

T.C.

GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

VERİCİ ALICI ÇEŞİTLEMESİ

Efendi FİDAN
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ

Gebze

2010

T.C.

GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

VERİCİ ALICI ÇEŞİTLEMESİ

Efendi FİDAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ

DANIŞMANI

Doç. Dr. Oğuz KUCUR

Gebze

2010



YÜKSEK LİSANS TEZİ JÜRİ ONAY SAYFASI

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun **08/07/2010** tarih ve **2010/27** sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından **23/09/2010** tarihinde tez savunma sınavı yapılan Efendi Fidan'ın tez çalışması Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Doç. Dr. Oğuz KUCUR

ÜYE

: Yrd. Doç. Dr. S.Süer ERDEM

ÜYE

: Doç. Dr. Hacı Ali MANTAR

ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
...../...../20... tarih ve/..... sayılı kararı.

ÖZET

TEZİN BAŞLIĞI: VERİCİ ALICI ÇEŞİTLEMESİ

YAZAR ADI : EFENDİ FİDAN

Telsiz haberleşmede sönümlemenin işareti kötüleştirici etkisini azaltmak için kullanılan çeşitlemelerden uzay çeşitlemesi (verici anten ve alıcı anten seçiminin birleştirilmesi, verici anten seçimi ve alıcıda maksimum oranlı birleştirmesinin uygulanması, genelleştirilmiş alıcı anten seçimini ile verici anten ve genelleştirilmiş alıcı anten seçiminin birleştirilmesi) Rayleigh ve Nakagami- m kanalda incelendi. Mevcut analizler moment üretici fonksiyon (MÜF) metodu kullanılarak yeniden düzenlendi. Elde edilen sonuçların mevcut olanlardan karmaşıklık bakımından daha sade olduğu gösterildi. Mevcut ve yeni analizler kullanılarak M’li Faz Kaydırmalı Anahtarlama (M-FKA) ve M’li Dörtlü Genlik Modülasyonu (M-DÖGM) için birçok farklı durumların ortalama Sembol Hata Olasılığı (SHO) eğrileri elde edildi. Özellikle Rayleigh kanalda verici anten seçimi ve genelleştirilmiş alıcı anten seçiminin birleştirilmesi için elde edilen sonuçların mevcut olanlardan hesaplama karmaşıklığı bakımından daha avantajlı ve basit olduğu gösterilmiştir. Aynı şekilde hem Rayleigh kanalda hem de Nakagami- m kanalda m tam sayı değerleri için verici anten seçimi ve alıcıda maksimum oranlı birleştirme durumu için MÜF kullanılarak elde edilen sonuçların mevcut olanlardan daha sade olduğu gösterildi. Nakagami- m kanalda verici ve alıcı anten seçiminin birleştirilmesi için MÜF metodu kullanılarak genelleştirilmiş ortalama SHO denklemleri elde edildi. Bunun yanında Nakagami- m kanal için genelleştirilmiş alıcı anten seçiminin MÜF’si yeniden düzenlenerek bu senaryonun genelleştirilmiş ortalama SHO denklemleri elde edildi. Son olarak Nakagami- m kanalda verici anten ve genelleştirilmiş alıcı anten seçiminin birleştirilmesinin özel bir durumu için analitik SHO elde edildi.

SUMMARY

TITLE OF THE THESIS: TRANSMIT RECEIVE DIVERSITY

AUTHOR : EFENDİ FİDAN

In wireless communications, in order to overcome the drawbacks of fading, different types of diversity solutions are proposed. Space diversity is one of these proposed methods. In this work, attention is paid on the types of space diversity over Rayleigh and Nakagami- m fading channels. In particular, combined transmit and receive antenna selection, transmit antenna selection and maximum ratio combining, generalized receive antenna selection and combined transmit antenna selection and generalized receive antenna selection are investigated. Existing performance analyses are reformulated by usage of moment generating function approach. Obtained results are simpler and more compact than the existing ones. To verify the accuracy of obtained results, different curves of average symbol error rates of various cases for M-PSK and M-QAM are obtained by usage of the available and obtained expressions of symbol error rates. In particular, it is proven that reformulation of performance analysis of the combined transmit antenna selection and generalized receive antenna selection over Rayleigh fading channel reduces computational complexity and obtained results are simpler than the existing ones. Similarly, in both Rayleigh and Nakagami- m fading channels, expressions of average symbol error rates for transmit antenna selection and maximum ratio combining based on moment generating function approach are obtained. These results are also more compact and simpler than the existing ones. The simulation results of the obtained expressions for different cases are illustrated in details. The joint transmit and the receive antenna selection over Nakagami- m fading channel is considered and for integer values of fading parameter m expressions of the average symbol error rates are obtained based on moment generating function approach. Lastly, a special case of the combined transmit antenna selection and generalized receive antenna selection over Nakagami- m fading channel is investigated.

TEŞEKKÜR

Bilgi, birikim ve müsamahasıyla her türlü konuda bana yardımcı olan, değerli zamanını esirgemeyen, çalışmalarımnda beni yönlendiren danışmanım, değerli hocam Doç. Dr. Oğuz KUCUR’a teşekkürü borç bilirim.

Yüksek lisans eğitimi olanağını bana sunan işyerim TÜBİTAK Ulusal Metroloji Enstitüsü’ne teşekkür ederim.

Değerli arkadaşım Araş. Gör. Ahmet YILMAZ’a desteklerinden dolayı müteşekkirim.

Her türlü maddi ve manevi desteğinden ötürü sevgili eşime ve çalışmam boyunca sabırlarından dolayı da biricik kızlarım Beyza Nur’a ve Hümeysra’ya teşekkürlerimi sunmayı borç bilirim.

Eylül 2010

Efendi FİDAN

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	IV
SUMMARY	V
TEŞEKKÜR	VI
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	VII
KISALTMALAR DİZİNİ	IX
ŞEKİLLER DİZİNİ	X
TABLolar DİZİNİ	XII
1 GİRİŞ	1
2 TELSİZ HABERLEŞMEDE KANAL MODELLERİ	6
2.1 SÖNÜMLEMELİ KANALLARIN TANIMLANMASI	6
2.2 İSTATİSTİKSEL KANAL MODELLERİ	8
2.2.1 Rayleigh Dağılımı	9
2.2.2 Nakagami-m Dağılımı	9
3 İLETİM ÇEŞİTLEMESİ VE BİRLEŞTİRME TEKNİKLERİ	11
3.1 İLETİM ÇEŞİTLEMESİ	11
3.1.1 Frekans Çeşitlemesi	11
3.1.2 Zaman Çeşitlemesi	12
3.1.3 Uzay Çeşitlemesi	12
3.1.4 Polarizasyon Çeşitlemesi	12
3.2 BİRLEŞTİRME YÖNTEMLERİ	13
3.2.1 Seçmeli Birleştirme Yöntemi	13
3.2.2 Eşit Kazançlı Birleştirme Yöntemi	14
3.2.3 Maksimum Oranlı Birleştirme Yöntemi	15
3.2.4 Hibrit (Karışık) Birleştirme Yöntemi	16
4 RAYLEIGH SÖNÜMLEMELİ KANALDA VERİCİ ANTEN SEÇİMİ VE ALICIDA	
MOB'NİN İNCELENMESİ	18
4.1 PERFORMANS ANALİZİ	18
4.1.1 Kesinti Olasılığı (Outage Probability)	20

	VIII
4.1.2 Ortalama Sembol Hata Olasılığı Analizi	22
4.1.3 Ortalama İGO Kazancının MOB ve Uzay Zaman Blok Kodlarıyla Karşılaştırılması	25
4.2 NÜMERİK SONUÇLAR	27
5 VERİCİ ANTEN SEÇİMİ VE GENELLEŞTİRİLMİŞ ALICI ANTEN SEÇİMİNİN RAYLEIGH SÖNÜMLEMELİ KANALDA PERFORMANS ANALİZİ	30
5.1 RAYLEIGH KANALINDA PERFORMANS ANALİZİNİN YENİDEN DÜZENLENMESİ	31
5.2 MEVCUT VE YENİ ÇIKARIMLARIN KIYASLANMASI	35
5.3 ORTALAMA SEMBOL HATA OLASILIĞININ ÜST SINIRI	37
5.4 NÜMERİK SONUÇLAR	37
6 VERİCİ ANTEN SEÇİMİ VE GENELLEŞTİRİLMİŞ ALICI ANTEN SEÇİMİNİN NAKAGAMI-m SÖNÜMLEMELİ KANALDA PERFORMANS ANALİZİ	41
6.1 PERFORMANS ANALİZİ	41
6.1.1 Verici Anten Seçimi ve Alıcı Anten Seçiminin Birleştirilmesi	43
6.1.2 Verici Anten Seçimi/Maksimum Oranlı Birleştirilmesi	45
6.1.3 Verici Anten Seçimi ve Genelleştirilmiş Alıcı Anten Seçiminin Birleştirilmesi	46
6.2 NÜMERİK SONUÇLAR	52
7 SONUÇLAR	64
KAYNAKLAR	65
EK-1: SHO'LARIN HESAPLANMASINDA OLUŞAN İNTEGRALİN ALINMASI	72
ÖZGEÇMİŞ	74

KISALTMALAR DİZİNİ

2-FRKA	: İkili Frekans Kaydırmalı Anahtarlama
2-FRKAmin	: Minimum İkili Frekans Kaydırmalı Anahtarlama
AAS	: Alıcı Anten Seçimi
AWGN	: Toplamsal Beyaz Gauss Gürültüsü
BHO	: Bit Hata Oranı
BODF	: Biriken Olasılık Dağılım Fonksiyonu
CDMA	: Kod Bölmeli Çoklu Erişim
ÇGÇÇ	: Çok Girişli Çok Çıkışlı
EKB	: Eşit Kazançlı Birleştirme
GAAS	: Genelleştirilmiş Alıcı Anten Seçimi
SAK	: Semboller Arası Karışım
İFFKA	: İkili Farksal Faz Kaydırmalı Anahtarlama
İGO	: İşaret Gürültü Oranı
KDB	: Kanal Durum Bilgisi
KİGO	: Kanal İşaret Gürültü Oranı
KKDB	: Kısmi Kanal Durum Bilgisi
M-DGM	: M’li Darbe Genlik Modülasyonu
M-FKA	: M’li Faz Kaydırmalı Anahtarlama
M-DÖGM	: M’li Dörtlü Genlik Modülasyonu
MOB	: Maksimum Oranlı Birleştirme
MKA	: Minimum Kaydırmalı Anahtarlama
OYF	: Olasılık Yoğunluk Fonksiyonu
SB	: Seçmeli Birleştirme
SHO	: Sembol Hata Olasılığı
SGY	: Spektral Güç Yoğunluğu
UZBK	: Uzay Zaman Blok Kodu
VAS	: Verici Anten Seçimi

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
1.1 Çok Yollu Yayılım.	1
3.1 Seçmeli Birleştirme Yönteminin Alıcısı.	14
3.2 Maksimum Oranlı Birleştirme Yönteminin Alıcısı.	15
4.1 Verici Anten Seçimi ve Maksimum Oranlı Birleştirme.	19
4.2 $(1; L)$, $(N, 1; L)$ ve $(N; 1)$ kesinti olasılığı karşılaştırması, $R = 1 \text{ bit} / \text{s} / \text{Hz}$	21
4.3 VAS/MOB'nin ortalama SHO analizi.	22
4.4 Çeşitleme derecesi N olan ortalama İGO kazançlarının karşılaştırması.	26
4.5 Çeşitleme derecesi $2N$ olan ortalama İGO kazançlarının karşılaştırması.	27
4.6 2-FKA için tek alıcı anten kullandığında elde edilen tam, yaklaşık ve simülasyon sonuçlarının kıyaslanması.	28
4.7 2-FKA için 2 alıcı anten kullandığında elde edilen tam, yaklaşık ve simülasyon sonuçlarının kıyaslanması.	28
4.8 2, 4, 8-FKA'nin doğru ve üst sınır SHO'ların kıyaslanması.	29
4.9 16, 64-DÖGM'nin teorik SHO'ları.	29
5.1 VAS ve GAAS'nin Birleştirilmesi.	31
5.2 2-FKA için Ortalama BHO'nun kanal başına düşen İGO'ya göre değişimi.	38
5.3 8-FKA için VAS/AAS ile VAS/MOB kıyaslanması.	39
5.4 16-DÖGM için VAS/GAAS ile VAS/MOB kıyaslanması.	39
5.5 16 ve 64-DÖGM için SHO eğrileri.	40
5.6 2, 4 ve 8-FKA için SHO'ların doğru ve üst sınır eğrileri.	40
6.1 Verici ve alıcı anten seçimlerinin birleştirmesinin MÜF ile incelenmesi.	42
6.2 2, 4 ve 8-FKA için VAS/AAS ($m = 1$) ve VAS/GAAS'nin SHO'larının Rayleigh b kanalda kıyaslanması.	54
6.3 16 ve 64-DÖGM için VAS/AAS ($m = 1$) ve VAS/GAAS'nin SHO'larının Rayleigh kanalda kıyaslanması.	54
6.4 8-FKA için $m = 1, 2$ ve 3 iken VAS/AAS'nin SHO'ları.	55
6.5 16-DÖGM için $m = 1, 2$ ve 3 iken VAS/AAS'nin SHO'ları.	55

6.6 2, 4 ve 8-FKA için VAS/MOB ($m=1$) ve VAS/GAAS'nin SHO'larının Rayleigh kanalda kıyaslanması.	56
6.7 16 ve 64-DÖGM için VAS/MOB ($m=1$) ve VAS/GAAS'nin SHO'larının Rayleigh kanalda kıyaslanması.	56
6.8 8-FKA için $m=1, 2$ ve 3 iken VAS/MOB'nin SHO'ları.	57
6.9 16-DÖGM için $m=1, 2$ ve 3 iken VAS/MOB'nin SHO'ları.	57
6.10 4-DÖGM için VAS/MOB'nin SHO'ları.	58
6.11 $m=2$ iken 2-FKA için Nakagami- m kanalda GAAS'de alıcıda 1, 2, 3, 4 ve 5 anten seçildiğinde oluşan BHO'lar.	58
6.12 $m=2$, $N=2$ ve $L=4$ iken VAS/GAAS'nin Nakagami- m kanalda alıcıda 1, 2, 3 ve 4 anten seçildiğinde 2-FKA için oluşan teorik ve simülasyon BHO'ları.	59
6.13 $m=1, 2$ ve 3, $N=2$ ve $L=3$ iken 8-FKA için Nakagami- m kanalda VAS/GAAS'nin alıcıda 2 anten seçildiğinde oluşan teorik SHO'lar.	59
6.14 $m=2$, $N=2$ ve $L=3$ iken VAS/GAAS'nin Nakagami- m kanalda alıcıda 1, 2 ve 3 anten seçildiğinde 8-FKA için oluşan teorik ve simülasyon SHO'ları.	60
6.15 $m=2$, $N=2$ ve $L=3$ iken VAS/GAAS'nin Nakagami- m kanalda alıcıda 1, 2 ve 3 anten seçildiğinde 16-DÖGM için oluşan teorik ve simülasyon SHO'ları.	60
6.16 $m=2$, $N=2$ ve $L=4$ iken VAS/GAAS'nin Nakagami- m kanalda alıcıda 1, 2, 3 ve 4 anten seçildiğinde 16-DÖGM için oluşan teorik SHO'lar.	61
6.17 $m=2$, $N=3$ ve $L=4$ iken 16-DÖGM için VAS/GAAS'nin Nakagami- m kanalda alıcıda 1, 2, 3 ve 4 anten seçildiğinde oluşan simülasyon ile 1 ve 4 anten seçildiğinde oluşan teorik SHO'lar.	61
6.18 $m=2$, $N=3$ ve $L=4$ iken 8-FKA için VAS/GAAS'de Nakagami- m kanalda alıcıda 1, 2, 3 ve 4 anten seçildiğinde oluşan simülasyon ile 1 ve 4 anten seçildiğinde oluşan teorik SHO'lar.	62
6.19 $m=2$, $N=3$ ve $L=3$ iken 16-DÖGM için VAS/GAAS'de Nakagami- m kanalda alıcıda 1, 2 ve 3 anten seçildiğinde oluşan simülasyon ile 1 ve 3 anten seçildiğinde oluşan teorik SHO'lar.	62
6.20 $m=2$, $N=3$ ve $L=3$ iken 8-FKA için VAS/GAAS'de Nakagami- m kanalda alıcıda 1, 2 ve 3 anten seçildiğinde oluşan simülasyon ile 1 ve 3 anten seçildiğinde oluşan teorik SHO'lar.	63

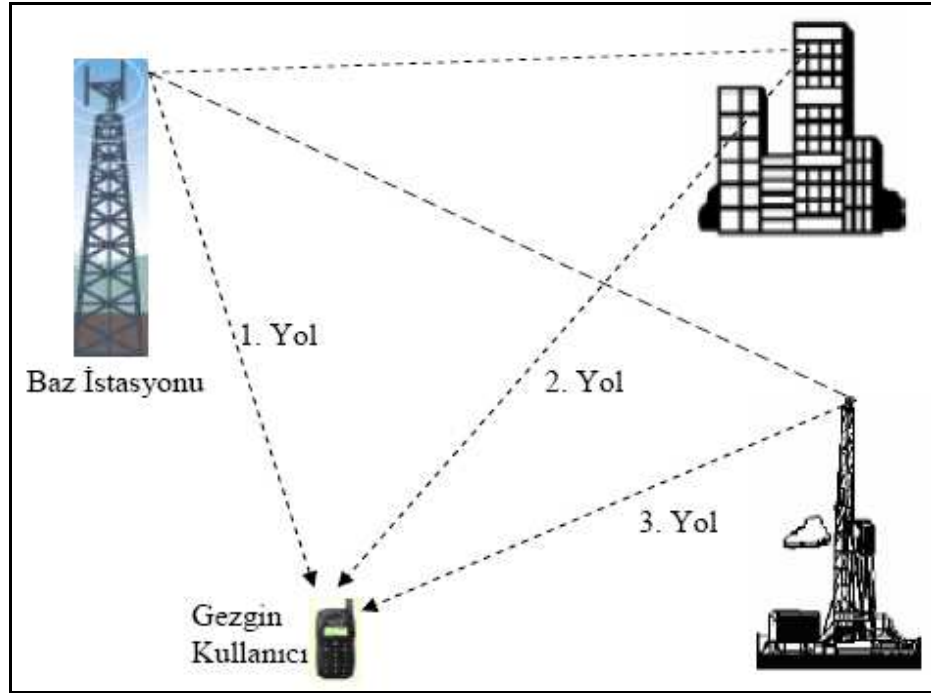
TABLÖLAR DİZİNİ**Tablo****Sayfa**

Tablo 4.1 Genelleştirilmiş hata olasılığı ifadesindeki parametreler.

24

1 GİRİŞ

Son zamanlarda, çok hızlı telsiz internet gibi uygulamalardan dolayı telsiz haberleşmede yüksek veri iletimi ve iyi hizmet alma talebi oluştu. Bu tarz uygulamalar için mevcut alt yapılar yetersizdir. Daha hızlı ve kaliteli veri iletimi güçleştiğinden dolayı yeni metotların araştırılıp analizlerin yapılması gerekir. İletim kanalları, alıcı ve verici arasındaki görelî hareketten dolayı zamanla değişen çok yollu sönümlemeli kanallar olarak modellenir. Kablosuz sönümlemenin katılığı (severity) ve istatistikleri haberleşmenin kalitesini etkiler. Var olan etkileri azaltmak için çeşitleme teknikleri kullanılmaktadır. Çeşitleme birçok şekilde yapılabilir. Uzay, zaman, frekans, polarizasyon veya varış açısı çeşitlemeleri birçok kanal modelinde kullanılarak analizler yapılmaktadır.



Şekil 1.1 Çok Yollu Yayılım.

Gezgin radyo sinyallerinin zarf (envelope) istatistiklerini modellemek için birçok dağılım kullanılmıştır. Bunlardan Rayleigh dağılımı en kötü senaryoyu modellemek için kullanılmıştır [1]. Rician sönümlemeli kanal en güçlü sinyalin görüş hattıyla (line of

sight) iletildiğini var sayar. Fakat Nakagami- m dağılımı, genelliği ve hesaplama kolaylığından dolayı 1990'lardan bu yana araştırmacıların dikkatini çekmiştir [2, 3]. Nakagami- m sönümlemesi barındırdığı m şekillendirme parametresinden dolayı en kötü çevresel şartlardan (Rayleigh sönümleme) en iyi çevresel şartlara (Rician sönümleme) kadar birçok kanal şartını modeller.

Sönümleme şartları ne olursa olsun kablosuz sönümleme kanalı, yol kaybı ve derin sönümlemeden dolayı problemler barındırmaktadır. Tahribi güçlü olan girişim çoğunlukla derin sönme olarak adlandırılır ve kanalın işaret gürültü oranında (İGO) ani düşmelere neden olduğundan geçici haberleşme hatalarına sebep olur.

Çeşitlemede, bileştirme teknikleri çok yollu sönümlemenin ve derin sönmelerin etkilerini azaltmak için kullanılırlar ve bu yüzden de sistemin performansını artırır. Bu teknikler, farklı yollardan gelen bilgi taşıyıcı sinyallerini birleştirerek daha iyi bir sinyal elde ederler. Birleştirmek için kullanılan metotlar Maksimum Oranlı Birleştirme [MOB-Maximum Ratio Combining (MRC)], Seçmeli Birleştirme [SB-Selection Combining (SC)] ve Eşit Kazançlı Birleştirmedir [EKB-Equal Gain Combining (EGC)].

Sistemin performansı, sönümlemeli kanalın istatistiksel modelinin analizi ile elde edilir. Performans analizi için genellikle İGO'nun dağılımı kullanılır. Sönümlemenin etkisini değerlendirmek için birçok yöntem bulunmaktadır. Ortalama sembol hata olasılığı (SHO), kesinti olasılığı (Outage probability), Ortalama İGO ve kapasite bunlardan birkaçıdır. Bu performans ölçütleri İGO'nun dağılımının integralleri cinsinden ifade edilebilir [4].

Kanal kapasitesi, bir iletişim sisteminin üzerinden güvenli olarak iletilebilecek bilgi miktarının üst sınırını belirtir [5, 6]. Diğer bir ifadeyle, bir kanalın kapasitesi veri iletirken rastgele en küçük hatayla iletimin gerçekleşmesi için var olan sınırlayıcı bir üst sınırdır. Kanal kapasitesi bir iletişim sisteminde kanal band genişliği ve iletilen ortalama güç arasındaki bağlantıyı gösterir. Band genişliği B Hertz olan sürekli bir kanalın spektral güç yoğunluğu (SGY) $N_o/2$ olan toplamsal beyaz Gauss gürültüsü

(AWGN) ile temsil edildiğini ve iletilen ortalama gücün de P olduğu farz edilsin. Kanalin kapasitesi aşağıdaki gibi ifade edilir [5, 17]:

$$C = B \log_2 \left(1 + \frac{P}{N_o B} \right) \quad \text{bit/s.} \quad (1.1)$$

Bu eşitlik, kanal band genişliği B ve iletilen ortalama güç P olduğunda, şayet yeterli derecede karmaşıklığa sahip olan bir kod kullanılırsa saniyede iletilen bitlerin oranının oldukça küçük rastgele bir hata ile C olacağını belirtir. Her ne kadar Claude Shannon, veriyi hatasız iletirken kanal kapasitesinin üst sınırına ulaştıracak veri kodlamasının nasıl yapılacağına değinmese de bilgi kuramı hatasız veri iletimi üzerindeki kısıtlayıcı etkenleri tanımlar. Belli bir hata olasılığı olmadan veriyi kanal kapasitesi üzerinde iletmek imkânsızdır. Kanal kapasitesi ile kanal band genişliği arasındaki ilişki lineerdir, İGO'yla ilişkisi ise logaritmiktir. Verilen kanal kapasitesi ifadesi sadece zamanla değişmeyen, bir alıcı ve bir vericiden oluşan sistem için geçerlidir. Zamanla değişen sönümlemeli kanallarda ise kanal kapasitesinin ifadesi değişir. Kanal kapasitesinin çok girişli ve çok çıkışlı sistemlerdeki analizleri ve bununla ilgili ayrıntılı incelemeler literatürde mevcuttur [17].

Sönümlemeli kanalların analizinde kullanılan diğer bir ölçüt ise kesinti olasılığıdır (outage probability), P_{out} ile ifade edilir. Kesinti olasılığı, anlık kapasitenin belirlenen bir kapasite değerinin, C , altında olma olasılığı olarak tanımlanır. Kapasite kanalın istatistiksel parametrelerine bağlı olduğundan, kesinti olasılığı anlık hata olasılığının belirlenmiş bir değeri aşma olasılığı olarak tanımlanır. Diğer bir ifadeyle çıkış İGO'sunun, γ , belirlenmiş bir değerin altında kalma olasılığıdır. Kesinti olasılığının matematiksel ifadesi aşağıdaki gibidir [4]:

$$P_{out} = \int_0^{\gamma_{th}} f_{\gamma}(\gamma) d\gamma. \quad (1.2)$$

Denklem (1.2)'deki $f_{\gamma}(\gamma)$, İGO'nun olasılık yoğunluk fonksiyonudur (OYF).

Ortalama işaret gürültü oranı, sayısal iletişim sistemlerinde en genel ve en kolay anlaşılan performans ölçütlerinden biridir. Çoğunlukla alıcının çıkışında ölçülür. Yani

veri algılama süreciyle doğrudan irtibatlıdır. Mevcut performans ölçütlerinden en kolay hesaplanandır ve sistemin verimliliğini belirleyen en iyi göstergelerdendir. Anlık İGO γ olsun. Ortalama İGO aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\bar{\gamma} = \int_0^{\infty} \gamma f_{\gamma}(\gamma) d\gamma. \quad (1.3)$$

Sistemin performans ölçütlerinden bir diğeri de hata olasılığıdır. Ölçütlerden hesaplanması en zor olanıdır. Fakat sistem hakkında en iyi fikir veren ve çalışmalarda en fazla üzerinde durulan ve analizleri yapılan ölçüttür. Dolayısıyla hesaplanırken kullanılan metotları basitleştirmek çok önemlidir. Bu ölçütün hesaplanmasını güçleştiren neden ise kullanılan şartlı (conditional) hata olasılığının (sönümlmeli kanallarda) anlık İGO'nun doğrusal olmayan bir fonksiyonu olmasındandır. Doğrusal bir fonksiyon olmamasının sebebi ise sistemin kullandığı modülasyon/demodülasyon işlemidir. Bu çalışmada hata olasılıkları analizleri moment üreten fonksiyon (MÜF) kullanılarak yapılacaktır. Sembol hata analizleri M'li Faz Kaydırmalı Anahtarlama (M-FKA) ve M'li Dörtlü Genlik Modülasyonu (M-DÖGM) için yapılacak.

Bu çalışmada uzay (anten) çeşitlemesi üzerinde durulacaktır. Anten çeşitlemesinde genel itibarı ile MOB yöntemi kullanılmaktadır. Var olan anten sayısına göre bu yöntemin karmaşıklığı artmaktadır. Bu karmaşıklık geniş bandlı kod bölmeli çoklu erişim (CDMA) gibi uygulamalarda daha da artmaktadır. Diğer yandan MOB kanal parametrelerinin tahmin hatasına oldukça duyarlıdır. Söz konusu hatalar İGO düşük olduğunda daha önemli hale gelir. Diğer yandan anten çeşitlemesinde SB kullanıldığında var olan antenlerden sadece biri seçilir. Bu da çeşitlemenin derecesini (Hata olasılığı eğrisinin yüksek İGO'lardaki asimtotik eğimi olarak tanımlanır [58]) tam olarak yansıtmaz. Çeşitlemede birleştirilecek yol sayısının azaltılması harcanan gücü ve elektronik tasarımda maliyeti düşüreceğinden çalışmalar karmaşık yöntemlere yönelmiştir. Bu çalışmada da bu karmaşık yöntemlerden biri olan verici anten seçimi ve genelleştirilmiş alıcı anten seçiminin birleştirilmesi metodunun Rayleigh ve Nakagami- m kanallarında incelemesi yapılmıştır.

Çalışmanın 2. bölümünde telsiz haberleşmedeki kanal modelleri incelenecek, 3. bölümünde iletim çeşitlemesi ve birleştirme yöntemlerine değinilecektir. 4. bölümde Rayleigh sönümlemeli kanalda verici anten seçimi ve maksimum oranlı birleştirme metodu üzerinde durulacak, 5. bölümde Rayleigh sönümlemeli kanalda verici anten seçimi (VAS) ve genelleştirilmiş alıcı anten seçiminin (GAAS) birleştirmesi metodunun analizi yeniden düzenlenerek verilecektir. 6. bölümde ise Nakagami- m sönümlemeli kanalda VAS ve GAAS'nin birleştirilmesi üzerinde durulacaktır. Son olarak da sonuç bölümü verilecektir.

