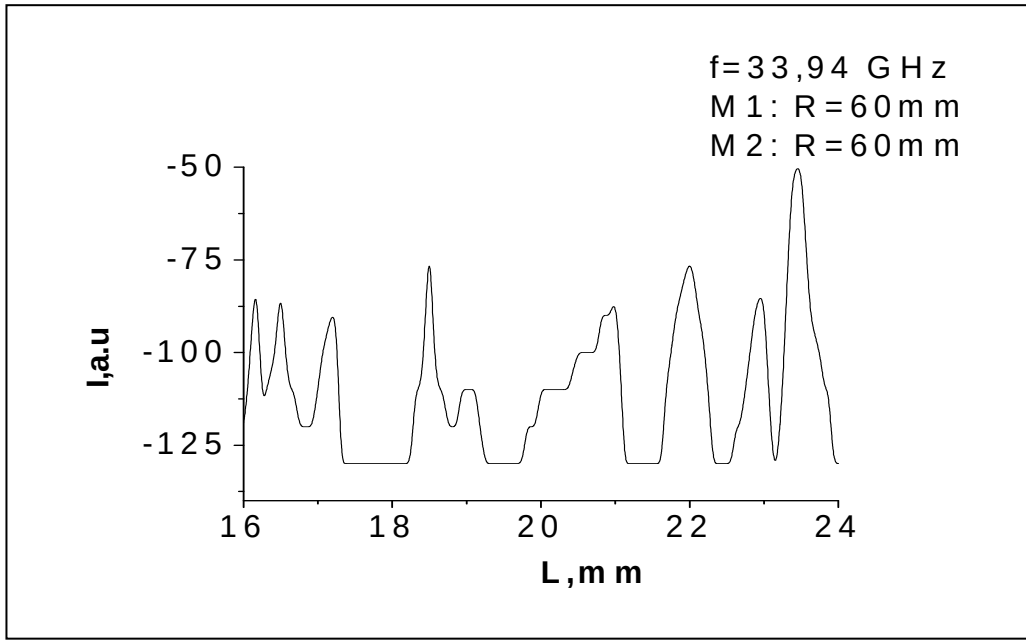
b)



c)



d)



Şekil.7.2. Küresel ayna için rezonatörün elektro dinamik spektralleri

- a) M1: R = 60mm ve M2: R = 40mm
- b) M1: R = 60mm ve M2: R = 50mm
- c) M1: R = 60mm ve M2: R = 60mm
- d) M1: R = 60mm, M2: R = 60mm ve kryostat kullanılarak.

Şekil 7.2a); Belirttiğimiz gibi deneyde sabit aynamız 60mm çapında ve elektromagnetik dalganın girebilmesi için deliği bulunan konkav ayna, karşısında ise; 40mm çapındaki ayna koyuldu ve şekildeki resonans modları elde edildi. TEM_{00q} için quality faktörü yaklaşık olarak;

$$Q \sim 2200$$

Şekil 7.2b); Aynı fix ettiğimiz aynanın karşısına 50mm çaplı ayna kullanılarak yapılan deneyde TEM_{00q} için quality faktörü yaklaşık olarak;

$$Q \sim 1700$$

Şekil 7.2c); Aynı fix ettiğimiz aynanın karşısına 60mm çaplı ayna kullanılarak yapılan deneyde TEM_{00q} için quality faktörü yaklaşık olarak;

$$Q \sim 1900$$

Şekil 7.2d); Bir önceki deney düzeneği ve fazladan kryostat kullanılarak yapılan deneyde TEM_{00q} için quality faktörü yaklaşık olarak;

$$Q \sim 2200$$

Olarak hesaplanmıştır. Yukarıda elde ettiğimiz sonuçlara göre; aynalar arasındaki uzaklık (L) 11mm den 24mm ye kadar değişik aralıklarda resonans modları

