

T.C.
GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MİNİMUM VARYANS PORTFÖYLERİ İÇİN
TAHMİN YÖNTEMLERİ

AYŞE NUR KÜÇÜKSEREN
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

GEBZE
2022

T.C.
GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MİNİMUM VARYANS
PORTFÖYLERİ İÇİN
TAHMİN YÖNTEMLERİ

AYŞE NUR KÜÇÜKSEREN
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ENDÜSTRİ MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DANIŞMANI
DR. ÖĞR. ÜYESİ KEMAL DİNÇER DİNGEÇ

GEBZE

2022

T.R.
GEBZE TECHNICAL UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

**FORECAST METHODS FOR
MINIMUM VARIANCE PORTFOLIOS**

AYŞE NUR KÜÇÜKSEREN
**A THESIS SUBMITTED FOR THE DEGREE OF
MASTER OF SCIENCE
DEPARTMENT OF INDUSTRIAL ENGINEERING**

THESIS SUPERVISOR
ASSIST. PROF. DR. KEMAL DİNÇER DİNGEÇ

GEBZE
2022



YÜKSEK LİSANS JÜRİ ONAY FORMU

GTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 07/07/2022 tarih ve 2022/34 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından 27/07/2022 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Ayşe Nur KÜÇÜKSEREN'in tez çalışması Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Dr. Öğr. Üyesi Kemal Dinçer DİNGEÇ

ÜYE

: Dr. Öğr. Üyesi Burak PAÇ

ÜYE

: Dr. Öğr. Üyesi Engin SANSARCI

ONAY

Gebze Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun

...../...../..... tarih ve/..... sayılı kararı.

İMZA/MÜHÜR

ÖZET

Riskli finansal varlıklara yatırım yapan yatırımcılar, riskleri minimize ederek maksimum kar elde etmek istemektedirler. Bunun için varlıkların performanslarını ölçebilmek ve olası kayıpları önleyebilmek için birçok yöntem geliştirilmiştir. Riski azaltmak için en çok kullanılan yol varlıkların çeşitlendirilmesidir. Markowitz 1952’de portföy varyansını minimize eden portföy ağırlıklarının analitik formülünü elde etmiştir. Bu formülde kovaryans matrisi bilinmemektedir ve geçmiş veriyle tahmin edilmektedir. Ancak kovaryans matrisini geçmiş veriyle tahmin ederken büyük tahmin hataları yapılmakta ve yanlış ağırlıklar hesaplanmaktadır. Tahmindeki hata payını azaltmak için de örneklem büyüklüğünü artırmak gerekmektedir ancak finansal piyasaların hareketli yapıları buna izin vermemektedir.

Bu çalışmada ilk olarak yöntemlerin simülasyon ile değerlendirilmesinde risklerin olasılık yoğunlukları üzerinden bir karşılaştırma yapılmıştır. İkinci olarak yöntemlerin BİST30 verisi ile denenip performansları karşılaştırılmıştır. Simülasyon sonuçlarına göre Ledoit-Wolf, glasso ve RMT kovaryans matrisinin tersinin tahminini iyileştirerek, portföylerdeki gerçek riski azaltmaktadır. Gerçek veri sonuçlarına göre, aynı sektördeki firmaların hisselerinden oluşan portföylerde eşit ağırlık yöntemini kullanmak en düşük riski verirken, farklı sektörlerdeki hisselerin portföylerinde Ledoit-Wolf, RMT ve glasso yöntemleri kullanılarak daha düşük riskler elde edilebilmiştir. Varlık sayısına ve pencere aralığına bağlı olarak küçük farklılıklar görülse de, glasso genel olarak en iyi yöntem olarak öne çıkmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Minimum Varyans, Portföy Teorisi, Seyrek Matris, glasso.

SUMMARY

Investors investing in financial assets want to maximize profits by minimizing risks. For this, many methods have been developed to measure the performance of assets and to prevent possible losses. The most widely used method to reduce risk is diversification. In 1952, Markowitz obtained the analytical formula for portfolio weights that minimized portfolio variance. In this formula, the covariance matrix is unknown and estimated from historical data. However, large estimation errors are made when estimating the covariance matrix with historical data. In order to reduce the margin of error in the estimation, it is necessary to increase the sample size, but the dynamic structures of the financial markets do not allow this.

In this study, firstly, a comparison was made over the probability densities of the risks in the evaluation of the methods with simulation. Secondly, the methods were tested with BIST30 data and their performances were compared. According to the simulation results, Ledoit-Wolf, glasso and RMT reduce the real risk in portfolios by improving the estimation of the inverse of the covariance matrix. According to the real data results, while using the equal weight method in the portfolios consisting of the shares of the companies in the same sector gives the lowest risk, lower risks can be obtained by using the Ledoit-Wolf, RMT and glasso methods in the portfolios of the shares in different sectors. Although there are slight differences depending on the number of assets and the window spacing, glasso stands out as the best method overall.

Key Words: Minimum Variance, Portfolio Theory, Sparse Matrix, glasso.

TEŞEKKÜR

Başta, yüksek lisansüstü eğitimimde ve akademik hayatımda desteğini ve yardımlarını hiçbir zaman esirgemeyip bilgisi ile bu çalışmanın oluşmasının yolunu açan danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Kemal Dinçer DİNGEÇ'e ve BİST30 veri setinin temin etmemizde yardımcı olan sayın hocam Dr. Öğr. Üyesi Burak PAÇ'A

Bütün çalışmam boyunca yanımda olan, desteklerini hiçbir zaman eksik etmeyen ve her koşulda yanımda olan sevgili nişanlım Gökay BİLDİK'e,

ve göstermiş olduğu desteklerinden dolayı aileme en içten teşekkürlerimi sunarım.



İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	v
SUMMARY	vi
TEŞEKKÜR	vii
İÇİNDEKİLER	viii
SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ	x
ŞEKİLLER DİZİNİ	xii
TABLolar DİZİNİ	xix
1. GİRİŞ	1
1.1. Tezin Amacı, Katkısı ve İçeriği	2
1.2. Literatür Taraması	3
2. MİNİMUM VARYANS PORTFÖY TEORİSİ	7
2.1. Varlık Getirisi	8
2.1.1. Çeşitlendirme	9
2.1.2. Açığa Satış	10
2.2. Markowitz Modeli	10
3. YÖNTEMLER	12
3.1. Örneklem Kovaryans Matrisi	12
3.2. Eşit Ağırlıklı Portföy	13
3.3. Ledoit-Wolf Büzülme Yöntemi	13
3.4. Rassal Matris Teorisi	14
3.5. Glasso	16
4. SİMÜLASYON ANALİZİ	18
4.1. İstatiksel Performans Ölçümleri	18
4.2. Simülasyon Verileri	19
5. GERÇEK VERİ ANALİZİ	49
5.1. Gerçek Veri Sonuçları	51
6. SONUÇ	89

KAYNAKLAR

93

ÖZGEÇMİŞ

95



SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler ve Açıklamalar Kısaltmalar

w	: Ağırlık Parametresi
$-w$	: Açığa satış Parametresi
Σ	: Kovaryans Matrisi
$\hat{\Sigma}$	: Tahmini Kovaryans matrisi
$\Omega \equiv \Sigma^{-1}$	: Seyrek Matris
ρ	: Seyrekliği kontrol eden ayar parametresi
$ \cdot $	: Determinant
$\text{tr}(\cdot)$	: İz
$\ \cdot\ _1$	: L_1 normu
$\rho_c(\lambda)$	: Özdeğerlerin yoğunluğu
akbnk	: Akbank
alark	: Alarko Holding
bimas	: Birleşim Mağazalar A.Ş
BIST	: Borsa İstanbul
ekgyo	: Emlak Konut GYO
enkai	: ENKA
erbos	: ERBOSAN
eregl	: Erdemir
EW	: Eşit Ağırlıklı Portföy
froto	: Ford Otosan
garan	: Garanti Bankası
gubrf	: GÜBRETAS
halkb	: Halkbank
IMKB	: İstanbul Menkul Kıymetler Borsası
isctr	: Türkiye İş Bankası
karsn	: Karsan
kchol	: Koç Holding

krdmd	: Kardemir Karabük Demir Çelik Sanayi
LW	: Ledoit-Wolf Büzülme Yöntemi
OOS	: Out-of-sample
otkar	: Otokar
pgsus	: Pegasus Hava Yolları
RMT	: Rassal Matris Teorisi
sahol	: Sabancı Holding
sise	: Şişecam
tcell	: Türkcell
thyao	: Türk Hava Yolları
toaso	: TOFAŞ
ttrak	: Türk Traktör
turprs	: TÜPRAŞ
vestl	: Vestel
ykbmk	: Yapı Kredi Bankası

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil No:</u>	<u>Sayfa</u>
3.1: Standart Sapması 0.92 olan $N=5$ varlık ve $T=20$ gün için özdeğerlerin yoğunluk grafiği.	15
3.2: 5 Varlık için glasso yöntemi grafik modeli.	17
4.1: Örneklem kovaryans matrisi portföyünün risk dağılım grafiği ($T=7$ gün için kesikli, $T=10$ gün noktalı eğriler kullanılmıştır).	20
4.2: Örneklem kovaryans matrisi portföyünün risk dağılım grafiği ($T=7$ gün için kesikli, $T=20$ gün noktalı eğriler kullanılmıştır).	20
4.3: Örneklem kovaryans matrisi portföyünün risk dağılım grafiği ($T=10$ gün için kesikli, $T=20$ gün noktalı eğriler kullanılmıştır).	21
4.4: $T=7$ gün için eşit ağırlıklı ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (eşit ağırlıklı portföy için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).	22
4.5: $T=10$ gün için eşit ağırlıklı ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (eşit ağırlıklı portföy için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).	22
4.6: $T=20$ gün için eşit ağırlıklı ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (eşit ağırlıklı portföy için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).	23
4.7: $T=7$ gün için Ledoit-Wolf ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (Ledoit-Wolf için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).	24
4.8: $T=10$ gün için Ledoit-Wolf ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (Ledoit-Wolf için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).	24

4.9:	T=20 gün için Ledoit-Wolf ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (Ledoit-Wolf için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).	25
4.10:	T=7 gün için RMT ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (RMT için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).	26
4.11:	T=10 gün için RMT ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (RMT için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).	26
4.12:	T=20 gün için RMT ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (RMT için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).	27
4.13:	T=7 gün için glasso ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (glasso için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).	28
4.14:	T=10 gün için glasso ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (glasso için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).	28
4.15:	T=20 gün için glasso ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (glasso için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).	29
4.16:	T=7 gün için tüm yöntemlerin portföylerinin risk dağılım grafikleri (gerçek risk için kesikli, ampirik için noktalı eğriler kullanılmıştır).	30
4.17:	T=10 gün için tüm yöntemlerin portföylerinin risk dağılım grafikleri (gerçek risk için kesikli, ampirik için noktalı eğriler kullanılmıştır).	30
4.18:	T=20 gün için tüm yöntemlerin portföylerinin risk dağılım grafikleri (gerçek risk için kesikli, ampirik için noktalı eğriler kullanılmıştır ve kahin risk gri renkle kesikli olarak gösterilmiştir).	31
4.19:	N=5 Varlık ve T=7 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).	32
4.20:	N=5 Varlık ve T=10 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).	32

4.21:	N=5 Varlık ve T=20 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).	33
4.22:	N=5 Varlık ve T=7 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).	33
4.23:	N=5 Varlık ve T=10 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).	34
4.24:	N=5 Varlık ve T=20 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).	34
4.25:	N=5 Varlık ve T=7 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).	35
4.26:	N=5 Varlık ve T=10 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).	35
4.27:	N=5 Varlık ve T=20 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).	36
4.28:	N=10 Varlık ve T=12 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).	36
4.29:	N=10 Varlık ve T=15 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).	37
4.30:	N=10 Varlık ve T=20 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).	37
4.31:	N=10 Varlık ve T=12 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).	38
4.32:	N=10 Varlık ve T=15 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).	38
4.33:	N=10 Varlık ve T=20 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).	39
4.34:	N=10 Varlık ve T=12 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).	39
4.35:	N=10 Varlık ve T=15 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).	40
4.36:	N=10 Varlık ve T=20 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).	40
4.37:	N=20 Varlık ve T=23 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin	41

	risk kutu grafiği (boxplot).	
4.38:	N=20 Varlık ve T=30 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).	41
4.39:	N=20 Varlık ve T=40 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).	42
4.40:	N=20 Varlık ve T=23 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).	43
4.41:	Senaryo sayısı=1000, N=20 Varlık ve T=30 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).	43
4.42:	N=20 Varlık ve T=40 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).	44
4.43:	N=20 Varlık ve T=23 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).	44
4.44:	N=20 Varlık ve T=30 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).	45
4.45:	Senaryo sayısı=100, N=20 Varlık ve T=40 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).	45
5.1:	N=5 varlık ("halkb","akbnk","ykbnk","garan","isctr") T=7 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.	54
5.2:	N=5 varlık ("halkb","akbnk","ykbnk","garan","isctr") T=10 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.	55
5.3:	N=5 varlık ("halkb","akbnk","ykbnk","garan","isctr") T=20 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.	55
5.4:	N=5 varlık ("halkb","akbnk","ykbnk","garan","isctr") T=7 gün için Gross exposure grafiği.	56
5.5:	N=5 varlık ("halkb","akbnk","ykbnk","garan","isctr") T=10 gün için Gross exposure grafiği.	56
5.6:	N=5 varlık ("halkb","akbnk","ykbnk","garan","isctr") T=20 gün için Gross exposure grafiği.	57
5.7:	N=5 varlık ("halkb","akbnk","ykbnk","garan","isctr") T=7 gün için Max Short grafiği.	57
5.8:	N=5 varlık ("halkb","akbnk","ykbnk","garan","isctr") T=10 gün için Max Short grafiği.	58

5.9:	N=5 varlık ("halkb","akbnk","ykbnk","garan","isctr") T=20 gün için Max Short grafiği.	58
5.10:	N=5 varlık ("halkb","akbnk","ykbnk","garan","isctr") T=7 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.	59
5.11:	N=5 varlık ("halkb","akbnk","ykbnk","garan","isctr") T=10 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.	59
5.12:	N=5 varlık ("halkb","akbnk","ykbnk","garan","isctr") T=20 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.	60
5.13:	N=5 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol") T=7 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.	63
5.14:	N=5 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol") T=10 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.	64
5.15:	N=5 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol") T=20 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.	64
5.16:	N=5 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol") T=7 gün için Gross exposure grafiği.	65
5.17:	N=5 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol") T=10 gün için Gross exposure grafiği.	66
5.18:	N=5 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol") T=20 gün için Gross exposure grafiği.	66
5.19:	N=5 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol") T=7 gün için Max Short grafiği.	67
5.20:	N=5 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol") T=10 gün için Max Short grafiği.	67
5.21:	N=5 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol") T=20 gün için Max Short grafiği.	68
5.22:	N=5 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol") T=7 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.	69
5.23:	N=5 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol") T=10 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.	69
5.24:	N=5 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol") T=20 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.	70
5.25:	N=10 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol","pgsus","	73

	eregl","gubrf","tcell","sise") T=12 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.	
5.26:	N=10 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol","pgsus","eregl","gubrf","tcell","sise") T=15 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.	74
5.27:	N=10 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol","pgsus","eregl","gubrf","tcell","sise") T=20 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.	74
5.28:	N=10 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol","pgsus","eregl","gubrf","tcell","sise") T=12 gün için Gross exposure grafiği.	75
5.29:	N=10 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol","pgsus","eregl","gubrf","tcell","sise") T=15 gün için Gross exposure grafiği.	76
5.30:	N=10 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol","pgsus","eregl","gubrf","tcell","sise") T=20 gün için Gross exposure grafiği.	76
5.31:	N=10 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol","pgsus","eregl","gubrf","tcell","sise") T=12 gün için Max Short grafiği.	77
5.32:	N=10 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol","pgsus","eregl","gubrf","tcell","sise") T=15 gün için Max Short grafiği.	77
5.33:	N=10 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol","pgsus","eregl","gubrf","tcell","sise") T=20 gün için Max Short grafiği.	78
5.34:	N=10 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol","pgsus","eregl","gubrf","tcell","sise") T=12 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.	79
5.35:	N=10 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol","pgsus","eregl","gubrf","tcell","sise") T=15 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.	79
5.36:	N=10 varlık ("halkb","bimas","ekgyo","thyao","kchol","pgsus","eregl","gubrf","tcell","sise") T=20 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.	80
5.37:	N= 26 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "isctr", "garan", "krdmd", "froto", "erbos", "karsn", "ttrak", "toaso", "otkar", "enkai", "sahol", "alark", "turps", "vestl", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=30 gün için gerçek veri	84

ağırlıklarının grafiği.

5.38: N= 26 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbk", "isctr", "garan", "krdmd", "froto", "erbos", "karsn", "ttrak", "toaso", "otkar", "enkai", "sahol", "alark", "turps", "vestl", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=35 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği. 84

5.39: N= 26 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbk", "isctr", "garan", "krdmd", "froto", "erbos", "karsn", "ttrak", "toaso", "otkar", "enkai", "sahol", "alark", "turps", "vestl", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=50 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği. 85

TABLÖLAR DİZİNİ

<u>Tablo No:</u>	<u>Sayfa</u>
4.1: Yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oran tablosu.	46
5.1: Hisse Getirilerinin Ortalama, Standart Sapma (günlük ve yıllık), Çarpıklık ve Aşırı Basıklık değerler tablosu.	48
5.2: N=5 varlık T=7, 10 ve 20 gün ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "garan", "isctr") gerçek veri analizi için örneklem içi ve örneklem dışı standart sapma tablosu.	52
5.3: N=5 varlık T=7,10 ve 20 gün ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") portföy istatistikleri.	53
5.4: N=5 varlık T=7,10 ve 20 gün ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") gerçek veri analizi için örneklem içi ve örneklem dışı standart sapma tablosu.	61
5.5: N=5 varlık T=7,10 ve 20 gün ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") portföy istatistikleri.	62
5.6: N=10 varlık T=12,15 ve 20 gün ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") gerçek veri analizi için örneklem içi ve örneklem dışı standart sapma tablosu.	71
5.7: N=10 varlık T=12,15 ve 20 gün ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") portföy istatistikleri.	72
5.8: N=26 varlık T=30,35 ve 50 gün ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "isctr", "garan", "krdmd", "froto", "erbo", "karsn", "ttrak", "toaso", "otkar", "enkai", "sahol", "alark", "turps", "vestl", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") gerçek veri analizi için örneklem içi ve örneklem dışı standart sapma tablosu.	81
5.9: N=26 varlık T=30,35 ve 50 gün ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "isctr", "garan", "krdmd", "froto", "erbo", "karsn", "ttrak", "toaso", "otkar", "enkai", "sahol", "alark", "turps", "vestl", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") portföy istatistikleri.	82

1. GİRİŞ

Getirisi belirsiz (riskli) finansal varlıklara yatırım yapan yatırımcılar için en önemli problemlerden biri, yatırımın ne kadarlık bir kayıp ile sonuçlanabileceğini doğru bir şekilde öngörebilmektir. Belirsiz getirili varlıkların performanslarının ve olası kayıplarının belli bir risk ölçüsü üzerinden sayısallaştırılması amacıyla olasılık teorisini kullanan birçok yöntem geliştirilmiştir. Yatırım yapılan varlıkların çeşitlendirilmesi (diversification) riskin azaltılmasının en bilinen yoludur. Çeşitlendirme farklı varlıklardan oluşan bir portföye yatırım yapılması anlamına gelmektedir. Portföye dâhil edilecek varlıklar belirlendikten sonraki karar problemi portföydeki her varlığın ne kadar ağırlığa sahip olması gerektiğidir. Her varlığın eşit ağırlığa sahip olması ilk akla gelen ve en basit çözümdür. Ancak eşit ağırlık seçmek yerine, en düşük riskli portföyü elde etmek için ağırlıkları optimize etmek bir diğer başvurulacak yoldur. Bu amaçla Markowitz'in 1952 yılında geliştirmiş olduğu yöntem hala güncelliğini korumaktadır ve bu yöntemde Markowitz portföy riskinin standart sapma (veya varyans) ile temsil edildiğini varsaymış ve portföy varyansını minimize eden portföy ağırlıklarının analitik formülünü elde etmiştir. Bu formülde tek bilinmeyen istatistiksel parametre kovaryans matrisidir. Kovaryans matrisi varlıkların birbirleri ile olan ilişkilerini yansıtmaktadır. Bu matrisin bilinmesi mümkün olmadığından geçmiş veri kullanılarak tahmin edilmesi zorunludur. Kovaryans matrisi doğru bir şekilde tahmin edilmediği takdirde Markowitz formülü ile yanlış ağırlıklar hesaplanacak ve gerçekte ortaya çıkacak olan portföy riski teorik minimum riskten çok daha yüksek olabilecektir. Öyle ki bazı durumlarda optimize edildiği düşünülen portföyün riski eşit ağırlıklı portföyün riskinden bile daha yüksek olabilmektedir [1].

Kovaryans matrisinin tahmin hatasının azaltılması için yapılması gereken, her istatistiksel tahmin probleminde olduğu gibi, örneklem büyüklüğünü arttırmaktır. Bunun anlamı daha fazla sayıda geçmiş veri kullanmak yani olabildiğince bugünden uzak geçmişe bakmaktır. Ancak finansal piyasaların dinamik yapıları, durağan olmayan zaman serileri ile karşılaşmamıza sebebiyet vermektedir. Dolayısıyla, varlıkların oynaklıkları (standart sapmaları) ve birbirleriyle olan ilişkileri (korelasyonları) zamanla değişim gösterebilmektedir. Sonuç olarak en güncel kovaryans matrisinin tahmin edilmesi için geçmiş veri büyüklüğünün en az tutulması

tercih edilmektedir. Bu durumda ise yine ilk başta bahsedilen tahmin hatası problemi ile karşı karşıya kalınması kaçınılmazdır.

Kovaryans matrisini az veriyle (yani varlık sayısına yakın sayıda veriyle) tahmin ederken ortaya çıkan hatayı azaltabilecek bazı yöntemler geliştirilmiştir. Laloux vd.'nin 1999'da geliştirmiş olduğu yöntem rassal matris teorisine (RMT), Ledoit-Wolf'un 2004'de geliştirmiş olduğu yöntemleri Ledoit-Wolf büzülme teorisine, Torri vd.'nin 2019'da geliştirmiş oldukları yeni yöntemi ise psikometride çokça kullanılan glasso tekniğine dayanmaktadır. Ledoit-Wolf tekniği örneklem kovaryans matrisini yeniden yapılandırılmış tahmin ediciye doğru büzer ve bu yüzden "büzülme" teorisi olarak adlandırılmaktadır. Rassal matris teorisi ve glasso yöntemlerinin ortak özelliği seyrek (sparse) matrisler tahmin edilebilmesini sağlamaktır. Tahmini kovaryans matrisinin seyrek olması gerçekte var olmayan ilişkilerin elimine edilerek tahmin hatasının azaltılmasını mümkün kılmaktadır. Bu yöntemlerinin performansının ölçülmesi için iki yol vardır: Simüle edilmiş veriler ile denemeleri veya gerçek tarihsel veriler üzerinde uygulanmalarıdır.

1.1. Tezin Amacı, Katkısı ve İçeriği

Markowitz modelinde kovaryans matrisinin tahmini yapılırken hata payı çok yüksek olmaktadır ve bu hata payını azaltmak için birçok yöntem geliştirilmiştir. Ancak kovaryans matrisi tahmin yöntemleri genel bir kuram içerisinde oluşturulmuştur ve bütün piyasalarda en iyi sonucu verip vermeyeceğini bilmek mümkün değildir. Ledoit-Wolf yöntemi özellikle tahmin süresinin (T) varlık sayısına (N) oranının büyük olduğu veri kümeleri için tahmin hatalarını azalttığı bilinirken, RMT yönteminde bu durum tam tersidir ve tahmin süresinin (T) varlık sayısına (N) yakın olduğu durumlarda tahmin hatasını azaltmaktadır. Bu yüzden farklı ülke piyasalarında en iyi sonucu veren yöntem farklılık gösterebilir. Borsa İstanbul (BİST30)'da işlem gören hisselerin portföyleri için yukarıda bahsi geçen yöntemleri deneyip performanslarını karşılaştıran bir çalışma mevcut değildir. Çalışkan'ın 2010 da yapmış olduğu ve Toraman ve Yürük'ün 2014 deki çalışmasının amaçları riski azaltmaya dönük çalışmalardır, ancak kovaryans matrisinin tahmininin iyileştirilmesine yönelik sadece bir çalışma mevcuttur. Tuna'nın 2012 de yapmış

olduğu bu çalışmada sadece Ledoit-Wolf'un büzölme yöntemini uygulamış ve klasik örneklem kovaryans yöntemi ile mukayese etmiştir.

Bu alandaki literatürde son yıllarda gerçekleştirilen ilerlemenin henüz BİST(30) verisi ile değerlendirilmemiş olması önemli bir eksikliktir. Türkiye gibi dinamik piyasa koşullarına sahip ülkelerin borsalarında kovaryans matrisi tahmin yöntemlerinin ne kadar başarı göstereceği tez için ele aldığımız ana araştırma sorumuzdur. Literatürdeki çalışmaların bir diğer eksikliği de çalışmaların simülasyon kısımlarında yöntemlerin ortalama değerler üzerinden karşılaştırılmasıdır.

Tezdeki birincil amacımız kovaryans matrisi tahmini için geliştirilmiş olan eski ve yeni yöntemlerin BİST verisi ile denenip performanslarının karşılaştırılmasıdır. İkinci amacımız ise yöntemlerin simülasyon ile değerlendirilmesinde sadece ortalama riskler üzerinden değil risklerin olasılık yoğunlukları üzerinden bir karşılaştırma yapmaktır. Çünkü risklerin olasılık yoğunluk fonksiyonları üzerinden karşılaştırılmaları daha doğru yorumlanabilir sonuçlar elde etmemiz açısından oldukça önemlidir. Ortalama değerler sadece dağılımın merkezini gösterirken, risklerin tahmin hatasından kaynaklı olarak ne kadar büyük uç değerler alabileceği (ve ne sıklıkla bu uç değerlere varacağı) ancak histogramlar veya yoğunluk fonksiyonu grafikleri ile ortaya konabilir. Bu yüzden yöntemlerin simülasyon ile sınanmasının yöntemlerin güçlü ve zayıf yönlerinin daha iyi anlaşılması açısından eğitici ve yol gösterici olacaktır.

1.2. Literatür Taraması

Markowitz minimum varyans portföy çalışmasıyla birlikte tek dönem yatırım teorisinin temelini oluşturmuştur. Bu teori Markowitz modeli olarak tanımlanmaktadır. Model, genel olarak riskli varlıklar esas alarak beklenen getiri oranı ile portföydeki getiri oranının varyansı arasındaki ilişkiyi değerlendirmektedir. Yatırımcının belli bir risk seviyesini kabul ettiğini ve beklenen maksimum getiriyi sunan menkul kıymetler arasında çeşitlendirme yaparak portföyde ki riski minimize ederek yatırım yaptığını varsaymaktadır. Markowitz modelinde, her bir portföye tahsis edilecek yatırımın servet oranlarını seçer. Bu seçimden elde edilen portföy ağırlıkları için en uygun portföy oluşturulmaktadır. Portföy seçimi yaparken tahmini

kovaryans matrisi ile optimal ağırlıkları basit bir analitik çözümle elde etmektedir [2].

Ledoit-Wolf 2004'te yayınlamış olduğu makalesinde, portföy optimizasyonu için örnek kovaryans matrisini kullanmaması gerektiğini savunmuş ve bunun yerine dönüşüm yoluyla elde ettiği ve büzülme adını verdiği örnek kovaryans matrisinin kullanılmasını önermiştir. Önerdiği modelde Markowitz modelinde oluşan uç değerleri merkezi değerlere çektiğini ve tahmin hatasını sistematik olarak azalttığını belirtmiştir [3].

Laloux vd. 2009'da yayınlamış oldukları makalede T uzunluğundaki N varlık göz önüne alındığında, T, N'ye kıyasla çok büyük değilse, korelasyon matrisinin büyük oranda gürültü içerdiği tespit etmiştir ve bu nedenle ampirik korelasyon matrisinin büyük ölçüde rastgele olması beklenmektedir. Finansal zaman serilerinde korelasyon matrisinin en küçük özdeğerleri gürültüye en duyarlı olan özdeğerlerdir. Markowitz teorisinde ise en az riskli portföyleri belirleyen özvektörler, bu en küçük özdeğerlere sahiplerdir. Markowitz'in korelasyon matrisinin tamamen tarihsel bir belirlemesine dayanan portföy optimizasyon şemasının, en düşük özdeğerleri (en küçük risk portföylerine karşılık gelen) gürültünün baskın olması nedeniyle yeterli olmadığını yaptığı çalışmada göstermiştir. RMT yaklaşımında ise, korelasyon matrisinde bizi gerçek sonuca götürecek olan özvektörlerini ve özdeğerlerini, bizi yanlış sonuca götürecek olan ve zaman içerisinde kararsız olanlardan ayırt etmektedir [4].

Torri vd.'nin 2019'da yayınlamış oldukları makaledeki yeni yöntemi ise psikometride çokça kullanılan glasso tekniğine dayanmaktadır. Grafikselsel lasso, kovaryans matrisinin tersinin yani hassas matrisindeki sıfırların sayısını kontrol etmek için L_1 düzenlileştirmeyi kullanan seyrek yönlendirilmemiş grafik modelidir. Glasso bazı katsayıları küçültürken, diğerlerini sıfır yapmaya çalışarak, yorumlanabilir modeller vermektedir. Modelde, kısmi korelasyonlar ile korelasyon matrisinin tersi arasındaki ilişkiden yararlanmaktadırlar ve herhangi iki değişkenin bağımsızlığının bir ölçüsü olarak kısmi korelasyonları kullanırlar [5].

Çalışkan 2010'da yapmış olduğu çalışmada BIST üzerindeki hisse senetlerine yapılan yatırımlardaki riski minimize etmeye çalışmıştır. Bunu gerçekleştirmek için de Markowitz ortalama varyans modelinin devamı niteliğinde olan Black-Litterman modelinden faydalanmıştır. Her iki modelde oluşturmuş olduğu portföylerin karşılaştırılmasını yapmıştır. Çalışmanın sonucunda ise yatırımcıların önlerinde

bulunan dönemdeki beklentileri alçalan bir piyasaya Markowitz modelini kullanmalarını ve piyasa ile ilgili beklentileri durağan, dalgalı ya da yükselen bir piyasaysa yatırımcıların Black-Litterman modeli kullanarak oluşturdukları portföye yatırım yaparak daha yüksek kazanç elde edecekleri sonucuna varmıştır [6].

Toraman ve Yürük 2014'te yapmış oldukları çalışma da BIST endeksinde işlem gören şirketlerin haftalık olarak düzeltilmiş getirilerini kullanarak kovaryans matrisini elde ederek Markowitz kuadratik programlama tabanlı modelleme ile optimal portföy seçimi için modelleme yapmışlardır. Çalışma sonucunda ise yatırımcıların risk üzerindeki davranışlarını incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda ise yatırımcıların risk karşısındaki davranışına göre etkin sınır üzerinde yer alan portföylerin daha fazla getiri getireceğini gözlemlemişlerdir [7].

Tuna'nın 2012'de yapmış olduğu çalışmada İMKB'de işlem gören tüm hisse senetlerinin günlük kapanış fiyatlarını kullanarak Ledoit-Wolf büzülme ve örneklem kovaryans matrisi yöntemiyle optimal portföy seçimi yaparak, kovaryans matrisi tahmininin portföylerin riski üzerindeki etkilerini incelemiştir. Araştırma sonucunda Ledoit-Wolf büzülme yönteminin her yatırımda en düşük riske sahip portföy seçimini yaparken, örneklem kovaryans matrisi yönteminden daha iyi seçim yaptığı sonucuna ulaşmıştır. Ancak örneklem kovaryans matrisi açığa satış durumunu daha iyi yöneterek, en az riskli portföyleri seçmede daha başarılı olduğu sonucuna ulaşmıştır [8].

Kardiyen 2007'deki çalışmasında optimal portföy seçimi yaparken, temelinde doğrusal programlama probleminin çözümü ile elde edilen Ortalama Mutlak Sapma modelini ele almıştır. Fakat Ortalama Mutlak Sapma modeli üzerinde çalışma yapmakta olduğumuz kovaryans matrisini göz ardı etmektedir ve bu nedenle birçok tahmin hatasına yol açmaktadır [9].

Topal ve İlarıslan 2009'daki çalışmasında BIST30 endeksinde yer alan hisse senetlerinin günlük getirilerini hesaplayarak Markowitz modelini referans olarak eşit ağırlıklı portföy yöntemiyle bir portföy oluşturmuşlardır. Oluşturdukları portföylerin en az riskli olması için gereken ağırlıkları Excel çözücü ortamında yeniden belirleyerek, yeniden hesapladıkları ağırlıkları ile yeni bir portföy oluşturmuşlar ve bu portföyün etkin sınır ve risksiz getiri arasındaki ilişkisini geometrik olarak değerlendirmişlerdir. Çalışma sonucunda ise Excel çözücü ile oluşturdukları portföyün Tanjant portföyü olduğu sonucuna ulaşmışlardır [10].

Zerey ve Terzi 2015'deki araştırmalarında BIST-30 endeksinde yer alan hisse senetlerinin haftalık ve günlük kapanış fiyatlarının normal dağılımına uygunluğunu test etmişlerdir. İlk olarak R programında hisse senetlerinin tek tek normal dağılımına uygunluğunu Jorgu-Bera testi ile sınayarak test sonuçlarını Finnet Portfolio Advisor programıyla değerlendirmişlerdir. Bu doğrultuda yatırımın sadece hangi hisse senedi üzerinde yoğunlaşması gerektiği üzerinde bir çalışma yapılmıştır ve BIST30'daki hisse senetlerinin yarısından fazlasının normal dağılıma uymadığı tespit edilmiş ve maksimum getiriye sağlayan hisse senedi Erdemir (eregl), minimum riskli hisse senedi Doğan şirketler Grubu Holding A.ř. (dohol) olarak bulunmuştur [11].

Cevizci 2016'daki çalışmasında BIST'30 işlem gören hisse senetleri üzerinden Markowitz modeli, büzülme optimizasyonu ve Black-Litterman optimizasyon modeli kullanarak oluşturmuş olduğu portföylerin performanslarını karşılaştırmıştır. Markowitz modeli maksimum fayda sağlamış olsa da, hisselerin açığa satış oranı çok yüksek çıkmıştır. Büzülme optimizasyonunda açığa satış kısıtlanmış olsa da tamamen ortadan kaldırılmamıştır ve Black-Litterman modelinde açığa satış tamamen yasaktır. Fakat açığa satışın, portföyün performansını önemli ölçüde artırdığı tespit edilmiş, bundan dolayı da en düşük fayda Black-Litterman modeliyle elde edilmiştir [12].

2. MİNİMUM VARYANS PORTFÖY TEORİSİ

Yatırım yaparken yatırımcının ilk sermayesi bellidir, ancak yatırımdan kazanabileceği ya da kaybedebileceği tutar belirsizdir. Böyle bir durumda Markowitz minimum varyans portföy çalışması tek dönem yatırım teorisinin temelini oluşturmaktadır. Model, beklenen getiri oranı ile portföydeki getiri oranının varyansı arasındaki ilişkiyi değerlendirmektedir. Markowitz modeli esas olarak riskli varlıklar mevcut olduğunda kullanılır. Yatırımcının belirli bir risk seviyesi için beklenen maksimum getiriyi sunan bir menkul kıymet portföyünü tercih ettiğini varsayar [13].

Menkul kıymetler için, standart sapmalar ve getiri korelasyonları göz önüne alındığında, minimum varyans portföy teoremi, her bir portföye tahsis edilecek yatırımın servet oranlarını seçer. Bu seçimden elde edilen öngörülen portföy ağırlıkları için en uygun portföy seçilir [14].

Markowitz'in minimum varyans portföy çalışmasında hem yatırımcının fonlarını maksimum getiriyi sağlayan menkul kıymetler arasında çeşitlendirmesi gerektiğini hem de beklenen getiriyi maksimize etmesi gerektiğini varsayar. Çeşitlendirme yoluyla risk minimizasyonu fikri, modern portföy teorisinin temel taşıdır. Minimum varyans modelinin hala yaygın olarak kullanılıyor olmasının ana nedeni, çeşitlendirme fikrinin basitliği ve akla yatkınlığı, yöntemin sadece kovaryans matrisi tahminine ihtiyaç duyması ve optimal ağırlıkların basit bir analitik çözüme sahip olmasıdır. Ayrıca Markowitz'in yöntemi, son yıllardaki yeni yaklaşımların büyük çoğunluğu için de dayanak oluşturmaktadır [5].

Markowitz'e göre yatırımcı riskten kaçınma eğilimindedir yani riskten kaçınan bir yatırımcı daha yüksek getiriyi sever, ancak daha yüksek riskten korkar. Risk ve getiri negatif korelasyona sahiptir. Markowitz, riski birçok şekilde tanımlamaktadır; fakat bunlardan en önemlisi standart sapmadır. Fayda fonksiyonunu maksimize ederek, yatırımcı getirisini maksimuma çıkarırken, riski minimuma düşürmektedir. Bu nedenle portföyün toplam riskinin azaltılması için birbiriyle negatif korelasyona sahip varlık getirileri seçilmelidir [2].

2.1. Varlık Getirisi

Yatırım araçlarından biri olan ve alınıp satılabilen yatırım sermayesine varlık denir. Elimizde ki sınırlı varlıklardan en iyi şekilde yararlanmak ve karımızı maksimuma çıkarmak isteriz. Bir varlık satın aldığımızı ve bir yılın sonunda ise bu varlığımızı sattığımızı varsayarsak, satın aldığımız miktarın yatırım yaptığımız miktara bölümünden toplam getirimizi hesaplayabiliriz. Bu da bize toplam getirimizin ne kadar olduğunu verir. Nihayetinde toplam getiriden yaptığımız yatırımın ne kadar verimli olduğunu görebiliriz.

$$\text{Toplam Getiri Oranı } (r) = \frac{(X_1) - (X_0)}{(X_0)} \quad (2.1)$$

X_0 yatırılan miktar ve X_1 yatırılan miktarı temsil etmektedir.

Portföy, borsada işlem gören fonlar, hisse senetleri, tahviller, emtialar, nakit, döviz altın ve benzerleri gibi finansal yatırım araçlarının yani varlıkların toplam değerini ifade etmektedir. Portföy getirisi ise her bir varlığın getirisi ile varlık ağırlıklarının çarpımlarının toplamıyla elde edilir.

$$\text{Portföy Getirisi oranı } (r) = \sum_{i=1}^N w_i r_i \quad (2.2)$$

$$\text{Ağırlık koşulu} = \sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (2.3)$$

Portföy getirisinin varyansı ise aşağıdaki denklemle bulunmaktadır.

$$\sum_{i,j=1}^N w_i w_j \sigma_{ij} \quad (2.4)$$

Burada w_i i. varlık ağırlığı, σ_{ij} i ve j. varlığın kovaryansını, r_i i. varlığın getirisi oranını temsil etmektedir.

Ayrıca 2.4’de ki formülü vektör matris şeklinde yazmamız mümkündür.

$$w' \Sigma w \quad (2.5)$$

2.4’deki denklemle 2.5’deki denklem aynı sonucu vermektedir. Aşağıda iki denkleminde aynı sonuç verdiği küçük bir örnekle açıklanmıştır.

N=2 varlık olduğunu ve varlıkların ağırlıklarının $w_1 = 0.3$, $w_2 = 0.7$ ve kovaryansının $\sigma_{12} = 0.15$ olduğunu varsayalım.

Denklem 2.4 için;

$$i = 1 \text{ için } 0.3 * 0.3 * 1 + 0.3 * 0.7 * 0.15$$

$$i = 2 \text{ için } 0.3 * 0.7 * 0.15 + 0.7 * 0.7 * 1$$

Portföy getirisinin varyansı $0.3 * 0.3 * 1 + 0.3 * 0.7 * 0.15 + 0.3 * 0.7 * 0.15 + 0.7 * 0.7 * 1 = \mathbf{0.643}$ olarak bulunur.

Denklem 2.5 için;

$$w' = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.7 \end{bmatrix}, \Sigma = \begin{bmatrix} 1 & 0.15 \\ 0.15 & 1 \end{bmatrix}, w = [0.3 \quad 0.7],$$

Portföy getirisinin varyansı $\begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.7 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0.15 \\ 0.15 & 1 \end{bmatrix} * [0.3 \quad 0.7] = \mathbf{0.643}$ olarak bulunur.

Böylece denklem 2.4 ve 2.5’in bize aynı sonuç verdiğini gördük.

2.1.1. Çeşitlendirme

Yatırımcı, yatırımının beklenen getirisini maksimize etmek ister. Fakat beklenen getiriler genellikle risk içermektedir. Riski minimize etmenin en basit yolu ise yatırım yaptığımız portföyleri çeşitlendirmektir. Çünkü iki veya daha fazla menkul kıymetin aynı değere sahip olduğunu varsayarsak, bunlardan herhangi biri veya kombinasyonu da diğerleri kadar iyidir. Yani yatırımcının portföyleri maksimum beklenen getiriyi sağlayan menkul kıymetler arasında çeşitlendirmesi gerekmektedir. Üzerinde çalışma yaptığımız yöntemler genel olarak yatırımcının

beklenen getiriye maksimize ederken portföyleri çeşitlendirmesi gerektiği mantığıyla çalışmaktadır. Menkul kıymetlerden elde edilen getiriler birbiriyle çok ilişkilidir. Bu yüzden çeşitlendirme, tüm riskleri ortadan kaldıramaz sadece minimize edebilir. Maksimum beklenen getiriye sahip portföy, mutlaka minimum varyansa sahip olan portföy değildir. Çeşitlendirme yaparken üzerinde durulması gereken diğer bir konu ise çeşitlendirme yapacağımız menkul kıymetlerin sayısı değil, aynı zamanda aynı endüstride ki firmalar arasında çeşitlendirme yapmamamız gerektiğidir. Kendi aralarında kovaryansları yüksek olan menkul kıymetlere yatırım yapmamalı, farklı endüstriler arasında çeşitlendirme yapmalıyız. Çünkü herhangi bir durumdan dolayı, farklı endüstrilerdeki firmalar zıt yönlü olarak etkilenmektedirler [2].