2 TELSİZ HABERLEŞMEDE KANAL MODELLERİ

2.1 Sönümlemeli Kanalların Tanımlanması

Telsiz haberleşmede sinyallerin iletilmesini etkileyen bozucu etkenler toplamsal beyaz Gauss gürültüsü (AWGN), semboller arası karışım (SAK), yol kaybı (path loss), gölgeleme (shadowing) ve çok yollu sönümleme (multipath fading) olarak sıralanabilir. Bir elektromanyetik dalga havada ilerlerken gücü azalır. İletilen güç, mesafe ve etkili anten açıklığı gibi parametreler bilindiği için bu kayıp tahmin edilebilir. Büyük ölçekli sönümleme sinyalde büyük yapılar, binalar ve tepelerden dolayı yansıma, kırınım ve dağılım sonucunda oluşan sinyallerin neden olduğu yavaş dalgalanmaları ifade eder. Yansıma, kırınım ve dağılım gibi etkilerden dolayı oluşan sönümlemelere gölgeleme (shadowing) denilmektedir [7]. Büyük ölçekli sönümleme çoğunlukla log normal dağılım olarak modellenir. Bu yüzden de log normal gölgeleme olarak da adlandırılmaktadır. Çok yollu sönümleme, iletimde alıcıya iki ya da daha fazla yoldan sinyallerin ulaşması olayıdır. Yok edici ve yapıcı girişim ile faz kayması çok yollu sönümlemenin en önemli etkileri arasındadır. Güçlü yok edici girişim çoğunlukla derin sönme olarak ifade edilir ve kanalın İGO'sında ani düşmelere neden olduğundan geçici haberleşme hatalarının oluşmasıyla sonuçlanabilir.

Zamanla değişen çok yollu sönümlemeli kanalların sınıflandırılması **uyum zamanı** (T_c), **uyum band genişliği** (B_c), **Doppler yayılımı** (f_D) ve **kanalın yayılım gecikmesi** (τ_s) parametrelerine göre yapılır [4]. Sınıflandırma yapılmadan önce bu parametrelerin kısa birer tanımı verilsin:

Uyum zamanı (T_c): Kanalın darbe yanıtının sabit kaldığı ya da yüksek ilişkiye sahip olduğu zaman aralığını ifade eder. Uyum zamanı ve Doppler yayılımı aşağıdaki

gibi birbirleri ile irtibatlıdır:

$$T_c = \frac{1}{f_D}. \quad (2.1)$$

Uyum band genişliği (B_c): Kanalin belirli bir işaretin spektral bileşenlerini yaklaşık olarak eşit kazanç ve doğrusal fazda geçirdiği frekans aralığı olarak tanımlanır. Uyum band genişliği ve maksimum gecikme yayılımı arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir:

$$B_c = \frac{1}{\tau_{\max}}. \quad (2.2)$$

Doppler yayılımı (B_D): Kanalin zamanla değişim özelliğinden dolayı meydana gelen spektral genişleme Doppler yayılımı olarak tanımlanır. Doppler etkisi gezgin bir kullanıcının dalga kaynağına yaklaşırken ya da uzaklaşırken aldığı frekansta meydana gelen değişimdir. İyi bilinen bir gerçek şudur: Çok hızlı hareketlilikten dolayı oluşan Doppler etkisi hücresel sistemlerdeki veri kaybının en büyük nedenlerindendir. Doppler frekansı şu formülle verilir:

$$f_D \approx \pm f_c \frac{v}{c}. \quad (2.3)$$

Burada f_c taşıyıcı frekansı, v alıcı ve kaynak arasındaki hız farkı ve c de ışık hızıdır.

Kanalin yayılım gecikmesi (τ_s): Güç gecikmesi profilinin ikinci merkezi momentinin karekökü olarak tanımlanır.

Bu tanımlar verildikten sonra sınıflandırma yapılabilir. Ondan önce sembol süresini T_s ve iletim band genişliği de w olarak tanımlansın. Zamanla değişen çok yollu sönmülemeli kanal aşağıdaki gibi tanımlanır:

(I) Yavaş Sönmüleme ($T_s \ll T_c$ veya $B_D \ll w$): Bu durumda kanal tarafından sönmülemeye uğrayan genlik ve faz, uyum zamanı boyunca kabaca değişmiyor olarak

alınabilir. Yani bu süre boyunca birçok sembol aynı sönümlemeye maruz kalır. Kanal değişimi sembol değişiminden çok yavaştır.

(II) Hızlı Sönümleme ($T_s \gg T_c$ veya $B_D \gg W$): Kanalın darbe yanıtı bir simge periyodu boyunca çok hızlı değişir.

(III) Düz Sönümleme ($T_s \gg \tau_s$ veya $W \ll B_c$): Sinyalin spektral bileşenleri aynı genlik ve faz değişimlerine maruz kalır.

(IV) Frekans Seçici Sönümleme ($T_s \ll \tau_s$ veya $W \gg B_c$): Sinyalin her bir frekans bandı değişik genlik kazançlarına ve faz değişimlerine maruz kalır.

Çok yollu sönümlemeli kanalın zamanla değişen darbe cevabı aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$h(t, \tau) = \sum_{n=1}^N C_n e^{j\theta_n} \delta(t - \tau_n). \quad (2.4)$$

Burada, N elektromanyetik yol sayısını, $C_n e^{j\theta_n}$ alınan her bir darbenin karmaşık katsayısını ve τ_n de n . yolun yayılım gecikme zamanını ifade ederler.

2.2 İstatistiksel Kanal Modelleri

Çok yollu sönümleme rastgele olarak gecikmiş, kırınımına uğramış, yansımış ve de dağılıma uğramış sinyalin kötüleştirici ve yapıcı kısımlarının birleşmelerinin sonucudur. Bu tarz sönümleme oldukça hızlıdır ve de sinyalde oluşan kısa dönem değişimlerinin nedenidir. Sinyalin yayılma çevresini tanımlamak için birçok değişik istatistiksel model mevcuttur. Bu istatistiksel modeller çok yollu sönümlemenin istatistiksel zarfının davranışlarını ifade ederler. Burada bu çalışmada kullanılacak olan Rayleigh ve Nakagami-m dağılım modelleri verilecektir.

2.2.1 Rayleigh Dağılımı

Rayleigh dağılımı direk görüş hattının olmadığı çok yollu sönümlemede sönümlemenin genliğini modellemek için kullanılır. i . yolun sönümlemesinin genliğinin (α_i) olasılık OYF'si şöyledir:

$$f_{\alpha_i}(\alpha_i) = \frac{2\alpha_i}{\Omega_i} \exp\left(-\frac{\alpha_i^2}{\Omega_i}\right), \alpha_i \geq 0. \quad (2.5)$$

Burada $\Omega_i = E[\alpha_i^2]$ ve $E[\dots]$ sembolü de içerisinde barındırdığı ifadenin beklenen değerini gösterir.

i . yolun anlık İGO'su $\gamma_i = \alpha_i^2 \frac{E_s}{N_o}$ ve ortalaması da $\bar{\gamma}_i = \Omega_i \frac{E_s}{N_o}$ şeklinde tanımlanır. Bu tanımlarda E_s iletilen sembolün enerjisini ve N_o da beyaz Gauss gürültüsünün tek yönlü güç spektral yoğunluğunu ifade eder. γ_i 'nin OYF'si aşağıdaki gibi olur:

$$f_{\gamma_i}(\gamma_i) = \frac{1}{\bar{\gamma}_i} \exp\left(-\frac{\gamma_i}{\bar{\gamma}_i}\right), \gamma_i \geq 0. \quad (2.6)$$

γ_i 'ye ait BODF aşağıdaki gibidir.

$$F_{\gamma_i}(\gamma_i) = 1 - \exp\left(-\frac{\gamma_i}{\bar{\gamma}_i}\right), \gamma_i \geq 0. \quad (2.7)$$

2.2.2 Nakagami- m Dağılımı

Nakagami- m dağılımı, çok yönlülüğü ve deneysel sonuçlarla tam örtüştüğü için genel olarak kabul görmüş bir istatistiksel modeldir. Sönümleme parametresi m 'nin değiştirilmesiyle birçok sönümleme senaryosu elde edilebilir. Bu modelde $m=1$ alındığında Rayleigh dağılımı ve $m=1/2$ olarak alındığında da tek yönlü Gauss dağılım özel birer durum olarak bulunur. Şayet $m = (K+1)^2 / (2K+1)$ olarak alındığında

da Rician dağılımının oldukça yakın bir yaklaşımı elde edilmiş olunur. K Rician faktörü olarak kullanılan bir parametredir.

Nakagami- m dağılımı özü itibari ile bir ki-kare dağılımıdır ve aşağıdaki ifade ile tanımlanır [3].

$$f_{\alpha_i}(\alpha_i) = \frac{2m_i^{m_i} \alpha_i^{2m_i-1}}{\Gamma(m_i) \Omega_i^{m_i}} \exp\left(-\frac{m_i \alpha_i^2}{\Omega_i}\right), \alpha_i \geq 0. \quad (2.8)$$

Burada $\Gamma(\dots)$ Gamma fonksiyonudur ve aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt, x \geq 0. \quad (2.9)$$

Buradan da i . yolun anlık İGO'sunun OYF'si ve BODF'si aşağıdaki gibi olduğu gösterilebilir:

$$f_{\gamma_i}(\gamma_i) = \frac{1}{\Gamma(m_i)} \left(\frac{m_i}{\bar{\gamma}_i}\right)^{m_i} \gamma_i^{m_i-1} \exp\left(-\frac{m_i \gamma_i}{\bar{\gamma}_i}\right), \gamma_i \geq 0 \quad (2.10)$$

ve

$$F_{\gamma_i}(\gamma_i) = \frac{\gamma(m_i, \gamma_i m_i / \bar{\gamma}_i)}{\Gamma(m_i)}, \gamma_i \geq 0. \quad (2.11)$$

Tamamlanmamış (Incomplete) Gamma fonksiyonu, $\gamma(\dots, \dots)$, ise aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\gamma(a, x) = \int_0^x t^{a-1} e^{-t} dt. \quad (2.12)$$

Sönümlleme parametresi m pozitif tamsayı olduğunda BODF aşağıdaki gibi olur:

$$F_{\gamma_i}(\gamma_i) = 1 - e^{-m\gamma_i / \bar{\gamma}} \sum_{n=0}^{m-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{m\gamma_i}{\bar{\gamma}}\right)^n, \gamma_i \geq 0. \quad (2.13)$$

3 İLETİM ÇEŞİTLEMESİ VE BİRLEŞTİRME TEKNİKLERİ

3.1 İletim Çeşitlemesi

Çeşitleme, haberleşmede bir sinyalin daha güvenli iletilmesini sağlamak için sinyalin özellikleri birbirinden farklı olan birden fazla yolla iletilmesi ve alıcıda iletilen sinyalin istatistiksel bağımsız birden fazla kopyalarının elde edilmesi yöntemidir [8]. Bu yöntem performansı artırmak için kullanılır. Bu yöntem sönümlemeye baş etmek, kanal karışımını engellemek ve de hata yığılmalarını engellemek için kullanılır. Çeşitleme iletilen sinyalin kopyalarının farklı sönümlemeli yollarla alıcıya ulaşmasını sağlamak amacıyla uygulanır. Çünkü birbirinden bağımsız sönümlemeli kanallar üzerinden iletilen sinyalin kopyalarının hepsinin aynı anda sönümlemeye uğrama olasılığı oldukça azdır. Çeşitleme ile derin sönümleme azaltıldığı gibi iletim için ihtiyaç duyulan güç miktarını önemli derecede azaltacaktır [9]. Bu yöntemle hem anlık hem de İGO'da 20 dB'den 30 dB'ye kadar bir iyileşme sağlanabilir. Günümüzde kablosuz haberleşmede kullanılan çeşitlemeler *frekans çeşitlemesi*, *zaman çeşitlemesi*, *polarizasyon çeşitlemesi* ve *uzay çeşitlemesidir*. Ayrıntıya girilmeden bu çeşitlemelerin kısaca özetleri verilecektir.

3.1.1 Frekans Çeşitlemesi

Frekans seçmeli sönümlemeden etkilenen sinyalin birden fazla frekans kanalı kullanılarak ya da geniş bir spektrum üzerine yayarak iletilmesidir. Frekanslar birbirinden uyum band genişliğinden daha fazla bir değerde ayrılırlar. Bu da kanalların birbirinden bağımsız olmasını sağlar ve aynı sönümlemeye maruz kalmamış olurlar. Bu tekniğin dezavantajları ek band genişliği ihtiyacının yanında daha fazla iletim gücü gerektirmesi ve frekans çeşitlemesi için kullanılan kanal sayısı kadar alıcı gerektirmesidir [10].

3.1.2 Zaman Çeşitlemesi

Bir sinyalin birden fazla versiyonunun değişik anlarda iletilmesidir. İletimler arasındaki zaman farkının kanalın uyum zamanını aşması lazımdır. Bu şartlarla sinyalin kopyalarının farklı sönümlemelere maruz kalması sağlanmış olunur ve dolayısıyla çeşitleme sağlanmış olunur. Uyum zamanı, Doppler kaymasına yani taşıyıcı frekansa ve gezgin birimin hızına bağlıdır. Zaman çeşitlemesi, ileri yönde hata düzeltme (FEC, forward error correction) kodlarında ve serpiştirme (interleaving) işleminde kullanılır [10]. Bu tekniğin dezavantajlarından bazıları, gezgin birimin çok yavaş ilerlemesi durumunda istenmeyecek kadar gecikmelerin olması ve yüksek iletim gücü gerektirmesidir [10].

3.1.3 Uzay Çeşitlemesi

Bu çeşitleme anten çeşitlemesi olarak da bilinir. Sinyal birçok değişik yayılma yolu ile iletilir. Telsiz haberleşmede bu çeşitleme birçok verici anten (verici çeşitlemesi) ve birçok alıcı anten (alıcı çeşitlemesi) kullanılarak elde edilir. Alıcı çeşitlemesinde alınan sinyaller birleştirme tekniklerinden biri uygulanarak sinyal daha sonraki işlemler için hazır hale getirilir. Antenlerin birbirinden uzaklıklarına göre değişik isimlendirmeler yapılmaktadır (makro çeşitleme ve mikro çeşitleme gibi). Bu çeşitleme zaman çeşitlemesiyle birlikte kullanılarak uzay-zaman kodlama olarak adlandırılan başka bir çeşitleme elde edilir.

3.1.4 Polarizasyon Çeşitlemesi

Bu çeşitlemede, bir sinyalin birden fazla versiyonunun iletilmesi ve alınması farklı polarizasyona sahip antenin kullanılmasıyla elde edilir. Alıcı çeşitlemesinde olduğu gibi bu çeşitlemede de alıcı tarafında birleştirme tekniklerinden biri uygulanır. Bu çeşitlemeye ihtiyaç duyulmasının en büyük sebeplerinden biri taşınabilir sistemlerdir.

Alıcı ve verici arasındaki dikey ve yatay yolların birbirine bağlı olmadığı saptanmıştır. Bu durum polarizasyonlu çeşitlemenin önünü açmıştır.

3.2 Birleştirme Yöntemleri

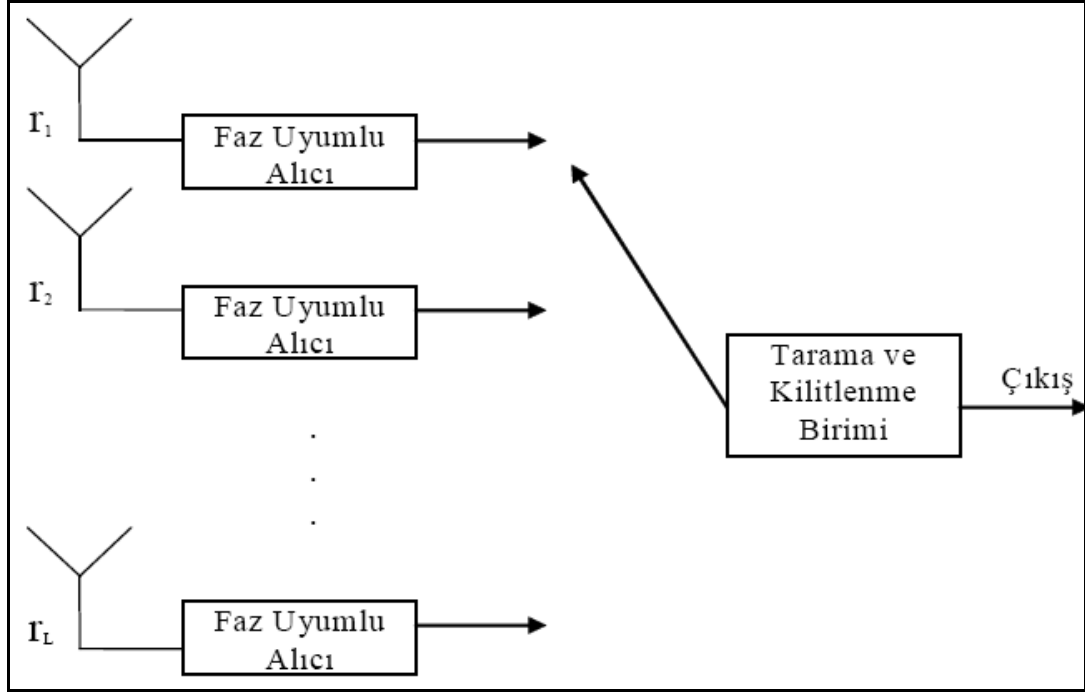
Birleştirme tekniklerinin iletim çeşitlemesiyle birlikte kullanılması çok yollu sönümlemenin etkileriyle baş edilmesini ve sistemin performansının iyileştirilmesini sağlamıştır. Bu durumun derin sönmeyi ve hata olasılığını azalttığı yapılan birçok çalışmayla kanıtlanmıştır. En basit şekliyle birleştirme, aynı sinyalin farklı yollardan iletilerek alıcıda bu sinyalin kopyalarının birleştirilerek daha iyi bir sinyalin elde edilmesidir. Bu şekliyle birleştirme derin sönümlemenin gerçekleşmesi olasılığını azaltarak hata olasılığı ve kesintiyi azaltmış olur. Kullanılan yöntemler *seçmeli birleştirme*, *eşit kazançlı birleştirme*, *maksimum oranlı birleştirme* ve *hibrit (karışık) birleştirme yöntemleridir*.

3.2.1 Seçmeli Birleştirme Yöntemi

Bu yöntemde anlık İGO'su en yüksek olan yol seçilir [12-13]. Bu senaryo şekil 3.1'de gösterilmiştir. Şekildeki r_i 'ler her bir yoldan alınan sinyalleri temsil eder, çıkış İGO'su en yüksek olan kanalın işaretini temsil eder. Bu tekniğin performansı eşit kazançlı ve maksimum oranlı birleştirme tekniklerinden daha kötüdür. Fakat onlara göre çok daha basittir.

Bu yöntemin daha da sadeleştirilmiş hali anahtarlama ve bekleme (Switch-Wait) olarak bilinir. Bu yöntemde alıcı tüm çeşitleme yollarını tarar ve İGO'su daha önce belirlenmiş eşik değerini aşan bir yol seçilir. Seçilen yolun İGO'su belirlenen eşik değeri üzerinde olduğu sürece bu yol kullanılır. Şayet belirlenen değerin altına düşülmüşse, tarama yeniden yapılarak yeni bir yol belirlenir. Teknik tarama çeşitlemesi olarak da bilinir [17]. Seçmeli birleştirme yöntemiyle kıyaslandığında daha kötü performansa

sahiptir. Çünkü her zaman en iyi anlık İGO'ya sahip olan yolu seçmez. Fakat uygulaması çok basittir. Çünkü faz uyumludur ve sürekli bir taramaya gerek duymaz.



Şekil 3.1 Seçmeli Birleştirme Yönteminin Alıcısı.

3.2.2 Eşit Kazançlı Birleştirme Yöntemi

Bu yöntemde farklı yollardan alınan sinyallerin ilk önce fazları kompaze edilir daha sonra da eşit katsayılarla çarpılarak toplanırlar [14-16]. Elde edilen sonuçtan da iletilen sinyal tahmin edilir. EKB'nin çıkış sinyali aşağıdaki denklemle ifade edilir:

$$r = \sum_{i=1}^L r_i. \quad (3.1)$$

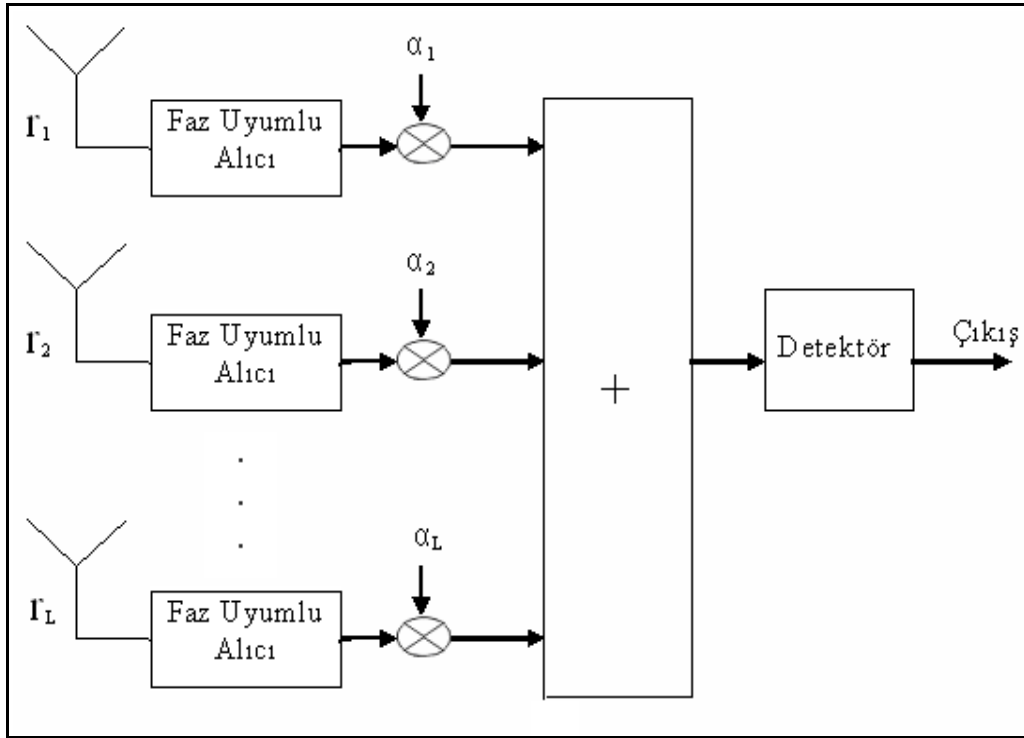
Burada r_i i . antenden alınan sinyali, L ise toplam alıcı anten sayısını ifade eder.

Bu yöntemde kanal katsayılarının tahminine gerek yoktur. Bu yüzden de aşağıda değineceğimiz maksimum oranlı birleştirme metodundan daha basittir. Fakat

performansı ise maksimum oranlı metodundan daha kötüdür çünkü tüm yolların kazancı bire eşitlenir. Bu durum karmaşıklığı azaltsa da performansı kötüleştirir.

3.2.3 Maksimum Oranlı Birleştirme Yöntemi

Bileştirme tekniklerinden biri olan maksimum oranlı birleştirme yöntemi doğrusal bir metottur. Genel olan bir doğrusal birleştiricide farklı sinyaller belli katsayılarla çarpılarak toplanırlar. Ağırlıklı katsayılar değişik şekillerde seçilebilirler. Şekil 3.2’de maksimum oranlı birleştirme yöntemi gösterilmiştir. Çıkış sinyali alınan sinyallerin ağırlıklı kopyalarının doğrusal birleşimidir. Bu metot birçok sönümlmeli kanal modelinde incelenmiştir. Nakagami- m için yapılan çalışmalardan sadece bir kaç [18-20] ile verilen referanslarda bulunabilir.



Şekil 3.2 Maksimum Oranlı Birleştirme Yönteminin Alıcısı.

MOB'nin çıkış sinyali aşağıdaki denklemle ifade edilir.

$$r = \sum_{i=1}^L \alpha_i \cdot r_i. \quad (3.2)$$

Burada r_i i . antenden alınan sinyali, α_i i . antenin ağırlıklı katsayısını gösterir. L ise toplam alıcı anten sayısını ifade eder. Katsayılar, sinyalin rms genliğinin gürültünün gücüne oranı ile orantılı olacak şekilde seçilir. A_i , alınan r_i sinyalinin genliği ve de ϕ_i alınan r_i sinyalinin fazı olsun. Bir de her bir alıcı antenin aynı ortalama gürültü gücüne sahip olduğunu farz edilsin. Bu durumda ağırlıklı katsayılar aşağıdaki gibi seçilebilir.

$$\alpha_i = A_i e^{j\phi_i}. \quad (3.3)$$

Ağırlıklı katsayılar bu şekilde seçildiğinde optimum birleştirme yapılmış olunur. Çünkü bu seçim çıkışın İGO'sunun maksimum olmasını sağlar. Maksimum İGO'nun alınan her bir sinyalin anlık İGO'larının toplamına eşit olduğu gösterilmiştir [17]. Şunu da belirtmek lazım: Her bir sinyalin fazı düzeltilmeli ve kendisinin genliği ile çarpılmalıdır. Bu durum kanalın sönmüleme katsayılarının ve sinyalin fazının bilinmesini gerektirir. Gerekli olan bu bilgilerden dolayı bu metot sadece faz uyumlu algılama ile kullanılabilir. Faz uyumlu olmayan algılamayla kullanılamaz.

3.2.4 Hibrit (Karışık) Birleştirme Yöntemi

Son zamanlarda en revaçta olan birleştirme yöntemlerinde biri de karışık birleştirmedir. Geniş band kullanan iletişim sistemlerinin şartlarını sağladığı için bu yöntem büyük ilgi görmektedir. Yöntem iki kategoride incelenebilir: Genelleştirilmiş Seçme Yöntemleri ve Çok Boyutlu Birleştirme Yöntemleri.

Genelleştirilmiş Seçme Yöntemleri: MOB ve EKB alıcılarının karmaşıklığı var olan çeşitleme yolu sayısına bağlıdır. Karmaşıklık geniş band CDMA ve ultra geniş bantlı sinyaller için çok daha yüksek olabiliyor. Bunun yanında MOB kanalın parametrelerinin tahmin hatasına oldukça duyarlıdır. Söz konusu hatalar İGO düşük olduğunda daha da önem kazanır. Diğer taraftan seçmeli birleştirme basit olmasına rağmen mevcut olan L tane antenden sadece birini seçer. Bu da çeşitlemenin derecesini

tam olarak yansıtmaz. Bu iki tekniğin de avantajlarından yararlanmak için birçok çalışma yapılmıştır [21-24]. Söz edilen yöntemler arasındaki uçurumu gidermek için son zamanlarda daha farklı bir yöntem önerilmiştir: Genelleştirilmiş Seçme Yöntemi. Bu yöntemde var olan toplam yol sayısından belli sayıda yol seçildikten sonra MOB ya da EKB uygulanır. Bu yöntemlerin karmaşıklığı daha az olur.

Çok Boyutlu Birleştirme Yöntemleri: Bu yöntemler ise iki ya da daha fazla geleneksel çeşitleme araçlarının birleşiminden oluşur. Dolayısıyla bu yöntemler hem frekans çeşitlemesinin hem de çok yolluluğun avantajlarına sahip olurlar [25].

4 RAYLEIGH SÖNÜMLEMELİ KANALDA VERİCİ ANTEN SEÇİMİ VE ALICIDA MOB'NİN İNCELENMESİ

Haberleşmede çok girişli ve çok çıkışlı (ÇGÇÇ) sistemler, sistemin kapasitesini önemli derece artırdığından ve performansı iyileştirmesinden dolayı bu alanda birçok çalışma mevcuttur. Kullanılacak güç ve büyüklük kısıtlamalarından dolayı alıcı olarak kullanılan cihazlar bir ya da en fazla iki antene sahip olmaktadır. Hızlı veri iletimi için verici tarafında yani baz istasyonunda birden fazla anten kullanan çalışmalar mevcuttur [37-38]. Bu çalışmalar uzay zaman kodlarını kullanırlar. Fakat bu tarz metotların tasarımı ve uygulaması zordur. Diğer yandan tam kod oranı (Full code rate) (R) sadece iki verici anten kullanıldığında elde edilebilir. İki'den daha fazla anten için kod tasarımı oldukça karmaşıktır. Bunun yanında maksimum olabilirlik çözümlemesi (maximum likelihood decoding) de oldukça karmaşıktır. Oysa normal bir ÇGÇÇ sisteminde bu problemler söz konusu değildir.