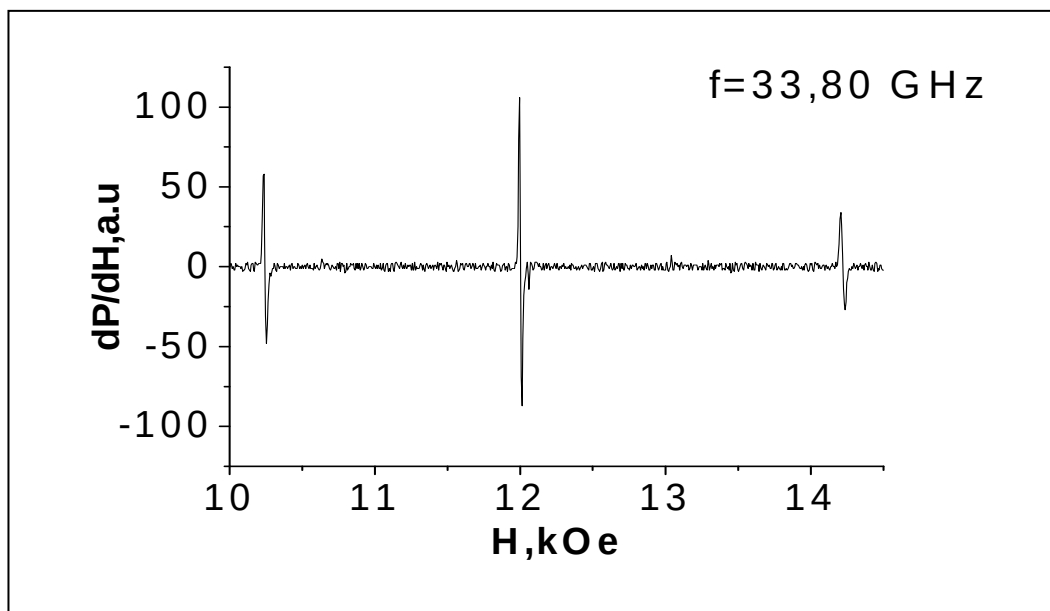
oluştüğünü gözlemliyerek ve buna bağlı olarakta unload Q faktörlerini yaklaşık 1700 dan 2200' e kadar değişik değerler aldığını gördük.

Sonuç olarak aynaların ve aynalar arasındaki mesafenin değişmesiyle farklı şiddetteki rezonans modları gözlemlendi ve buna bağlı olarak farklı unload Q faktörleri elde edildi. Düz aynanın Q faktörü görüldüğü gibi yüksek çıktı. Bunun nedenlerinden biri konkav aynamızda bulunan deliğin istenilenden ($a < \lambda/2$) çok büyük olması ve düzensiz olan geometriksel yapısından dolayı elektromagnetik dalgalar istenilenden farklı yönlerde yayılması ve neticede enerjide azalma meydana gelmesi sonucunda Q faktöründe azalma meydana gelmesidir.

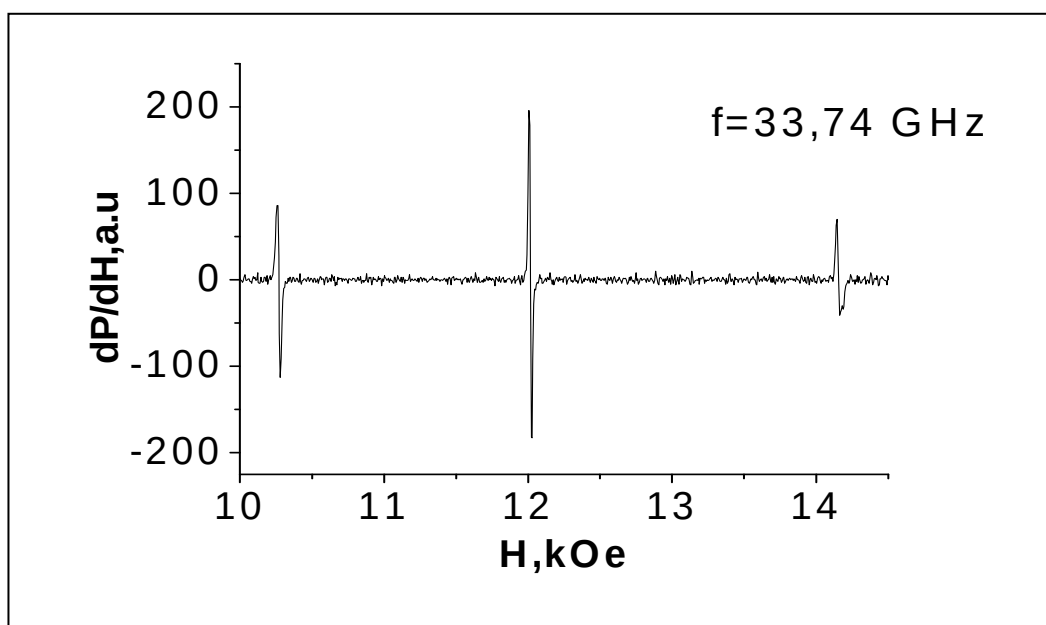
7.2. ESR Spektrometresi İle Ölçümler

Biz ilk önce açık resonatör için ESR ölçümlerini fix ettiğimiz aynanın üzerine ruby örneğini yapıştırarak aldık. Fix ettiğimiz aynalarımız 60mm çapındaki konkav ve düz ayna olup karşısındaki aynamızı her ölçümden sonra farklı ayna takarak yaptık ve aşağıdaki ESR ölçümlerini elde ettik. Bu ölçümlerden sonra her ölçüm için sinyal/noise oranına bakıp resonatörümüzün örnekler için verdiği rezonans spektrumunu ve nasıl bir hassasiyetinin olduğunu gözlemlemeye çalıştık. Kullandığımız Ruby örneğinin boyutları $\varnothing 1\text{mm}$ ve kalınlığı 0.1mm dir.