2.1.2. Açığa Satış

Bize ait olmayan bir varlığı açığa satış yaparak satmamız mümkündür. Aracı firma gibi varlığa sahip birisinden bu varlığı ödünç alırız. Ödünç aldığımız bu varlığı getirisinin çok olacağını düşündüğümüz zaman yani yüksek fiyattayken satarız. Belli bir zaman sonra varlık fiyatı düştüğü zaman tekrar satın alarak ödünç aldığımız varlığı yerine koyarız. Arada ki fark kadar kar elde etmiş oluruz.

Açığa satış aslında kar getiren bir yöntem olarak görünse de, birçok yatırımcı tarafından oldukça riskli kabul edilmektedir. Varlık değerleri ülke durumuna bağlı keyfi olarak artıp azalabilmektedir. Ödünç alarak sattığımız varlığın değeri artabilir, bu nedenle kayıp da artacaktır. Evrensel olarak açığa satış yasak değildir fakat bazı finansal kurumlarda açığa satış oldukça tehlikeli bir yöntem olarak kabul edildiği için yasaklanmıştır. Bu nedenle açığa satış yapabilmek için varlığın açığa satış yapılmasına izin vermesi gerekmektedir. Bu çalışma da kovaryans matrisinin tahmini buna dayalı olarak en iyi sonuca götürecek olan ağırlıklar hesaplanmaktadır ve varlıkların ağırlıklarının negatif olması durumunda ($w_i < 0$) açığa satış yaptığımızı göstermektedir.

2.2. Markowitz Modeli

Markowitz problemi, tek dönemli yatırım teorisinin temelini oluşturmaktadır. Problemden, portföydeki beklenen getiri oranı ile getiri oranının varyansı arasındaki

dengeyi en yalın haliyle göstermektedir. Denklem 2.5 portföy getirisinin varyansını vermektedir.

N adet riskli varlık içeren bir portföy için varyans minimizasyon problemi aşağıdaki gibidir:

$$\min_w \quad w' \Sigma w \quad (2.6)$$

$$s. t \quad 1'w = 1 \quad (2.7)$$

Burada $\Sigma \in (N \times N)$ getirilerin kovaryans matrisini, $w \in (N \times 1)$ varlıkların ağırlık vektörünü, $1 = (1, \dots, 1) \in (N \times 1)$ birim vektörünü ifade etmektedir.

$$w_{MV} = \frac{\Sigma^{-1} 1}{1' \Sigma^{-1} 1} \quad (2.8)$$

Burada w_{MV} optimal minimum varyans portföyünün ağırlıklar vektörüdür.

Σ bilinmediğinden, ağırlıkları elde etmek için bir $\hat{\Sigma}$ tahmini hesaplanması gerekmektedir. Tahmini matrisin tersinin alınmasıyla en uygun portföy seçimi için optimal ağırlıkların tahminine ulaşılır.

$$\hat{w}_{MV} = \frac{\hat{\Sigma}^{-1} 1}{1' \hat{\Sigma}^{-1} 1} \quad (2.9)$$

Markowitz'in minimum varyans portföyleri, girdi tahminlerindeki tahmin hatasına duyarlılık nedeniyle, gerçekçi olmayan ağırlıklara, açığa satışlara ve örneklem dışı özelliklere yol açmasından dolayı eleştirilere maruz kalmıştır. En önemli eleştirilerden biri, kovaryans matrisinin tersini girdi olarak kullanmasından dolayı, gerçek kovaryans matrisine yakınsama oranının yavaş olmasıdır. Sonuç olarak, sonlu örnek tahmini, özellikle kısa zaman serilerinde tahmin edilen büyük boyutlu matrisler için, gerçek kovaryans matrisine kıyasla daha yüksek bir özdeğer dağılımına yani varlıklarının yüksek varyansa sahip olduğunun göstergesidir [5].

3. YÖNTEMLER

3.1. Örneklem Kovaryans Matrisi

Portföy seçimi yaparken yaygın olarak kullanılan yöntem Markowitz Modeli olup, kovaryans matrisinin tersinin tahmin edilmesinde kullanılan en basit yöntemlerden birisi Örneklem kovaryans matrisidir. Bu yöntem basitliği ve hiçbir programa ihtiyaç duyulmadan uygulanabilir olmasından dolayı tercih edilmektedir. Fakat örneklem kovaryans matrisi tahmin hatasının fazlalığından dolayı örneklem sayısı küçük olduğunda tercih edilmektedir. Örneklem sayısı büyüdüğünde ve tahmini zaman periyodundan büyük olduğunda tahmini olarak bulunan kovaryans matrisinde, hata payı çok yüksek olmaktadır [15].

Örneklem kovaryans matris tahmin edicisi şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$S = \frac{1}{t-1} \sum_{\tau=1}^t (X_{\tau} - \bar{X})(X_{\tau} - \bar{X})' \quad (3.1)$$

Burada t tahmin süresinin uzunluğudur. X_{τ} τ zamanında varlık getirilerinin çok değişkenli vektörüdür ve $\bar{X}$ varlık için ortalamalama getiri vektörüdür. Bu tahmin edici, zaman periyodu uzunluğunun sayısına yakın sayıda varlık içeren veri kümeleri üzerinde hesaplandığında, gerçek kovaryans matrisine kıyasla daha büyük bir özdeğer dağılımına sahip olmaktadır ve bu da tahmini kovaryans matrisinin kötü koşullu olmasına neden olur. Basit bir şekilde ifade etmek gerekirse, özellikle mevcut geçmiş getiri gözlemlerinin sayısına göre, incelenen hisse senedi sayısı büyük olduğunda, örnek kovaryans matrisi büyük bir hatayla tahmin edilir. Örneklem kovaryans matrisinin gerçek kovaryans matrisine yakınsama hızı oldukça yavaştır [15].

3.2. Eşit Ağırlıklı Portföy

Eşit ağırlıklı (equal weights, EW) portföy’de herhangi bir optimizasyon ve kovaryans matrisinin tahmini yapılmamaktadır ve riski minimize etmek zordur. Bu yöntemde tahmin yaparken geçmiş verileri yok sayar. Verilerin kullanılmamasından dolayı sıfır korelasyon ve eşit varyans varsayılır, bu yüzden genellikle parametrelerin ciddi şekilde öngörülemez olması durumunda kullanıma uygundur. N adetli riskli varlığın her birinde portföy ağırlıkları $w_t^{ew} = \frac{1}{N}$ olur [1].

3.3. Ledoit-Wolf Büzülme Yöntemi

Ledoit-Wolf’un (LW) büzülme metodolojisi, Ledoit ve Wolf tarafından 2004 yılında önerilen bir yöntemdir. LW büzülme metodolojisinin, özellikle tahmin süresinin varlık sayısına oranının büyük olduğu veri kümeleri için tahmin hatalarını azalttığı bilinmektedir. Ledoit-Wolf büzülme teorisi, örneklem kovaryans matrisinin S ve Σ^T ile sembolize edilen yapılandırılmış bir tahmin edici ile dışbükey doğrusal kombinasyonunu, yani;

$$\Sigma^{LW} = \alpha S + (1 - \alpha) \Sigma^T \quad (3.2)$$

hesaplayarak örnek kovaryans matrisi ile yapılandırılmış tahmin edici arasında bir orta değer hesaplar. Burada α katsayısı, 0 ile 1 arasında bir sayıdır. Bu teknik, örneklem kovaryans matrisini yeniden yapılandırılmış tahmin ediciye doğru 'büzdüğünden' büzülme olarak adlandırılır. α katsayısı da büzülme sabiti olarak adlandırılmaktadır. Σ^T yapılandırılmış tahmin edicisi, tüm ikili korelasyonları aynı ve örneklem korelasyonlarının ortalamasına eşit olan sabit bir kovaryans matrisi olarak kabul edilmektedir [3].

Örneklem kovaryans matrisinin (4x4) aşağıdaki gibi olduğunu varsayalım.

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0.223 & -0.0473 & -0.173 \\ 0.223 & 1 & 0.492 & -0.201 \\ -0.0473 & 0.492 & 1 & 0.460 \\ -0.173 & -0.201 & 0.460 & 1 \end{bmatrix}$$

Yapılandırılmış tahmin edici ise aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\Sigma^T = \begin{bmatrix} 1 & 0.1257 & 0.1257 & 0.1257 \\ 0.1257 & 1 & 0.1257 & 0.1257 \\ 0.1257 & 0.1257 & 1 & 0.1257 \\ 0.1257 & 0.1257 & 0.1257 & 1 \end{bmatrix}$$

Yani, ikili korelasyonları aynı ve örneklem korelasyonlarının ortalamasına eşit olan sabit bir kovaryans matrisi elde edilmektedir.

3.4. Rassal Matris Teorisi

Markowitz'in minimum varyans teorisinin temel taşlarından biri olan kovaryans matrisinin incelenmesi finansta uzun bir geçmişe sahiptir. Kovaryans matrisinin incelenmesinde kullanılan yöntemlerden birisi de Rastgele Matris Teorisidir. Rastgele Matris Teorisi (RMT) finansal piyasaları analiz etmek için kullanılmış ve modellenmiştir. RMT ampirik olarak belirlenen korelasyon matrisine (C) uygulanır. T uzunluğundaki N varlık göz önüne alındığında, T, N'ye kıyasla çok büyük değilse, korelasyon matrisinin büyük oranda gürültü içerdiği tespit edilmiş ve bu nedenle ampirik korelasyon matrisinin büyük ölçüde rastgele olması beklenmektedir. Finansal zaman serilerinde korelasyon matrisinin en küçük özdeğerleri gürültüye en duyarlı olan özdeğerlerdir. Markowitz teorisinde ise en az riskli portföyleri belirleyen özvektörler, bu en küçük özdeğerlere sahiplerdir. RMT yaklaşımı, korelasyon matrisinde bizi gerçek sonuca götürecek olan özvektörlerini ve özdeğerlerini, bizi yanlış sonuca götürecek olan ve zaman içerisinde kararsız olanlardan ayırt etmektedir [4].

Ampirik (örneklem) korelasyon matrisi C, $\delta x_i(t)$ fiyat değişimlerinin zaman serisinden (burada i varlığı ve t zamanı temsil eder) aşağıdaki denklem aracılığıyla oluşturulur:

$$C_{ij} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \delta x_i(t) \delta x_j(t) \quad (3.3)$$

Sembolik olarak denklemi $C = \frac{1}{T}MM'$ olarak yazabiliriz, burada M bir $N \times T$ boyutlu dikdörtgen matristir. Ele aldığımız varlıkların zaman içerisindeki getirilerinin özdeş ve bağımsız rassal değişkenler olduğu varsayımı altında C'nin özdeğerlerinin yoğunluğu $\rho_C(\lambda)$ şu şekilde tanımlanır:

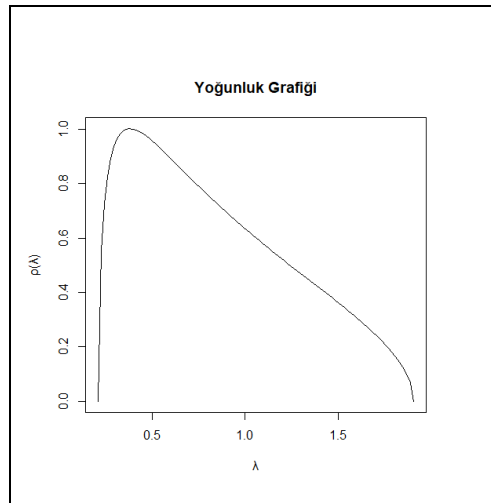
$$\rho_C(\lambda) = \frac{1}{N} \frac{dn(\lambda)}{d\lambda} \quad (3.4)$$

Burada $n(\lambda)$, C'nin λ 'dan küçük özdeğerlerinin sayısıdır. Eğer, M bir $N \times T$ rassal matrisiye, $Q=T/N \geq 1$ sabit olacak şekilde $N \rightarrow \infty$, ve $T \rightarrow \infty$ limitinde, $\rho_C(\lambda)$ yoğunluğu şu şekilde yazabiliriz:

$$\rho_C(\lambda) = \frac{Q}{2\pi\sigma^2} \frac{\sqrt{(\lambda_{max}-\lambda)(\lambda-\lambda_{min})}}{\lambda} \quad (3.5a)$$

$$\lambda_{min}^{max} = \sigma^2(1 + \frac{1}{Q} \pm 2\sqrt{1/Q}) \quad (3.5b)$$

Burada $\lambda \in [\lambda_{min}, \lambda_{max}]$ ve σ^2 M'nin elemanlarının varyansına eşittir. Şekil 3.1'de örnek bir $\rho_C(\lambda)$ yoğunluk fonksiyonu verilmiştir.



Şekil 3.1: Standart Sapması 0.92 olan N=5 varlık ve T=20 gün için özdeğerlerin yoğunluk grafiği.

Şekil 3.1 denklem 4.4 kovaryans matrisine sahip ve denklem 4.5'de ki günlük standart sapmaya sahip verilerin özdeğerlerinin yoğunluk grafiğidir .

Bir rassal matris için tüm özdeğerler $[\lambda_{min}, \lambda_{max}]$ aralığı içinde olmalıdır. Herhangi bir özdeğer λ_{max} 'tan büyükse bu özdeğerin bizi doğru sonuca götürdüğü varsayılır ve sinyal olarak kabul edilir. Daha sonra kovaryans matrisini λ_{max} 'tan büyük bu özdeğerleri koruyup λ_{max} 'tan küçük özdeğerleri, özdeğerlerin ortalamalarıyla değiştirerek tahmin ederiz [4]:

$$\hat{\Sigma}_{RMT} = V \Lambda_{RMT} V' \quad (3.6)$$

Burada V , örneklem kovaryans matrisinin özvektörlerini temsil eder ve Λ_{RMT} , sıralı özdeğerlere sahip köşegen matristir; burada λ_{max} 'dan küçük özdeğerler ortalamalarıyla değiştirilir ya da görmezden gelinir [16] .

3.5. Glasso

Grafik modeller, çeşitli alanlarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Gauss Grafik modeller (GGM), veri kümesindeki bir dizi değişkenin alt küme seçimindeki ağ yapısını yakalayarak arasındaki ilişkileri görselleştirmek ve bu ilişkileri yorumlamak için en önemli yöntemlerden biridir. Geleneksel yöntemler kullanılırken alt küme seçim yöntemlerinin tahmininin yanıltıcı olduğu kabul edilerek, yeni yöntem olarak glasso önerilmiştir. Bir Gauss grafik modelini tahmin etmek için kullanılan formülasyon, her gözlemin aynı dağılımdan alındığını yani gauss dağılımından olduğunu varsayar. Markowitz'in modeli varlık getirilerinin normallik varsayımına dayandığından, GGM'ler varlıklar arasındaki doğrusal bağımlılığı yakalamak ve tahmin etmek için doğal bir seçimdir. Bu tür modeller, kısmi korelasyonlar ile korelasyon matrisinin tersi arasındaki ilişkiden yararlanmaktadırlar ve herhangi iki değişkenin bağımsızlığının bir ölçüsü olarak kısmi korelasyonları kullanırlar [5].

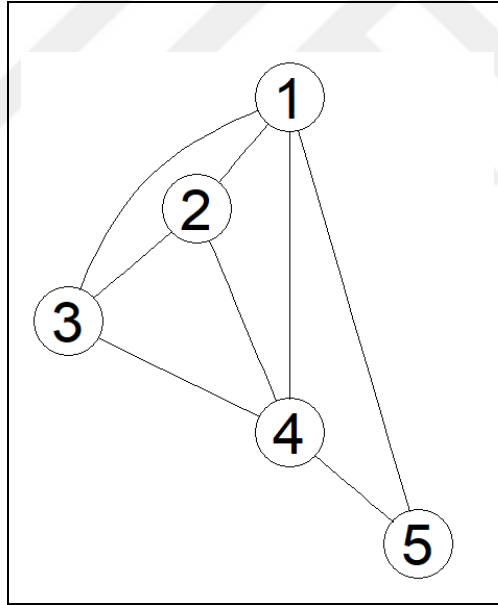
Grafiksel lasso, kovaryans matrisinin tersinin yani hassas matrisindeki sıfırların sayısını kontrol etmek için L_1 düzenlileştirmeyi kullanan seyrek yönlendirilmemiş grafik modelidir. Glasso bazı katsayıları küçültürken ve diğerlerini sıfır yapmaya çalışarak, yorumlanabilir modeller vermektedir. Gauss dağılımına sahip çok değişkenli sürekli veriler için, Seyrek hassas matris $\Omega \equiv \Sigma^{-1}$ 'in ij bileşeni sıfırsa, diğer değişkenler verildiğinde i ve j değişkenleri koşullu olarak bağımsızdır. Modeldeki denklemlerde amaç ortak değişkenleri seçerek sıfırlamaya çalışarak

hisseler arasındaki korelasyonu ortadan kaldırmaktır. Bu nedenle, matrisin seyrekliğini artırmak için Σ^{-1} tahminin L_1 -normunu cezalandırır.[17].

Varlık getiri vektörü çok değişkenli normal dağılıma sahip bir rassal vektör olsun, yani $X \sim N_n(\mu, \Sigma)$. Hassas matrisi kovaryans matrisinin tersi olarak tanımlarız $\Omega \equiv \Sigma^{-1}$; tahmini hassas matris, cezalandırılmış logaritmik olabilirliğin maksimize edilmesiyle bulunur:

$$\hat{\Omega}_{glasso} = \arg \max_{\Omega} (\log |\Omega| - \text{tr}(\Omega S) - \rho \|\Omega\|_1) \quad (3.7)$$

Burada S , örneklem kovaryans matrisidir, ρ , seyrekliği kontrol eden bir ayar parametresidir, $|\cdot|$ determinanttır, $\text{tr}(\cdot)$ izdir, $\|\cdot\|_1$ bir matrisin L_1 normudur. Ω^{-} köşegen dışı elemanları Ω 'ya, köşegene karşılık gelen elemanları sıfıra eşit olan bir $N \times N$ kare matrisidir [18].



Şekil 3.2: 5 Varlık için glasso yöntemi grafik modeli.

Şekil 3.2 denklem 4.4'de ki kovaryans matrisi ve denklem 4.5'de ki günlük standart sapmaya sahip verilerin grafik modelidir.

4. SİMÜLASYON ANALİZİ

4.1. İstatistiksel Performans Ölçümleri

Kovaryans ve hassas matris tahminlerinin doğruluğunu test etmek için, gerçek parametrelere göre hatayı, yanlılığı ve verimsizliği ölçebiliriz. Ledoit-Wolf, glasso ve RMT gibi düzenleştirme ve büzülme tekniklerini kullanarak, örnek kovaryansına kıyasla tahmincinin verimliliğini artırarak tahmin hatasını azaltması gerekmektedir [5].

Minimum varyans portföyü çerçevesinde kullanılan yöntemlerin yarattığı risklerin karşılaştırılmasını planlıyoruz. Σ ve $\Omega \equiv \Sigma^{-1}$ tahmin hatasının genel etkisini değerlendirmek için optimal portföylerin ampirik, gerçek ve kahin (*oracle*) riskleri hesaplanacaktır. Standart sapmanın bir risk ölçüsü olarak kullanıldığı varsayımı altında, bu riskler aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$R_{\text{ampirik}} = \sqrt{\hat{w}_{MV}^T \hat{\Sigma} \hat{w}_{MV}} \quad (4.1)$$

$$R_{\text{gerçek}} = \sqrt{\hat{w}_{MV}^T \Sigma \hat{w}_{MV}} \quad (4.2)$$

$$R_{\text{kehanet}} = \sqrt{w_{MV}^T \Sigma w_{MV}} \quad (4.3)$$

Burada Σ gerçek kovaryans matrisidir, $\hat{\Sigma}$ kovaryans matrisinin tahminidir, w_{MV} , Σ için optimal ağırlık vektörüdür ve $\hat{w}_{MV}$, $\hat{\Sigma}$ için optimal ağırlık vektörüdür [5].

Bu ölçüler, Σ ve Ω tahmin hatasının optimizasyon sürecine olan etkisi hakkında bize fikir verir: ampirik risk (R_{ampirik}) yatırımcı tarafından algılanan riski temsil eder, gerçek risk ($R_{\text{gerçek}}$) yatırımcının gerçekten maruz kaldığı risktir, kahin risk (R_{kehanet}) ise gerçek kovaryans matrisi göz önüne alındığında mümkün olan minimum risktir [19]. Gerçek hayatta son ikisi bilinmediğinden, kullanılan yöntem, tahminden kaynaklanan hataları en aza indirmeli, kehanet risk ve gerçek riske mümkün olduğunca yakın bir ampirik risk sağlamalıdır.

4.2. Simülasyon Verileri

Simülasyon çalışması için iki farklı şekilde yaklaşım vardır. İlk gerçekleştirilen simülasyon çalışmalarında, günlük getirileri sıfır ortalamalı ve aşağıdaki korelasyon matrisi (4.4) ve standart sapma (4.5) vektörüne sahip bir normal dağılıma uyan N=5 varlıktan oluşan bir portföyün (günlük) riskleri incelenmiştir. Simülasyonlarda kullanılan senaryo sayısı 1000'dir.

$$Korelasyon\ Matrisi = \begin{bmatrix} 1 & 0,152 & 0,096 & 0,043 & 0,109 \\ 0,152 & 1 & 0,400 & -0,016 & 0,297 \\ 0,096 & 0,400 & 1 & 0,092 & 0,382 \\ 0,043 & -0,016 & 0,092 & 1 & 0,103 \\ 0,109 & 0,297 & 0,382 & 0,103 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

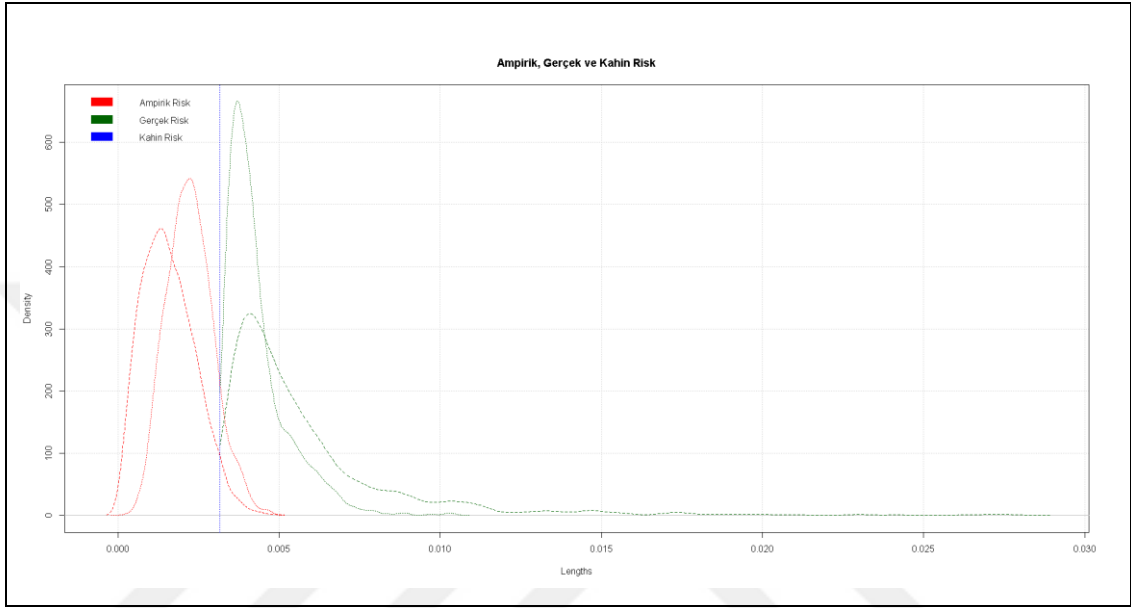
$$[Standart\ sapma = (0.0699, 0.1625, 0.3964, 0.0741, 0.1778)/\sqrt{250}] \quad (4.5)$$

İkinci olarak gerçekleştirilen simülasyon çalışmalarında ise, günlük getirileri sıfır ortalamalı 5 varlık, 10 varlık ve 20 varlık için korelasyon matrisi istatistiksel programlama programı olan R programının 4.1.2 versiyonuyla rastgele oluşturulmuştur [20]. Standart sapma ise yine R programında (0.1,0.6) aralığında düzgün dağılıma sahip rastgele bir şekilde oluşturulmuştur. 5 varlık için 7, 15 ve 20 günlük, 10 varlık için 12, 15 ve 20 günlük, 20 varlık içinse 23, 30 ve 40 günlük pencere aralığında simülasyon yapılarak, simülasyon sonuçları varlık sayısına ve pencere aralığına bağlı olarak değerlendirilmiştir. Simülasyonda kullanılan senaryo sayısı 1000'dir.

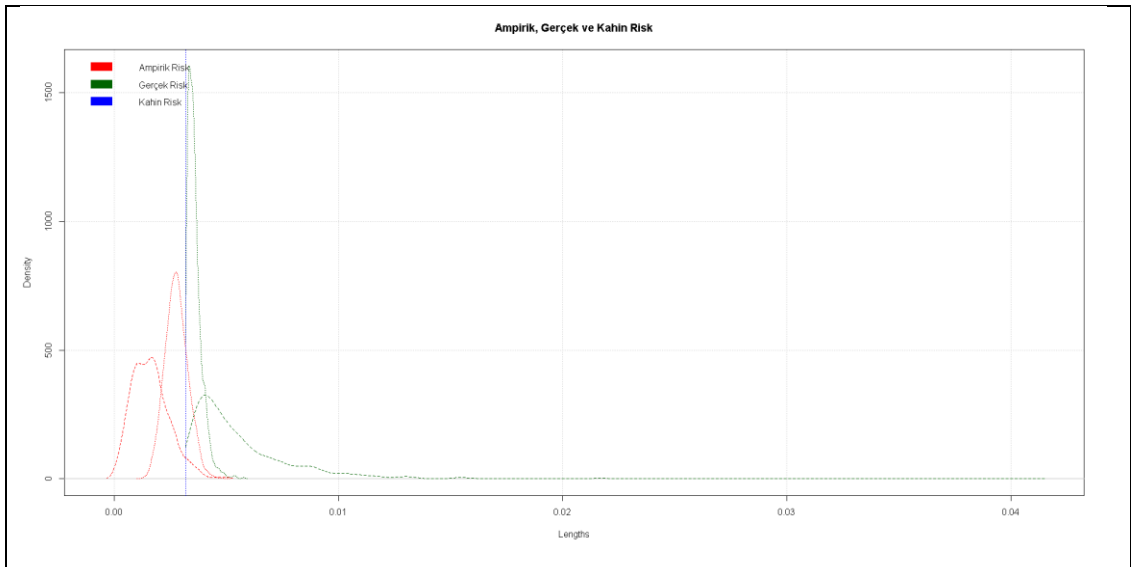
4.3. Simülasyon Sonuçları

İlk simülasyon çalışması olarak 4.4'teki korelasyon matrisi ve 4.5'teki standart sapmaya sahip varlık sayısı 5 olan ve T=7,10 ve 20 gün için EW, LW, RMT ve glasso yöntemlerinin ampirik, gerçek ve kahin risk değerleri örneklem kovaryans matrisiyle 1000 senaryoluk simülasyonla grafikleri R programında çizilerek karşılaştırılmıştır ve yöntemlerin örneklem kovaryans matrisine göre riskler karşılaştırılmış ve yorumlanmıştır.

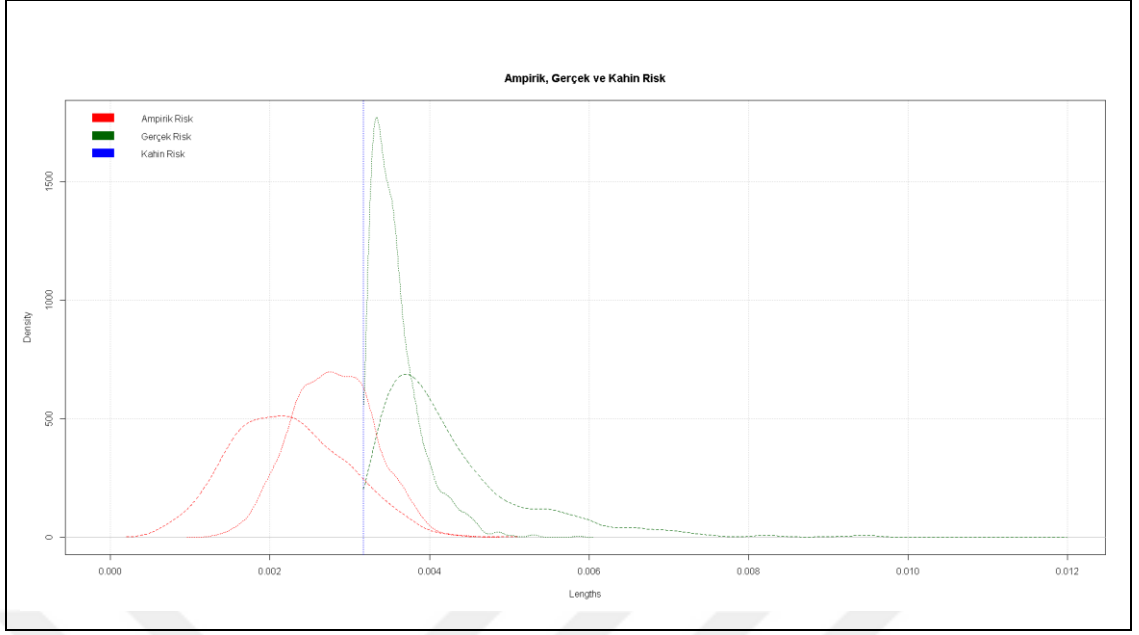
Genel olarak yatırımcılar tarafından bilinen risk ampirik risktir. Bu yüzden ampirik risk ile gerçek risk arasındaki pozitif farkın az olması gerekmektedir. Kahin riskin, ampirik risk ile gerçek risk arasında ve birbirine yakın olması kullanılan yöntemlerde riskin minimize edildiği anlamına gelmektedir ve ilk simülasyon sonuçları bu sonuca göre değerlendirilmiştir.



Şekil 4.1: Örneklem kovaryans matrisi portföyünün risk dağılım grafiği (T=7 gün için kesikli, T=10 gün noktalı eğriler kullanılmıştır).

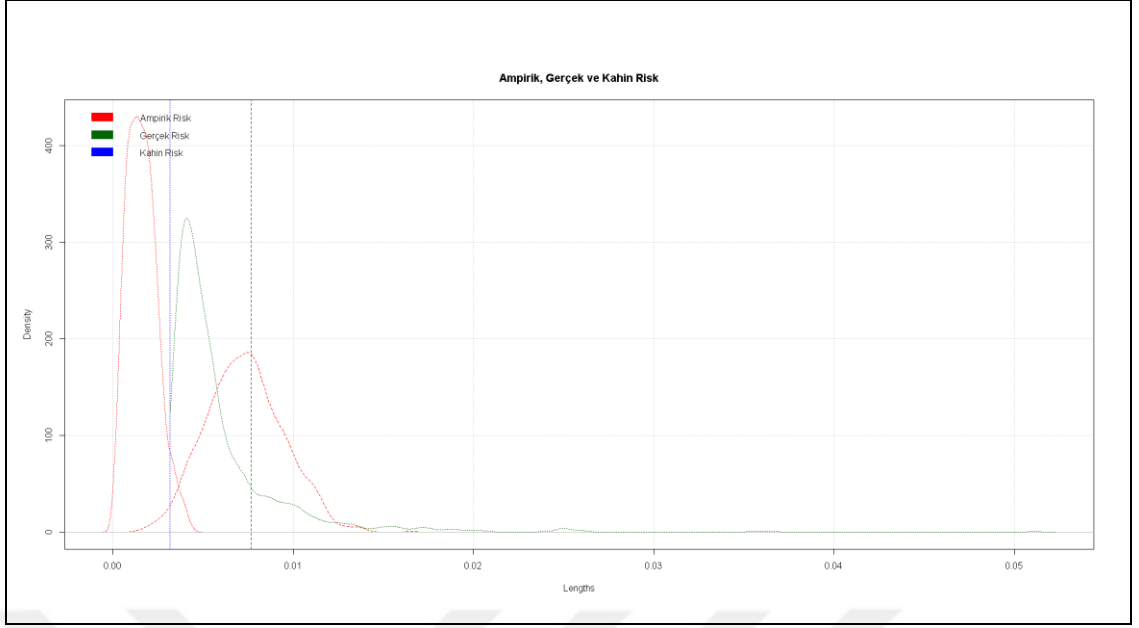


Şekil 4.2: Örneklem kovaryans matrisi portföyünün risk dağılım grafiği (T=7 gün için kesikli, T=20 gün noktalı eğriler kullanılmıştır).

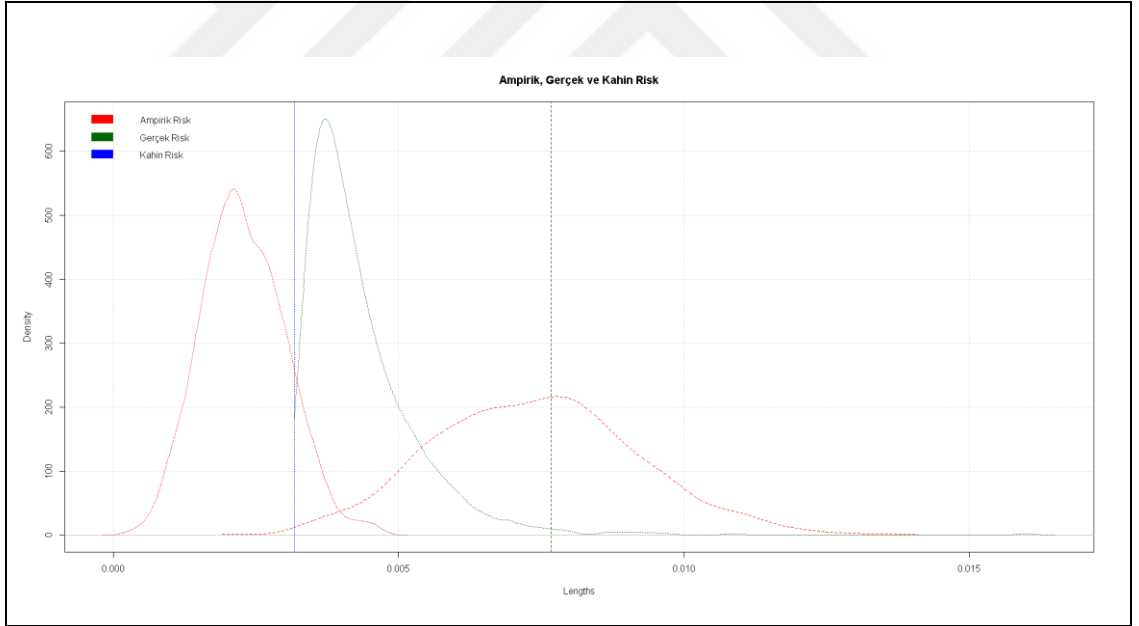


Şekil 4.3: Örneklem kovaryans matrisi portföyünün risk dağılım grafiği (T=10 gün için kesikli, T=20 gün noktalı eğriler kullanılmıştır).

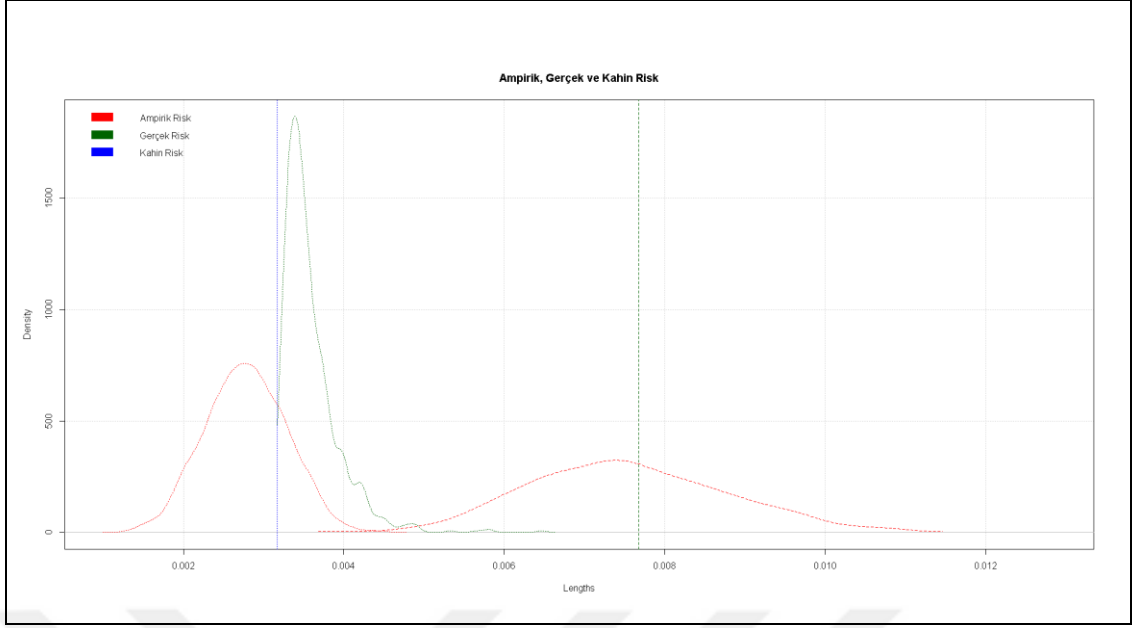
Şekil 4.1, 4.2 ve 4.3’de, T=7, 10 ve 20 gün için örneklem kovaryans matrisinin riskleri pencere aralığındaki değişimlere göre karşılaştırılmaktadır. 3 grafikte de pencere aralığının varlık sayısından uzak olduğu zaman gerçek riskteki basıklık daha yüksektir. Basıklığın yüksek olması demek, yapacağımız yatırım için yüksek risk içermesi demektir. Riskten kaçınan bir yatırımcı, düşük basıklık olan dağılımı tercih ederken, riski minimize ederek getiriye maksimize etmeyi amaçlamaktadır. Genel olarak Şekil 4.1, 4.2 ve 4.3’deki grafiklere baktığımız zaman örneklem kovaryans matrisinin varlık sayısı ile pencere aralığının birbirine yakın olduğu zaman daha iyi sonuçlar verdiğini gözlemlemekteyiz.



Şekil 4.4: T=7 gün için eşit ağırlıklı ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (eşit ağırlıklı portföy için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).

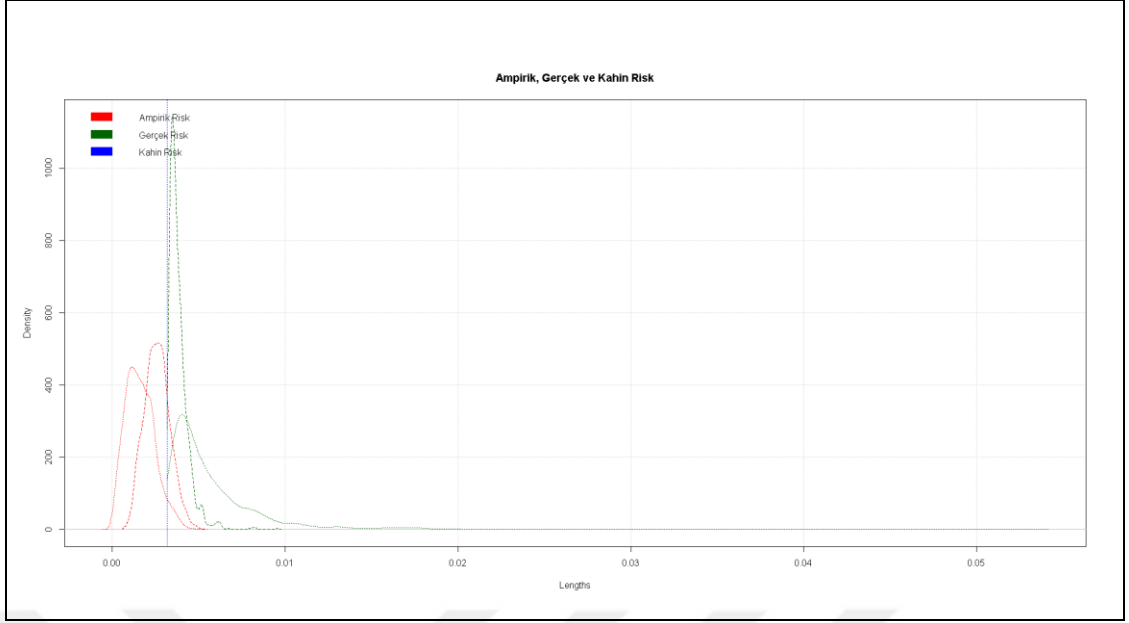


Şekil 4.5: T=10 gün için eşit ağırlıklı ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (eşit ağırlıklı portföy için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).