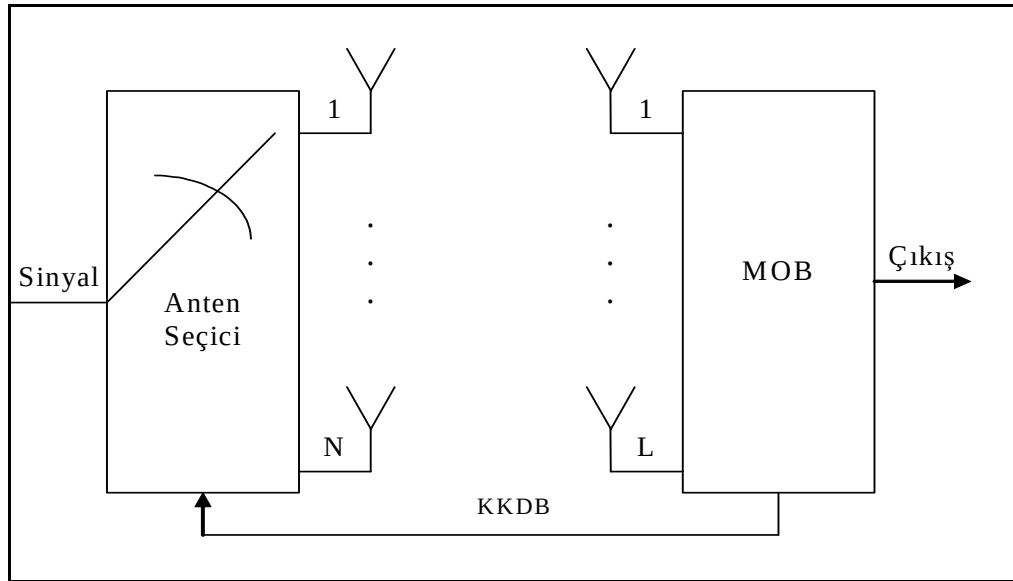
Normal ÇGÇÇ sistemini kullanarak analizler yapan ilk çalışma Lo'nun çalışması sayılabilir [52]. Daha sonraki çalışmalar söz konusu çalışmadaki metodun getirdiği karmaşıklık azaltmaya yöneliktir [53, 54]. Bu bölümde sadece bir verici anten seçimi üzerinde durulacaktır.

4.1 Performans Analizi

Verici anten sayısı N ve alıcı anten sayısı da L olsun. Kanalin düz ve yavaş sönmülemeli olduğu farz edilsin. n . alıcı antenle m . verici anten arasındaki yolun karmaşık kazancı $h_{n,m}$ olsun. Bu kazançların, $\{h_{n,m}, n \in [1, L], m \in [1, N]\}$, bağımsız özdeşçe dağılmış karmaşık rastgele Rayleigh değişkenler olduğunu farz edelim. Kanal işaret gürültü oranları (KİGO) $\alpha_{n,m} = |h_{n,m}|^2 E_s / N_o$ olsun. Bu tanımlamada E_s iletilen

sembolün enerjisini ve N_o da beyaz Gauss gürültüsünün tek yönlü güç spektral yoğunluğunu ifade eder. Her bir yolda sembol başına düşen ortalama İGO ise $\bar{\alpha} = E\left[|h_{n,m}|^2\right] E_s / N_o$ şeklinde ifade edilir. VAS/MOB Şekil 4.1’de gösterilmiştir. VAS/MOB’de her bir verici antenden sırayla bilinen işaretler yollanır. Alıcıda tüm KİGO’lar toplanarak $\beta_m = \sum_{l=1}^L |h_{n,m}|^2 E_s / N_o$ elde edilir. $\gamma = maks_m \{\beta_m\}$ olarak seçilir. Seçilen verici anten $m_v = argmaks_m \{\beta_m\}$ olarak bulunur ve kısmi kanal durum bilgisi (KKDB) vericiye yollanır. Verici de m_v . antenden bilgi sembollerini yollar.

Chen et. al. [53] çalışmalarında yukarıda verilen seçme senaryosunun analizini yapmıştır. Burada o analizde elde edilen bazı denklemler ve SHO için yeniden elde edilen denklemler verilecektir.



Şekil 4.1 Verici Anten Seçimi ve Maksimum Oranlı Birleştirme.

4.1.1 Kesinti Olasılığı (Outage Probability)

Verici anten sayısı N ve alıcı anten sayısı da L alındığında bir ÇGÇÇ sisteminde verici tarafında bir anten seçimi $(N, 1; L)$ şeklinde ifade edilir. Böyle bir sistemin kesinti olasılığı aşağıdaki gibi bulunmuştur [53]:

$$P_{out}(y) = \left(\frac{N}{(L-1)!} \sum_{k=0}^{N-1} (-1)^k \binom{N-1}{k} \sum_{t=0}^{k(L-1)} \left(\mu(t, k, L-1) - e^{-(k+1)y} \sum_{j=0}^{L+t-1} \frac{j! \binom{L+t-1}{j}}{(k+1)^{j+1}} y^{L+t-j-1} + \frac{(L+t-1)!}{(k+1)^{L+t}} \right) \right). \quad (4.1)$$

Burada $y = 2^R - 1$ ve $\mu(t, k, L-1)$ ise aşağıdaki eşitlikteki katsayılarıdır [39]:

$$\left(\sum_{n=0}^{L-1} d_n x^n \right)^i = \sum_{j=0}^{i(L-1)} \mu(j, i, L-1) x^j. \quad (4.2)$$

Burada $d_n = \frac{1}{n!}$, $\mu(0, i, L-1) = d_o^i$ ve $\mu(j, i, L-1) = \frac{1}{j d_o} \sum_{k=1}^j (k(i+1) - j) d_k \mu(j-k, i, L-1)$ 'dir.

Eğer $n > L-1$ ise $d_n = 0$ 'dır. Denklem (4.1)'de geçen $\mu(t, k, L-1)$ katsayıların kapalı formülü [53]'te mevcut olmadığı için alıcı anten sayısı 1 ve 2 için farklı denklemler elde edilmiştir. Denklem (4.2)'de verilen eşitlikte geçen katsayıların kapalı bir formüle ifade edilmesinden dolayı tüm alıcı anten sayıları için kolaylıkla kullanılabilir.

Bir ÇGÇÇ sisteminin $(N; L)$ kesinti olasılığının analizi çok güç olduğundan sadece özel iki durum için kapalı formüller elde edilmiştir [53]. Bu iki özel durumdan biri olan verici çeşitlemesi $(N; 1)$ için kesinti olasılığı şöyledir:

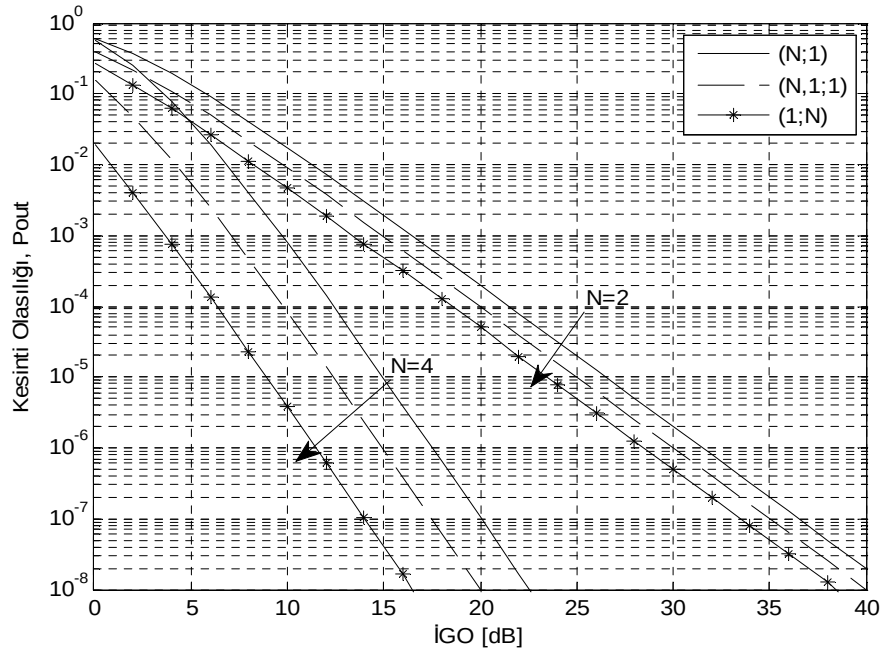
$$P_{out}(y) = 1 - \frac{e^{-y}}{(N-1)!} \sum_{k=0}^{N-1} k! \binom{N-1}{k} y^{N-k-1}. \quad (4.3)$$

Bu denklemde $y = N(2^R - 1)$ 'dir. R daha önceden belirlenen kanal kapasitesidir. Bu duruma göre simetrik olan ikinci durum yani alıcı çeşitlemesi $(1; L)$ için de kesinti

olasılığının formülü denklem (4.4)'teki gibidir. Tek fark $y = 2^R - 1$ olmasıdır.

$$P_{out}(y) = 1 - \frac{e^{-y}}{(L-1)!} \sum_{k=0}^{L-1} k! \binom{L-1}{k} y^{L-k-1}. \quad (4.4)$$

Kesinti olasılığı için elde edilen bu denklemlerden sonra bir karşılaştırma yapıldığında, alıcı çeşitlemesi $(1;L)$ ve VAS/MOB'nin $(N,1;L)$, verici çeşitlemesinden $(N;1)$ sırasıyla $10 \log N$ ve $10 \log(N/(N!)^{1/N})$ dB daha iyi oldukları görülecektir. $R = 1 \text{ bit/s/Hz}$ ve verici anten sayısı $N = 2, 4$ alındığında yukarıda değinilen üç durumun kesinti olasılıkları Şekil 4.3 ile verilmiştir. Kesinti olasılığı göz önüne alındığında, bu şekilden anlaşılacağı gibi VAS'nin anten seçimi yapılmadığı durumdan daha iyi olduğu görülür. Diğer taraftan dikkat edildiğinde tek verici anten seçimi yapılan bir $(N,1;1)$ sistemi, tek alıcı anten seçimi yapılan $(1;N,1)$ sistemi ile kesinti olasılığı bakımından aynı olduğu ve $(1;N,1)$ sisteminin de $(1;N)$ sisteminden daha kötü olduğu görülür.



Şekil 4.2 $(1;L)$, $(N,1;L)$ ve $(N;1)$ kesinti olasılığı karşılaştırması, $R = 1 \text{ bit/s/Hz}$

4.1.2 Ortalama Sembol Hata Olasılığı Analizi

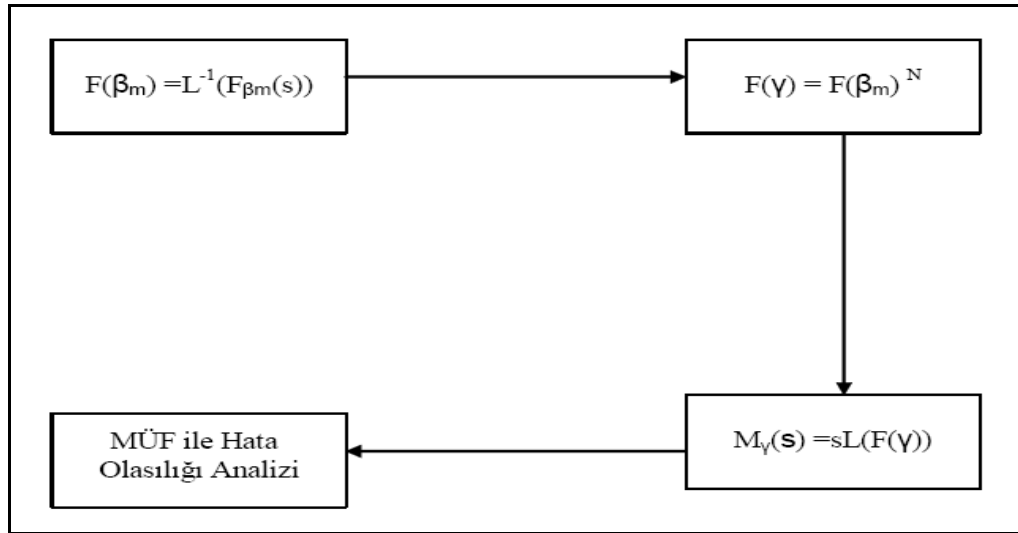
Ortalama SHO'yu bulmak için [53]'te şartlı OYF kullanılarak denklemler elde edilmiştir ve sadece 2-FKA için analiz yapılmıştır. Bu çalışmada analizler MÜF kullanılarak yapılacaktır. Elde edilecek denklemler modülasyon tipine bağlı olmayacaktır. Ortalama SHO bulunurken izlenecek yol Şekil 4.3 ile verilmiştir. Yani ilk önce alıcıda MOB uygulanarak $\beta_m = \sum_{l=1}^L |h_{n,m}|^2 E_s / N_o$ bulunur ve $\gamma = maks_m \{\beta_m\}$ seçilir. β_m 'in OYF'si aşağıdaki gibidir [26]:

$$f_{\beta_m}(\beta_m) = \frac{\beta_m^{L-1}}{\beta_m^L (L-1)!} e^{-\frac{\beta_m}{\beta_m}}. \quad (4.5)$$

Böylece β_m 'nin BODF'si

$$F_{\beta_m}(\beta_m) = 1 - e^{-\frac{\beta_m}{\beta_m}} \sum_{u=0}^{L-1} \frac{(\beta_m)^u}{u! \beta_m^u} \quad (4.6)$$

şeklinde olur.



Şekil 4.3 VAS/MOB'nin ortalama SHO analizi.

MÜF kullanarak ortalama SHO hesaplamasının kolay yapılması için γ 'nin BODF'si

$$F_{\gamma}(\gamma) = F_{\beta_m}(\beta_m)^N = \left(1 - e^{-\frac{\beta_m}{\bar{\gamma}} \sum_{u=0}^{L-1} \frac{(\beta_m)^u}{u! \bar{\beta}_m^u}}\right)^N = \sum_{i=0}^N \sum_{u=0}^{i(L-1)} \binom{N}{i} (-1)^i \mu(u, i, L-1) \gamma^u e^{-\frac{i}{\bar{\gamma}} \gamma} \quad (4.7)$$

şeklinde düzenlenerek elde edilir. Bu denklemdeki $\mu(u, i, L-1)$ ise denklem (4.2)'deki gibi elde edilir. Denklem (4.2)'deki katsayılar ise $d_n = \frac{1}{\bar{\gamma}^n n!}$ şekilde olur. Bu aşamadan sonra BODF'nin Laplace dönüşümü alınır. $F_{\gamma}(\gamma)$ 'nin Laplace dönüşümü ise aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \phi(s) &= \sum_{i=0}^N \sum_{u=0}^{i(L-1)} \binom{N}{i} (-1)^i \mu(u, i, L-1) \int_0^{\infty} \gamma^u e^{-\frac{i}{\bar{\gamma}} \gamma} e^{-s\gamma} d\gamma \\ &= \sum_{i=0}^N \sum_{u=0}^{i(L-1)} \binom{N}{i} (-1)^i \mu(u, i, L-1) \frac{u!}{(s + i / \bar{\gamma})^{u+1}}. \end{aligned} \quad (4.8)$$

γ 'nin MÜF'si denklem (4.8)'in s ile çarpımı ile elde edilir. $a_{ik} = i / \bar{\gamma}$ alındığında MÜF aşağıdaki gibi olur:

$$M_{\gamma}(s) = \sum_{i=0}^N \sum_{u=0}^{i(L-1)} \binom{N}{i} (-1)^i \mu(u, i, L-1) \frac{u! s}{(s + a_{ik})^{u+1}}. \quad (4.9)$$

γ 'nın MÜF'sini kullanarak sembol hata olasılıklarını hesaplamadan önce [36]'da ortalama SHO için şartlı OYF cinsinden verilen genel hata olasılığı ifadesini MÜF kullanılarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$P_s(e) = \sum_{q=1}^I a_q \int_0^{\theta_q} M_{\gamma}\left(\frac{\lambda_{\text{mod}}}{\sin^2(\theta)}\right) d\theta. \quad (4.10)$$

Bu genel modülasyon hata olasılığı formülü için gerekli parametreler ise Tablo 4.1'de verilmiştir [36].

Tablo 4.1 Genelleştirilmiş hata olasılığı ifadesindeki parametreler.

Modülasyon Tipi	I	a_q	λ_{mod}	θ_q
M-FKA	1	$1/\pi$	$\sin^2(M/\pi)$	$\pi(1-1/M)$
M-DÖGM	2	$4(1-1/\sqrt{M})/\pi$	$\frac{3}{2(M-1)}$	$\pi/2$
		$-4(1-1/\sqrt{M})^2/\pi$		$\pi/4$
M-DGM	1	$2(1-1/M)/\pi$	$3/(M^2-1)$	$\pi/2$
2-FRKA	1	$1/\pi$	$1/2$	$\pi/2$
2-FRK Amin	1	$1/\pi$	$(1+2/3\pi)$	$\pi/2$
İFFKA	2	$2/\pi$	1	$\pi/2$
		$-2/\pi$	1	$\pi/4$
MKA	2	$2/\pi$	1	$\pi/2$
		$-1/\pi$	1	$\pi/4$

Ortalama SHO, eğer denklem (4.10)'da MÜF'nin eşiti yerine konulursa ve

$\mu u = \binom{N}{i} (-1)^i \mu(u, i, L-1) u! a_q \lambda_{\text{mod}}$ alınırsa aşağıdaki gibi elde edilir:

$$P_S(e) = \sum_{q=1}^I \sum_{i=0}^N \sum_{l_1=0}^{i(L-1)} \mu u \int_0^{\theta_q} \frac{(\sin^2(\theta))^{l_1}}{(\lambda_{\text{mod}} + a_{ik} \sin^2(\theta))^{l_1+1}} d\theta. \quad (4.11)$$

Denklem (4.11)'deki integral Ek-1'de alınmıştır. İntegral (E1.6) denklemindeki ifadeyle verilmiştir. Şayet denklem (E1.6)'da gerekli değişiklikler yapılırsa integral

$$\begin{aligned}
 I_{l_1} &= \int_0^{\theta_q} \frac{(\sin^2(\theta))^{l_1}}{(\lambda_{\text{mod}} + a_{ik} \sin^2(\theta))^{l_1+1}} d\theta \\
 &= \frac{1}{(\lambda_{\text{mod}})^{1/2} (\lambda_{\text{mod}} + a_{ik})^{l_1+1/2}} \int_0^T \sin^{2l_1} t dt \\
 &= \frac{1}{(\lambda_{\text{mod}})^{1/2} (\lambda_{\text{mod}} + a_{ik})^{l_1+1/2}} \left[\frac{T}{2^{2l_1}} \binom{2l_1}{l_1} + \frac{(-1)^{l_1}}{2^{2l_1-1}} \sum_{j=0}^{l_1-1} (-1)^j \binom{2l_1}{j} \frac{\sin[(2l_1-2j)T]}{2^{l_1-2j}} \right]
 \end{aligned} \quad (4.12)$$

şeklini alır. Bu ifadedeki T ise şöyledir:

$$T = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{N_1}{D_1} + \frac{\pi}{2} \left[1 - \left(\frac{1 + \text{sgn } D_1}{2} \right) \text{sgn } N_1 \right] \quad (4.13)$$

Burada $N_1 = 2\sqrt{\lambda_{\text{mod}} (\lambda_{\text{mod}} + a_{ik})} \sin 2\theta_q$ ve $D_1 = (2\lambda_{\text{mod}} + a_{ik}) \cos 2\theta_q - a_{ik}$ 'dır.

Bölüm 5.3'teki bilgiler gözönünde bulundurulduğunda ortalama sembol hata olasılığı için üst sınır

$$P_{s_üs}(e) = \sum_{q=1}^I \sum_{i=0}^N \sum_{l_1=0}^{i(L-1)} \frac{\mu u(\sin^2(\theta_{q\max}))^{l_1}}{(\lambda_{\text{mod}} + a_{ik} \sin^2(\theta_{q\max}))^{l_1+1}} \theta q \quad (4.14)$$

şeklinde yazılabilir.

VAS/MOB performans analizini yapan [53]'teki çalışmada 2-FKA için ortalama SHO'nın yaklaşık değeri aşağıdaki gibi bulunmuştur:

$$P_{App-2-FKA}(e) = \frac{(2NL-1)!}{2^{2NL} (L!)^N (NL-1)!} \left(\frac{1}{\gamma} \right)^{NL}. \quad (4.15)$$

4.1.3 Ortalama İGO Kazancının MOB ve Uzay Zaman Blok Kodlarıyla Karşılaştırılması

VAS-MOB'de kanal başına düşen İGO

$$\gamma = \frac{E_s}{N_0} \sum_{j=1}^L |h_{m_v, j}|^2 \quad (4.16)$$

şeklinde ifade edilir. Bu denklemdeki m_v seçilen verici anteni temsil ediyor. Ortalama İGO kazancı, $E[\gamma]$ ve E_s/N_0 arasındaki oran olarak ifade edilir. VAS/MOB'nin ortalama İGO kazancı aşağıdaki gibidir.

$$K_{IGO} = E \left[\sum_{j=1}^L |h_{m_v, j}|^2 \right]. \quad (4.17)$$

Bu kazanç [53]'te aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$K_{IGO} = \frac{N}{L-1} \sum_{k=0}^{N-1} (-1)^k \binom{N-1}{k} \sum_{t=0}^{k(L-1)} \frac{\mu(t, k, L-1)(N+t)!}{(k+1)^{L+t+1}}. \quad (4.18)$$

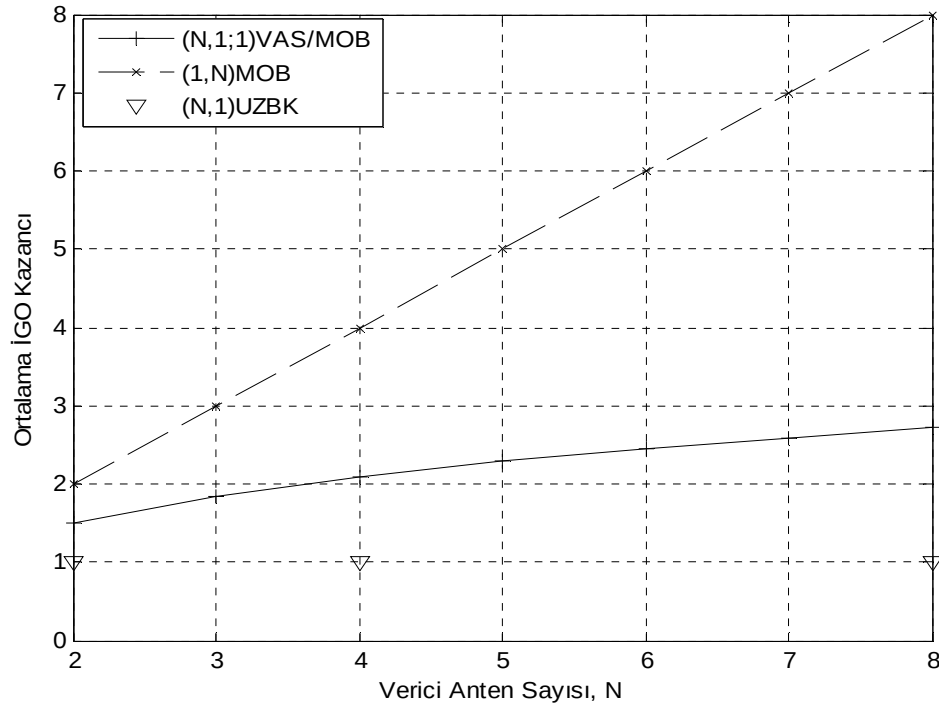
İfadedeki $\mu(t, k, L-1)$ denklem (4.2)'de verilmiştir. Kodsuz MOB yani $(1; LN)$ için bu kazanç aşağıdaki gibidir:

$$K_{MOB} = NL. \quad (4.19)$$

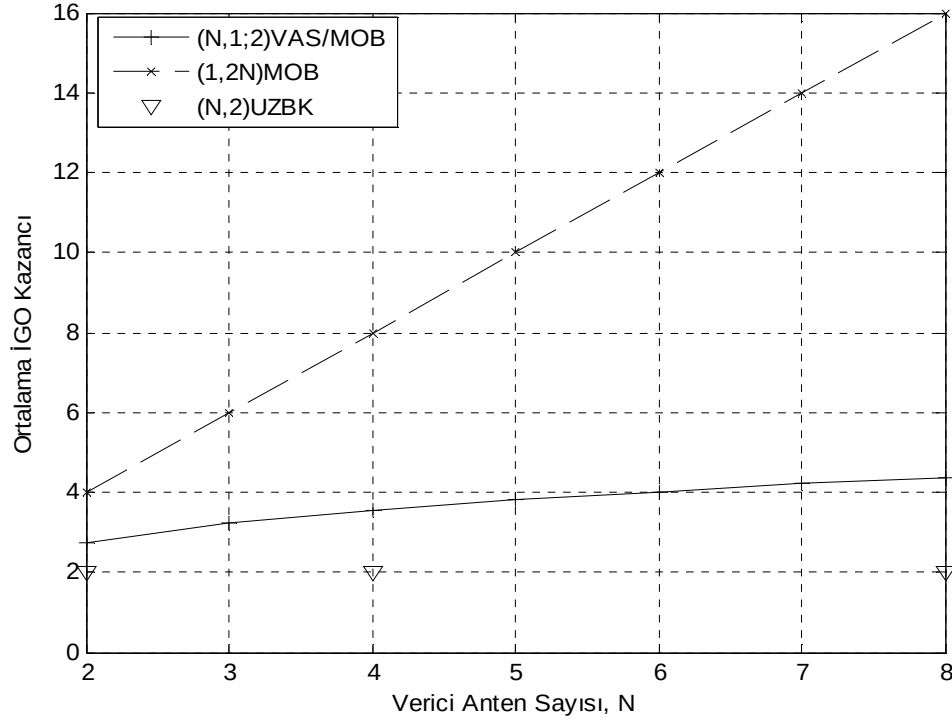
Uzay zaman blok kodları (UZBK) yani $(N; L)$ için kazanç aşağıdaki gibidir:

$$K_{UZBK} = L. \quad (4.20)$$

Şekil 4.4 ve Şekil 4.5'te aynı çeşitleme derecesine sahip VAS/MOB'nın $(N, 1; 1)$ ve $(N, 1; 2)$ senaryolarıyla alıcı MOB ve UZBK'nın ortalama İGO kazançları karşılaştırılmıştır. Şekil 4.4'te MOB $(1, 2)$, VAS/MOB $(2, 1; 1)$, UZBK $(2, 1)$ için ortalama İGO kazançlarının sırasıyla 2, 1.5 ve 1 olduğu görülebilir. Bu yüzden MOB $(1, 2)$, VAS/MOB $(2, 1; 1)$ 'den 1.25 dB ve UZBK $(2, 1)$ 'den de 1.75 dB daha iyidir. Çeşitleme derecesi 4'te çıkarıldığında bu avantaj sırayla 2.83 dB ve 3.17 dB olur. Şekil 4.4'te görüldüğü gibi MOB $(1, 4)$, VAS-MOB $(4, 1; 1)$ 'den 1.63 dB ve UZBK $(2, 2)$ 'den de 1.37 dB daha avantajlıdır.



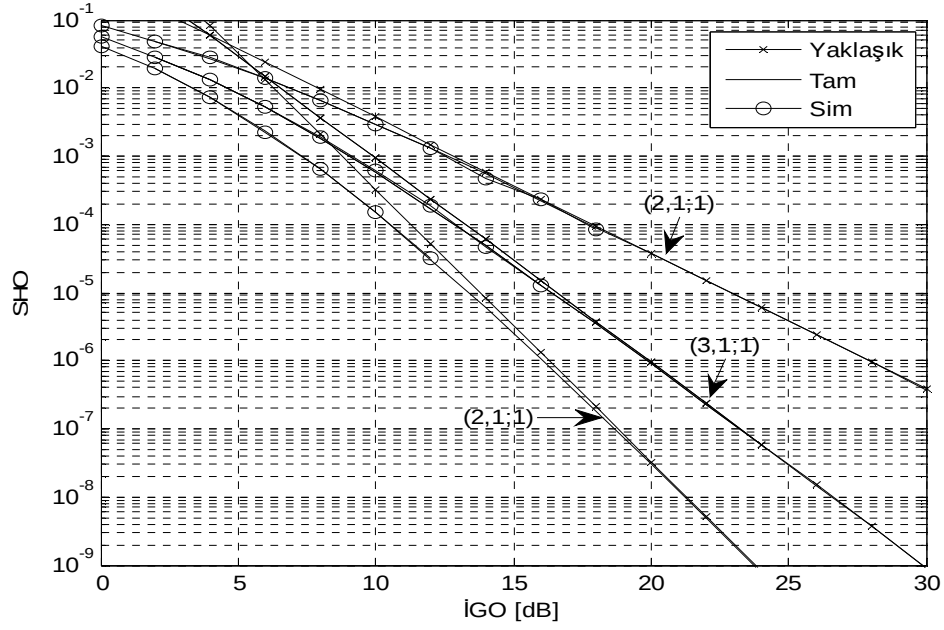
Şekil 4.4 Çeşitleme derecesi N olan ortalama İGO kazançlarının karşılaştırması.



