T.C.
GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇOK – KATMANLI DUVARLARIN SES GEÇİRGENLİK KAYBININ ZAMAN UZAYI SONLU FARKLAR YÖNTEMİ İLE HESABI

REFİK ALEMDAR
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

GEBZE
2019

T.C.
GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇOK – KATMANLI DUVARLARIN SES GEÇİRGENLİK KAYBININ ZAMAN UZAYI SONLU FARKLAR YÖNTEMİ İLE HESABI

REFİK ALEMDAR
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DANIŞMANI
PROF. DR. SERKAN AKSOY

GEBZE
2019

T.R.

GEBZE TECHNICAL UNIVERSITY

GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

SOUND TRANSMISSION LOSS CALCULATION OF MULTI-LAYERED WALLS BY FINITE DIFFERENCE TIME DOMAIN METHOD

REFİK ALEMDAR

A THESIS SUBMITTED FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE

DEPARTMENT OF ELECTRONIC ENGINEERING

THESIS SUPERVISOR

PROF. DR. SERKAN AKSOY

GEBZE

2019

GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ	**YÜKSEK LİSANS JÜRİ ONAY FORMU**

GTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 03 / 07 /2019 tarih ve 2019/30 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından 01 / 11 /2019 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Refik ALEMDAR'ın tez çalışması Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE
(TEZ DANIŞMANI) : PROF. DR. SERKAN AKSOY

ÜYE : PROF. DR. OLEG TRETYAKOV

ÜYE : DR. ÖĞR. ÜYESİ ERKUL BAŞARAN

ONAY

Gebze Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
...../...../..... tarih ve ...../..... sayılı kararı.

İMZA/MÜHÜR

ÖZET

Bu tez çalışmasında birden fazla katmanlı farklı (veya aynı) malzemelerden yapılmış bir duvarın ses (akustik) geçirgenlik kaybı karaktersitikleri iki boyutlu Kartezyen koordinatlarda Zaman Uzayı Sonlu Farklar, ZUSF (Finite Difference Time Domain, FDTD) yöntemi ile modellenmiştir. Modellemede dalga denklemi ZUSF yöntemi kullanılarak zamanda iteratif ve sayısal olarak çözülmüştür. Özel olarak, boş uzayda yerleştirilmiş katmanlı duvarların ses geçirgenlik kayıpları duyulabilir ses frekans bölgesinde hesaplanmıştır. Boş uzayda sayısal çözümlerin yapılabilmesi için MUR türü soğurucu sınır koşulu kullanılmıştır. Ses kaynakları dar bandlı ve/veya darbe türünde seçilmiştir. Zaman uzayı analizleri ile birlikte Hızlı Fourier Dönüşümü kullanılarak frekans uzayı analizleri de yapılmıştır. Elde edilen sayısal sonuçların, teorik ses geçiş kaybı değerleri ile doğrulaması yapılmıştır. Böylece duvarın katman sayısı, katman kalınlığı ve katman malzemelerinin akustik parametrelerinin ses geçirgenlik kaybı üzerindeki etkisi, hangi frekansların geçirgen, hangi frekansların yansıtıcı olduğu incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Ses Azaltım İndisi, Ses Geçiş Kaybı, Zaman Uzayı Sonlu Farklar (ZUSF).

SUMMARY

In this thesis study, the sound (acoustic) transmission loss characteristics of the multi-layered walls made of the different or same material are simulated by using the Finite Difference Time Domain method in two-dimensional Cartesian coordinates. In this model, a wave equation is solved iteratively and numerically by the FDTD method. Particularly, the sound (acoustic) transmission loss of the layered wall located in the empty space is calculated in the audible sound frequency range. In order to make numerical solutions in empty space, the absorbing boundary condition based on MUR type is used. The narrow band and/or pulse type sound sources are selected. Using time-domain results, the frequency domain conversion are performed by using Fast Fourier Transform. The numerical results were confirmed by the theoretically calculated sound transmission loss values. Thus, the number of wall layers, the layer thickness and the effect of the acoustic parameters of the layer materials on the sound transmission loss with transmissive and reflective frequency band have been determined.

Key Words: Sound Reduction Index (SRI), Sound Transmission Loss (STL), Finite Difference Time Domain (FDTD).

TEŞEKKÜR

Bu yüksek lisans tezinin hazırlanmasında benden yardımını esirgemeyen, tecrübelerini benimle paylaşan, bana destek olan ve en önemlisi sabır gösteren değerli hocam ve tez danışmanım sayın Prof. Dr. Serkan AKSOY'a, yüksek lisans eğitimime teşvik ve desteklerinden dolayı EMC TEST ve KONTROL HİZMETLERİ A.Ş.'ndeki değerli arkadaşlarıma, eğitim ve iş hayatım boyunca manevi destekleriyle hep yanımda olan sevgili eşime ve aileme teşekkürü bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ÖZET	v
SUMMARY	vi
TEŞEKKÜR	vii
İÇİNDEKİLER	viii
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	x
ŞEKİLLER DİZİNİ	xii
TABLOLAR DİZİNİ	xiv
1. GİRİŞ	1
1.1. Tezin Konusu ve Önemi	1
1.2. Tezin Amacı ve İçeriği	4
1.3. Tarihsel Gelişim	5
2. TEORİK TEMELLER	10
2.1. Temel Akustik Tanımlar	10
2.1.1. Ses Hızı	10
2.1.2. Akustik Dalga Oluşumu ve Dalga Denklemi	11
2.2. Ses Geçiş Kaybı	14
2.2.1. Tek Katmanlı Duvarların Ses Geçiş Kaybı	16
2.2.2. İki Katmanlı Duvarların Ses Geçiş Kaybı	22
3. ZAMAN UZAYI SONLU FARKLAR YÖNTEMİ	26
3.1. Sonlu Fark Türevinin Hesabı	27
3.2. İki Boyutlu Dalga Denklemi Uygulaması	29
3.2.1. Sayısal Dispersiyon Analizi	31
3.2.2. Sayısal Kararlılık	34
3.2.3. Enquist ve Majda Soğurucu Sınır Koşulu Uygulaması	34
3.3. Doğrulama Çalışmaları	39
3.3.1. Akustik Rezonatör	39
3.3.2. Katmanlı Duvarlar	42
4. SAYISAL SONUÇLAR	49
4.1. Tek Katmanlı Duvar	49

4.2. İki Katmanlı Duvar 51
4.3. Hava Boşluklu İki Katmanlı Duvar 53
4.4. Karmaşık Yapılı İki Katmanlı Duvar 57
5. YORUMLAR ve GELECEK ÖNERİLERİ 59

KAYNAKLAR 61
ÖZGEÇMİŞ 64

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler ve Kısaltmalar		**Açıklamalar**
$D_{nT,w}$	:	Ağırlıklandırılmış Standart Seviye Farkı, dB
R_w	:	Ağırlıklandırılmış Ses Azaltım İndisi, dB
c	:	Ses Hızı, m/sn
E	:	Ortamın Elastiklik Modülü, $\mathrm{N/m^2}$
ρ	:	Ortamın Yoğunluğu, $\mathrm{kg/m^3}$
s	:	Poisson Oranı, birimsiz
λ	:	Dalga Boyu, m
f	:	Frekans, Hz
ω	:	Açısal Frekans, rad/sn
k	:	Dalga Sayısı, rad/m
$u(x,y,t)$	:	Akustik Basınç, $\mathrm{Newton/m^2}$
$s(r,t)$	:	Yoğunlaşma, birimsiz
B	:	Bulk Modülü, $\mathrm{N/m^2}$
$v(r,t)$	:	Parçacık Hızı, m/sn
τ	:	İletim Katsayısı, birimsiz
W_t	:	İletilen Ses Gücü, Watt
W_i	:	Gelen Ses Gücü, Watt
R	:	Ses Geçiş Kaybı, dB
θ	:	Ses Basıncı Geliş Açısı, derece
v_x	:	Duvarın x Yönündeki Hızı, m/sn
f_c	:	Kritik Frekans, Hz
f_r	:	Katman Rezonans Frekansı, Hz
$f_{rezonans}$	:	Çift Katman Kütle-Yay-Kütle Frekansı, Hz
f_n	:	Çift Katman Kavite Rezonans Frekansı, Hz
f_l	:	Çift Katman Kavite Geçiş Frekansı (knee), Hz
Z_w	:	Duvar Akustik Empedansı, rayl
m	:	Duvar Katmanının Birim Yüzey Kütlesi, $\mathrm{kg/m^2}$
d_1, d_2	:	Duvar Katmanlarının Kalınlığı, metre

d	:	Katmanlar Arası Boşluk, metre
η	:	Kayıp Faktörü, birimsiz
v_{faz}	:	Faz Hızı, m/sn
k^N	:	Sayısal Dalga Sayısı, rad/m
Δt	:	Zaman Adımı, sn
Δx	:	Birim hücre x yönü boyutu
Δy	:	Birim hücre y yönü boyutu
j	:	Karmaşık sayı ifadesi, $j = \sqrt{-1}$
N_x	:	x yönündeki Hücre Sayısı
N_y	:	y yönündeki Hücre Sayısı
FDTD	:	Finite Difference Time Domain
FEM	:	Finite Element Method
MUK	:	Mükemmel Uyumlu Katman
SEA	:	Statistical Energy Analysis
SRI	:	Sound Reduction Index
SSK	:	Soğurucu Sınır Koşulu
STC	:	Sound Transmission Class
STL	:	Sound Transmission Loss
TL	:	Transmission Loss
ZUSF	:	Zaman Uzayında Sonlu Farklar

ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil No:		Sayfa
1.1:	Gürültü çeşitleri ve temel yayılım yolları.	2
1.2:	Tek ve iki katmanlı duvar problemi geometrisi.	5
2.1:	Titreşim yapan bir pistonun ürettiği ses dalgaları.	12
2.2:	Bir duvara gelen, yansıyan ve iletilen dalga.	15
2.3:	Tek katmanlı bir duvarın ses geçiş kaybı.	16
2.4:	Tek katmanlı duvar geometrisi.	17
2.5:	Titreşen bir duvar ve yüzeyine çarpan akustik basınç.	19
2.6:	Sonlu ebatlarda bir duvar paneli.	21
2.7:	İki katmanlı duvar geometrisi.	22
2.8:	Çift katmanlı duvarın ses geçiş kaybı.	25
3.1:	Sonlu fark türevlerinin grafik üzerinde gösterimi.	29
3.2:	Dikdörtgen kesitli bir rezonatörün görünümü.	39
3.3:	Dikdörtgen kesitli katı duvarlı rezonatörde ses basıncı.	40
3.4:	Gözlem noktasındaki işaret genliğinin frekansa göre değişimi.	41
3.5:	$z = 0$ sabit düzleminde Oxy düzlemi boyunca ses basıncı dağılımı.	41
3.6:	Duvarlarda Mur türü SSK uygulanması sonucu elde edilen işaret.	42
3.7:	N katmanlı ortama dik gelen dalga yayılımı.	43
3.8:	Tek katmanlı duvar için ses geçiş kaybı problem uzayı.	45
3.9:	Tek katmanlı duvar ZUSF ve analitik çözüm.	46
3.10:	İki katmanlı duvar için ses geçiş kaybı problem uzayı.	47
3.11:	Çift katmanlı duvar ZUSF ve analitik çözüm.	48
4.1:	Farklı kalınlıktaki beton duvar için ses geçiş kaybı.	50
4.2:	Aynı kalınlıktaki beton ve alçıpan duvar için ses geçiş kaybı.	50
4.3:	Aynı kalınlıktaki beton ve alçıpan katmandan oluşan duvar.	52
4.4:	Kalınlıkları farklı beton ve alçıpan katmandan oluşan duvar.	52
4.5:	Beton ve alçıpan katmanın yer değiştirdiği duvar.	53
4.6:	İki katmanlı duvar (hava boşluklu) ses geçiş kaybı problem uzayı.	54
4.7:	Hava boşluklu $d = 0.1$ m iki katmanlı duvar ses geçiş kaybı.	55
4.8:	Hava boşluklu $d = 0.05$ m iki katmanlı duvar ses geçiş kaybı.	56
4.9:	Katmanlar arasında vakum olması durumunda ses geçiş kaybı.	56

4.10: İki katmanlı duvar (bağlantı elemanlı) ses geçiş kaybı problem uzayı. 57
4.11: Hava boşluklu bağlantı elemanlı iki katmanlı duvar ses geçiş kaybı. 58

TABLOLAR DİZİNİ

Tablo No:		Sayfa
1.1:	STC değerleri ve karşılık gelen işitme kalitesi.	4
2.1:	Çeşitli ortamlarda 20 ℃'deki ses hızları.	11
3.1:	Bazı malzemelerin akustik özellikleri.	44
3.2:	ZUSF parametreleri.	45
4.1:	Tek katmanlı duvar yapıları.	49
4.2:	İki katmanlı duvar yapıları.	51
4.3:	Hava boşluklu iki katmanlı duvar yapıları.	54

1. GİRİŞ

1.1. Tezin Konusu ve Önemi

Akustik kelimesi anlam bakımından işitme ile ilgili Yunanca “akoustikos” kelimesinden türetilmiştir. Akustik, ses dalgalarının oluşumunu, yayılımını, biyolojik ve psikolojik etkilerini inceleyen bir bilimdir. Başlangıçta bu bilim ses veren aletlere ve müzik aletlerine duyulan ilgiden doğmuştur. Akustiğin temeli fizikçi Aristoteles ile miladdan önceki devirlere dayanmaktadır. Daha sonraları Phytagoras, Biruni, Galileo, Newton, Mersenne, Helmholtz ve diğerleri ses dalgalarını kuramsal ve deneysel yönlerden inceleyerek fiziksel akustiğin temellerini oluşturmuş ve uygulama alanlarını genişletmiştir. Günümüzde oldukça ilgi duyulan bir bilim olarak akustiğin tıb, biyoloji, fizyoloji, psikoloji, su altı (underwater), ses üstü (ultrasonic), çeşitli mühendislik çalışmaları, mekanik titreşim ve şok, mimarlık, gürültü ve kontrolü gibi alanlarda uygulamaları bulunmaktadır.

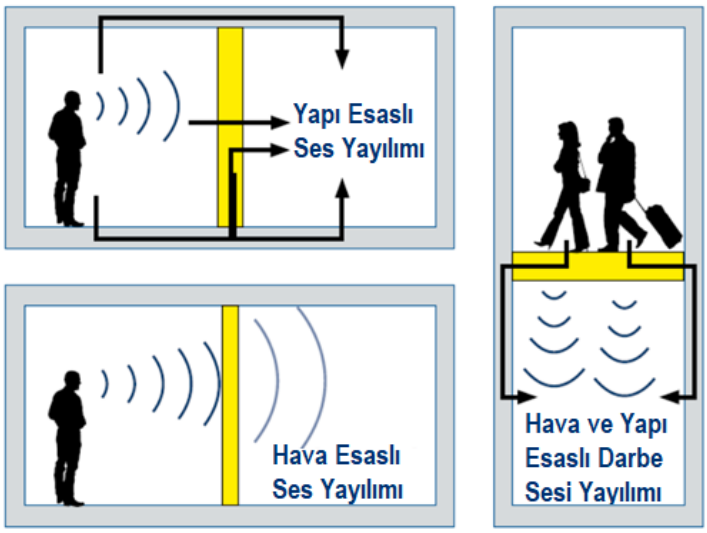
Ses bir kaynak tarafından ortam basıncında dalgalanma oluşturan ve insanda işitme duygusunu uyaran fiziksel bir olay olarak tanımlanabilir. İstenmeyen ve dinleyeni rahatsız eden seslere ise “gürültü” denir. Herhangi bir sesin kişiyi rahatsız etmesi yalnızca sesin kalitesi ile ilgili olmayıp kişinin sese karşı davranışı ile de ilgilidir. Örneğin bir uçak motorunun sesi onu tasarlayan mühendis için gayet keyifli bir müzik gibi gelebilir, ancak havalimanına yakın yaşayan kişiler için bu ses ızdırap verici olabilir. Bununla birlikte rahatsız edici ses yüksek gürültülü olmayabilir. Gıcırdayan bir zemin, plak ya da sert bir zemin üzerine çizik ya da musluktan damlayan su sesi gök gürültüsü kadar rahatsız edici olabilir.

Teknolojik gelişmelerle birlikte artan gürültü her geçen gün biraz daha yaşamımızı zorlaştırmaktadır. Trafik gürültüsü, uçakların iniş ve kalkışlarında oluşan gürültü, köpek havlaması, gök gürültüsü, komşuların sesleri gibi dış kaynaklı gürültüler işitme yetersizliğimize sebep olmakta, ofis makinaları, telefonlar, asansör ve havalandırma sistemlerinden kaynaklanan gürültüler çalışmalarımızda bizi rahatsız ederek daha az üretken olmamıza neden olmaktadır. Bununla birlikte uzun süre yüksek gürültüye maruz kalmak işitme kaybına neden olmaktadır. Günümüzde önemli bir çevre kirliliği sorunu olan gürültü, insanları tüm yaşamları boyunca etkilemekte ve çeşitli yönlerden istenmeyen durumlar ortaya çıkmaktadır. İnsan

yaşamı ve eylemlerinin büyük bölümü hastane, okul, ev gibi yapıların içinde geçtiğine göre, yapılarda kullanıcıların konforunu bozan gürültü sorunu üzerinde önemle durulması, çözüm yollarının getirilmesi ve gürültünün kontrol altına alınması kaçınılmazdır. Gürültü kontolü aşağıdaki gibi üç şekilde sağlanabilir [Bilgiç ve Sadıkhov, 1994].

- Gürültünün Kaynakta Kontrolü: Temel kural eğer imkân var ise gürültünün kaynakta kontrol edilmesidir. Böylece kaynağın gürültüsü tüm çevreye yayılmadan kontrol altına alınmış olur. Bu gürültü kontrolünün en etkin ve ekonomik yoludur.
- Gürültünün Kaynak ile Alıcı Arasında Kontrolü: Gürültü kaynakta kontrol edilemiyorsa veya kontrolü yeterli değilse bu durumda yayılma ortamında (havada veya katılarda) kontrol altına alınmalıdır.
- Gürültünün Alıcıda Kontrolü: Yukarıda bahsedilen iki aşama ile yeterince gürültü kontrolü sağlanamıyorsa, gürültü algılandığı noktada kişisel koruyucu ekipman kullanmak vb. tedbirlerle kontrol altına alınmalıdır.

Yapılarda Hava Esaslı Gürültü (Airborne Noise) ve Yapı Esaslı Gürültü (Structure Borne Noise) olmak üzere kontrol altına alınması gereken iki tip gürültü çeşidi vardır. Gürültü çeşitleri ve yayılım yolları Şekil 1.1'de gösterilmiştir [Ursa, 2012].



Şekil 1.1: Gürültü çeşitleri ve temel yayılım yolları.

Hava esaslı gürültüde ses dalgaları hava içerisinde hareket ederek ulaştıkları yapı elemanının titreşmesine neden olur. Bu titreşimler yapı elemanı içerisinde ilerleyerek veya yapı elemanında bulunan çeşitli boşluklardan geçerek ses kaynağına komşu olan hacime iletilir. Hava esaslı ses iletimine örnek olarak konuşma, müzik dinleme vb. faaliyetler verilebilir. Darbe türü gürültüde bir nesnenin yapı elemanına (duvar, tavan veya döşeme) çarpması sonucu, yapı elemanının her iki yüzeyi de titreşerek ses dalgası üretir ve darbenin olduğu hacmin dışındaki diğer hacimlere ses iletilir. Tipik darbe kaynaklı ses iletimine örnek olarak ayak sesleri, zıplama, eşyaların düşürülmesi, sürüklenmesi, sabit makinaların çalışması vb. faaliyetler verilebilir. Bu tez çalışmasında temelde sesin çok-katmanlı hava-duvar yapıları üzerinden doğrudan yayılımı incelenecektir.

Gürültünün kaynak ile alıcı arasında kontrolü için yapılan çalışmalara "ses yalıtımı" adı verilir. Ses yalıtımı uygulandıktan sonra yapının ses yalıtım performansı yerinde (in situ) TS EN ISO 16283 – 1 "Akustik – Yapıların ve yapı elemanlarının ses yalıtımı için sahada yapılacak ölçümler – Bölüm 1: Hava ile yayılan sesin yalıtımı" standardına göre ölçülür. Yalıtım malzemelerinin laboratuvar ortamında ölçümleri ise TS EN ISO 10140 – 2 "Akustik – Yapı elemanlarının ses yalıtımının laboratuvarda ölçülmesi – Bölüm 2: Hava ile yayılan ses yalıtımının ölçülmesi" standardına göre gerçekleştirilir. Bu ölçümlerden elde edilen ses geçiş kaybı değerleri TS EN ISO 717 – 1 "Akustik – Yapılarda ve yapı elemanlarında ses yalıtımının değerlendirilmesi – Bölüm 1: Hava ile yayılan sesin yalıtımı" standardına göre değerlendirilerek yapıların yerinde ölçümleri için genel tek bir ses azaltma değeri olarak ağırlıklandırılmış standart seviye farkı (weighted standardized level difference) $D_{nT,w}$ hesap edilir. Benzer şekilde laboratuvarda yapılan ölçümler sonucu yapı malzemeleri için elde edilen ses geçiş kaybı değerlerinden malzemeye ait genel tek bir ses azaltma değeri olarak ağırlıklandırılmış ses azaltım indeksi (weighted sound reduction index) R_w hesap edilir.

Aslında gürültü kontrolü başlangıçta hedeflenen bir seviye ile başlar. Bu seviye Ses İletim Sınıfı (Sound Transmission Class, STC) değerlerine göre seçilebilir. STC, bir duvar yapısına ait ses geçiş kaybı değerlerinin ASTM E413 – 70T standardında tanımlanan eğrilerle karşılaştırılmasından elde edilir [Lamancusa, 2000]. Bir duvarın beyan edilen STC değerleri ile "işitme kalitesi" arasındaki ilişki Tablo 1.1'de verilmiştir. İyi bir ses yalıtım performansına sadece yapılarda değil kara, hava ve deniz taşıtlarında, jeneratör mahfazalarında, bu tarz makinaların kurulduğu

mekanlarda vb. birçok uygulamada ihtiyaç duyulur. Bununla birlikte optimum bir ses yalıtımı elde edilmesi için yalıtımda kullanılan malzemelerin önceden modellenmesi ve buna göre üretim ve/veya uygulama yapılması zaman ve kaynak israfını önlemesi bakımından oldukça önemlidir. Özel olarak gizlilik dereceli konuşmaların ortam dinlemesi veya başka bir yöntemle elde edilememesi açısından ses yalıtımı prensiplerinden yararlanılır.

Tablo 1.1: STC değerleri ve karşılık gelen işitme kalitesi.