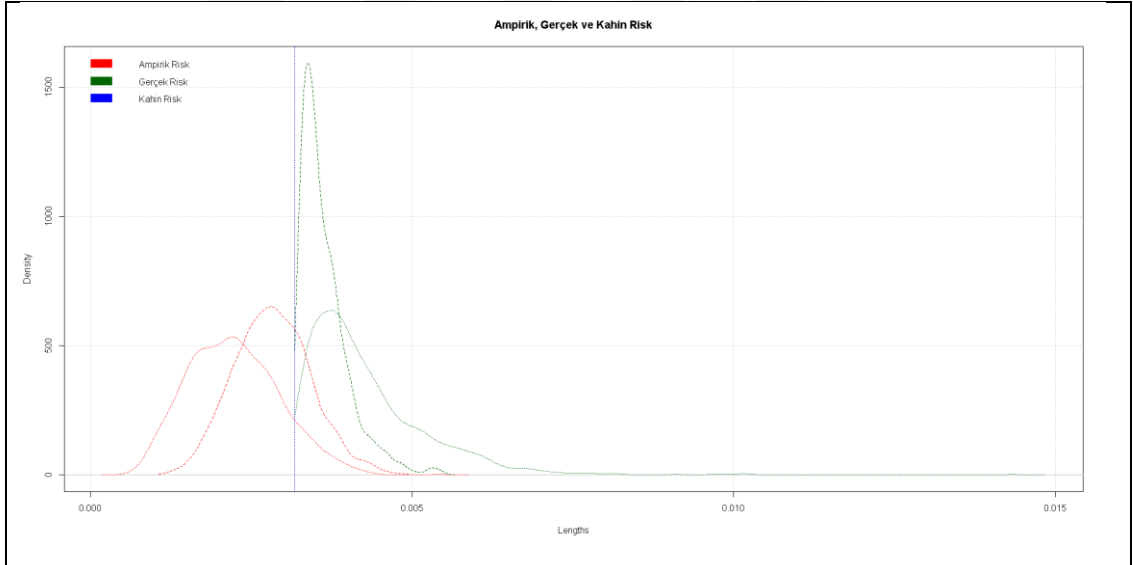


Şekil 4.6: T=20 gün için eşit ağırlıklı ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (eşit ağırlıklı portföy için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).

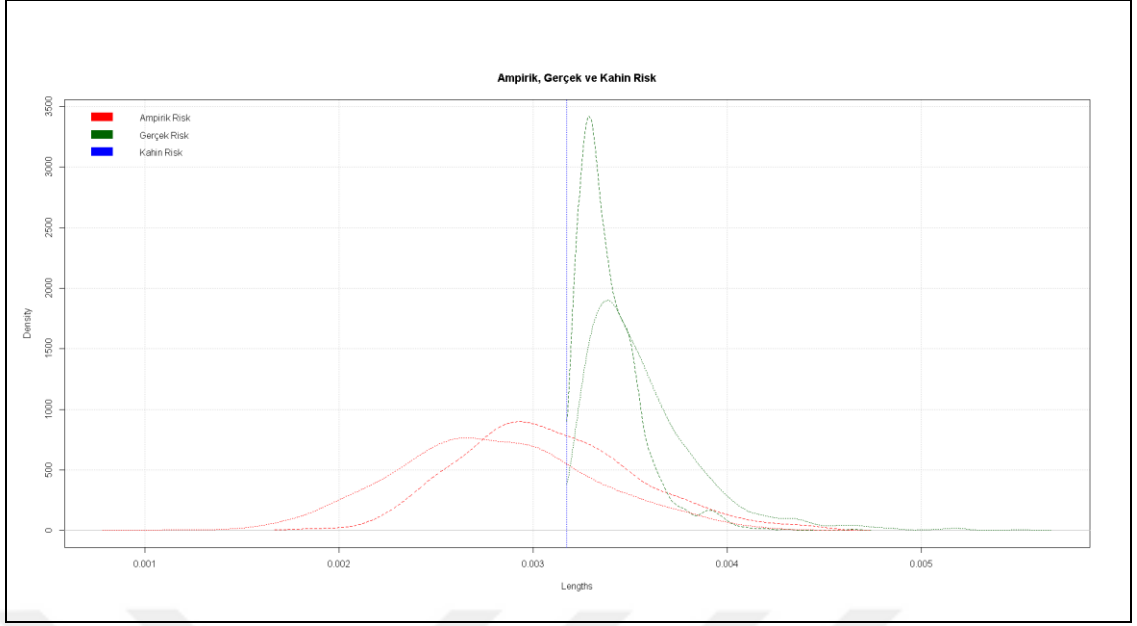
Şekil 4.4, 4.5 ve 4.6'da, T=7,10 ve 20 gün için eşit ağırlıklı portföyün riskleri örneklem kovaryans matrisinin riskleri ile karşılaştırılmaktadır. Şekil 4.4'e dair en önemli gözlem örneklem kovaryans matrisinin gerçek riskinin eşit ağırlıklı portföyün gerçek riskini aşabildiğidir. Bu durumdaki simülasyon senaryolarının oranı %1,7'dur. Yani, ele aldığımız örnekte %1,7 olasılıkla, optimize edildiği düşünülen portföyün riski eşit ağırlıklı portföyün riskinden daha büyük olabilmektedir. Bu oran T=10 gün için %3 olurken T=20 gün için %0'dır. Yani pencere aralığının küçük olduğu durumlarda hiçbir optimizasyon yapmadan portföylerin risklerinin eşit olduğunu varsayarak hareket etmek mantıklı bir hareket olacaktır. Fakat pencere aralığını büyüttüğümüz zaman eşit ağırlıklı portföye kıyasla örneklem kovaryans matrisi daha iyi sonuç vermektedir.



Şekil 4.7: T=7 gün için Ledoit-Wolf ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (Ledoit-Wolf için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).

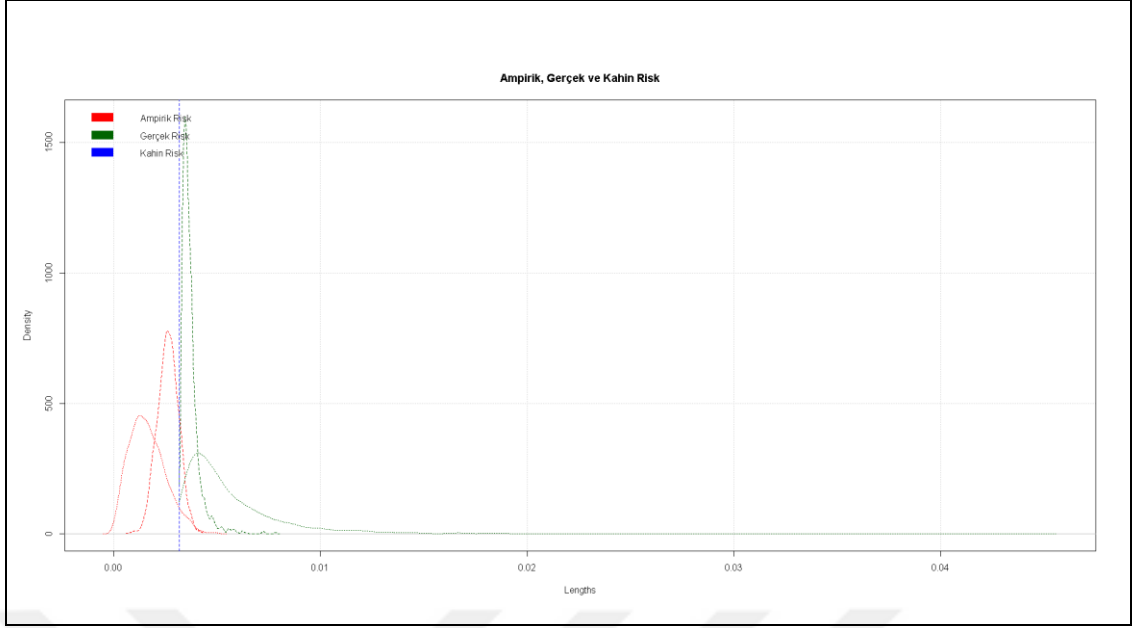


Şekil 4.8: T=10 gün için Ledoit-Wolf ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (Ledoit-Wolf için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).

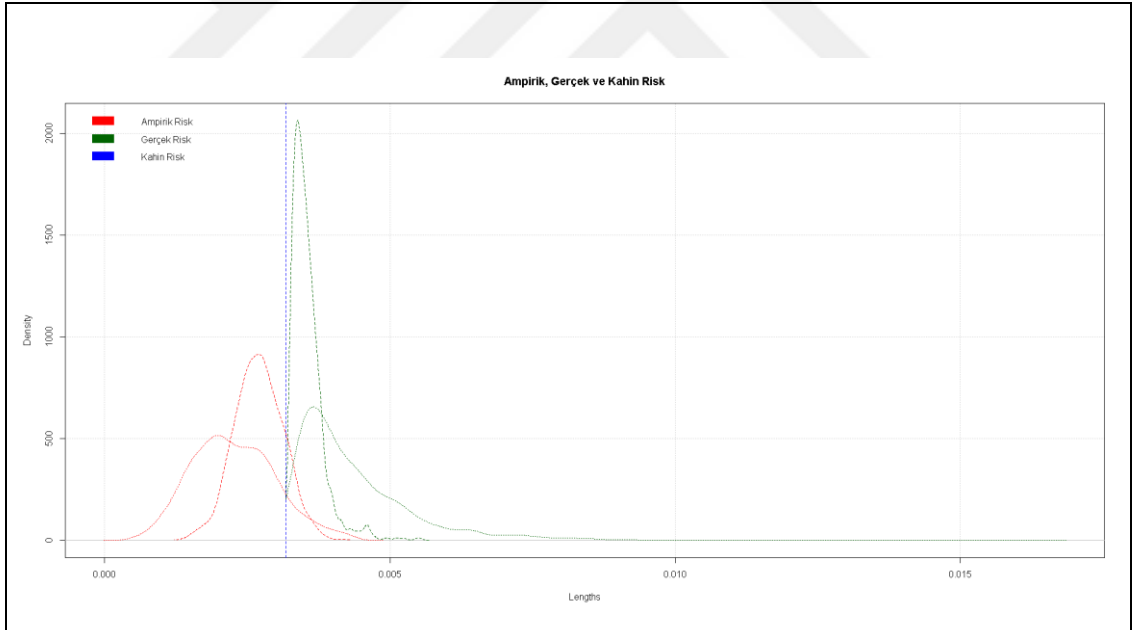


Şekil 4.9: T=20 gün için Ledoit-Wolf ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (Ledoit-Wolf için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).

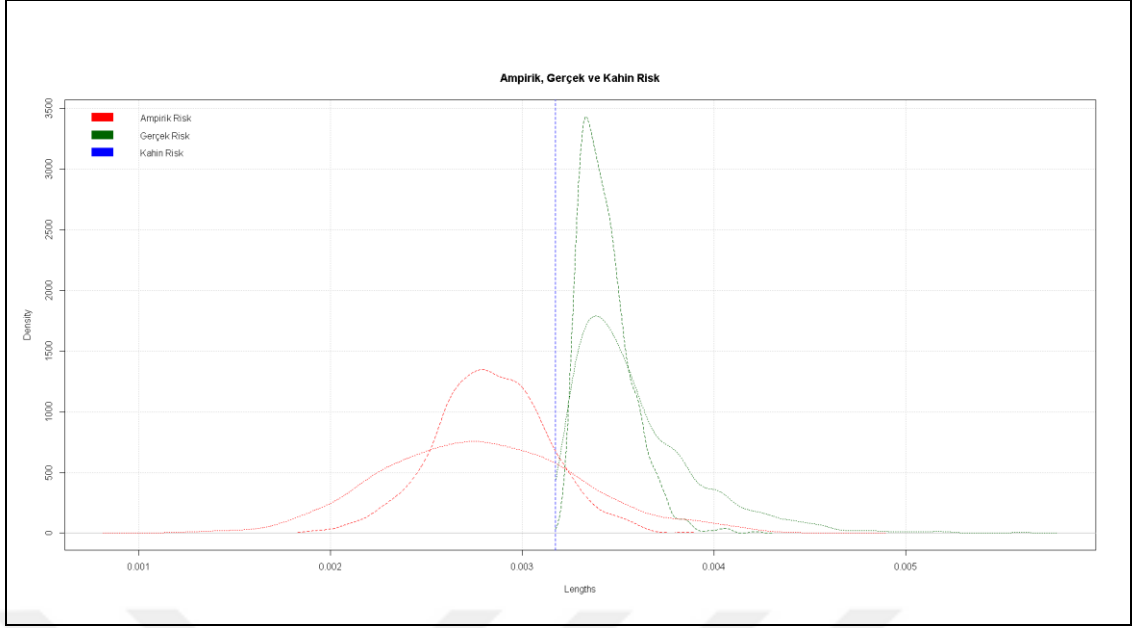
Şekil 4.7, 4.8 ve 4.9’da, T=7, 10 ve 20 gün için Ledoit-Wolf portföyün riskleri örneklem kovaryans matrisinin riskleri ile karşılaştırılmaktadır. 3 grafikte de Ledoit-Wolf yönteminin ampirik risk ile gerçek riski arasında örneklem kovaryans matrisi yöntemine kıyasla daha az fark vardır bu da riskin minimize edildiği anlamına gelmektedir. Örneklem kovaryans matrisine kıyasla Ledoit-Wolf yönteminin tercih edilmesinde gerçek verilere yakın tahminler yapılmaktadır.



Şekil 4.10: T=7 gün için RMT ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (RMT için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).

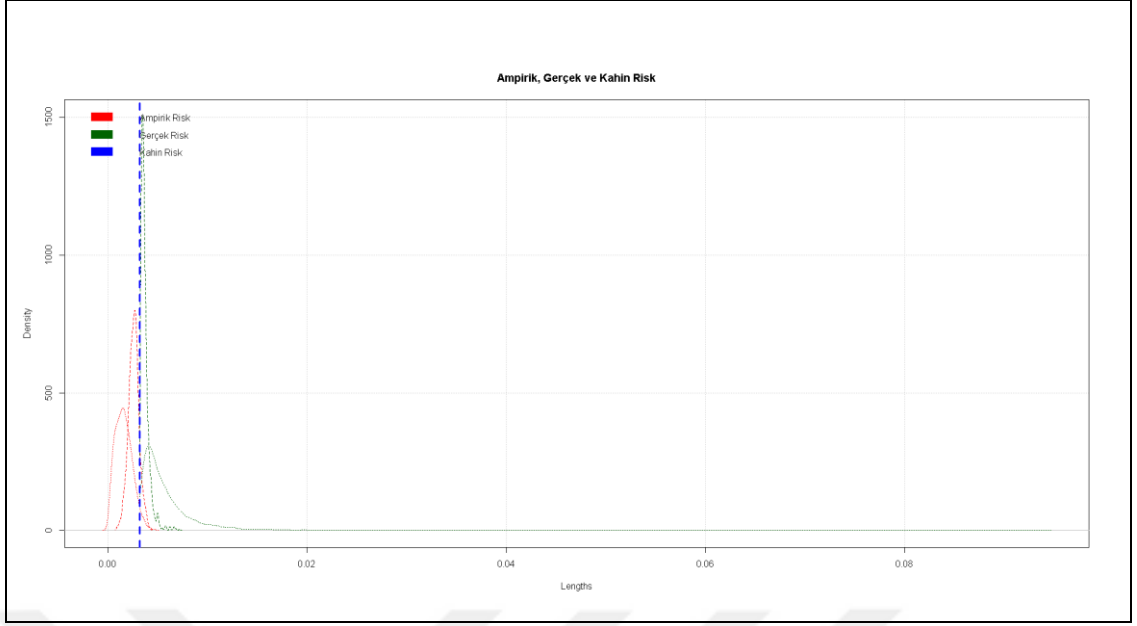


Şekil 4.11: T=10 gün için RMT ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (RMT için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).

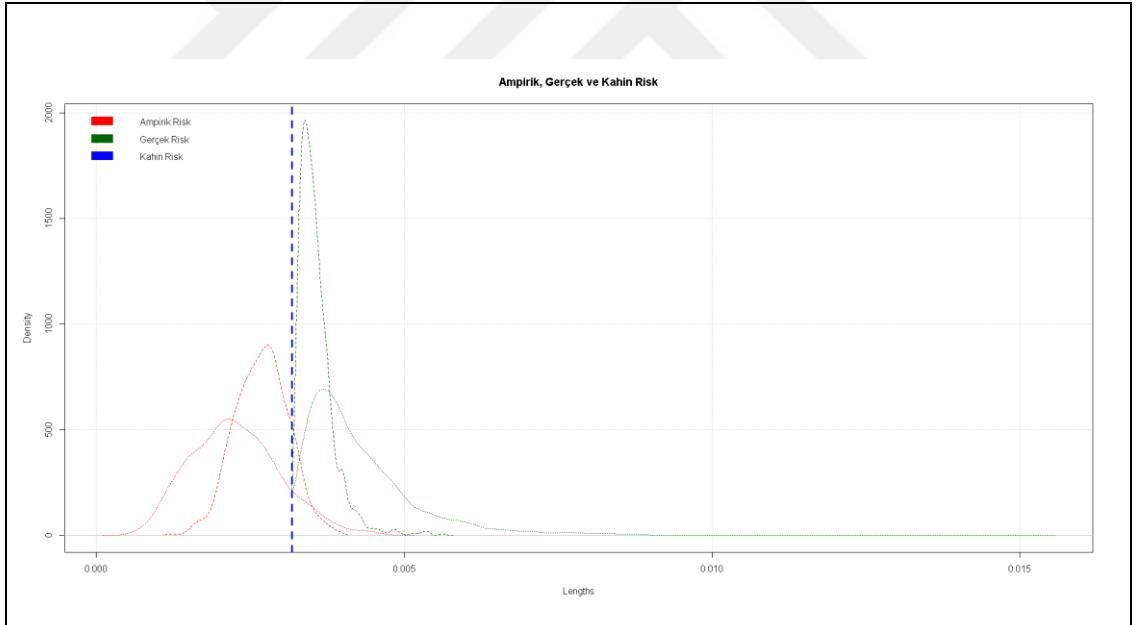


Şekil 4.12: T=20 gün için RMT ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (RMT için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).

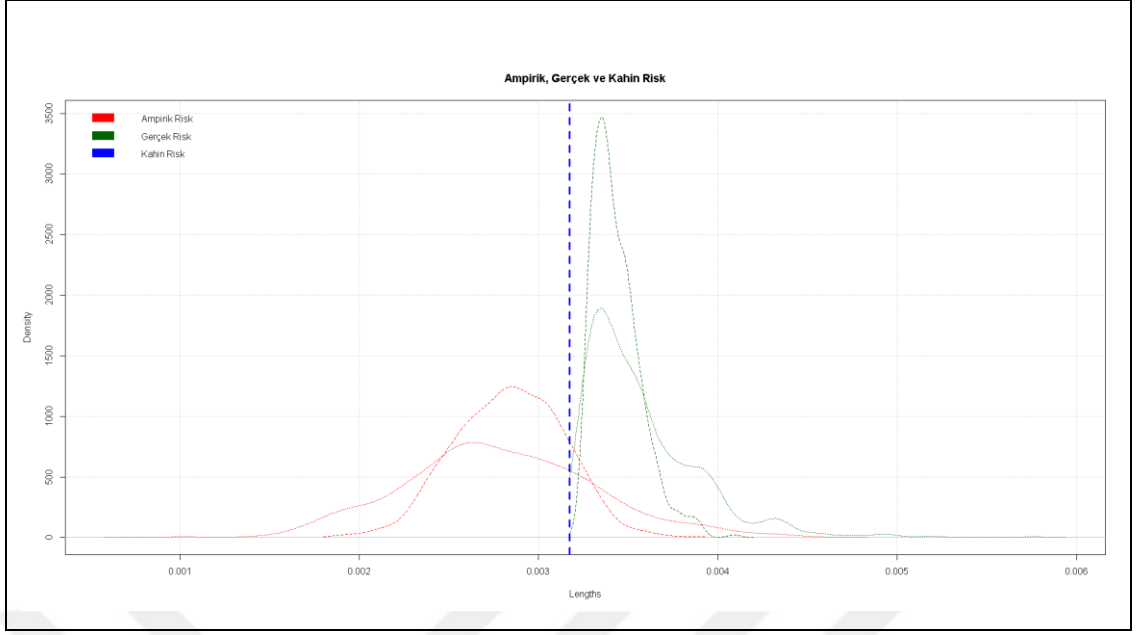
Şekil 4.10, 4.11 ve 4.12’de, T=7, 10 ve 20 gün için Rastgele Matris Teorisinin riskleri örneklem kovaryans matrisinin riskleri ile karşılaştırılmaktadır. 3 grafikte görüldüğü üzere RMT yönteminin ampirik risk ile gerçek riski arasında örneklem kovaryans matrisi yöntemine kıyasla daha az fark vardır bu da RMT yönteminde riskin daha iyi minimize edildiği anlamına gelmektedir. Özellikle şekil 4.12’de yani pencere aralığını artırdığımız zaman ki örneklem kovaryans matrisi yönteminde yatırımcı tarafından algılanan riskin yani ampirik riskin RMT yönteminde ki yatırımcının gerçekten maruz kaldığı gerçek riskten büyük olduğunu görmekteyiz ve bu da bize örneklem kovaryans matrisinin pencere aralığı büyük olduğu zaman RMT yöntemine kıyasla hata payının yüksek olduğunu göstermektedir.



Şekil 4.13: T=7 gün için glasso ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (glasso için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).

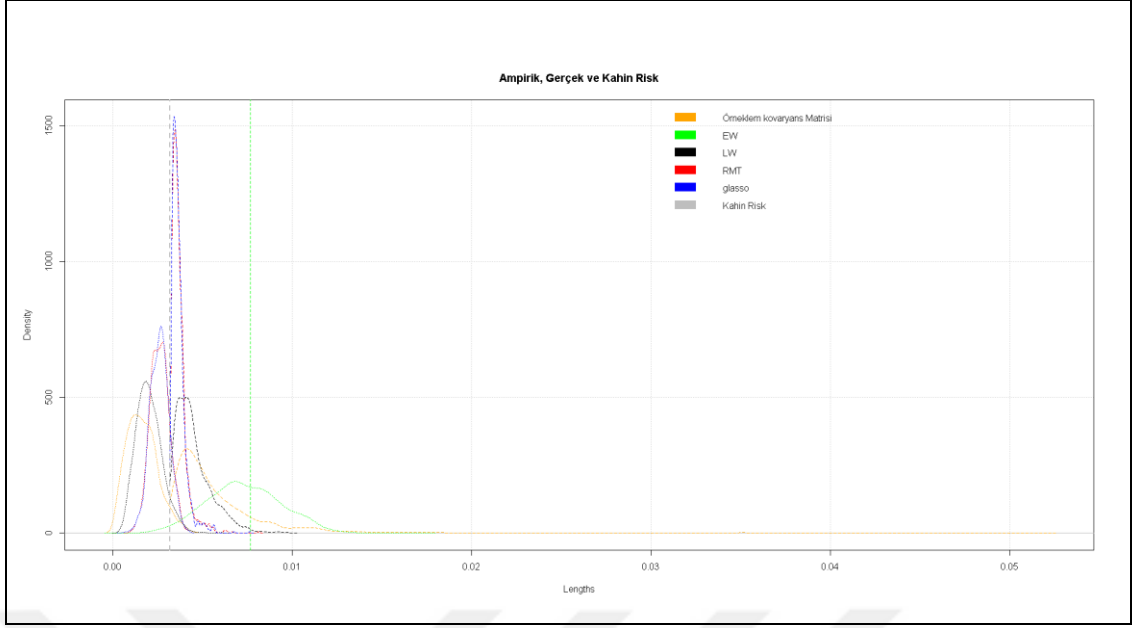


Şekil 4.14: T=10 gün için glasso ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (glasso için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktalı eğriler kullanılmıştır).

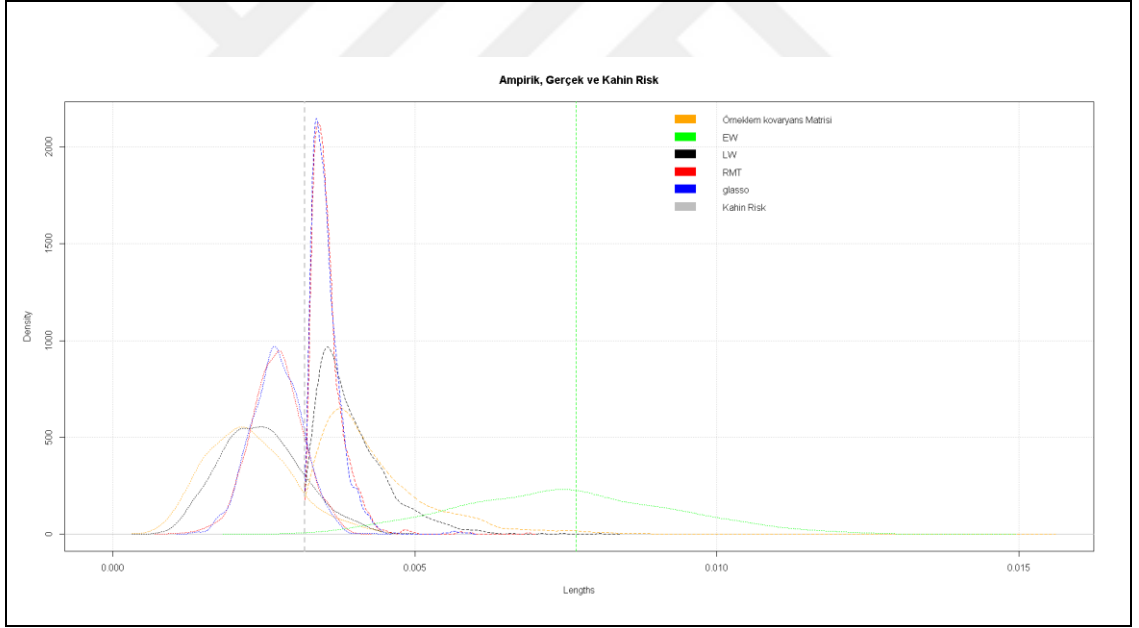


Şekil 4.15: T=20 gün için glasso ve örneklem kovaryans matrisi portföylerinin risk dağılım grafikleri (glasso için kesikli, örneklem kovaryans matrisi portföyü için noktali eğriler kullanılmıştır).

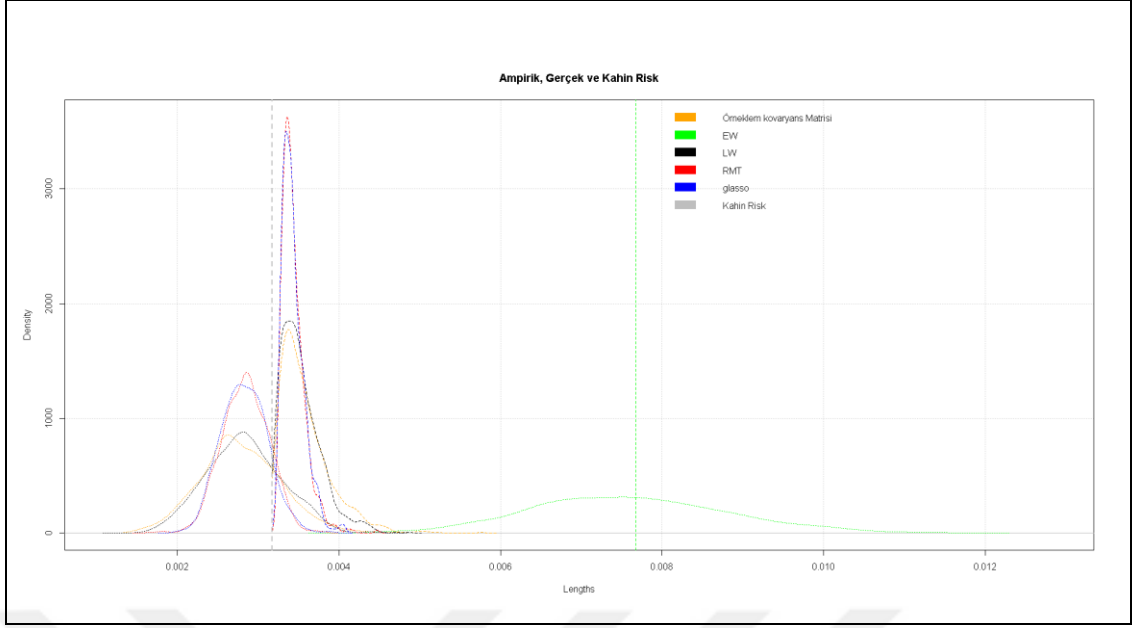
Şekil 4.13, 4.14 ve 4.15’de, T=7, 10 ve 20 gün için glasso yönteminin riskleri örneklem kovaryans matrisinin riskleri ile karşılaştırılmaktadır. 3 grafikte görüldüğü üzere glasso yönteminin ampirik risk ile gerçek riski arasında örneklem kovaryans matrisi yöntemine kıyasla daha az fark vardır bu da glasso yönteminde riskin daha iyi minimize edildiği anlamına gelmektedir. Fakat şekil 4.15’de yani pencere aralığını artırdığımız zaman ki örneklem kovaryans matrisi yönteminde ampirik risk ve gerçek risk arasındaki pozitif farklılık azalmaktadır bu yüzden örneklem kovaryans matrisinin gün sayısı artıkça daha iyi çalışır hale gelmektedir.



Şekil 4.16: T=7 gün için tüm yöntemlerin portföylerinin risk dağılım grafikleri (gerçek risk için kesikli, ampirik için noktalı eğriler kullanılmıştır).



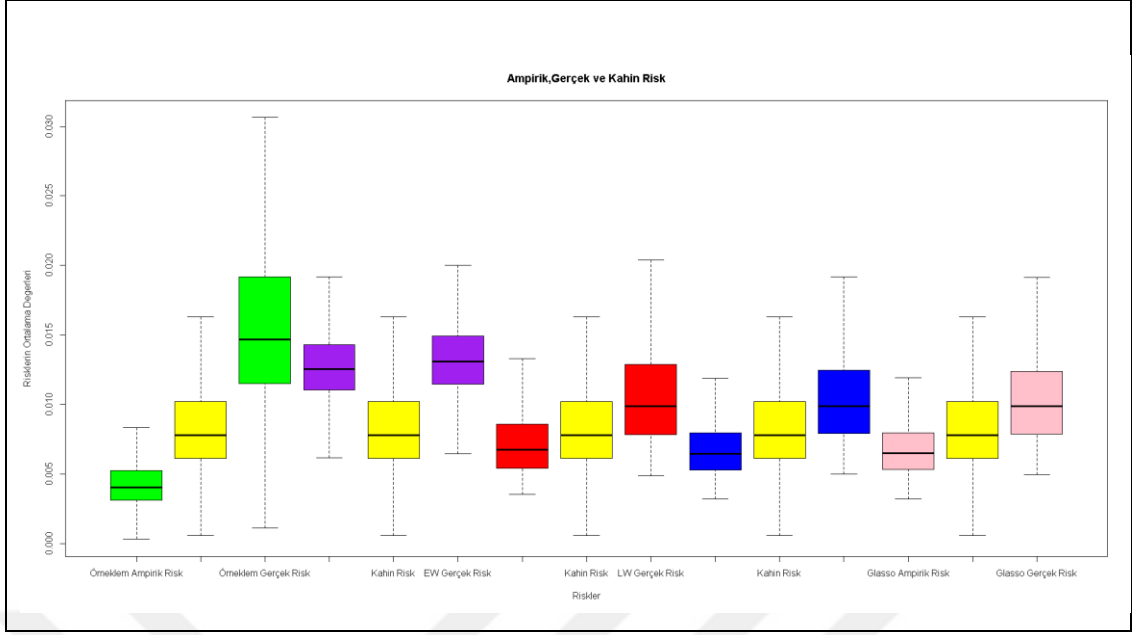
Şekil 4.17: T=10 gün için tüm yöntemlerin portföylerinin risk dağılım grafikleri (gerçek risk için kesikli, ampirik için noktalı eğriler kullanılmıştır).



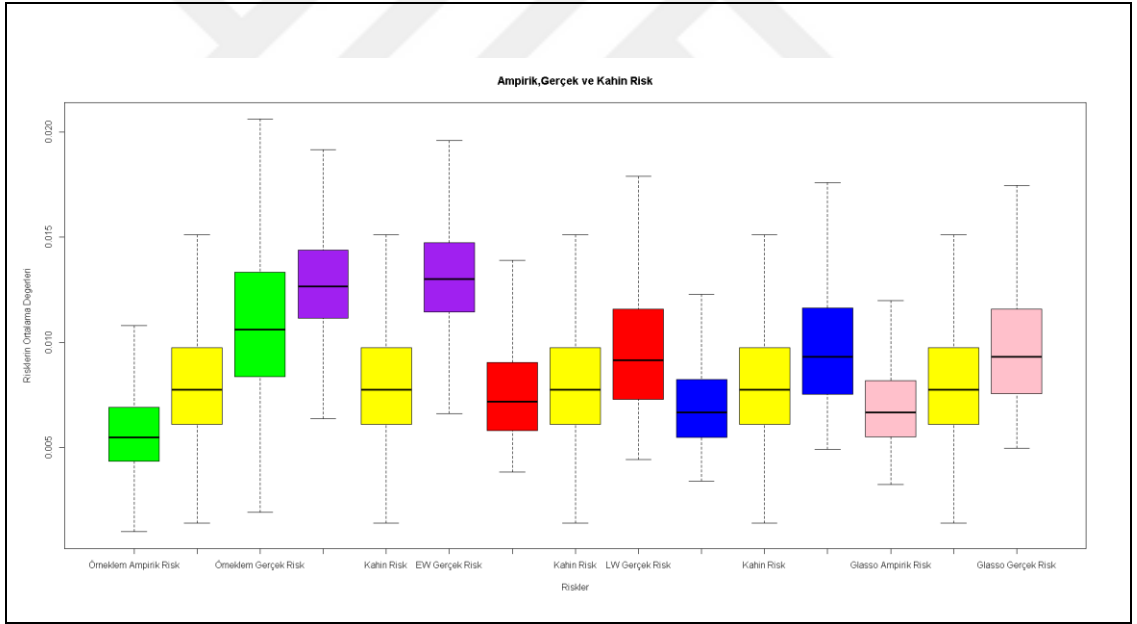
Şekil 4.18: T=20 gün için tüm yöntemlerin portföylerinin risk dağılım grafikleri (gerçek risk için kesikli, ampirik için noktalı eğriler kullanılmıştır ve kahin risk gri renkle kesikli olarak gösterilmiştir).

Şekil 4.16, 4.17 ve 4.18’de, T=7, 10 ve 20 gün için bütün yöntemlerin riskleri ile karşılaştırılmaktadır. Genel olarak tüm yöntemler üzerinden bir karşılaştırma yaptığımız zaman glasso ve RMT yönteminin ampirik risk ile gerçek risk arasındaki farkın en az olduğu yöntemlerdir. Bu da kovaryans matrisini ve standart sapmayı bildiğimiz takdirde bu yöntemlerin riski en iyi minimize eden yöntemler olduğunu göstermektedir. Şekil 4.18’de ise örneklem kovaryans matrisi ve Ledoit-Wolf büzülme metodolojisinin arasında fark yok gibi gözükmemektedir. Buda bize örneklem kovaryans matrisinin pencere aralığı büyüdüğü zaman yöntemdeki hata payının azaldığını görmekteyiz.

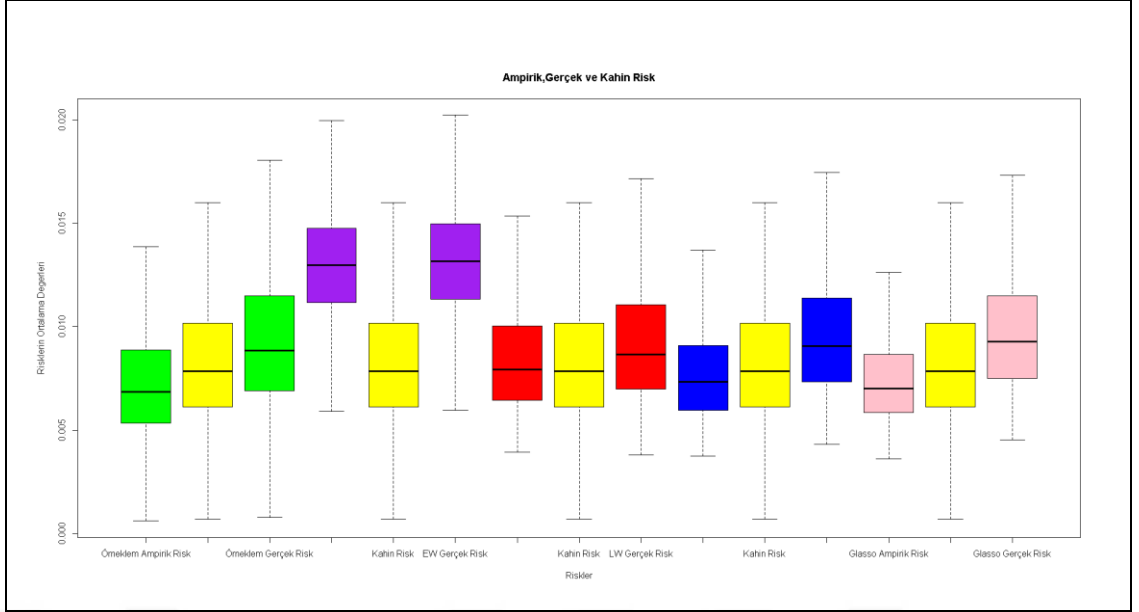
İkinci simülasyon çalışması olarak günlük getirileri sıfır ortalamalı 5 varlık için 7, 15 ve 20 günlük, 10 varlık için 12, 15 ve 20 günlük, 20 varlık içinse 23, 30 ve 40 günlük pencere aralığında yapılmış olan çalışmada ilk olarak ampirik, gerçek ve kahin risk değerleri 1000 senaryoluk simülasyonla R programında kutu grafikleri çizilerek karşılaştırılmıştır. İkinci olarak yöntemlerin gerçek riskinin çeyrekliği hesaplanarak değişkenlerdeki değişikliklere nasıl tepkiler verdiğinin kutu grafiği çizilerek yorumlanmış son olarak da gerçek risk/kahin risk oranı hesaplanarak yöntemler arasında gerçek riskin kahin riskten ne kadar büyük olduğunun yorumlaması yapılmıştır.



Şekil 4.19: N=5 Varlık ve T=7 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).

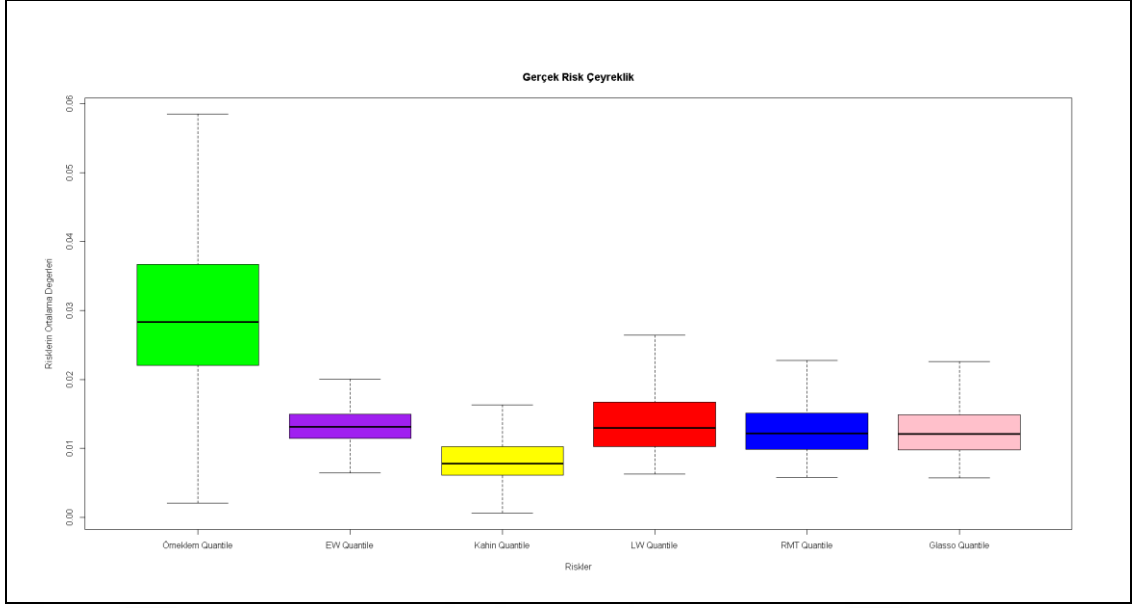


Şekil 4.20: N=5 Varlık ve T=10 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).

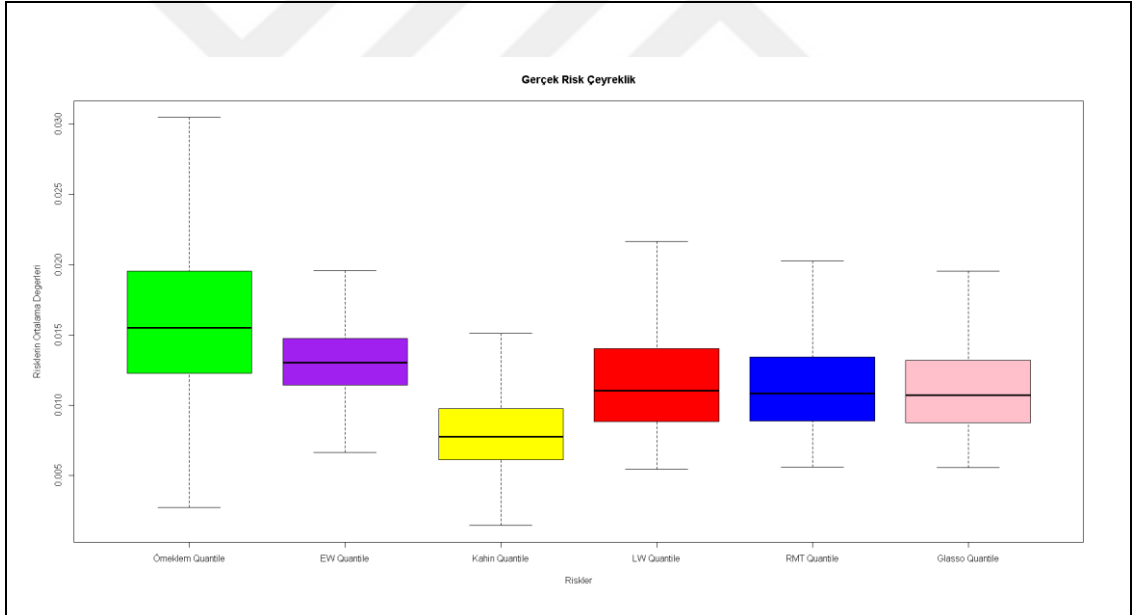


Şekil 4.21: N=5 Varlık ve T=20 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).