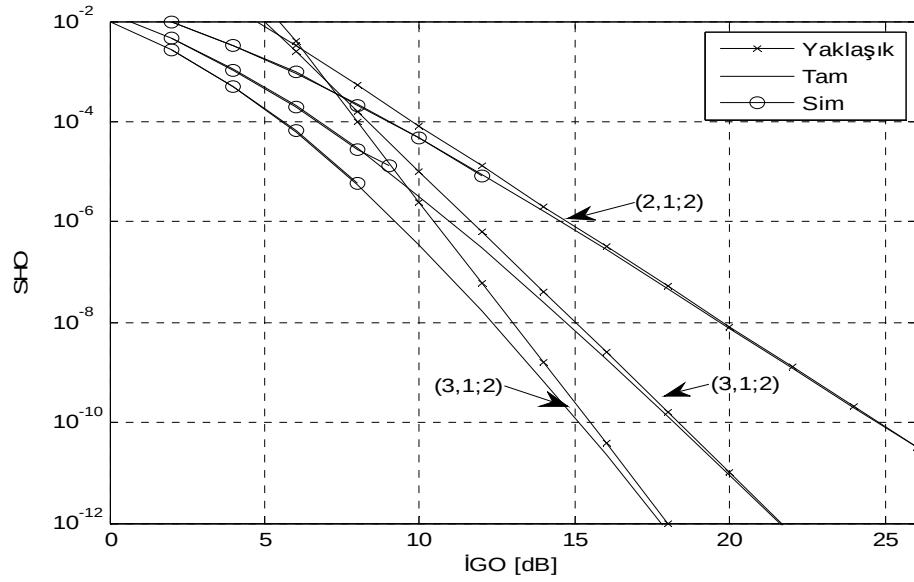
Şekil 4.5 Çeşitleme derecesi $2N$ olan ortalama İGO kazançlarının karşılaştırması.

4.2 Nümerik Sonuçlar

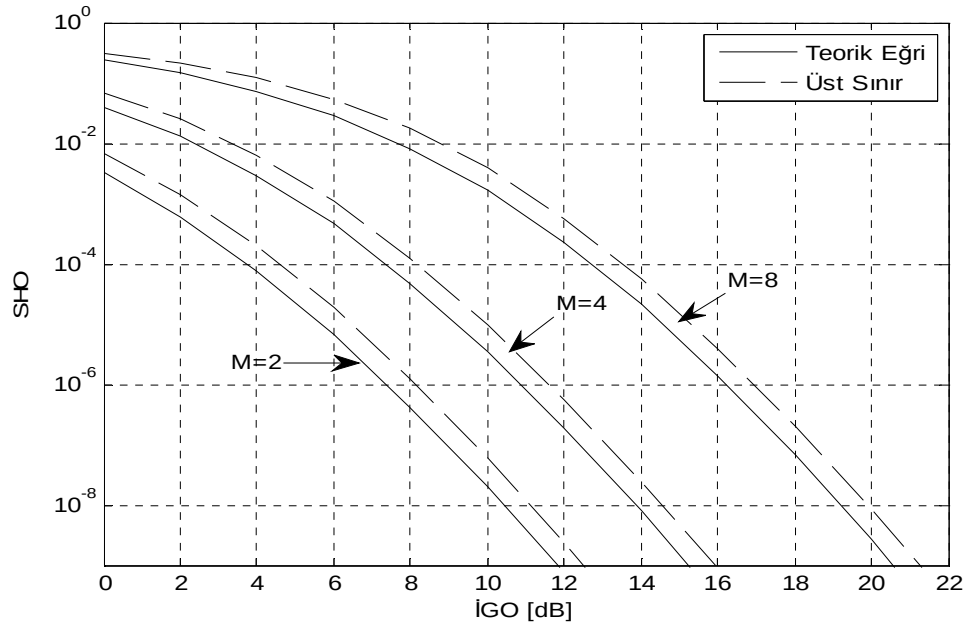
Bu bölümde VAS/MOB'nin Rayleigh kanalda simülasyon ve analitik sonuçların eğrileri verilecektir. Şekil 4.6 ve 4.7'de 2-FKA için SHO sonuçları denklem (4.11) ile verilen tam sonuç, denklem (4.15) ile verilen yaklaşık sonuç ve simülasyon eğrileri verilmiştir. Şekil 4.6'da alıcı anten sayısı 1, verici anten sayıları da 2, 3 ve 4 olarak alındı. Şekil 4.7'de ise alıcı anten sayısı 2, verici anten sayıları aynı kaldı. Her iki şekilden de görülebileceği gibi denklem (4.15) ile verilen yaklaşık sonuç yüksek İGO'larda tam sonuçla aynı olmaktadır. Şekil 4.8'de M-FKA için SHO'lar $M=2, 4$ ve 8, alıcı anten sayısı 2 ve verici anten sayısı 4 iken denklem (4.11) ile elde edilen tam sonuçlar ve denklem (4.14) ile elde edilen üst sınırlar mevcuttur. Aynı şartlarda M-DÖGM için $M=16$ ve 64 iken SHO'lar Şekil 4.9 ile verilmiştir.



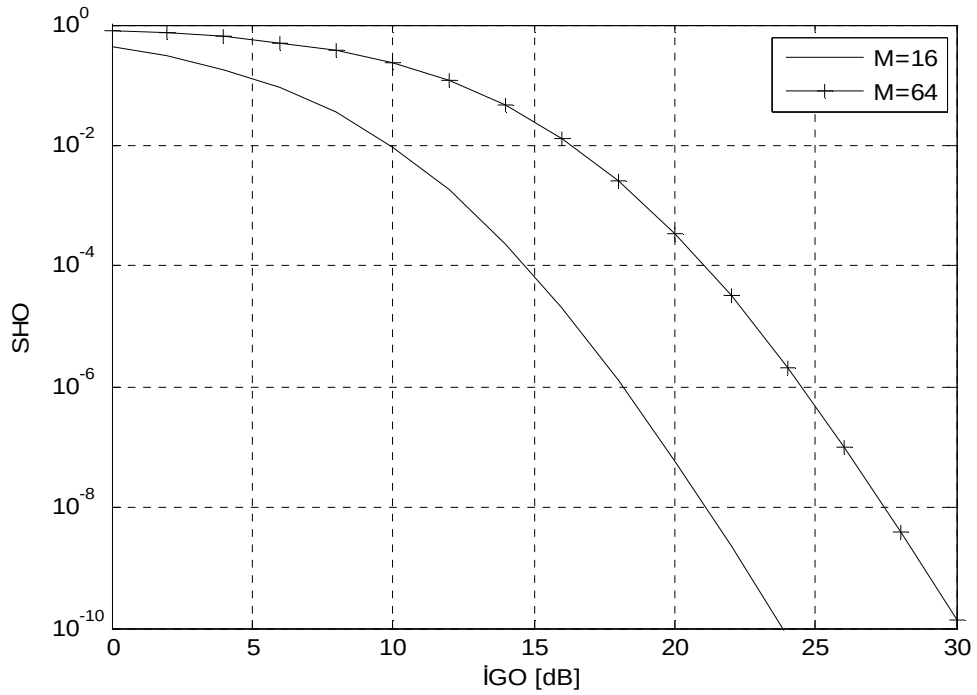
Şekil 4.6 2-FKA için tek alıcı anten kullandığında elde edilen tam, yaklaşık ve simülasyon sonuçlarının kıyaslanması.



Şekil 4.7 2-FKA için 2 alıcı anten kullandığında elde edilen tam, yaklaşık ve simülasyon sonuçlarının kıyaslanması.



Şekil 4.8 2, 4, 8-FKA'nin doğru ve üst sınır SHO'ların kıyaslanması.



Şekil 4.9 16, 64-DÖGM'nin teorik SHO'ları.

5 VERİCİ ANTEN SEÇİMİ VE GENELLEŞTİRİLMİŞ ALICI ANTEN SEÇİMİNİN RAYLEIGH SÖNÜMLEMELİ KANALDA PERFORMANS ANALİZİ

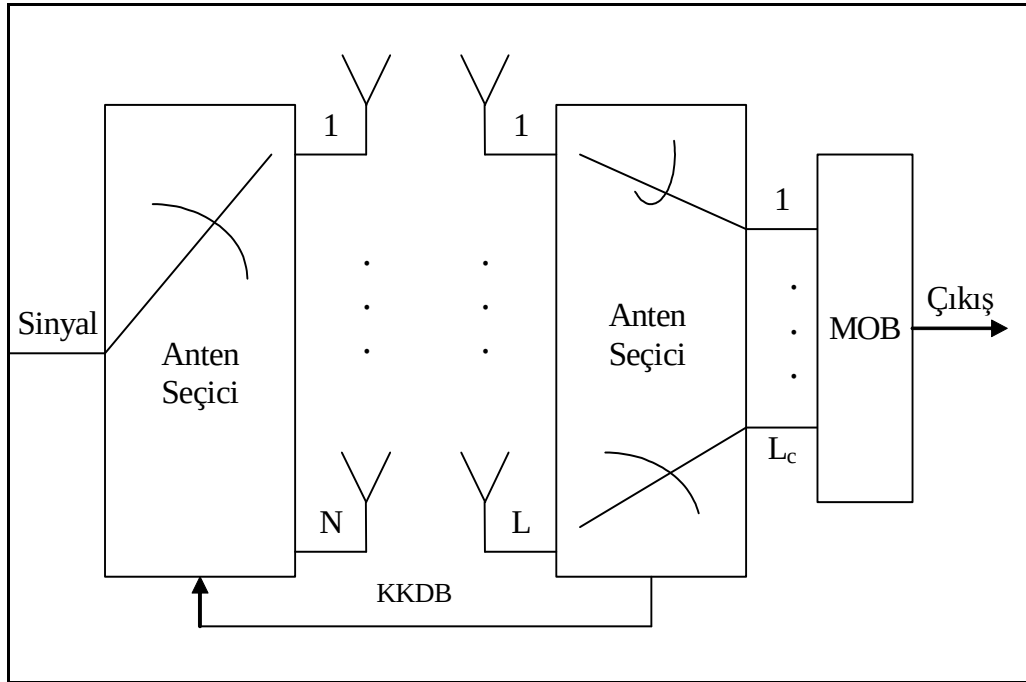
Birleştirme yöntemlerini verirken karışık birleştirme yöntemlerine değinmiştik. Son zamanlarda genelleştirilmiş seçme yöntemlerinin kullanımının arttığı ifade edilmişti. Rayleigh sönümlmeli kanalın bu yöntemle birçok analizi mevcuttur [26-32]. Daha önce de belirtildiği gibi bu yöntemde mevcut çeşitleme yollarından belli bir kısmı alınarak birleştirilir. Çeşitlemede birleştirilecek yol sayısının azaltılması harcanan gücü ve elektronik tasarımda maliyeti düşürür [33].

Çeşitleme, çoklu verici anten kullanımıyla da yapılabilir. Bu alanda da birçok çalışma mevcuttur [34-36]. Şayet kanal durum bilgisi (KDB) vericide yoksa verici çeşitlemesini elde etmek için etkili bir teknik olan uzay-zaman kodlaması kullanılabilir [37-38].

Hem alıcı hem de verici çeşitlemesini aynı anda inceleyen çalışmalar çok azdır. Bu alanda yapılan en önemli çalışma Cai and Giannakis'se ait olan çalışmadır [33]. Sembol hata olasılıkları hesaplanması en zor performans ölçütleridir. Dolayısıyla hesaplamalar yapılırken kullanılacak metot ve denklemlerin sade ve uygulaması kolay olması beklenir. Söz konusu çalışmanın denklem ve ifadelerinin simülasyonu görüldüğü kadar kolay değildir. Dolayısıyla söz konusu çıkarımların daha sade ve anlaşılır olması uygulamada kolaylık sağlayacaktır. Aşağıdaki bölümlerde sözü edilen çalışmadaki çıkarımlar farklı bir şekilde elde edilecektir. Bu çıkarımların mevcut çalışmadakinden daha kolay ve anlaşılır olduğu da görülecektir.

5.1 Rayleigh Kanalında Performans Analizinin Yeniden Düzenlenmesi

Verici anten sayısı N ve alıcı anten sayısı da L olsun. Kanalin düz ve yavaş sönmülemeli olduğunu farz edelim. $h_{n,m}$, n . alıcı antenle m . verici anten arasındaki yolun kompleks kazancı olsun. Bu kazançların, $\{h_{n,m}, n \in [1, L], m \in [1, N]\}$, bağımsız aynen dağılmış kompleks rastgele Rayleigh değişkenler olduğunu farz edelim. KİGO'lar $\alpha_{n,m} = |h_{n,m}|^2 E_s / N_o$ olsun. Bu tanımlamada E_s iletilen sembolün enerjisini ve N_o da beyaz Gauss gürültüsünün tek yönlü SGY'yi ifade eder. Her bir yolda sembol başına düşen ortalama İGO ise $\bar{\alpha} = E[|h_{n,m}|^2] E_s / N_o$ şeklinde ifade edilir. VAS ve GAAS'nin birleştirilmesi Şekil 5.1'de gösterilmiştir.



Şekil 5.1 VAS ve GAAS'nin Birleştirilmesi.

Alıcıdan vericiye KKDB iletilirken oluşan geri besleme gecikmesinin kanal kazançlarını elde etmek için yeterli ve küçük olduğunu; ayrıca kanal kazançları elde edilirken çıkan hatanın da göz ardı edilebileceğini farz edelim. Bu varsayımlarla kanal kazançlarının alıcı tarafından çok iyi bilindiğini farz edelim. $\{\alpha_{n,m}\}_{n=1}^L$ genliklerine göre büyükten küçüğe doğru dizilerek elde edilen sıralı istatistikler (order statistics) $\alpha_{1:L,m} \geq \alpha_{2:L,m} \geq \dots \geq \alpha_{L:L,m}$ olsun. Alıcıda bunlardan ilk L_c ($1 < L_c < L$) tanesi birleştirilerek $\beta_m = \sum_{l=1}^{L_c} \alpha_{l:L,m}$ elde edilir. Bundan sonra ise $\gamma = \max_m \{\beta_m\}$ olarak seçilir. $m_v = \arg \max_m \{\beta_m\}$ olarak bulunur ve vericiye yollanır. Verici de m_v antenden bilgi sembollerini yollar. İletilen sembolün karar verme değişkeni, çıkışı en güçlü L_c yolun birleşmesiyle oluşan birleştiricinin genelleştirilmiş seçme çıkışıdır ve dolayısıyla karar verme değişkeninin anlık İGO'su γ 'dır. Performans analizleri MÜF kullanılarak yapılacağı için bundan sonraki aşamada γ 'nın MÜF'si β_m 'nin OYF'sinden yola çıkılarak bulunacaktır. β_m 'ler birbirinden bağımsız olduğundan dolayı γ 'nın BODF'si $F_\gamma(\gamma) = F_{\beta_m}(\beta_m)^N$ olur. $F_{\beta_m}(\beta_m)$ ise [33]'teki çalışmada aşağıdaki gibi bulunmuştur:

$$F_{\beta_m}(\beta_m) = c_o + \sum_{l=1}^{L_c} \frac{c_l \beta_m^{l-1} e^{-\frac{\beta_m}{\alpha}}}{(l-1)!} + \sum_{l=L_c+1}^L c_l e^{-\frac{l\beta_m}{L_c \alpha}}. \quad (5.1)$$

Denklemdaki c_l 'ler ise aşağıdaki gibidir [33]:

$$c_l = \begin{cases} 1 & l = 0 \\ \bar{\alpha}^{-l+1} \left[-1 + \sum_{k=L_c+1}^L \frac{(-1)^{k-l}}{(k/(L_c-1))^{L_c-l+1}} \binom{L}{L-k} \binom{k-1}{k-L_c-1} \right] & 1 \leq l < L_c \\ \bar{\alpha}^{-L_c+1} \binom{L}{L-L_c} & l = L_c \\ (-1)^l (l/(L_c-1))^{-L_c} \binom{L}{L-k} \binom{k-1}{k-L_c-1} & L_c < l \leq L \end{cases} \quad (5.2)$$

Şimdi de $F_\gamma(\gamma) = F_{\beta_m}(\beta_m)^N$ 'nin hesaplanması lazım. Bu hesaplamayı yaparken [33]'teki çalışmada $F_{\beta_m}(\beta_m)$ 'nin N . kuvveti doğrudan multinomial teoremi kullanılarak

alınmıştır. Multinomial teoremin doğrudan uygulanması sonucunda elde edilen denklemin terimlerinin kuvvetleri sözel olarak ifade edilmiştir. Uygulama yaparken söz konusu kuvvetlerin hepsini hesaplamak ve ortalama hatayı bulmak güçleşmektedir. Bunun yerine kapalı bir formülün işleri daha da kolaylaştıracağı muhakkaktır. Burada geliştirilecek çıkarım bunu başarmaktadır.

Öncelikle (5.1) ile verilen ifadeyi düzenlemek ve çıkarımlarda kolaylık sağlamak için $x = \beta_m$ ve $y = e^{-x/(L_c \bar{\alpha})}$ olsun.

$$F(x) = F_{\beta_m}(\beta_m) = 1 + e^{\frac{-x}{\bar{\alpha}}} \sum_{l_1=0}^{L_c-1} a_{l_1} x^{l_1} + y^{L_c+1} \sum_{l_2=0}^{L-L_c-1} b_{l_2} y^{l_2}. \quad (5.3)$$

Burada $a_{l_1} = \frac{c_{l_1+1}}{l_1!}$ ve $b_{l_2} = c_{l_2+L_c+1}$ 'dır. (5.3) denklemindeki ilk toplam S_1 ve ikinci toplam da S_2 olarak alındığında $F(x)^N = (1 + S_1 + S_2)^N$ olur. Multinomial teoremi uygulanmadan Binom teoremi iki defa üst üste uygulansın. İlkinde S_1 ve S_2 tek bir terim kabul edilerek Binom teoremi uygulandığında ve sonra da S_1 ve S_2 ayrı terimler kabul edilip Binom teoremi uygulandığında aşağıdaki ifade elde edilir.

$$F(x)^N = \sum_{i=0}^N \binom{N}{i} (S_1 + S_2)^i = \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^i \binom{N}{i} \binom{i}{k} S_1^k S_2^{i-k}. \quad (5.4)$$

Sonlu bir serinin kuvveti multinomial teoremini kullanarak şu şekilde ifade edilir [39].

$$\left(\sum_{n=0}^{m-1} d_n x^n \right)^i = \sum_{j=0}^{i(m-1)} \mu(j, i, m-1) x^j. \quad (5.5)$$

Burada $\mu(0, i, m-1) = d_0^i$ ve $\mu(j, i, m-1) = \frac{1}{j d_0} \sum_{k=1}^j (k(i+1) - j) d_k \mu(j-k, i, m-1)$ 'dir. Bir de eğer $k > m-1$ ise $d_k = 0$ olur.

Multinomial teoremi (5.4) denklemindeki S_1^k ve S_2^{i-k} ifadelerine uygulandığında

$$F(x)^N = \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^i \sum_{l_1=0}^{k(L_c-1)} \sum_{l_2=0}^{(i-k)(L-L_c-1)} \binom{N}{i} \binom{i}{k} \mu(l_1, k, L_c-1) \mu_1(l_2, i-k, L-L_c-1) e^{-a_{ik}} x^{l_1} \text{ olur.}$$

Bu ifadedeki $\mu(l_1, k, L_c-1)$, S_1^k 'ya multinomial teoremi uygulandığında elde edilen katsayıları verir ve $d_k = a_k$ $k \leq L_c-1$, $k \geq L_c$ ise $d_k = 0$ olur. $\mu_1(l_2, i-k, L-L_c-1)$ ise multinomial teoremi S_2^{i-k} 'ya uygulandığında elde edilen katsayılarıdır. Bu katsayılar hesaplanırken $d_k = b_k$ $k \leq L-L_c-1$, $k \geq L-L_c$ ise $d_k = 0$ alınır. $a_{ik} = \frac{i(L_c+1)-k+l_2}{L_c \bar{\alpha}}$ 'dır. Şayet

$$\mu u = \binom{N}{i} \binom{i}{k} \mu(l_1, k, L_c-1) \mu_1(l_2, i-k, L-L_c-1) \text{ alınırsa } F(x)^N \text{ aşağıdaki gibi olur.}$$

$$F(x)^N = \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^i \sum_{l_1=0}^{k(L_c-1)} \sum_{l_2=0}^{(i-k)(L-L_c-1)} (\mu u e^{-a_{ik}} x^{l_1}). \quad (5.6)$$

Elde edilen bu denklemin Laplace dönüşümü alındığında ve s ile çarpıldığında γ 'nın MÜF'si elde edilir. Bilindiği gibi bir OYF, BODF'nin türevine eşittir. Öyleyse OYF'nin Laplace dönüşümü BODF'nin Laplace dönüşümünün s ile çarpımına eşittir. Bu bilgiler kullanılarak hesaplamalar yapıldığında γ 'nın MÜF'si aşağıdaki gibi bulunur.

$$M_\gamma(s) = \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^i \sum_{l_1=0}^{k(L_c-1)} \sum_{l_2=0}^{(i-k)(L-L_c-1)} \frac{\mu u l_1! s}{(s + a_{ik})^{l_1+1}}. \quad (5.7)$$

γ 'nın MÜF'sini kullanarak SHO'ları elde etmek için 4. Bölümde (4.10) ile verilen ifade kullanılarak

$$P_s(e) = \sum_{q=1}^I \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^i \sum_{l_1=0}^{k_1} \sum_{l_2=0}^{k_2} \mu u l_1! a_q \lambda_{\text{mod}} \int_0^{\theta_q} \frac{(\sin^2(\theta))^{l_1}}{(\lambda_{\text{mod}} + a_{ik} \sin^2(\theta))^{l_1+1}} d\theta \quad (5.8)$$

şeklinde bulunur. Burada $k_1 = k(L_c-1)$ ve $k_2 = (i-k)(L-L_c-1)$ 'dir. Bu denklemdeki integral Ek-1'de alınmıştır. İntegral (E1.6) denklemindeki ifadeyle verilmiştir. Şayet

denklem (E1.6)'da gerekli değişiklikler yapılırsa integral

$$\begin{aligned}
 I_{l_1} &= \int_0^{\theta_q} \frac{(\sin^2(\theta))^{l_1}}{(\lambda_{\text{mod}} + a_{ik} \sin^2(\theta))^{l_1+1}} d\theta \\
 &= \frac{1}{(\lambda_{\text{mod}})^{1/2} (\lambda_{\text{mod}} + a_{ik})^{l_1+1/2}} \int_0^T \sin^{2l_1} t dt \\
 &= \frac{1}{(\lambda_{\text{mod}})^{1/2} (\lambda_{\text{mod}} + a_{ik})^{l_1+1/2}} \left[\frac{T}{2^{2l_1}} \binom{2l_1}{l_1} + \frac{(-1)^{l_1}}{2^{2l_1-1}} \sum_{j=0}^{l_1-1} (-1)^j \binom{2l_1}{j} \frac{\sin[(2l_1-2j)T]}{2l_1-2j} \right]
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

şeklini alır. Bu ifadedeki T ise şöyledir:

$$T = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{N_1}{D_1} + \frac{\pi}{2} \left[1 - \left(\frac{1 + \text{sgn } D_1}{2} \right) \text{sgn } N_1 \right] \tag{5.10}$$

Burada $N_1 = 2\sqrt{\lambda_{\text{mod}}(\lambda_{\text{mod}} + a_{ik})} \sin 2\theta_q$ ve $D_1 = (2\lambda_{\text{mod}} + a_{ik}) \cos 2\theta_q - a_{ik}$ 'dır.

5.2 Mevcut ve Yeni Çıkarımların Kıyaslanması

Bu bölümde elde edilen çıkarım ve mevcut çıkarımı kıyaslayabilmek için mevcut çıkarımın denklemleri verilecektir. Mevcut çalışmada [33] yukarıda (5.1) denklemi ile verilen BODF'nin N . kuvveti doğrudan multinomial teoremi kullanılarak alınmıştır ve bunun sonucunda da γ 'nin BODF'si

$$F_\gamma(\gamma) = \sum_{S_k \in S} a_k \gamma^{b_k} e^{-d_k \gamma} \tag{5.11}$$

şeklinde ifade edilmiştir. Burada $S = \{S_k \mid \sum_{n=0}^L \eta_{k,n} = N\}$ ve $\{\eta_{k,n}\}$ negatif olmayan pozitif tam sayıları ifade etmektedir. Denklemden geçen katsayılar ise aşağıdaki gibi ifade edilmiştir:

$$a_k = N! \prod_{l=1}^{L_c} (c_l / (l-1)!)^{\eta_{k,l}} \prod_{l=L_c+1}^L c_l^{\eta_{k,l}} / \prod_{n=0}^L \eta_{k,n}! \tag{5.12}$$

$$b_k = \sum_{l=1}^{L_c} (l-1)\eta_{k,l}! \quad (5.13)$$

$$d_k = \left\{ \sum_{l=1}^{L_c} \eta_{k,l} \sum_{l=L_c+1}^L l\eta_{k,l} / L_c \right\} / \bar{\alpha}. \quad (5.14)$$

γ 'nın MÜF'sinin bulunabilmesi için (5.11) denklemindeki S kümesi üç alt küme şeklinde ifade edilmiştir: $S_0 = \{S_k \mid \eta_{k,0} = N; \eta_{k,l} = 0, l \neq 0\}$, $S_1 = \{S_k \mid \eta_{k,l} = 0, l = 0, \dots, L_c; \eta_{k,1} + \sum_{k,l=L_c+1}^L \eta_{k,l} \neq 0\}$ ve $S_2 = S - S_0 - S_1$. Bu tanımlamalardan sonra γ 'nın MÜF'si aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$M_\gamma(s) = \sum_{S_k \in S_1} -a_k d_k (s + d_k)^{-1} + \sum_{S_k \in S_2} a_k b_k! ((s + d_k)^{-b_k} - d_k (s + d_k)^{-b_k-1}). \quad (5.15)$$

Bu denklemler verildikten sonra kıyaslama yapılabilir. Önerilen yeni düzenlemenin daha sade ve uygulamasının daha kolay olduğunu denklem (5.11)'de verilen S kümesinin varlığından ve daha sonraki aşamalarda bu kümenin alt kümelerine ayrılmasından anlaşılabılır. Uygulama yaparken söz konusu kümenin bulunması lazımdır. Bu da fazladan işlem yükü anlamına gelir. Bu küme bulunduktan sonra denklem (5.11)'ten γ 'nın MÜF'sinin bulunabilmesi gerekir. Bunun için de bulunan S kümesinin alt kümelerine ayrıştırılması gerekecektir. Bu ayrıştırmalardan dolayı da bir işlem yükü gelecektir. Son olarak da ortalama SHO'lar bulunurken kullanılan integrallere bakmak gerekir. Önerilen çözümde sadece bir integral mevcuttur. Oysa mevcut çalışmada farklı üç tane integral kullanılmıştır. Kullanılan bu integraller literatürde verilmiştir [4, s. 127, s. 124 ve s. 128]. Sözü edilen integrallerden biri çok sade olmasına rağmen diğer ikisi yeni düzenlemeyle elde edilen integrallerden daha karmaşıktır. Dolayısıyla yeni düzenlemeyle elde edilen integral de işlem hacminin azalmasına sebep olmaktadır. İşlem hacminin azlığı her zaman istenilen bir sonuç olmasından dolayı elde edilen yeni çıkarımlar mevcut çıkarımlardan daha avantajlıdır.