STC	**Duvar arkasında işitme kalitesi**
25	Normal konuşma oldukça kolay ve belirgin bir şekilde anlaşılır.
30	Yüksek sesle konuşma oldukça iyi anlaşılır, normal konuşma duyulur ancak anlaşılmaz.
35	Yüksek sesle konuşulanlar duyulur ancak anlaşılmaz.
40	Mahremiyet başlangıcı.
42	Yüksek sesle konuşma bir mırıltı olarak duyulabilir.
45	Yüksek sesle konuşma duyulmaz. Kişilerin % 90'ı rahatsız olmaz.
55	Müzik aletleri veya stereo gibi çok yüksek sesler hafifçe duyulabilir. Kişilerin % 99'u rahatsız olmaz.
60+	Çoğu sessin duyulmadığı mükemmel ses yalıtımı.

1.2. Tezin Amacı ve İçeriği

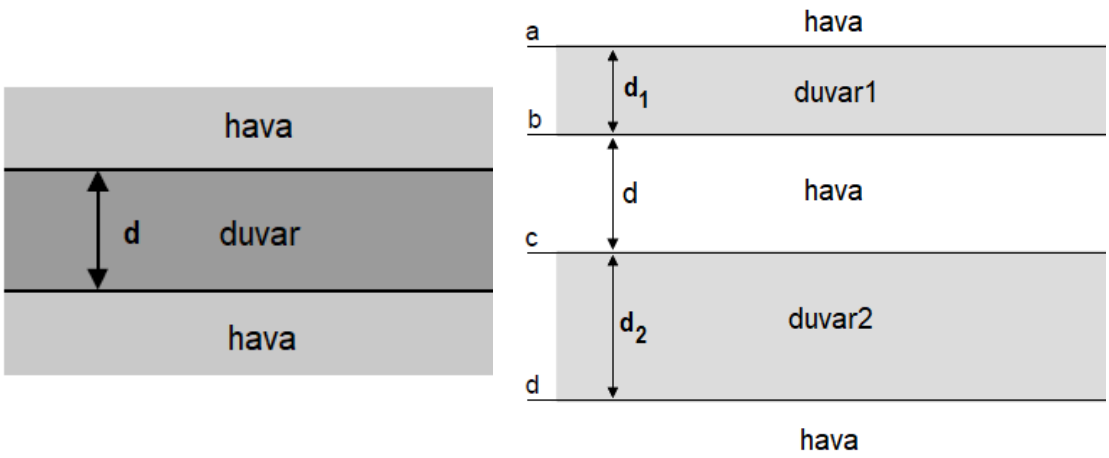
En uygun ses yalıtımlı duvar yapılarını geliştirmek için, faklı ortamlar arasındaki ses iletiminin (sound tranmission) fiziksel kökenlerinin iyi anlaşılması gerekir. Bu tez çalışmasında öncelikle tek ve iki katmanlı duvar yapılarının ses yalıtımını hesap etmek için mevcut fiziksel modeller araştırılacaktır. Daha sonra farklı veya aynı malzemeden yapılmış çeşitli duvar katmanlarına ait ses geçiş kaybı değerleri iki boyutlu dalga denkleminin sayısal çözümüne dayanan ZUSF yöntemi ile hesaplanacaktır.

Tez çalışmasının birinci bölümünde yapılarda ses yalıtımının önemi, tek ve iki katmanlı duvar yapılarının ses geçiş kaybının hesaplanması için daha önce yapılan çalışmalar ile bu tez çalışmanın amacı ve içeriği hakkında bilgiler verilmiştir. İkinci bölümde ses yayılımındaki temel tanımlar, ses hızı, dalga denklemi, tek ve iki

katmanlı duvar yapılarının ses geçiş kaybı hesabı için uygulanan teorik ve sayısal yöntemlerden bahsedilmiştir. Üçüncü bölümde ise ZUSF yönteminin temel prensipleri, sayısal dispersiyon, sayısal kararlılık ve problem uzayının sınırlandırılmasında kullanılan soğurucu sınır koşulları hakkında bilgiler verilmiş ve ZUSF yönteminin iki boyutlu hiperbolik tipte dalga denklemine nasıl uygulanacağı anlatılmıştır. Bu bölümde katı (rigit) duvarlara sahip bir oda içinde akustik dalga yayılımı modellenmiş ve oda boyutlarına göre rezonans frekansları incelenmiştir. Ayrıca ZUSF yöntemi ile elde edilen ses geçiş kaybının doğrulaması amacıyla kullanılan analitik yöntemden bahsedilerek, tek ve iki katmanlı duvarların ZUSF ile elde edilen ses geçiş kayıpları analitik çözümle karşılaştırılmıştır. Dördüncü bölümde ise farklı özelliklere sahip tek ve iki katmanlı duvarların ses geçiş kayıplarına ait ZUSF yöntemi ile elde edilen sayısal sonuçlara yer verilerek duvar malzemelerinin kalınlığı, malzeme cinsi ve katman sayısının ses geçiş kaybı üzerine etkileri incelenmiştir. Hangi frekansların duvar tarafından geçirildiği incelenerek elde edilen sonuçlar yorumlanmış ve geleceğe yönelik önerilerde bulunulmuştur.

1.3. Tarihsel Gelişim

Çeşitli yaklaşımlar kullanılarak, tek ve iki katmanlı duvarlardan ses iletiminin öngörüsü (prediction) birçok araştırmacı tarafından analitik ve deneysel olarak incelenmiştir. Bu çalışmalardan bazıları, söz konusu akustik olayları daha kolay anlamamıza izin verdiği için aşağıda açıklanmıştır. Tek ve iki katmanlı duvarlardan ses geçiş kaybı problemine ait geometri Şekil 1.2.'de gösterilmiştir.



Şekil 1.2: Tek ve iki katmanlı duvar problemi geometrisi.

• Tek Katmanlı Duvar

Komşu iki oda arasındaki ses iletimi probleminin araştırılması ilk kez 1919 yılında Riverbank Laboratuvarlarında (Geneva, Illinois) başlamıştır. Bu araştırmalar üç temel amaç için gerçekleştirilmiştir: 1) sesin duvar konstrüksiyonu tarafından geçişini etkileyen çeşitli fiziksel özelliklerin ve bunların önemlerinin belirlenmesi, 2) normal bölme tipleri tarafından sağlanan akustik yalıtım derecesinin sabit koşullar altında kantitatif olarak tespit edilmesi, 3) mümkünse binalarda ses yalıtımının arttırılması için uygulanabilir araçların keşfedilmesi [Sabine, 1930].

Basit tek katmanlı homojen bir duvarın ses geçiş kaybını modellemek için klasik yaklaşım sonsuz genişletilmiş bir duvardan düzlem dalganın normal açıda aktarımına dayanan kütle yasasıdır (Law of Theoretic Mass). Bununla birlikte duvar empedansının, kütle reaktansına ilave olarak rezistif bir bileşene ve bükülme dalgalarının ortaya çıkmasından kaynaklanan sertlik reaktansına sahip olduğu Cremer tarafından ortaya konmuş ve yapılan çalışma neticesinde kütle yasası, kritik frekans (critical frequency) ve daha yüksek frekanslarda ses geçiş kaybı ile ilgili değişimi içerecek şekilde değiştirilmiştir [Cremer, 1942]. Bundan hemen sonra, eğik bir şekilde gelen (oblique incident) düzlemsel ses dalgalarının geliş açısının hesaba katıldığı ses geçiş kaybı modeli teorik ve deneysel olarak incelenmiştir [London, 1949]. Buraya kadar yapılan çalışmalarda elde edilen sonuçlar bina yapımında yaygın olarak kullanılan çoğu ince homojen malzemenin ses geçiş kaybını geniş bir frekans aralığında mükemmel bir şekilde tahmin etmeyi sağlar. Bununla birlikte, özellikle 200 Hz'den düşük frekanslarda daha iyi doğruluk elde etmek için birtakım etkiler göz önünde bulundurularak sınırlı ölçülere sahip bir duvar katmanın ses geçiş kaybı için düzeltme faktörleri hesap edilmiştir [Swell, 1970].

Ayrıca düşük frekanslarda tek katmanlı duvarların havadan ses aktarımını tahmin etmek için üç basitleştirilmiş teorik model kullanılmıştır. Bu modeller sonsuz plaka modeli (infinite plate model), katı bölmeli plaka modeli (rigid baffled plate model) ve oda-plaka-oda modeli (room-plate-room model) olarak adlandırılır. Bu modellerde duvar kalınlığının bükülme dalga boyuna (bending wavelength) göre daha ince olduğu ve dalga hareketinin Kirchhoff teorisine göre gerçekleştiği kabul edilmiştir. Elde edilen sonuçlar, düşük frekanslarda ses yalıtımının hem ayırma duvarının özelliklerine hem de oda duvar sisteminin geometrisine ve boyutlarına bağlı olduğunu ortaya koymaktadır [Osipov vd, 1997a].

• İki Katmanlı Duvar

İki katmanlı duvar yapılarına ait ses geçiş kaybının hesaplanması konusunda da çeşitli çalışmalar yapılmıştır. Bu kapsamda bilinen ilk çalışma Beranek ve Work tarafından sesin dalga davranışına dikkat çekilerek, iki duvar arasında oluşan kavite içinde sesin yayılması, aynı zamanda çoklu-katmanların modellenmesini sağlayan empedans yaklaşımına göre ele alınmıştır [Beranek ve Work, 1949]. Bu modelde duvar katmanları düşük frekans bölgesinde katı kütleler olarak kabul edilirken, duvarlar arasında oluşan kavitenin derinliği akustik dalga boyundan çok daha küçük olduğunda, kavite empedansı bir yaya benzemektedir. Bu durumda, aralarında hava boşluğuna sahip iki katmanlı bir yapı, kütle-yay-kütle sistemi olarak modellenmiştir. Bu model teorik olarak kesin olma avantajına sahip olmakla birlikte, sesin duvara sadece normal geliş açıları dikkate alındığı için modeli genelleştirmek mümkün olmamıştır.

London sesin duvara normal geliş açısının iki katmanlı duvarları modellemek için yetersiz olduğunu düşünmüş ve daha önce tek katmanlı duvar için gerçekleştirdiği çalışmanın sonuçlarından yararlanarak rastgele geliş açılarına sahip ses dalgaları için birbirinden izole ve özdeş iki katmandan oluşan bir duvar yapısında ses geçiş kaybı problemini çözmeye yönelik bir model geliştirmiştir [London, 1950]. Bu çalışmada iki katmanlı bir yapının kütle-yay-kütle rezonans frekansını hesaplayarak, akustik yarım dalga boyunun ve harmoniklerinin kavite derinliğine uyduğu frekanslarda boşluk rezonanslarının (duran dalgalar) gerçekleştiğini göstermiştir. Bu modeli kullanarak iki katmanlı yapılar için iyi sonuçlar elde etmesine rağmen, geliştirilen model yalnızca kritik frekansların altındaki frekanslar için çalışmakta ve duvar rezonanslarının etkisini hesaba katmamaktadır.

Mulholland ve arkadaşları ışın teorisini kullanarak sonsuz uzunlukta iki duvarın iletim kaybını hesaplamıştır. Önerdikleri çözüm, kavite boşluğuna girdikten sonra eğik bir şekilde gelen dalganın, her seferinde çift katmanın iki plakası arasında tekrar tekrar yansımaya devam edeceğini varsaymaktadır. Geliştirdikleri model, iletim kaybını Beranek ve Work veya London'dan daha iyi tahmin etmese de, en azından yüzeylerin soğurucu etkilerinin incelenmesine izin verdiğini iddia ettiler [Mulholland vd, 1967].

Sharp iki katmanlı duvar performansını öngörmek için üç yaklaşık ifade üretmiştir. İlk ifade, çift katmanlı duvarın tek bir duvar gibi davrandığı ve iletim kaybının oktav başına 6 dB arttığı kavite rezonans frekansının altındaki frekanslar

içindir. İkinci ifade, kavite rezonans frekansı ile ses iletim kaybının oktav başına 18 dB arttığı ilk çapraz kavite rezonansı (cross cavity resonance frequency) arasındaki frekanslar içindir. Üçüncü ifade, iki katmanlı duvar boyunca ses iletiminin duvarı oluşturan katmanların bireysel özelliklerine daha fazla bağımlı olduğu birinci çapraz kavite rezonansının üzerindeki frekanslar için kullanılmıştır [Sharp, 1978]. Ayrıca Goesele katmanlar arasında bağlantı olmadan ve katmanlar arası kavite gözenekli ses emici malzeme ile doldurulmuş olduğu halde iki katmanlı duvar için ses geçiş kaybını tahmin etmeye yönelik basitleştirilmiş bir yöntem önermiştir [Goesele, 1980].

Buraya kadar bahsedilen çalışmaların tümünde iki katmanlı duvarı oluşturan katmanlar arasında fiziksel bir bağlantı olmadığı kabul edilmiştir. Fakat gerçek çift duvarlar genelde yapısal desteklerle birleştirilir ve katmanlar birbirine bağlanır. Bu bağlantılar ses köprüleri oluşturur. Oluşan ses köprülerinin çift katmanlı duvarın ses geçiş kaybı üzerine etkisi incelenmiş ve ses geçiş kaybı için basit bir ifade geliştirilmiştir [Sharp, 1978]. Bununla birlikte ses köprüleri aracılığıyla iletim katsayısı için sesin geliş açısının düşünüldüğü alternatif bir model sunularak, düşük kritik frekans değerine sahip duvar yapılarında ses köprüleri üzerinden ses yayılımının daha önemli olduğu tespit edilmiştir [Fahy, 1985]. Ayrıca Sharp'ın modeline ilave olarak katmanlara ait bağımsız ses geçiş kaybı değerlerinin olmaması durumunda iki katmanlı duvarın ses geçiş kaybını hesaplayan yaklaşık bir yöntem önerilmiştir [Warnock ve Fasold, 1997].

- Sayısal Yöntem Uygulamaları

Tek ve çift katmanlı duvarlar tarafından sağlanan ses iletimini hesaplamak için İstatistiksel Enerji Analiz Yöntemi (Statistical Energy Analysis Method, SEA), Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Element Method, FEM) gibi çeşitli sayısal teknikler geliştirilmiştir.

Maidanik sonlu ve basitçe desteklenmiş bir plakanın titreşim hızı ile bitişik odadaki akustik basınç arasında radyasyon direnci açısından bir ilişki bulmuştur [Maidanik, 1962]. Bu çalışmadan yararlanılarak SEA cinsinden rezonans iletimini hesaplamak için yöntem daha da geliştirilmiş ve havadaki dalga boyunun plakadaki bükülme dalga boyu ile eşleştiği ve plakanın titreşim modlarının sesi verimli bir şekilde yaydığı kritik frekansa yakın bölgede rezonanstan kaynaklanan ses aktarımının oldukça önemli olduğu tespit edilmiştir [Crocker vd, 1969].

SEA ve FEM yöntemleri kullanılarak hesaplanan ses geçiş kaybı değerleri deneysel ölçüm sonuçları ile karşılaştırılarak, FEM yönteminin ses geçiş problemi için uygun olduğu ortaya konmuştur [Steel ve Craik, 1994]. SEA modeli daha sonra büyük gemilerde yapı esaslı ses iletimini (structure borne sound transmission) öngörmek için kullanılmıştır [Hynna vd, 1995]. Ayrıca iki katmanlı hafif duvar yapılarında ses geçiş kaybı problemini çözmek için de SEA yöntemi kullanılmıştır [Craik ve Smith, 2000]. Söz konusu çalışmada düşük frekanslarda duvar tek bir alt sistem olarak modellenirken, yüksek frekanslarda SEA modeli birbirine bağlı birkaç alt sistem kullanır.

FEM yöntemi oda ebatlarının tek katmanlı bir duvarın düşük frekanslardaki ses geçiş kaybı değerine etkisini incelemek için kullanılmıştır [Osipov vd, 1997b]. Maluski ve Gibbs FEM yöntemini bitişik odalar arasındaki ses geçiş kaybını düşük frekansta tahmin etmek için kullanarak sonuçları deneysel verilerle karşılaştırmışlardır [Maluski ve Gibbs, 2000].

2. TEORİK TEMELLER

Bu bölümde temel akustik kavramlar, akustik dalgalar ve ses geçiş kaybının teorik modellenmesi hakkında bilgilere yer verilmiştir.

2.1. Temel Akustik Tanımlar

2.1.1. Ses Hızı

Sesin yayılması için elastik bir ortamın varlığı zorunlu olduğundan, vakumda ve boşlukta sesin yayılması mümkün değildir. Ses bir ortamdaki parçacıkların titreşmesiyle oluşarak, ortamdaki komşu parçacıkların titreşim hareketini birbirine iletmesiyle ilerleyen dalgalar halinde yayılır. Bu dalgalar ulaştıkları noktalarda basınç değişimine yol açarlar. Ses dalgalarının değişik ortamlardaki ilerleme hızı c, ortamın fiziksel özelliklerine bağlı olup k sabit bir sayı, E $\mathrm{N/m^2}$ ortamın elastiklik modülü ve ρ $\mathrm{kg/m^3}$ ortamın yoğunluğu olmak üzere

$$c = k\sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad \mathrm{m/sn} \tag{2.1}$$

şeklinde hesap edilir [Bilgiç ve Sadıkhov, 1994]. E elastiklik modülü ve ρ ortam yoğunluğu basınç ve sıcaklığın fonksiyonu olduğundan ortamdaki ses hızı basınç ve sıcaklığa bağlıdır. Bazı ortamların 1013 mbar ve 20 ℃ deki ses hızları Tablo 2.1'de verilmiştir. Sesin ortamda yayılması sırasında ilerleyen ortamın parçacıkları değil, basınç dalgasıdır. Dolayısıyla sesin yayılması olayında kütle iletimi değil, enerji iletimi söz konusudur. Ses hızı c dalganın ilerleme hızı olup ortam parçacıklarının titreşim hızından farklı bir büyüklüktür.

Akustik hesaplamalarda hava ortamı için genelde sıcaklık 20 ℃, ses hızı $344\,\mathrm{m/sn}$ ve yoğunluk $1.21\ \mathrm{kg/m^3}$ olarak kullanılmaktadır. Dolayısıyla bu tez çalışmasında da aynı değerler kullanılacaktır.

Tablo 2.1: Çeşitli ortamlarda 20 ℃'deki ses hızları.

Ortam	**Ses Hızı (m/sn)**
Hava	344
Mantar	1200
Kurşun	1500
Sert Kauçuk	1400-2400
Beton	3000-3400
Tahta	3300-4300
Dökme demir	3700
Çelik-Alüminyum	5100
Cam	5200

2.1.2. Akustik Dalga Oluşumu ve Dalga Denklemi

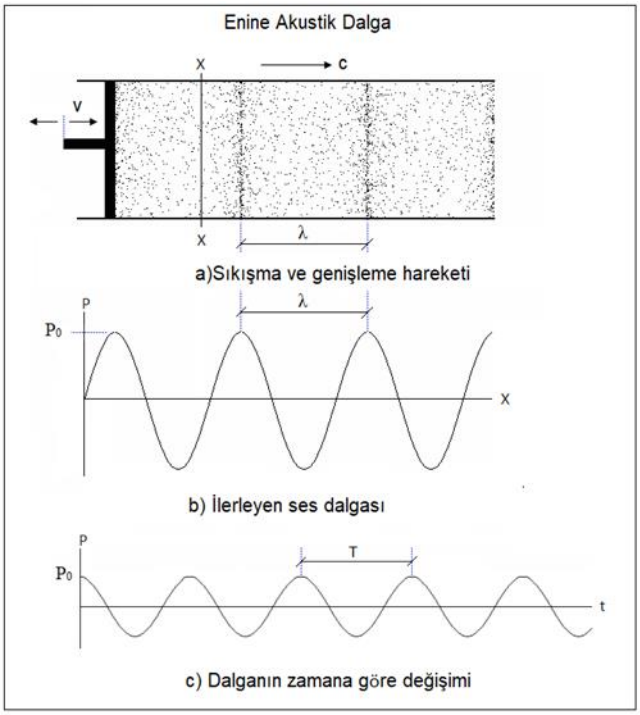
Akustik dalga esasen bir basınç değişikliğidir. Şekil 2.1'de gösterilen bir ucu açık silindirik boru içinde sinusoidal hareket yapan bir pistonu göz önüne alalım. Piston, sağa hareket ederken ortamda sıkışmaya sola hareket ederken ise ortamda genişlemeye neden olur. Esasen pistonun her konumunda ortamda farklı basınç seviyeleri oluşur. Bu seviyelerin her biri ortamda ses hızıyla iletilir. Belirli bir t anında boru boyunca basıncın değişimi ortam basıncı civarında

$$P(x) = P_0 sin\left(\frac{2\pi x}{\lambda}\right) \tag{2.2}$$

şeklinde yazılabilir. Şekil 2.1.a'daki dalga bir bütün halinde c hızıyla sağa doğru ilerlemektedir. Borunun belirli bir x kesitindeki basıncın zamanla değişimi Şekil 2.1.c'de verilmiş olup

$$P(t) = P_0 \sin\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \tag{2.3}$$

şeklinde formüle edilebilir. Bu değişimin periyodu T, sesi oluşturan piston hareketinin periyodudur.



Şekil 2.1: Titreşim yapan bir pistonun ürettiği ses dalgaları.

Bahsesilenlerden hareketle λ dalga boyu ile c m/sn dalga hızı arasında f Hz frekans olmak üzere

$$\lambda = \frac{c}{f} \qquad \text{m} \tag{2.4}$$

ilişkisi vardır. Buradan ω açısal frekans rad/sn olmak üzere k dalga sayısı

$$k = \frac{\omega}{c} \qquad \text{rad/m} \tag{2.5}$$

şeklinde yazılır.

Bu çalışma kapsamında tek ve iki katmanlı duvarların ses geçiş kaybı modellemesinde dalga yayılımı kullanılacağından öncelikle akustik dalga denklemi çıkartılacaktır. Akustik dalga denklemi ısı iletimlerinin hesaba katılmadığı akışkanlar mekaniği ile ilgili Durum (State), Süreklilik (Continuity) ve Euler denklemlerinin lineerleştirilmesi ile elde edilir [Aksoy, 2019].

Durum denklemi (State equation) akışkan şekillerindeki bozulma ve bu bozulmanın eski haline dönmesi ile ilgili iç geri çağrıcı kuvvetler arasındaki ilişkiyi gösterir. $u(r,t)$ N/m^2 akustik basınç, $s(r,t)$ yoğunlaşma (birimsiz), B N/m^2

esneklik veya sıkıştırılmazlık katsayısıyı (elasticity veya bulk modulus olarak ta bilinir) olmak üzere durum denklemi

$$u(r,t) = Bs(r,t) \tag{2.6}$$

olarak yazılır. Burada yoğunlaşma $\rho_0(r,t)$ kg/m^3 ortam yoğunluğu olmak üzere $s(r,t) = \rho(r,t)\,/\rho_0(r,t)$ şeklinde tanımlanır.

Süreklilik denklemi (Continuity equation) belirli bir bölgede hareket eden bir akışkan (sıvı veya gaz) kütlesi için parçacık hızı ve yoğunlaşma arasındaki ilişkiyi gösterir. Süreklilik denklemi esasen kütlenin korunmasının bir ifadesi olup $v(r,t)$ m/sn parçacık hızı olmak üzere lineerleştirilmiş süreklilik denklemi

$$\frac{\partial s(r,t)}{\partial t} + \nabla . v(r,t) = 0 \tag{2.7}$$

olarak yazılır. Burada $s(r,t) = \rho(r,t)\,/\rho_0(r)$ yazılarak, denklem yeniden düzenlenirse

$$\frac{\partial \rho(r,t)}{\partial t} = -\rho_0(r)\nabla v(r,t) \tag{2.8}$$

bulunur.