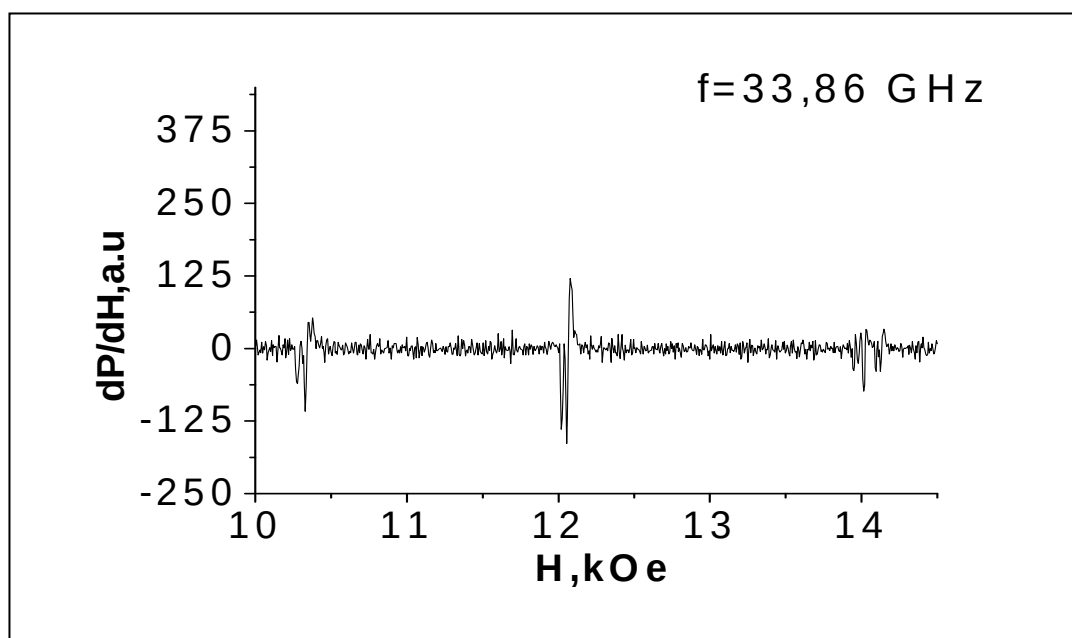
a)



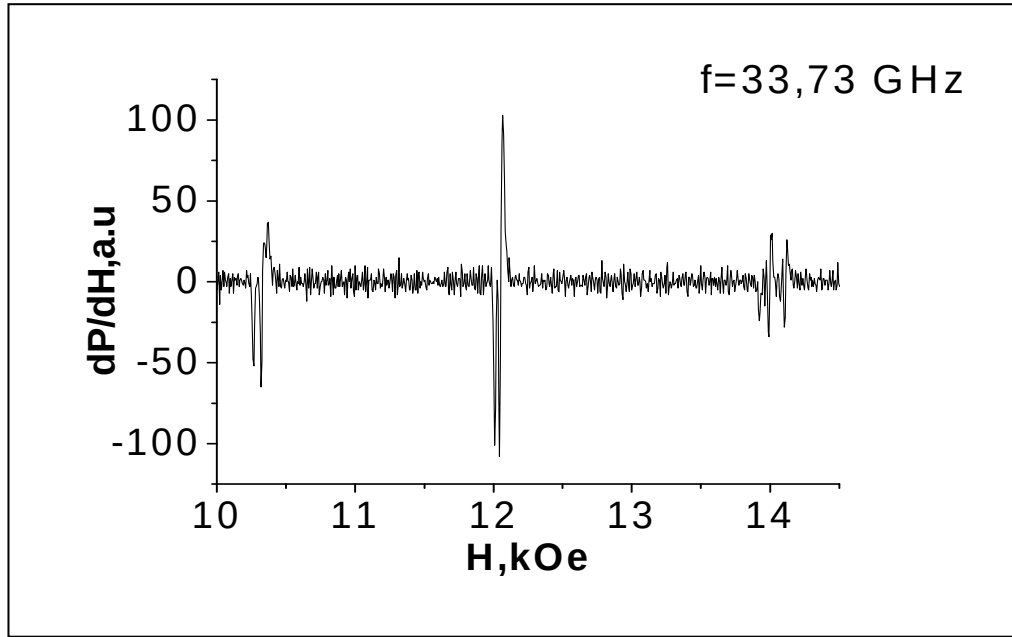
b)