5.3 Ortalama Sembol Hata Olasılığının Üst Sınırı

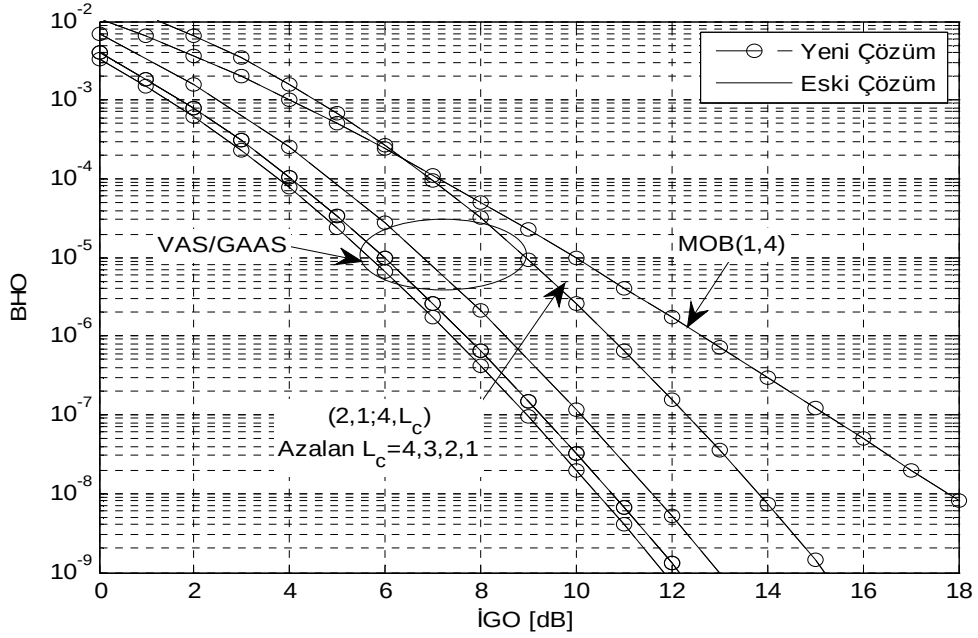
Ortalama sembol hata olasılıklarının üst sınırını belirlemek için (5.8) denklemindeki ifadenin argümanlarının maksimum değerleri alınır. Yani SHO ifadesinin θ 'ya göre türevi alınarak ifadenin en büyük değerini veren $\theta_{\max}$ bulunabilir. Diğer taraftan eğer düşük İGO'lar gözardı edilirse üst sınır şu şekilde bulunabilir: İntegralin üst sınırı $\pi/2$ 'den büyük ya da eşitse $\theta_{\max} = \pi/2$ olarak alınır. Eğer üst sınır $\pi/2$ 'den küçük ise $\theta_{\max}$ üst sınırın değeri olarak alınır. Bunu bir örnekle somutlaştıralım: M-FKA'da $\theta_q = \pi(1-1/M)$ olduğundan $\theta_{q\max} = \pi/2$ olarak alınır ama DÖGM iki integral içeriyor ve bunlardan ikincisinin üst sınırı $\theta_q = \pi/4$ olduğu için $\theta_{q\max} = \pi/4$ olarak alınır. Birden fazla integral içeren modülasyon tipleri olduğundan her bir integrali gözönünde bulundurarak $\theta_{q\max}$ değerinde integralin en büyük değerini aldığı var sayılırsa hata olasılığının üst sınırı aşağıdaki gibi olur.

$$P_{s_üs}(e) = \sum_{q=1}^I \sum_{i=0}^N \sum_{k=0}^i \sum_{l_1=0}^{k_1} \sum_{l_2=0}^{k_2} \frac{\mu u(l_1)! a_q \lambda_{\text{mod}} (\sin^2(\theta_{q\max}))^{l_1}}{(\lambda_{\text{mod}} + a_{ik} \sin^2(\theta_{q\max}))^{l_1+1}} \theta_q. \quad (5.16)$$

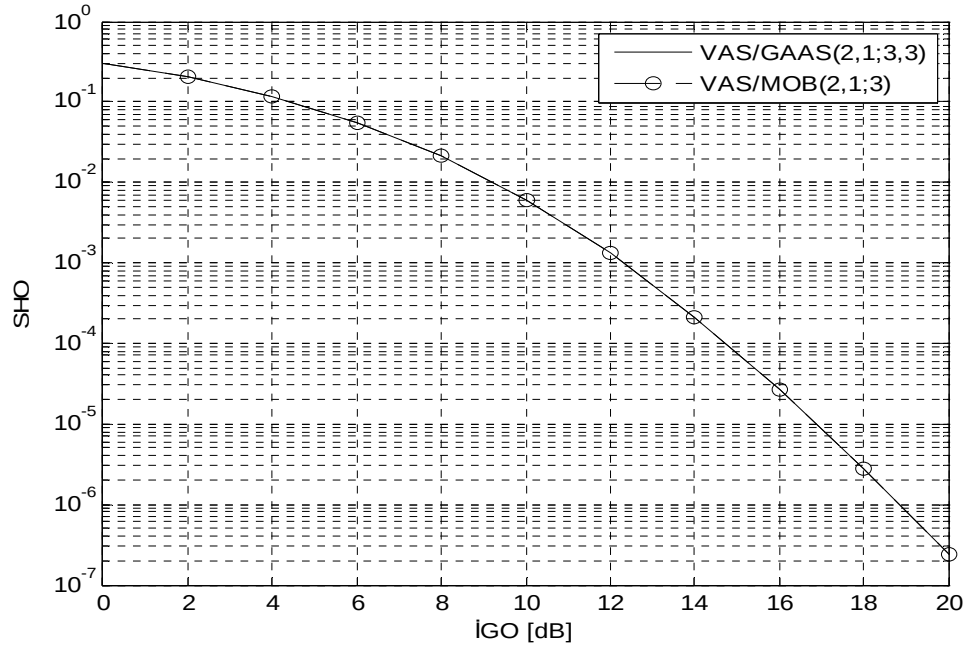
5.4 Nümerik Sonuçlar

Burada yukarıdaki bölümlerde elde edilen SHO denklemlerinin ve mevcut denklemlerin sonuçlarının eğrileri verilecektir. Verici anten sayısı $N = 2$ ve alıcı anten sayısı $L = 4$ olsun. Şekil 5.2'de yeni ve mevcut çözümler için 2-FKA'nın ortalama bit hata oranının (BHO) kanal başına düşen İGO ya göre değişimi verilmiştir. Bu şekilde bazı özel çözümler de mevcuttur. Bu çözümlerden biri verici antenlerden sadece birinin seçimi ve tüm alıcı antenler kullanılarak maksimum oranlı birleştirme yönteminin kullanılmasıdır [50]. Şayet L_c seçilen alıcı anten sayısı olmak üzere VAS ve GAAS'nin birleştirilmesini $(N, 1; L, L_c)$ şeklinde gösterirsek, VAS/MOB senaryosu $(N, 1; L, L)$ ile ifade edilir. Şekil 5.2'deki (2,1;4,4)'ün eğrisi bu özel durumun eğrisidir. Bir diğer özel çözüm ise $(N, 1; L, 1)$ yani her iki taraftan da birer antenin seçimidir [51]. Şekil 5.2'de

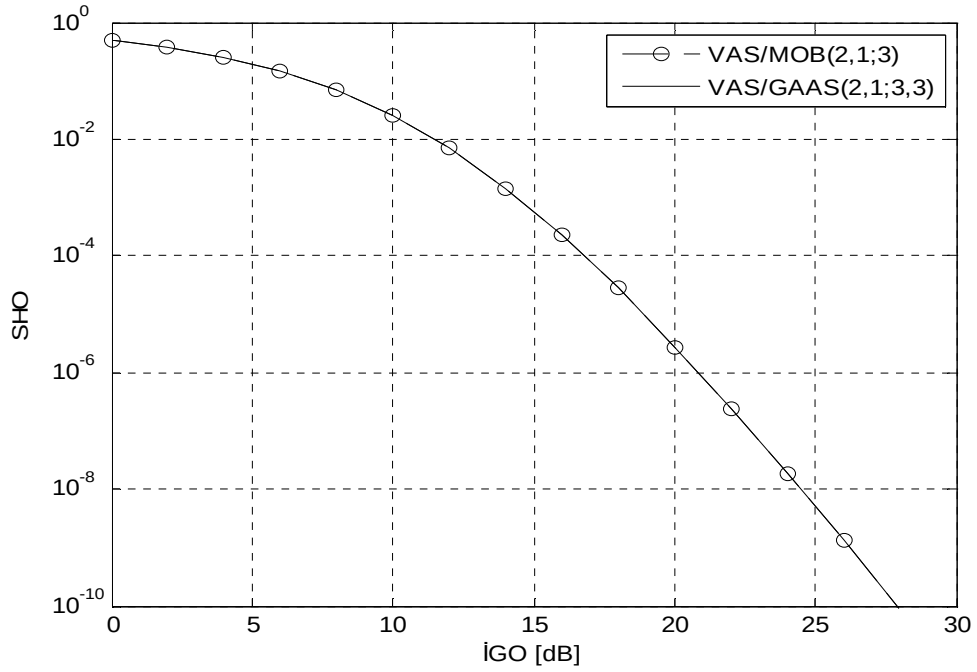
(2,1;4,1) ile verilen eğri bu çözüme aittir. Bu şekilde VAS yapılmadığında ya da verici anten sayısı 1 alındığında ve alıcıda normal MOB uygulandığı zaman ortaya çıkan sonuç da mevcuttur. Şekil 5.3'te 8-FKA ve VAS/GAAS ile VAS/MOB için elde edilen SHO'lar mevcuttur. Beklenildiği gibi her iki sistemde de aynı sonuç çıkar. Benzer bir sonuç da Şekil 5.4, (2,1;3,3) senaryosu kullanılarak 16-DÖGM için ele edilmiştir. Şekil 5.5'te 16 ve 64-DÖGM için SHO eğrileri verilmiştir. Son olarak da Şekil 5.6'da 2, 4 ve 8-FKA için hem tamu eğriler hem üst sınırların eğrileri verilmiştir. Şekil 5.5 ve 5.6'da (2,1;4,2) senaryosu kullanılmıştır.



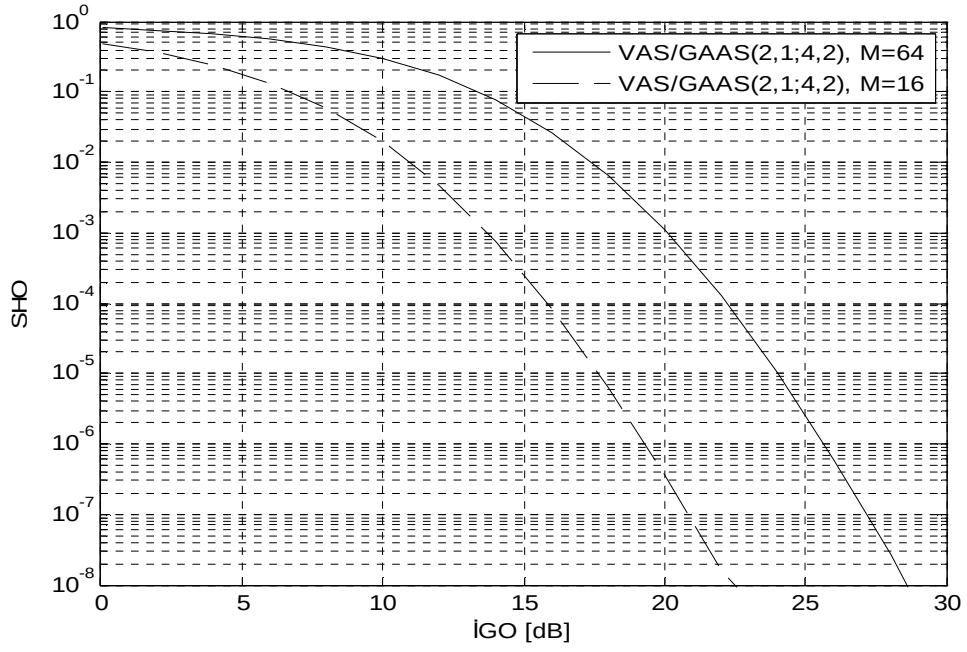
Şekil 5.2 2-FKA için Ortalama BHO'nun kanal başına düşen İGO'ya göre değişimi.



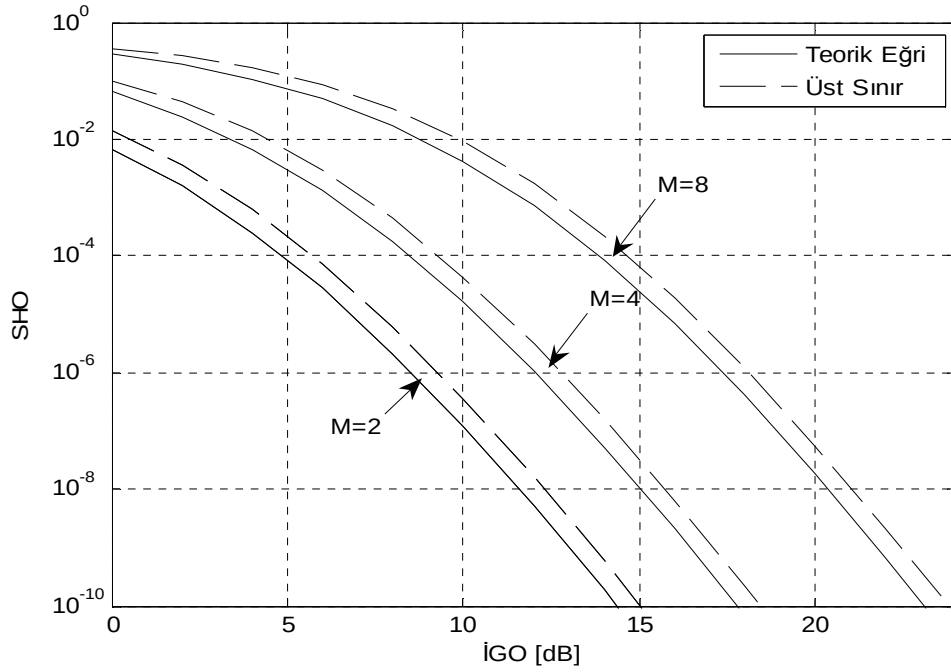
Şekil 5.3 8-FKA için VAS/AAS ile VAS/MOB kıyaslanması.



Şekil 5.4 16-DÖGM için VAS/GAAS ile VAS/MOB kıyaslanması.



Şekil 5.5 16 ve 64-DÖGM için SHO eğrileri.



Şekil 5.6 2, 4 ve 8-FKA için SHO'ların doğru ve üst sınır eğrileri.

6 VERİCİ ANTEN SEÇİMİ VE GENELLEŞTİRİLMİŞ ALICI ANTEN SEÇİMİNİN NAKAGAMI- m SÖNÜMLEMELİ KANALDA PERFORMANS ANALİZİ

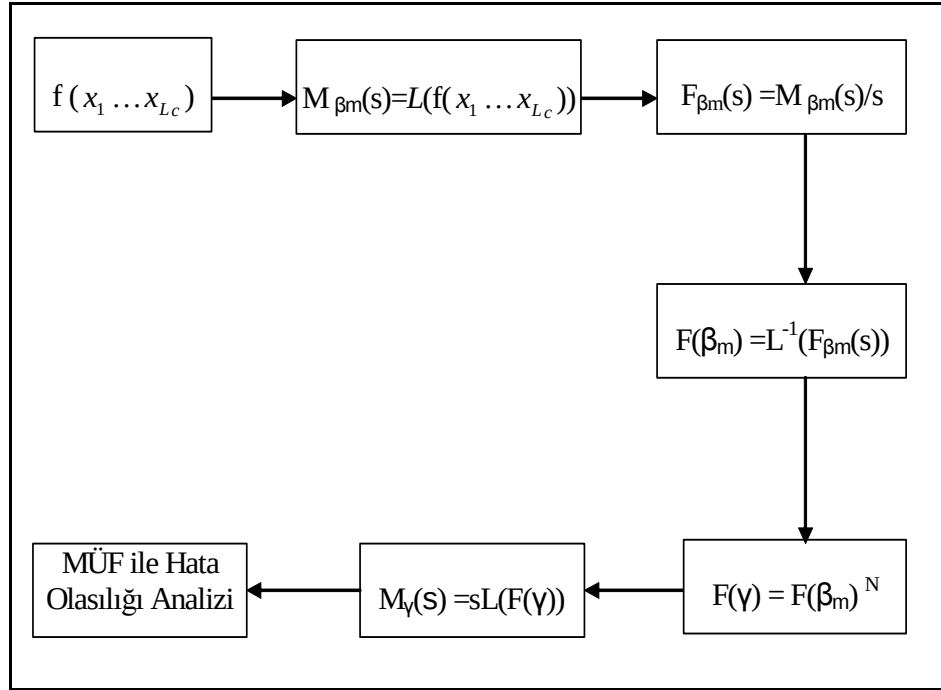
Nakagami- m sönümllemeli kanalda VAS ve GAAS tekniklerini birleştiren herhangi bir çalışma mevcut değildir. Analizler ya verici çeşitlemesi üzerinden yapılmış ya da alıcı çeşitlemesi kullanılmıştır. Genelleştirilmiş alıcı seçimi alanında birçok çalışma mevcuttur [40–48]. Bu alanda bu kadar çok yayının olması söz konusu analizin zorluğundan kaynaklanmaktadır. Nakagami- m sönümllemeli kanaldaki genelleştirilmiş alıcı seçimi analizleri için kapalı formülleri bulan çalışmalar Annamalai and et. al. çalışmalarıdır [42,46].

Nakagami- m sönümllemeli kanalda VAS/GAAS için Cai and Giannakis'in çalışması [33] referans alınarak bir ilerleme sağlanamadığından sadece iki uç durumun analizi üzerinde durulmuştur: VAS ve alıcı anten seçiminin (AAS) birleştirilmesi ve VAS ve alıcıda MOB'nin uygulaması. VAS ve GAAS'nin birleştirilmesi için genel bir çözüm elde edilememiştir. Fakat verici anten sayısı 2 alınarak özel bir çözüm bulunmuştur.

6.1 Performans Analizi

Bu bölümde Nakagami- m sönümllemeli kanalda VAS ve AAS'nin birleştirilmesi ve VAS ve alıcıda MOB'nin uygulanması senaryolarının SHO'larının analitik ifadeleri MÜF kullanılarak elde edilecektir. Bir de yukarıda sözü edilen özel çözümün de analitik SHO ifadesi verilecektir. Burada tüm şartlar 5. Bölümdeki gibidir. Sadece kanal kazançlarının, $\{h_{n,m}, n \in [1, L], m \in [1, N]\}$, bağımsız aynen dağılmış kompleks rastgele Nakagami- m değişkenler olduğu farz edilecektir. Verici anten sayısı N ve alıcı anten

sayısı da L olsun. KİGO'lar $\alpha_{n,m} = |h_{n,m}|^2 E_s / N_o$ 'dır. Her bir yolda sembol başına düşen ortalama İGO ise $\bar{\alpha} = E[|h_{n,m}|^2] E_s / N_o$ şeklinde ifade edilir. Verici ve alıcı anten seçimlerinin birleştirmesinin MÜF ile incelenmesi Şekil 6.1'de gösterilmiştir. Şekildeki $f(x_1 \dots x_{L_c})$ seçilen sıralı istatistiklerin (order statistics) ortak (joint) OYF'lerini ifade etmektedir. VAS/GAAS'nin MÜF'sini bulmak için ilk önce ortak OYF'ler kullanılarak GAAS'nin MÜF'si bulunur. Bulunan MÜF'den GAAS'nin BODF'si bulunur. Kanal kazançları bağımsız aynen dağılmış kompleks rastgele değişkenler olduğundan VAS/GAAS ile elde edilen KİGO'nun BODF'si GAAS'nin BODF'sinin N . kuvvetidir. Bulunan BODF'den VAS/GAAS senaryosunun MÜF'si bulunur. Elde edilen MÜF ile SHO analizleri yapılır. Şekil 6.1'de yukarıda ifade edilen işlemler özetlenmiştir.



Şekil 6.1 Verici ve alıcı anten seçimlerinin birleştirmesinin MÜF ile incelenmesi.

6.1.1 Verici Anten Seçimi ve Alıcı Anten Seçiminin Birleştirilmesi

Nakagami- m sönümlemeli kanalda m 'nin tüm değerleri için doğru hata olasılıklarını veren çalışma mevcuttur [55]. Söz konusu çalışmada hipergeometrik fonksiyonlar kullanılarak hata olasılıkları verilmiştir. m 'nin tam sayı değerleri için açık SHO'yu elde etmek mümkündür. Bunun için MÜF kullanılarak m 'nin tam sayı değerleri için SHO ifadesi elde edilecektir. Nakagami- m sönümlemeli kanalın işaret gürültü oranının OYF ve BODF'si (2.10) ve (2.13) numaralı denklemlerle verilmiştir. İşlemlerde kolaylık sağlaması için bu iki fonksiyon aşağıdaki gibi tanımlansın:

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(m)} \left(\frac{m}{\bar{\alpha}} \right)^m x^{m-1} \exp\left(-\frac{mx}{\bar{\alpha}}\right), \quad x \geq 0 \quad (6.1)$$

ve

$$F(x) = 1 - e^{-mx/\bar{\alpha}} \sum_{n=0}^{m-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{mx}{\bar{\alpha}} \right)^n, \quad x \geq 0. \quad (6.2)$$

SHO ifadesi elde edilirken denklem (6.2) ile verilen $F(x)$ fonksiyonun p . kuvvetini almak gerekir. Bu kuvvet bulunurken önce Binom teoremi uygulanır ve daha sonra da çıkan üstel ifadeye denklem (5.6)'da verildiği gibi multinomial teoremi uygulanır. Bu işlemler yapıldığında aşağıdaki denklem elde edilir.

$$F(x)^p = \left(1 - e^{-mx/\bar{\alpha}} \sum_{n=0}^{m-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{mx}{\bar{\alpha}} \right)^n \right)^p = \sum_{k=0}^p \sum_{n=0}^{k(m-1)} \binom{p}{k} (-1)^k \mu(n, k, m-1) x^n e^{-kx/\bar{\alpha}}. \quad (6.3)$$

Yukarıdaki denklemde geçen multinomial katsayıları $\mu(n, k, m-1)$ hesaplanırken denklem (5.6)'da geçen katsayılar $d_k = (m/\bar{\alpha})^n$ $n \leq m-1$ ve $d_k = 0$, $n \geq m$ şeklinde alınır.

Bölüm 5'te olduğu gibi $\{\alpha_{n,m}\}_{n=1}^L$ genliklerine göre büyükten küçüğe doğru dizilerek elde edilen sıralı istatistikler (order statistics) $\alpha_{1:L,m} \geq \alpha_{2:L,m} \geq \dots \geq \alpha_{L:L,m}$ olsun. Bunlardan en büyük olanı $\beta_m = \alpha_{1:L,m}$ şeklinde tanımlansın. Bundan sonra ise

$\gamma = maks_m \{\beta_m\}$ olarak seçilir. Bir diğer ifadeyle $\gamma = maks_{n,m} \{\alpha_{n,m}\}$ olarak elde edilir. $(n_A, m_V) = argmaks_{n,m} \{\alpha_{n,m}\}$ olarak bulunur ve m_V . vericiye yollanır. Verici de m_V . antenden bilgi sembollerini yollar. Alıcı da n_A . antenden verileri alarak karar verir. $\alpha_{n,m}$ 'lerin OYF'leri denklem (6.1)'deki gibidir. Dolayısıyla bu değişkenlerin BODF'si denklem (6.2)'deki ifadedir. $\gamma = maks_{n,m} \{\alpha_{n,m}\}$ olduğundan yani hem alıcı anten hem de verici anten için maksimum olan kanal İGO'su olması, $\{\alpha_{n,m}\}_{n=1}^L$ 'lerin birbirinden bağımsız olması ve aynı şekilde β_m 'lerin de birbirinden bağımsız olmasından dolayı γ 'nın BODF'si $F_\gamma(\gamma) = F(x)^{NL}$ olur. Eğer bu eşitlik denklem (6.3)'teki gerekli parametreler değiştirilerek yeniden yazılırsa ve $a = m/\bar{\alpha}$ alınırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$F_\gamma(\gamma) = F(x)^{NL} = \left[1 - e^{-ax} \sum_{n=0}^{m-1} \frac{(ax)^n}{n!} \right]^{NL} = \sum_{i=0}^{NL} \sum_{u=0}^{i(m-1)} \binom{NL}{i} (-1)^i \mu(u, i, m-1) x^u e^{-aix}. \quad (6.4)$$

Bu düzenlemeler yapıldıktan sonra γ 'nın MÜF'si kolaylıkla bulunulabilir. Denklem (6.4)'te $\mu u = \binom{NL}{i} (-1)^i \mu(u, i, m-1)$ şeklinde tanımlarsa ve denklemin Laplace dönüşümü alınarak s ile çarpılırsa γ 'nın MÜF'si

$$M_\gamma(s) = \sum_{i=0}^{NL} \sum_{u=0}^{i(m-1)} \frac{\mu u u! s}{(s + ai)^{u+1}} \quad (6.5)$$

şeklinde bulunur.

γ 'nın MÜF'sini kullanarak SHO'ları elde etmek için 4. Bölümde denklem (4.10) ile verilen ifade kullanılarak devam edilir. Eğer $a_{ik} = ai$ olarak tanımlanıp gerekli düzenlemeler yapılırsa SHO aşağıdaki gibi elde edilir.

$$P_S(e) = \sum_{q=1}^I \sum_{i=0}^{NL} \sum_{u=0}^{i(m-1)} \mu u \lambda_{\text{mod}} a_q u! \int_0^{\theta_q} \frac{(\sin^2(\theta))^u}{(\lambda_{\text{mod}} + a_{ik} \sin^2(\theta))^{u+1}} d\theta. \quad (6.6)$$

Bu ifadedeki integral Ek-1'de alınmıştır ve son hali 4. Bölümde denklem (4.12) ile verilmiştir. Modülasyon tipine göre değişen parametreler Tablo 4.1 ile verilmiştir. Tek fark geriye kalan parametrelerin tanımlarının değişmesidir.

6.1.2 Verici Anten Seçimi/Maksimum Oranlı Birleştirilmesi

Nakagami- m sönümlemeli kanalda VAS/MOB analizi m parametresinin hem tam sayı değerleri hem de reel değerleri için mevcuttur [36, 56, 57]. Fakat mevcut analizlerde elde edilen ifadelerin karmaşıklığı fazla olduğundan sadece m parametresinin tam sayı değerleri için daha sade bir ifade elde edilecektir. Verici anten sayısı 1 ve alıcıda MOB uygulandığında kanal İGO'sunun OYF ve BODF'leri aşağıdaki gibi olur:

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(mL)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}} \right)^{mL} x^{mL-1} \exp(-mx/\bar{\gamma}), \quad x \geq 0 \quad (6.7)$$

ve

$$F(x) = \frac{\gamma(mL, xm/\bar{\gamma})}{\Gamma(mL)}, \quad x \geq 0. \quad (6.8)$$

m tam sayı olduğunda ve $a = m/\bar{\gamma}$ alındığında

$$F(x) = 1 - e^{-ax} \sum_{n=0}^{mL-1} \frac{(ax)^n}{n!} \quad (6.9)$$

olur.

VAS/MOB'de $\beta_m = \sum_{l=1}^L \alpha_{l,m}$ olarak alınır. β_m 'nin BODF'si denklem (6.8)'de

verilmiştir. Tam sayı değerleri için de denklem (6.9)'daki ifade geçerlidir.

$\gamma = maks_m \{\beta_m\}$ olarak seçilir. β_m 'ler birbirinden bağımsız olduğu için $F_\gamma(\gamma) = F(x)^N$

olur. Denklem (5.5)'teki ifade kullanılırsa

$$F_\gamma(\gamma) = F(x)^N = \left[1 - e^{-ax} \sum_{n=0}^{mL-1} \frac{(ax)^n}{n!} \right]^N = \sum_{i=0}^N \sum_{u=0}^{i(mL-1)} \binom{N}{i} (-1)^i \mu(u, i, mL-1) x^u e^{-aix} \quad (6.10)$$

olur. Bu düzenlemeler yapıldıktan sonra γ 'nın MÜF'si kolaylıkla bulunulabilir.

Denklem (6.10)'da $\mu u = \binom{N}{i} (-1)^i \mu(u, i, mL-1)$ şeklinde tanımlanırsa ve denklemin

Laplace dönüşümü alınarak s ile çarpılırsa γ 'nın MÜF'si

$$M_{\gamma}(s) = \sum_{i=0}^N \sum_{u=0}^{i(mL-1)} \frac{\mu u! s}{(s + ai)^{u+1}} \quad (6.11)$$

şeklinde bulunur. Şayet $m = 1$ alınırsa denklem (6.11) denklem (4.9)'a dönüşür.

γ 'nın MÜF'sini kullanarak SHO'ları elde etmek için 4. Bölümde denklem (4.10) ile verilen ifade kullanılarak devam edilir. Eğer $a_{ik} = ai$ olarak tanımlanıp gerekli düzenlemeler yapılırsa SHO aşağıdaki gibi elde edilir.

$$P_S(e) = \sum_{q=1}^I \sum_{i=0}^N \sum_{u=0}^{i(mL-1)} \mu u \lambda_{\text{mod}} a_q u! \int_0^{\theta_q} \frac{(\sin^2(\theta))^u}{(\lambda_{\text{mod}} + a_{ik} \sin^2(\theta))^{u+1}} d\theta. \quad (6.12)$$

Bu ifadedeki integral Ek-1'de alınmıştır ve son hali denklem (4.12) ile verilmiştir. Modülasyon tipine göre değişen parametreler Tablo 4.1 ile verilmiştir. Tek fark geriye kalan parametrelerin tanımlarının değişmesidir.