Euler denklemi akustik basınç dağılımı ve parçacık hızı arasındaki ilişkiyi gösterir. Buna göre $\rho_0(r)$ kg/m^3 ortam yoğunluğu olmak üzere lineerleştirilmiş Euler denklemi

$$\rho_0(r)\frac{\partial v(r,t)}{\partial t} + \nabla u(r,t) = 0 \tag{2.9}$$

halini alır. Burada ortam yoğunluğu $Yoğunluk = kütle/hacim$ olarak tanımlanır. Örneğin hava yoğunluğu 1.21 kg/m^3 olarak kullanılır.

Akustik dalga denklemini elde etmek için bir boyutlu Kartezyen koordinatlarda (2.6) ile verilen durum denklemi (2.7)'de verilen süreklilik denkleminde yerine konularak

$$\frac{1}{B}\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = -\frac{\partial v(x,t)}{\partial x} \tag{2.10}$$

bulunur. (2.10) denkleminin zamana göre türevi alınırsa

$$\frac{1}{B}\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x \partial t} \tag{2.11}$$

elde edilir. Benzer şekilde Euler (hareket) denkleminin konuma göre türevi alınırsa

$$-\rho\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t \partial x} = \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \tag{2.12}$$

olmak üzere (2.11) ve (2.11) denklemleri birleştirilirse

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,t) - \frac{\rho}{B}\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,t) = 0 \tag{2.13}$$

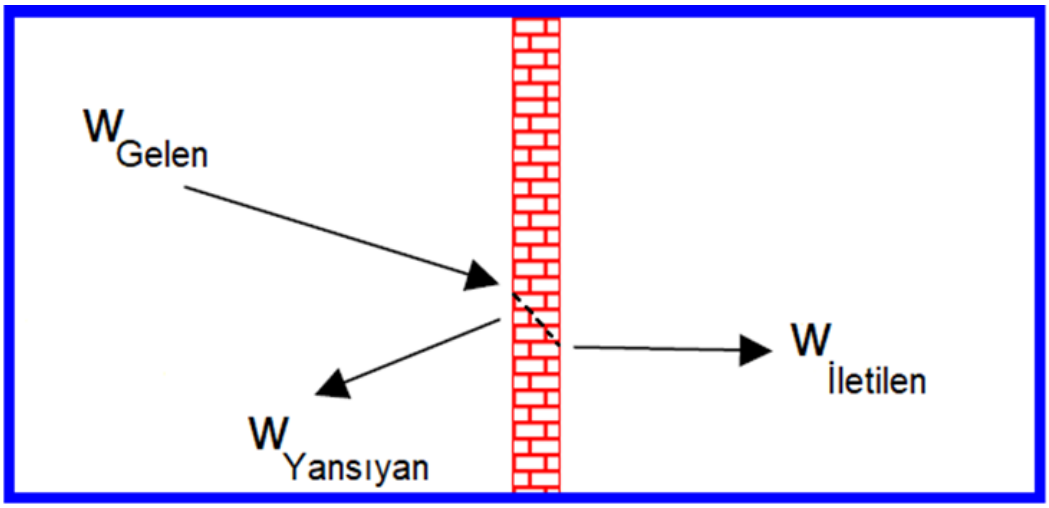
elde edilir. Benzer şekilde $\rho/B = 1/c^2$, c dalga hızı ve $u(x,y,t)$ akustik basınç olmak üzere, iki boyutlu Kartezyen koordinatlarda akustik dalga denklemi

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,y,t) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}u(x,y,t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,y,t) = 0 \tag{2.14}$$

şeklinde bulunur.

2.2. Ses Geçiş Kaybı

Bir ses dalgası komşu iki oda arasında kısmen emici bir duvara çarptığında Şekil 2.2'de gösterildiği gibi ses dalgalarının bir kısmı duvar içinde yutulur (absorbtion), bir kısmı duvar içinden geçerek duvarın arka tarafına iletilir (transmission), bir kısmı da duvardan geri yansır (reflection).



Şekil 2.2: Bir duvara gelen, yansıyan ve iletilen dalga.

Bu durumda duvar için ses iletim katsayısı (sound transmission coefficient) τ (birimsiz), duvarın arka tarafına iletilen ses gücünün W_i kaynak tarafında gelen ses gücüne W_g oranı olarak tanımlanır.

$$\tau = \frac{W_i}{W_g} \tag{2.15}$$

Uygulamada iletim katsayısı yerine logaritmik bir oran olarak Ses Azaltım İndisi (Sound Reduction Index) veya Ses Geçiş Kaybı (Sound Transmission Loss, STL) tanımı

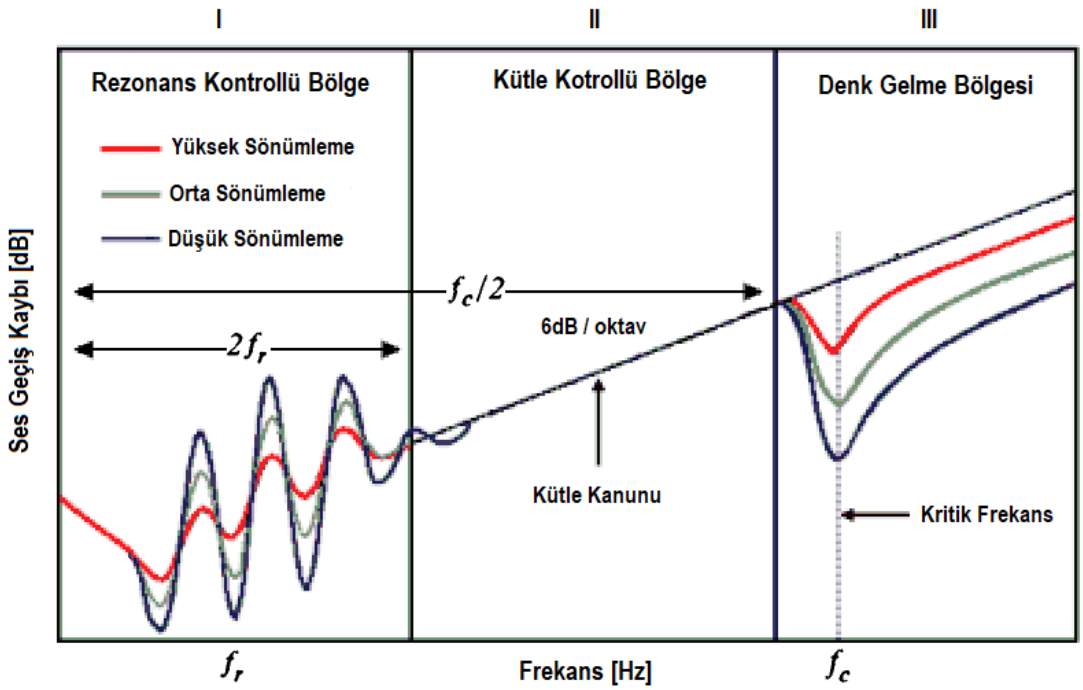
$$R = 10\log\left(\frac{1}{\tau}\right) = 10\log\left(\frac{W_g}{W_i}\right) \quad \text{dB} \tag{2.16}$$

olarak daha yaygın kullanılır.

Ses geçiş kaybı, frekansın bir fonksiyonu olup akustik bir yalıtımdan geçerken ses enerjisinin ne kadar önlendiğinin bir ölçüsüdür. İnsanın işitmesi için duyulabilir frekans aralığı 20 Hz ile 20 kHz arasında olmasına rağmen, yapı akustiğinde incelenen frekans aralığı genel olarak 100 Hz ile 3150 Hz arasındadır. Bunun nedeni insan kulağının çok düşük ve çok yüksek frekanslara duyarlılığının az olmasıdır. Bununla birlikte incelenen frekans aralığı 50 Hz – 5 kHz şeklinde genişletilebilir.

2.2.1. Tek Katmanlı Duvarların Ses Geçiş Kaybı

Tek katmanlı bir duvarın ses geçiş kaybı farklı fiziksel etkilerden dolayı Şekil 2.3'te gösterildiği gibi üç ayrı bölgedede incelenmektedir [Lamancusa, 2000]. II. bölge temel kütle kanunun uygulandığı ses geçiş kaybının doğrudan duvarın birim yüzeyinin kütlesine bağlı olduğu bölgedir. Özellikle havadaki ses dalga boyunun duvar paneli üzerindeki tireşim dalga boyuna eşit olduğu f_c kritik frekans bölgesinde ses geçiş kaybında bir azalma görülmektedir. Bu durum III. bölgede karşımıza çıkmakta ve bu bölgede duvar empedansına eğilme ve bükülme ilgili ilave terimler eklenmektedir. Son olarak I. bölgede ise duvar elemanın doğal rezonans frekanslarından dolayı ses geçiş kaybında dalgalanmalar ortaya çıkmaktadır. Benzer şekilde bu frekans bölgesi için de duvar empedansında doğal rezonanslar ile ilgili terim daha baskın olmaktadır. Bu tez çalışması kapsamında öncelikli hedefimiz kütle kontrollü bölgede (II. bölge) ses geçiş kaybını incelemektir.

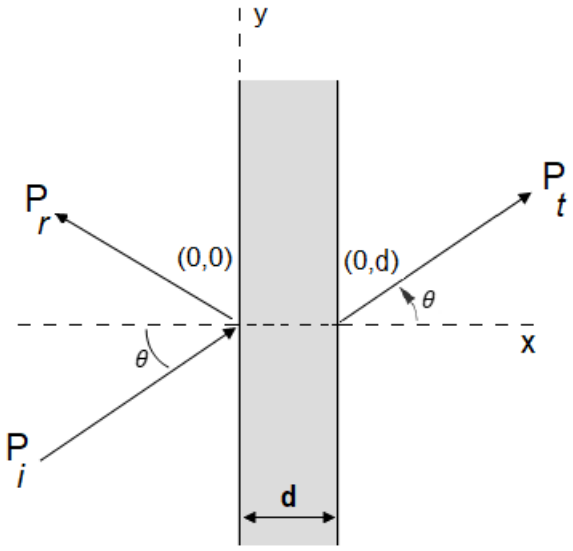


Şekil 2.3: Tek katmanlı bir duvarın ses geçiş kaybı.

2.2.1.1. Temel Kütle Kanunu

Bir ses dalgası Şekil 2.4'te gösterildiği gibi uzayda serbestçe asılı duran sonsuz uzunluktaki duvara θ açısı ile çarptığında gelen dalgadaki akustik basınç P_i olmak

üzere, P_r basınçlı yansıyan bir dalga ve P_t basınçlı iletilen bir dalga oluşur. Bu yapının iletim katsayısını hesaplamak için P_i/P_t oranının bilinmesi gerekir. Bunun için orjin noktasındaki duvarın küçük bir alanını göz önünde bulunduralım.



Şekil 2.4: Tek katmanlı duvar geometrisi.

Ses alanı ve duvar arasındaki sınırda elde edilen ve istenen oranı belirlemeye yetecek iki koşul vardır. Bu iki koşul (1) parçacık hızının x bileşeninin sürekliliği ve (2) arayüz boyunca etkiyen akustik basınç farkı ile duvarın hareketi arasındaki ilişki [London, 1949]. Havadaki dalga sayısı $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$ olmak üzere gelen dalgadaki akustik basınç P_i, yansıyan dalgadaki akustik basınç P_r ve iletilen dalgadaki akustik basınç P_t

$$P_i = P_i e^{j\omega t - jk(x\cos\theta + y\sin\theta)}$$

$$P_r = P_r e^{j\omega t - jk(-x\cos\theta + y\sin\theta)} \tag{2.17}$$

$$P_t = P_t e^{j\omega t - jk(x\cos\theta + y\sin\theta)}$$

olarak ifade edilebilir. Dalgaların yayılım yönleri $x - y$ düzleminde olmak üzere parçacık hızı ξ ile basınç arasında

$$\xi x = \frac{j}{\rho\omega}\frac{\partial p}{\partial x} \tag{2.18}$$

şeklinde bir ilişki kurmak mümkündür. (0, 0) noktasındaki ilk sınır koşulu

$$P_i - P_r = P_t = \frac{\rho c \upsilon_x}{cos\theta} \tag{2.19}$$

olmak üzere burada υ_x duvarın x yönündeki hızının genliğidir. (0, d) noktasındaki ikinci sınır koşulu

$$P_i + P_r - P_t = Z_w \upsilon_x \tag{2.20}$$

olmak üzere, burada Z_w duvarın birim alanın mekanik empedansını gösterir. (2.19) denkleminden elde edilen iletilen basınç ifadesi P_t, (2.20) denkleminde yerine konur ve (2.19) denklemi ile taraf tarafa toplanırsa yansıma ile ilgili basınç terimi P_r yok edilerek, P_i/P_t oranı

$$\frac{P_i}{P_t} = 1 + \frac{Z_w cos\theta}{2\rho c} \tag{2.21}$$

olarak bulunur. Burada duvarın sadece kütlesel bir reaktansa sahip olduğu varsayımı ile m duvarın birim alanın kütlesi $\mathrm{kg/m^2}$ olmak üzere, $Z_w = j\omega m$ yazılırsa rastgele geliş açılarına sahip akustik dalgalar için genel ses geçiş kaybı ifadesi

$$R_\theta = 10\log\left(\frac{P_i}{P_t}\right)^2 = 10\log\left(1 + \frac{j\omega m cos\theta}{2\rho c}\right)^2 \tag{2.22}$$

şeklinde yazılabilir. Çoğu mimari malzeme için kütle empedansı bir'den çok daha büyük ($j\omega m cos\theta/2\rho c \gg 1$) olduğundan bu durumda ses geçiş kaybı

$$R_\theta = 10\log\left[1 + \left(\frac{\omega m cos\theta}{2\rho c}\right)^2\right] \tag{2.23}$$

olarak elde edilir [London, 1949]. Bu ifade rastgele geliş açısına sahip akustik dalgaların ses geçiş kaybı için "kütle kanunu" olarak bilinir. Burada ω $\mathrm{rad/m}$ açısal frekans, m $\mathrm{kg/m^2}$ duvarın birim yüzeyinin kütlesi, $\rho = 1.21\ \mathrm{kg/m^3}$ havanın yoğunluğu ve $c = 344\ \mathrm{m/sn}$ havadaki ses hızıdır. (2.23) denklemi göz önüne alındığında dalga geliş açısının 90° olması durumunda ses geçiş kaybının sıfır olması

gerektiği açıktır. Ancak bu pratikte gözlenmeyen bir sonuçtur. Uygulamada paneller sonsuz boyutta değildir ve dağınık bir alandan kaynaklanan, farklı açılardaki sonsuz sayıda düzlem dalga panele çarpmaktadır. Geliş açısının 0° ile 78° arasında seçilmesi ile hesaplanan ortalama ses geçiş kaybı değerlerinin deneysel veriler ile daha iyi uyum sağladığı tespit edilmiştir. Buna göre duvarın etkin birim yüzey kütlesi $m/1.8$ seçilerek, geliş açısından bağımsız olacak şekilde ortalama yaklaşık ses geçiş kaybı

$$R = 10\log\left[1 + \left(\frac{\omega m}{3.6\rho c}\right)^2\right] \tag{2.24}$$

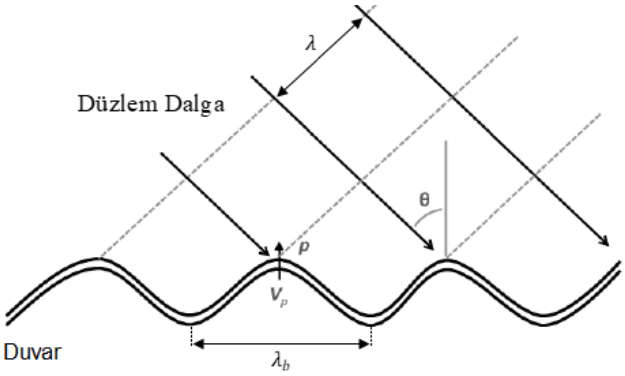
veya

$$R \cong 20\,log(mf) - 47.3 \qquad \text{dB} \tag{2.25}$$

şeklinde yazılır [Long, 2014]. Bu denklem, birim alan kütlesinin veya frekansın iki katına çıkması durumunda ses geçiş kaybı değerinde yaklaşık 6 dB'lik bir artış öngörmektedir. Bununla birlikte, elemanın sertliği, sönümleme etkisi ve dinamik davranışı yüksek frekanslarda ses geçiş kaybında lokal düşüşlere sebep olmaktadır.

2.2.1.2. Bükülme Dalgalarının (Bending Wave) Yayılması

Katı bir plakadaki bükülme dalgası, bu plakayı çevreleyen havadaki akustik dalga ile dalga empedansı kavramı kullanılarak birleştirilir. Tek katmanlı bir bölmenin basit bir vibro-akustik modeli Şekil 2.5'te gösterildiği gibi plakanın sonsuz uzatılmış, ince, elastik, homojen, izotropik bir levha olduğu varsayılarak elde edilebilir.



Şekil 2.5: Titreşen bir duvar ve yüzeyine çarpan akustik basınç.

Bu durumda bir önceki bölümde $Z_w = j\omega m$ şeklinde sadece kütle reaktansına bağlı verilen duvar empedansı, bükülme dalgalarının etkisini gösterecek şekilde

$$Z_w = j\omega m\left[1 - \frac{B\omega^2}{mc_1^4}\right] \tag{2.26}$$

şeklinde yazılabilir [Cremer, 1942]. Burada $B = Ed^3/12(1 - s^2)$ Nm duvarın bükülme sertliği (bending stiffness), E $\mathrm{N/m^2}$ Young esneklik modülü, s (birimsiz) Poisson oranı, d metre duvar kalınlığı ve $k_1 = \omega/c_1 = 2\pi/\lambda_1$, λ_1 duvar içindeki sesin dalga boyu metre olarak verilmektedir. (2.26) denklemi ile verilen duvar empedansındaki negatif reaktans teriminin varlığı plakanın sertliğinden kaynaklanmaktadır. Ayrıca çakışma frekansı (coincidence frequency) olarak adlandırılan bir frekansta, kütle ve bükülme empedanslarına karşılık gelen terimler eşittir ve zıt işaretlere sahip olduklarından, bileşik duvar empedansı sıfırdır. Çakışma frekansında, bükülme dalgası hızı, panel boyunca hareket eden havadaki sesin hızıyla aynıdır. Burada $c = c_1 sin\theta$ yazılarak duvar empedansı

$$Z_w = j\omega m\left[1 - \frac{B\omega^2}{mc^4} sin^4\theta\right] \tag{2.27}$$

şeklinde elde edilir. Kütle ve bükülme empedanslarının eşitliğinden çakışma frekansı dalganın geliş açısına bağlı olarak

$$f_{co} = \frac{c^2}{2\pi sin^2\theta}\sqrt{\frac{m}{B}} \tag{2.28}$$

şeklinde yazılır. Bu denklemde özel olarak geliş açısının $\theta = \pi/2$ seçilmesi ile kritik frekans (critical frequency), d metre duvar kalınlığı ve ρ $\mathrm{kg/m^3}$ duvar malzemesinin yoğunluğu olmak üzere

$$f_c = \frac{c^2}{2\pi}\sqrt{\frac{m}{B}} = \frac{c^2}{2\pi d}\sqrt{\frac{\rho 12(1 - s^2)}{E}} \tag{2.29}$$

denkleminden hesap edilir. Çakışma etkisine (coincidence effect) bağlı olarak ses geçiş kaybındaki rezonans çukurları her zaman kritik frekansta veya kritik frekansın

üzerinde başlar. Duvar içindeki dahili sönümleme kritik frekansta geçiş kaybının sıfıra düşmesini önler. Bunu teorik olarak ele almak için, η birden düşük bir değere sahip bir sönümleme terimi olarak $B = B(1 + j\eta)$ şeklinde bükülme sertliğine eklenir. Normal geliş açısına sahip kütle yasası ile sönümleme terimini birleştirerek kritik frekansın üzerinde ses geçiş kaybını yaklaşık hesaplayan bir denklem de

$$R(f > f_c) \cong 20\log\left(\frac{\omega m}{2\rho c}\right) + 10\log\left[\frac{2\eta}{\pi}\left(\frac{f}{f_c} - 1\right)\right] \quad \text{dB} \tag{2.30}$$

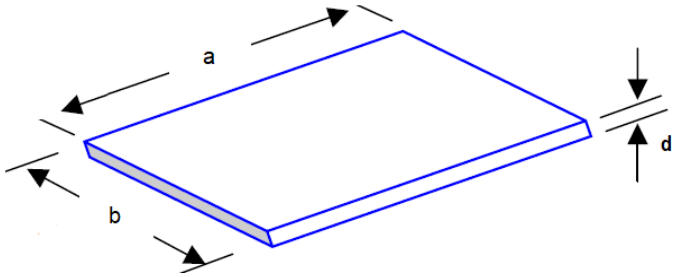
şeklinde verilmiştir [Cremer, 1942]. Bu denklem, sabit bir kayıp faktörü için, ses geçiş kaybında kritik frekansın üzerinde 9 dB/Oktav bir artış olduğunu gösterir.

2.2.1.3. Duvarın Sonlu Boyutlarda Olması

Duvarın doğal titreşim modları, genellikle düşük frekanslarda, duvarın enine hareketi nedeniyle enerji aktarma yeteneğini etkiler. Bu durumda duvara çarpan ses dalgası, geçiş kaybında dalgalanmalara neden olan dinamik bir tepki üretir. Geçiş kaybındaki bu dalgalanmalar esas olarak, duvarın enine hareketiyle ilgili öz frekanslarda ortaya çıkacaktır. Şekil 2.6'daki gibi sonlu boyutlu bir duvarın doğal rezonanslarını hesaba katmak için $Z_w = j\omega m$ şeklinde belirtilen duvar empedansına çok düşük frekanslarda bir terim eklenerek

$$Z_w = -j\frac{\pi^4 B\left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right]}{\omega} \tag{2.31}$$

şeklinde düzenlenir [Sharp, 1973]. Burada a ve b panel ebatları, m ve n tamsayılardır.



Şekil 2.6: Sonlu ebatlarda bir duvar paneli.