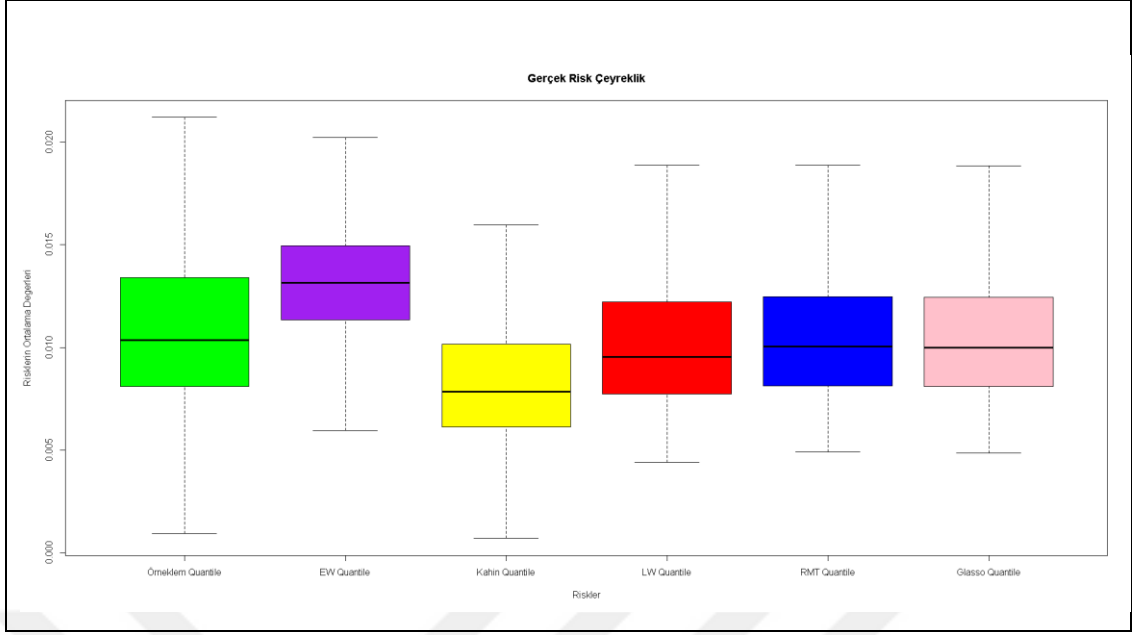
Şekil 4.19, 4.20 ve 4.21’de ki gözlemlerimize göre Ledoit-Wolf, RMT ve glasso arasında genel olarak en iyi sonucu veren yöntemlerdir ve 3 yöntem arasında belli bir fark gözlemlenmemiştir. Pencere aralığının artmasıyla hisselerdeki portföylerin risklerin değişkenliğinde biraz da olsa artış olduğunu gözlemlemekteyiz ve örneklem kovaryans matrisi ve eşit ağırlıklı portföy için kovaryans matrisi tahmini için tahmin hatasının payının azaldığı gözlemlenmiştir ve şekil 4.21’de gün sayısının arttığı zaman örneklem kovaryans matrisinin de bize en iyi sonucu verdiğini gözlemlenmiştir.



Şekil 4.22: N=5 Varlık ve T=7 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).

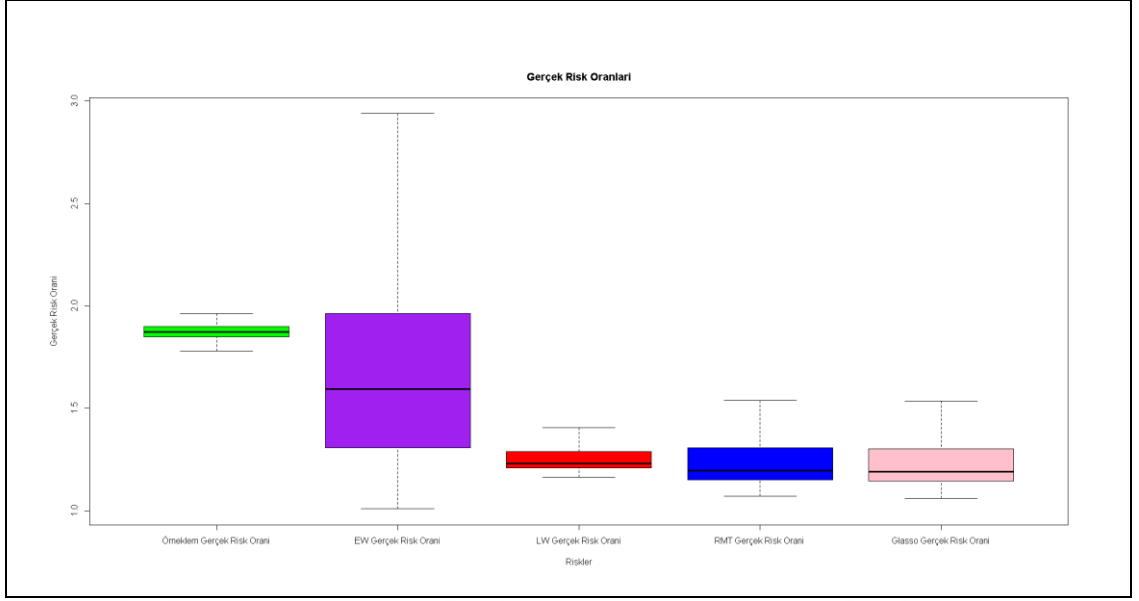


Şekil 4.23: N=5 Varlık ve T=10 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).

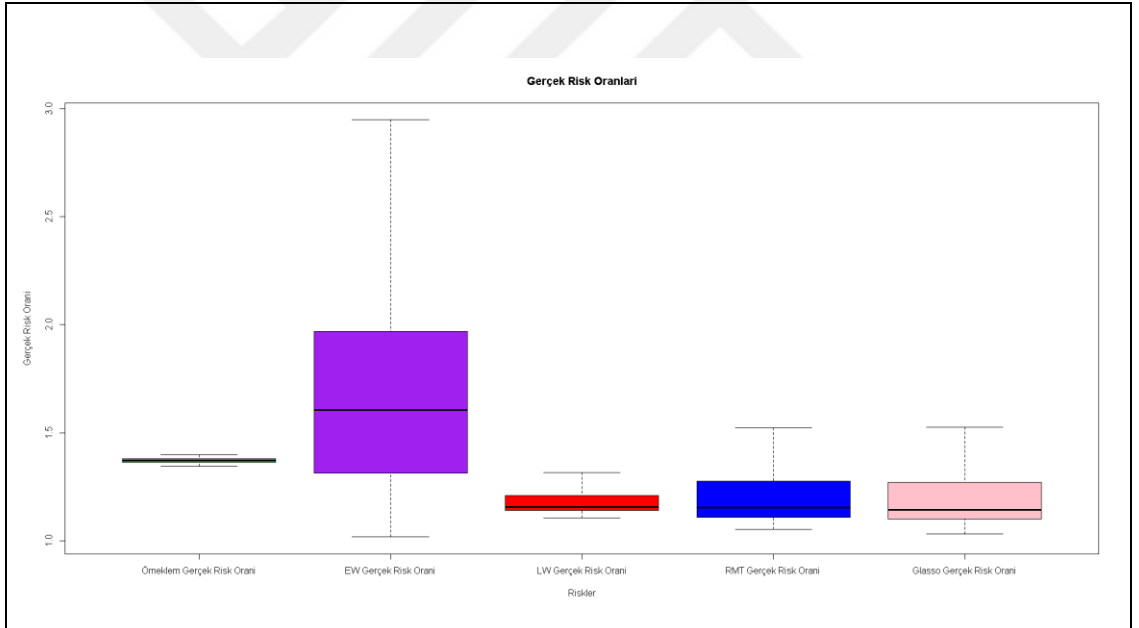


Şekil 4.24: N=5 Varlık ve T=20 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).

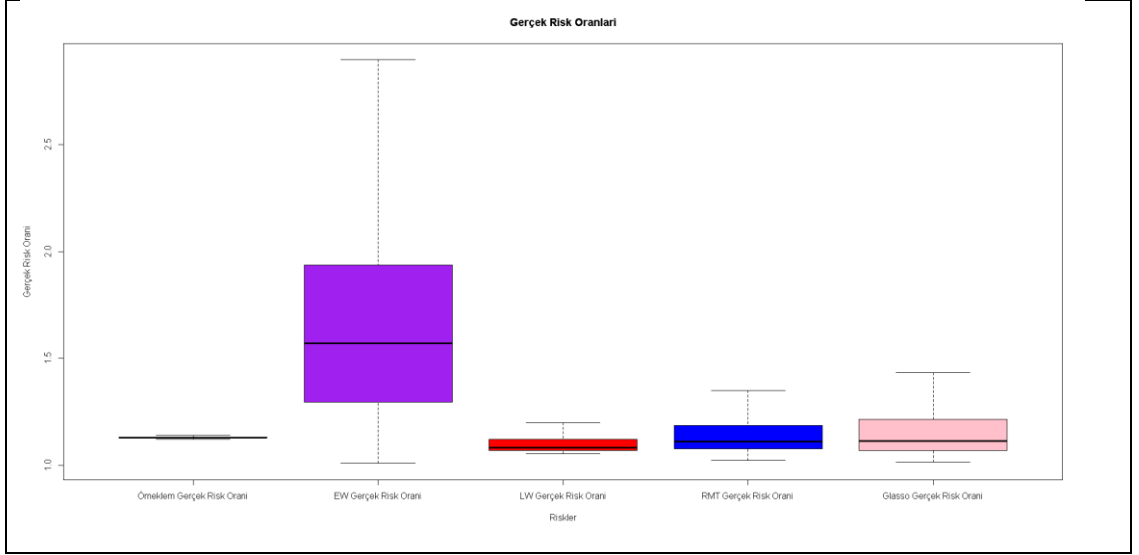
Şekil 4.22, 4.23 ve 4.24’de verilerin güven aralığı olarak %95 çeyreklik yani yanılğı payı olarak %5 kabul edilmiştir ve Ledoit-Wolf, RMT ve glasso arasında çok fazla bir fark yoktur. Ancak şekil 4.22’de EW yönteminde komplike yöntemlere kıyasla hata payı düşüktür ve hiçbir optimizasyon yapmadan bütün varlıkları eşit riskli varsayarak bir portföy oluşturmak da bize en düşük riski vermektedir. Şekil 4.24’de ki gözlemlerimize göre gerçek riskin %95’lik çeyreklik grafiğine göre örneklem kovaryans matrisi, Ledoit-Wolf, RMT ve glasso arasında genel olarak en iyi sonucu veren yöntemlerdir ve 4 yöntem arasında çok az bir fark vardır. Pencere aralığı artmasıyla örneklem kovaryans matrisinde iyileşme olmuştur.



Şekil 4.25: N=5 Varlık ve T=7 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).

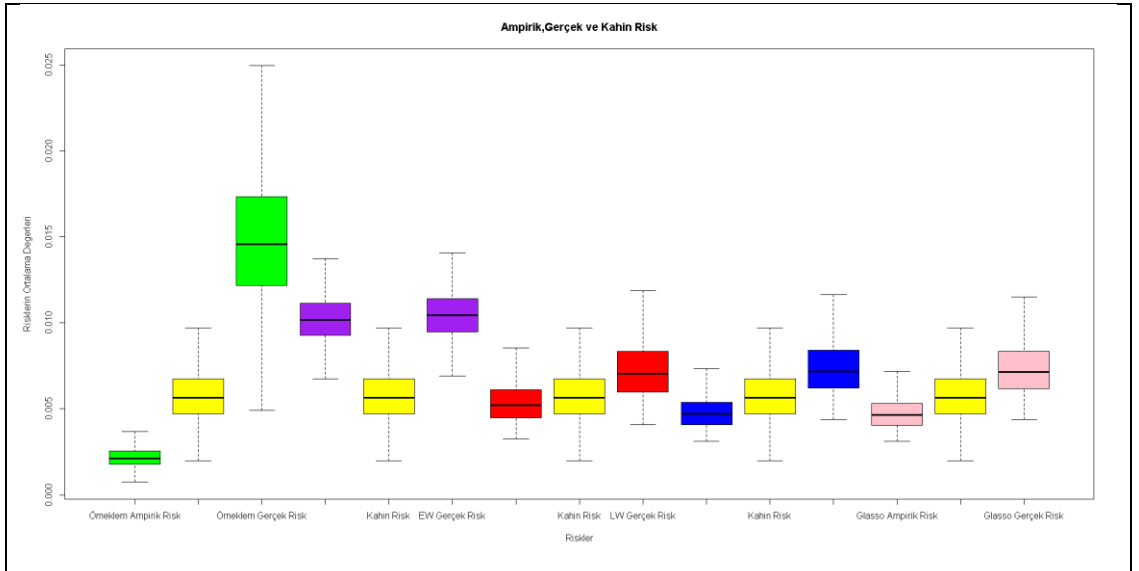


Şekil 4.26: N=5 Varlık ve T=10 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).

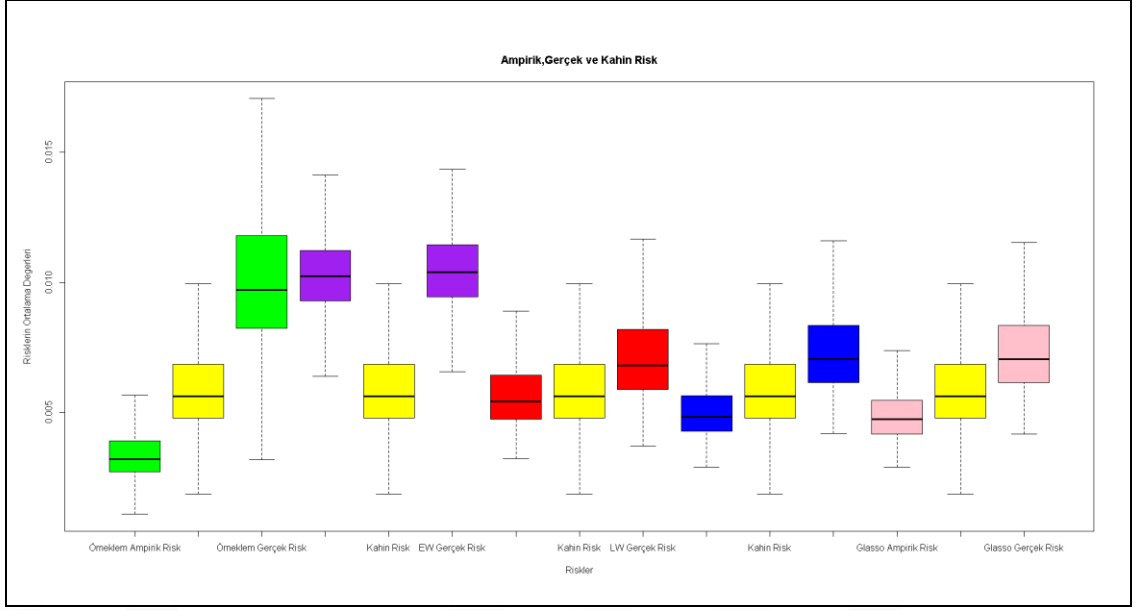


Şekil 4.27: N=5 Varlık ve T=20 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).

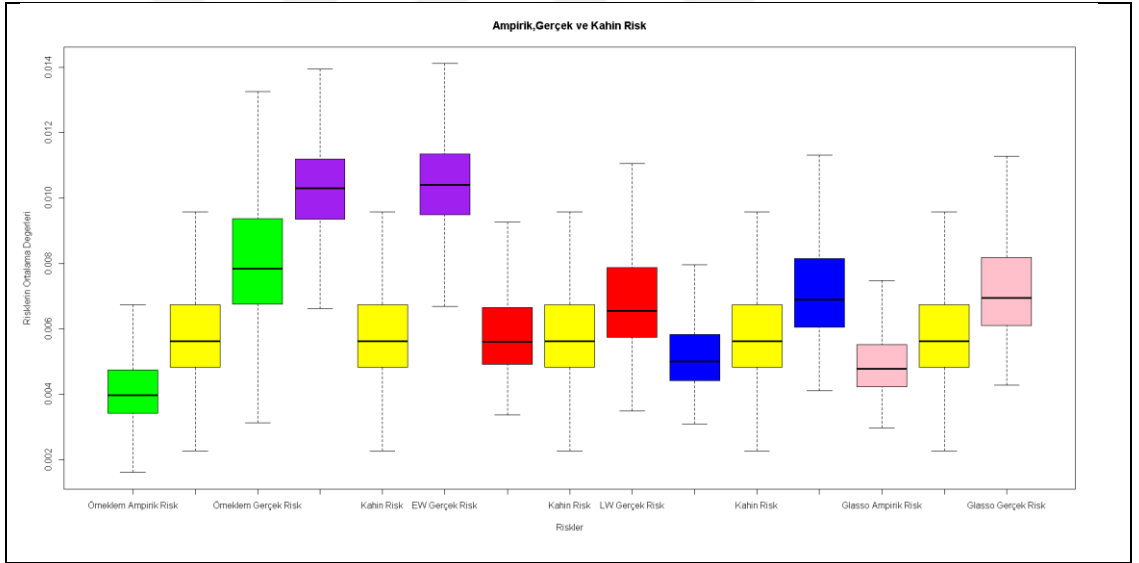
Şekil 4.25, 4.26 ve 4.27’de Gerçek Risk/Kahin Risk oranının kutu grafiği verilmiştir. Gerçek risk ve kahin risk değerlerinin birbirine yakın olmasını isteriz bu yüzden bu oranın düşük olması bize yöntemlerin en optimal sonucu verdiğini göstermektedir. Grafikler üzerinden bir değerlendirme yaptığımız zaman bize yine en iyi sonucu veren yöntemlerin Ledoit-Wolf, RMT ve glasso olduğunu görmekteyiz. EW yönteminde ise herhangi bir değişkenlik gözlemlenmemiştir. Pencere aralığının artması durumunda EW yönteminde herhangi bir etkisi bulunmamıştır.



Şekil 4.28: N=10 Varlık ve T=12 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).



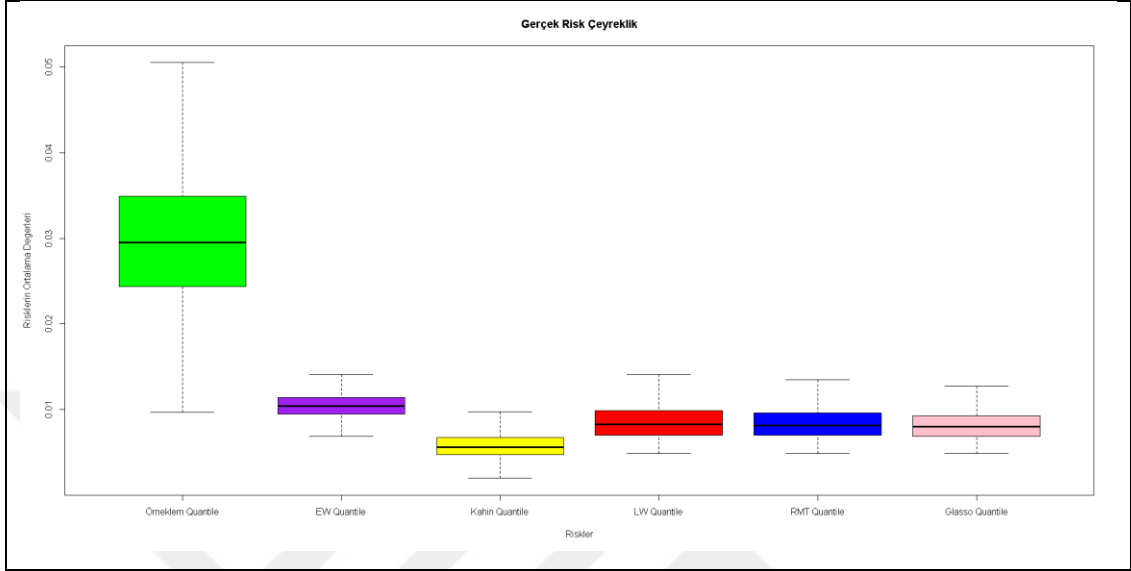
Şekil 4.29: N=10 Varlık ve T=15 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).



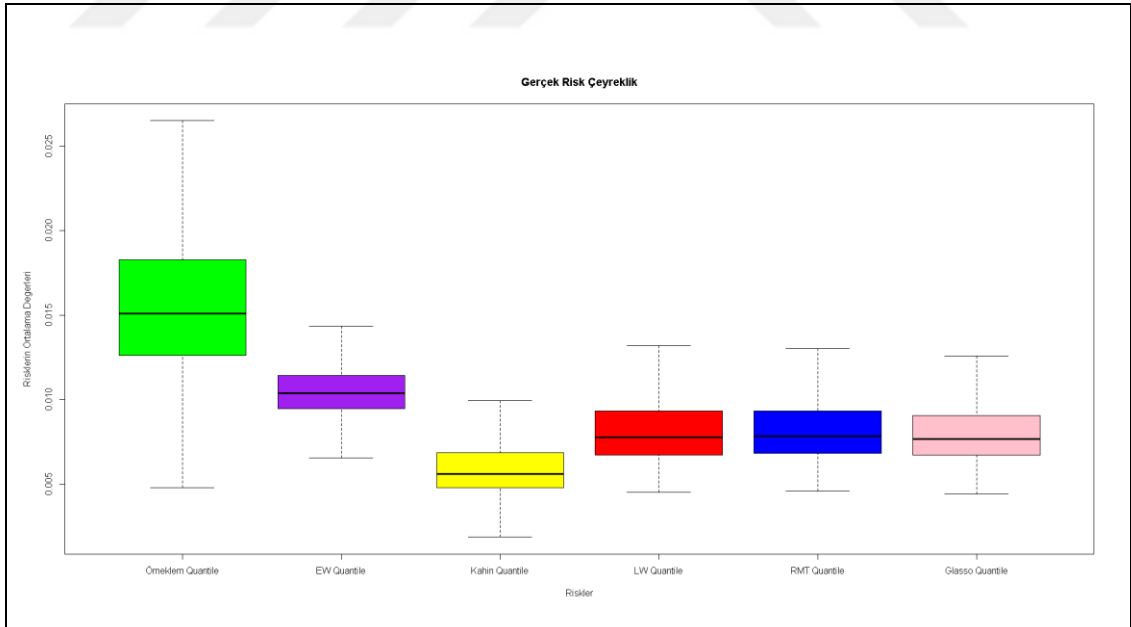
Şekil 4.30 N=10 Varlık ve T=20 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).

Şekil 4.28, 4.29 ve şekil 4.30'a göre Ledoit-Wolf, RMT ve glasso en iyi yöntem olarak bulunmuştur ve aralarında bir farklılık gözlemlenmemiştir. Pencere aralığının artmasıyla örneklem kovaryans matrisinde kovaryans matrisi tahmini için tahmin hatasının payında azalma olduğu gözlemlenmiştir. Şekiller arasında dikkat çeken önemli bir değişiklikte Şekil 4.28'de eşit ağırlıklı portföy örneklem kovaryans matrisinden daha iyi sonuç verirken şekil 4.29 ve 4.30'da bu durum tam tersi olmuş

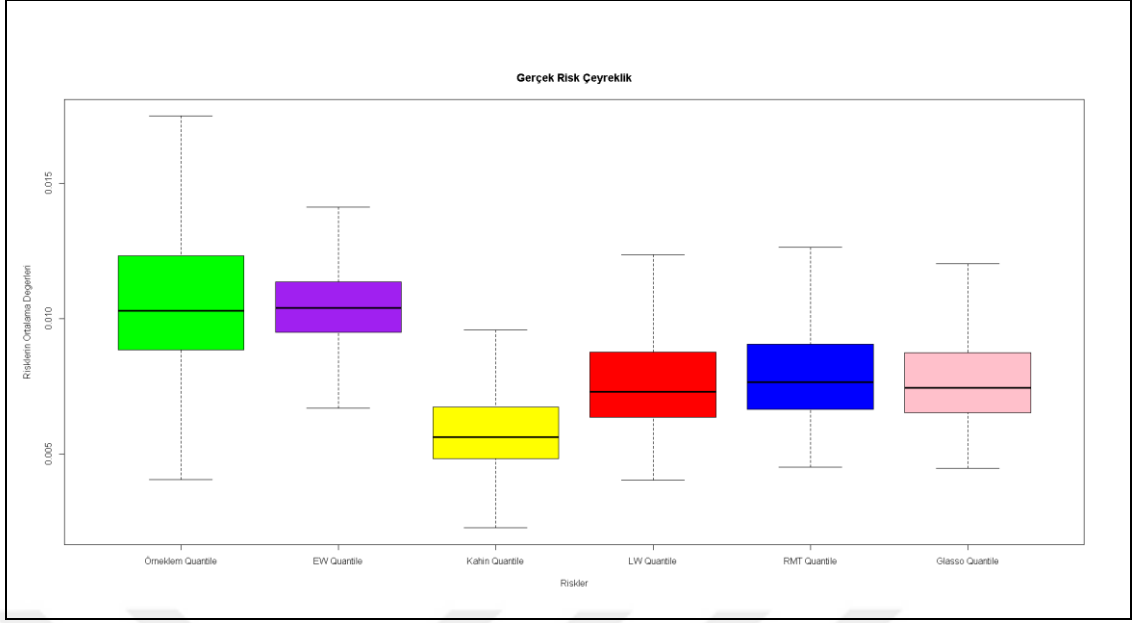
ve örneklem kovaryans matrisinde iyileşme gözlemlenmiştir. N=10 varlık için pencere aralığının artmasıyla paralel olarak örneklem kovaryans matrisindeki iyileşmede artmıştır.



Şekil 4.31: N=10 Varlık ve T=12 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).

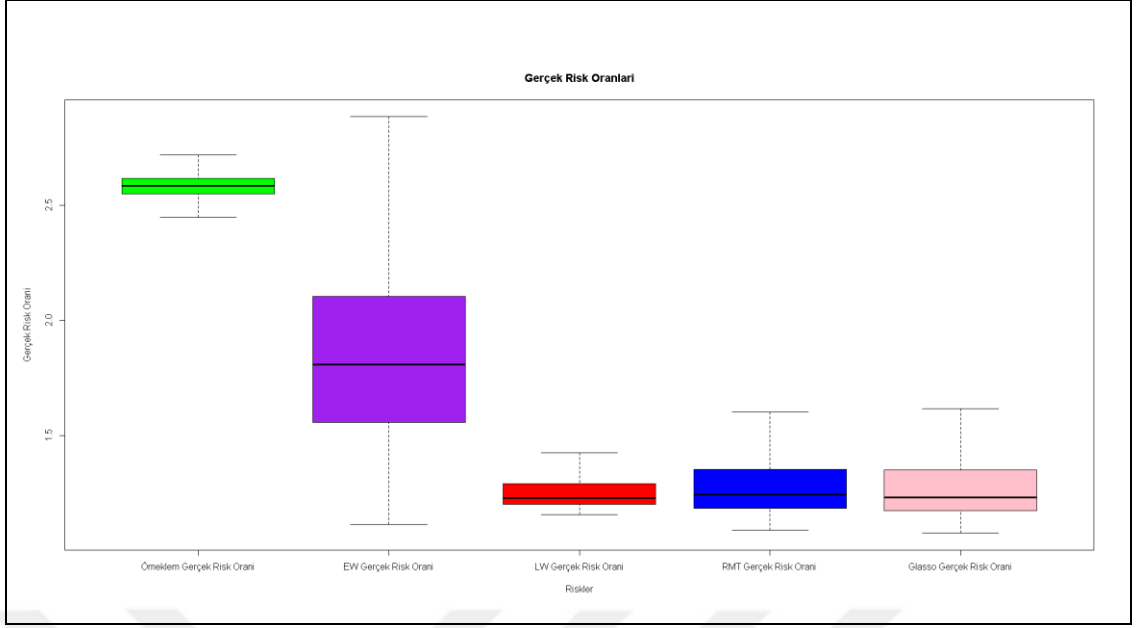


Şekil 4.32: N=10 Varlık ve T=15 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).

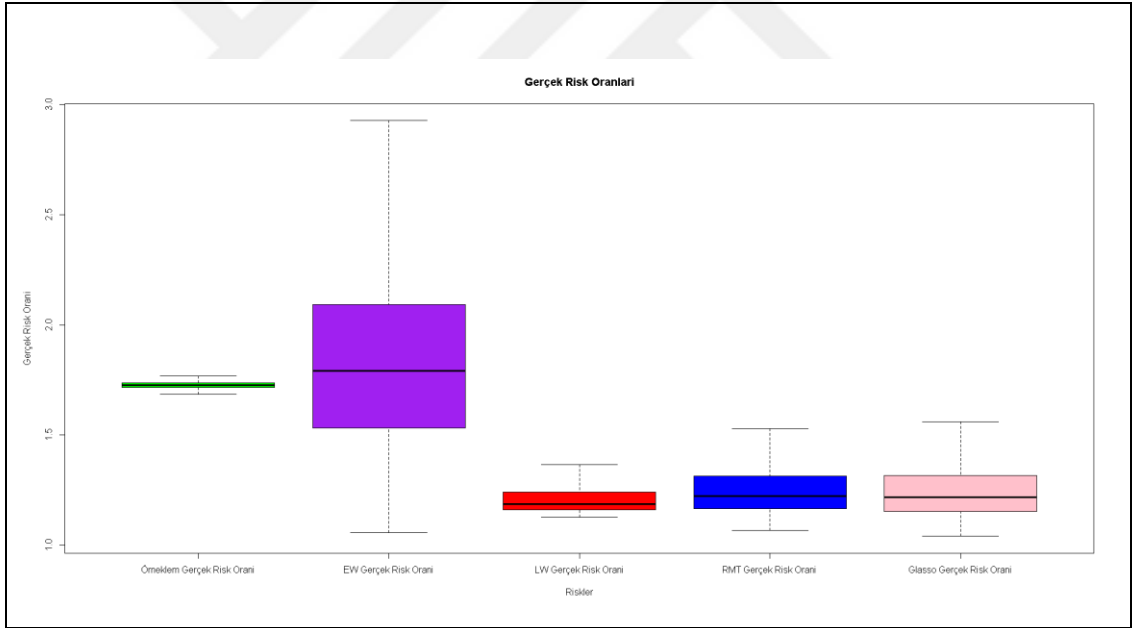


Şekil 4.33: N=10 Varlık ve T=20 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).

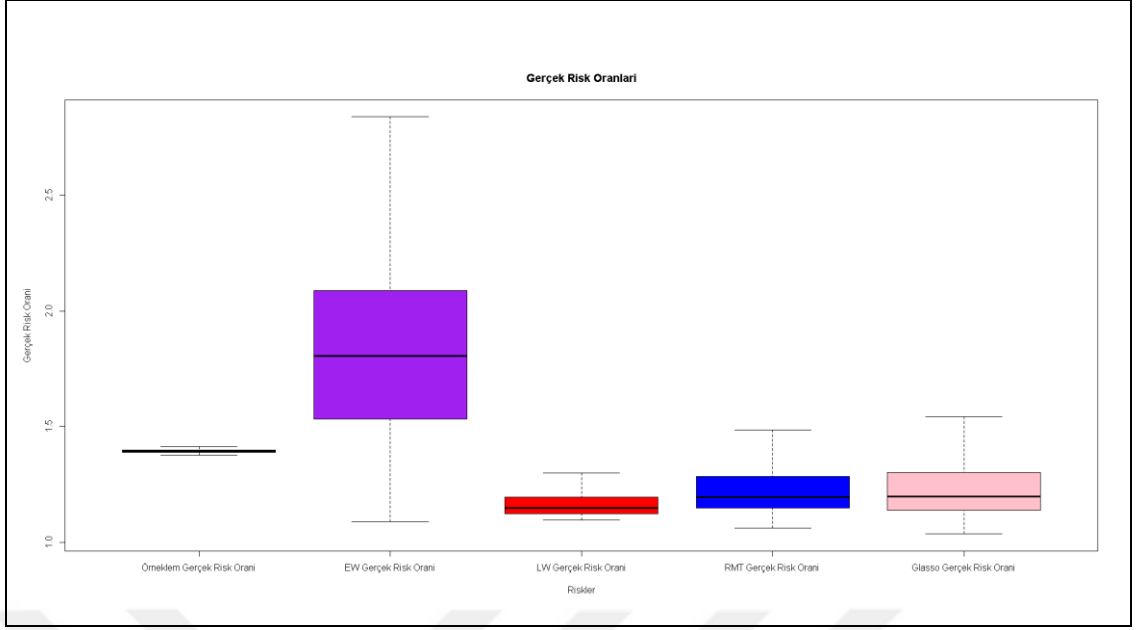
Şekil 4.31, 4.32 ve 4.33’de yine Ledoit-Wolf, RMT ve glasso arasında çok fazla bir fark yoktur. Pencere aralığını artırdığımız zaman 3 yöntemdeki değişkenlik artmıştır. Fakat şekil 4.31’de EW yönteminde komplike yöntemlere kıyasla az da olsa hata payı düşüktür ve hiçbir optimizasyon yapmadan bütün varlıkları eşit riskli varsayarak bir portföy oluşturmak da bize en düşük riski vermektedir. Bu nedenle N=10 varlık ve T=12 gün varsayımını altında EW yöntemi de bizi en iyi sonuca götürmektedir ve komplike yöntemlere ihtiyaç duyulmamaktadır.



Şekil 4.34: N=10 Varlık ve T=12 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).

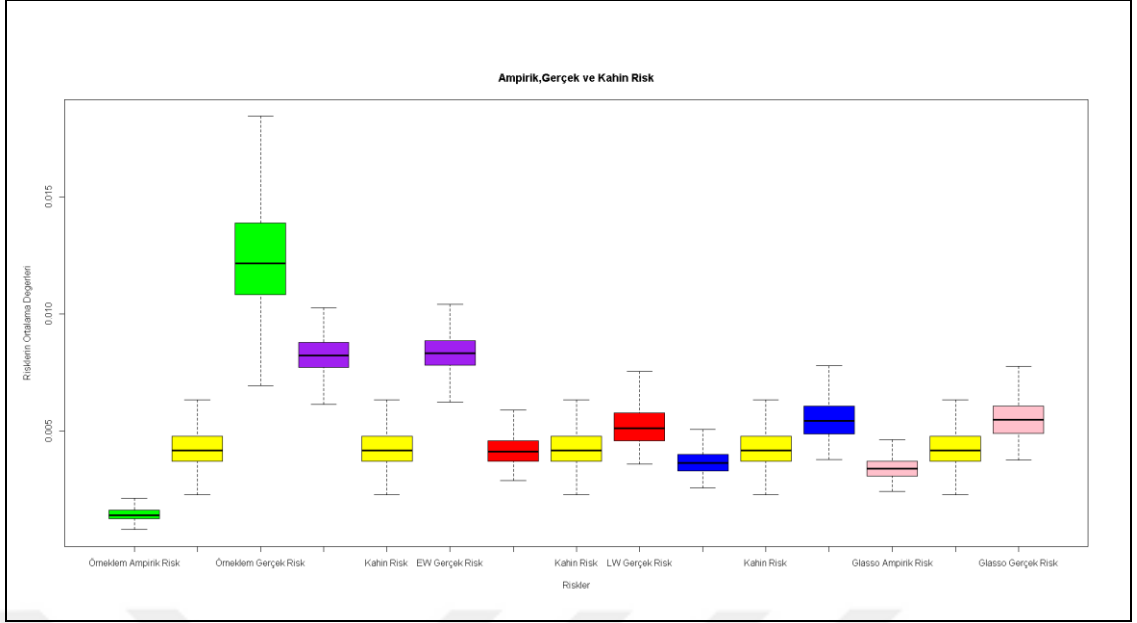


Şekil 4.35: N=10 Varlık ve T=15 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).

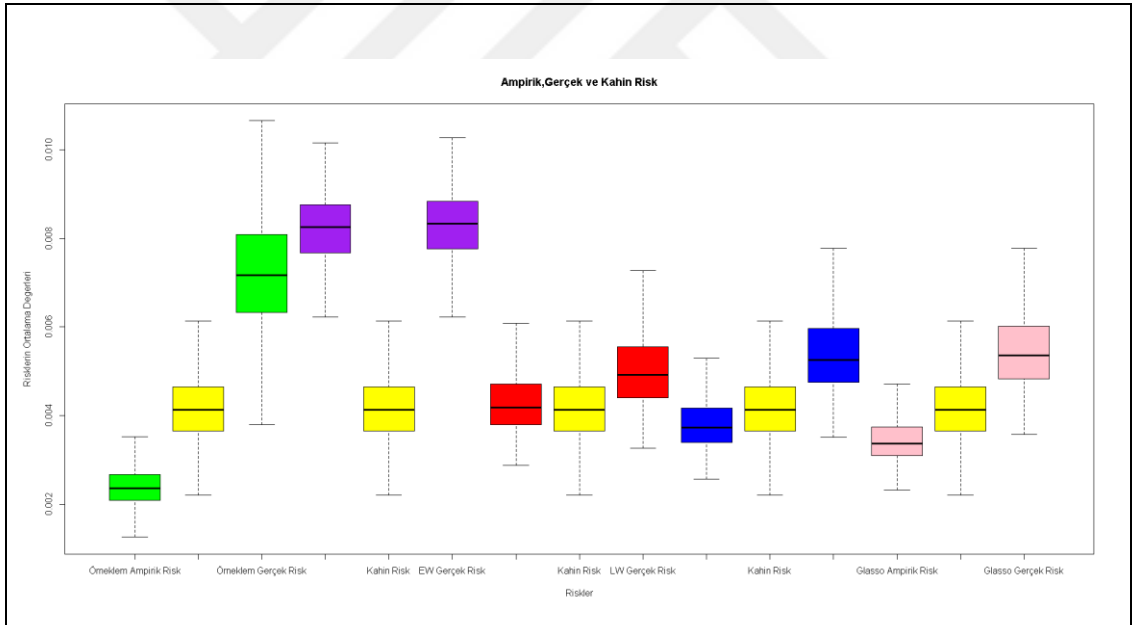


Şekil 4.36: N=10 Varlık ve T=20 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).

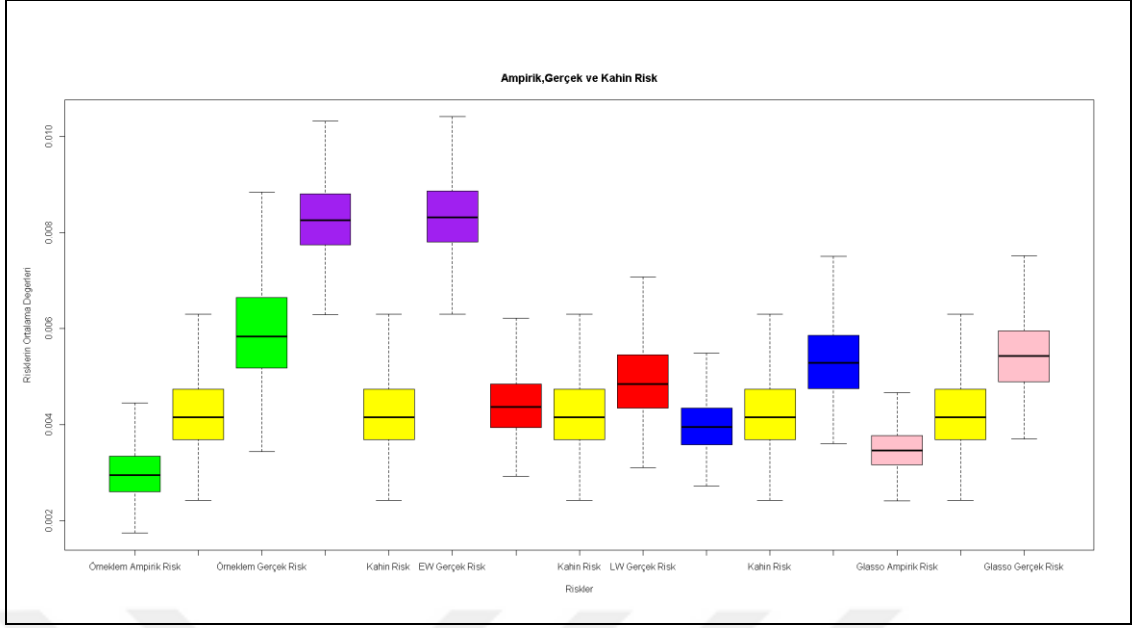
Şekil 4.34, 4.35 ve 4.36’da gerçek risk/kahin oranının en düşük olduğu ve bize yine en iyi sonucu veren yöntemin Ledoit-Wolf büzülme yöntemi olduğunu görmekteyiz. Fakat RMT ve glasso yöntemine bakacak olursak Ledoit-Wolf büzülme yöntemine yakın değerler almaktadır. Diğer Gerçek Risk/Kahin Risk grafiklerine kıyasla, buradaki en önemli gözlemlerden biri ise örneklem kovaryans matrisindeki risk oranının diğer yöntemlerden 2.5 kattan daha büyük olduğunu görmekteyiz ve bu da bize örneklem kovaryans matrisinin 2.5 kat daha fazla risk içerdiği göstermektedir. Şekil 4.35’de T=15 için 1.8 kat ve şekil 4.36’da T=20 için bu oranın 1.5 değerinin altına düşerek risk oranının diğer yöntemlere yaklaştığını gözlemlemekteyiz. Böylece N=10 varlık için pencere aralığı küçükken eşit ağırlıklı portföydeki riskten bile daha yüksek risk içerdiğini ancak pencere aralığı büyüdüğü zaman örneklem kovaryans matrisi yönteminin daha iyi çalışır hale geldiğini gözlemlemekteyiz.