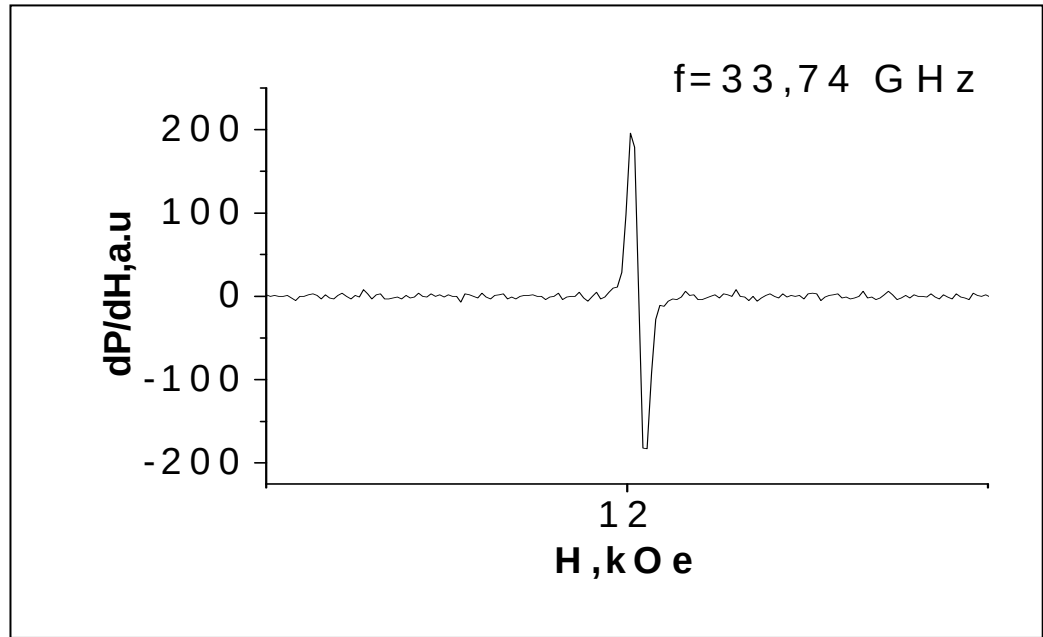
c)



d)



e)



Şekil.7.3. Ruby örnek için ESR spektrumları (dP/dH)

- a) M1: R=60mm, M2: R=50mm
- b) M1: R=60mm, M2: R=60mm
- c) M1: R=inf, M2: R=50mm
- d) M1: R=inf, M2: R=60mm
- e) M1: R=60mm, M2: R=60mm yalnızca 1 peak.

Şekil 7.3a); Bu deneyde; fix edilen aynamız 60mm çapında ve karşısındaki de 50mm çapında olan konkav aynalar kullanıldı sonuç olarak signal/noise (SN) oranı;

SN=37

Şekil 7.3b); Bu deneyde; fix edilen aynamız 60mm çapında ve karşısındaki ise 60mm çapında olan konkav aynalar kullanıldı sonuç olarak signal/noise (SN) oranı;

SN=32

Şekil 7.3c); Bu deneyde ise; fix edilen aynamız düz ve karşısındaki de 50mm çapında olan konkav ayna kullanıldı sonuç olarak signal/noise (SN) oranı;

SN=21

Şekil 7.3d); Bu deney için; fix ettiğimiz ayna düz olup karşısındaki 60mm çapındaki konkav ayna kullanıldı sonuç olarak signal/noise (SN) oranı;

SN=20

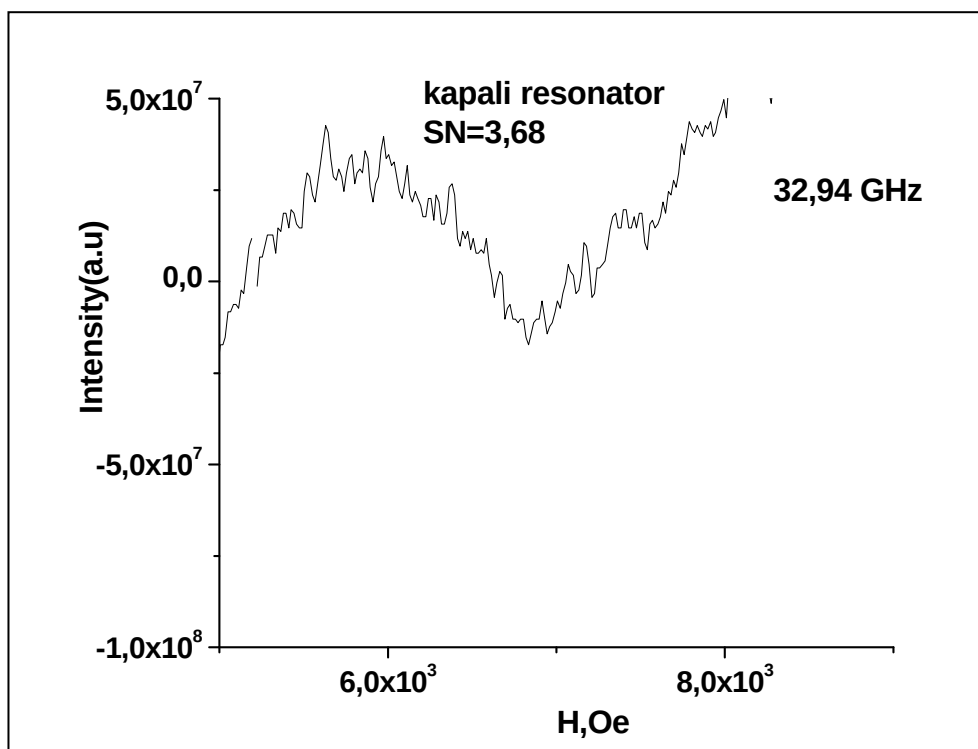
Olarak hesaplanmıştır.