Rezonans frekans aralığında, toplam duvar empedansı, panel empedansının ve kütle empedansının toplamına eşittir. İki terim eşit olduğu ve duvar kalınlığının duvar ebatlarına göre küçük olduğu durumda rezonans frekansı

$$f_{mn} = \frac{\pi}{2}\left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right]\sqrt{\frac{B}{\rho d}} \quad \text{Hz} \tag{2.32}$$

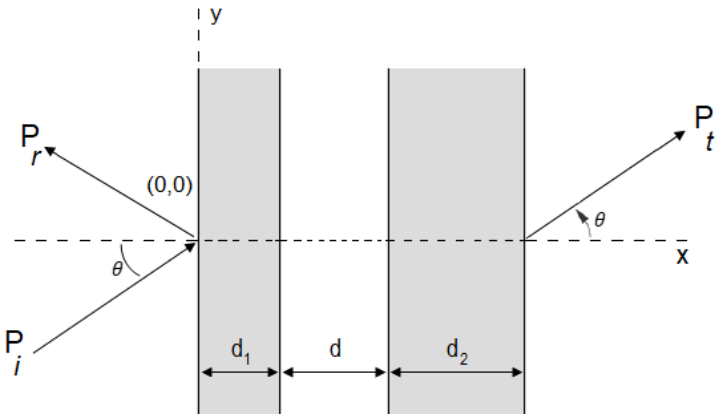
denklemi ile hasaplanır. Bu eşitlikten elde edilen rezonans frekanslarının sayısı teorik olarak sonsuzdur. Bununla birlikte, yalnızca ilk titreşim modları, ses geçiş kaybı üzerinde önemli bir etkiye sahiptir. Bu frekans bölgesinde ses geçiş kaybını veren yaklaşık bir ifade

$$R(f < f_{mn}) \cong 20\log(mf) - 47.3 + 40\log\left(\frac{f_{mn}}{f}\right) \quad \text{dB} \tag{2.33}$$

şeklinde verilmiştir [Sharp, 1973].

2.2.2. İki Katmanlı Duvarların Ses Geçiş Kaybı

Tek katmanlı bir duvarın ses yalıtımı, eleman bir hava odası tarafından ayrılmış iki panele bölünmüşse artabilir. Bununla birlikte yapının dinamik tepkisine ve hava odasındaki (kavite) çoklu yansımalardan oluşan rezonans frekanslarına bağlı olarak iki katmanlı duvarın ses geçiş kaybında düşüşler gözlenir. Şekil 2.7'de iki katmanlı bir duvar geometrisi verilmiştir.



Şekil 2.7: İki katmanlı duvar geometrisi.

İki katman, kavitenin ihmal edilebilir bir etkiye sahip olduğu düşük frekanslarda katmanların kütleleri toplamı $(m_1 + m_2)$ ile bir arada hareket eden tek bir katman gibi davranır. Frekans arttıkça, aradaki hava boşluğu ile beraber iki katmanlı duvar yapısı iki kütle ve bunları birbirine bağlayan bir yay gibi modellenir. Burada, havanın yoğunluğu $\rho = 1.21\ \mathrm{kg/m^3}$, havadaki ses hızı $c = 344\ \mathrm{m/sn}$, d metre duvar katmanları arasındaki mesafe, θ ses dalgalarının geliş açısı ve $k = \rho c^2/d cos^2\theta$ olmak üzere kütle-yay-kütle rezonans frekansı

$$f_{rezonans} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{k\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)} \quad \mathrm{Hz} \tag{2.34}$$

şeklinde hesap edilir [London, 1950]. İki katmanlı duvardaki ses olayının frekansı rezonans frekansından daha yüksekse, hava odası ses enerjisinin bir kısmını emer ve aynı kütleye sahip tek bir elemanda gözlenenden daha fazla akustik yalıtım sağlar. Bununla birlikte yüksek frekanslarda kavite içinde oluşan duran dalgalar ard arda çoklu yansımalar oluşturabilir. Bu olay kavite kalınlığının dalga boyunun yarısı kadar olduğu $n\lambda/2$ durumlarında meydana gelir. Bu durumda kavite rezonans frekansları

$$f_n = \frac{nc}{2d}\ , (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \mathrm{Hz} \tag{2.35}$$

şeklinde hesap edilir. Bu denklemin analizinden ilk rezonans frekansının insan kulağının duyarlı olduğu bölgenin dışında olması için katmanlar arasındaki mesafenin küçük olması gerektiği sonucuna varılmaktadır. Şekil 2.7'de geometrisi verilen yapının iletim katsayısı

$$\tau = \left[1 + (X_1 + X_2) + X_1 X_2\left(1 - e^{-j2kdcos\theta}\right)\right]^{-2} \tag{2.36}$$

olarak verilmiştir [London, 1950]. Burada Z_1 ve Z_2 rayl biriminde duvar katmanlarının akustik empedansları olmak üzere

$$X_1 = \frac{Z_1 cos\theta}{2\rho c} \quad \text{ve} \quad X_2 = \frac{Z_2 cos\theta}{2\rho c} \tag{2.37}$$

şeklindedir. Buradan kritik frekansların altında ω açısal frekans, d katmanlar arası mesafe, m_1 ve m_2 $\mathrm{kg/m^2}$ katmanların birim yüzeylerinin ağırlığı, $k = 2\pi f/c$ dalga sayısı olmak üzere yaklaşık ses geçiş kaybı

$$R \cong 10\log\left\{1 + \left[\frac{\omega(m_1 + m_2)}{3.6\rho c} - \frac{\omega^2 m_1 m_2}{(3.6\rho c)^2}\left(1 - e^{-j2kd}\right)\right]^2\right\} \tag{2.38}$$

ile hesap edilir [London, 1950]. Kütle-hava-kütle rezonans frekansının altındaki düşük frekanslarda katmanlar arası mesafe dalga boyuyla karşılaştırıldığında oldukça küçüktür, bu nedenle (2.38) denklemindeki en sağ taraftaki terim sıfıra yaklaşır. Bu durumda ses geçiş kaybı

$$R \cong 10\log\left[1 + \left(\frac{\omega(m_1 + m_2)}{3.6\rho c}\right)^2\right] \tag{2.39}$$

olarak tek katmanlı yapıdaki kütle kanuna benzer şekilde $m = m_1 + m_2$ olmak üzere yaklaşık olarak

$$R \cong 20\log(mf) - 47.3 \qquad (f < f_{rezonans}) \tag{2.40}$$

şeklinde elde edilir. $f_{rezonans}$ rezonans frekansının üzerindeki frekanslarda, ancak yine de dalga boyunun katmanlar arası mesafe ile karşılaştırılabilir olduğu noktanın altında (2.38) denkleminde en sağ taraftaki terim etkin olmaya başlar. Bu bölgede dalga boyu hala katmanlar arası mesafeden daha büyüktür. Bu nedenle $e^{-j2kd} \cong 1 - j2kd$ yaklaşımı ile ses geçiş kaybı

$$R \cong 20\log\left[\frac{\omega^2 m_1 m_2}{(3.6\rho c)^2} 2kd\right] \tag{2.41}$$

ve

$$R \cong R_1 + R_2 + 20\log(2kd) \qquad (f_{rezonans} < f < f_l) \tag{2.42}$$

şeklinde yazılır. Burada f_l ilk kavite rezonans frekansının π ile bölümünden elde edilen $f_l = c/2\pi d$ geçiş frekansı (knee frequency) olarak tanımlanır. Bu frekanstan

yüksek frekanslarda ses geçiş kaybı

$$R \cong R_1 + R_2 + 6 \qquad (f_l < f) \tag{2.43}$$

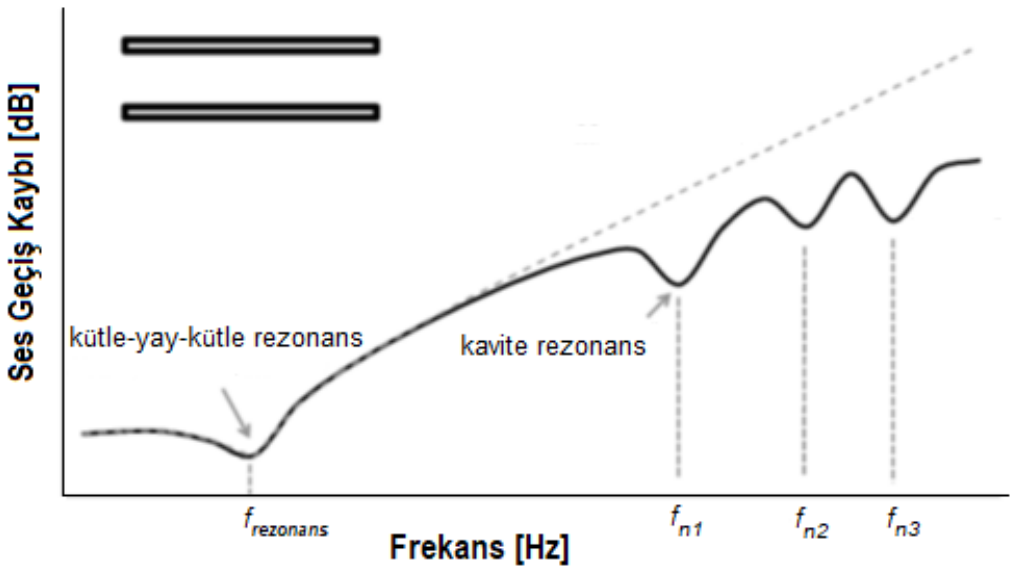
şeklinde verilir. (2.40), (2.42) ve (2.43) denklemleri ile verilen ses geçiş kaybı Sharp tarafından tanımlanmıştır [Sharp, 1973]. Duvar katmanlarına ait R_1 ve R_2 ölçülmüş ses geçiş kaybı değerleri mevcut ise, yapı katmanları arasında bağlantı olmadan ve aradaki bölme gözenekli ses emici malzeme ile doldurulmuş olduğu halde iki katmanlı duvarın ses geçiş kaybı için basitleştirilmiş bir denklem

$$R = R_1 + R_2 + 20\log\frac{4\pi f\rho c}{s'}$$

$$s' = \begin{cases} \dfrac{\rho c^2}{2d}, & f < \dfrac{c}{2d} \\ 2\pi f\rho c, & f > \dfrac{c}{2d} \end{cases} \tag{2.44}$$

olarak verilir [Goesele, 1980].

Yukarıda anlatılanlar kapsamında çift katmanlı duvar için tipik ses geçiş kaybı grafiği aşağıda verilmiştir [Eslami, 2015].



Şekil 2.8: Çift katmanlı duvarın ses geçiş kaybı.

3. ZAMAN UZAYI SONLU FARKLAR YÖNTEMİ

Mühendislik ve doğa bilimlerinde karşılaşılan, değişim içeren birçok problem birinci mertebeden diferansiyel denklemlerle tanımlanmaktadır. Bu modelde genelde fiziksel bir alanın zaman türevi başka bir alanın konum (uzay) türevi ile ilişkilidir. Elektromanyetik, akustik ve akışkanlar dinamiği bu olayların akla ilk gelen örnekleridir.

Bununla birlikte bazı diferansiyel denklemler analitik olarak çözülebilirken, bazılarının analitik çözümleri mümkün değildir. Buradan hareketle sayısal (nümerik) çözüm yöntemleri geliştirilmiştir. Diferansiyel denklem veya integral denklem temelli olmak üzere aşağıda bazı zaman uzayı sayısal çözüm yöntemleri verilmiştir [Aksoy, 2019].

- Zaman Uzayı Sonlu Farklar Yöntemi (Finite Difference Time Domain, FDTD)
- İletim Hatları Yöntemi (Transmission Line Methods, TLM)
- Zaman Uzayı Kısmi Spektral Yöntem (Pseudo Spectral Time Domain, PSTD)
- Zaman Uzayı Momentler Yönetimi (Metot of Moments in Time Domain, MoMTD)
- Zaman Uzayı Düzlemsel Dalga Yöntemi (Plane Wave Time Domain, PWTD)
- Zaman Uzayı Sonlu Elemanlar Yöntemi (Finite Element Method Time Domain, FEMTD)
- Zaman Uzayı Sonlu İntegrasyon Yöntemi (Finite Integration Time Domain, FITD)

Zaman Uzayı Sonlu Farklar (ZUSF) yöntemi, elektromanyetik, akustik, su altı akustik, optik vb. birçok alanda problemlerin çözümünde yaygın olarak kullanılan sayısal (nümerik) yöntemlerden biridir. Bu yöntem ilk kez 1966 yılında K. Yee tarafından Maxwell denklemlerinin çözümü için önerilmiştir. K. Yee Maxwell denklemlerindeki zamana ve konuma bağlı analitik türevleri Kartezyen koordinatlarda ayrıklaştırmış, bu türevleri belirli bir hataya sahip sayısal merkezi fark eş değerleri ile değiştirmiş ve elde edilen denklem sistemini zamanda iteratif olarak çözmüştür [Yee, 1966].

3.1. Sonlu Fark Türevinin Hesabı

Sonlu Farklar yöntemi bilgisayar hesaplamaları için kısmi türevli diferansiyel denklemlerde yer alan birinci ve ikinci mertebeden türevlerin belirli hata kabulü ile yaklaşık formda Taylor serisi açılımları kullanılarak yazılması olarak tanımlanabilir.

Bir $f(x)$ fonksiyonunun $x = x_i$ civarında Taylor serisi açılımı

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^n(x_i)}{n!}(x - x_i)^n$$

$$= f(x)|_{x=x_i} + (x - x_i)f'(x)|_{x=x_i} + \frac{(x - x_i)^2}{2!} f''(x)|_{x=x_i} + \cdots \tag{3.1}$$

şeklinde yazılır. Bu gösterimin geçerli olması için seri yakınsak olmalı ve fonksiyonun $x = x_i$ noktasında türevleri tanımlı olmalıdır. Özel olarak $(x - x_i) = h$ ve $x = x_i + h$ olmak üzere Taylor seri açılımı;

$$f(x_i + h) = f(x_i) + hf'(x_i) + \frac{h^2}{2!} f''(x_i) + \cdots \tag{3.2}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $x = x_i$ için hesap yapıldığı unutulmaksızın genel durum için

$$f(x + h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2!} f''(x) + \frac{h^3}{3!} f'''(x) + \cdots \tag{3.3}$$

olmak üzere, buradan birinci türev çekilirse İleriye Fark (Forward Differences) yaklaşımı olarak bilinen

$$\frac{f(x + h) - f(x)}{h} = f'(x) + \frac{h}{2!} f''(x) + \frac{h^2}{3!} f'''(x) + \cdots \tag{3.4}$$

ifadesi bulunur. Burada hatanın azaltılması için h'ın sıfıra yaklaşması gerektiği ve hata teriminin birinci mertebeden olduğu açıktır. Birinci türev için bir başka formül

ileriye fark yaklaşımına benzer şekilde Taylor serisinin geri bir noktada yazılması ile

$$f(x-h) = f(x) - hf'(x) + \frac{h^2}{2!}f''(x) - \frac{h^3}{3!}f'''(x) + \cdots \tag{3.5}$$

olarak bulunur. Burada türev ifadesi çekilirse Geriye Farklar (Backward Differences) yaklaşımı olarak bilinen

$$\frac{f(x-h) - f(x)}{h} = f'(x) - \frac{h}{2!}f''(x) + \frac{h^2}{3!}f'''(x) - \cdots \tag{3.6}$$

denklemi elde edilir. Bu yaklaşım için de hata teriminin $O(h)$ birinci mertebeden olduğu açıktır. Daha doğru bir sonuç elde etmek için İleri Fark (3.4) ve Geri Fark (3.6) denklemleri taraf tarafa toplanırsa, Merkezi Farklar (Central Differences) olarak bilinen

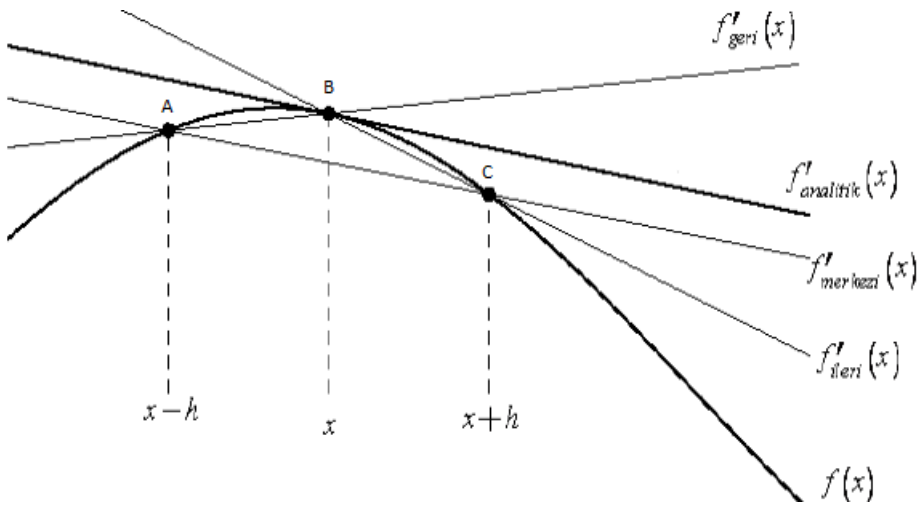
$$\frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} = f'(x) + \frac{h^2}{3!}f'''(x) + \cdots \tag{3.7}$$

denklemi elde edilir. Burada ikinci mertebeden hata $O(h^2)$ kabulü ile birinci mertebeden türevin merkezi fark değeri

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} + O(h^2) \tag{3.8}$$

olarak ifade edilebilir. $2h$ türevin alınmasında kullanılan $f(x+h)$ ve $f(x-h)$ noktaları arasındaki uzaklığı göstermektedir.

Sonlu fark türev formülleri Şekil 3.1'deki grafik üzerinde gösterilebilir. Görüldüğü gibi İleri Fark türev formülü esasında BC kirişinin eğimi, Geri Fark türev formülü AB kirişinin eğimi ve Merkezi Fark türev formülü de AC kirişinin eğiminden başka bir şey değildir.



Şekil 3.1: Sonlu fark türevlerinin grafik üzerinde gösterimi.

Benzer şekilde, ikinci mertebeden türevler $f(x+h)$ ve $f(x-h)$ Taylor seri açılımlarının direkt olarak toplanması ve ikinci mertebeden hata $O(h^2)$ kabulü ile

$$f''(x) = \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} + O(h^2) \tag{3.9}$$

biçiminde yazılabilir.

3.2. İki Boyutlu Dalga Denklemi Uygulaması

Yukarıda belirtilen yaklaşımlar kullanılarak iki boyutlu (hiperbolik tip) dalga denklemini ZUSF yöntemi ile incelemek için öncelikle

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,y,t) + \frac{\partial^2}{\partial y^2}u(x,y,t) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,y,t) = 0 \tag{3.10}$$

iki boyutlu dalga denklemi olmak üzere zamanda ve konumda ayrıklaştırma işlemi uygulayalım. Bu durumda dalga denklemi

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,y,t)\bigg|_{i,j}^{n} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}u(x,y,t)\bigg|_{i,j}^{n} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,y,t)\bigg|_{i,j}^{n} = 0 \tag{3.11}$$

şeklinde yazılır. Burada i ve j sırasıyla x ve y eksenlerindeki konum noktaları, n ise zamandaki adım sayısı olmak üzere (3.11) denklemindeki her bir terimi (3.9) denklemini kullanarak ayrı ayrı merkezi farklar şeklinde belirtelim.

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,y,t)\bigg|_{i\Delta x,j}^{n} &= \frac{\partial^2}{\partial x^2}u^n(i\Delta x,j)\\ &= \frac{u^n(i+1,j)-2u^n(i,j)+u^n(i-1,j)}{\Delta x^2}\\ &= \frac{u_{i+1,j}^n-2u_{i,j}^n+u_{i-1,j}^n}{\Delta x^2},\end{aligned} \tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial y^2}u(x,y,t)\bigg|_{i,j\Delta y}^{n} &= \frac{\partial^2}{\partial y^2}u^n(i,j\Delta y)\\ &= \frac{u^n(i,j+1)-2u^n(i,j)+u^n(i,j-1)}{\Delta y^2}\\ &= \frac{u_{i,j+1}^n-2u_{i,j}^n+u_{i,j-1}^n}{\Delta y^2},\end{aligned} \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,y,t)\bigg|_{i,j}^{n\Delta t} &= \frac{\partial^2}{\partial t^2}u^n(i,j,\Delta n)\\ &= \frac{u_{i,j}(n+1)-2u_{i,j}(n)+u_{i,j}(n-1)}{\Delta t^2}\\ &= \frac{u_{i,j}^{n+1}-2u_{i,j}^n+u_{i,j}^{n-1}}{\Delta t^2}\end{aligned} \tag{3.14}$$

olarak bulunur. Merkezi fark şeklinde verilen bu konum ve zaman bileşenlerini (3.10) dalga denkleminde yazarsak

$$\frac{u_{i+1,j}^n-2u_{i,j}^n+u_{i-1,j}^n}{\Delta x^2}+\frac{u_{i,j+1}^n-2u_{i,j}^n+u_{i,j-1}^n}{\Delta y^2}=\frac{1}{c^2}\frac{u_{i,j}^{n+1}-2u_{i,j}^n+u_{i,j}^{n-1}}{\Delta t^2} \tag{3.15}$$

elde edilir. Burada zamanda en ilerideki terim $u_{i,j}^{n+1}$ çekilerek, denklem yeniden düzenlenirse iki boyutlu dalga denklemi için ZUSF güncelleme denklemi

$$u_{i,j}^{n+1} = 2u_{i,j}^{n} - u_{i,j}^{n-1} + (c\Delta t)^2 \left[\frac{u_{i+1,j}^{n} - 2u_{i,j}^{n} + u_{i-1,j}^{n}}{\Delta x^2} + \frac{u_{i,j+1}^{n} - 2u_{i,j}^{n} + u_{i,j-1}^{n}}{\Delta y^2} \right] \quad (3.16)$$

olarak elde edilir.

3.2.1. Sayısal Dispersiyon Analizi

Dispersiyon bir ortamda yayılan dalgaların faz hızının frekansa bağımlılığı olarak tanımlanır. İki boyutlu dalga denklemi kullanılarak "analitik dispersiyon bağıntısı" elde etmek için k_x ve k_y dalga sayısının x ve y eksenindeki bileşenleri olmak üzere

$$u(x, y, t) = e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)} \quad (3.17)$$

ifadesi, iki boyutlu dalga denkleminde yerine konulursa

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)} \quad (3.18)$$

$$(jk_x)^2 e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)} + (jk_y)^2 e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)} = \frac{(jw)^2}{c^2} e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)} \quad (3.19)$$

olmak üzere, buradan (3.19) denkleminin her iki yanı $e^{j(\omega t - k_x x - k_y y)}$ ile bölünürse

$$k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \quad \Longrightarrow \quad k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \pm \frac{\omega}{c} \quad (3.20)$$

elde edilir. Bu ifade dalga sayısının frekansa bağlı olduğunu gösterir. Bu bağıntıdan dalganın faz hızı v_{faz}

$$v_{faz} = \frac{\omega}{k} = \mp c \tag{3.21}$$

olarak bulunur. Faz hızının frekanstan bağımsız (sabit sayı) olması dalganın şeklinde dispersiyon kaynaklı bozulma olmaksızın yayılması anlamına gelir. Bu tür ortamlara dispersiyonsuz (dispersionless) ortamlar adı verilir.