Şekil 4.37: N=20 Varlık ve T=23 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).

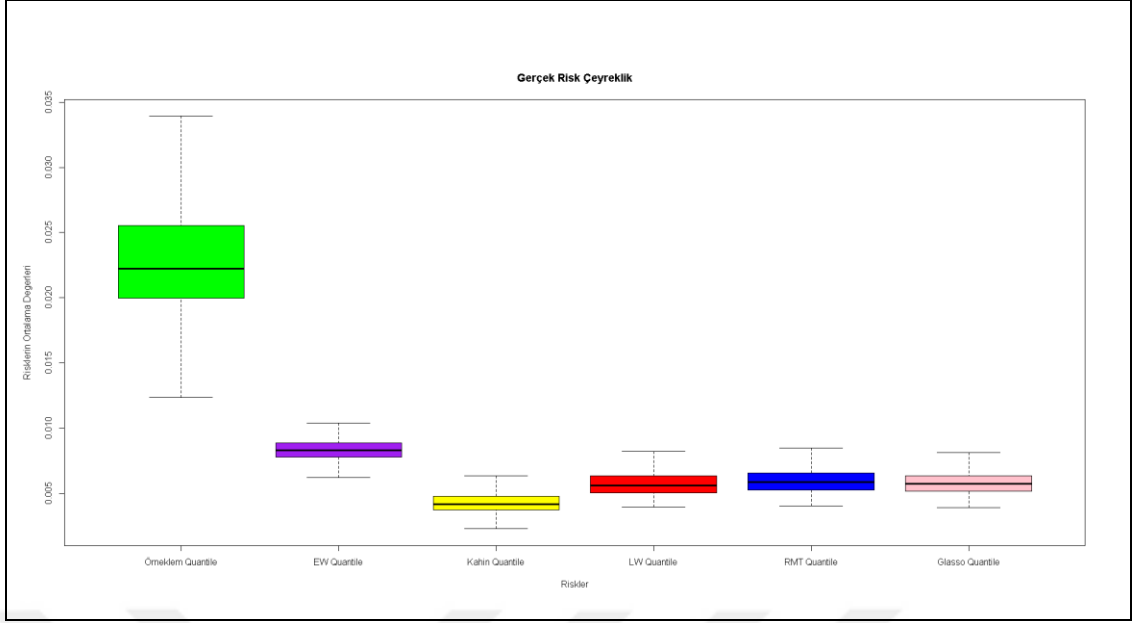


Şekil 4.38: N=20 Varlık ve T=30 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).

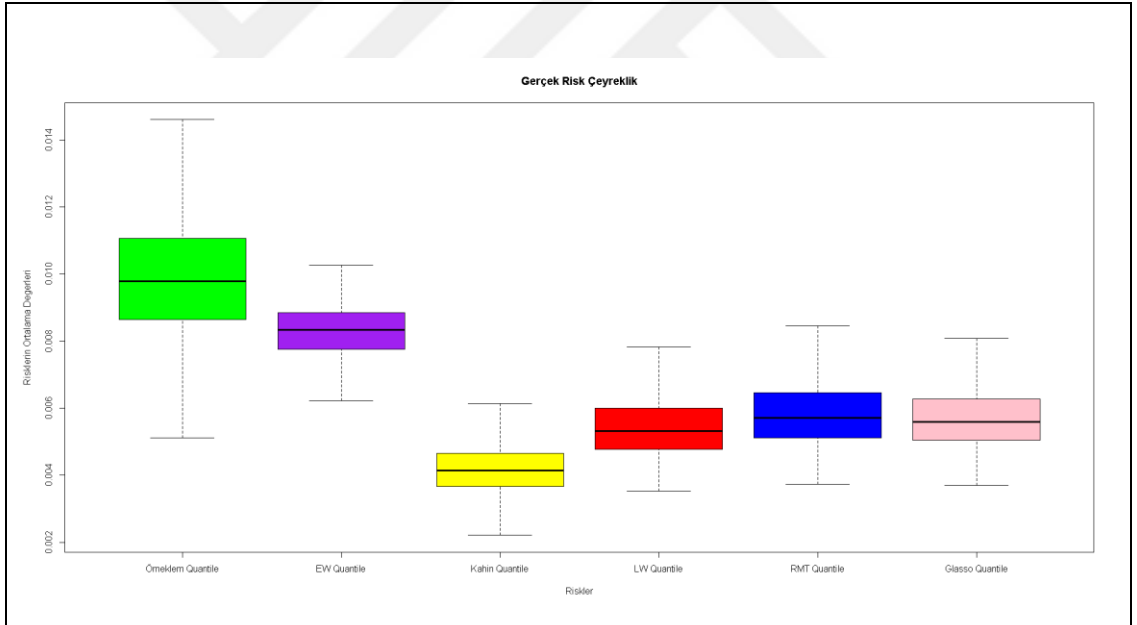


Şekil 4.39: N=20 Varlık ve T=40 gün için yöntemlerin ampirik, gerçek ve kahin risk kutu grafiği (boxplot).

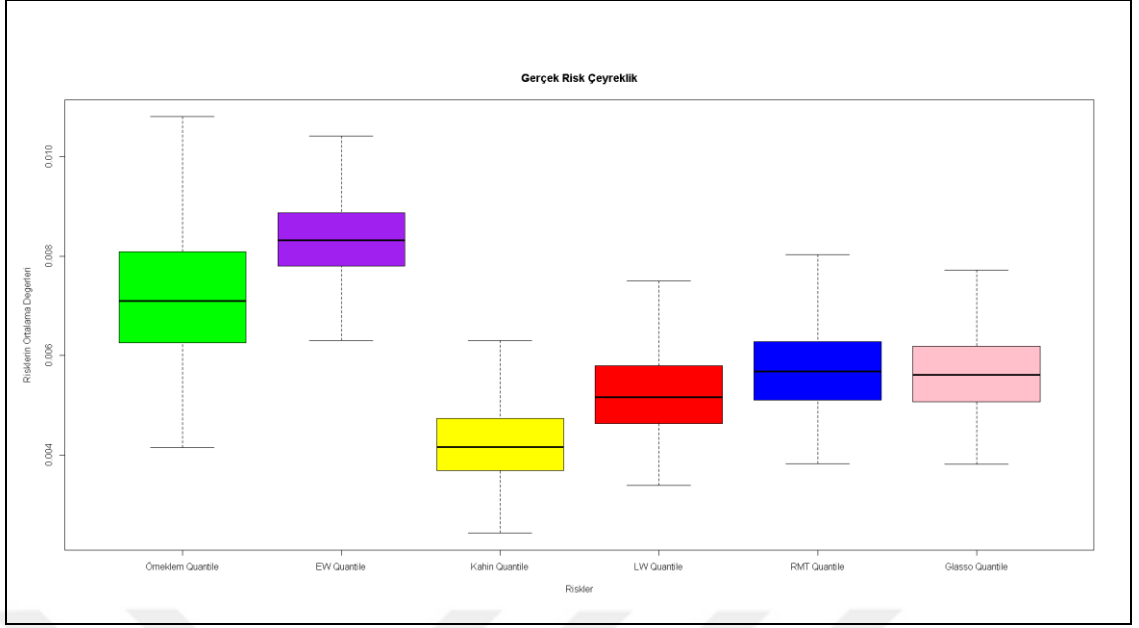
Şekil 4.37, 4.38 ve şekil 4.39'a göre Ledoit-Wolf, RMT ve glasso en iyi sonucu veren yöntemlerdir ve arasında bir farklılık gözlemlenmemiştir ve pencere aralığına bağlı olarak 3 yöntemin değişkenliği artmıştır. Pencere aralığının artmasıyla örneklem kovaryans matrisinde de kovaryans matrisi tahmini için tahmin hatasının payında azalma olduğu gözlemlenmiştir. Şekiller arasında dikkat çeken önemli bir değişiklikte Şekil 4.37'de eşit ağırlıklı portföy örneklem kovaryans matrisinden daha iyi sonuç verirken şekil 4.38 ve 4.39'da bu durum tam tersi olmuş ve örneklem kovaryans matrisinde iyileşme gözlemlenmiştir.



Şekil 4.40: N=20 Varlık ve T=23 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).

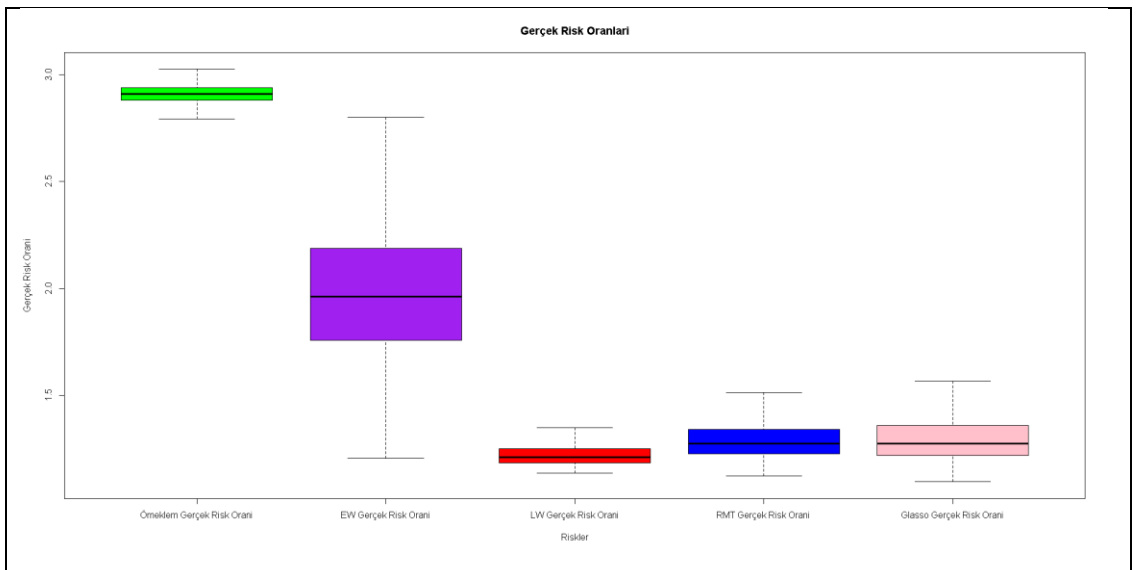


Şekil 4.41: Senaryo sayısı=1000, N=20 Varlık ve T=30 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).

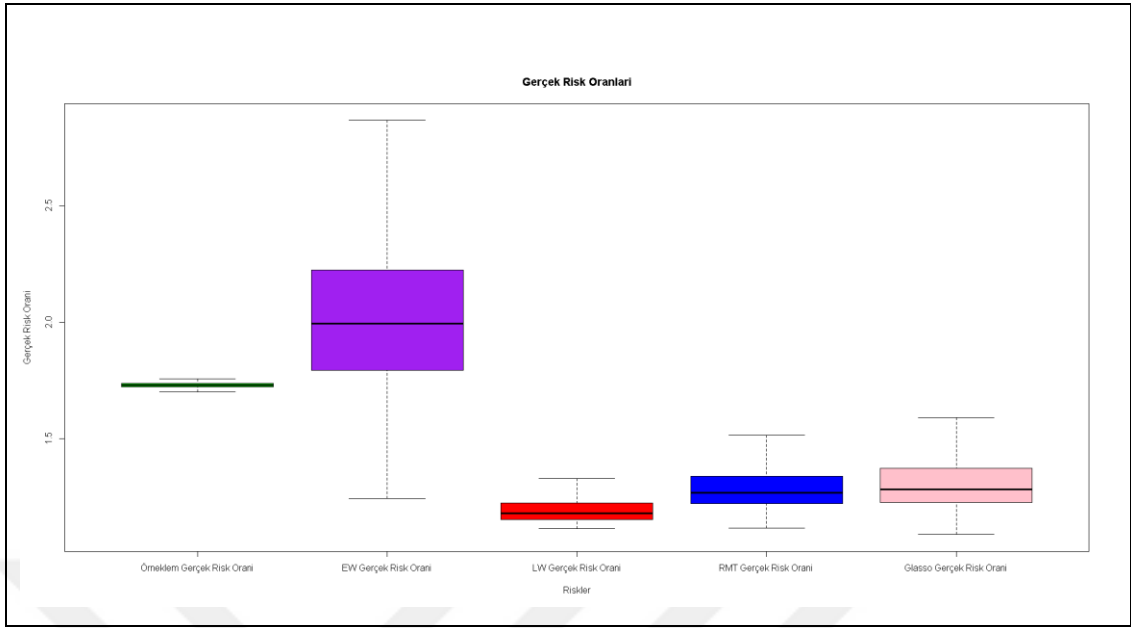


Şekil 4.42: N=20 Varlık ve T=40 gün için yöntemlerin gerçek riskin çeyreklik kutu grafiği (boxplot).

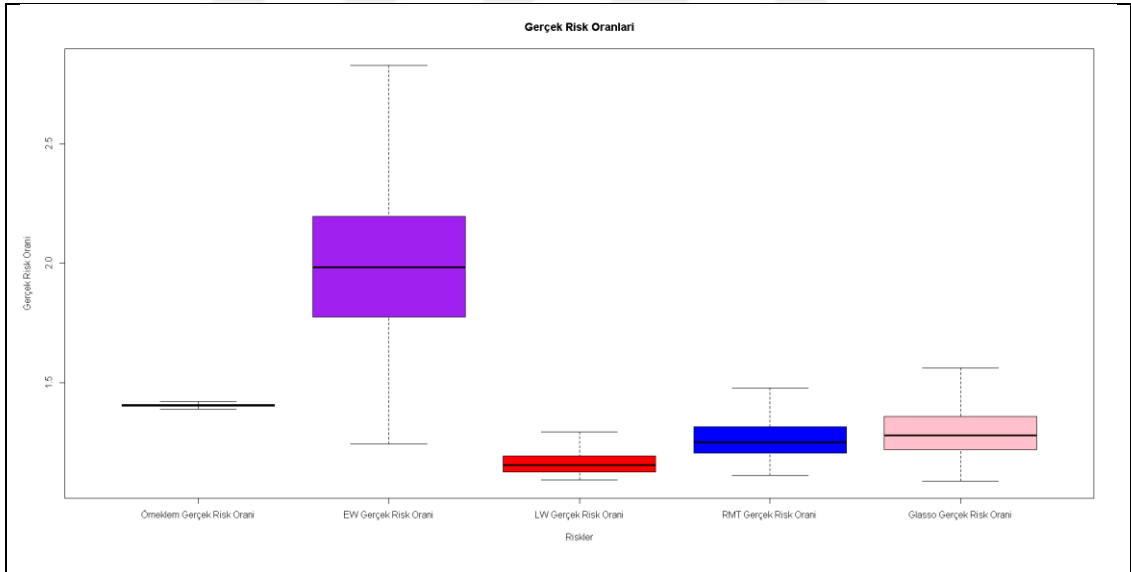
Şekil 4.40, 4.41 ve 4.42’de en iyi sonucu bize Ledoit-Wolf, RMT ve glasso yöntemleri vermektedir. Pencere aralığını artırdığımız zaman eşit ağırlık portföy hariç diğer yöntemlerdeki değişkenlik artmıştır. Pencere aralığının artmasıyla örneklem kovaryans matrisi eşit ağırlıklı yöntemle göre daha az risk içermeye başlamıştır ve pencere aralığının artmasıyla birlikte Ledoit-Wolf büzülme yönteminin RMT ve glasso yönteminden daha iyi sonuç verdiğini görmekteyiz.



Şekil 4.43: N=20 Varlık ve T=23 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).



Şekil 4.44: N=20 Varlık ve T=30 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).



Şekil 4.45: N=20 Varlık ve T=40 gün için yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oranı kutu grafiği (boxplot).

Şekil 4.43, 4.44 ve 4.45’de Ledoit-Wolf büzülme yönteminin en iyi sonucu verdiği görülmektedir. En iyi sonuç veren yöntemler sıralaması olarak RMT, glasso olarak devam etmektedir. Örneklem kovaryans matrisi için şekil 4.43’de gerçek risk, kahin riskten neredeyse 3 kat büyükken, şekil 4.44’de bu oran 1.5 oranının altına düşmüştür. Şekil 4.45’de bu oran 1.8 oranındaydı. Bu üç şekil üzerinden bir

karşılaştırma yaptığımız zaman varlık sayısı ve pencere aralığı arasındaki fark büyüdüğü zaman örneklem kovaryans matrisinde iyileşme sürekli vardır ve buna bağlı olarak örneklem kovaryans matrisinde ki değişkenlik azalmıştır.

Tablo 4.1: Yöntemlerin Gerçek Risk/Kahin Risk oran tablosu.

	Örneklem Kovaryans Matrisi	EW	LW	RMT	Glasso
5 Varlık 7 Gün	1.87	1.74	1.30	1.30	1.30
5 Varlık 10 Gün	1.37	1.75	1.21	1.25	1.25
5 Varlık 20 Gün	1.13	1.74	1.15	1.19	1.23
10 Varlık 12 Gün	2.58	1.90	1.28	1.30	1.30
10 Varlık 15 Gün	1.72	1.87	1.23	1.28	1.28
10 Varlık 20 Gün	1.39	1.88	1.20	1.26	1.27
20 Varlık 23 Gün	2.90	2.02	1.24	1.31	1.32
20 Varlık 30 Gün	1.73	2.01	1.20	1.29	1.31
20 Varlık 40 Gün	1.40	2.05	1.18	1.29	1.32

Gerçek riskin kahin riske yakın olması yöntemlerin bize en iyi sonucu verdiğinin bir göstergesidir. Bu yüzden genel olarak bir yorum yaptığım zaman gerçek risk/kahin risk oranının düşük olması gerekmektedir. Tablo 4.1’de genel olarak Ledoit-Wolf büzülme yöntemi hisselerin portföylerinin en düşük riske sahip olan yöntemdir ve en iyi sonucu vermektedir. Fakat 5 varlık ve gün sayısının 20 olduğu durumda örneklem kovaryans matrisi Ledoit-Wolf büzülme yönteminden bile daha iyi bir sonuç vermiştir. Örneklem kovaryans matrisinde varlık sayısı ve gün sayısı arasındaki oran büyüdükçe örneklem kovaryans matrisinde iyileşme olmuştur. Eşit ağırlıklı matris yöntemi ise varlık sayısının artmasıyla kötüleşerek optimal sonuçtan uzaklaşmıştır. Varlık sayısının düşük olduğu durumlarda daha iyi çalışmaktadır.

5. GERÇEK VERİ ANALİZİ

Örnekleme kovaryans matrisi, EW, LW, RMT ve glasso tarafından belirlenen portföylerin performansını BIST30’da işlem gören 26 hisse senedinin veri seti üzerinde test ediyoruz. İlk veri seti 5 varlıktan (aynı sektör), halkb (Halkbank), akbnk (Akbank), ykbnk (Yapı Kredi Bankası), garan (Garanti Bankası) ve isctr (Türkiye İş Bankası) bankalar portföyünün getirisinden oluşmaktadır. İkinci veri seti yine 5 varlıktan (farklı sektör) Halkbank, bimas (Birleşim Mağazalar A.Ş (BİM)), ekgyo (Emlak Konut GYO), thyao (Türk Hava Yolları) ve kochol (Koç Holding) portföyünün getirisinden oluşmaktadır. Üçüncü veri setinde 10 varlıktan Halkbank, Birleşim Mağazalar A.Ş (BİM), Emlak Konut GYO, Türk Hava Yolları, Koç Holding, Pegasus Hava Yolları, Erdemir, GÜBRETAŞ, Türkcell ve Şişecam portföyünün getirisinden oluşmaktadır. Son veri setinde ise 26 varlıktan Halkbank, Akbank, Yapı Kredi Bankası, Türkiye İş Bankası, Garanti Bankası, krdmd (Kardemir Karabük Demir Çelik Sanayi), froto (Ford Otosan), erbos (ERBOSAN), karsn (Karsan), ttrak (Türk Traktör), TOFAŞ(toaso), otkar (Otokar), enkai (ENKA), sahol (Sabancı Holding), alark (Alarko Holding), turprs (TÜPRAŞ), vestl (Vestel), Birleşim Mağazalar A.Ş (BİM), ekhyo (Emlak Konut GYO), Türk Hava Yolları, Koç Holding, pgsus (Pegasus Hava Yolları), eregl (Erdemir), gubrf (GÜBRETAŞ), tcell (Türkcell) ve sise (Şişecam) portföyünün getirisinden oluşmaktadır. Bütün hisse senedinin getirileri 16.10.2018 ve 15.10.2020 tarihleri arasındaki 500 günlük kapanış fiyatlarından oluşmaktadır.

İlk iki veri setinde varlıkların aynı sektör ve farklı sektörlerde olduğu zaman ki duruma bağlı olarak yöntemler karşılaştırılmıştır. Diğer veri setlerinde ise pencere aralığına bağlı olarak bir karşılaştırma yapılmıştır.

İlk olarak hisselerin kapanış fiyatlarının getirileri 5.1 denklemiyle hesaplanmıştır. Hisselerin getirilerinden ortalamaları, günlük ve yıllık standart sapması, çarpıklık ve aşırı basıklık değerleri hesaplanarak tablo oluşturulmuştur ve hisselerin risk içerip içermediği, pozitif-negatif çarpıklığı ve normal dağılıma uyup uymadığı değerlendirilerek yorumlanmıştır.

$$\text{Hisse Getirisi} = \frac{\text{Bugünün kapanış fiyatı} - \text{Dünkü kapanış fiyatı}}{\text{Dünkü kapanış fiyatı}} \quad (5.1)$$

Tablo 5.1: Hisse Getirilerinin Ortalama, Standart Sapma (günlük ve yıllık), Çarpıklık ve Aşırı Basıklık değerler tablosu.

Hisseler	Ortalama	Standart Sapma (Günlük)	Standart Sapma (Yıllık)	Çarpıklık	Aşırı Basıklık
halkb	-0.00044	0.0238	0.377	0.07	4.285
akbnk	-0.00005	0.0239	0.379	0.218	4.720
ykbmk	0.00063	0.0227	0.359	0.11	4.298
isctr	0.0007	0.0232	0.368	0.016	4.726
garan	0.00015	0.0251	0.397	0.115	5.181
eregl	0.0003	0.0204	0.323	0.05	3.59
krdmd	0.00043	0.0278	0.441	-0.177	4.05
froto	0.0013	0.0240	0.381	-0.27	5.22
erbos	0.0014	0.0244	0.386	0.036	6.236
karsn	0.0023	0.0326	0.516	-0.293	7.88
ttrak	0.0024	0.0252	0.40	0.31	8.1764
toaso	0.0011	0.0246	0.39	-0.005	4.731
otkar	0.0017	0.0203	0.322	-0.067	4.639
enkai	0.0013	0.0202	0.32	0.569	7.49
ekgyo	0.000	0.024	0.38	0.133	4.63
kchol	0.0001	0.0201	0.319	-0.252	4.807
sahol	0.0005	0.0214	0.339	-0.132	4.302
alark	0.0024	0.0254	0.403	-0.171	6.23
sise	0.0007	0.0240	0.38	0.281	5.48
bimas	0.0014	0.0197	0.312	0.231	6.39
tuprs	-0.0005	0.0218	0.345	-0.118	4.97
pgsus	0.00189	0.0356	0.563	0.314	4.85
thyao	-0.00068	0.0254	0.403	0.0657	5.137
gubrf	0.0054	0.0325	0.514	0.531	5.144
vestl	0.0021	0.0325	0.515	0.405	7.444
tcell	0.0011	0.0203	0.321	0.245	4.913

Yıllık standart sapmanın 0.30'dan büyük olması varlıkların yüksek riskli olduğunun göstergesidir. Tablo 5.1'de görüldüğü üzere BIST30'da işlem gören 26 varlığında yıllık standart sapması 0.30'dan büyüktür ve yüksek riskli olarak kabul edilmektedir. Hatta öyle ki karsn, pgsus, gubrf, vestl varlıklarının standart sapması 0.50'den büyüktür ki bu 4 varlığında çok yüksek riskli olduğunu söyleyebiliriz. Yani BIST30'a yatırım yapacaksak eğer paramızı tek bir varlığa yatırarak yüksek riski kabul etmek yerine çeşitlendirerek yatırım yapmak en mantıklısıdır.

Finansta genellikle varlıklardan elde ettiğimiz getirilerin normal dağılıma uyduğunu varsaymaktadırlar. Fakat gerçek de piyasa en ufak bir krizden bile etkilendiğinden dolayı durağan değildir bu yüzden getiriler genellikle çarpıktır. Tablo 5.1'de varlıkların çarpıklığına baktığımız zaman varlıklarının çoğunun

dağılımı pozitif çarpıklığa sahiptir. Finansal olarak pozitif çarpıklık sık sık küçük kayıplar ve birkaç büyük kazanç kazanabileceğini göstermektedir. Pozitif çarpıklık yatırımcılar tarafından çok fazla tercih edilmektedir çünkü sık sık kaybettikleri küçük kayıplar, kazandıkları büyük kazançların yanında çok ufak kalmaktadır çünkü büyük kazançlarla küçük kayıpları kolaylıkla elimine edebilirler.

Basıklık değeri bize varlıkların dağılımı hakkında yorum yapmamızı sağlamaktadır. Aşırı basıklık değeri ise Basıklık-3 olarak kabul edilmektedir, buradaki 3 normal dağılım için basıklığı ifade etmektedir. Aşırı basıklık değeri 3'e ne kadar yakınsa veri normal dağılıma yakın demektir. Ancak 3'ten uzaklaştıkça verilerin çok fazla aykırı sonuç örneğini içerdiğini ve kalın kuyruklara sahip olduğunu söyleyebiliriz. Dağılımın kalın kuyruklara sahip olması ekstrem artış ve azalış olduğunun göstergesidir ki yatırımcıların kaçındığı bir durumdur. Ayrıca basıklığın yüksek olması demek, yapacağımız yatırım için yüksek risk içermesi demektir. Riskten kaçınan bir yatırımcı, düşük basıklık olan dağılımı tercih ederken, riski minimize ederek getiriyi maksimize etmeyi amaçlamaktadır. Tablo 5.1'de aşırı basıklık sütununa baktığımız zaman bütün varlık 3'ten yüksek değerler aldığını görmekteyiz. Bu da varlıkların normal dağılıma uymadığını ve bu değerlerin yüksek olması varlıkların yüksek risk içerdiğini göstermektedir. Yine aynı şekilde paramızı çeşitlendirerek yatırım yapmak en mantıklısıdır.

5.1. Gerçek Veri Sonuçları

Bu bölümde ilk olarak standart sapma için varlıkların örneklem içi (in-sample) ve örneklem dışı (out-of-sample(OOS)) olmak üzere varlık portföylerinin getirileri tahmin edilerek tablo oluşturulmuştur ve portföylerin riskleri karşılaştırılmıştır. Varlık portföylerinin getiri tahminleri için örneklem içi ve örneklem dışı risklerin hesaplanması için aşağıdaki 2.9, 5.2 ve 5.3 numaralı denklemler kullanılmıştır.

$$\text{Örneklem içi (in sample) varyans} = \hat{w}' \hat{\Sigma} \hat{w} \quad (5.2)$$

Burada $\hat{w}$ varlıkların optimal ağırlığını, $\hat{w}'$ varlıkların optimal ağırlığının transpozunu ve $\hat{\Sigma}$ tahmini matrisi ifade etmektedir. Örneklem içi tahmin yaparken belirlemiş olduğumuz pencere aralığındaki varlık getirilerini kullanarak kovaryans

matrisinin tahmini yapılmıştır. Yeniden yapılandırılmış kovaryans matrisini kullanarak varlıkların optimal ağırlıkları denklem 2.9 ile hesaplanmıştır. Hesaplanmış olduğumuz optimal ağırlıklar ve tahmini matrisle 5.2'deki denklem kullanılarak portföylerin getirilerinin oranı hesaplanmıştır.

Örneklem dışı (OOS) Portföy getiri oranı

$$x_t = \sum_{i=1}^N \hat{w}_i r_{i,(t+\tau)} \quad t = 1, \dots, (T - \tau) \quad (5.3)$$

$$\text{Portföy getirisinin varyansı} = S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{\tau} (x_i - \bar{x})^2}{\tau - 1} \quad (5.4)$$

Burada $\hat{w}_i$ i. varlığın optimal ağırlığını, $r_{i,(t+\tau)}$ i. varlığın $(t + \tau)$ zamanda ki getirisini, T veri seti uzunluğunu ve τ pencere aralığını temsil etmektedir. Örneklem dışı varlık portföylerinin getirileri tahmin edilirken ise yine belirlemiş olduğumuz pencere aralığındaki varlık getirilerini kullanarak kovaryans matrisinin tahmini yapılmıştır. Örneklem içi tahmin yaparken olduğu gibi yeniden yapılandırılmış kovaryans matrisini kullanarak varlıkların optimal ağırlıkları denklem 2.9 ile hesaplanmıştır. Belirlemiş olduğumuz varlığın optimal ağırlığı ile kovaryans matrisi tahmini için kullandığımız pencere aralığındaki varlık getirilerinin olduğu veri setimizin pencere aralığının bir fazlası olan günün getirileri ile çarpılıp toplanarak (denklem 5.3) bir sonraki günün portföy getirisi hesaplanmıştır ve daha sonra denklem 5.4 kullanılarak verilerin standart sapması bulunmuştur. Her iki durumda da veri seti uzunluğumuz 500 gündür ve iterasyon sayısı=Veri seti uzunluğu - pencere aralığı $(T - \tau)$ 'dır.

İkinci olarak ise varlık ağırlıklarının portföy istatistikleri hesaplanmış ve tablo haline getirilmiştir ve her bir iterasyon sayısında elde ettiğimiz değerlerin değişimini görmek için grafikleri R programında oluşturularak yorumlanmıştır. Portföy istatistikleri Brüt risk (gross exposure), toplam negatif riskler (short exposure), bireysel varlıkların maksimum negatif riski (max short), seyrekliği (active position) ve Herfindahl konsantrasyon katsayısı (H^*) hesaplanmıştır. Brüt Risk (gross exp.) = $\sum_i |w_i|$, yani ağırlıkların mutlak değerlerinin toplanmasıyla bulunmaktadır. Brüt riskin 1'e yakın bir değer çıkmasını istiyoruz çünkü varlık ağırlıklarının toplamı 1'dir ve bu değer 1'den ne kadar büyükse çok fazla açığa satış olduğunun göstergesidir ve

bu durumda bizim istediğimiz birşey değildir. Toplam negatif risk bizim ne kadar açığa satış yaptığımızı göstermektedir ve bu değerinde düşük olması açığa satışın az olduğunu ve yöntemlerin iyi çalıştığının gösterir. Bireysel varlıkların maksimum negatif riski en yüksek miktardaki açığa satış değerini temsil etmektedir. Seyreklik ağırlıkların seyreklik oranını bize gösterirken, Herfindahl katsayısı da çeşitliliği göstermektedir ve $H^* = \sum_i w_i'$, $w_i' = \frac{w_i}{\sum_i |w_i|}$ denklemi ile hesaplanmaktadır.

Üçüncü olarak ise varlıkların ağırlık grafikleri R programında çizilmiş ve yorumlanmıştır. Ağırlık grafiklerine bakarak ağırlıkların oynaklıkları üzerinden yorum yapmamız mümkündür. Dikey eksen aralık(ağırlık çizim) varlık fiyatındaki değişkenliği bize gösterir. Ağırlıkların çok oynaması istemeyiz çünkü ağırlıkların çok oynak olması bizim paramızla çok fazla al sat yapmamız gerektiğidir ki bu durum yatırımcı için kaçınması gereken bir durumdur çünkü yatırımcılar komisyon yapmak istemezler. Diğer bir yandan ağırlıkların yüksek oynaklığa sahip olması belirsizliğin arttığının bir göstergesidir.

İlk veri setimiz olan ve 5 varlıktan (aynı sektör) Halkbank, Akbank, Yapı Kredi Bankası, Garanti Bankası ve Türkiye İş Bankası ve T=7,10 ve 20 gün pencere aralığında bankalar portföyünün getirisinden oluşan sonuçlarımız aşağıda portföy istatistikleri tablosu ve grafikleri, verilerin örneklem içi ve örneklem dışı standart sapma tablosu üzerinden yorumlanmıştır.

Tablo 5.2: N=5 varlık T=7, 10 ve 20 gün ("halkb","akbnk","ykbnc","garan","isctr") gerçek veri analizi için örneklem içi ve örneklem dışı standart sapma tablosu.

	Standart Sapma	
	In Sample	OOS
5 varlık 7 gün		
Örneklem Kovaryans	0.0087	0.038
EW	0.0193	0.021
LW	0.013	0.023
RMT	0.0125	0.023
glasso	0.009	0.021
5 varlık 10 gün		
Örneklem Kovaryans	0.0123	0.027
EW	0.012	0.021
LW	0.0145	0.022
RMT	0.0144	0.023
glasso	0.0093	0.021
5 varlık 20 gün		
Örneklem Kovaryans	0.0158	0.022
EW	0.0202	0.0212
LW	0.016	0.021
RMT	0.016	0.022
glasso	0.009	0.021

Örneklem dışı standart sapma örneklem içi standart sapmadan büyük olmalıdır ve bütün durumlarda beklediğimiz gibidir. Elde ettiğimiz örneklem dışı standart sapmanın büyük olması portföyün daha fazla oynaklık gösterdiğinin bir işaretidir. Yani standart sapması küçük olan portföyden daha risklidir. Aynı sektör üzerinden bir değerlendirme yaptığımız zaman en az riskli portföy EW ve glasso yöntemleriyle oluşturulmuş portföylerdir. Örneklem kovaryans matrisine bakacak olursak varlık sayısı ve gün sayısı birbirine yakın olduğu zaman yüksek riskli çıkmıştır. Fakat varlık sayısı ve pencere aralığı arasındaki fark büyüdüğü zaman örneklem kovaryans matrisinde iyileşme görülmektedir. Tablo 5.1’de varlıkların günlük standart

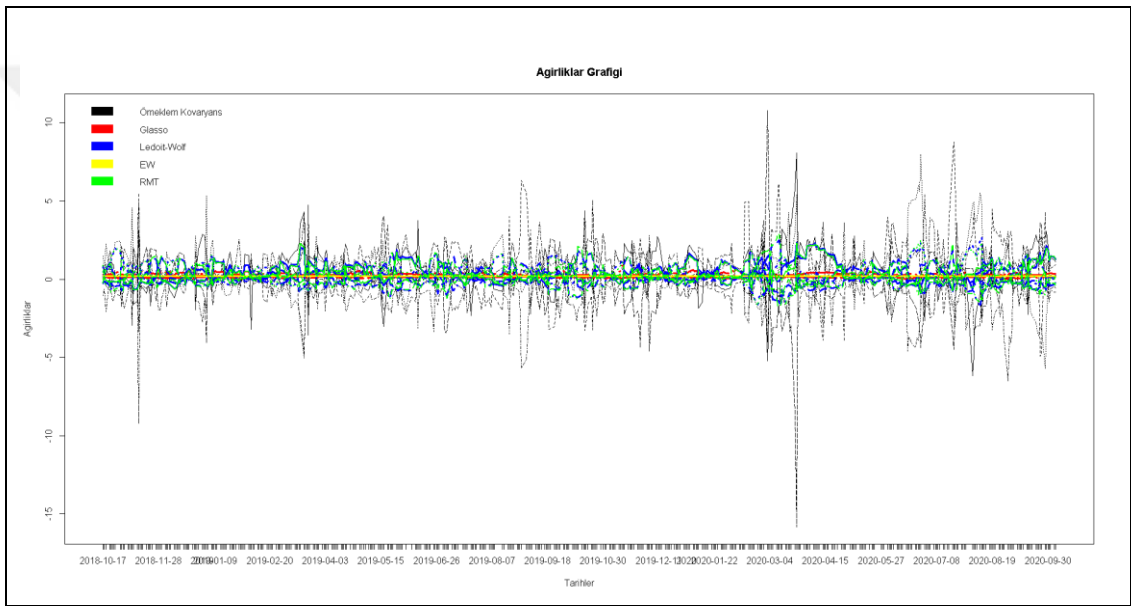
sapmalarına baktığımız zaman değerler sırasıyla 0.0238, 0.0239, 0.0227, 0.0251, 0.0232'dir. Yani buradaki portföyün riski 0.021'dir ve portföydeki minimum riskli hisseden (0.0227) bile daha düşük riske sahiptir. Yani çeşitlendirme sayesinde riskte %8 azalma olmuştur.

Tablo 5.3: N=5 varlık T=7, 10 ve 20 gün ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") portföy istatistikleri.

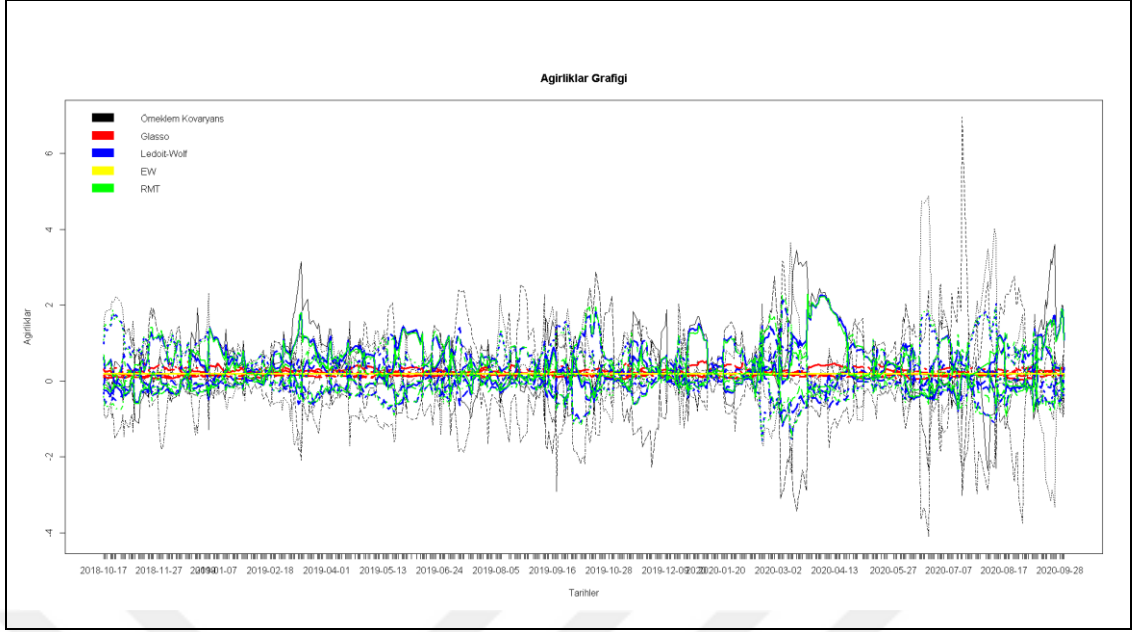
	Gross exp.	Short exp.	Max short	Active pos.	H*
5 varlık 7 gün					
Örneklem Kovaryans	5.436	1.056	-1.567	100%	0.295
EW	1	0	0	100%	0.2
LW	2.22	0.3	-0.405	100%	0.347
RMT	2.14	0.317	-0.387	100%	0.334
glasso	1	0	0	100%	0.245
5 varlık 10 gün					
Örneklem Kovaryans	3.677	0.66	-0.99	100%	0.31
EW	1	0	0	100%	0.2
LW	2.054	0.26	-0.345	100%	0.35
RMT	2.049	0.271	-0.35	100%	0.34
glasso	1	0	0	100%	0.23
5 varlık 20 gün					
Örneklem Kovaryans	2.483	0.417	-0.583	100%	0.31
EW	1	0	0	100%	0.2
LW	1.76	0.22	-0.27	100%	0.35
RMT	1.8	0.23	-0.28	100%	0.34
glasso	1	0	0	100%	0.21

Tablo 5.3 bize aynı sektördeki 5 varlık için portföy istatistiklerini göstermektedir. Örneklem kovaryans matris portföylerinin gross exp. değerinin özellikle varlık sayısı pencere aralığına yakın olduğu zaman aşırı risk içerdiğini görüyoruz. Risk pencere aralığı arttığında düşse de yine de en iyi yöntem olan glasso yöntemine göre 5 kat fazla risk içermektedir. Pencere aralığının arttığı zaman yöntemlerdeki iyileşme durumu LW ve RMT yöntemlerinde de gözlemlenmektedir. EW yöntemi yapısı gereği uzun dönemli olduğu için en düşük riske sahip olarak gözükmemektedir fakat bu değer önemsizdir. Short exp. değerinde ise EW ve glasso değerlerinde açığa satış yapılmadığını, RMT ve LW yöntemlerinde az miktarda olsa açığa satış olduğunu fakat örneklem kovaryans matrisinde çok yüksek miktarda açığa satış olduğunu görmekteyiz. Bu durum pencere aralığını yükselttiğimiz zaman

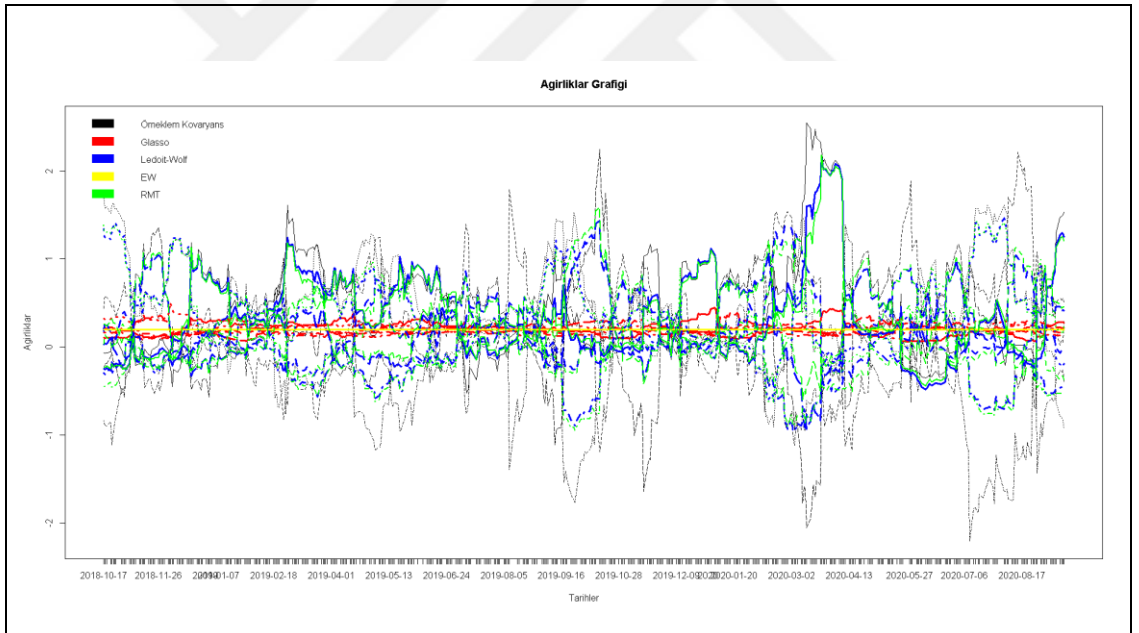
azalmaktadır. Max short değerimizde bireysel varlıkların maksimum negatif riskini göstermektedir ki bir varlığın ne kadar oranla açığa satış yapıldığını ifade etmektedir. Örneklem kovaryans matrisinde paramızın 1.05 katı değerinde bir açığa satış işlemi gerçekleştirilmiştir ki bu oran açığa satış için çok yüksektir. Yöntemlerden hiç birinin ağırlıkları seyrek değildir bu yüzden bütün yöntemlerin aktif pozisyon yüzdesi %100'dür. Çeşitlendirme seviyesi Herfindahl katsayısı ile gösterilmektedir ve en çeşitlendirilmiş yöntem olarak EW ve glasso yöntemlerini göstermektedir. Fakat en yüksek riske sahip olan örneklem kovaryans matrisi de dahil olmak üzere diğer yöntemlerinde çeşitlendirme katsayıları birbirlerine yakınlık göstermektedir.