6.1.3 Verici Anten Seçimi ve Genelleştirilmiş Alıcı Anten Seçiminin Birleştirilmesi

Bu problem üzerinde Nakagami- m sönümlemeli kanalda şu ana kadar herhangi bir çalışma mevcut değildir. Bunun en büyük sebebi de GAAS'nin Nakagami- m sönümlemeli kanaldaki analizlerinin karmaşıklığıdır. Eğer bu analizlerin sonuçları sade olsaydı, kolaylıkla ilerleme sağlanabilirdi. Bu alanda yapılan en son çalışmalardan biri de Annalamai and Qiang'ın [11] çalışmasıdır. Rayleigh kanalda uygulanan VAS/GAAS metodu [33] Nakagami- m kanalındaki mevcut BODF'lere uygulanamamaktadır. Bu bölümde verici anten sayısı iki olduğundaki çözüm verilecektir. Bu çözüm verilmeden önce GAAS'nin Nakagami- m sönümlemeli kanalda m tam sayı değerleri için genel SHO ifadesi verilecektir. GAAS için MÜF elde edilmesine rağmen SHO'nun kapalı bir ifadesi verilmemiştir. Şayet [42]'deki MÜF kullanılarak SHO'nun kapalı ifadesi elde

edilmeye çalışılırsa $\int_0^{\theta} (\sin^2 \theta)^{n+1} / (\lambda_{\text{mod}} + a_{ik} \sin^2 \theta)^{n+1} d\theta$ gibi integraller elde edilir. Söz

konusu integral literatürde mevcuttur [4, s. 129, denk. 5A.24] fakat Ek-1'de verilen integralden daha karmaşıktır. SHO ifadesi Ek-1'deki integral cinsinden ifade edilirse

işlem hacmi azaltılmış olunur. Şayet GAAS'nin BODF'sinin Laplace dönüşümü alınarak MÜF elde edilirse bu sonuca varılır.

β_m 'nin, genelleştirilmiş alıcı anten seçiminde oluşan değişkenin, BODF'si seçilen alıcı anten sayısı $L_c \geq 2$ için aşağıdaki gibidir [42]. BODF, $L_c = 1$ için denklem (6.2)'deki gibidir. Kolaylık olsun diye $\beta_m = x$ alınmıştır.

$$F(x) = \binom{L}{L_c} \left[1 - e^{-ux} \sum_{n=0}^{mL_c-1} \frac{(ux)^n}{n!} \right] + K_1 \sum_{k_j=1}^{L-L_c} \sum_{z=0}^{k_j(m-1)} \sum_{n_1=0}^{m-1} \sum_{n_2=0}^{m+n_1-1} \cdots \sum_{n_{L_c-1}=0}^{m+n_{L_c-2}-1} K_{2j} K_{3j} \{Y\} \quad (6.13)$$

$$\{Y\} = \left\{ \sum_{r=1}^{m(L_c-1)-n_{L_c-1}} Q_{rj} u^{-r} \left[1 - e^{-ux} \sum_{n=0}^{r-1} \frac{(ux)^n}{n!} \right] + \sum_{r=1}^{m+z+n_{L_c-1}} R_{rj} a_j^{-r} \left[1 - e^{-a_j x} \sum_{n=0}^{r-1} \frac{(a_j x)^n}{n!} \right] \right\}$$

Burada

$$u = m / \bar{\gamma},$$

$$a_j = u(L_c + k_j) / L_c,$$

$$K_1 = \frac{L_c! \binom{L}{L_c} u^{mL_c}}{[\Gamma(m)]^{L_c}},$$

$$K_{2j} = (-1)^{k_j} \binom{L-L_c}{k_j},$$

$$K_{3j} = \frac{\Gamma(m)\Gamma(m+n_1)\dots\Gamma(m+n_{L_c-2})\Gamma(m+z+n_{L_c-1})\mu(z, k_j, m)}{[n_1!n_2!\dots n_{L_c-1}! 2^{m+n_1-n_2} 3^{m+n_2-n_3} \dots (L_c-1)^{m+n_{L_c-2}-n_{L_c-1}}]},$$

$$Q_{rj} = \frac{(-L_c)^{m(L_c-1)-n_{L_c-1}-r}}{(u k_j)^{z+mL_c-r}} \binom{z+mL_c-r-1}{m+n_{L_c-1}+z-1},$$

$$R_{rj} = \frac{(-L_c)^{m(L_c-1)-n_{L_c-1}-r}}{(-1)^r (a_j k_j)^{z+mL_c-r}} \binom{z+mL_c-r-1}{m(L_c-1)-n_{L_c-1}-1}, \text{ dir.}$$

BODF'nin daha basit bir şekilde yazılmasına imkân sağlamak için bazı değişkenler şöyle tanımlansın:

$$A_1 = \binom{L}{L_c},$$

$$A_{2r_j} = K_1 K_{2j} K_{3j} Q_{rj} u^{-r},$$

$$A_{3r_j} = K_1 K_{2j} K_{3j} R_{rj} a_j^{-r},$$

$$L_{1j} = m(L_c - 1) - n_{(L_c-1)j},$$

$$L_{2j} = m + z_j + n_{(L_c-1)j} \text{ ve}$$

$$\sum_{k_j} = \sum_{k_j=1}^{L-L_c} \sum_{z_j=0}^{k(m-1)} \sum_{n_{1j}=0}^{m-1} \sum_{n_{2j}=0}^{m+n_{1j}-1} \cdots \sum_{n_{(L_c-1)j}=0}^{m+n_{(L_c-2)j}-1} \text{ olsun. BODF yeniden düzenlenirse aşağıdaki}$$

gibi olur:

$$F(x) = A_1 \left[1 - e^{-ux} \sum_{n=0}^{mL_c-1} \frac{(ux)^n}{n!} \right] + \sum_{k_j} \sum_{r=1}^{L_{1j}} A_{2r_j} \left[1 - e^{-ux} \sum_{n=0}^{r-1} \frac{(ux)^n}{n!} \right] + \sum_{r=1}^{L_{2j}} A_{3r_j} \left[1 - e^{-a_j x} \sum_{n=0}^{r-1} \frac{(a_j x)^n}{n!} \right]. \quad (6.14)$$

Denklem (6.14)'ün Laplace dönüşümü alıp s ile çarpılırsa GAAS'nin MÜF'si

$$\begin{aligned} M_{\beta_m}(s) = A_1 & \left[1 - \sum_{n=0}^{mL_c-1} \frac{su^n}{(s+u)^{n+1}} \right] + \sum_{k_j} \left\{ \sum_{r=1}^{L_{1j}} A_{2r_j} \left[1 - \sum_{n=0}^{r-1} \frac{su^n}{(s+u)^{n+1}} \right] \right\} \\ & + \sum_{k_j} \left\{ \sum_{r=1}^{L_{2j}} A_{3r_j} \left[1 - \sum_{n=0}^{r-1} \frac{sa_j^n}{(s+a_j)^{n+1}} \right] \right\} \end{aligned} \quad (6.15)$$

şeklinde bulunur. β_m 'nin MÜF'sini kullanarak SHO'ları elde etmek için 4. Bölümde denklem (4.10) ile verilen ifade kullanılarak devam edilir. MÜF genel SHO ifadesinde yerine konulduğunda ve gerekli düzenlemeler yapıldığında karşımıza ya sabit terimlerin

integrali çıkacak ya da $\int_0^\phi (\sin^2 \theta)^n / (\lambda_{\text{mod}} + a_{ik} \sin^2 \theta)^{n+1} d\theta$ gibi Ek-1'de çözülen

integraller çıkacaktır. Dolayısıyla GAAS'nin MÜF'si yeniden düzenlenerek SHO'nun Ek-1'de çözülen integral cinsinden ifade edilmesi sağlanmıştır. Bu da hesaplamalarda karmaşıklığı azaltmıştır.

Nakagami- m sönümlmeli kanalda VAS/GAAS için Cai and Giannakis'in çalışması [33] referans alınarak ilerlenmek istendiğinde denklem (6.14) ile verilen ifadenin N . kuvvetinin alınması gerekir. Yani (6.14) ile verilen denklemin N . kuvvetini alırken doğrudan multinomial teoremini uygulamak gerekir. Söz konusu denklemde iç içe geçmiş toplamalar bulunduğu ve içteki toplamaların üst sınırı, dıştaki toplamaların değişkenine bağlı olduğundan dolayı bu yöntemle ilerlemek mümkün görünmemektedir. Bu problemin genel bir çözümü bulunamamıştır ama verici anten sayısı 2 için özel bir çözüm bulunmuştur. Verici anten sayısı 2 olduğunda BODF

$$F_\gamma(x) = F(x)^2 = A_1^2 T_1^2 + 2A_1 T_1 T_{2j} + T_{2j}^2 \quad (6.16)$$

olur. Burada

$$T_1 = \left[1 - e^{-ux} \sum_{n=0}^{mL_c-1} \frac{(ux)^n}{n!} \right] \text{ ve}$$

$$T_{2j} = \sum_{k_j} \left\{ \sum_{r_j=1}^{L_{1j}} A_{2r_j} \left[1 - e^{-ux} \sum_{n=0}^{r_j-1} \frac{(ux)^n}{n!} \right] + \sum_{r_j=1}^{L_{j2}} A_{3r_j} \left[1 - e^{-a_j x} \sum_{n=0}^{r_j-1} \frac{(a_j x)^n}{n!} \right] \right\}, \text{dir.}$$

Denklem (6.16)'teki terimler ise

$$\begin{aligned} 2A_1 T_1 T_{2j} &= 2A_1 \left[1 - e^{-ux} \sum_{n=0}^{mL_c-1} \frac{(ux)^n}{n!} \right] \sum_{k_j} \left\{ \sum_{r_j=1}^{L_{1j}} A_{2r_j} \left[1 - e^{-ux} \sum_{n=0}^{r_j-1} \frac{(ux)^n}{n!} \right] + \sum_{r_j=1}^{L_{j2}} A_{3r_j} \left[1 - e^{-a_j x} \sum_{n=0}^{r_j-1} \frac{(a_j x)^n}{n!} \right] \right\} \\ &= 2A_1 T_{21} - 2A_1 \sum_{k_1} \left\{ \sum_{r_1=1}^{L_{11}} A_{2r_1} \left[e^{-ux} \sum_{n=0}^{mL_c-1} \frac{(ux)^n}{n!} - e^{-2ux} \sum_{n=0}^{r_1-1} \sum_{n_1=0}^{mL_c-1} \frac{(ux)^{n+n_1}}{n! n_1!} \right] \right\} \\ &\quad - 2A_1 \sum_{k_1} \left\{ \sum_{r_1=1}^{L_{21}} A_{3r_1} \left[e^{-ux} \sum_{n=0}^{mL_c-1} \frac{(ux)^n}{n!} - e^{-(u+a_1)x} \sum_{n=0}^{r_1-1} \sum_{n_1=0}^{mL_c-1} \frac{u^{n_1} a_1^n x^{n+n_1}}{n! n_1!} \right] \right\} \end{aligned},$$

$$\begin{aligned} A_1^2 T_1^2 &= A_1^2 \left[1 - e^{-ux} \sum_{n=0}^{mL_c-1} \frac{(ux)^n}{n!} \right]^2 \\ &= A_1^2 \left[1 - 2e^{-ux} \sum_{n=0}^{mL_c-1} \frac{(ux)^n}{n!} + e^{-2ux} \sum_{n=0}^{mL_c-1} \sum_{n_1=0}^{mL_c-1} \frac{(ux)^{n+n_1}}{n! n_1!} \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_{2j}^2 &= \sum_{k_1} \left\{ \sum_{r_1=1}^{L_{11}} A_{2r_1} \left[T_{22} - e^{-ux} \sum_{n=0}^{r_1-1} \frac{(ux)^n T_{22}}{n!} \right] + \sum_{r_1=1}^{L_{21}} A_{3r_1} \left[T_{22} - e^{-a_1 x} \sum_{n=0}^{r_1-1} \frac{(a_1 x)^n T_{22}}{n!} \right] \right\} \\
&= \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} (A_{2r_1} A_{2r_2}) - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{22}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{2r_1} A_{3r_2} \frac{e^{-(u+a_2)x} (ux)^{p_1} (a_2 x)^{p_2}}{p_1! p_2!} \right) \\
&\quad - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{2r_1} A_{2r_2} \frac{e^{-ux} (ux)^{p_2}}{p_2!} \right) - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{22}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{2r_1} A_{3r_2} \frac{e^{-a_2 x} (a_2 x)^{p_2}}{p_2!} \right) \\
&\quad + \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} \left(A_{2r_1} A_{2r_2} \frac{e^{-ux} (ux)^{p_1}}{p_1!} \right) + \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{22}} \left(A_{3r_1} A_{3r_2} \frac{e^{-a_1 x} (a_1 x)^{p_1}}{p_1!} \right) \\
&\quad + \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{22}} \left(A_{2r_1} A_{3r_2} \frac{e^{-ux} (ux)^{p_1}}{p_1!} \right) - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{3r_1} A_{2r_2} \frac{e^{-ux} (ux)^{p_2}}{p_2!} \right) \\
&\quad + \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{22}} (A_{2r_1} A_{3r_2}) - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{3r_1} A_{2r_2} \frac{e^{-(u+a_1)x} (a_1 x)^{p_1} (ux)^{p_2}}{p_1! p_2!} \right) \\
&\quad - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{22}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{3r_1} A_{3r_2} \frac{e^{-a_2 x} (a_2 x)^{p_2}}{p_2!} \right) + \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} \left(A_{3r_1} A_{2r_2} \frac{e^{-a_1 x} (a_1 x)^{p_1}}{p_1!} \right) \\
&\quad + \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} (A_{3r_1} A_{3r_2}) - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{22}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{3r_1} A_{3r_2} \frac{e^{-(a_1+a_2)x} (a_1 x)^{p_1} (a_2 x)^{p_2}}{p_1! p_2!} \right) \\
&\quad + \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} (A_{3r_1} A_{2r_2}) - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{2r_1} A_{2r_2} \frac{e^{-2ux} (ux)^{p_1+p_2}}{p_1! p_2!} \right)
\end{aligned}$$

şeklinde olurlar.

Denklem (6.16)'nın Laplace dönüşümü alınıp s ile çarpılırsa VAS/GAAS'nin MÜF'si

$$M_\gamma(s) = L\{A_1^2 T_1^2 + 2A_1 T_1 T_{2j} + T_{2j}^2\} = L\{A_1^2 T_1^2\} + L\{2A_1 T_1 T_{2j}\} + L\{T_{2j}^2\} \quad (6.17)$$

şeklinde bulunur. Bu ifadedeki $L\{\dots\}$ sembolü içerisinde barındırdığı ifadenin Laplace dönüşümünün s ile çarpımını gösterir. Denklem (6.17)'deki ifadelerin açık hali ise

şöyledir:

$$\begin{aligned} L\{2A_1T_1T_{2j}\} = & 2A_1 \sum_{k_1} \left\{ \sum_{r_1=1}^{L_{11}} A_{2r_1} \left[1 - \sum_{n=0}^{r_1-1} \frac{u^n}{(s+u)^{n+1}} \right] + \sum_{r_1=1}^{L_{12}} A_{3r_1} \left[1 - \sum_{n=0}^{r_1-1} \frac{a_1^n}{(s+a_1)^{n+1}} \right] \right\} \\ & - 2A_1 \sum_{k_1} \left\{ \sum_{r_1=1}^{L_{11}} A_{2r_1} \left[\sum_{n=0}^{mL_c-1} \frac{u^n}{(s+u)^{n+1}} - \sum_{n=0}^{r_1-1} \sum_{n_1=0}^{mL_c-1} \frac{(n+n_1)! u^{n+n_1}}{n! n_1! (s+2u)^{n+n_1+1}} \right] \right\}, \\ & - 2A_1 \sum_{k_1} \left\{ \sum_{r_1=1}^{L_{21}} A_{3r_1} \left[\sum_{n=0}^{mL_c-1} \frac{u^n}{(s+u)^{n+1}} - e^{-(u+a_1)x} \sum_{n=0}^{r_1-1} \sum_{n_1=0}^{mL_c-1} \frac{(n+n_1)! u^{n_1} a_1^n}{n! n_1! (s+u+a_1)^{n+n_1+1}} \right] \right\} \end{aligned}$$

$$L\{A_1^2 T_1^2\} = A_1^2 \left[1 - 2 \sum_{n=0}^{mL_c-1} \frac{u^n}{(s+u)^{n+1}} + e^{-2ux} \sum_{n=0}^{mL_c-1} \sum_{n_1=0}^{mL_c-1} \frac{(n+n_1)! u^{n+n_1}}{n! n_1! (s+2u)^{n+n_1+1}} \right],$$

$$\begin{aligned} L\{T_{2j}^2\} = & \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} (A_{2r_1} A_{2r_2}) - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{22}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{2r_1} A_{3r_2} \frac{(p_1+p_2)! u^{p_1} a_2^{p_2}}{p_1! p_2! (s+u+a_2)^{p_1+p_2+1}} \right) \\ & - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{2r_1} A_{2r_2} \frac{u^{p_2}}{(s+u)^{p_2+1}} \right) - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{22}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{2r_1} A_{3r_2} \frac{a_2^{p_2}}{(s+a_2)^{p_2+1}} \right) \\ & + \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} \left(A_{2r_1} A_{2r_2} \frac{u^{p_1}}{(s+u)^{p_1+1}} \right) + \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{22}} \left(A_{3r_1} A_{3r_2} \frac{a_1^{p_1}}{(s+a_2)^{p_1+1}} \right) \\ & + \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{22}} \left(A_{2r_1} A_{3r_2} \frac{u^{p_1}}{(s+u)^{p_1+1}} \right) - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{3r_1} A_{2r_2} \frac{u^{p_2}}{(s+u)^{p_2+1}} \right) \\ & + \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{22}} (A_{2r_1} A_{3r_2}) - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{3r_1} A_{2r_2} \frac{(p_1+p_2)! a_1^{p_1} u^{p_2}}{p_1! p_2! (s+u+a_1)^{p_1+p_2+1}} \right) \\ & - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{3r_1} A_{3r_2} \frac{a_2^{p_2}}{(s+a_2)^{p_2+1}} \right) + \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} \left(A_{3r_1} A_{2r_2} \frac{a_1^{p_1}}{(s+a_1)^{p_1}} \right) \\ & + \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{22}} (A_{3r_1} A_{3r_2}) - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{22}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{3r_1} A_{3r_2} \frac{(p_1+p_2)! a_1^{p_1} a_2^{p_2}}{p_1! p_2! (s+a_1+a_2)^{p_1+p_2+1}} \right) \\ & + \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{21}} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} (A_{3r_1} A_{2r_2}) - \sum_{k_1} \sum_{r_1=1}^{L_{11}} \sum_{p_1=0}^{r_1-1} \sum_{k_2} \sum_{r_2=1}^{L_{12}} \sum_{p_2=0}^{r_2-1} \left(A_{2r_1} A_{2r_2} \frac{(p_1+p_2)! u^{p_1+p_2}}{p_1! p_2! (s+2u)^{p_1+p_2+1}} \right) \end{aligned}$$

4. Bölümde denklem (4.10) ile verilen ifade kullanılarak devam edilir. Elde edilen MÜF genel SHO ifadesinde yerine konulduğunda ve gerekli düzenlemeler yapıldığında

karşımıza ya sabit terimlerin integrali çıkacak ya da $\int_0^\phi (\sin^2 \theta)^n / (\lambda_{\text{mod}} + a_{ik} \sin^2 \theta)^{n+1} d\theta$

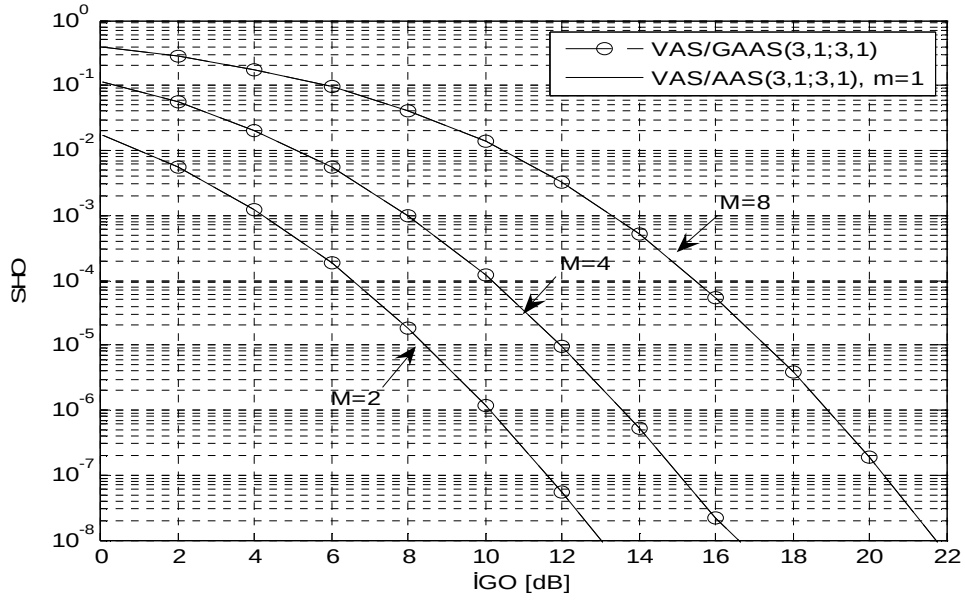
gibi Ek-1’de çözülen integraller çıkacaktır. Her ne kadar genel bir ifade elde edilemese de verici anten sayısı 2 alınarak alıcıda istenilen sayıda anten seçimi için analitik bir çözüm elde edilmiştir. Daha büyük verici anten sayısı için benzer yöntem izlenerek analitik çözüm elde edilebilir. Fakat bu sayı artıkça oluşacak terim sayısı üstel olarak artacaktır.

6.2 Nümerik Sonuçlar

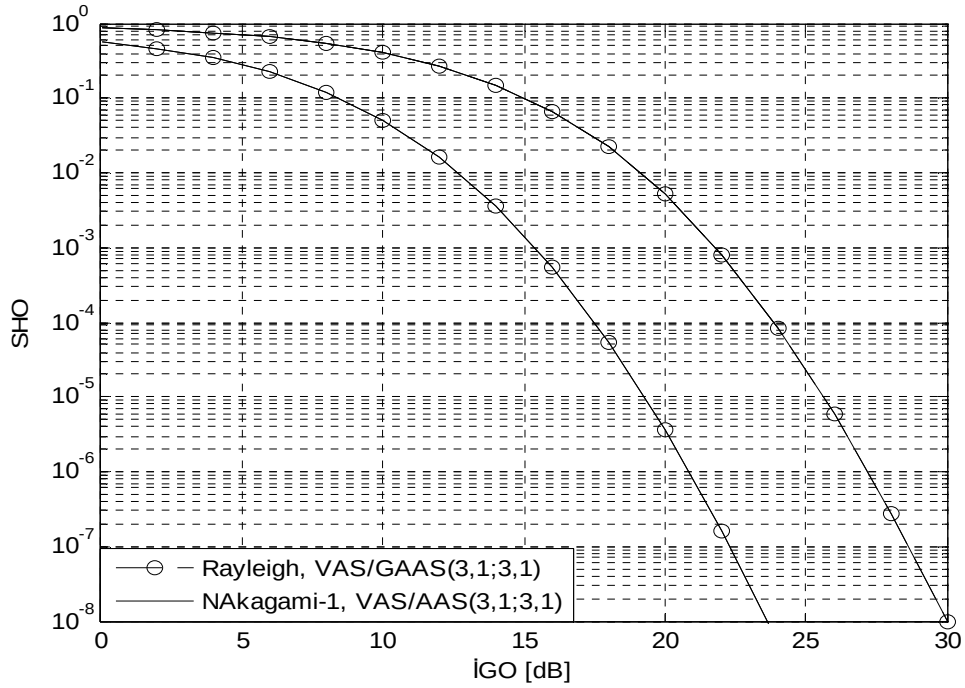
Önceki bölümlerde elde edilen SHO’lar için elde edilen ifadelerin doğruluğu daha önce mevcut olan analizlerle karşılaştırma yapılarak gösterilecektir. İlk olarak Bölüm 6.1.1’de denklem (6.6) ile elde edilen VAS/AAS’nin SHO’ları verilecektir. Verici anten sayısı ve alıcı anten sayısı 3 ve $m=1$ olarak alındığında denklem (6.6) ile elde edilen sonuçlarla Rayleigh kanalda VAS/GAAS için denklem (5.11) ile elde edilen sonuçların seçilen alıcı anten sayısı 1 alındığında aynı olması beklenir. Şekil 6.2’de 2, 4 ve 8-FKA için elde edilen sonuçların aynı olduğu görülmektedir. Benzer olarak 16 ve 64-DÖGM için de sonuçların aynı olduğu Şekil 6.3’te görülmektedir. Denklem (6.6)’da verici ve alıcı anten sayısı 2 ve $m=1, 2$ ve 3 olarak alındığında 8-FKA ve 16-DÖGM için elde edilen SHO eğrileri Şekil 6.4 ve Şekil 6.5’de verilmiştir.

Yukarıda verilen eğrilerin benzerleri VAS/MOB için de elde edilebilir. Verici anten sayısı ve alıcı anten sayısı 3 ve $m=1$ olarak alındığında denklem (6.11) ile elde edilen sonuçlarla Rayleigh kanalda VAS/MOB için denklem (4.11) ile elde edilen sonuçların aynı olması beklenir. Şekil 6.6’da 2, 4 ve 8-FKA için elde edilen sonuçların aynı olduğu görülmektedir. Aynı şekilde 16 ve 64-DÖGM için de sonuçların aynı olduğu Şekil 6.7’de görülmektedir. Denklem (6.11)’de verici ve alıcı anten sayısı 2 ve $m=1, 2$ ve 3 olarak alındığında 8-FKA ve 16-DÖGM için elde edilen SHO eğrileri Şekil 6.8 ve Şekil 6.9’da verilmiştir. Verici anten sayıları 2, 3 ve 4, alıcı anten sayısı 1 ve $m=3$ alındığında Şekil 6.10’da 4-DÖGM için VAS/MOB’nin SHO eğrileri verilmiştir. Şekil 6.10’daki eğrilerle [36]’daki Şekil 3 ile verilen eğriler aynıdır.