ZUSF uygulamalarında "sayısal dispersiyon" zamanda ve konumda ayrıklaştırma (ızgaralama) işleminden kaynaklanır ve sayısal faz hızının frekansa bağlı olması durumudur. İki boyutlu dalga denklemine ait "sayısal dispersiyon bağıntısı" hesabı için k_x^N ve k_y^N sayısal dalga sayısının x ve y eksenindeki bileşenleri olmak üzere konumda $i\Delta x, j\Delta y$ ve zamanda $n\Delta t$ şeklinde ayrıklaştırma yapılmış

$$u(x,y,t) = e^{j\left(\omega n\Delta t - k_x^N i\Delta x - k_y^N j\Delta y\right)} \tag{3.22}$$

ifadesi (3.16) denkleminde verilen iki boyutlu ZUSF güncelleme denkleminde yerine yazılırsa

$$\begin{aligned} e^{j\left(\omega(n+1)\Delta t - k_x^N i\Delta x - k_y^N j\Delta y\right)} &= \left(\frac{c\Delta t}{\Delta x}\right)^2 \Big[e^{j\left(\omega n\Delta t - k_x^N (i+1)\Delta x - k_y^N j\Delta y\right)} \\ &- 2e^{j\left(\omega n\Delta t - k_x^N i\Delta x - k_y^N j\Delta y\right)} + e^{j\left(\omega n\Delta t - k_x^N (i-1)\Delta x - k_y^N j\Delta y\right)}\Big] \\ &+ \left(\frac{c\Delta t}{\Delta y}\right)^2 \Big[e^{j\left(\omega n\Delta t - k_x^N i\Delta x - k_y^N (j+1)\Delta y\right)} \\ &- 2e^{j\left(\omega n\Delta t - k_x^N i\Delta x - k_y^N j\Delta y\right)} + e^{j\left(\omega n\Delta t - k_x^N i\Delta x - k_y^N (j-1)\Delta y\right)}\Big] \\ &+ 2e^{j\left(\omega n\Delta t - k_x^N i\Delta x - k_y^N j\Delta y\right)} - e^{j\left(\omega(n-1)\Delta t - k_x^N i\Delta x - k_y^N j\Delta y\right)} \end{aligned} \tag{3.23}$$

olmak üzere, eşitliğin her iki tarafı $e^{j\left(\omega n\Delta t - k_x^N i\Delta x - k_y^N j\Delta y\right)}$ ile bölünürek

$$e^{j\omega\Delta t} = \left(\frac{c\Delta t}{\Delta x}\right)^2 \left(e^{-jk_x^N\Delta x} - 2 + e^{jk_x^N\Delta x}\right) + \left(\frac{c\Delta t}{\Delta y}\right)^2 \left(e^{-jk_y^N\Delta y} - 2 + e^{jk_y^N\Delta y}\right) + 2 - e^{-j\omega\Delta t} \tag{3.24}$$

ifadesi bulunur. Burada zaman ve konum içeren üstel terimler aynı tarafta toplanarak, 2 ile bölüp Euler dönüşümü uygulanırsa

$$\frac{e^{j\omega\Delta t} + e^{-j\omega\Delta t}}{2} = \left(\frac{c\Delta t}{\Delta x}\right)^2 \left(\frac{e^{-jk_x^N\Delta x} + e^{jk_x^N\Delta x}}{2} - 1\right) + \left(\frac{c\Delta t}{\Delta y}\right)^2 \left(\frac{e^{-jk_y^N\Delta y} + e^{jk_y^N\Delta y}}{2} - 1\right) + 1 \tag{3.25}$$

olmak üzere

$$cos(\omega\Delta t) = \left(\frac{c\Delta t}{\Delta x}\right)^2 [cos(k_x^N\Delta x) - 1] + \left(\frac{c\Delta t}{\Delta y}\right)^2 \left[cos\left(k_y^N\Delta y\right) - 1\right] + 1 \tag{3.26}$$

şeklinde iki boyutlu dalga denklemi için "sayısal dalga sayısı" bağıntısı elde edilir. Burada basitlik olması açısından özel olarak $\Delta y = 0$ için

$$cos(\omega\Delta t) = \left(\frac{c\Delta t}{\Delta x}\right)^2 [cos(k_x^N\Delta x) - 1] + 1 \tag{3.27}$$

olmak üzere k_x^N sayısal dalga sayısı çekilirse

$$k_x^N = \frac{1}{\Delta x} cos^{-1}\left\{1 + \left(\frac{\Delta x}{c\Delta t}\right)^2 [cos(\omega\Delta t) - 1]\right\} \tag{3.28}$$

şeklinde elde edilir. Bu ifade bir boyutlu dalga denklemi için sayısal dispersiyon ilişkisidir. Sayısal dalga sayısı k_x^N ve açısal frekans ω arasında (3.20) denklemindeki analitik ifadeye benzer bir ilişki kurmak için zaman ve konumdaki örnekleme adımlarının uygun seçilmesi gerektiği açıktır.

Örneğin $c\Delta t = \Delta x/2$ iken $\Delta x = \lambda/10$ ve $\Delta x = \lambda/20$ olması durumlarında yayılan dalgaya ait sayısal faz hızı sırasıyla $v_{faz} = 0.9873c$ ve $v_{faz} = 0.99689c$ olarak hesaplanır. Bu durumda sayısal faz hızları serbest uzaydaki faz hızı c'den % 1.27 ve % 0.31 daha azdır. Bu durum $\Delta x = \lambda/10$ için dalganın 100 hücrelik bir ZUSF problem uzayında yaklaşık 98. hücreye kadar, $\Delta x = \lambda/20$ için 200 hücrelik problem uzayında 199. hücreye kadar yayılabileceğini gösterir [Taflove ve Hagness, 2005]. Bu çalışma ZUSF uygulamalarında sayısal dispersiyon hatalarının ızgara boyutunun $\lambda/10$ ve daha küçük seçilmesi ile, kabul edilebilir düzeyde tutulabileceğini gösterir.

3.2.2. Sayısal Kararlılık

Kararlılık bir sistemde sınırlı girişlere karşı, sınırlı çıkışlar üretmek olarak tanımlanır. Sayısal kararlılığın sağlanması için zaman adımı Δt sınırlı olmalıdır. Buna göre iki boyutlu ZUSF çözümlerinin kararlı olması için Courant–Friedrich–Levy (CFL) kararlılık koşulu olarak bilinen

$$\Delta t \leq \frac{1}{c\sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2}}} \tag{3.29}$$

şartı sağlanmalıdır [Taflove ve Hagness, 2005].

3.2.3. Enquist ve Majda Soğurucu Sınır Koşulu Uygulaması

Akustik, elektromanyetik veya başka fiziksel bir olaya ait açık uzay dalga yayılım probleminin ZUSF yöntemi ile çözülmesi istendiğinde alan hesaplamalarının yapıldığı problem uzayının etkileşmeler bakımından yeterli uzaklıktaki bir mesafede kesilerek, uygun biçimde sonlandırılması gerekmektedir. Bu sonlandırma işlemi gerçekteki sınırsız ortamın modellenmesi için kesilen bölgeden itibaren uygulanan Soğurucu Sınır Koşulları, SSK (Absorbing Boundary Condition, ABC) ile sağlanır. Bu ek koşullar diferansiyel denklemin tek ve iyi tanımlanmış çözümünü garanti etmek için gereklidir. Literatürde dayandıkları teorik temele göre birçok SSK türü mevcuttur. Işıma üzerine kurulu MUR ve soğrulma üzerine kurulu Mükemmel

Uyumlu Katman, MUK (Perfectly Matched Layer, PML) bunların en bilinenleridir. MUK türü SSK sınırından problem uzayına geri dönen dalgaların tüm açı ve frekanslarda en aza indirilmesi konusunda son derece başarılıdır.

Bir yöne doğru dalga yayılımını tanımlayan kısmi diferansiyel denklem "Tek Yönlü Dalga Denklemi" olarak bilinir. Bu denklem ZUSF problem uzayı dış sınırına uygulandığında, üzerine gelen elektromanyetik dalgayı soğurur [Enquist ve Majda, 1977]. Bu durumu incelemek için Kartezyen koordinatlarda iki boyutlu dalga denklemini operatör boyutunda

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,y,t)+\frac{\partial^2}{\partial y^2}u(x,y,t)-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}u(x,y,t)$$
$$=\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right]u(x,y,t) \tag{3.30}$$

$$=\left[L_x^2+L_y^2-\frac{L_t^2}{c^2}\right]u=0$$

olarak yazalım. Buradan

$$Lu=\left[L_x^2+L_y^2-c^{-2}L_t^2\right]u=L^+L^-u=0 \tag{3.31}$$

olmak üzere L^+ ve L^- operatörleri biçiminde ayrıklaştırılırsa, L^+ ve L^- operatörleri

$$L^+=L_x+\frac{L_t}{c}\sqrt{1-\left(c\frac{L_y}{L_t}\right)^2}$$
$$L^-=L_x-\frac{L_t}{c}\sqrt{1-\left(c\frac{L_y}{L_t}\right)^2} \tag{3.32}$$

şekilde düzenlenebilir. Böylece sağa doğru yayılan elektromanyetik dalgayı L^+ operatörünü, sola doğru yayılan elektromanyetik dalgayı L^- operatörünü kullanarak sınırda soğurmak

$$L^{-}u|_{x=0} = 0 \quad , \quad L^{+}u|_{x=h} = 0 \tag{3.33}$$

koşulu altında mümkündür. L^{+} ve L^{-} operatörlerinde bulunan karekök fonksiyonu nedeni ile, L^{+} ve L^{-} operatörlerinin tam ifadelerinin SSK olarak verilen koşullar gereği doğrudan sayısal kullanımı oldukça zordur. Bu nedenle karekök fonksiyonu yerine Taylor Serisi yaklaşık değerinin kullanılması ile çeşitli mertebelerde doğruluğa sahip SSK elde edilebilir [Mur, 1981]. Bu durum sayısal olarak elektromanyetik dalganın sınırda tümü ile soğrulmasını imkânsız kılmakla birlikte, kabul edilebilir düzeyde geri yansımalar ile SSK gerçeklenmesine izin verir.

3.2.3.1. İkinci Mertebeden MUR Türü Soğurucu Sınır Koşulu

Enquist ve Majda soğurucu sınır koşulunu ZUSF yöntemine uyarlamak için (3.32) denklemindeki karekök fonksiyonunun aşağıdaki gibi iki terimli olarak

$$\sqrt{1-(c\frac{L_y}{L_t})^2} \cong 1-\frac{1}{2}(c\frac{L_y}{L_t})^2 \tag{3.34}$$

şeklinde Taylor serisi yaklaşık değerinin alındığını düşünelim. Bu ifade özellikle $cL_y \gg L_t$ durumunda geçerli olup, böylece $x = 0$ ve $x = h$'daki dalganın düşey bileşenlerinin de hesaba katıldığını gösterir. Bu yaklaşımı L^{-} operatörüne uygularsak

$$L^{-} = L_x - \frac{L_t}{c}\sqrt{1-\left(c\frac{L_y}{L_t}\right)^2} \cong L_x - \frac{L_t}{c} + + \frac{cL_y{}^2}{2L_t} \tag{3.35}$$

halini alır. Böylece operatör boyutunda L_t ile çarpılıp düzenleme yapılırsa, ikinci mertebeden doğruluğa sahip SSK $x = 0$'da

$$L^{-}u|_{x=0} = 0 \Longrightarrow \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} - \frac{1}{c}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{c}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\bigg|_{x=0} = 0 \tag{3.36}$$

olarak elde edilir. Diğer sınır yüzeyleri için benzer yaklaşım kullanılarak

$$L^{+}u|_{x=h} = 0 \implies \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{1}{c}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{c}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\bigg|_{x=h} = 0 \tag{3.37}$$

$$L^{-}u|_{y=0} = 0 \implies \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} - \frac{1}{c}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{c}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\bigg|_{y=0} = 0 \tag{3.38}$$

$$L^{+}u|_{y=h} = 0 \implies \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} + \frac{1}{c}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{c}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\bigg|_{x=h} = 0 \tag{3.39}$$

şeklinde SSK'lar elde edilir. Bu ifadelerde $(1/2, j)$ konumundaki bir noktada türevlerin sayısal merkezi fark karşılıklarını yazarak MUR tipi SSK için güncelleme denklemleri çıkartılabilir. Bu amaçla öncelikle zaman ve konuma bağlı türev içeren ilk terim

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t}\bigg|_{\frac{1}{2},j}^{n} &= \frac{1}{2\Delta t}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{\frac{1}{2},j}^{n+1} - \frac{\partial u}{\partial x}\bigg|_{\frac{1}{2},j}^{n-1}\right) \\ &= \frac{1}{2\Delta t}\left[\left(\frac{u_{1,j}^{n+1} - u_{0,j}^{n+1}}{\Delta x}\right) - \left(\frac{u_{1,j}^{n-1} - u_{0,j}^{n-1}}{\Delta x}\right)\right]\end{aligned} \tag{3.40}$$

şeklinde yazılabilir. İkinci mertebeden türev içeren terimler $(0, j)$ ve $(1, j)$ komşu noktalarda türevlerin ortalaması olarak düzenlenirse

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\bigg|_{\frac{1}{2},j}^{n} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial t^2}\bigg|_{0,j}^{n} + \frac{\partial u}{\partial t^2}\bigg|_{1,j}^{n}\right) \\ &= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{u_{0,j}^{n+1} - 2u_{0,j}^{n} + u_{0,j}^{n-1}}{\Delta x}\right) - \left(\frac{u_{1,j}^{n+1} - 2u_{1,j}^{n} + u_{1,j}^{n-1}}{\Delta x}\right)\right]\end{aligned} \tag{3.41}$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\bigg|_{\frac{1}{2},j}^{n} &= \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y^2}\bigg|_{0,j}^{n} + \frac{\partial u}{\partial y^2}\bigg|_{1,j}^{n}\right) \\ &= \frac{1}{2}\left[\left(\frac{u_{0,j+1}^{n} - 2u_{0,j}^{n} + u_{0,j-1}^{n}}{\Delta y}\right) - \left(\frac{u_{1,j+1}^{n} - 2u_{1,j}^{n} + u_{1,j-1}^{n}}{\Delta y}\right)\right]\end{aligned} \tag{3.42}$$

ifadeleri bulunur. Bu ifadeler $x = 0$ için (3.36) denkleminde yerine yazılıp zamanda en ileri terim olan $u|_{0,j}^{n+1}$ terimi çekilirse

$$\begin{aligned} u|_{0,j}^{n+1} = & -u|_{1,j}^{n-1} + \frac{c\Delta t - \Delta x}{c\Delta t + \Delta x}\left(u|_{1,j}^{n+1} + u|_{0,j}^{n-1}\right) + \frac{2\Delta x}{c\Delta t + \Delta x}\left(u|_{1,j}^{n} + u|_{0,j}^{n}\right) \\ & + \frac{(c\Delta t)^2 \Delta x}{2(\Delta y)^2 (c\Delta t + \Delta x)}\left(u|_{0,j+1}^{n} - 2u|_{0,j}^{n} + u|_{0,j-1}^{n}\right. \\ & \left. + u|_{1,j+1}^{n} - 2u|_{1,j}^{n} + u|_{1,j-1}^{n}\right) \end{aligned} \tag{3.43}$$

olarak ikinci mertebeden MUR SSK güncelleme denklemi elde edilir. Yukarıdaki ifade $\Delta x = \Delta y = \Delta$ olmak üzere yeniden düzenlenirse

$$\begin{aligned} u|_{0,j}^{n+1} = & -u|_{1,j}^{n-1} + \frac{c\Delta t - \Delta}{c\Delta t + \Delta}\left(u|_{1,j}^{n+1} + u|_{0,j}^{n-1}\right) + \frac{2\Delta}{c\Delta t + \Delta}\left(u|_{1,j}^{n} + u|_{0,j}^{n}\right) \\ & + \frac{(c\Delta t)^2}{2\Delta (c\Delta t + \Delta)}\left(u|_{0,j+1}^{n} - 2u|_{0,j}^{n} + u|_{0,j-1}^{n} + u|_{1,j+1}^{n} - 2u|_{1,j}^{n}\right. \\ & \left. + u|_{1,j-1}^{n}\right) \end{aligned} \tag{3.44}$$

bulunur. $x = h$, $y = 0$ ve $y = h$ yüzeyleri için de yukarıdakilere benzer olarak MUR SSK güncelleme denklemleri elde edilebilir. Bununla birlikte iki ve üç boyutlu problemlerin köşe bölgelerinde birinci mertebeden MUR kullanımı zorunluluğu da vurgulanmıştır [Yang ve Liou, 1998].

3.2.3.2. Birinci Mertebeden MUR Türü Soğurucu Sınır Koşulu

Bu tez çalışmasında uygulama kolaylığı bakımından ZUSF hesap uzayının ikinci mertebeden MUR türü SSK ile sonlandırılması yeterli görülmüştür. Bu aşamada (3.43) denkleminde özel olarak $L_y = 0$ olarak alınıp y türevleri denklemden çıkarılırsa operatör bakımından doğrulukta bir mertebe düşme sağlanarak, birinci mertebeden MUR SSK güncelleme denklemi

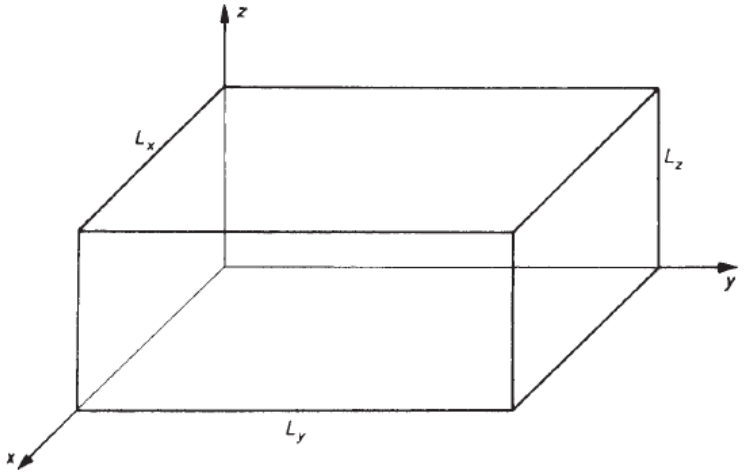
$$u|_{0,j}^{n+1} = -u|_{1,j}^{n-1} + \frac{c\Delta t - \Delta}{c\Delta t + \Delta}\left(u|_{1,j}^{n+1} + u|_{0,j}^{n-1}\right) + \frac{2\Delta}{c\Delta t + \Delta}\left(u|_{1,j}^{n} + u|_{0,j}^{n}\right) \quad (3.45)$$

olarak elde edilir.

3.3. Doğrulama Çalışmaları

3.3.1. Akustik Rezonatör

Geliştirilen ZUSF algoritmasının geçerliliğinin testi için, ZUSF yöntemi ile analitik çözümü iyi bilinen dikdörtgen akustik bir rezonatörde akustik ses basınç dağılımları incelenmiştir. Bu amaçla belli boyutlardaki rezonatörün rezonans frekansları analitik olarak hesaplanarak, bu frekanslardaki işaretlerin ZUSF çözümünde rezonansa gelip gelmedikleri gözlenmiştir. Şekil 3.2'de dikdörtgen bir rezonatörün genel görünümü verilmiştir.

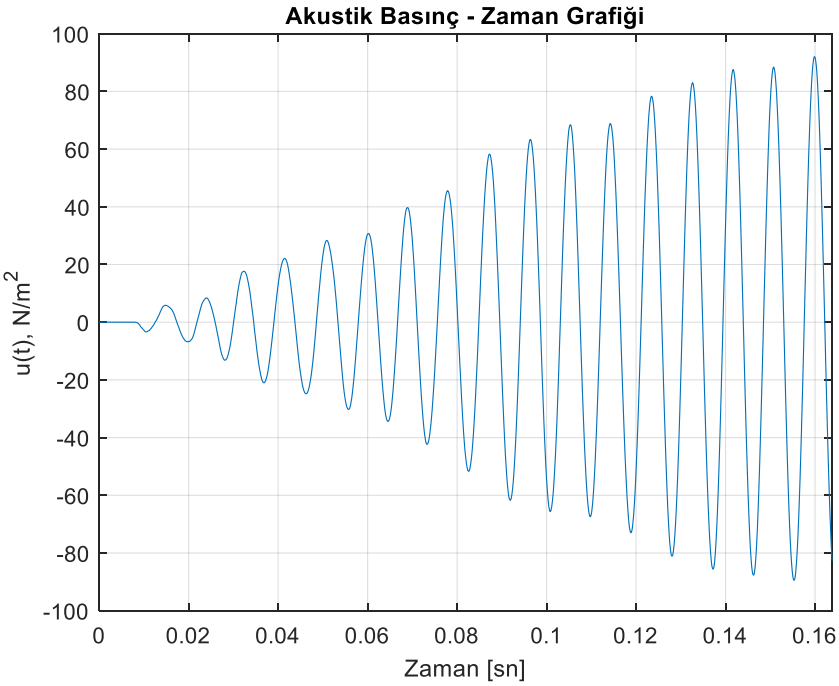


Şekil 3.2: Dikdörtgen kesitli bir rezonatörün görünümü.

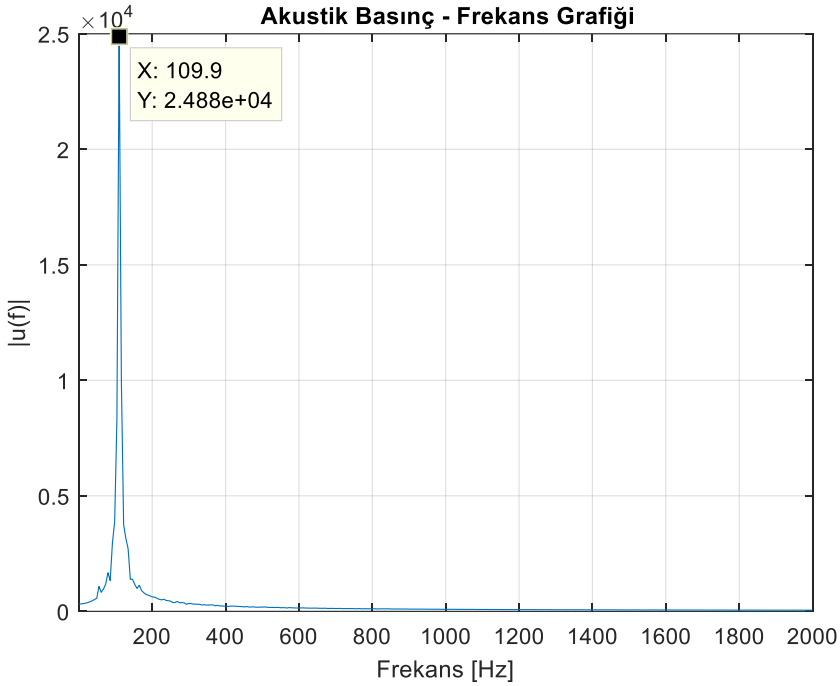
Buna göre boyutları $L_x = 4.7$ m, $L_y = 4.1$ m ve $L_z = 3.1$ m olan bir dikdörtgen rezonatörün $z = 0$ düzleminde iki boyutlu ızgarada $\Delta x = \Delta y = \lambda/40$ olarak seçilerek ızgara sayısı $N_x = 61$ ve $N_y = 54$ olacak şekilde ayrıklaştırma yapılmıştır. Bu boyuttaki geçirgen olmayan duvarlara sahip bir odanın f_{22} rezonans frekansı

$$f_{22} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{2}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{2}{L_y}\right)^2}$$

denklemi kullanılarak $f_{22} = 110.04$ Hz olarak bulunmuştur [İdemen, 1991]. Katı duvar, elektromanyetik problemlerdeki tam yansımaya sebep olan mükemmel elektrik iletkene karşıklık gelir. Bu durumda duvarların yüzeyinde ses basınç bileşenlerinin sıfıra eşit olması gerekir. Sınırlarda yansıtıcı sınır koşulu kullanılarak ZUSF çözümünde noktasal kaynak $(i_k, j_k) = (16,14)$ ızgara noktasına uygulanmış ve $(i_g, j_g) = (52,14)$ ızgara noktasında ses basıncının zamana göre değişimi hesaplanmıştır. ZUSF kararlılık kriterine göre $\Delta t = 159.03 \times 10^{-6}$ sn olmak üzere 1024 zaman adımı sonunda Şekil 3.3'de görüldüğü üzere genliği zamanla artan (rezonansa gelen) işaret elde edilmiştir. Bu işarete Fourier dönüşümü uygulandığında işaretin frekansı f= 109.9 Hz olarak bulunmuştur. İşaretin frekans spektrumu Şekil 3.4'te verilmiştir.