Şekil 5.1: N=5 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "garan", "isctr") T=7 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.



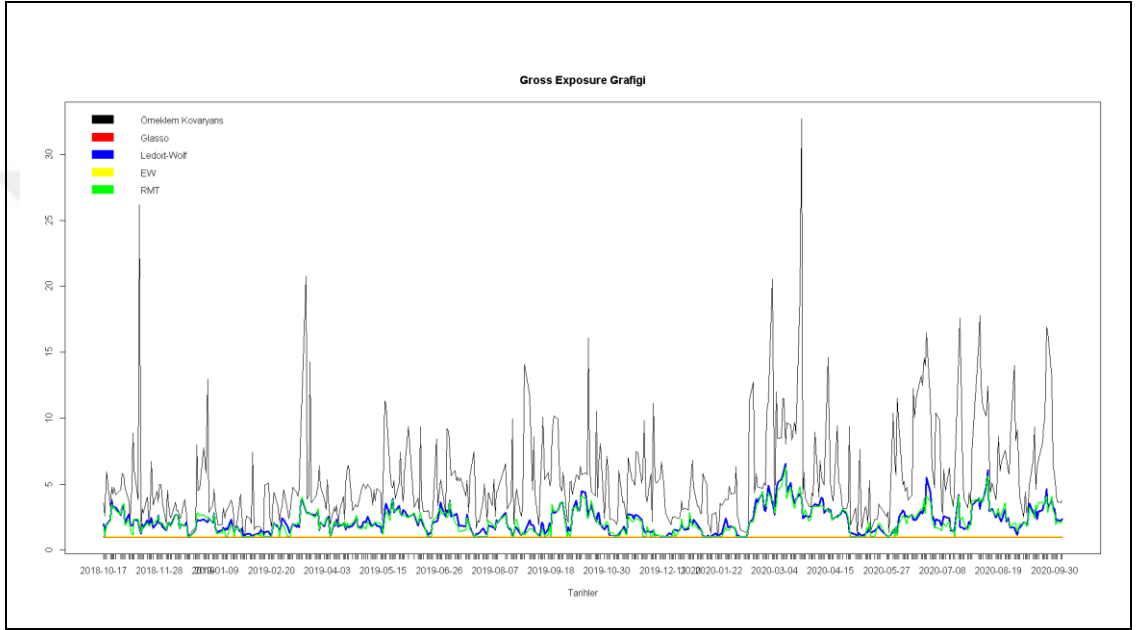
Şekil 5.2: N=5 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "garan", "isctr") T=10 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.



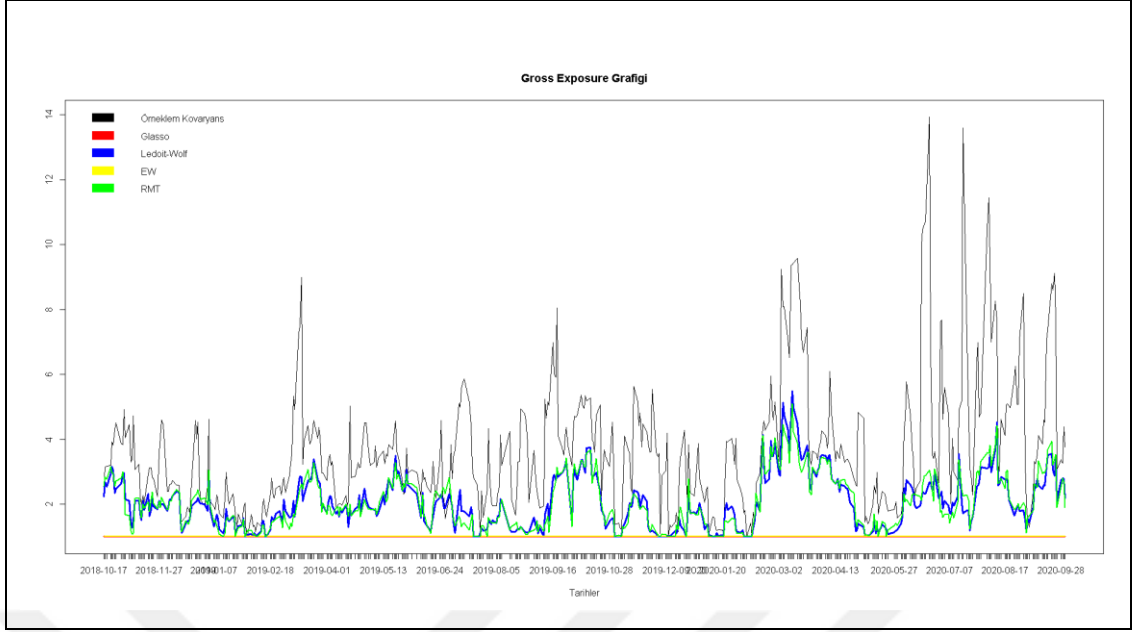
Şekil 5.3: N=5 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "garan", "isctr") T=20 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.

Şekil 5.1, 5.2 ve 5.3 aynı sektörde olan 5 varlık için varlıkların ağırlıklarının grafiğini göstermektedir. Bu 3 şekile de baktığımız zaman glasso ve EW yönteminin bize en iyi sonucu verdiğini ve oynaklığının az olduğunu görmekteyiz. EW yönteminde oynaklık hiç yok olarak gözükmemektedir fakat yapısı gereği bütün varlıkları eşit riskli kabul ettiğinden dolayı göz ardı edilebilir ve bize en iyi sonucu

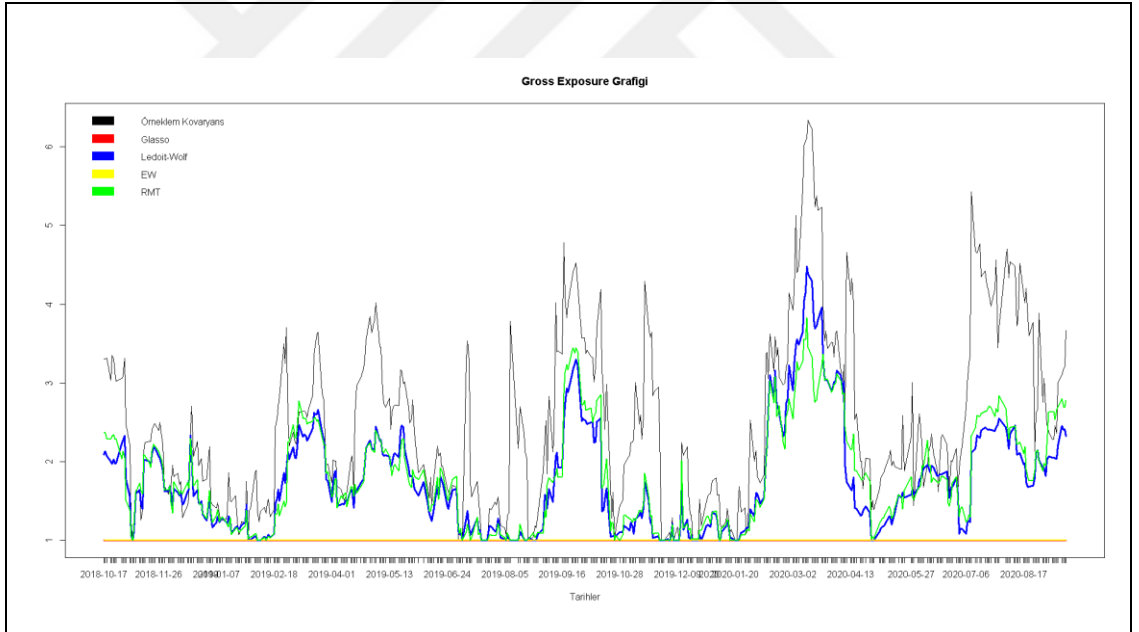
glasso yönteminin verdiğini söyleyebiliriz. Örneklem kovaryans matrisinde ise oynaklığın çok fazla olduğunu ve pencere aralığı arttığı zaman neredeyse RMT ve LW yöntemleriyle aynı oynaklığa sahip olduğunu görmekteyiz. Ayrıca şekil 5.1’de örneklem kovaryans matrisinde çok yüksek oranlarda açığa satış yapılmaktadır. Bu durum özellikle pandemi dönemine gelmektedir ve pandemi döneminde de devam etmektedir. Tüm pencere aralığında açığa satış olmasına rağmen, pencere aralığını artırdığımız zaman açığa satış oranında ki düşmeleri görmekteyiz.



Şekil 5.4: N=5 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnc", "garan", "isctr") T=7 gün için Gross exposure grafiği.



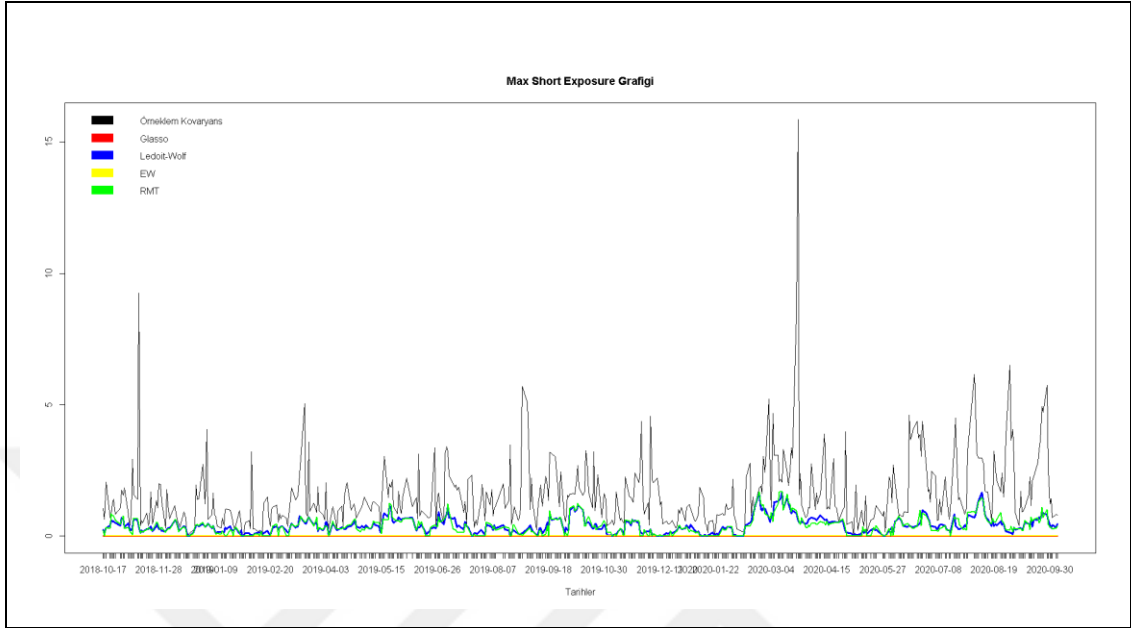
Şekil 5.5: N=5 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "garan", "isctr") T=10 gün için Gross exposure grafiği.



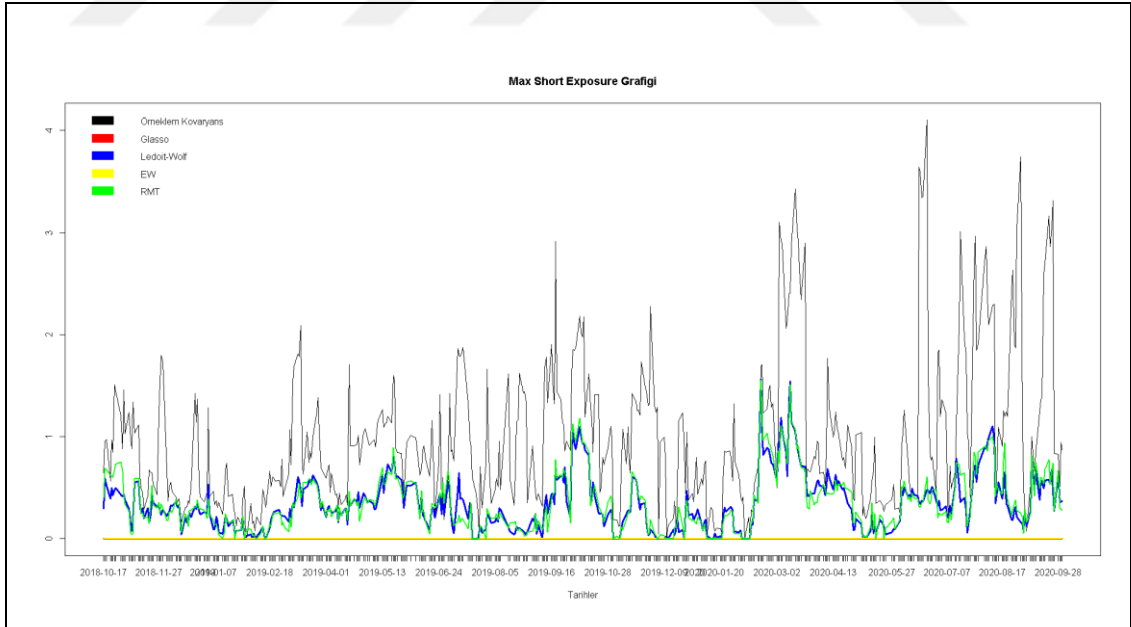
Şekil 5.6: N=5 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "garan", "isctr") T=20 gün için Gross exposure grafiği.

Şekil 5.4, 5.5 ve 5.6 aynı sektör 5 varlık için brüt risk grafiğine baktığımız zaman örneklem kovaryans matrisinin daha yüksek risk içerdiğini görebiliyoruz. Şekil 5.4'e baktığımız zaman değerler çok sert inişler çıkışlar olduğunu yani bir önceki gün ile bir sonraki gün arasında çok fazla değişkenlik gösterdiğini yani bazen çok düşük miktarda açığa satış olduğunu bezen de çok yüksek olduğunu

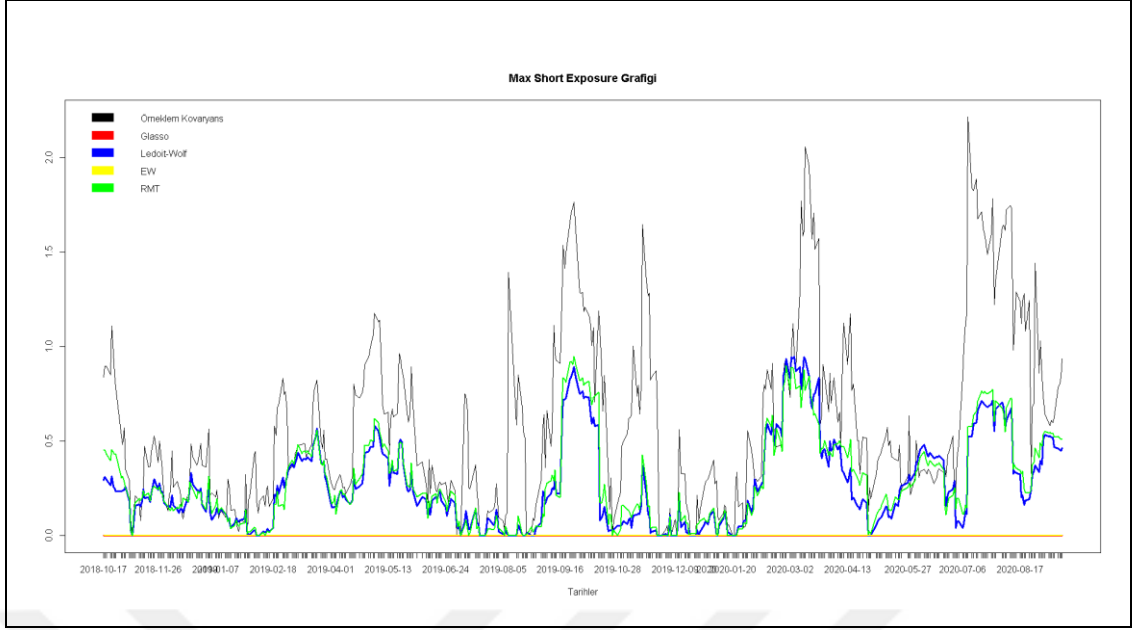
söyleyebiliriz. RMT ve LW yönteminin aynı dönemlerde düşük ve yüksek değerler almaktadır.



Şekil 5.7: N=5 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "garan", "isctr") T=7 gün için Max Short grafiği.

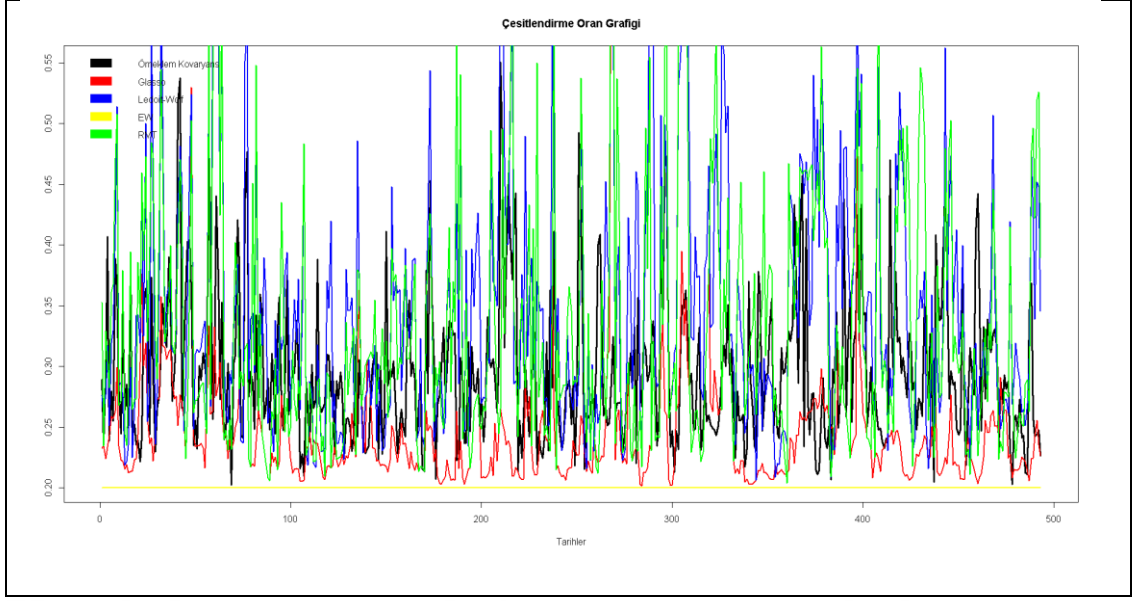


Şekil 5.8: N=5 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "garan", "isctr") T=10 gün için Max Short grafiği.

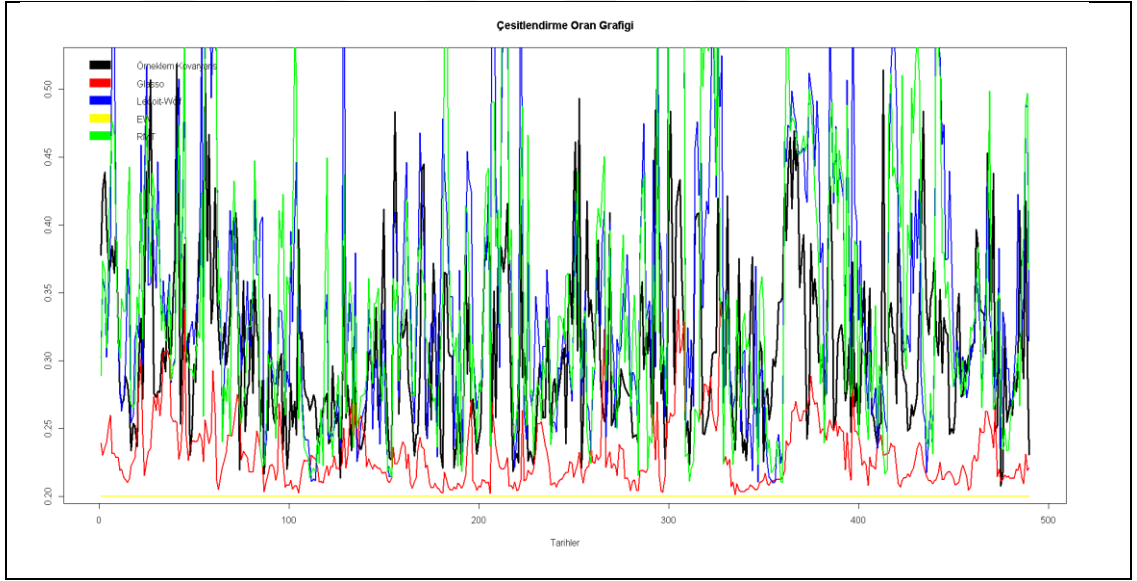


Şekil 5.9: N=5 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "garan", "isctr") T=20 gün için Max Short grafiği.

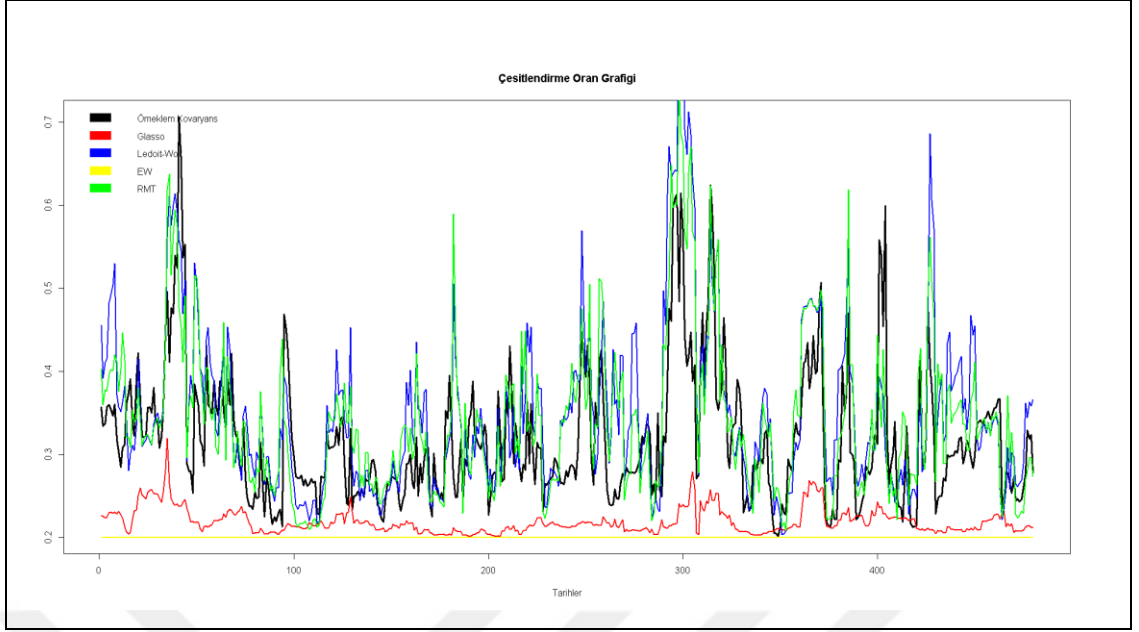
Şekil 5.7, 5.8 ve 5.9 bize 5 varlık aynı sektör için bireysel varlıkların maksimum negatif risklerinin grafiğini göstermektedir. Örneklem kovaryans matrisinin de varlıkların çok yüksek oranlarda ne kadar oranlarda açığa satış yapıldığını görmekteyiz. Bu oran Şekil 5.7’de çok yüksektir ve pencere aralığının azalmasıyla örneklem kovaryans matrisinin açığa satış oranı LW ve RMT yöntemlerine yaklaşmaktadır. EW ve glasso yöntemlerinde de açığa satış yapılmadığını görmekteyiz.



Şekil 5.10: N=5 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnc", "garan", "isctr") T=7 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.



Şekil 5.11: N=5 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnc", "garan", "isctr") T=10 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.



Şekil 5.12: N=5 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "garan", "isctr") T=20 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.

Şekil 5.10, 5.11 ve 5.12 aynı sektördeki 5 varlık için çeşitlendirme grafiğini temsil etmektedir. Çeşitlendirme oranının düşük olması bize portföyü oluştururken varlıkların en az risk içerek şekilde ağırlıklandırıldığını gösterir. 3 grafikte de en düşük çeşitlendirme oranına sahip yöntem EW'dır ve daha sonra glasso gelmektedir. Bütün yöntemlerde pencere aralığını artırdığımız zaman çeşitlendirme oranı düşmektedir ve yöntemlerde iyileşme olmuştur.

İkinci veri setimiz olan ve 5 varlıktan (farklı sektör) Halkbank, Birleşim Mağazalar A.Ş (BİM), Emlak Konut GYO, Türk Hava Yolları ve Koç Holding ve T=7,10 ve 20 gün pencere aralığındaki hisselerin portföyünün getirisinden oluşan sonuçlarımız aşağıda portföy istatistikleri tablosu ve grafikleri, verilerin örneklem içi ve örneklem dışı standart sapma tablosu üzerinden yorumlanmıştır.

Tablo 5.4: N=5 varlık T=7, 10 ve 20 gün ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") gerçek veri analizi için örneklem içi ve örneklem dışı standart sapma tablosu.

	Standart Sapma	
	In Sample	OOS
5 varlık 7 gün		
Örneklem Kovaryans	0.0062	0.04
EW	0.014	0.016
LW	0.01	0.016
RMT	0.0084	0.016
glasso	0.0077	0.016
5 varlık 10 gün		
Örneklem Kovaryans	0.019	0.021
EW	0.014	0.016
LW	0.011	0.016
RMT	0.009	0.015
glasso	0.0081	0.015
5 varlık 20 gün		
Örneklem Kovaryans	0.011	0.016
EW	0.015	0.016
LW	0.0125	0.015
RMT	0.011	0.015
glasso	0.008	0.015

Örneklem dışı standart sapma örneklem içi standart sapmadan büyüktür. Farklı sektör üzerinden bir değerlendirme yaptığımız zaman pencere aralığı 7 gün olduğu zaman en az riskli portföy EW, LW, RMT ve glasso yöntemleriyle oluşturulmuş portföylerdir. Pencere aralığını arttırdığımız zaman genel olarak RMT ve glasso yöntemleri en iyi sonucu vermektedir. Örneklem kovaryans matrisine bakacak olursak varlık sayısı ve gün sayısı birbirine yakın olduğu zaman çok yüksek riskli çıkmıştır. Fakat varlık sayısı ve pencere aralığı arasındaki fark büyüdüğü zaman örneklem kovaryans matrisinde iyileşme görülmektedir. Tablo 5.1’de varlıkların günlük standart sapmalarına baktığımız zaman değerler sırasıyla 0.0238, 0.0197,

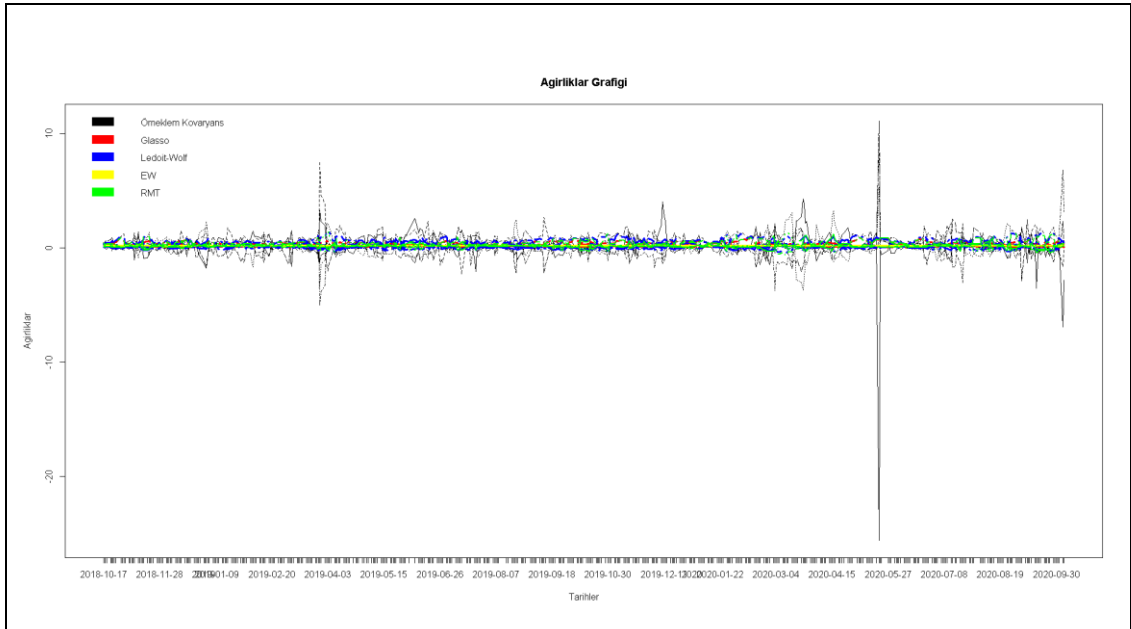
0.024, 0.0254, 0.0201'dir. Yani buradaki portföyün riski 0.015'dir ve portföydeki minimum riskli hisseden (0.0201) bile daha düşük riske sahiptir. Yani çeşitlendirme sayesinde riskte %34 azalma olmuştur. Varlıkların aynı sektörde olduğu durumunda ise bu oran %8 olarak bulmuştuk ve portföyün riski 0.021 olarak bulmuştuk. Fakat varlıkları farklı sektörlerden seçerek yaptığımız zaman portföyün riski 0.015'dir. Bu yüzden varlıkları farklı sektörlerden seçerek çeşitlendirme yapmak riski daha çok azaltmaktadır.

Tablo 5.5: N=5 varlık T=7, 10 ve 20 gün ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") portföy istatistikleri.

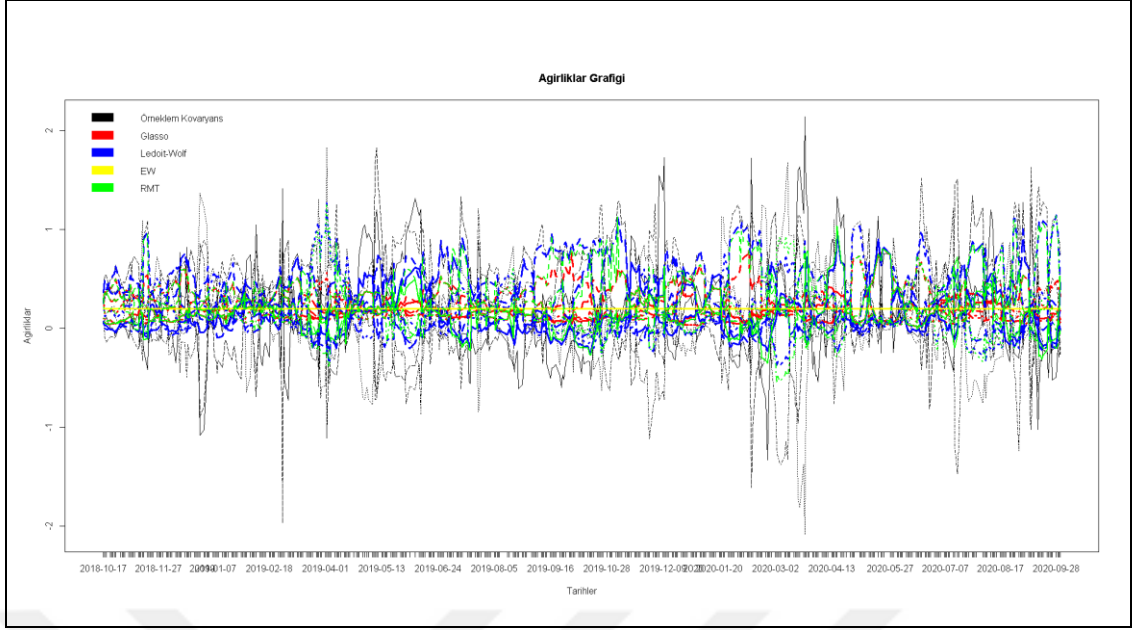
	Gross exp.	Short exp.	Max short	Active pos.	H*
5 varlık 7 gün					
Örneklem Kovaryans	2.88	0.514	-0.716	100%	0.31
EW	1	0	0	100%	0.2
LW	1.25	0.097	-0.092	100%	0.39
RMT	1.13	0.16	-0.049	100%	0.32
glasso	1	0	0	100%	0.3
5 varlık 10 gün					
Örneklem Kovaryans	1.87	0.28	-0.34	100%	0.31
EW	1	0	0	100%	0.2
LW	1.2	0.08	-0.073	100%	0.37
RMT	1.15	0.12	-0.06	100%	0.31
glasso	1	0	0	100%	0.27
5 varlık 20 gün					
Örneklem Kovaryans	1.37	0.155	-0.16	100%	0.31
EW	1	0	0	100%	0.2
LW	1.11	0.063	-0.045	100%	0.34
RMT	1.12	0.074	-0.052	100%	0.33
glasso	1	0	0	100%	0.24

Tablo 5.5 bize farklı sektördeki 5 varlık için portföy istatistiklerini göstermektedir. Örneklem kovaryans matris portföylerinin gross exp. değerinin özellikle varlık sayısı pencere aralığına yakın olduğu zaman diğer yöntemlere göre aşırı risk içerdiğini görüyoruz. Ama bu riskin penrece aralığının arttığı durumda diğer yöntemlere yaklaştığını görmekteyiz. Pencere aralığının arttığı zaman yöntemlerdeki iyileşme durumu LW ve RMT yöntemlerinde de gözlemlenmektedir. EW yöntemi yapısı gereği uzun dönemli olduğu için en düşük riske sahip olarak gözükmemektedir fakat bu değer önemsizdir. Burada dikkat etmemiz gerek diğer bir

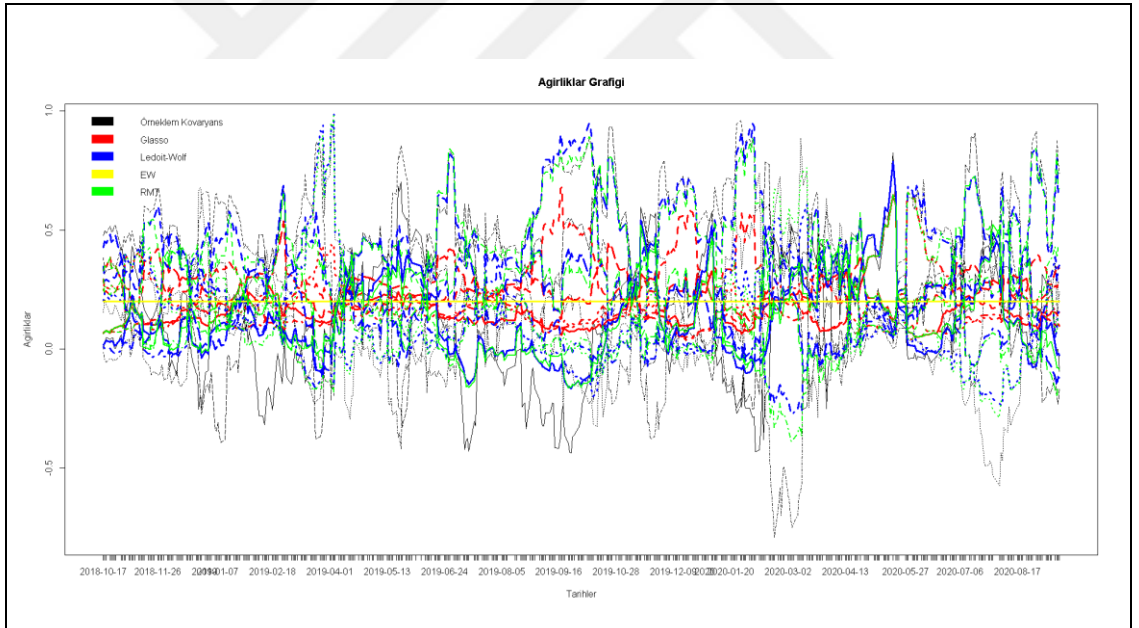
durum ise tablo 5.3’de aynı sektördeki varlıklar ile bir portföy oluşturduğumuz zaman daha yüksek brüt risk içerdiğini görmekteyiz. Yani bu durumda paramızı farklı sektördeki varlıklara yatırdığımız zaman riskimizi neredeyse %80-%90’lık bir oranla azaltmış oluyoruz. Short exp. değerinde ise EW ve glasso değerlerinde açığa satış yapılmadığını, RMT ve LW yöntemlerinde az miktarda olsa açığa satış olduğunu fakat örneklem kovaryans matrisinde yüksek miktarda açığa satış olduğunu görmekteyiz. Bu durum pencere aralığını yükselttiğimiz zaman azalmaktadır. Max short değerimizde bireysel varlıkların maksimum negatif riskini göstermektedir ki bir varlığın ne kadar oranla açığa satış yapıldığını ifade etmektedir. Örneklem kovaryans matrisinde paramızın 0.7 katı değerinde bir açığa satış işlemi gerçekleştirilmiştir. Yöntemlerden hiç birinin ağırlıkları seyrek değildir bu yüzden bütün yöntemlerin aktif pozisyon yüzdesi %100’dür. Çeşitlendirme seviyesi Herfindahl katsayısı ile gösterilmektedir ve en çeşitlendirilmiş yöntem olarak EW yöntemini göstermektedir. Glasso yöntemi iste en iyi sonuç vermesine rağmen 5 varlık 7 gün için çeşitlendirme katsayısı yüksektir. Pencere aralığının arttığı durumda çeşitlendirme katsayısı EW yöntemine yaklaşmaktadır. En yüksek riske sahip olan örneklem kovaryans matrisi de dahil olmak üzere diğer yöntemlerinde çeşitlendirme katsayıları birbirlerine yakınlık göstermektedir.



Şekil 5.13: N=5 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") T=7 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.



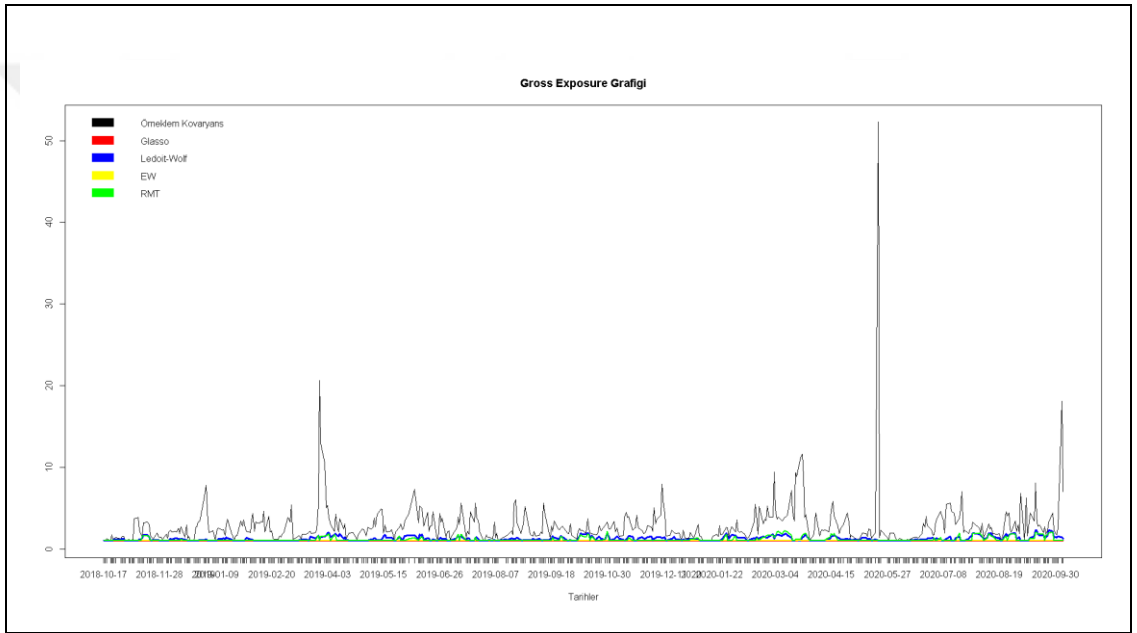
Şekil 5.14: N=5 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") T=10 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.