Biz aşağıda sonucu verilen deneylerle GMR / GMI çalışmasına örnek teşkil edecek Co/Cu multilayer yapıları incelemiş olduk [39]. Bu multilayer örnek içinden Co kullanıldı burada kullanılan Co polycor üzerinde kalınlığı $d=0.5$ mm dir. Permittivitesi (polycor) $\epsilon_p \sim 3.75$, Di elektrik kaybı milimetre dalga boyunda $\tan\delta \sim 10^{-5} / 10^{-4}$ dür. Bu çalışma GMI phenomenon değişik kalınlıktaki Co örnekler için FMR tekniği ile incelenmiş oluyor. Deney düzeneğimizde Co film hareket ettirebildiğimiz aynanın üzerine yapıştırıldı. Rezonatörümüzü hareketli ve fix edilen 60mm çapındaki konkav aynalardan oluşturduk ve aşağıdaki ESR spektrumlarını elde ettik. Bu ölçümlerden sonra her ölçüm için sinal/noise oranına bakıp resonatörümüzün değişik kalınlıktaki Co örnek için verdiği resonans spektrumunu ve nasıl bir hassasiyetinin olduğunu gözlemlemeye çalıştık.(Co ince film 20A ve 40A kalınlığında dır)

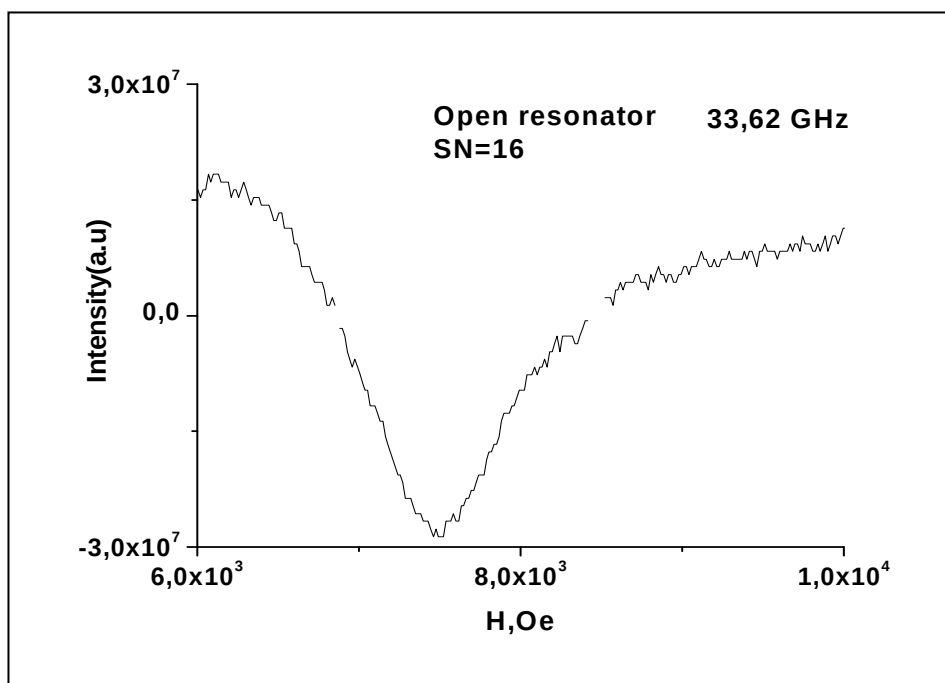
Şekil.7.4. 20A kalınlığında Co örnek için FMR spektrumları