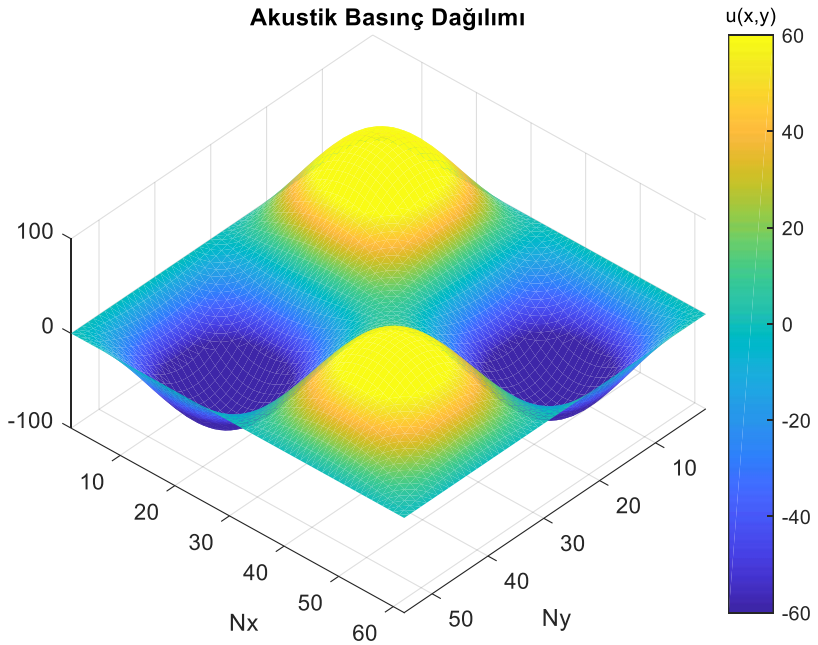


Şekil 3.3: Dikdörtgen kesitli katı duvarlı rezonatörde ses basıncı.



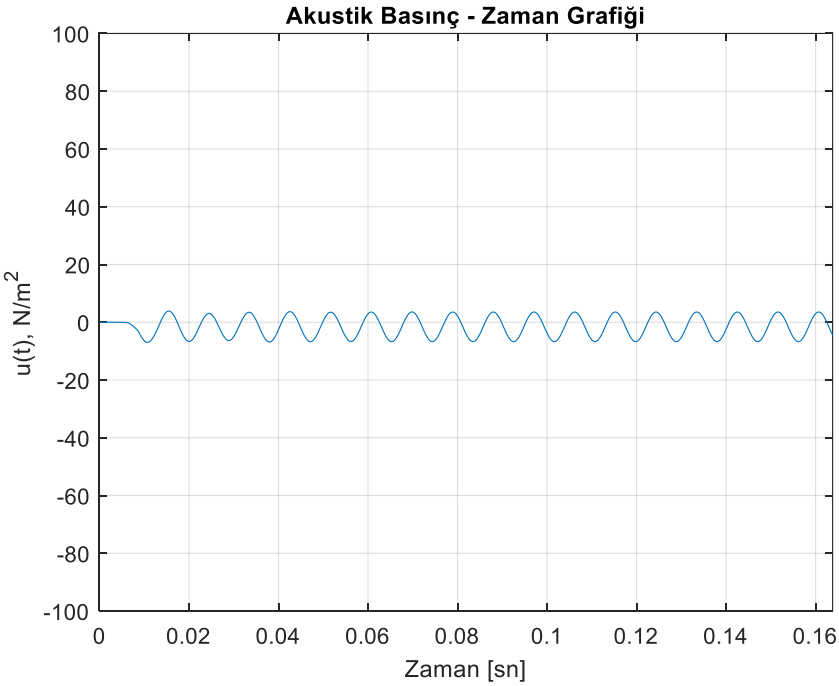
Şekil 3.4: Gözlem noktasındaki işaret genliğinin frekansa göre değişimi.

Şekil 3.5'te verilen $z = 0$ sabit düzleminde ses basıncının $x - y$ düzlemi boyunca alan dağılımı incelendiğinde bu dağılımın (2,2) modunu karşıladığı görülmektedir.



Şekil 3.5: $z = 0$ sabit düzleminde Oxy düzlemi boyunca ses basıncı dağılımı.

Dikdörtgen rezonatörün duvarlarındaki katı sınır koşulu birinci mertebeden doğruluğa sahip MUR türü SSK ile değiştirildiğinde, gözlem noktası aynı kalmak koşulu ile işaretin duvarlarda soğurulduğu ve rezonansa gelmediği Şekil 3.6'da açıkça görülmektedir.



Şekil 3.6: Duvarlarda Mur türü SSK uygulanması sonucu elde edilen işaret.

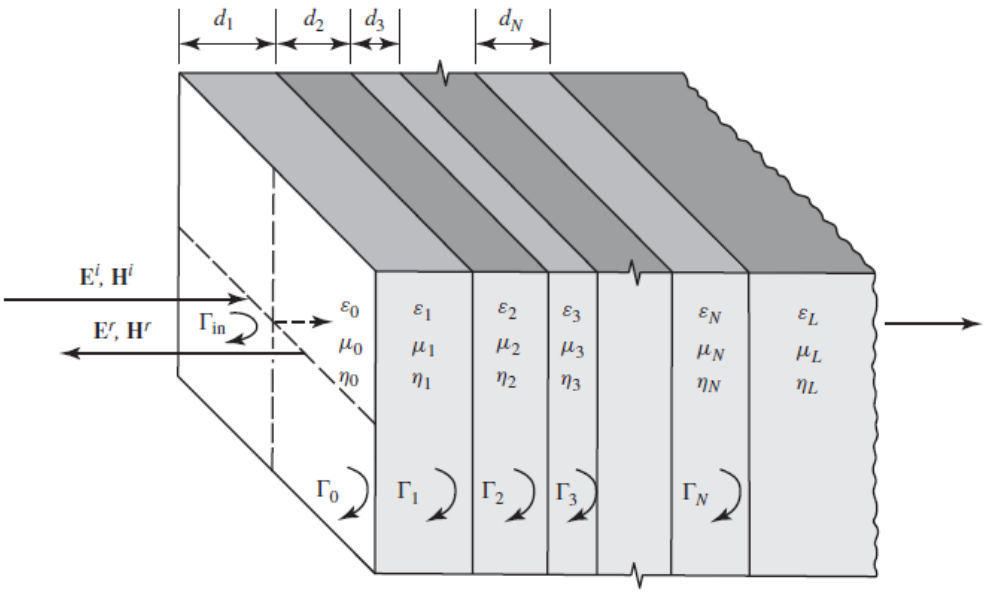
3.3.2. Katmanlı Duvarlar

3.3.2.1. Analitik Çözüm

Tek ve iki katmanlı duvar için ZUSF yöntemi ile hesaplanan ses geçiş kaybı değerlerini doğrulamak amacıyla, sayısal sonuçlar analitik çözüm ile karşılaştırılmıştır. Analitik çözüm için Şekil 3.7'de gösterilen her biri kendi kalınlığına ve yapısal parametrelerine sahip iki yarı sonsuz ortam arasında sıkıştırılmış N katmanlı yapı için uzak alanda genel yansıma katsayısı Γ_{in}, yayılma sabiti β, katman kalınlığı d olmak üzere

$$\Gamma_{in} \cong \Gamma_0 + \Gamma_1 e^{-j2\beta_1 d_1} + \Gamma_2 e^{-j2(\beta_1 d_1 + \beta_2 d_2)} + \ldots + \Gamma_N e^{-j2(\beta_1 d_1 + \beta_2 d_2 + \ldots + \beta_N d_N)} \tag{3.46}$$

şeklinde yaklaşık olarak verilir [Balanis, 2012].



Şekil 3.7: N katmanlı ortama dik gelen dalga yayılımı.

Burada her bir katman sınırında yansıma katsayıları, katmanların empedansları $Z_0, Z_1, Z_2, \cdots, Z_N, Z_L$ olmak üzere

$$\Gamma_0 = \frac{Z_1 - Z_0}{Z_1 + Z_0}, \qquad \Gamma_1 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}, \qquad \Gamma_2 = \frac{Z_3 - Z_2}{Z_3 + Z_2} \ldots, \quad \Gamma_N = \frac{Z_L - Z_N}{Z_L + Z_N} \tag{3.47}$$

eşitliklerinden hesap edilir. Katmanların akustik empedansları ise ρ $\mathrm{N/m^2}$ ortamın (katmanın) yoğunluğu ve c $\mathrm{m/sn}$ ortamdaki ses hızı olmak üzere

$$Z = \rho c \tag{3.48}$$

denklemi ile hesap edilir. Bununla birlikte (3.46) denklemindeki β yayılma sabiti, ω $\mathrm{rad/m}$ açısal frekans ve c $\mathrm{m/sn}$ ortamdaki dalga yayılım hızı olmak üzere $\beta = \omega/c = 2\pi f/c$ eşitliğinden elde edilerek yerine konur. Buradan tüm sistem için ses geçiş kaybı değeri frekansa bağlı olarak

$$STL = R = 20 \log\left(\frac{1}{|\Gamma_{in} + 1|}\right) \ \ \mathrm{dB} \tag{3.49}$$

formülünden elde edilir. Doğrulama çalışmalarında ve sayısal örneklerde kullanılan bazı duvar katmanlarına ait akustik özellikler Tablo 3.1'de verilmiştir [Bies ve Hansen, 2003].

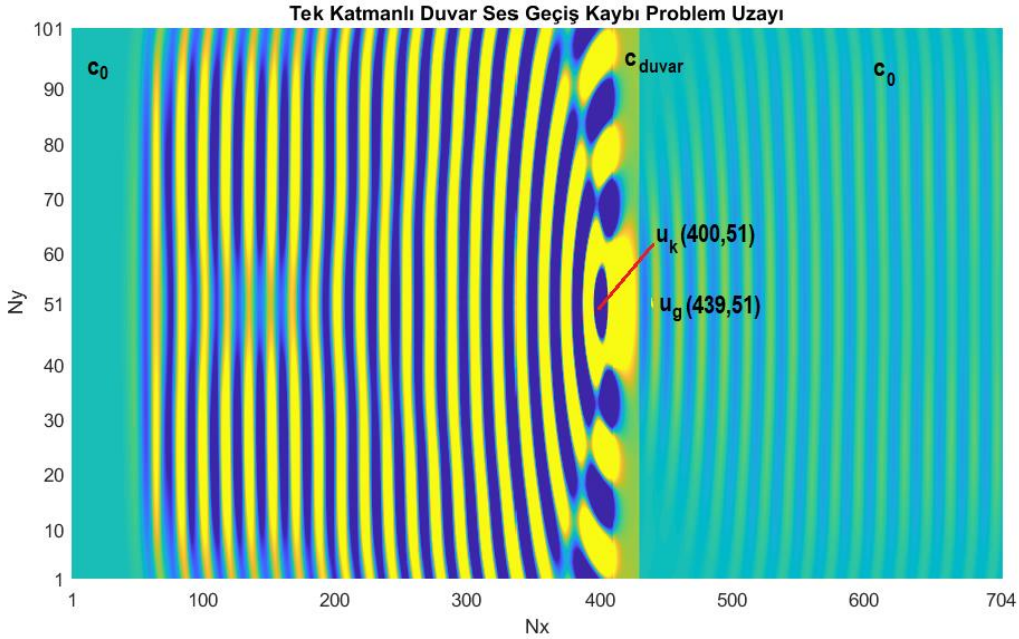
Tablo 3.1: Bazı malzemelerin akustik özellikleri.

Ortam	**Young Modülü** $E\ 10^9\mathrm{N/m^2}$	**Yoğunluk** $\rho\ \mathrm{kg/m^3}$	**Ses Hızı** $c\ \mathrm{m/sn}$	**Poisson Oranı** s
Hava	-	1.2	344	-
Beton	19.6	1700	3400	0.1 – 0.15
Alçıpan	2	760	1600	0.3 – 0.4
Tuğla	16.2	1800	3000	0.21
Cam	62	2300	5200	0.24
Çelik	207	7800	5150	0.29
Sunta	4.5	690	2500	-

3.3.2.2. Tek Katmanlı Duvar

Tek katmanlı duvar ses geçiş kaybı ZUSF çözümü için seçilen problem uzayı Şekil 3.8'de gösterilmiştir. ZUSF çözümü için en küçük dalga boyu (λ), havadaki ses hızı $c = 344\ \mathrm{m/sn}$ ve en büyük çalışma frekansı $f_{max} = 3150$ Hz olmak üzere $\lambda = c/f_{max} = 0.1092$ m olarak alınmıştır. Buradan sayısal dispersiyon kriteri gereği $\Delta x = \Delta y = \lambda/10.97 = 0.01$ m seçilerek boyutları $L_x = 7$ m ve $L_y = 1$ m olan dikdörtgen bir oda için $z = 0$ düzleminde iki boyutlu ızgarada, ızgara sayısı $N_x = 704$ ve $N_y = 101$ olacak şekilde ayrıklaştırma yapılmıştır.

Problem uzayının sınırlarında ikinci mertebeden doğruluğa sahip MUR tipi SSK uygulanmıştır. Bununla birlikte iki boyutlu problemlerin köşe noktalarında birinci mertebeden MUR tipi SSK uygulanması koşulu gereği, problem uzayının köşe noktalarında birinci mertebeden MUR tipi SSK kullanılmıştır.



Şekil 3.8: Tek katmanlı duvar için ses geçiş kaybı problem uzayı.

Problem uzayında $(i_k, j_k) = (400, 51)$ ızgara noktasına sinusoidal noktasal kaynak uygulanmış ve $(i_g, k_g) = (439, 51)$ ızgara noktasında ses basıncının zamana göre değişimi kaydedilmiştir. Ses geçiş kaybının ZUSF yöntemi ile çözümü için problem uzayında farklı ses hızları konumsal matris şeklinde tanımlanmıştır.

Buradan ses geçiş kaybı değeri, 100 – 3150 Hz frekans aralığında problem uzayında duvar katmanı yok iken gözlem noktasında kaydedilen işaret $u_0(x, y, t)$ ve duvar var iken kaydedilen işaret $u_1(x, y, t)$ olmak üzere bu işaretlerin ayrık Fourier dönüşümlerinin mutlak değerlerinden (3.50) denklemine göre hesap edilmiştir.

$$STL = R = 20\, log \frac{|FFT\ [u_0(x, y, t)]|}{|FFT[u_1(x, y, t)]|} \quad \text{dB} \tag{3.50}$$

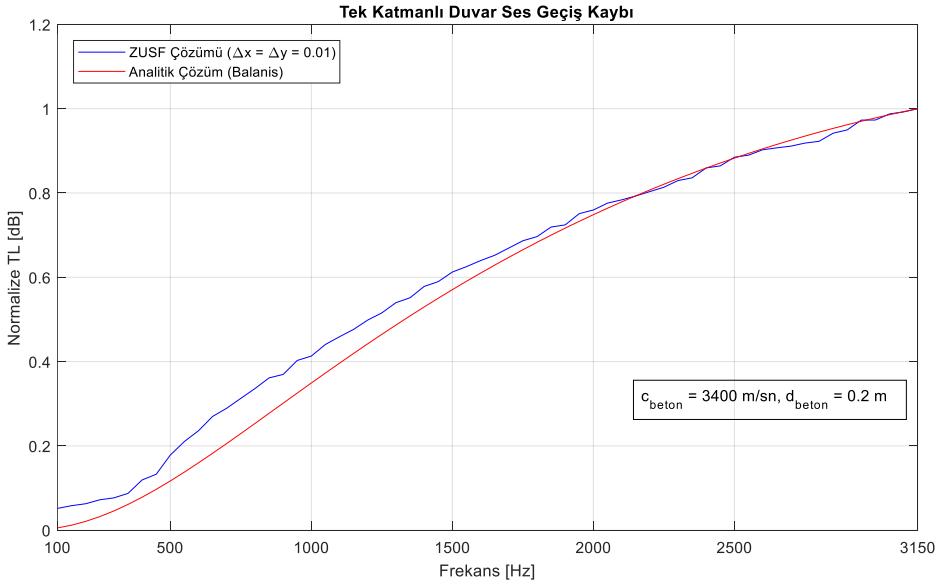
Ses geçiş kaybının ZUSF yöntemi ile çözümünde seçilen parametreler Tablo 3.2'de verilmiştir.

Tablo 3.2: ZUSF parametreleri.

Sembol	**Değer**	**Açıklama**
λ	0.1092 m	Hesap uzayındaki en küçük dalga boyu
N	10.97	Örnekleme sayısı
Δx	10 mm	x yönünde hücre boyu

Δy	10 mm	y yönünde hücre boyu
L_x	7000 mm	Hesap uzayının x yönünde boyu
L_y	1000 mm	Hesap uzayının y yönünde boyu
N_x	704	Hesap uzayı x yönünde ızgara sayısı
N_y	101	Hesap uzayı y yönünde ızgara sayısı
Δt	2.08×10^{-6} sn	Birim zaman adımı
NN	14000	Toplam zaman iterasyon sayısı
f	$100{:}\,50{:}\,3150$ Hz	Hesap edilen ses geçiş kaybı frekansları

Tek katmanlı duvarın betondan oluştuğu düşünülerek problem uzayında duvarın kalınlığı, $\Delta x = \Delta y = 0.01$ m birim hücre büyüklüğü ve hesaplama yapılan hücre sayısı 20 olmak üzere $20 \times 0.01 = 0.2$ m olarak oluşturulmuştur. Bu durumda beton içinde ses hızı $c_{beton} = 3400$ m/sn olmak üzere (beton yoğunluğu $\rho = 1700$ kg/m^3 iken) ZUSF yöntemi ve analitik olarak hesaplanan ses geçiş kaybının frekansa göre değişimi Şekil 3.9'da gösterilmiştir.



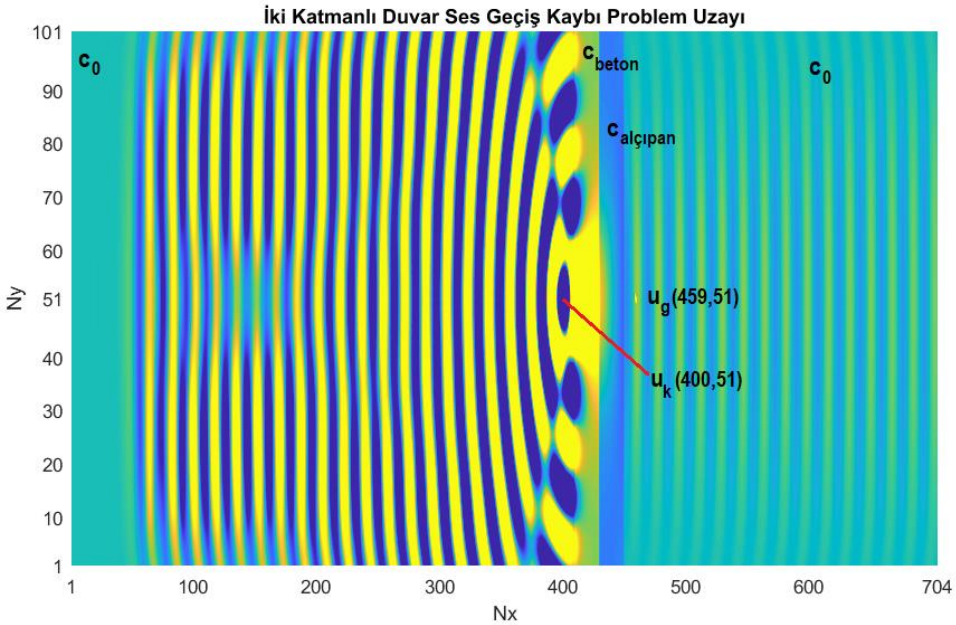
Şekil 3.9: Tek katmanlı duvar ZUSF ve analitik çözüm.

Duvar boyutları $a = 1$ m ve $b = 3$ m seçilerek tek katmanlı beton duvarın doğal rezonans frekansı analitik olarak $f_{11} = 34.6$ Hz hesap edilmiştir. Ayrıca betondan oluşan tek katman için kritik frekans analitik olarak $f_c = 94.98$ Hz hesap

edilmiştir. Bu durum ses geçiş kaybının kütle kontrollü bölgenin ve kritik frekansın üzerindeki III. bölgeye kaydığı anlamına gelir.

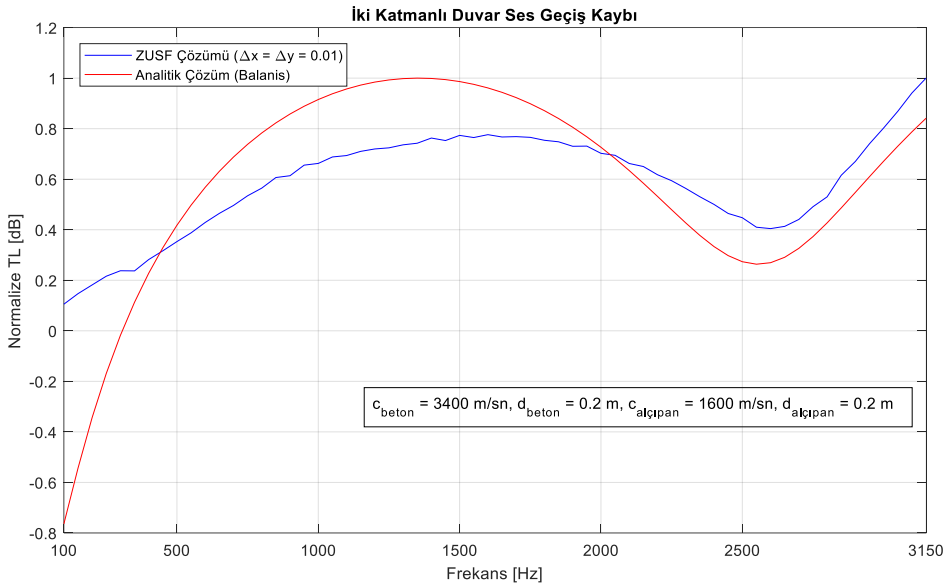
3.3.2.3. İki Katmanlı Duvar

İki katmanlı duvar ses geçiş kaybı ZUSF çözümü için seçilen problem uzayı Şekil 3.10'da gösterilmektedir. Her iki katmanın kalınlığı 0.2 m olarak alınmıştır.