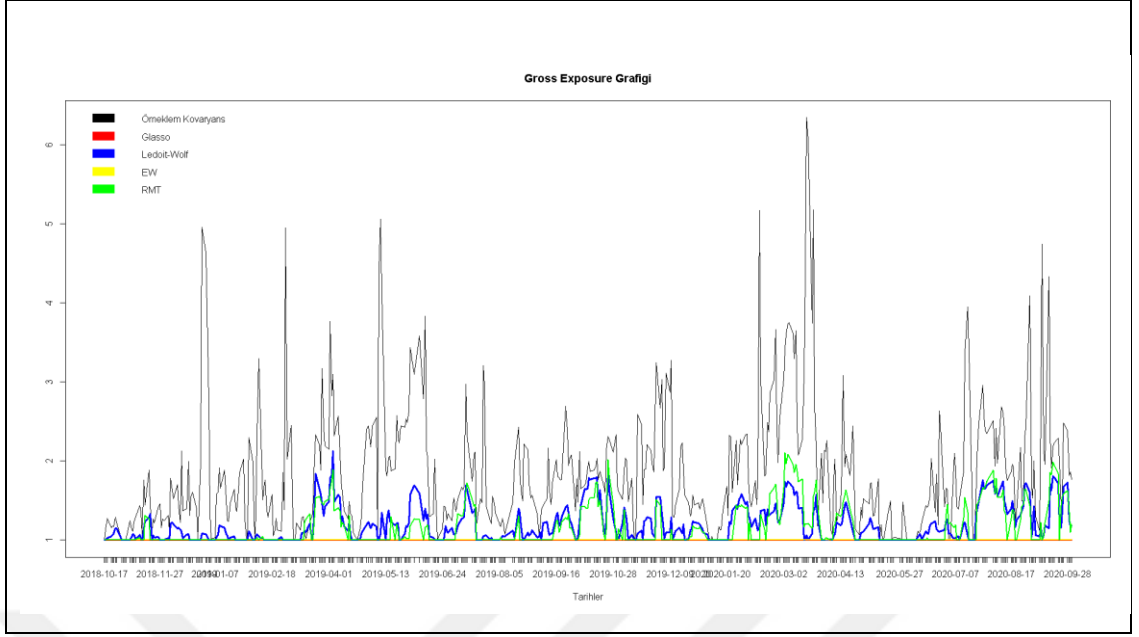
Şekil 5.15: N=5 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") T=20 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.

Şekil 5.13, 5.14 ve 5.15 farklı sektörde olan 5 varlık için varlıkların ağırlıklarının grafiğini göstermektedir. Bu 3 şekile de baktığımız zaman genel olarak glasso ve EW yönteminin bize en iyi sonucu verdiğini ve oynaklığının az olduğunu grafiklerden görmekteyiz. EW yönteminde oynaklık hiç yok olarak gözükmemektedir fakat yapısı gereği bütün varlıkları eşit riskli kabul ettiğinden dolayı göz ardı

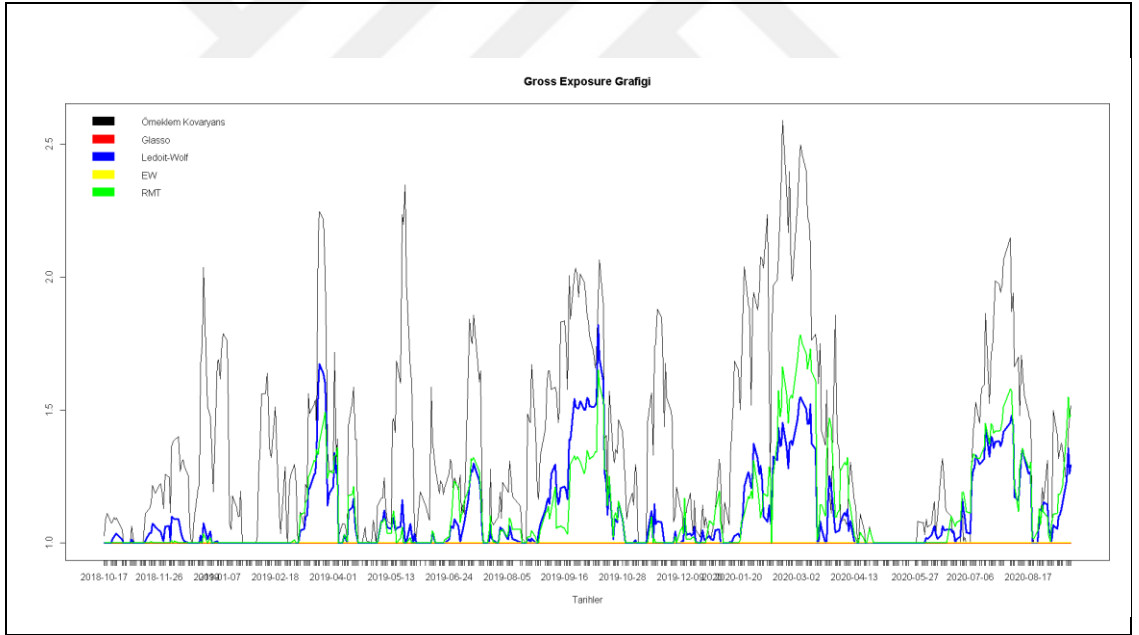
edilebilir ve bize en iyi sonucu glasso yönteminin verdiğini söyleyebiliriz. Örneklem kovaryans matrisinde yine oynaklığın çok fazla olduğunu görmekteyiz. Pencere aralığını arttırdığımız zaman örneklem kovaryans matrisinde ki oynaklık azalsa da yine de diğer yöntemlere bakış en fazla oynaklığa sahip yöntemdir. Ayrıca şekil 5.13’de örneklem kovaryans matrisinde çok yüksek oranlarda açığa satış yapılmaktadır ki pandemi döneminde bu değer -30 çıkmıştır. Yani paramızın 30 katı kadar miktarda yatırım yaparak açığa satış yapmamız gerekmektedir. Tüm pencere aralığında açığa satış olmasına rağmen, pencere aralığını artırdığımız zaman açığa satış oranında ki düşmeleri görmekteyiz.



Şekil 5.16: N=5 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") T=7 gün için Gross exposure grafiği.



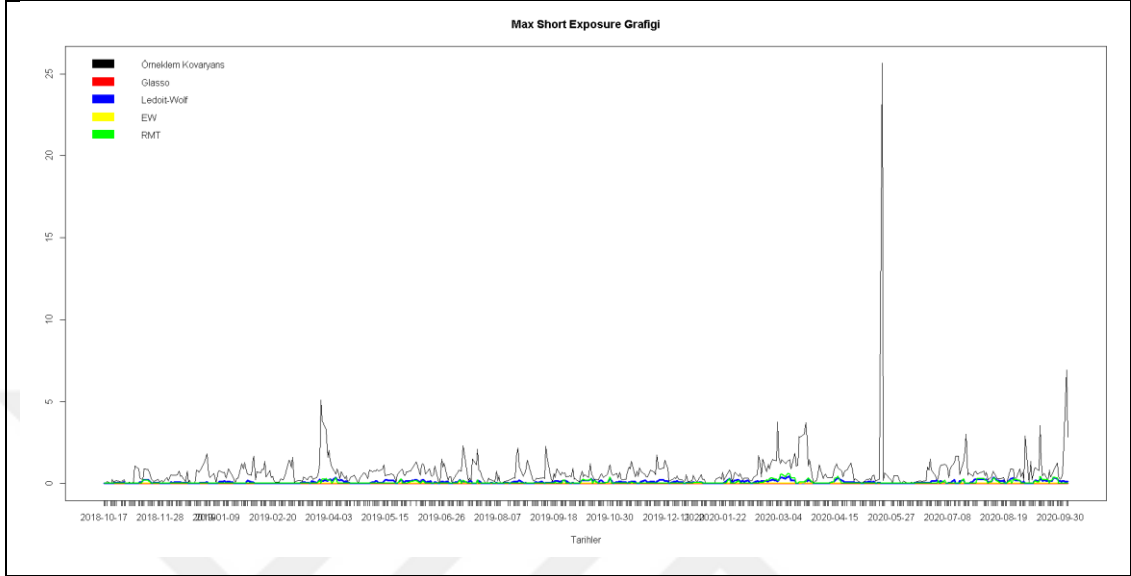
Şekil 5.17: N=5 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") T=10 gün için Gross exposure grafiği.



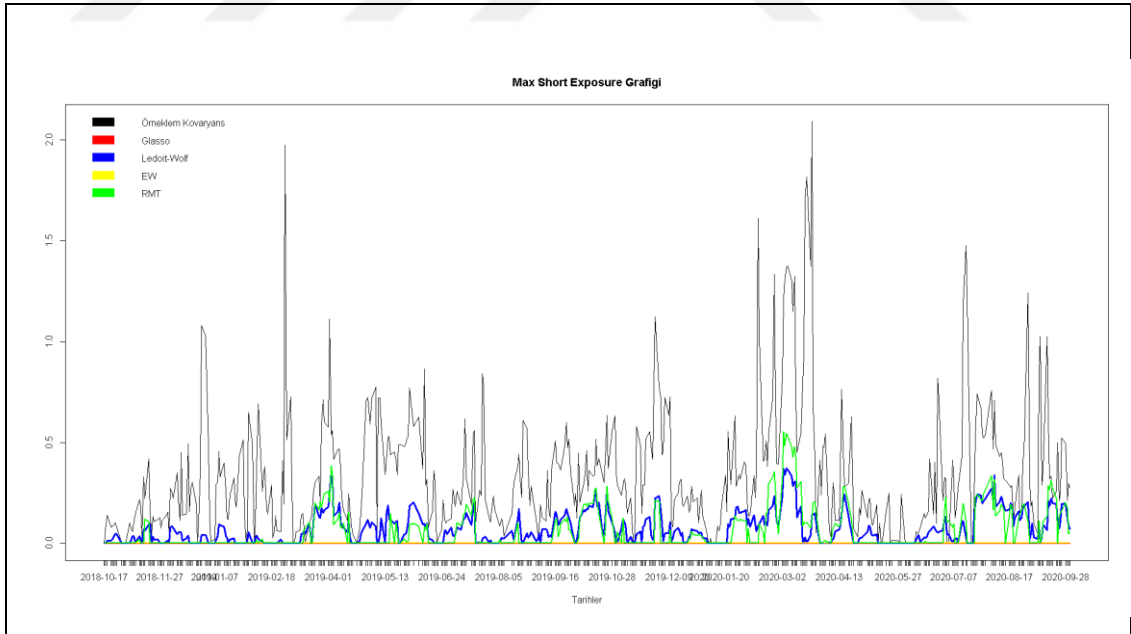
Şekil 5.18: N=5 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") T=20 gün için Gross exposure grafiği.

Şekil 5.16, 5.17 ve 5.18 farklı sektör 5 varlık için brüt risk grafiğine baktığımız zaman örneklem kovaryans matrisinin daha yüksek risk içerdiğini ve şekil 5.16'da çok yüksek oranda açığa satış yapıldığını görmekteyiz. Bu durum şekil 5.4'teki oranın 2 katı büyüklüğündedir ve yatırımcının potansiyel kaybı çok yüksek olacaktır. Örneklem kovaryans matrisinde yine değerlerde çok sert inişler çıkışlar

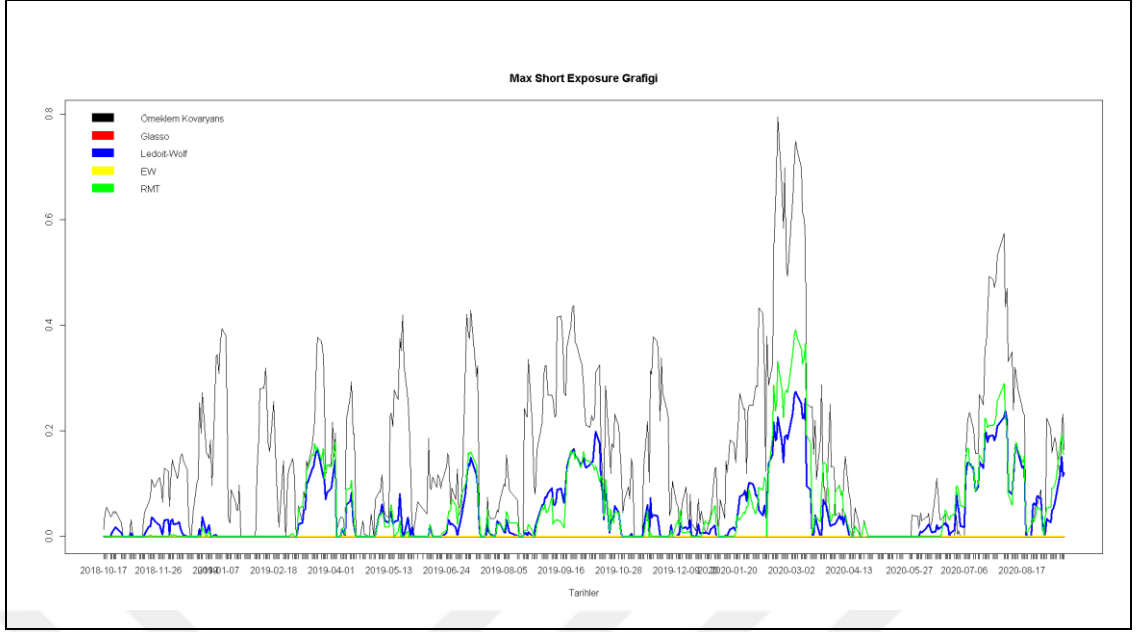
olduğunu ve oynaklığın yüksek olduğunu söyleyebiliriz. 5 varlık için aynı sektör olan şekil 5.4, 5.5 ve 5.6'yla kıyasladığımız zaman RMT ve LW yöntemlerinde iyileşme ve açığa satışlarda azalma olmuştur.



Şekil 5.19: N=5 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") T=7 gün için Max Short grafiği.

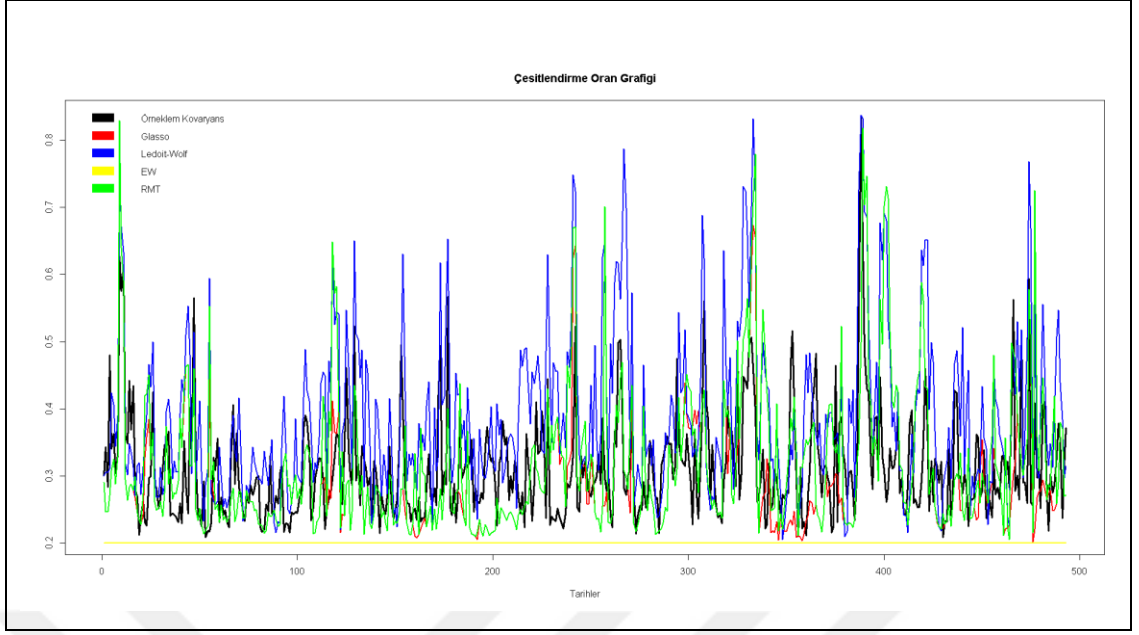


Şekil 5.20: N=5 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") T=10 gün için Max Short grafiği.

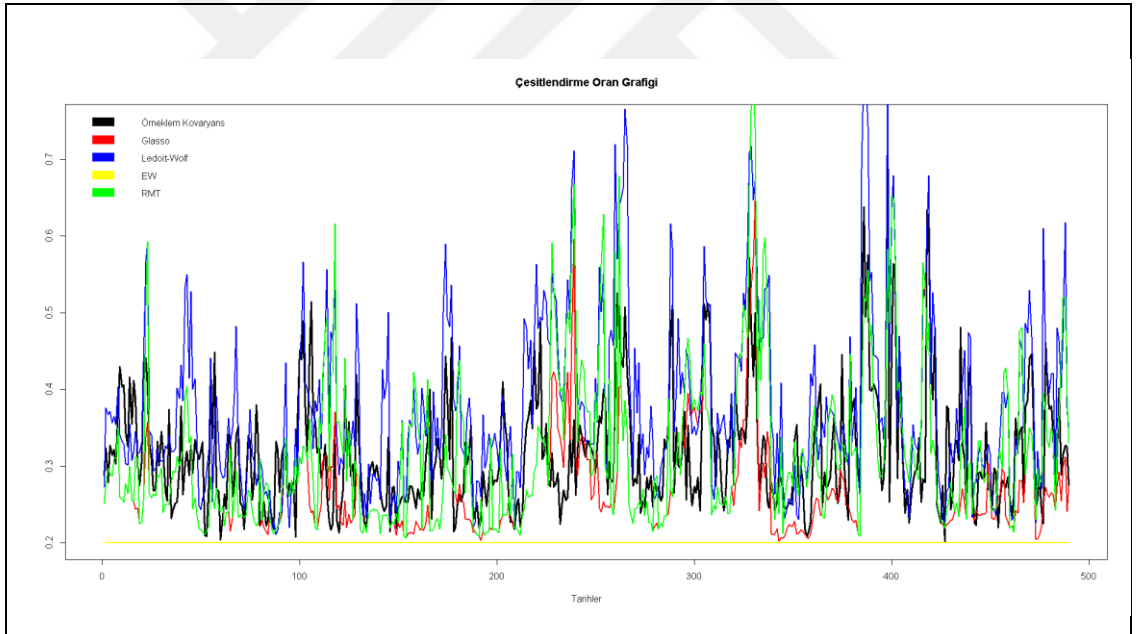


Şekil 5.21: N=5 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") T=20 gün için Max Short grafiği.

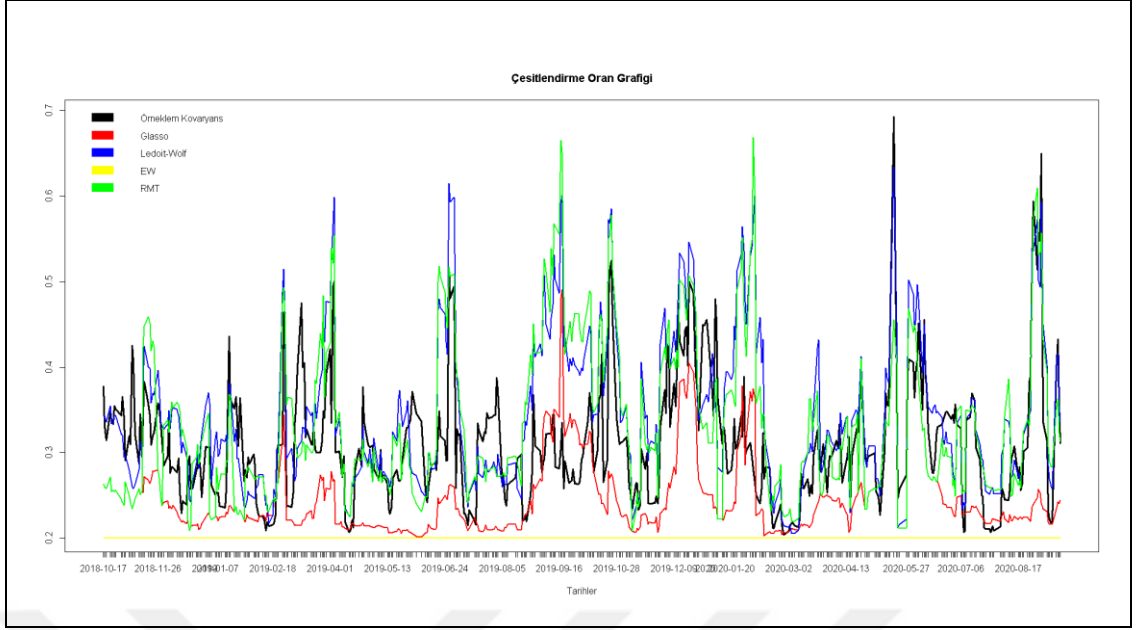
Şekil 5.19, 5.20 ve 5.21 bize 5 varlık farklı sektör için bireysel varlıkların maksimum negatif risklerinin grafiğini göstermektedir. Örneklem kovaryans matrisinin de varlıkların çok yüksek oranlarda ne kadar açığa satış yapıldığını görmekteyiz. Bu oran şekil 5.19'da çok yüksektir ve pencere aralığının azalmasıyla örneklem kovaryans matrisininin açığa satış oranı azalmıştır. 5 varlık farklı sektör için LW ve RMT yöntemlerinde iyileşme olmuştur ve varlıklar aynı sektörde olduğu zaman daha iyi sonuç vermektedirler. EW ve glasso yöntemlerinde de açığa satış yapılmadığını görmekteyiz.



Şekil 5.22: N=5 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") T=7 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.



Şekil 5.23: N=5 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") T=10 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.



Şekil 5.24: N=5 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol") T=20 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.

Şekil 5.22, 5.23 ve 5.24 farklı sektördeki 5 varlık için çeşitlendirme grafiğini temsil etmektedir. 3 grafikte de en düşük çeşitlendirme oranına sahip yöntem EW'dır ve daha sonra glasso gelmektedir. Bütün yöntemlerde pencere aralığını artırdığımız zaman çeşitlendirme oranı düşmektedir ve yöntemlerde iyileşme olmuştur. Fakat şekil 5.24'de bazı dönemlerde örneklem kovaryans matrisi glasso yönteminden bile daha iyi çeşitlendirme olmuştur ve genel olarak varlıklar RMT ve LW yöntemlerinden daha iyi çeşitlendirmiştir.

Üçüncü veri setimiz olan ve 10 varlıktan Halkbank, Birleşim Mağazalar A.Ş (BİM), Emlak Konut GYO, Türk Hava Yolları, Koç Holding, Pegasus Hava Yolları, Erdemir, GÜBRETAŞ, Türkcell ve Şişecam ve T=12,15 ve 20 gün pencere aralığındaki hisselerin portföyünün getirisinden oluşan sonuçlarımız aşağıda portföy istatistikleri tablosu ve grafikleri, verilerin örneklem içi ve örneklem dışı standart sapma tablosu üzerinden yorumlanmıştır.

Tablo 5.6: N=10 varlık T=12, 15 ve 20 gün ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", " eregl", " gubrf", "tcell", "sise") gerçek veri analizi için örneklem içi ve örneklem dışı standart sapma tablosu.

	Standart Sapma	
	In Sample	OOS
10 varlık 12 gün		
Örneklem Kovaryans	0.0041	0.078
EW	0.014	0.015
LW	0.0095	0.016
RMT	0.0085	0.015
glasso	0.0061	0.014
10 varlık 15 gün		
Örneklem Kovaryans	0.0065	0.026
EW	0.0142	0.015
LW	0.01	0.015
RMT	0.0091	0.015
glasso	0.0062	0.014
10 varlık 20 gün		
Örneklem Kovaryans	0.0082	0.0187
EW	0.0143	0.015
LW	0.0107	0.015
RMT	0.0098	0.014
glasso	0.0064	0.014

Örneklem dışı standart sapma örneklem içi standart sapmadan büyüktür. 10 varlık için pencere aralığı farketmeksizin glasso yöntemi iyi sonucu vermektedir. Örneklem kovaryans matrisine bakacak olursak varlık sayısı ve gün sayısı birbirine yakın olduğu zaman çok yüksek riskli çıkmıştır. Fakat varlık sayısı ve pencere aralığı arasındaki fark büyüdüğü zaman örneklem kovaryans matrisinde iyileşme görülmektedir. Tablo 5.1’de varlıkların günlük standart sapmalarına baktığımız zaman değerler sırasıyla 0.0238, 0.0197, 0.024, 0.0254, 0.0201, 0.0356, 0.0204, 0.0325, 0.0203, 0.0240’dır. Yani buradaki portföyün riski 0.014’dır ve portföydeki

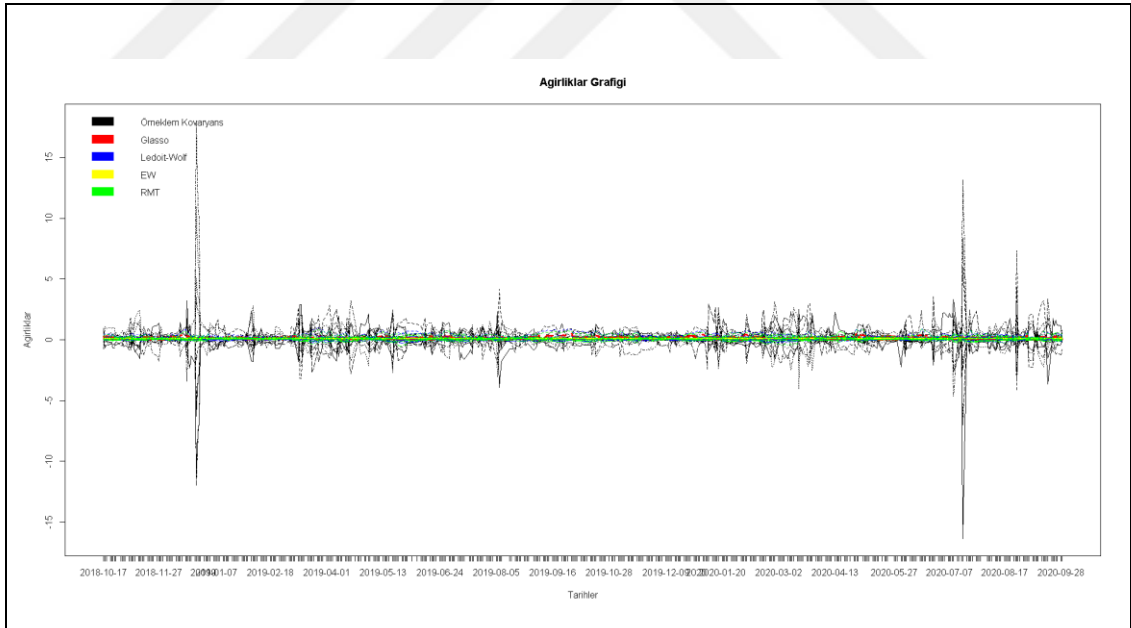
minimum riskli hisseden (0.0201) bile daha düşük riske sahiptir. Yani çeşitlendirme sayesinde riskte %43 azalma olmuştur. Böylece, farklı sektörler olduğu zaman paramızı daha fazla çeşitlendirme yaparak 10 varlık üzerinden bir portföy oluşturarak yatırım yaptığımız zaman riskimizi neredeyse yarı yarıya azaltmış oluyoruz.

Tablo 5.7: N=10 varlık T=12, 15 ve 20 gün ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", " eregl", " gubrf", "tcell", "sise") portföy istatistikleri.

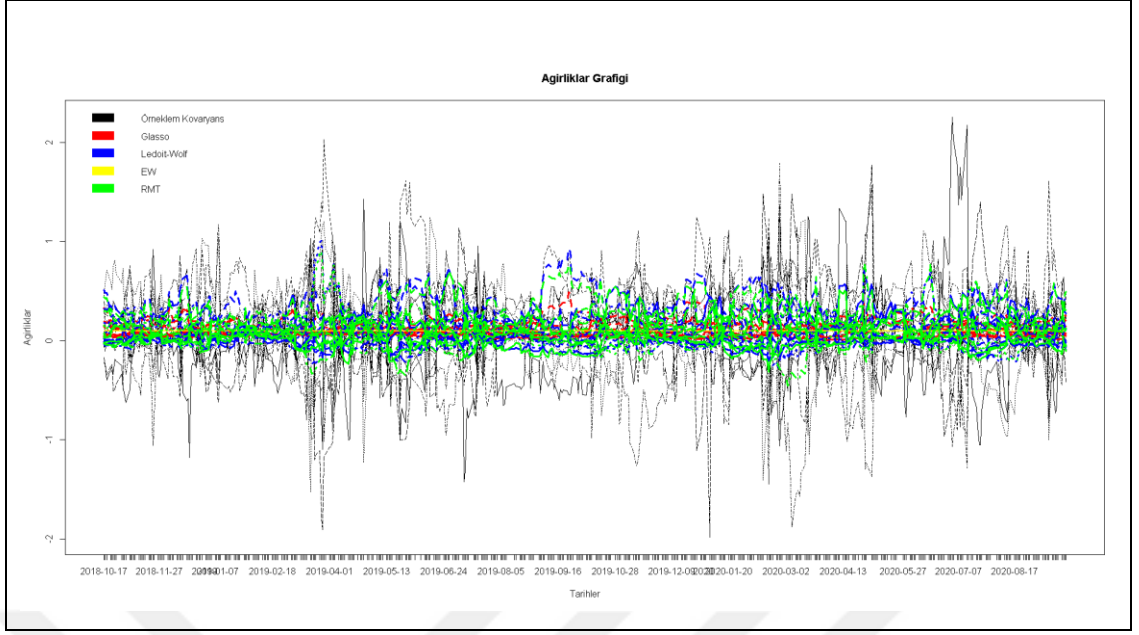
	Gross exp.	Short exp.	Max short	Active pos.	H*
10 varlık 12 gün					
Örneklem Kovaryans	5.07	0.5	-0.96	100%	0.16
EW	1	0	0	100%	0.1
LW	1.35	0.057	-0.088	100%	0.20
RMT	1.32	0.07	-0.0973	100%	0.18
glasso	1	0	0	100%	0.14
10 varlık 15 gün					
Örneklem Kovaryans	2.998	0.282	-0.542	100%	0.15
EW	1	0	0	100%	0.1
LW	1.31	0.055	-0.083	100%	0.2
RMT	1.31	0.066	-0.096	100%	0.18
glasso	1	0	0	100%	0.134
10 varlık 20 gün					
Örneklem Kovaryans	2.27	0.201	-0.37	100%	0.16
EW	1	0	0	100%	0.1
LW	1.27	0.052	-0.074	100%	0.195
RMT	1.30	0.063	-0.094	100%	0.18
glasso	1	0	0	100%	0.13

Tablo 5.7 bize farklı sektördeki 10 varlık için portföy istatistiklerini göstermektedir. Örneklem kovaryans matris portföylerinin gross exp. değerinin özellikle varlık sayısı pencere aralığına yakın olduğu zaman aşırı risk içerdiğini görüyoruz. Risk pencere aralığı arttığında düşse de yine de en iyi yöntem olan glasso yöntemine göre 5 kat fazla risk içermektedir. Pencere aralığına bağlı olmaksızın LW ve RMT yöntemlerinde değişme gözlemlenmemiştir ve birbirine yakın derece risk içermektedir. EW yöntemi yapısı gereği uzun dönemli olduğu için en düşük riske sahip olarak gözükmemektedir fakat bu değer önemsizdir. Burada dikkat etmemiz gerek diğer bir durum ise tablo 5.5'de farklı sektördeki 5 varlık ile bir portföy oluşturduğumuz zaman düşük brüt risk içerdiğini görmekteyiz. Yani bu durumda paramızı farklı sektördeki 5 varlık yerine 10 varlık ile oluşturduğumuz portföye

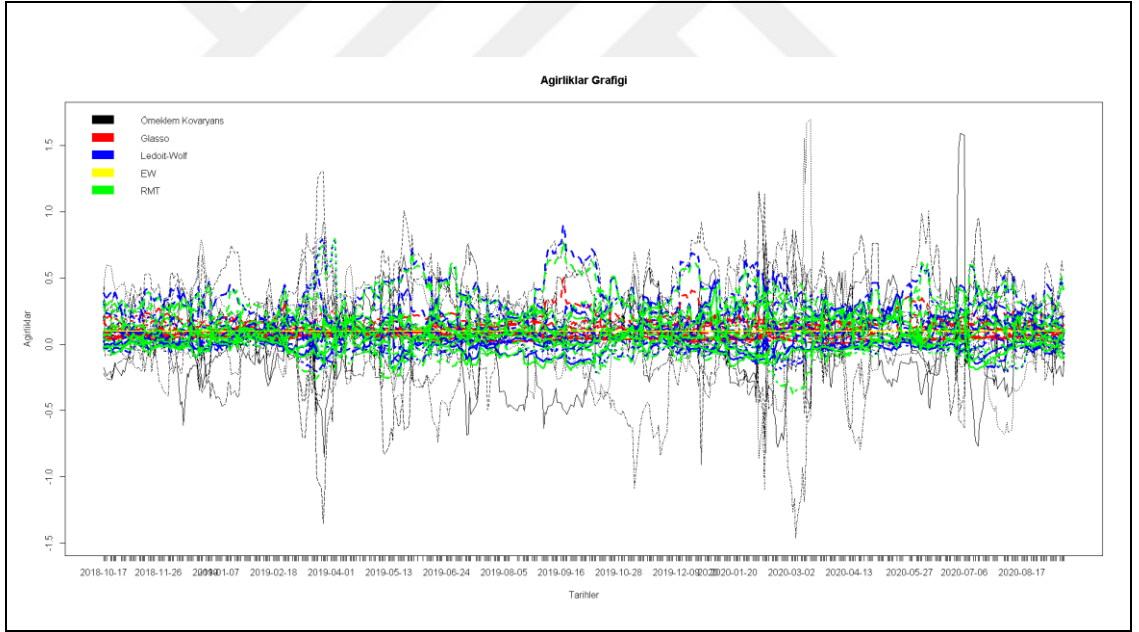
yatırım yaptığımız zaman örneklem kovaryans matrisi portföy riskimiz neredeyse %55'lik bir oranla artmaktadır. Short exp. değerinde ise EW ve glasso değerlerinde açığa satış yapılmadığını, RMT ve LW yöntemlerinde az miktarda olsa açığa satış olduğunu fakat örneklem kovaryans matrisinde yüksek miktarda açığa satış olduğunu fakat tablo 5.3 ve tablo 5.5'deki örneklem kovaryans matrisi değerine göre düşük olduğunu görmekteyiz. Bu durum pencere aralığını yükselttiğimiz zaman azalmaktadır. Max short değerimizde bireysel varlıkların maksimum negatif riskini göstermektedir ki bir varlığın ne kadar oranla açığa satış yapıldığını ifade etmektedir. Örneklem kovaryans matrisinde paramızın 0.96 katı değerinde bir açığa satış işlemi gerçekleştirilmiştir ki bu oran açığa satış için yüksektir. Yöntemlerden hiç birinin ağırlıkları seyrek değildir bu yüzden bütün yöntemlerin aktif pozisyon yüzdesi %100'dür. Çeşitlendirme seviyesi Herfindahl katsayısı ile gösterilmektedir ve en çeşitlendirilmiş yöntem olarak EW ve glasso yöntemlerini göstermektedir. Fakat en yüksek riske sahip olan örneklem kovaryans matrisi de dahil olmak üzere diğer yöntemlerinde çeşitlendirme katsayıları birbirlerine yakınlık göstermektedir.



Şekil 5.25: N=10 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=12 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.



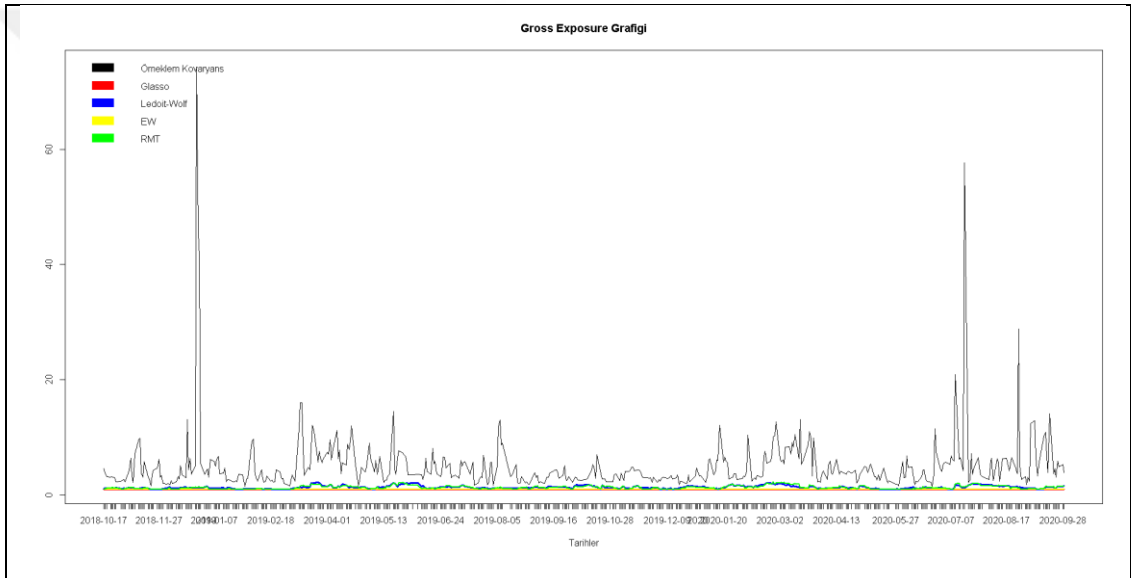
Şekil 5.26: N=10 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=15 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.



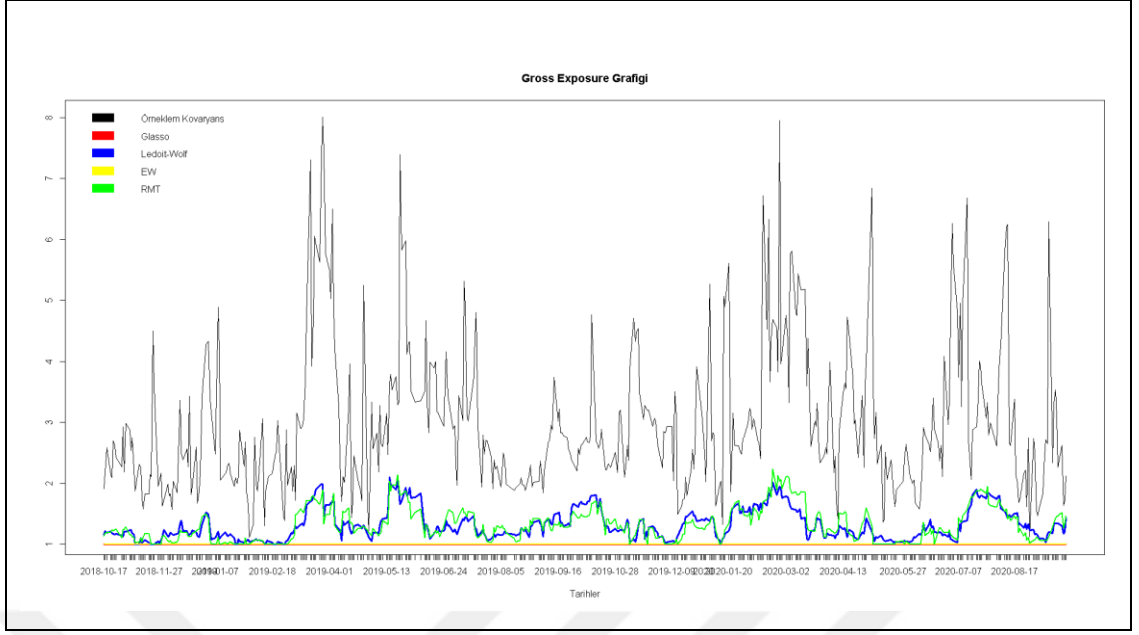
Şekil 5.27: N=10 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=20 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.