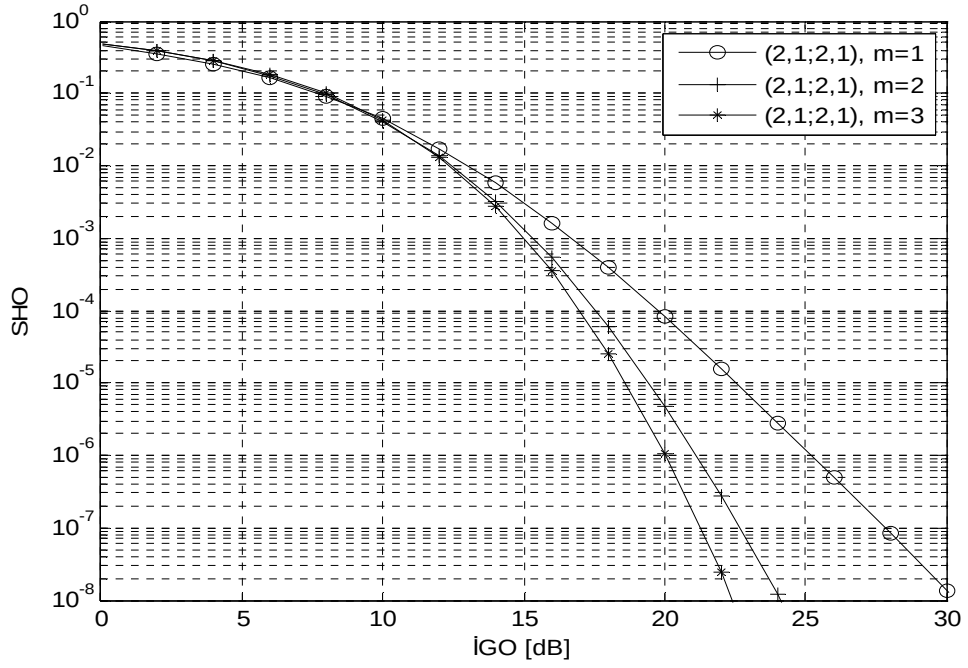
Son olarak VAS/GAAS ile ilgili eğriler verilecektir. Ondan önce GAAS'nin alıcı anten sayısı 5, $m = 2$ ve seçilen anten sayısı 1, 2, 3, 4 ve 5 iken 2-FKA için elde edilen analitik eğrileri Şekil 6.11'de verilmiştir. Şekil 6.11'deki eğriler [42]'de Şekil 1 ile verilen eğrilerle aynıdır. Alıcıda bir anten seçildiğinde verici anten sayısı 1 alınarak VAS/AAS'nin denklemi yani denklem (6.6) kullanılmıştır. Çünkü GAAS için elde edilen denklem (6.15), seçilen anten sayısı en az 2 olduğunda geçerlidir. Bundan sonra verilen VAS/GAAS eğrilerinde de bir anten seçildiğinde bu denklem kullanılmıştır. Şekil 6.12'de $m = 2$, verici anten sayısı $N = 2$ ve alıcı anten sayısı $L = 4$ iken 2-FKA için Nakagami- m kanalda VAS/GAAS'de alıcıda 1, 2, 3 ve 4 anten seçildiğinde oluşan teorik ve simülasyon BHO'ları verilmiştir. Şekil 6.13'te $N = 2$, $L = 3$ ve $m = 1, 2$ ve 3 iken 8-FKA için Nakagami- m kanalda VAS/GAAS'nin alıcıda 2 anten seçildiğinde oluşan teorik SHO'ları verilmiştir. Şekil 6.14 ve 6.15'te $m = 2$, $N = 2$ ve $L = 3$ iken sırasıyla 8-FKA ve 16-DÖGM için Nakagami- m kanalda VAS/GAAS'nin alıcıda 1, 2 ve 3 anten seçilmesi sonucunda oluşan teorik ve simülasyon eğrileri verilmiştir. Şekil 6.16'da $m = 2$, $N = 2$ ve $L = 4$ iken 16-DÖGM için Nakagami- m kanalda VAS/GAAS'nin alıcıda 1, 2, 3 ve 4 anten seçilmesiyle oluşan teorik eğriler verilmiştir. Şekil 6.17 ve 6.18'de $m = 2$, $N = 3$ ve $L = 4$ iken 8-FKA ve 16-DÖGM için Nakagami- m kanalda VAS/GAAS'nin alıcıda 1, 2, 3 ve 4 anten seçilmesi sonucu oluşan simülasyon eğrileri ile 1 ve 4 anten seçildiğinde oluşan teorik eğrileri verilmiştir (Bu iki eğri için VAS/AAS ve VAS/MOB denklemleri kullanıldı). Aynı şekilde Şekil 6.19 ve 6.20'de $m = 2$, $N = 3$ ve $L = 3$ iken 8-FKA ve 16-DÖGM için Nakagami- m kanalda VAS/GAAS'nin alıcıda 1, 2 ve 3 anten seçilmesi sonucu oluşan simülasyon eğrileri ile 1 ve 3 anten seçildiğinde oluşan teorik eğrileri verilmiştir (Bu iki eğri için VAS/AAS ve VAS/MOB denklemleri kullanıldı).



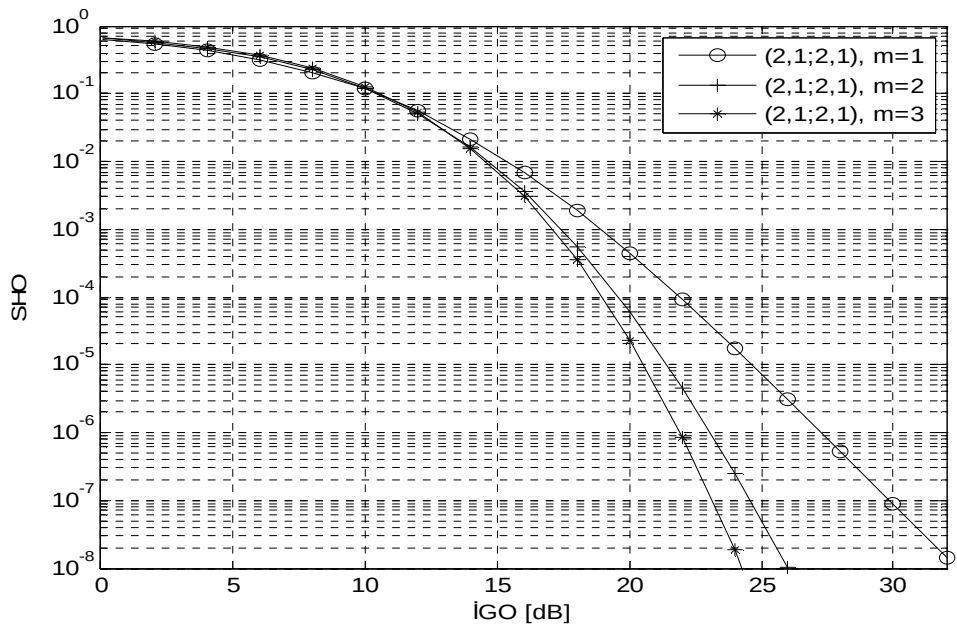
Şekil 6.2 2, 4 ve 8-FKA için VAS/AAS ($m=1$) ve VAS/GAAS'nin SHO'larının Rayleigh kanalda kıyaslanması.



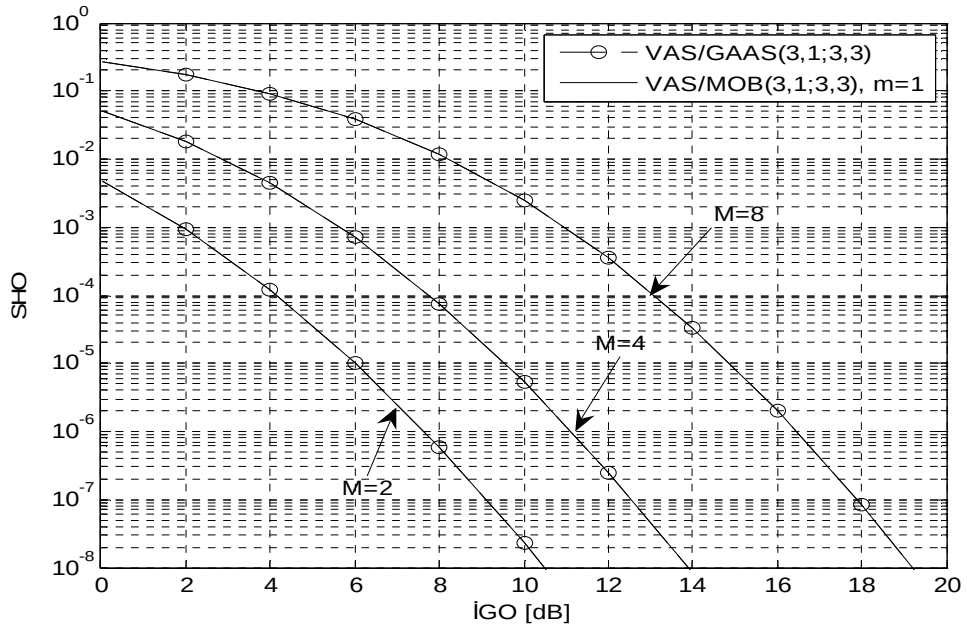
Şekil 6.3 16 ve 64-DÖGM için VAS/AAS ($m=1$) ve VAS/GAAS'nin SHO'larının Rayleigh kanalda kıyaslanması.



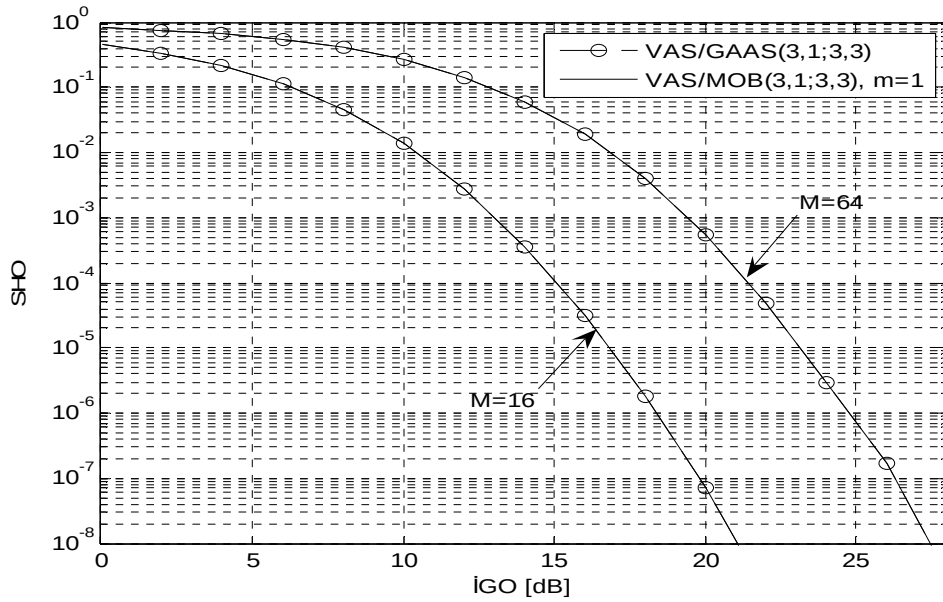
Şekil 6.4 8-FKA için $m = 1, 2$ ve 3 iken VAS/AAS'nin SHO'ları.



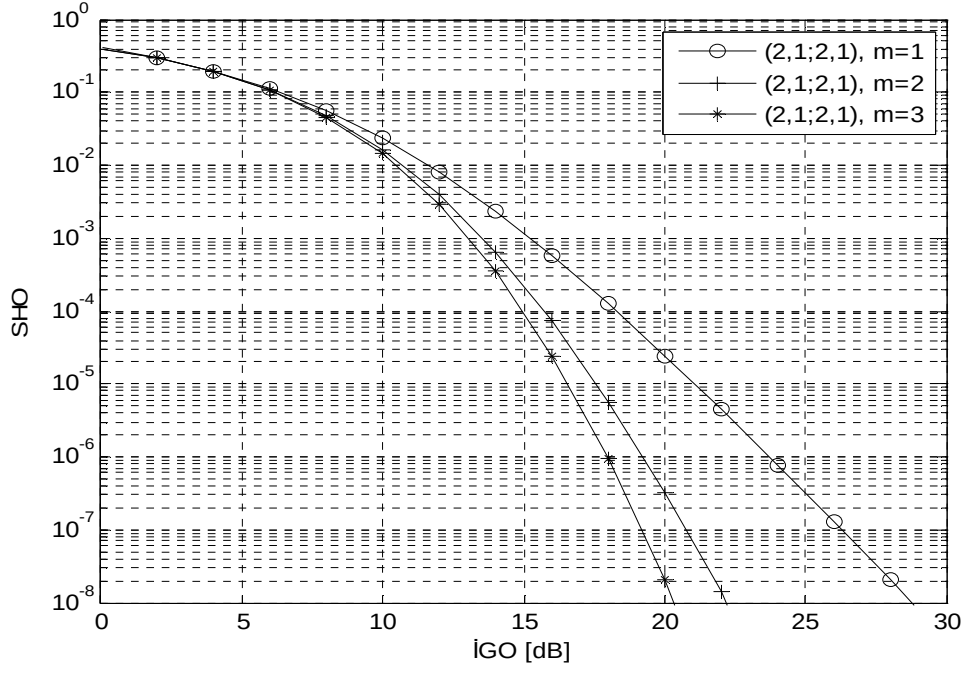
Şekil 6.5 16-DÖGM için $m = 1, 2$ ve 3 iken VAS/AAS'nin SHO'ları.



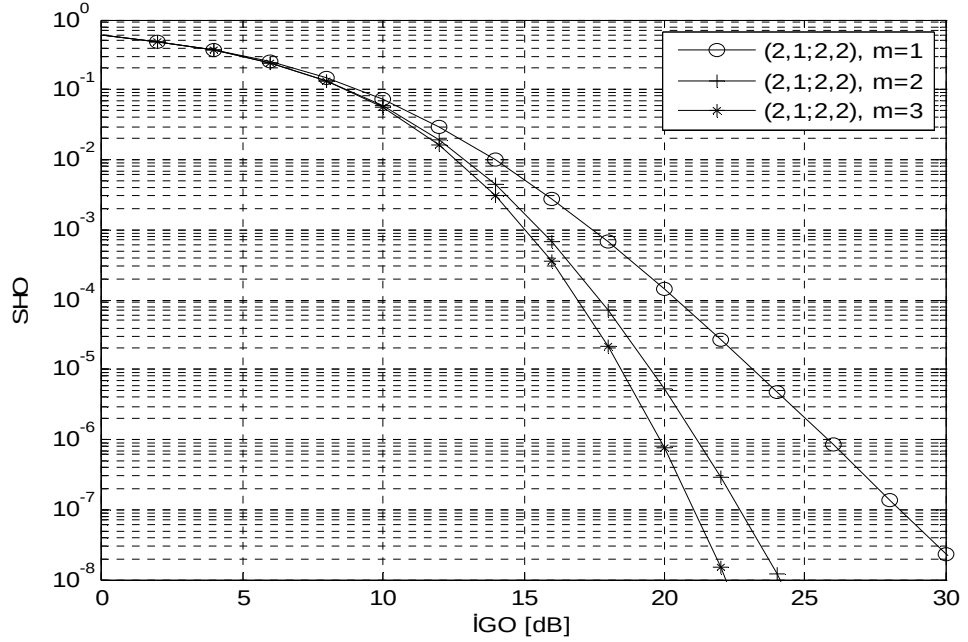
Şekil 6.6 2, 4 ve 8-FKA için VAS/MOB ($m=1$) ve VAS/GAAS'nin SHO'larının Rayleigh kanalda kıyaslanması.



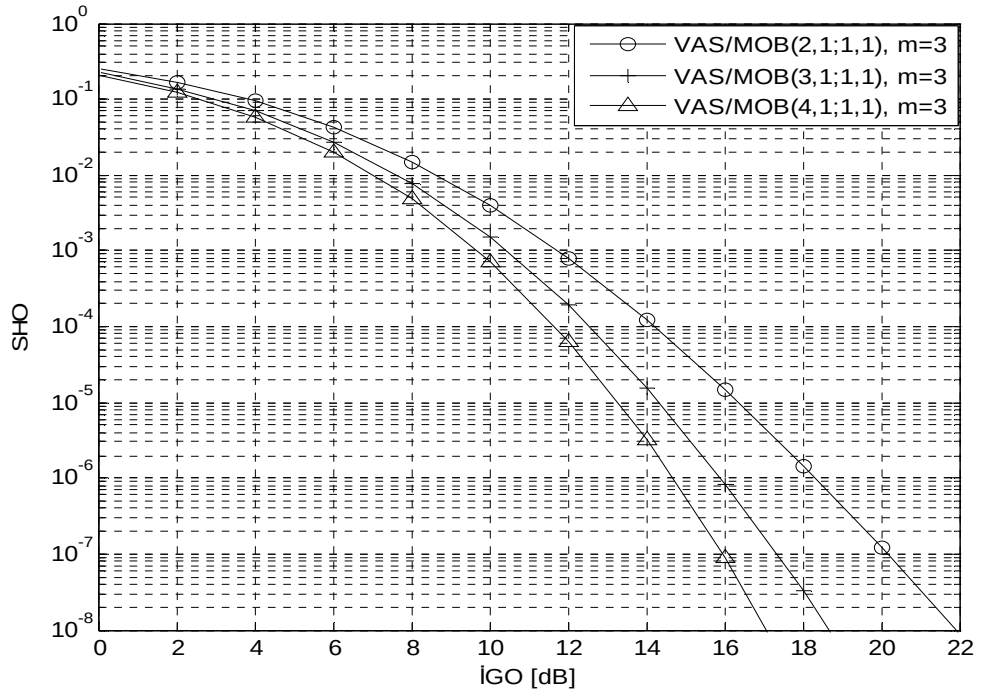
Şekil 6.7 16 ve 64-DÖGM için VAS/MOB ($m=1$) ve VAS/GAAS'nin SHO'larının Rayleigh kanalda kıyaslanması.



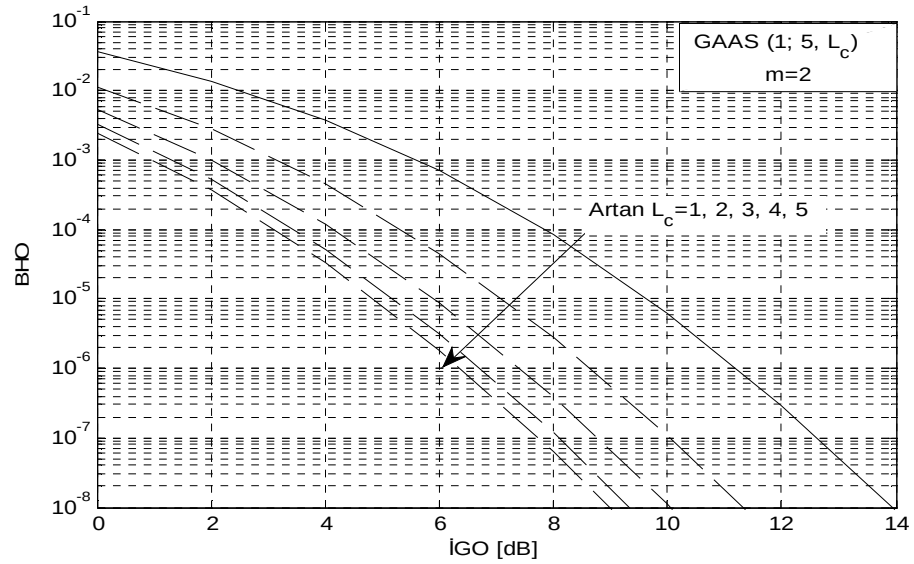
Şekil 6.8 8-FKA için $m=1, 2$ ve 3 iken VAS/MOB'nin SHO'ları.



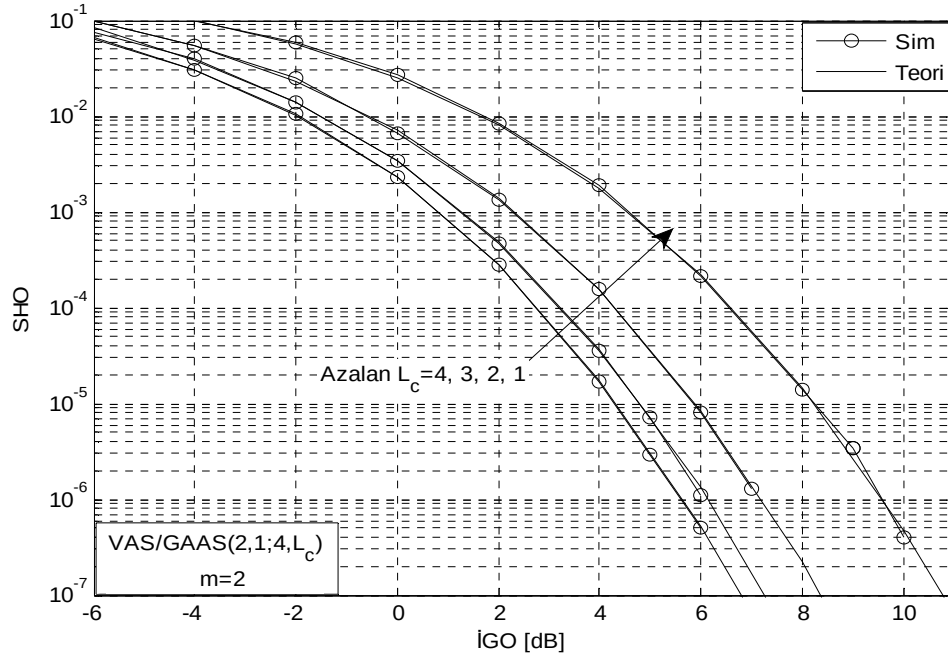
Şekil 6.9 16-DÖGM için $m=1, 2$ ve 3 iken VAS/MOB'nin SHO'ları.



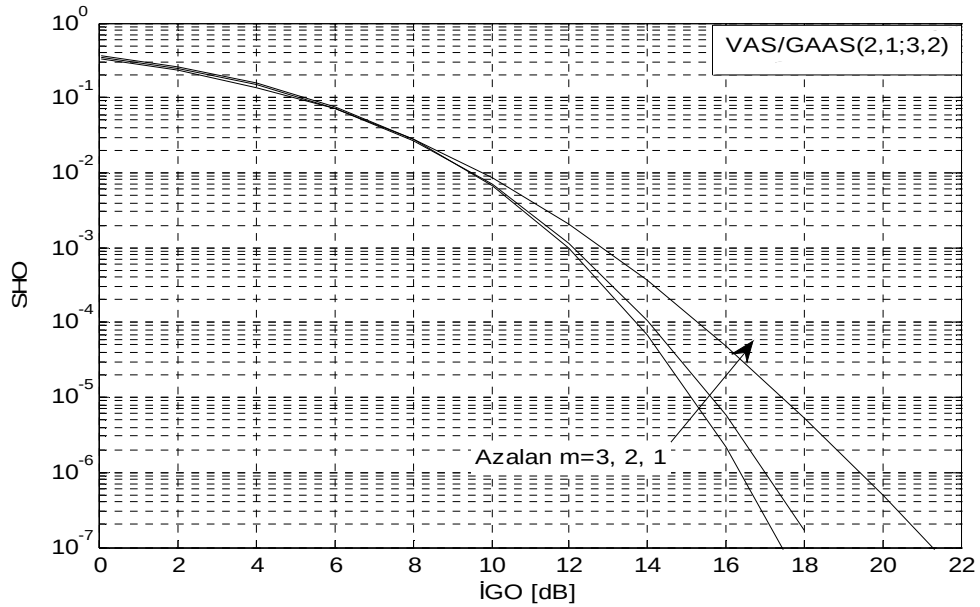
Şekil 6.10 4-DÖGM için VAS/MOB'nin SHO'ları.



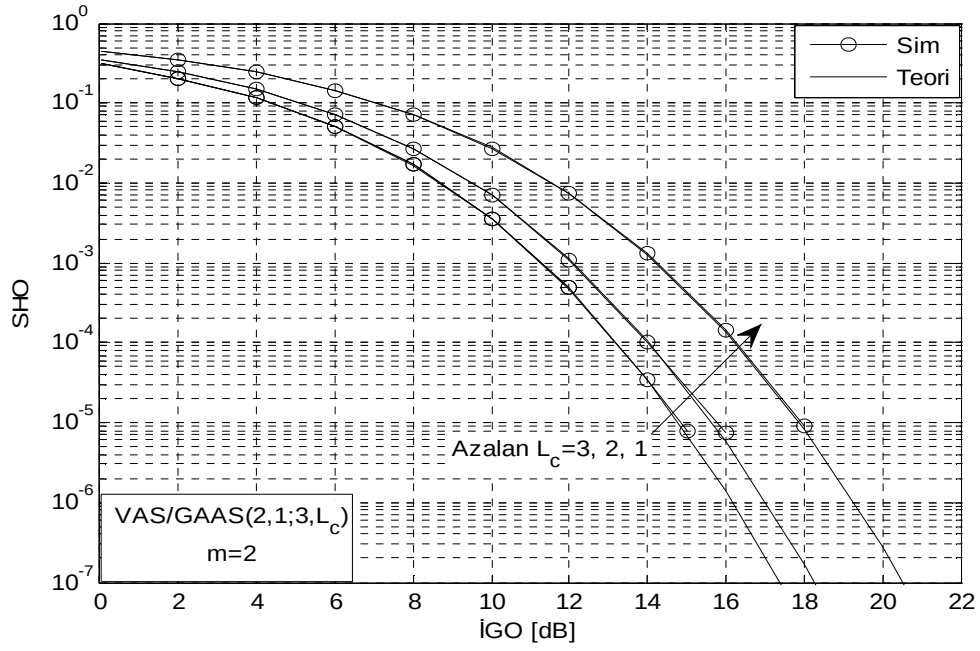
Şekil 6.11 $m = 2$ iken 2-FKA için Nakagami- m kanalda GAAS'de alıcıda 1, 2, 3, 4 ve 5 anten seçildiğinde oluşan BHO'lar.



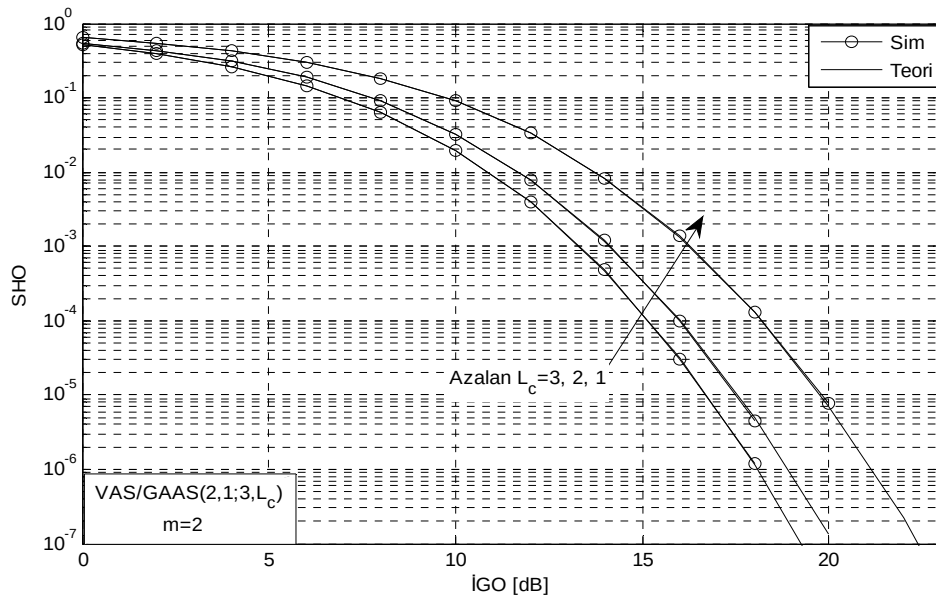
Şekil 6.12 $m = 2$, $N = 2$ ve $L = 4$ iken VAS/GAAS'nin Nakagami- m kanalda alıcıda 1, 2, 3 ve 4 anten seçildiğinde 2-FKA için oluşan teorik ve simülasyon BHO'ları.



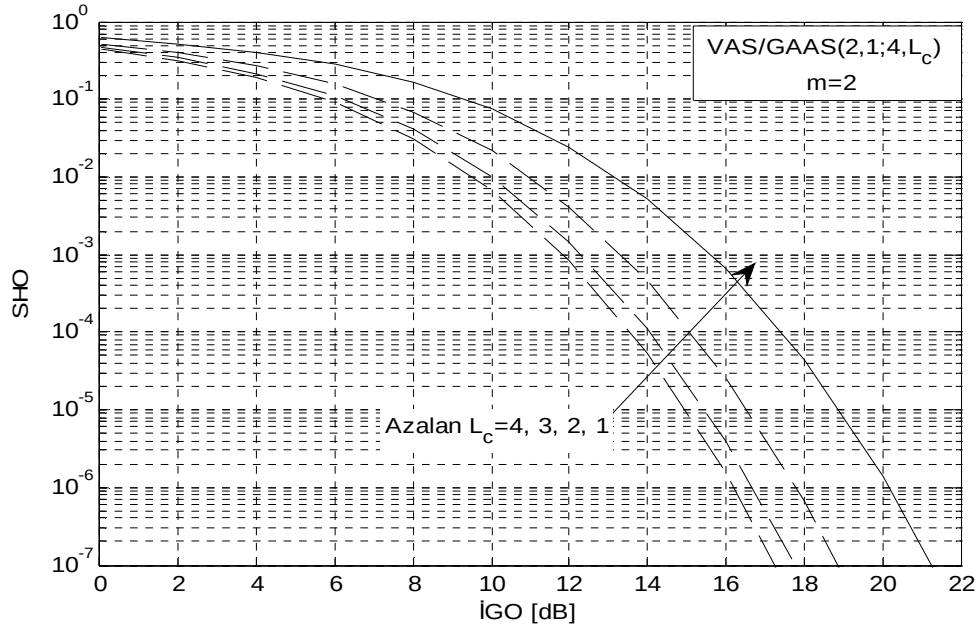
Şekil 6.13 $m = 1, 2$ ve 3 , $N = 2$ ve $L = 3$ iken 8-FKA için Nakagami- m kanalda VAS/GAAS'nin alıcıda 2 anten seçildiğinde oluşan teorik SHO'lar.