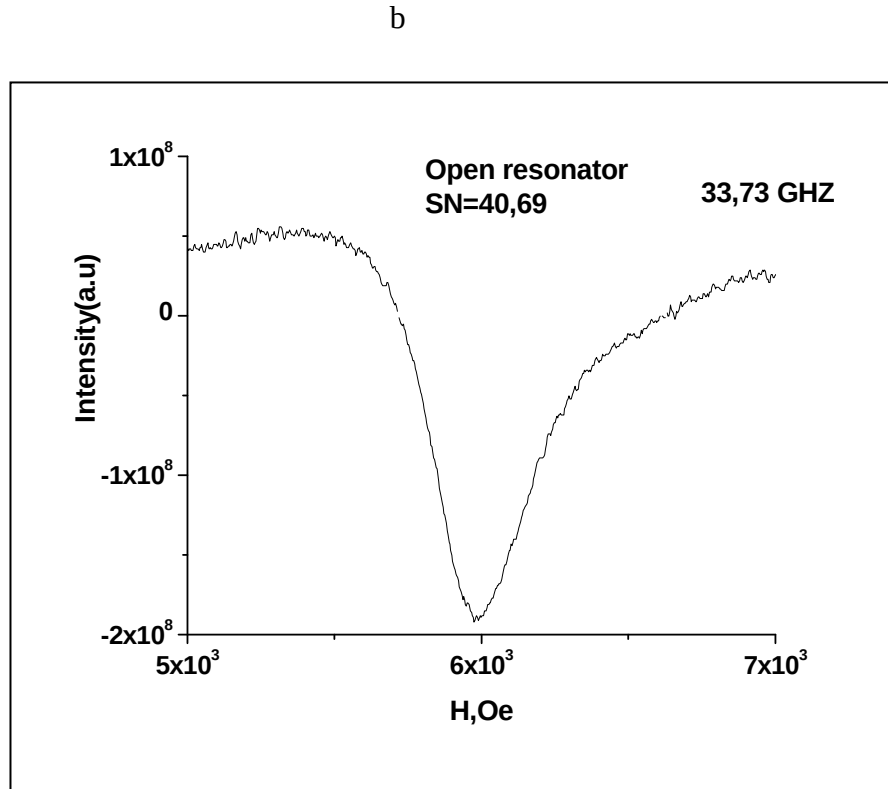
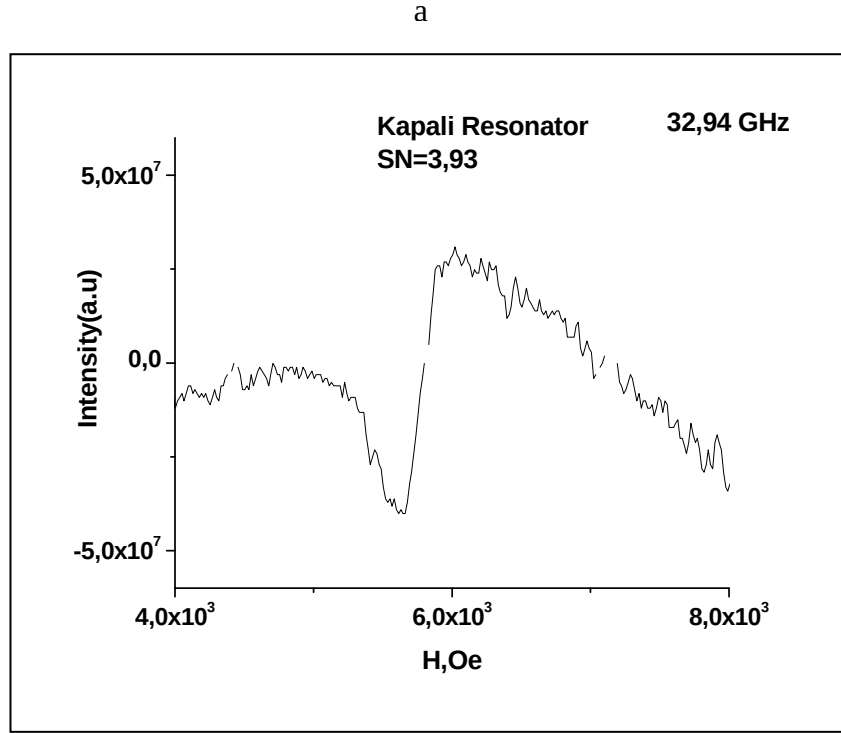
- a) Kapalı rezonatördeki ölçüm.
- b) Açık rezonatördeki ölçüm

a



b





Şekil.7.5. 40A kalınlığında Co örnek için FMR spektrumları

- a) Kapalı rezonatördeki ölçüm
- b) Açık rezonatördeki ölçüm

Şekil 7.4a); Bu ölçümde 20A kalınlığındaki Co filmimiz için kapalı rezonator de alınan ESR spektrometresindeki sonucu gösterilmiştir ve buna bağlı olarak signal/noise (SN) oranı;

$$SN=3,68$$

Şekil 7.4b); Bu ölçümde yine 20A kalınlığındaki Co filmimiz fakat açık rezonator için alınan ESR spektrometresindeki sonucu gösterilmiştir ve buna bağlı olarak signal/noise (SN) oranı;

$$SN=16$$

Şekil 7.5a); Bu ölçümde ise 40A kalınlığındaki Co filmimiz için kapalı rezonator için alınan ESR spektrometresindeki sonucu gösterilmiştir ve buna bağlı olarak signal/noise (SN) oranı;

$$SN=3,93$$

Şekil 7.5b); Bu ölçümde ise tekrar 40A kalınlığındaki Co filmimiz fakat açık rezonator için alınan ESR spektrometresindeki sonucu gösterilmiştir ve buna bağlı olarak signal/noise (SN) oranı;

$$SN=40,69$$

Olarak hesaplanmıştır.

8. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu tez çalışmasında, yüksek frekansda(Q band) ve 300K-5K arasındaki sıcaklıklarda kullanılmak ESR spektrometremizde çalışabilmek için açık rezonatör tasarımı yapılmış ve oluşturulmuştur. ESR spektrometresinde düşük sıcaklıklardaki deneyimiz için continuous flow kryostat belirtildiği gibi rezonatörde onun için hazırlanan pencereden içeri sokularak örneği düşük sıcaklıklara kadar düşürülebilme ve bu şekilde deney yapılabilme imkanı sağlanmıştır. Tez çalışması sırasında çeşitli örnekler üzerinde deneyler yapılarak diğer rezonatörler ile kıyaslamada yapılmıştır.

Tezin amacı göz önüne alınarak tez yazımı boyunca ESR spektrometresi için yapılan kapalı rezonatörlerde açık rezonatörler kadar ayrıntılı bir biçimde incelenmiş ve Co ince film örnek için rezonatörler arasındaki fark daha iyi bir şekilde gösterilmiştir.

Açık rezonatörler için, elektro dinamik özelliklerine deneysel olarak bakılmış, çeşitli modlar, bu modların şiddetleri gözlenmiştir, dominant mod olan TEM_{00q} modu çok rahat bir biçimde gözlenebilmiştir. Elektro dinamik özelliğine bakılırken modlar arasındaki mesafenin teorik olarak gösterilen mesafe ile hemen hemen aynı çıktığı gözlenmiştir. Açık rezonatör için yaptığımız elektro dinamik özelliğine bakılarak rezonatör için TEM_{mnq} dalgasının değişik enine modlarda Q faktörleride hesaplanmıştır. 33GHz, 34GHz frekans aralığında Q faktörü yaklaşık olarak 6600 olarak hesaplanmıştır. Burda; düz ayna için hesaplanan Q faktörü, konkav ayna için hesaplanan Q faktöründen yüksek olduğu gözlenmiştir. Bunun sebebi; daha öncede belirttiğimiz gibi, konkav aynanın deliği istenilenden daha büyük ve düzgün olmayan bir geometriksel yapıya sahip olması, ayrıca aynanın yüzeyi mekanik labaratuvarından pürüzlü olarak çıkmış olmasıdır. Bunların sonucunda elektromagnetik dalgaların istenilen yön dışında saçılmasına olanak sağlanmış olduğundan düşük Q faktörü elde edilmiştir.

Rezonatörde kroystat kullanılarak yaptığımız elektro dinamiksel deney için modların yapısında kroystatın tam temiz olmaması nedeniyle elektromagnetik dalgalarda saçılmalar meydana geldiğinden daha düşük şiddet ve buna rağmen birbirine çok yakın Q faktörü ölçülmüştür.

Rezonatör ile yaptığımız ESR ölçümlerinde ise; ruby örnek ile yapılan ölçümlerde düz aynanın Q faktörü yüksek olmasına rağmen ESR ölçümlerinde konkav aynaya göre daha az cevap verimli ve düşük signal noise (SN) sahip olduğu gözlenmiştir. Bunun nedeni ise; düz aynanın yarığının çok küçük olmasından dolayı elektromagnetik dalgalarda yansıma meydana gelmektedir, konkav ayna için iyi spektrumlar gözlememize rağmen daha öncede belirttiğimiz gibi Q faktörü düşüktür. Her iki resonatör için ölçülen SN oranında open rezonatörün ruby örneğin için yaklaşık olarak 2 kat daha yüksek olduğu gözlenmiştir.

Co ince film örnekleri ile yaptığımız ESR ölçümlerinin sonucunda, SN oranı kapalı kaviteye göre daha iyi sonuçlar verdiğini SN oranının yaklaşık 10 kat daha fazla olduğu gözlenmiş fakat istenilen orandaki kadar yüksek olmadığı gözlenmiştir. Bu sonucu elde etmemiz; teknolojik imalatı bakımından daha öncede belirttiğimiz gibi a) ayna yüzeylerinin pürüzlü olması, b) ayna merkezinde bulunan deliğin istenilen büyüklükten çok daha büyük ve tam bir geometriksel simetriye sahip olmaması, c) kullanılan dalga klavuzunun ayna ile çok iyi bir temasta bulunmaması, d) kullanılan amplifier, detektör gibi elektronik aletlerin iyi bir şekilde çalışıyor olmasına karşın osiloskoba etki etmesi ve bu etki sebebi ile osiloskopta tam olarak istediğimiz TEM_{00q} ve TEM_{00q+1} modlarını gözlüyemiyor olmamız sonucundandır. Bu belirttiğimiz sebeplerden dolayı resonatörün Q faktörü ve buna bağlı olarakta ESR ölçümlerinde tam istenilen sonuç alınamamıştır.