Şekil 3.10: İki katmanlı duvar için ses geçiş kaybı problem uzayı.

Bu durumda beton içindeki ses hızı $c_{beton} = 3400\ \mathrm{m/sn}$ (beton katmanın yoğunluğu $\rho_{beton} = 1700\ \mathrm{kg/m^3}$ iken) ve alçıpan içindeki ses hızı $c_{alçıpan} = 1600\ \mathrm{m/sn}$ (alçıpan katmanın yoğunluğu $\rho_{alçıpan} = 760\ \mathrm{kg/m^3}$ iken) olmak üzere elde edilen ZUSF yöntemi ve analitik olarak hesaplanan ses geçiş kaybının frekansa göre değişimi Şekil 3.11'de gösterilmiştir.



Şekil 3.11: Çift katmanlı duvar ZUSF ve analitik çözüm.

Grafikten ZUSF çözümü ile analitik çözümün birbirine oldukça yakın karakteristiğe sahip olduğu görülmektedir. Duvarların sıkıca birleştirilmesi ile oluşan iki katmanlı yapı için kritik frekans analitik olarak $f_c = 51.52$ Hz hesaplanmıştır.

4. SAYISAL SONUÇLAR

Bu bölümde önceki bölümdeki doğrulama çalışmaları kapsamında, farklı yapılara sahip tek ve iki katmanlı duvarların ZUSF yöntemi ile hesaplanan ses geçiş kayıpları incelenecektir.

4.1. Tek Katmanlı Duvar

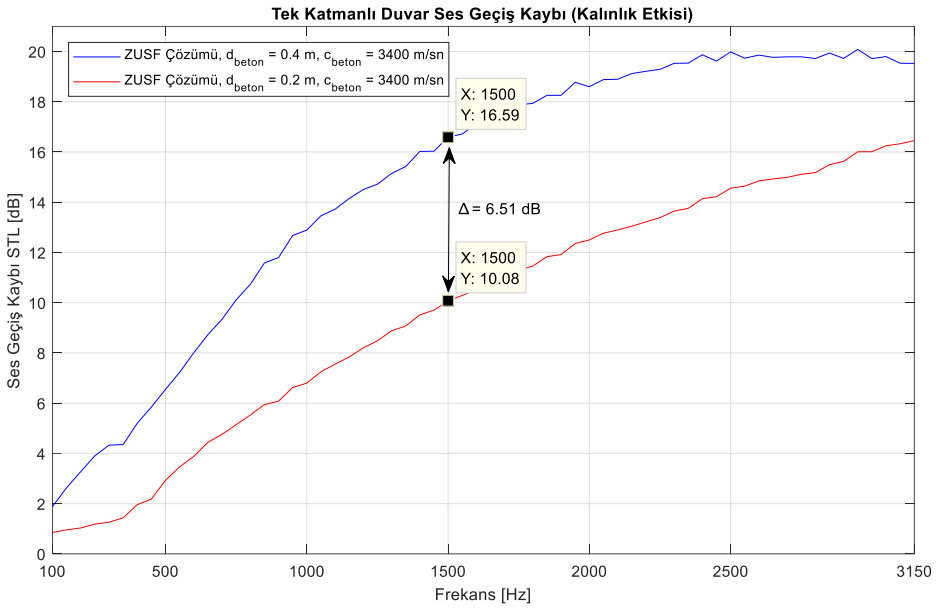
Tek katmanlı duvar için iki örnek çalışma üzerinde durulacaktır. İlk çalışmada aynı duvar malzemesi için katman kalınlığının ses geçiş kaybına etkisi, ikinci çalışmada ise aynı kalınlıklara sahip farklı iki duvarın ses geçiş kaybı incelenecektir. İncelenen tek katmanlı duvar yapılarına ait bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.1: Tek katmanlı duvar yapıları.

Örnek	Malzeme	Kalınlık	Ses Hızı
TK1	Beton	0.2 m	3400 m/sn
	Beton	0.4 m	3400 m/sn
TK2	Beton	0.2 m	3400 m/sn
	Alçıpan	0.2 m	1600 m/sn

• Duvar Kalınlık Etkisi

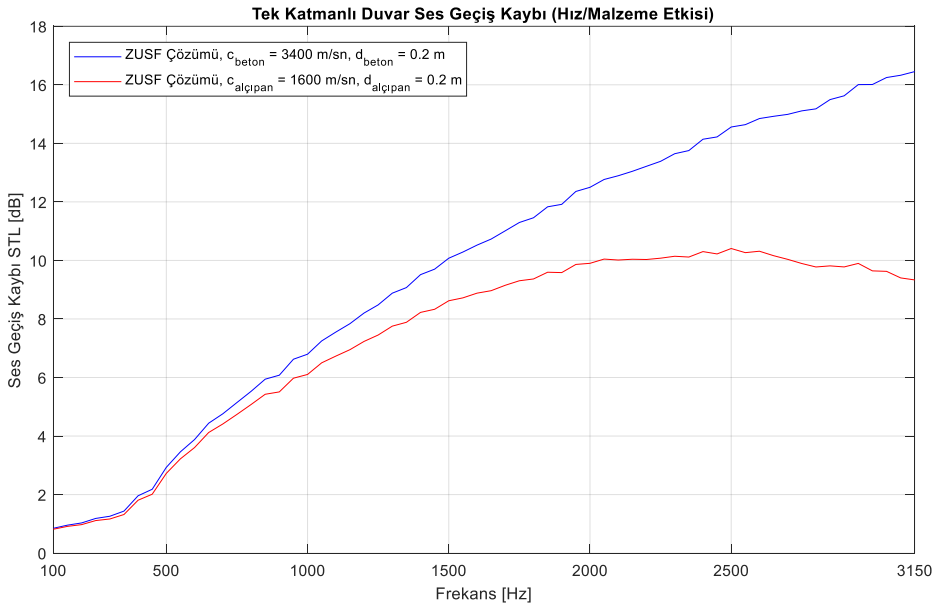
Duvar kalınlığın etkisini incelemek için kalınlıkları 0.2 m ve 0.4 m olan beton duvara ait ZUSF yöntemi ile hesaplanan ses geçiş kaybı değerlerinin frekansa göre değişimi Şekil 4.1'de verilmiştir. Kütle kanununa göre duvar kalınlığının artması ile ses geçiş kaybında bir artış beklenmektedir. Özel olarak kalınlığın iki katına çıkması yüzey kütlesinin iki katına çıkmasına ve ses geçiş kaybında 6 dB'lik bir artışa neden olacaktır. Şekil 4.1'den görüleceği üzere duvar kalınlığının iki katına çıkması ile ses geçiş kaybında yaklaşık 6 dB'lik bir artış meydana gelmiştir. Bununla birlikte katman kalınlığının iki katına çıkması kritik frekans değerinin yarıya düşmesi anlamına gelir. 0.2 m kalınlığındaki beton duvar için kritik frekans analitik olarak $f_c = 94.98$ Hz hesap edilirken 0.4 m kalınlık için $f_c = 47.49$ Hz hesap edilmiştir.



Şekil 4.1: Farklı kalınlıktaki beton duvar için ses geçiş kaybı.

• Duvar Malzeme Etkisi

Ses hızının ses geçiş kaybına etkisini incelemek için ikinci örnekte aynı kalınlıklara sahip beton ve alçıpandan oluşan farklı iki katmanın ZUSF yöntemi ile hesaplanan ses geçiş kaybı değerlerinin frekansa göre değişimi Şekil 4.2'de verilmiştir.



Şekil 4.2: Aynı kalınlıktaki beton ve alçıpan duvar için ses geçiş kaybı.

Ses geçiş kaybı grafiğinden görüleceği üzere, aynı kalınlığa sahip fakat ses hızı daha fazla olan (daha sert ve daha yoğun) katmanın ses yalıtım performansı daha yüksektir. Ayrıca $f = c/2d$ ile kalınlıktan kaynaklanan rezonans frekansları beton katman için 8.5 kHz, alçıpan katman için 4 kHz olarak hesaplanmıştır. Dolayısıyla alçıpan katmanın ses geçiş kaybı rezonans nedeni ile düşme eğiliminde iken, beton katmanın ses geçiş kaybı artış göstermeye devam etmektedir. Bununla birlikte 0.2 m kalınlığındaki alçıpan katman için kritik frekans analitik olarak $f_c^{\text{alçıpan}} = 184.3$ Hz, beton katman için $f_c^{beton} = 94.98$ Hz hesap edilmiştir.

4.2. İki Katmanlı Duvar

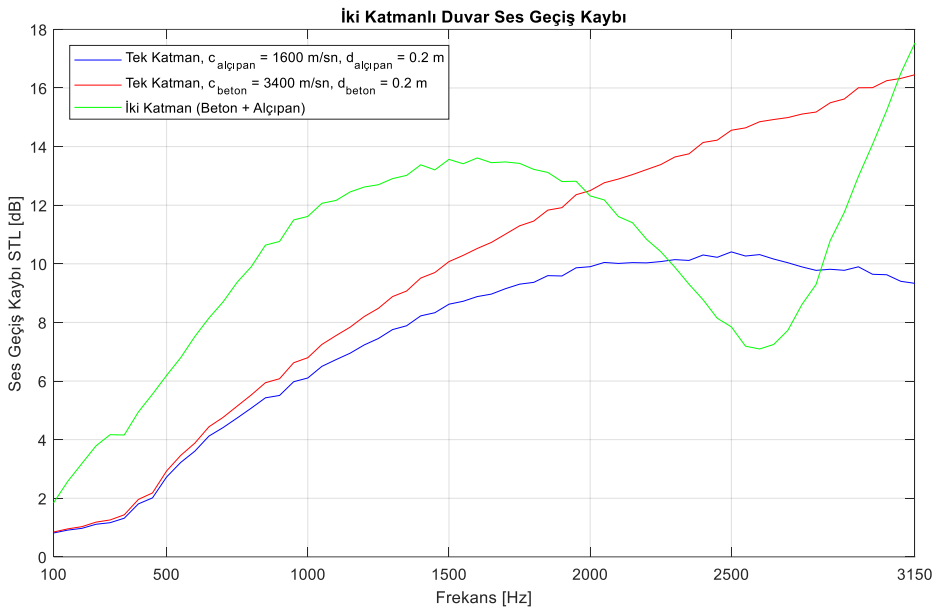
İki katmanlı duvar yapıları için üç örnek üzerinde ses geçiş kaybı incelenecektir. İki katmanlı yapıların aralarında boşluk olmayacak şekilde birbirlerine sıkıca yapıştırılmış olduğu kabul edilmektedir. İncelenen iki katmanlı duvar yapılarına ait bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.2: İki katmanlı duvar yapıları.

Örnek	1.Katman	Kalınlık m	Ses Hızı m/sn	2.Katman	Kalınlık m	Ses Hızı m/sn
ÇK1	Beton	0.2	3600	Alçıpan	0.2	1600
ÇK2	Beton	0.2	3600	Alçıpan	0.1	1600
ÇK3	3600	0.1	1600	Beton	0.2	3600

- Tek ve İkili Katman Duvar Durumu

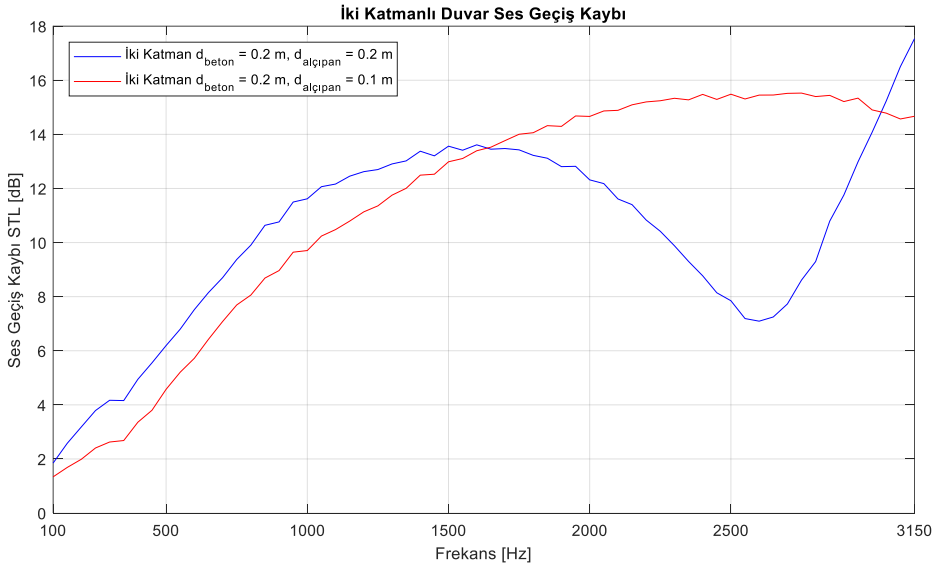
İlk örnekte 0.2 m kalınlığındaki beton ve alçıpan katmanların tek başlarına ZUSF yöntemi ile hesaplanan ses geçiş kaybının frekansa göre değişimi ile, katmanların birleşerek oluşturduğu çift katmanlı duvar yapısının ZUSF yöntemi ile hesaplanan ses geçiş kaybı değerlerinin frekansa göre değişimi Şekil 4.3'te görülmektedir. Katmanların bir araya gelmesi ile oluşan iki katmanlı yapı düşük frekanslarda daha yüksek ses geçiş kaybı sağlarken yüksek frekanslarda iki katmanlı yapının rezonansı nedeni ile, ses geçiş kaybında azalma görülmektedir. Bu rezonans frekansını yüksek frekanslara doğru kaydırmak ve duyulabilir bölgenin dışına çıkarmak için toplam katman kalınlığında azalma yapılması gerektiği açıktır.



Şekil 4.3: Aynı kalınlıktaki beton ve alçıpan katmandan oluşan duvar.

• Farklı Kalınlıklı İkili Katman Duvar Durumu

İkinci çalışmada beton katmanın kalınlığı sabit tutularak, alçıpan katmanın kalınlığı azaltılmıştır. Beton katmanın kalınlığı 0.2 m ve alçıpan katmanın kalınlığı 0.1 m olarak oluşturulan iki katmanlı duvarın ZUSF yöntemi ile hesaplanan ses geçiş kaybının frekansa göre değişimi Şekil 4.4'te verilmiştir.

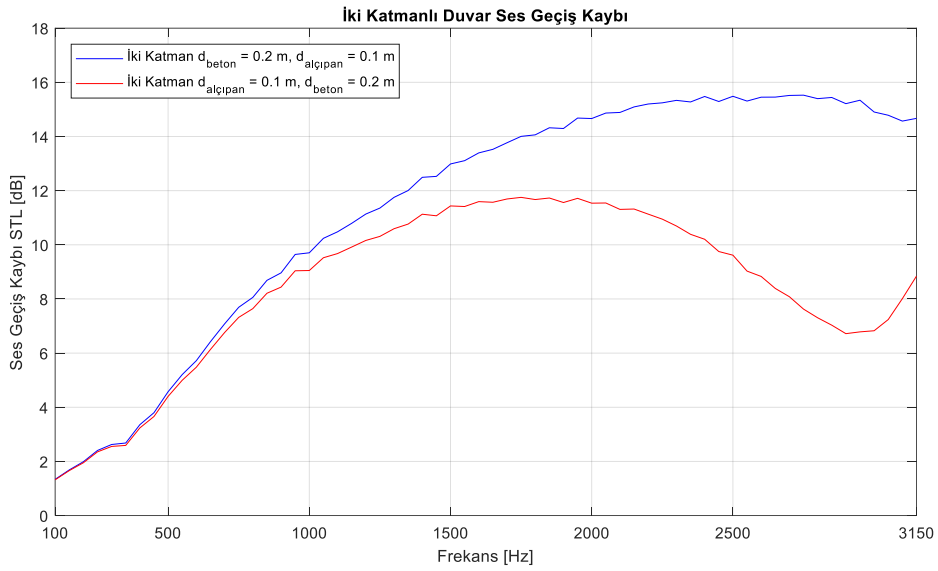


Şekil 4.4: Kalınlıkları farklı beton ve alçıpan katmandan oluşan duvar.

Ses geçiş kaybı grafiğinden görüleceği üzere düşük frekanslarda bir miktar performans kaybını göze alıp, iki katmanlı duvarın yüksek frekanslardaki rezonans problemi katmanlardan biri inceltilerek toplam katman kalınlığının azaltılması ile ortadan kaldırılabilmekte ve böylece yüksek frekanslarda ses geçiş kaybında iyileşme sağlanmaktadır.

• Farklı Kalınlıklı İkili Katman Yer Değiştirme Durumu

İki katmanlı duvara ait üçüncü örnekte ise katmanların yer değiştirmesinin ses geçiş kaybı üzerindeki etkisi incelenmiştir. ZUSF yöntemi ile hesaplanan ses geçiş kaybının frekansa göre değişimi Şekil 4.5'te verilmiştir.



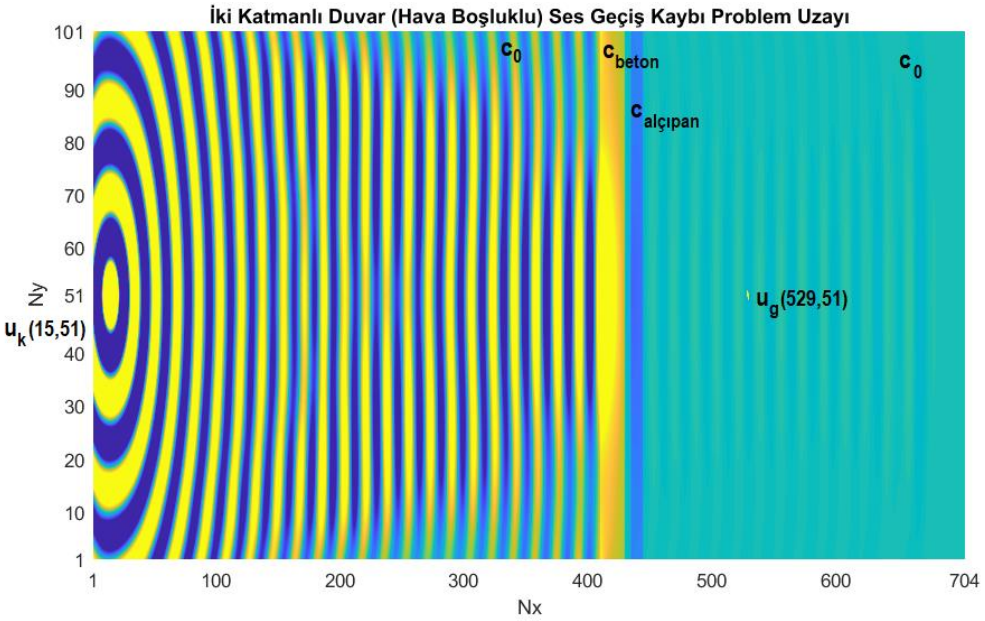
Şekil 4.5: Beton ve alçıpan katmanın yer değiştirdiği duvar.

Grafikten görüleceği üzere katmanların yer değiştirmesi neticesinde elde edilen ses geçiş kaybı değerleri aynı değildir. Buradan kütlece ağır ve kalın katmanın kaynak tarafında olmasının ses geçiş kaybında daha iyi bir performansa sebep olacağı sonucu çıkarılabilir.

4.3. Hava Boşluklu İki Katmanlı Duvar

Bir önceki bölümde incelenen iki katmanlı duvar yapılarının birbirlerine sıkıca bağlı olduğu kabul edilmişti. Ancak uygulamada çoğu iki katmanlı duvar yapısında duvarlar arasında yay vazifesi gören bir hava boşluğu bulunmaktadır. Katmanlar

arasında hava boşluğu bulunan iki katmanlı duvar ses geçiş kaybı problem uzayı Şekil 4.6'da gösterilmiştir.



Şekil 4.6: İki katmanlı duvar (hava boşluklu) ses geçiş kaybı problem uzayı.

Hava boşluğuna sahip iki katmanlı yapının daha yüksek ses geçiş kaybı sağlayacağı öngörülmektedir. Bu amaçla katmanlar arasındaki hava boşluğunun ses geçiş kaybı üzerindeki etkisi geniş ve dar hava boşluklu iki örnek üzerinde incelenmiştir. İncelenen hava boşluklu iki katmanlı duvar yapılarına ait bilgiler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

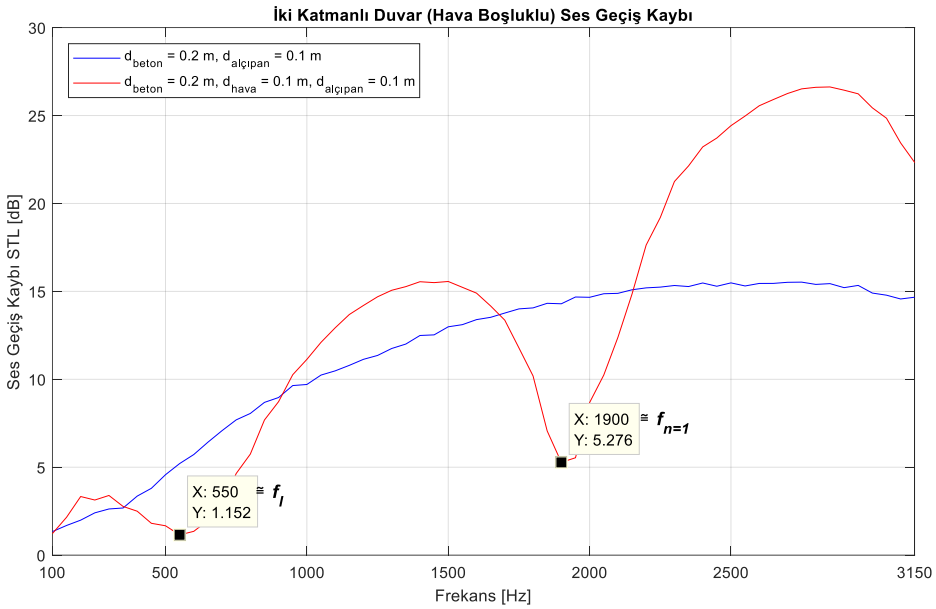
Tablo 4.3: Hava boşluklu iki katmanlı duvar yapıları.