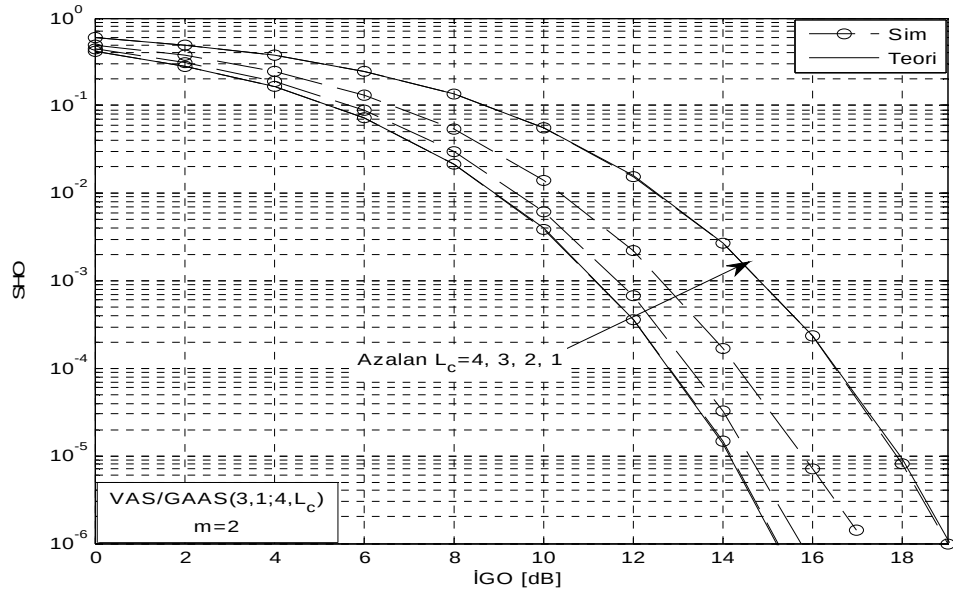
Şekil 6.14 $m = 2$, $N = 2$ ve $L = 3$ iken VAS/GAAS'nin Nakagami- m kanalda alıcıda 1, 2 ve 3 anten seçildiğinde 8-FKA için oluşan teorik ve simülasyon SHO'ları.



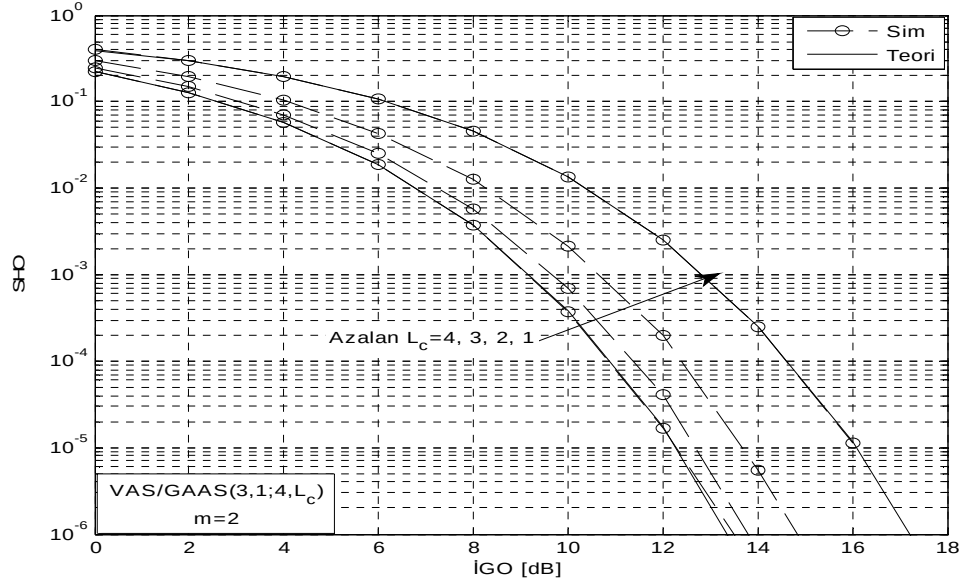
Şekil 6.15 $m = 2$, $N = 2$ ve $L = 3$ iken VAS/GAAS'nin Nakagami- m kanalda alıcıda 1, 2 ve 3 anten seçildiğinde 16-DÖGM için oluşan teorik ve simülasyon SHO'ları.



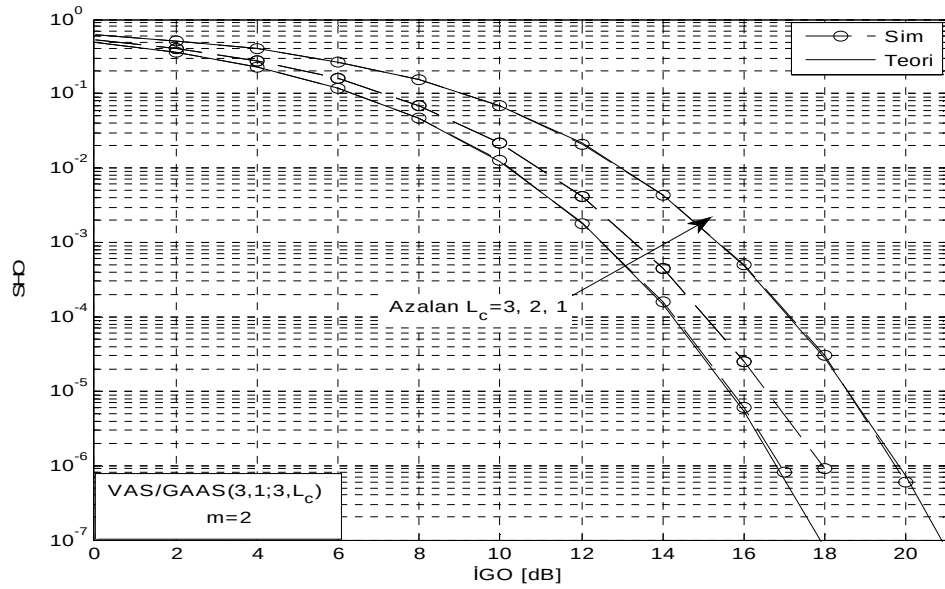
Şekil 6.16 $m = 2$, $N = 2$ ve $L = 4$ iken VAS/GAAS'nin Nakagami- m kanalda alıcıda 1, 2, 3 ve 4 anten seçildiğinde 16-DÖGM için oluşan teorik SHO'lar.



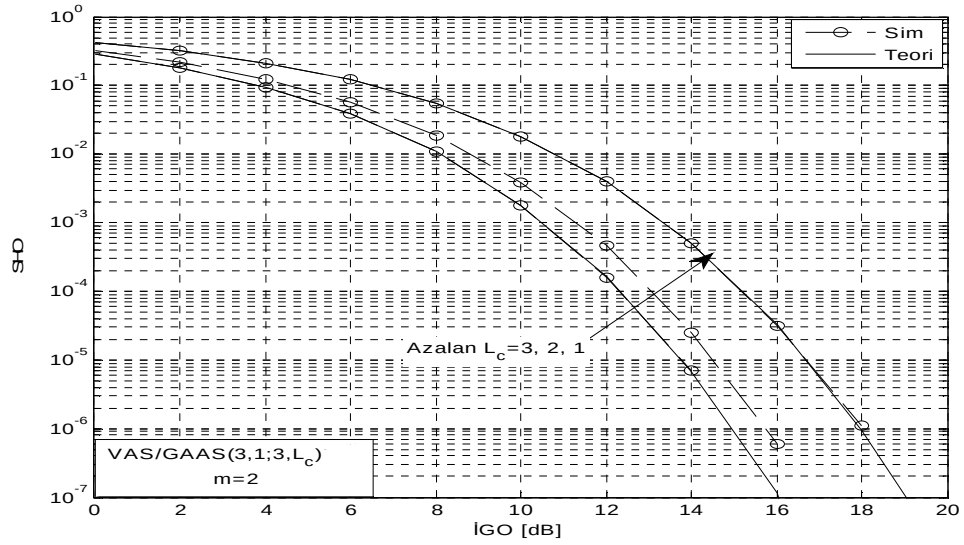
Şekil 6.17 $m = 2$, $N = 3$ ve $L = 4$ iken 16-DÖGM için VAS/GAAS'nin Nakagami- m kanalda alıcıda 1, 2, 3 ve 4 anten seçildiğinde oluşan simülasyon ile 1 ve 4 anten seçildiğinde oluşan teorik SHO'lar.



Şekil 6.18 $m = 2$, $N = 3$ ve $L = 4$ iken 8-FKA için VAS/GAAS’de Nakagami- m kanalda alıcıda 1, 2, 3 ve 4 anten seçildiğinde oluşan simülasyon ile 1 ve 4 anten seçildiğinde oluşan teorik SHO’lar.



Şekil 6.19 $m = 2$, $N = 3$ ve $L = 3$ iken 16-DÖGM için VAS/GAAS’de Nakagami- m kanalda alıcıda 1, 2 ve 3 anten seçildiğinde oluşan simülasyon ile 1 ve 3 anten seçildiğinde oluşan teorik SHO’lar.



Şekil 6.20 $m = 2$, $N = 3$ ve $L = 3$ iken 8-FKA için VAS/GAAS’de Nakagami-m kanalda alıcıda 1, 2 ve 3 anten seçildiğinde oluşan simülasyon ile 1 ve 3 anten seçildiğinde oluşan teorik SHO’lar.

7 SONUÇLAR

Bu çalışmada telsiz iletişimde sönümlemenin etkisini azaltan uzay çeşitlemesi Rayleigh ve Nakagami- m sönümlemeli kanallarda incelenmiştir. İncelenen tüm durumlarda alıcı anten seçimi yapılınsın veya yapılmasın maksimum oranlı birleştirme tekniği kullanılmıştır. Özellikle verici anten seçimi ve alıcıda maksimum oranlı birleştirme, verici anten ve alıcı anten seçiminin birleştirilmesi, verici anten seçimi ve genelleştirilmiş alıcı anten seçiminin birleştirilmesi durumları incelenmiştir. Söz konusu durumların mevcut analizleri ve moment üretici fonksiyon metodu kullanılarak yeniden elde edilen analizleri karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalar M-FKA ve M-DÖGM modülasyon tipleri için yapılmıştır. Bu modülasyon tipleri için farklı durumların ortalama SHO eğrileri elde edilmiştir. Moment üretici fonksiyonu tekniği ile elde edilen analizlerin daha sade ve toplu olduğu gösterilmiştir. Karmaşıklık yönünden incelendiklerinde yeni elde edilen analizlerin özellikle şartlı olasılık yoğunluk fonksiyonları kullanılarak elde edilen analizlerden daha sade olduğu gösterilmiştir.

Verici anten seçimi ve genelleştirilmiş alıcı anten seçiminin Nakagami- m sönümlemeli kanalda incelenmesi üzerinde durulmasına rağmen verici anten sayısı 2 ile kısıtlanması dışında netice elde edilemedi. Sadece iki uç durum olan verici anten seçimi ve alıcı anten seçiminin birleştirilmesi ile verici anten seçimi ve alıcıda maksimum oranlı birleştirme için analizler m tam sayı değerleri için yeniden düzenlenerek verildi. VAS/GAAS'nin Nakagami- m sönümlemeli kanalda incelenmesi ve üzerinde çalışılması gereken bir problem olarak durmaktadır. İleriye yönelik çalışmalar bu alanda olacaktır. Son olarak şunu söylemekte de yarar var: GAAS'nin Nakagami- m kanaldaki analizleri sadeleştirilebilirse VAS/GAAS'nin incelenmesi daha kolay olacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] Microwave Mobile Communications, W. C. Jakes, Jr., Ed., New York: Wiley, 1974.
- [2] M. D. Yacoub, J. E. Vargas B. and L. G. de R. Guedes, "On higher order statistics of the Nakagami- m distribution," IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 48, pp. 790-794, May 1999.
- [3] M. Nakagami, "The m -distribution – a general formula of intensity distribution of rapid fading," in Statistical Methods in Radio Wave Propagation, W. C. Hoffman, Ed. Elmsford, NY: Pergamon, 1960.
- [4] Digital Communication over Fading Channels, M. K. Simon and M.-S. Alouini, 2nd edition, John Wiley & Sons, 2005.
- [5] Communication Systems, 4th edition, S. Haykin, John Wiley & Sons, 2001.
- [6] A. Goldsmith, Wireless Communications, Stanford University Press, 2003.
- [7] Sklar B., "Rayleigh Fading Channels in Mobile Digital Communication Systems", IEEE Communications Magazine, 90- 109, 1997.
- [8] Communications Systems Engineering, J. G. Proakis and M. Salehi, 1994, Prentice Hall.
- [9] S. M. Alamouti, "A Simple Transmit Diversity Technique for Wireless Communications", IEEE Journal on Select Areas In Communications, Vol. 16, No. 8., 1451- 1458, 1998.
- [10] Annamalai, A., Tellambura, C. ve Bhargava, V. K., "A Simple and Accurate Analysis of Digital Communication systems with Diversity Reception in Different Fading Environments", The 9. IEEE International Symposium on Personal Communications, Vol. 3, 1055- 1060, 1998.

- [11] Annamalai A, Zhao Q., "Further Results on Optimum Selection Diversity for BPSK Signals in Nakagami-m Fading", 7th IEEE Consumer Communications and Networking Conference (CCNC), 9-12 Jan. 2010.
- [12] N. Kong, T. Eng and L. B. Milstein, "A selection combining scheme for RAKE receivers", in Universal Personal Communications, pp. 426-430, Nov. 1995.
- [13] J. S. Hammerschmidt, A. A Hutter and C. Drewes, "Comparison of Single Antenna, Selection Combining, and Optimum Combining Reception at the Vehicle", in Vehicular Technology Conference, pp. 11-16, Sept. 1999.
- [14] M. S. Alouini and M. K. Simon, "Performance Analysis of Coherent Equal Gain Combining over Nakagami-m Fading Channels", IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 50, pp. 1449-1463, Nov. 2001.
- [15] De Silva, C. R. C. M and M. D., Yacoub, "Bit Error Analysis of Equal Gain Combining Reception for Nakagami Fading Channels: An Exact Formulation", Electronics Letters, Vol. 36, pp. 1147-1149, June 2000.
- [16] A. Annamalai, C. Tellambura and V. K. Bhargava, "Exact Evaluation of Maximal-Ratio and Equal-Gain Diversity Receivers for M-ary DÖGM on Nakagami Fading Channels", IEEE Transactions on Commun., Vol. 47, pp. 1335-1344, Sept. 1999.
- [17] Space-Time Coding, B. Vucetic and J. Yuan, John Wiley & Sons, 2003.
- [18] C. M. Lo and W. H. Lam, "Performance Analysis of Bandwidth Efficient Coherent Modulation Schemes with L-fold MRC and SC in Nakagami-m Fading Channels", in Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, pp. 572-676, Sept. 2000.
- [19] A. Annamalai and C. Tellambura, "Error Rates for Nakagami-m Fading Multichannel Reception of Binary and M-ary Signals", IEEE Transactions on Commun., Vol. 49, pp. 58-68, Jan. 2001.

- [20] M. K. Simon and M. S. Alouini, "A Unified Approach to the Performance Analysis of Digital Communication over Generalized Fading Channels", Proceedings of the IEEE, Vol. 86, pp. 1860-1876, Sept. 1998.
- [21] A. Annamalai, G. Deora and C. Tellambura, "Unified Error Probability Analysis for Generalized Selection Diversity in Wireless Channels", IEEE Trans. On Wireless Communications, 2003.
- [22] M. K. Simon and M. S. Alouini, "A Compact Performance Analysis of Generalized Selection Combining with Independent but Nonidentically Distributed Rayleigh Fading Paths", IEEE Transactions on Commun., Vol. 50, pp. 1409-1412, Sept. 2002.
- [23] A. B. Adinoyi, and S. A. Al-Semari, "Performance of Coherent Schemes with Generalized Selection Combining in Rayleigh Fading", in Personal, Indoor and Mobile Radio Communications, pp. 95-99, Sept. 2001.
- [24] Chi Ming Lo and Wong Hing Lam, "Performance of Generalized Selection Combining for Mobile Radio Communications with Mixed Cochannel Interferers", IEEE Transactions on Vehicular Technology, Vol. 51, pp. 114-121, Jan. 2002.
- [25] W. Xu and L. B. Milstein, "Performance of multicarrier DS CDMA systems in the presence of correlated fading", Proc. IEEE Veh. Technol. Conf. (VTC'97), Phoenix, AZ, May 1997, pp. 2050–2054.
- [26] M. S. Alouini and M. K. Simon, "An MGF-based performance analysis of generalized selection combining over Rayleigh fading channels", IEEE Trans. Commun., vol. 48, pp. 401–415, Mar. 2000.
- [27] T. Eng, N. Kong, and L. B. Milstein, "Comparison of diversity combining techniques for Rayleigh fading channels", IEEE Trans. Commun., vol. 44, pp. 1117–1129, Sept. 1996.
- [28] N. Kong and L. B. Milstein, "Average SNR of a generalized diversity selection combining scheme", IEEE Commun. Lett., vol. 3, pp. 57–59, Mar. 1999.

- [29] Y. Roy, J. Chouinard, and S. A. Mahmoud, "Selection diversity combining with multiple antennas for MM-wave indoor wireless channels", *IEEE J. Select. Areas Commun.*, vol. 14, pp. 674–682, May 1996.
- [30] M. K. Simon and M. S. Alouini, "A compact performance analysis of generalized selection combining (GSC) with independent but nonidentically distributed Rayleigh fading paths", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 50, pp. 1409–1412, Sept. 2002.
- [31] M. Z. Win and J. H. Winters, "Analysis of hybrid selection/maximal ratio combining in Rayleigh fading", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 47, pp. 1773–1776, Dec. 1999.
- [32] M. Z. Win and J. H. Winters, "Virtual branch analysis of symbol error probability for hybrid selection/maximal-ratio combining in Rayleigh fading", *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, pp. 1926–1934, Nov. 2001.
- [33] X. Cai and G. B. Giannakis, "Performance analysis of combined transmit selection diversity and receive generalized selection combining in Rayleigh fading channels", *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 3, no. 6, pp. 1980–1983, Nov. 2004.
- [34] Thoen S., Perre L., Gyselinckx B., Engels M. "Performance Analysis of Combined Transmit-SC/Receive-MRC", *IEEE Transactions on Communications*, 49:5–8, 2001.
- [35] Chen Z., Yuan J., Vucetic B. "Analysis of Transmit Antenna Selection/Maximal-Ratio Combining in Rayleigh Fading Channels", *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, 54(4):1312–1321, 2005.
- [36] S. R. Meraji, "Performance Analysis of Transmit Antenna Selection in Nakagami-m Fading Channels", *Wireless Personal Communications*, vol. 43, no. 6, pp. 327–333, Nov. 2007.
- [37] Alamouti S.M., "A simple transmit diversity technique for wireless communications", *IEEE J. Select. Area Commun.* 16(10):1451–1458, 1998.
- [38] Tarokh V., Jafarkhani H., Calderbank A. R., "Space-time block codes from orthogonal designs", *IEEE Trans. Info. Theory* 45(7):1456–1467, 1999.

- [39] A.F. Coşkun, O. Kucur and İ. Altunbaş, “Performance of space-time block codes with transmit antenna selection in Nakagami-m fading channels”, Proc. of European Wireless Conference, EW'10, Lucca, April 2010.
- [40] Alouini M. S, Simon M. K. “Application of the Dirichlet transformation to the performance evaluation of generalized selection combining over Nakagami-m fading channels”, Journal of Communications and Networks 1999; 1: 5–13.
- [41] Ma Y, Chai C., “Unified error probability analysis for generalized selection combining in Nakagami fading channels”, IEEE Journal on Selected Areas in Communications 2000; 18(11): 2198–2210.
- [42] Annamalai A., Tellambura C., “Performance evaluation of generalized selection diversity systems over Nakagami-m fading channels”, Communications and Mobile Computing 2003; 3:99–116.
- [43] Yang Y., Chen J. , and Liu J., “Ordered Statistic Analysis for Diversity Combining Schemes over Nakagami-m Fading Channel”, Wireless Personal Communications 24: 463–481, 2003.
- [44] Annamalai A, Tellambura C. “Error Rates of Hybrid SC/MRC Diversity Systems on Nakagami-m Channels”, Proc. IEEE Wireless Communications and Networking Conference, September 2000; pp. 227–231.
- [45] Lo C. M., Lam W. H., “Approximate BER Performance of Generalized Selection Combining in Nakagami-m Fading”, IEEE Communications Letters, Vol. 5, No. 6, June 2001.
- [46] A. Annamalai, Gautam Deora, and C. Tellambura, “Analysis of Generalized Selection Diversity Systems in Wireless Channels”, IEEE Trans. on Vehicular Technology, Vol. 55, NO. 6, pp. 1675-1775, Nov. 2006.

- [47] A. S. Lioumpas, G. K. Karagiannidis, and T. A. Tsiftsis, "Adaptive Generalized Selection Combining (A-GSC) Receivers", *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol.7, no. 12, pp: 5214-5219, Dec. 2008.
- [48] H. C. Yang, and L. Yang, "Exact Error Rate Analysis of Output-Threshold Generalized Selection Combining (OT-GSC)", *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 6, no. 9, pp. 3159-3162, Sep. 2007.
- [49] I. S. Gradshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series, and Products*, 6th ed. San Diego, CA: Academic, 2000.
- [50] Z. Chen, J. Yuan, and B. Vucetic, "Analysis of transmit antenna selection/maximal-ratio combining in Rayleigh fading channels", *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 54, no. 4, pp. 1312-1321, July 2005.
- [51] N. R. Sollenberger, "Diversity and automatic link transfer for TDMA wireless access link", in *Proc. of Globecom Conf.*, Houston, TX, pp. 532–536, Nov. 29 - Dec. 2, 1993.
- [52] T. K. Y. Lo, "Maximum ratio transmission", in *Proc. IEEE Int. Conf. Commun.*, Piscataway, NJ, 1999, pp. 1310–1314.
- [53] Z. Chen, J. Yuan, and B. Vucetic, "Analysis of Transmit Antenna Selection/Maximal-Ratio Combining in Rayleigh Fading Channels", *IEEE Transactions On Vehicular Technology*, Vol. 54, No. 4, pp. 1312–1321, 2005.
- [54] F. Molisch, M. Z. Win, and J. H. Winters, "Reduced-Complexity Transmit/Receive-Diversity Systems", *IEEE Transactions On Signal Processing*, Vol. 51, No. 11, 2003.
- [55] A. F. Coşkun and O. Kucur, "Performance of joint transmit and receive antenna selection in Nakagami-m fading channels", *16th European Wireless 2010*, Lucca, Tuscany, Italy, Apr. 12-15, 2010.

- [56] J. M. Romero-Jerez and A. J. Goldsmith, “Performance of Multichannel Reception with Transmit Antenna Selection in Arbitrarily Distributed Nakagami Fading Channels”, *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 8, no. 4, pp. 2006–2013, Apr. 2009.
- [57] Z. Chen, Z. Chi, Y. Li, and B. Vucetic, “Error Performance of Maximal-Ratio Combining with Transmit Antenna Selection in Flat Nakagami-m Fading Channels”, *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 8, no. 1, pp. 424-431, Jan. 2009.
- [58] A. Medles and D. T. M. Slock, “Achieving the Optimal Diversity-Versus Multiplexing Tradeoff for MIMO Flat Channels With QAM Space-Time Spreading and DFE Equalization”, *IEEE Transactions On Information Theory*, Vol. 52, No. 12, Dec. 2006.

EK-1: SHO'LARIN HESAPLANMASINDA OLUŞAN İNTEGRALİN ALINMASI

$$I_m(\phi; \lambda_{\text{mod}}; a_{ik}) = \int_0^\phi \frac{(\sin^2(\theta))^m}{(\lambda_{\text{mod}} + a_{ik} \sin^2(\theta))^{m+1}} d\theta. \quad (\text{E1.1})$$

İntegrali almadan önce $\sin^2 \theta = (1 - \cos 2\theta)/2$ eşitliğini kullanarak integrali yeniden yazalım:

$$\begin{aligned} I_m(\phi; \lambda_{\text{mod}}; a_{ik}) &= \int_0^\phi \frac{(\sin^2 \theta)^m}{(\lambda_{\text{mod}} + a_{ik} \sin^2 \theta)^{m+1}} d\theta = \int_0^\phi \frac{2(1 - \cos 2\theta)^m}{(2\lambda_{\text{mod}} + a_{ik} - a_{ik} \cos 2\theta)^{m+1}} d\theta \\ &= \frac{2}{(2\lambda_{\text{mod}} + a_{ik})^{m+1}} \int_0^{2\phi} \frac{(1 - \cos \varepsilon)^m}{(1 - d \cos \varepsilon)^{m+1}} d\varepsilon \end{aligned} \quad (\text{E1.2})$$

olur. Burada $d = a_{ik} / (2\lambda_{\text{mod}} + a_{ik})$ 'dır.

Bu integrali almak için Euler-Legendre değişken değiştirme metodu kullanılabilir. Bu metodun değişken tanımlaması

$$1 - d \cos \varepsilon = \frac{1 - d^2}{1 + d \cos x} \text{ yani } \cos \varepsilon = \frac{d + \cos x}{1 + d \cos x} \text{ ve } d\varepsilon = \frac{\sqrt{1 - d^2} dx}{1 + d \cos x}$$

şeklinde dir. Gerekli değişiklikler ve düzenlemeler yapıldıktan sonra integral şu hale gelir:

$$I_m(\phi; \lambda_{\text{mod}}; a_{ik}) = \frac{2\sqrt{1 - d^2} (1 - d)^m}{(2\lambda_{\text{mod}} + a_{ik})^{m+1} (1 - d^2)^{m+1}} \int_0^{x_{\text{max}}} (1 - \cos x)^m dx \quad (\text{E1.3})$$

Denklemdaki x_{max} ise [4, s. 130]'de denklem (5A.29) ile

$$\tan x_{\text{max}} = \frac{\sqrt{1 - d^2} \sin 2\phi}{\cos 2\phi - d} = \frac{2\sqrt{\lambda_{\text{mod}} (\lambda_{\text{mod}} + a_{ik})} \sin 2\phi}{(2\lambda_{\text{mod}} + a_{ik}) \cos 2\phi - a_{ik}} = \frac{N}{D} \quad (\text{E1.4})$$

şeklinde verilmiştir. Son olarak $x = 2t$ şeklinde bir değişiklik yapıldığında ve d 'nin eşiti yerine konularak düzenlemeler yapıldığında ise integral (E1.5)'teki gibi olur.

$$I_m(\phi; \lambda_{\text{mod}}; a_{ik}) = \frac{1}{(\lambda_{\text{mod}})^{1/2} (\lambda_{\text{mod}} + a_{ik})^{m+1/2}} \int_0^T \sin^{2m} t dt \quad (\text{E1.5})$$

integralin üst sınırı ise $T = \frac{x_{\text{max}}}{2} = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{N}{D} + \frac{\pi}{2} \left[1 - \left(\frac{1 + \text{sgn} D}{2} \right) \text{sgn} N \right]$, dır. (E1.5)'teki integral

m 'nin hem tam sayı değerleri için hem de tam sayı olmayan değerleri için mevcuttur. Fakat tam sayı olmayan değerler olduğunda (E1.1) denklemindeki ϕ sıfır ile π arasında bir değer almalıdır.

Elde edilen son integral ise [4, s. 131]'de (5A.34) denklemi ile verilmiştir.

Dolayısıyla integral aşağıdaki ifadeye eşit olur:

$$\begin{aligned} I_m(\phi; \lambda_{\text{mod}}; a_{ik}) &= \frac{1}{(\lambda_{\text{mod}})^{1/2} (\lambda_{\text{mod}} + a_{ik})^{m+1/2}} \int_0^T \sin^{2m} t dt \\ &= \frac{1}{(\lambda_{\text{mod}})^{1/2} (\lambda_{\text{mod}} + a_{ik})^{m+1/2}} \left[\frac{T}{2^{2m}} \binom{2m}{m} + \frac{(-1)^m}{2^{2m-1}} \sum_{j=0}^{m-1} (-1)^j \binom{2m}{j} \frac{\sin[(2m-2j)T]}{2m-2j} \right]. \end{aligned} \quad (\text{E1.6})$$

ÖZGEÇMİŞ

Efendi FİDAN, 1980 yılında Diyarbakır'da dünyaya geldi. İlköğrenimini Diyarbakır'da, lise öğrenimini İstanbul'da tamamladı. 2003 yılında Boğaziçi Üniversitesi Elektrik-Elektronik Mühendisliği'nden onur derecesi alarak mezun oldu. 2003–2004 eğitim-öğretim yılında Koç Üniversitesi'nde araştırma ve öğretim asistanlığı yaptı. 2004 yılında TÜBİTAK Ulusal Metroloji Enstitüsü Elektromanyetik Metroloji Grubu Zaman-Frekans Laboratuvarında araştırmacı olarak çalışmaya başladı ve halen bu görevi sürdürüyor. İlgi alanları Sayısal Haberleşme (Sönümlmeli Kanallar, Çeşitleme Teknikleri, Türkçe Ses Tanıma ve Kör Kaynakların Ayırıştırılması) ve zaman- frekans büyüklükleri ile ilgili ölçüm teknikleridir.