9. EKLER

Genel olarak incelediğimiz Q faktörü gerçekte aşağıdaki şekilde elde edilir.

Buna göre;(C.Poole)

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_u} + \frac{1}{Q_\varepsilon} + \frac{1}{Q_r} \quad \text{unload} \quad 9-1$$

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_u} + \frac{1}{Q_\varepsilon} + \frac{1}{Q_r} + \frac{1}{Q_x} \quad \text{load} \quad 9-2$$

Burada verilen Q_u akımdan dolayı duvarlarda meydana gelen kayıplar sonucundaki quality faktörünü ifade eder ve

$$Q_u = \frac{\omega\mu \int |H_m|^2 d\ell}{R_s \int |H_{tm}|^2 ds} \quad 9-3$$

şeklinde gösterilir. Burada H_{tm} kavitenin duvarlarına teğet geçen magnetik alanı ifade etmektedir, H_t ise J akımına dik olan ve yüzeye paralel olan magnetik alanı ifade etmektedir.

Q_ε ; dielektriksel kayıp sonucundaki quality faktörünü ifade eder ve;

$$Q_\varepsilon = \frac{\mu \int |H_m|^2 d\ell}{\int \varepsilon' |E_m|^2 d\ell} \quad 9-4$$

şeklinde gösterilir. Q_r ; kavitede bulunan deliklerden dolayı meydana gelen kayıplar için quality faktörünü ifade eder ve

$Q_r = \omega$ stok edilen enerji / sistemde bulunan deliklerden dolayı meydana gelen kayıp 9-5

şeklinde gösterilir. Q_x ; örnekten dolayı meydana gelen resonans durumunu ifade eden quality faktörüdür ve

$$Q_x = \frac{\frac{\mu_0}{2} \int_{kavite} H_1^2 dv}{\frac{\mu_0}{2} \int_{\text{örnek}} H_1^2 x'' dv} = \frac{V_c \langle H_1^2 \rangle_{kavite}}{x'' V_s \langle H_1^2 \rangle_{\text{örnek}}} = \frac{1}{x'' \eta} \quad 9-6$$

şeklinde gösterilir. Burada bulunan η ; Filling faktörünü ifade etmektedir. Resonansın sonucu olarak Q da meydana gelen değişiklik ise;

$$\Delta Q = -\frac{Q_u^2}{Q_x} = x''\eta Q_u^2 \quad 9-7$$

şeklinde meydana gelir. Filling faktörü ise;

$$\eta = \frac{\int_{\text{örnek}} H_1^2 dv}{\int_{\text{kavite}} H_1^2 dv} = \frac{V_s \langle H_1^2 \rangle_s}{V_c \langle H_1^2 \rangle_c} \quad 9-8$$

olarak gösterilir. Örnek kavitenin merkezinde olduğunu varsaydığımızda, yani; $x = 1/2a$, $y = 1/2b$, $z = 1/2c$ için,

$$H_1 = \frac{H_0}{\left[1 + \left(\frac{c}{2a}\right)^2\right]^{1/2}} \quad 10-9$$

Örnek içinse,

$$\langle H_1^2 \rangle_s = H_1^2 \quad 9-10$$

$\langle H_1^2 \rangle_c$ bulabilmek için H_1^2 integralini almamız gerekmektedir. Bunun için $H_1^2 = H_x^2 + H_z^2$ olarak aldığımıza göre;

$$\langle H_1^2 \rangle_c = \frac{1}{abc} \left[\int_0^a \int_0^b \int_0^c H_x^2 dx dy dz + \int_0^a \int_0^b \int_0^c H_z^2 dx dy dz \right] \quad 9-11$$

ve

$$\langle H_1^2 \rangle_c = \frac{1}{ac} \left[\int_0^a \int_0^c H_x^2 dx dz + \int_0^a \int_0^c H_z^2 dx dz \right]$$

olarak elde edilir. Elektromagnetik dalga y boyutundan bağımsız olduğu için ve kavitenin hacmi abc olduğundan dolayı, $a/2$ ve $c/2$ de örnek konumunda hatırlarsak,

$$\langle H_1^2 \rangle_c = \frac{1}{4} H_0^2 \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{c}{2a} \right)^2} + \frac{1}{1 + \left(\frac{2a}{c} \right)^2} \right] = \frac{1}{4} H_0^2 \quad 9-12$$

Şeklinde bulunur. Buna göre filling faktörü $2a/c$ den bağımsızdır buna göre;

$$\eta = 4 \frac{V_s}{V_c} \left(\frac{\lambda}{\lambda_g} \right)^2 = \frac{V_s}{V_c} \frac{4}{1 + \left(\frac{c}{2a} \right)^2} \quad 9-13$$

şeklinde elde edilmiş olunur.