Örnek	**1.Katman**	**Kalınlık**	**Hava Katmanı**	**2.Katman**	**Kalınlık**
1	Beton	0.2 m	0.1 m	Alçıpan	0.1 m
2	Beton	0.2 m	0.05 m	Alçıpan	0.1m

• Geniş Hava Boşluğu Durumu

İlk örnekte beton ve alçıpan katmanları arasında $d_{hava} = 0.1$ m kalınlığında bir hava boşluğuna sahip iki katmanlı duvarın ZUSF yöntemi ile hesaplanan ses geçiş kaybı değerinin frekansa göre değişimi, katmanlar arasında hava boşluğu yok iken hesaplanan ses geçiş kaybı değeri ile karşılaştırılmıştır. Hava katmanının ilk kavite rezonans frekansı analitik olarak $f_{n=1} = 1720$ Hz hesaplanmıştır. Ayrıca

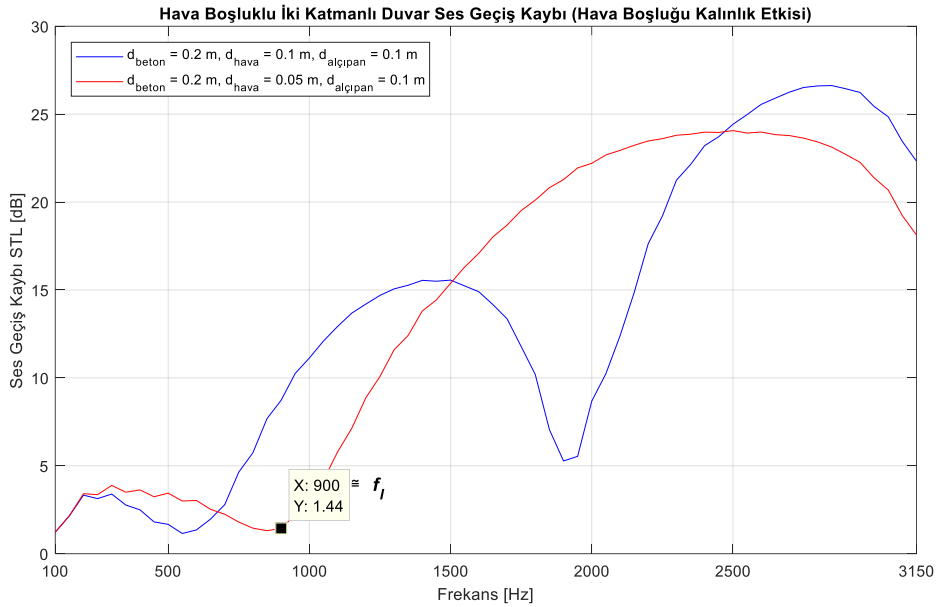
geçiş (knee) frekansı f_l ilk kavite rezonans frekansının π ile bölümünden $f_l = 547.49$ Hz olarak hesap edilmiştir. Şekil 4.7'de verilen grafikten görüleceği üzere katmanlar arasındaki hava boşluğu ses geçiş kaybında artışa neden olmakta, ancak bazı frekanslarda düşüş görülmektedir. Ses geçiş kaybındaki düşüşler geçiş frekansında ve ilk kavite rezonans frekansında gerçekleşmektedir.



Şekil 4.7: Hava boşluklu $(d = 0.1\ \mathrm{m})$ iki katmanlı duvar ses geçiş kaybı.

• Dar Hava Boşluğu Durumu

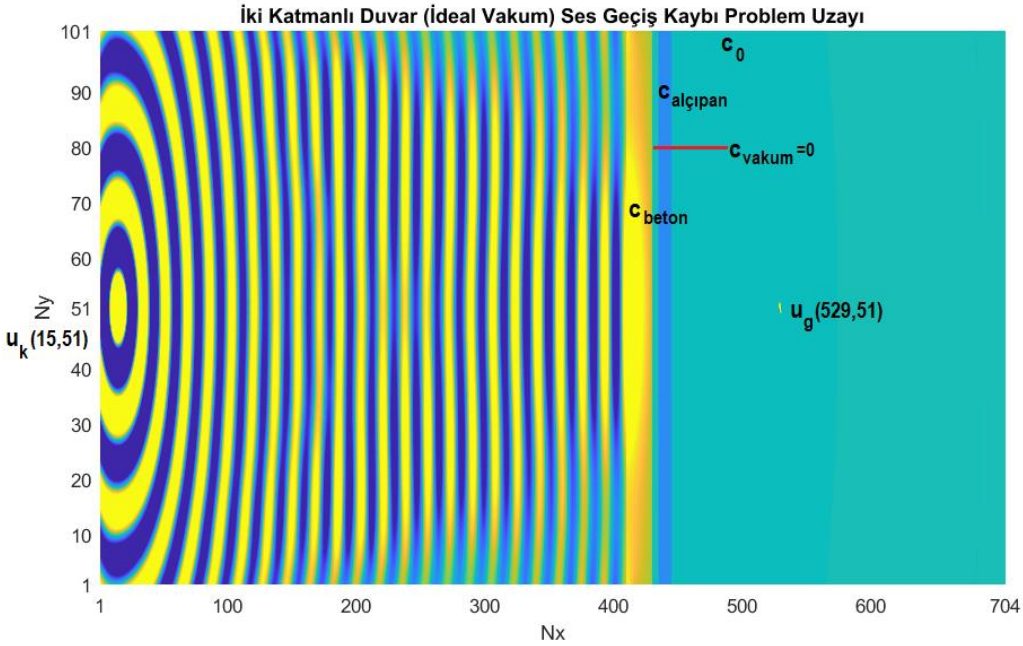
İkinci örnekte hava katmanının kalınlığı azaltılarak beton ve alçıpan katmanları arasında $d_{hava} = 0.05$ m kalınlığında bir hava boşluğuna sahip iki katmanlı duvarın ZUSF yöntemi ile hesaplanan ses geçiş kaybı değerinin frekansa göre değişimi incelenmiştir. Hava katmanının kalınlığının azalması ile ilk kavite rezonans frekansı $f_{n=1} = 3440$ Hz olarak hesap edilmiştir. Bununla birlikte geçiş frekansı $f_l = 1095$ Hz değerini almaktadır. ZUSF yöntemi ile hesaplanan ses geçiş kaybının frekansa göre değişimi Şekil 4.8'de verilmiştir.



Şekil 4.8: Hava boşluklu ($d = 0.05$ m) iki katmanlı duvar ses geçiş kaybı.

- İdeal Vakum Durumu

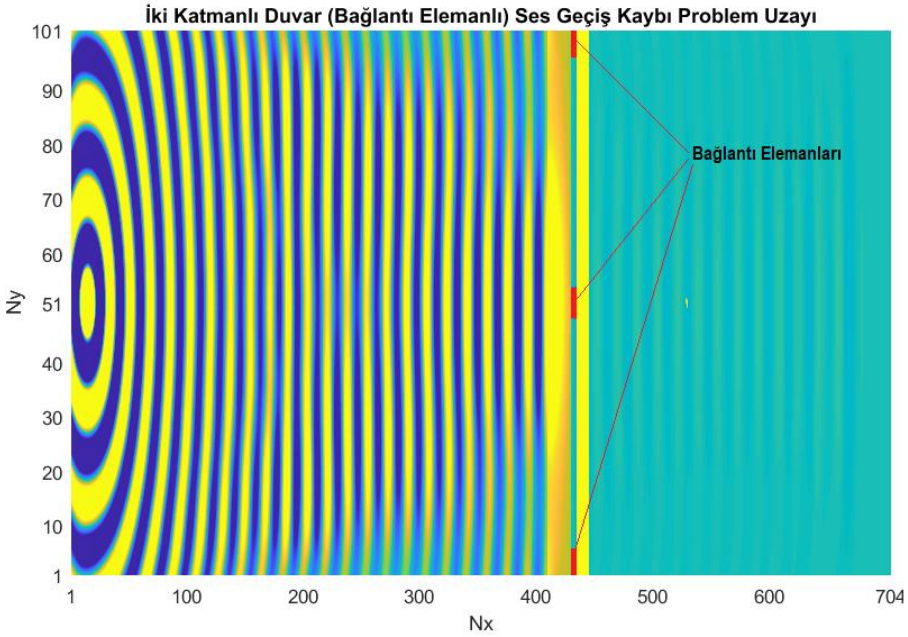
Katmanlar arasında hava boşluğu yerine ideal vakum olması durumu da incelenmiştir. İdeal vakum benzetimi için $c_{vakum} = 0$ m/sn olarak alınmıştır. Şekil 4.9'dan görüleceği üzere akustik basınç katmanlar arasındaki vakumdan geçememiş ve gözlem noktasında akustik basınç değeri kaydedilememiştir.



Şekil 4.9: Katmanlar arasında vakum olması durumunda ses geçiş kaybı.

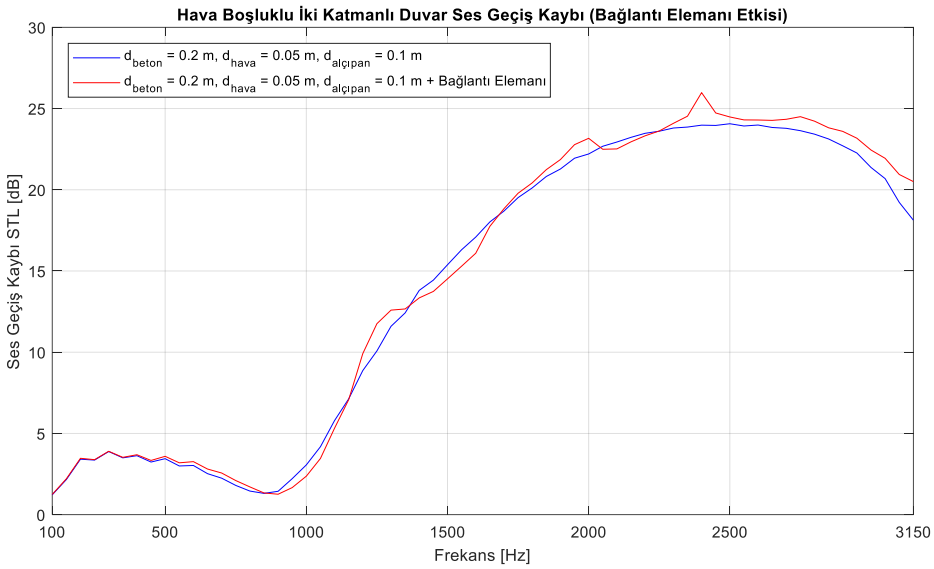
4.4. Karmaşık Yapılı İki Katmanlı Duvar

Ses yalıtım uygulamalarında iki katmanlı duvar arasında katmanların ayakta durmasını sağlayan bağlantı elemanları bulunur. Bu bağlantı elemanlarının ses geçiş kaybına etkisi bu bölümde incelenecektir. Bağlantı elamanı olarak suntadan yapılmış $5\ \mathrm{cm} \times 5\ \mathrm{cm}$ ebatlarında 3 adet takoz kullanıldığı düşünülmüştür. Kullanılan malzemede akustik hız $2500\ \mathrm{m/sn}$ alınmıştır. Malzemeye ait diğer akustik bilgiler Tablo 3.1'de verilmiştir. Katmanlar arasında hava boşluğu ve bağlantı elemanı bulunan iki katmanlı duvar ses geçiş kaybı problem uzayı Şekil 4.10'da verilmiştir.



Şekil 4.10: İki katmanlı duvar (bağlantı elemanlı) ses geçiş kaybı problem uzayı.

Katmanlar arasında hava boşluğu ve bağlantı elemanı bulunan iki katmanlı duvarın ZUSF yöntemi ile hesaplanan ses geçiş kaybı değerinin frekansa göre değişimi Şekil 4.11'de verilmiştir. Şekilden görüleceği bağlantı elemanlarının ses geçiş kaybı karakteristiğini düşük frekanslarda çok etkilemediği ancak yüksek frekanslarda az da olsa dalgalanmaya sebep olduğu görülmektedir.



Şekil 4.11: Hava boşluklu bağlantı elemanlı iki katmanlı duvar ses geçiş kaybı.

5. YORUMLAR ve GELECEK ÖNERİLERİ

Bu tez çalışmasında tek ve iki katmanlı duvar yapılarının ses geçiş kaybı iki boyutlu Kartezyen koordinatlarda ZUSF yöntemi ile hesaplanmıştır. ZUSF yöntemi ile sayısal olarak hesaplanan ses geçiş kaybının frekansa göre değişimi analitik çözüm ile karşılaştırılmıştır. Analitik çözüm olarak katmanlı yapılar için verilen yansıma katsayısı ifadesi kullanılarak katmanlı yapının ses geçiş kaybı hesap edilmiştir.

Tek katmanlı ve iki katmanlı duvar yapısı için ZUSF yöntemi ve analitik olarak hesaplanan normalize ses geçiş kaybının frekansa göre değişimleri karşılaştırılmıştır. Sonuçlara göre ZUSF çözümü ile analitik çözümün birbirine oldukça yakın karakteristiğe sahip olduğu anlaşılmıştır. Buradan yola çıkarak farklı geometrilere sahip tek ve iki katmanlı duvar yapılarının ses geçiş kayıpları ZUSF yöntemi ile incelenmiştir.

Tek katmanlı duvar yapılarında katman kalınlığının iki katına çıkması ile yüzey kütlesinin iki katına çıkacağı ve kütle kanununa göre ses geçiş kaybında 6 dB'lik bir artış olacağı öngörülmektedir. Bu kapsamda ZUSF yöntemi ile elde edilen sayısal sonuçlar incelendiğinde, bu durum doğrulanmıştır. Ayrıca aynı kalınlığa sahip iki farklı malzemeden yoğunluğu ve sertliği fazla olan malzeminin (dolayısıyla malzeme içindeki ses hızı daha büyük) daha yüksek ses geçiş kaybı sağlayacağı yine ZUSF yöntemi ile doğrulanmıştır.

Bununla birlikte düşük frekanslarda iki katmanlı duvar yapılarının kendisini oluşturan katmanların bireysel ses yalıtım performanslarından daha yüksek bir performansa sahip olduğu öngörülmüştür. Bununla ilgili ZUSF sonuçları ile toplam katman kalınlığının artmasıyla yüksek frekanslarda ortaya çıkan rezonans etkisinin katmanlardan birinin kalınlığının azaltılmasısyla iyileştirilebildiği ortaya konmuştur. Bu noktada özel olarak katmanların yerleri değiştirilerek ses geçiş kaybı incelenmiştir. Bu durumda katmanların yer değiştirmesi ile elde edilen ses geçiş kaybı değerlerinin aynı olmadığı gözlenerek, daha iyi bir ses yalıtım performansı elde etmek için kalın ve yoğunluğu fazla olan katmanın kaynak tarafında olması gerektiği sonucu elde edilmiştir.

Uygulamada genellikle iki katmanlı duvar elemanı arasında hava boşluğu mevcuttur. İki katman arasında hava boşluğu olması durumu iki ayrı örnek üzerinde

incelenmiştir. Hava boşluğunun ses geçiş kaybını artırdığı bununla birlikte geçiş frekansı ve ilk kavite rezonans frekansında ses geçiş kaybında düşmelerin olduğu gösterilmiştir. Hava boşluğunun azaltılması ile geçiş frekansı ve ilk kavite rezonans frekansının arttığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte ses yalıtım uygulamalarında iki katmanlı duvar yapıları birbirinden tamamen bağımsız değildir. Katmanlar arasında ses köprüsü oluşturan bağlantı elemanları mevcuttur. Bağlantı elemanlarının sunta malzemesi olarak seçilmesi ile elde edilen ZUSF sonuçları da verilmiştir.

Bu tez çalışmasında incelenen duvar katmanlarının tümünün kayıpsız olduğu kabul edilmiştir. Ancak uygulamada akustik malzemelerin çoğu bir kayıp faktörüne sahiptir. Ayrıca uygulamada iki katmanlı duvar yapıları arasında daha yüksek ses yalıtım performansı için gözenekli yapıya sahip mineral yün, ses yalıtım süngeri, kauçuk bariyer vb. malzemeler kullanılmaktadır. Gelecek çalışmalarda bu çeşit malzemeler probleme dahil edilerek ses geçiş kaybının kayıplı ortamları içerecek şekilde incelenmesi faydalı olacaktır.

Ayrıca bu tez çalışmasında sadece hava esaslı ses geçiş kaybı incelenmiştir. Ancak yapılarda darbe kaynaklı gürültülerin yapısal esaslı yalıtımı da oldukça önemli olduğundan, gelecek çalışmalarda incelenmesi hedeflenmektedir. Bununla birlikte ZUSF yöntemi ile elde edilen ses geçiş kayıplarının deneysel elde edilecek verilerle karşılaştırılması, konunun derinlemesine anlaşılmasına katkı sağlayacaktır.

KAYNAKLAR

Aksoy S., (2019), “Su Altı Akustik Dalga Yayılımı & Sonar Sistemleri”, Ders Notları, Elektronik Mühendisliği Bölümü, Gebze Teknik Üniversitesi.

Aksoy S., (2019), “Zaman Uzayı Sonlu Farklar Yöntemi”, Ders Notları, Elektronik Mühendisliği Bölümü, Gebze Teknik Üniversitesi.

Antonio J. M. P., Tadeu A., Godinho L., (2003), “Analytical evaluation of the acoustic insulation provided by double infinite walls”, Journal of Sound and Vibration, 263, 113–129.

Balanis C. A., (2012), “Advanced Engineering Electromagnetics”, 2nd Edition, John Wiley & Sons Inc.

Beranek L. L., Work G. A., (1949), “Sound transmission through multiple structures containing flexible blankets”, The Journal of the Acoustical Society of America, 21, 419-428.

Bilgiç E., Sadıkhov E., (1994), “Gürültü ve Titreşim”, Teknik Rapor No: UME 94-008, Akustik ve Titreşim Laboratuvarı, Ulusal Metroloji Enstitüsü.

Bies D. A., Hansen C. H., (2003), “Engineering Noise Control Theory and Practise”, Third Edition, Spon Press.

Craik R. J. M, Smith R. S., (2000), “Sound transmission through double leaf lightweight partitions-Part I: Airborne sound”, Applied Acoustics, 61, 223-245.

Cremer L., (1942), “Theorie der Schälldammung dünner Wände bei Schrägen einfall” (Theory of sound absorption of thin walls), Akust. Ztg, 7, 81-104.

Crocker M. J., Price A. J., (1969), “Sound transmission using statistical energy analysis”, Journal of Sound and Vibration, 9, 469-486.

Engquist B., Majda A., (1977), “Absorbing boundary conditions for the numerical simulation of waves”, Mathematics of Computation, 31, 629-651.

Eslami A., (2015), “Air-Borne Sound Transmission Through Triple-Leaf Walls: Modelling, Measurement and Optimization”, Thesis of Master of Applied Science in Civil Engineering, Carleton University.

Fahy F., (1985), “Sound and Structural Vibration Radiation, Transmission and Response”, Academic Press, London.

Gosele K., (1980), “Zur Berechnung der Luftschalldämmung von doppelschaligen Bauteilen (ohne Verbindung der Schalen) (“Prediction of the sound transmission loss of double partitions (without structure-borne connections)”), Acustica, 45, 218-227.

Hynna P., Klinge P., Vuoksinen J., (1995), “Prediction of structure-borne sound transmission in large welded ship structures using statistical energy analysis.”, Journal of Sound and Vibration, 180, 583-607.

İdemen M., (1991), “Elektromagnetik Dalgaların Temelleri”, Sayı: 1441, İTÜ Yayınları.

Lamancusa J. S., (2000), “Engineering Noise Control”, Lecture Notes, Department of Mechanical Engineering, PennState Collage of Engineering, Pennsylvania, USA.

London A., (1949), “Transmission of reverberant sound through single wall”, Research Paper RP1998, 42, 605-615.

London A., (1950), “Transmission of reverberant sound through double wall”, Research Paper RP2058, 44, 77-88.

Long M., (2014), “Architectural Acoustics”, 2nd Edition, Academic Press.

Maidanik G., (1962), “Response of ribbed panels to reverberant acoustic fields”, The Journal of the Acoustical Society of America, 34, 809–826.

Maluski S. P. S., Gibbs B. M., (2000), “Application of a finite-element to low-frequency sound insulation in dwellings”, Journal of the Acoustical Society of America, 108, 1741-1751.

Mulholland K. A., Parbrook H. D., Cummings A., (1967), “The transmission loss of double panels”, Journal of Sound and Vibration, 6 (3), 324-334.

Mur G., (1981),“Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of time-domain electromagnetic field equations”, IEEE Trans. on Electromag. Compat., 23, 377-382.

Osipov A., Mees P., Vermeir G., (1997a), “Low-frequency airborne sound transmission through single partitions in buildings”, Applied Acoustics, 52, 273-288.

Osipov A., Mees P., Vermeir G., (1997b), “Numerical simulation of airborne sound transmission at low frequencies: the influence of the room and the partition parameters”, Proceedings of Inter-Noise 2, 759-762.

Sabine P. E., (1930), “Transmission of sound by walls”, The Journal of the Acoustical Society of America, 1, 181.

Sewell E. C., (1970), “Transmission of reverberant sound through a single leaf partition surrounded by an infinite rigid baffle”, Journal of Sound and Vibration, 12, 21-32.

Sharp B. H., (1978), “Prediction Methods for the Sound Transmission of Building Elements”, Noise Control Engineering, 11, 63 – 63.

Steel J. A., Craik R. J. M., (1994), “Statistical energy analysis of structure-borne sound transmission by finite element methods”, Journal of Sound and Vibration, 178, 553-561.

Taflove A., Hagness S. C., (2005), “Computational Electrodyamics: The Finite-Difference Time-Domain Method”, 3rd Edition, Boston, MA: Artech.

Tadeu A. J. B., Mateus D. M. R., (2001), “Sound transmission through single, double and triple glazing. Experimental evaluation”, Applied Acoustics, 62, 307-325.

Ursa, (2012), “Ses Yalıtımının Temelleri”, Ursa Isı Yalıtım San. Tic. A.Ş.

Yang P., Liou K. N., (1998), “An Efficient Algorithm for Truncating Spatial an Efficient Algorithm for Truncating Spatial Domain in Modeling Light Scattering by Finite-Difference Technique”, Journal of Computational Physics, 140, 346–369.

Yee K. S., (1966), “Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media”, IEEE Trans. on Antennas and Prop., 2, 302–307.

Warnock A.C.C., Fasold W., (1997), “Sound insulation: airborne and impact”, Encyclopedia of Acoustics, New York: Wiley-Interscience publication, 3, 1129-1161.

ÖZGEÇMİŞ

Refik ALEMDAR, 1978 yılında Sakarya'da doğmuştur. 2001 yılında İstanbul Üniversitesi Elektrik – Elektronik Mühendisliği bölümünden mezun olmuştur. Yüksek lisans eğitimine 2010 yılında Gebze Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında başlamıştır. 2002 yılından itibaren EMC TEST ve KONTROL HİZMETLERİ A.Ş.'de laboratuvar müdürü ve araştırmacı olarak görev yapmaktadır. Araştırma alanları Hesaplamalı Elektromanyetik ve Elektromanyetik Uyumluluk ile ilgili konulardır.