Şekil 5.25, 5.26 ve 5.27 farklı sektörde olan 10 varlık için varlıkların ağırlıklarının grafiğini göstermektedir. Bu 3 şekile de baktığımız zaman genel olarak glasso ve EW yönteminin bize en iyi sonucu verdiğini ve oynaklığının az olduğunu söyleyebiliriz. EW yönteminde oynaklık hiç yok olarak gözükmemektedir fakat yapısı gereği bütün varlıkları eşit riskli kabul ettiğinden dolayı göz ardı edilebilir ve bize en

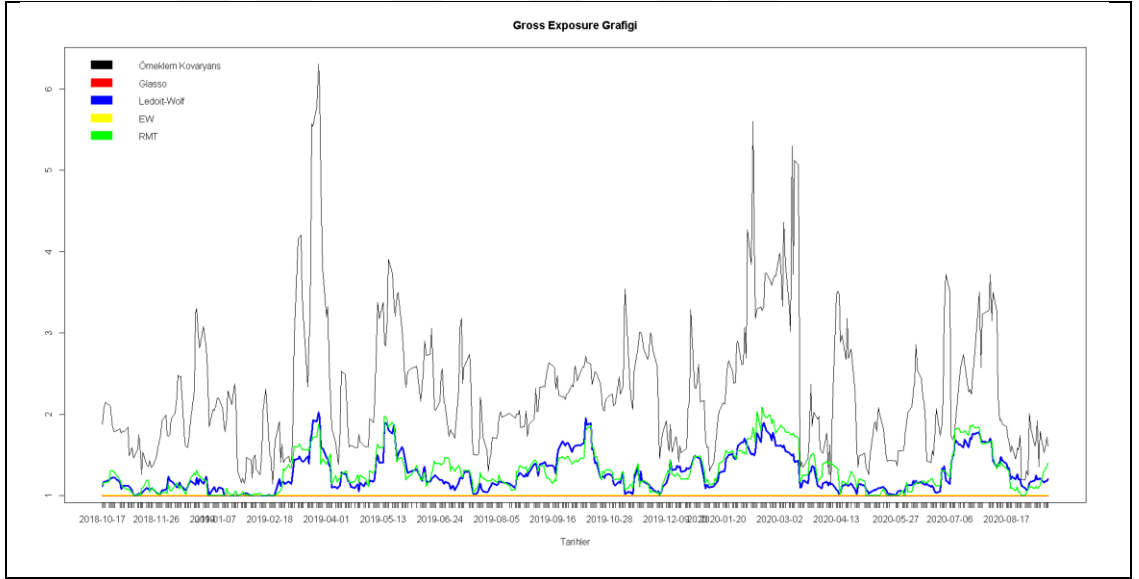
iyi sonucu glasso yönteminin verdiğini söyleyebiliriz. Diğer grafiklerde de olduğu gibi örneklem kovaryans matrisinde yine oynaklığın çok fazla olduğunu görmekteyiz. Pencere aralığını arttırdığımız zaman örneklem kovaryans matrisinde ki oynaklık azalsa da yine de diğer yöntemlere bakış en fazla oynaklığa sahip yöntemdir. Ayrıca şekil 5.25’de örneklem kovaryans matrisinde 2018 krizi ve pandemi döneminde çok yüksek oranlarda açığa satış yapılmaktadır. Pencere aralığı 15 olduğu zaman açığa satış oranında düşme gözlemlenmesine rağmen pencere aralığı 20 olduğu zaman yine açığa satış oranlarında ciddi bir şekilde artış olmuştur. En yüksek oynaklığa sahip yöntem olarak örneklem kovaryans matrisi yöntemi olarak bulunmuştur.



Şekil 5.28: N=10 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=12 gün için Gross exposure grafiği.



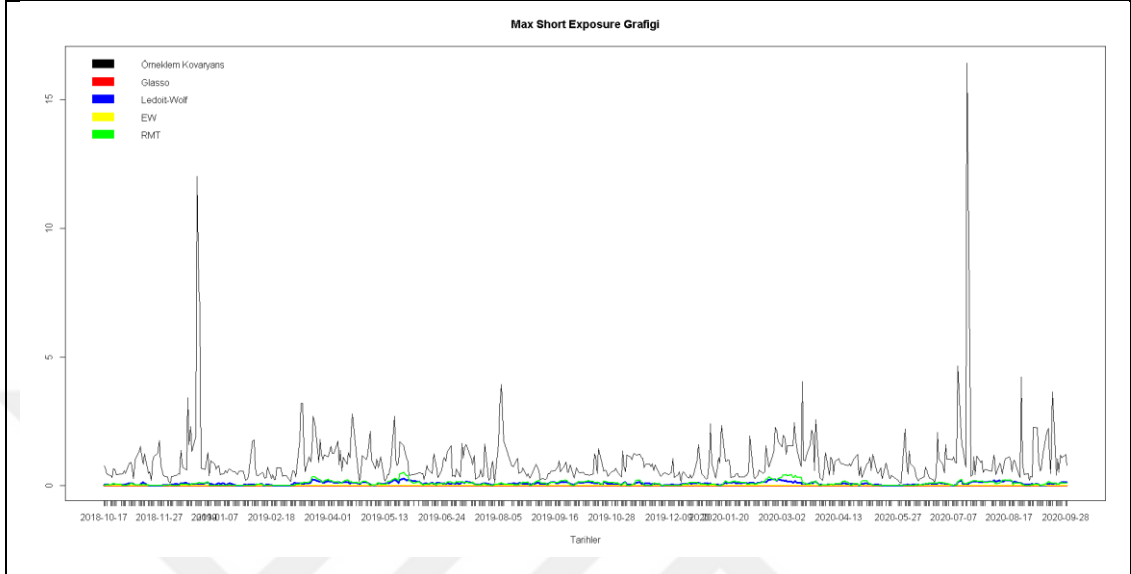
Şekil 5.29: N=10 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=15 gün için Gross exposure grafiği.



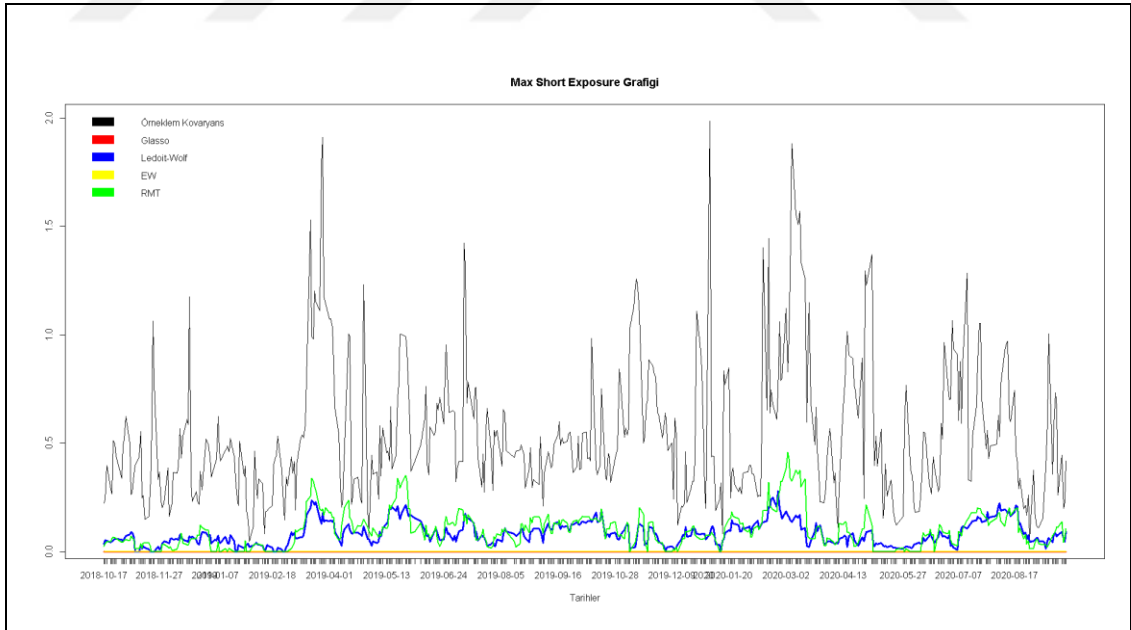
Şekil 5.30: N=10 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=20 gün için Gross exposure grafiği.

Şekil 5.28, 5.29 ve 5.30 farklı sektör 10 varlık için brüt risk grafiğine baktığımız zaman örneklem kovaryans matrisinin daha yüksek risk içerdiğini ve şekil 5.28'de çok yüksek oranda yani paramızın 60 katı fazla oranda açığa satış yapıldığını görmekteyiz. Bu durum açığa satış için çok yüksek bir orandır. Bu durumda pencere aralığını artırdığımız zaman düşme görülsede örneklem kovaryans matrisinde yine değerlerde çok sert inişler çıkışlar olduğunu ve oynaklığın yüksek olduğunu

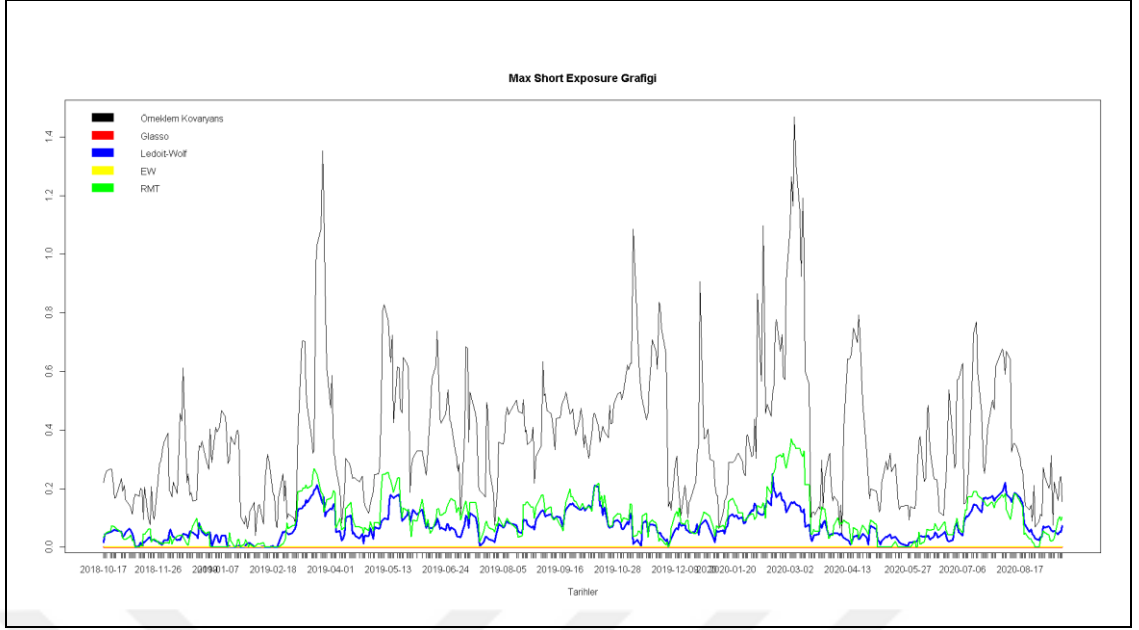
söyleyebiliriz. 10 varlık için farklı sektör olduğu zaman RMT ve LW yöntemleri genellikle aynı oranda çıkmıştır ve pencere aralığına bağlı olarak çok fazla bir değişim görülmemektedir.



Şekil 5.31: N=10 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=12 gün için Max Short grafiği.

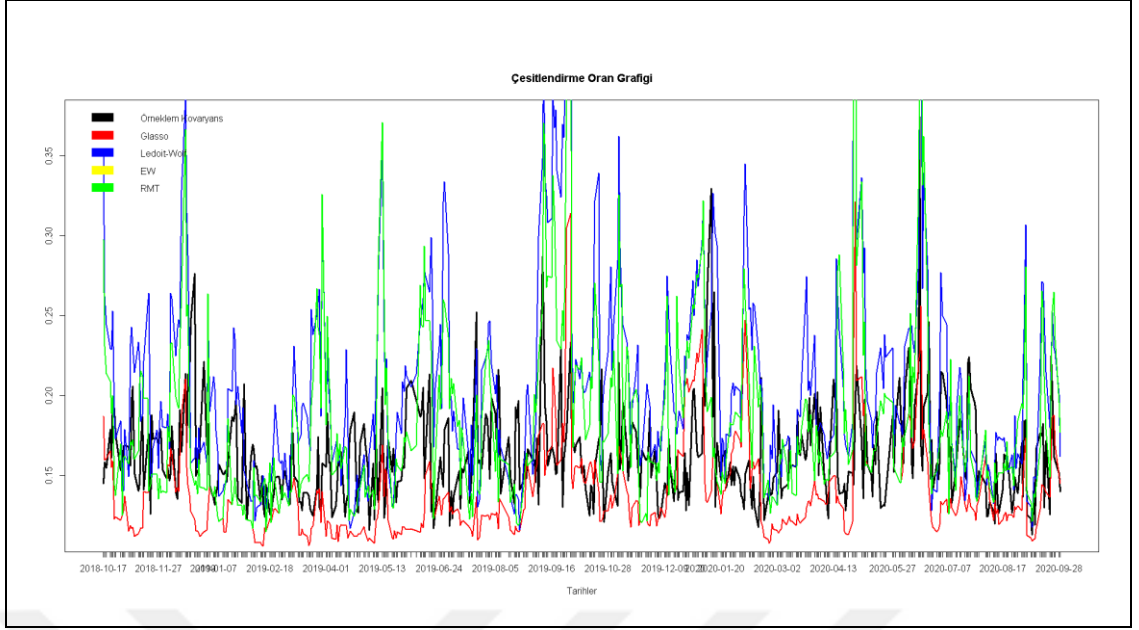


Şekil 5.32: N=10 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=15 gün için Max Short grafiği.

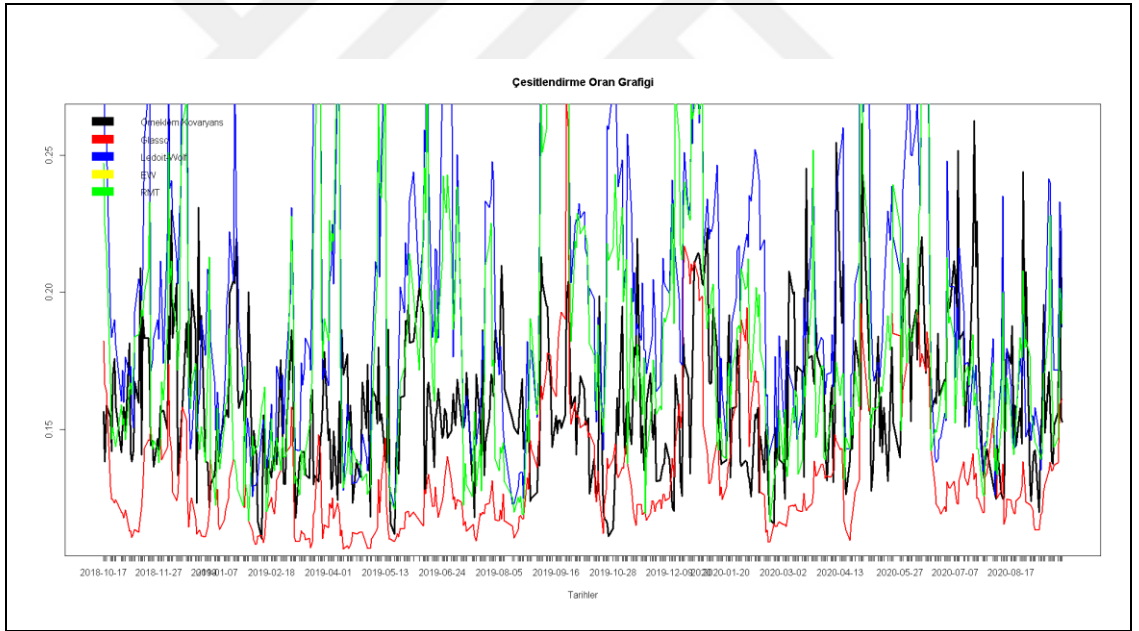


Şekil 5.33: N=10 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=20 gün için Max Short grafiği.

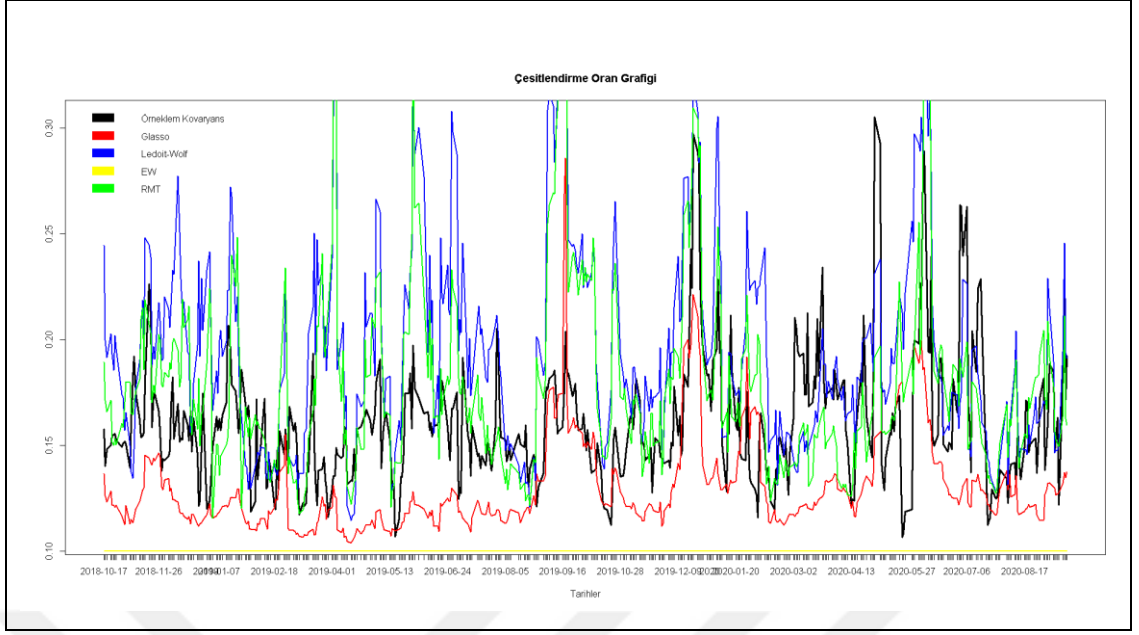
Şekil 5.31, 5.32 ve 5.33 bize 10 varlık farklı sektör için bireysel varlıkların maksimum negatif risklerinin grafiğini göstermektedir. Örneklem kovaryans matrisinin de varlıkların çok yüksek oranlarda ne kadar açığa satış yapıldığını görmekteyiz. Bu oran Şekil 5.31’de kriz ve pandemi döneminde çok yüksektir ve pencere aralığının azalmasıyla örneklem kovaryans matrisininin açığa satış oranı azalmıştır. 10 varlık farklı sektör için LW ve RMT yöntemlerinde varlık sayısının 5 olduğu duruma göre iyileşme olmuştur ve oranlara baktığımız zaman 0’a yaklaştığını söyleyebiliriz. EW ve glasso yöntemlerinde de açığa satış yapılmadığını görmekteyiz.



Şekil 5.34: N=10 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=12 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.



Şekil 5.35: N=10 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=15 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.



Şekil 5. 36: N=10 varlık ("halkb", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=20 gün için Çeşitlendirme oranı grafiği.

Şekil 5.34, 5.35 ve 5.36 farklı sektördeki 10 varlık için çeşitlendirme grafiğini temsil etmektedir. 3 grafikte de en düşük çeşitlendirme oranına sahip yöntem EW'dır ve daha sonra glasso gelmektedir. Fakat şekil 5.34 ve 5.35'de diğer yöntemler çok fazla büyük değerler aldığı için EW yöntemi grafikte görünmemektedir. Bütün yöntemlerde pencere aralığını artırdığımız zaman çeşitlendirme oranı düşmektedir ve yöntemlerde iyileşme olmuştur. 5 varlık için çeşitlendirme grafikleri ile karşılaştırma yaptığımız zaman varlık sayısının fazla olduğu durumda örneklem kovaryans matrisi genel olarak RMT ve LW yöntemlerinden daha iyi sonuç göstermiştir.

Son veri setimiz olan ve 26 varlıktan Halkbank, Akbank, Yapı Kredi Bankası, Türkiye İş Bankası, Garanti Bankası, Kardemir Karabük Demir Çelik Sanayi, Ford Otosan, ERBOSAN, Karsan, Türk Traktör, TOFAŞ, Otokar, ENKA, Sabancı Holding, Alarko Holding, TÜPRAŞ, Vestel, Birleşim Mağazalar A.Ş (BİM), Emlak Konut GYO, Türk Hava Yolları, Koç Holding, Pegasus Hava Yolları, Erdemir, GÜBRETAŞ, Türkcell, Şişecam ve T=30, 35 ve 50 gün pencere aralığındaki hisselerin portföyünün getirisinden oluşan sonuçlarımız aşağıda portföy istatistikleri tablosu ve grafikleri, verilerin örneklem içi ve örneklem dışı standart sapma tablosu üzerinden yorumlanmıştır.

Tablo 5.8: N=26 varlık T=30, 35 ve 50 gün ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "isctr", "garan", "krdmd", "froto", "erbos", "karsn", "ttrak", "toaso", "otkar", "enkai", "sahol", "alark", "turps", "vestl", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") gerçek veri analizi için örneklem içi ve örneklem dışı standart sapma tablosu.

	Standart Sapma	
	In Sample	OOS
26 varlık 30 gün		
Örneklem Kovaryans	0.0035	0.034
EW	0.0142	0.015
LW	0.0091	0.013
RMT	0.0078	0.013
glasso	0.00418	0.014
26 varlık 35 gün		
Örneklem Kovaryans	0.005	0.023
EW	0.014	0.015
LW	0.0094	0.014
RMT	0.008	0.013
glasso	0.004	0.014
26 varlık 50 gün		
Örneklem Kovaryans	0.0072	0.0174
EW	0.0147	0.0154
LW	0.0102	0.013
RMT	0.0087	0.013
glasso	0.00435	0.014

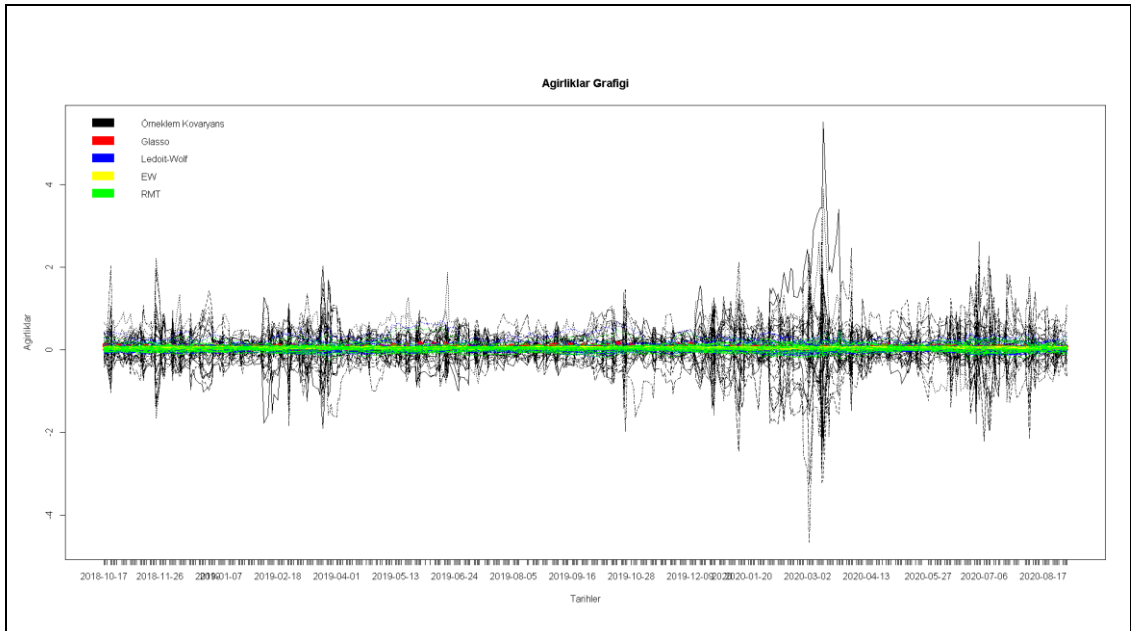
Örneklem dışı standart sapma örneklem içi standart sapmadan büyüktür. 10 varlık için pencere aralığı farketmeksizin LW ve RMT yöntemleri iyi sonucu vermektedir. Örneklem kovaryans matrisine bakacak olursak varlık sayısı ve gün sayısı birbirine yakın olduğu zaman çok yüksek riskli çıkmıştır. Fakat varlık sayısı ve pencere aralığı arasındaki fark büyüdüğü zaman örneklem kovaryans matrisinde iyileşme görülmektedir. Tablo 5.1’de varlıkların günlük standart sapmalarına baktığımız zaman en düşük günlük standart sapmaya sahip varlık bimas’tır ve değeri 0.0197’dir. Portföyün riski 0.013’dür ve portföydeki minimum riskli hisseden bile daha düşük riske sahiptir. Yani çeşitlendirme sayesinde riskte %51 azalma olmuştur. Böylece, farklı sektörler olduğu zaman paramızı daha fazla çeşitlendirme yaparak 26 varlık üzerinden bir portföy oluşturarak yatırım yaptığımız zaman riski yarı yarıya azaltmış oluyoruz.

Tablo 5.9: N=26 varlık T=30, 35 ve 50 gün ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "isctr", "garan", "krdmd", "froto", "erbos", "karsn", "ttrak", "toaso", "otkar", "enkai", "sahol", "alark", "turps", "vestl", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") portföy istatistikleri.

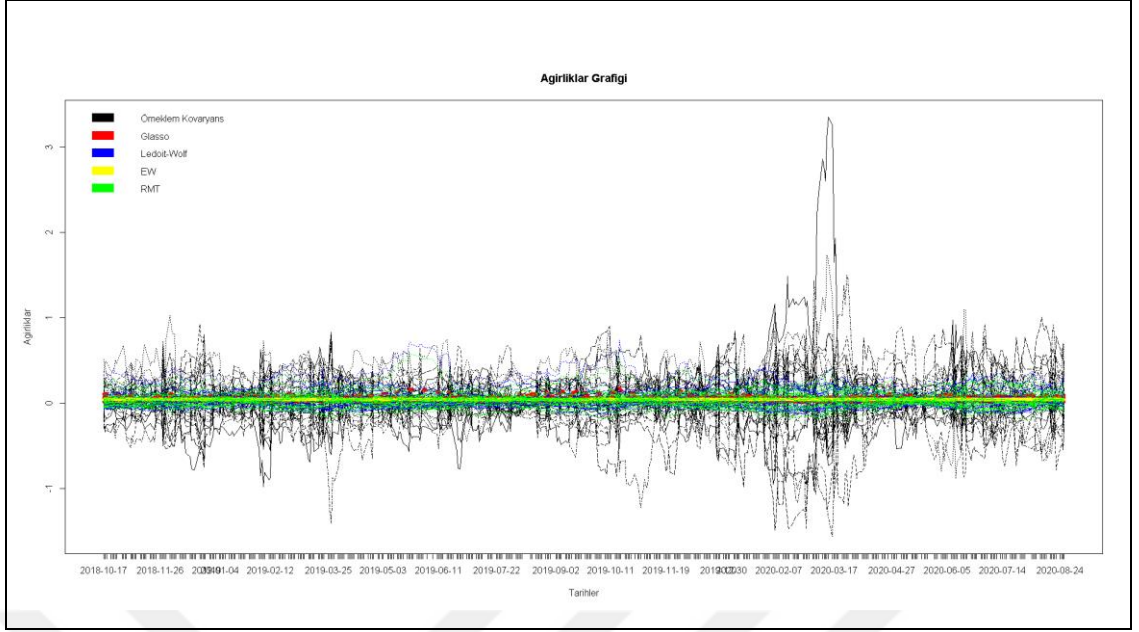
	Gross exp.	Short exp.	Max short	Active pos.	H*
26 varlık 30 gün					
Örneklem Kovaryans	7.37	0.27	-0.77	100%	0.065
EW	1	0	0	100%	0.038
LW	1.81	0.04	-0.083	100%	0.086
RMT	1.73	0.04	-0.104	100%	0.071
glasso	1	0	0	100%	0.048
26 varlık 35 gün					
Örneklem Kovaryans	5.24	0.19	-0.543	100%	0.065
EW	1	0	0	100%	0.038
LW	1.79	0.038	-0.082	100%	0.084
RMT	1.75	0.045	-0.104	100%	0.07
glasso	1	0	0	100%	0.047
26 varlık 50 gün					
Örneklem Kovaryans	3.59	0.123	-0.343	100%	0.062
EW	1	0	0	100%	0.038
LW	1.75	0.038	-0.078	100%	0.08
RMT	1.78	0.047	-0.107	100%	0.068
glasso	1	0	0	100%	0.046

Tablo 5.9 bize farklı sektördeki 26 varlık için portföy istatistiklerini göstermektedir. Örneklem kovaryans matris portföylerinin gross exp. değerinin özellikle varlık sayısı pencere aralığına yakın olduğu zaman aşırı risk içerdiğini görmekteyiz ve diğer bütün durumlara göre en yüksek riski 26 varlık ile oluşturduğumuz portföye yatırım yaptığımız zaman içermektedir. Risk pencere aralığı arttığında düşse de pencere aralığını düşük olduğu zaman yine de en iyi yöntem olan glasso yöntemine göre 7.5 kat fazla risk içermektedir. Pencere aralığına bağlı olmaksızın LW ve RMT yöntemlerinde değişme gözlemlenmemiştir ve birbirine yakın derece risk içermektedir. Fakat LW ve RMT yöntemlerinin riski 10 varlık ile oluşturduğumuz portföy riskine göre 26 varlıkta yükselmiştir. EW yöntemi yapısı gereği uzun dönemli olduğu için en düşük riske sahip olarak gözükmemektedir fakat bu değer önemsizdir. Burada dikkat etmemiz gerek diğer bir durum ise tablo 5.5’de farklı sektördeki 5 varlık ile bir portföy oluşturduğumuz zaman düşük brüt risk içerdiğini görmekteyiz. Yani bu durumda paramızı farklı sektördeki 5 varlık

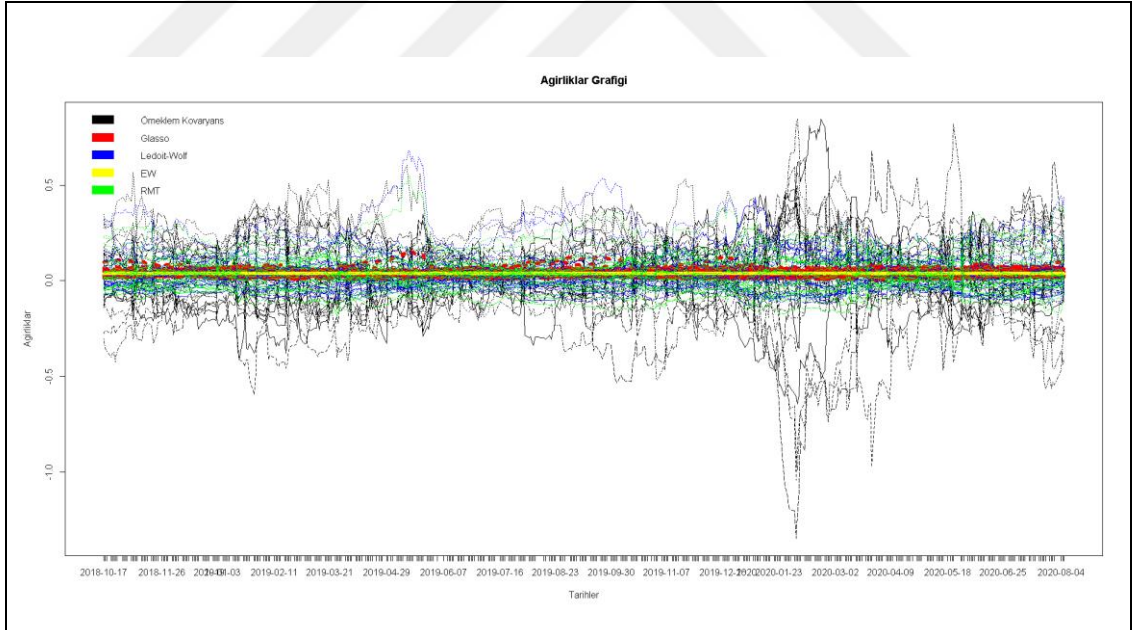
yerine 10 varlık ile oluşturduğumuz portföye yatırım yaptığımız zaman örneklem kovaryans matrisi portföy riskimiz neredeyse %160'lık bir oranla artmaktadır. Short exp. değerinde ise EW ve glasso değerlerinde açığa satış yapılmadığını, diğer yöntemlerde de az miktarda olsa açığa satış olduğunu göstermektedir. Örneklem kovaryans matrisi yönteminde varlık sayısının 5 ve 10 olduğu zaman oluşturduğumuz portföylerde açığa satış oranı çok yüksekken 26 varlık için bu oran diğer yöntemlerle neredeyse aynıdır. Max short değerimizde bireysel varlıkların maksimum negatif riskini göstermektedir ki bir varlığın ne kadar oranla açığa satış yapıldığını ifade etmektedir. Örneklem kovaryans matrisinde paramızın 0.77 katı değerinde bir açığa satış işlemi gerçekleştirilmiştir ki bu oran açığa satış için yüksektir. Yöntemlerden hiç birinin ağırlıkları seyrek değildir bu yüzden bütün yöntemlerin aktif pozisyon yüzdesi %100'dür. Çeşitlendirme seviyesi Herfindahl katsayısı ile gösterilmektedir ve en çeşitlendirilmiş yöntem olarak EW ve glasso yöntemidir. En yüksek riske sahip olan örneklem kovaryans matrisi de dahil olmak üzere diğer yöntemlerinde çeşitlendirme katsayıları birbirlerine yakınlık göstermektedir. Öyle ki örneklem kovaryans matrisinde ki çeşitlendirme LW ve RMT yöntemlerine göre bile daha iyidir.



Şekil 5.37: N=26 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "isctr", "garan", "krdmd", "froto", "erbos", "karsn", "ttrak", "toaso", "otkar", "enkai", "sahol", "alark", "turps", "vestl", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=30 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.



Şekil 5.38: N=26 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "isctr", "garan", "krdmd", "froto", "erbos", "karsn", "ttrak", "toaso", "otkar", "enkai", "sahol", "alark", "turps", "vestl", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=35 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.



Şekil 5.39: N=26 varlık ("halkb", "akbnk", "ykbnk", "isctr", "garan", "krdmd", "froto", "erbos", "karsn", "ttrak", "toaso", "otkar", "enkai", "sahol", "alark", "turps", "vestl", "bimas", "ekgyo", "thyao", "kchol", "pgsus", "eregl", "gubrf", "tcell", "sise") T=50 gün için gerçek veri ağırlıklarının grafiği.

Şekil 5.37, 5.38 ve 5.39 farklı sektörde olan 26 varlık için varlıkların ağırlıklarının grafiğini göstermektedir. Bu 3 şekile de baktığımız zaman genel olarak glasso ve EW yönteminin bize en iyi sonucu verdiğini ve oynaklığının az olduğunu söyleyebiliriz. EW yönteminde oynaklık hiç yok olarak gözükmetedir fakat yapısı gereği bütün varlıkları eşit riskli kabul ettiğinden dolayı göz ardı edilebilir ve bize en iyi sonucu glasso yönteminin verdiğini söyleyebiliriz. Yine örneklem kovaryans matrisinde oynaklığın çok fazla olduğunu görmekteyiz. Pencere aralığını arttırdığımız zaman örneklem kovaryans matrisinde ki oynaklık azalsa da yine de diğer yöntemlere bakış en fazla oynaklığa sahip yöntemdir. Bu 3 grafikte dikkatimizi çeken bir durum örneklem kovaryans matrisinin 5 varlık ve 10 varlık için olan ağırlık grafiklerinde olduğu gibi çok uçuk oranlarda açığa satış yapılmamasıdır. Varlık sayısının artmasıyla birlikte açığa satış oranında azalma olmuştur.

6. SONUÇ

Bu çalışma da sonuç bölümün de ilk gerçekleştirilen simülasyon çalışmalarında, günlük getirileri sıfır ortalamalı ve korelasyon matrisi (4.4) ve standart sapma (4.5) vektörüne sahip bir normal dağılıma uyan $N=5$ varlıktan oluşan bir portföyün (günlük) ampirik, gerçek ve kahin risklerinin grafikleri çizilerek incelemesi yapılmıştır. Örneklem kovaryans matrisinin pencere aralığını artırarak kıyaslamasını yaptığımız durumda pencere aralığının artmasıyla yöntemin daha iyi sonuçlar verdiğini ve bu durumda düşük risk içerdiğini görülmüştür. EW ve örneklem kovaryans matrisi yöntemi arasında bir karşılaştırma yaptığımız zaman pencere aralığının küçük olduğu durumlarda hiçbir optimizasyon yapmadan portföylerin risklerinin eşit olduğunu varsayarak hareket etmek mantıklı olmasına rağmen pencere aralığını büyüttüğümüz zaman eşit ağırlıklı portföye kıyasla örneklem kovaryans matrisi daha iyi sonuç vermektedir. Örneklem kovaryans matrisini tek tek ve LW, RMT ve glasso yöntemleriyle kıyasladığımız zaman 3 yöntemde örneklem kovaryans matrisi yönteminden daha düşük risk içerdiği sonucuna ulaşılmıştır. Bütün yöntemleri kendi aralarında değerlendirdiğimiz zaman ise RMT ve glasso yönteminin en iyi sonuç veren yöntem olduğu sonucuna ulaştık ve EW yöntemi ise en yüksek risk içeren yöntem olarak bulunmuştur.

İkinci olarak gerçekleştirilen simülasyon çalışmalarında ise, günlük getirileri sıfır ortalamalı korelasyon matrisi ve günlük standart sapması R programında rastgele bir şekilde oluşturularak simülasyon için iterasyon sayısının 100 ve 1000 olduğu durumlar için iterasyon sayısına bağlı olarak, varlık sayıları ve pencere aralığı üzerinden bir karşılaştırma yapılmıştır. Genel olarak bütün durumlar da LW, RMT ve glasso yöntemi en düşük risk içeren yöntem olarak bulunmuştur. Fakat varlık sayısının 20 olduğu durumda LW yönteminin az farkla da olsa glasso ve RMT yöntemine kıyasla daha iyi sonuç verdiği gözlemlenmiştir ki varlık sayısı ve penrece aralığının arttığı durumlarda gözle görülür bir fark oluşmuştur. Gerçek risk/Kahin risk oran tablosuna yani tablo 4.1 ve 4.2'ye baktığımız zaman ise kutu grafiğinde göremediğimiz farklılığı bu tabloda görmek mümkündür. Oran tablosuna göre LW yöntemi en iyi sonucu vermektedir. Varlık sayısının 5 olduğu durumda örneklem kovaryans matrisinde iyileşme görülmüştür ve özellikle 5 varlık için 10 ve 20 günlük penrece aralığında, 10 varlık için 12 ve 20 pencere aralığında, 20 varlık içinde 23 ve

30 günlük pencere aralığında olduğu durumlarda eşit ağırlıklı portföyden bile daha düşük risk içermektedir. Senaryo sayısına bağlı olarak örneklem kovaryans matrisinde bir değişim olmamıştır. Diğer yöntemlerde ufakda olsa farklılıklar gözlemlenmiştir. Yani LW, RMT ve glasso yönteminde ki farklılıklar ve iyileşmeler senaryo sayısının yüksek olduğu durumda daha çok bellidir.

Gerçek veri analizinde ilk olarak hisselerin değerlendirilmesi yapılmıştır. Bu değerlendirme kapsamında değerlendirmeye almış olduğumuz 26 hissenin de yıllık standart sapmalarının 0.30'dan büyük olduğunu bu nedenle hisseler çok yüksek riskli olarak çıkmıştır. Hatta karsn, pgsus, gubrf, vestl varlıklarının standart sapması 0.50'den bile büyük ve çok yüksek riskli olarak değerlendirilmiştir. Hisselerin dağılımı pozitif çarpık olarak çıkmıştır ve yatırımcıların sık sık küçük kayıplar yaşayarak, belli aralıklarla büyük kazançlar elde edilebileceğinin göstergesidir. Hisseler aşırı basıklık özelliği göstermektedirler bu da hisselerin dağılımının normal dağılıma uymadığını göstermektedir.

Geçmiş veri kullanarak örneklem içi ve örneklem dışı portföy getirileri tahmin edilmiş ve standart sapması alınarak değerlendirme yapılmıştır ve daha sonra portföy istatistikleri hesaplanarak yöntemlerin açığa satış yapıp yapılmadığını, ne kadarlık bir açığa satış olduğunu, varlıkların çeşitlendirmesinin nasıl ve en iyi hangi yöntemin çeşitlendirdiğinin yorumu yapılmıştır.

5 varlık için aynı sektör ve farklı olmak üzere iki değerlendirme yapılmıştır. Bu aşama da aynı sektöre durumunda da en iyi sonucu EW ve glasso yönteminin verdiği, pencere aralığı arttığı zaman LW yöntemi de bu iki yöntem ile en iyi sonucu vermektedir. 5 varlık için farklı sektörler de örneklem kovaryans matrisi hariç bütün yöntemler en iyi sonucu verirken, pencere aralığını artırdığımız zaman EW yöntemin de kötüleşme olmuştur. 10 varlık olduğu zaman glasso yöntemi en iyi sonucu vermektedir. 26 varlık olduğunda ise LW ve RMT yönteminin daha iyi çalıştığı sonucuna ulaşılmıştır.

5 varlık için pencere aralığını artırdığımız durumda (aynı sektör varlıkların ağırlık grafiği şekil 5.3'de ve farklı sektör varlıkların ağırlık grafiği şekil 5.15) glasso yönteminde yüksek oynaklık olduğu gözlemlenmiştir. Ağırlıklar da oynaklığın yüksek olması demek yatırımcının çok fazla al sat yapması demektir ki bu durumda yatırımcının kaçındığı bir durumdur. Ağırlık grafiklerine baktığımız zaman 2018 krizini ve tüm dünyayı etkisi altına alan Covid-19 pandemi döneminin ilk Türkiye'de görülmeye başladığı zamanı görebilmekteyiz. Buda borsaların kriz, pandemi, savaş

vb. durumlardan çok fazla etkilendiğini ve paramızı aynı sektörde ki varlıklara yatırdığımız zaman daha fazla risk kabul ettiğimizi söyleyebiliriz. Bu durum aynı şekilde diğer grafiklerde de gözlemlenmiştir.

Çeşitlendirme, portföylerin zaman içerisindeki oynaklığını azaltmaya yardımcı olur. Çeşitlendirme, portföylerdeki risk ve oynaklığı azaltmaya yardımcı olabilir ve ağırlıklarda ki iniş çıkışların sayısını ve şiddetini potansiyel olarak azaltmamıza yardımcı olur. Çeşitlendirme olarak bir değerlendirme yaptığımız zaman genel olarak glasso ve EW yönteminde daha iyi çeşitlendirme yapılmıştır. Diğer yöntemlerin de çeşitlendirme katsayılarında birbirine benzerlik gözlemlenmiştir. Ancak 10 varlık ve 26 varlıkta örneklem kovaryans matrisinin açığa satış oranının çok yüksek olmasına rağmen yatırım yaptığımız parayı, LW ve RMT yöntemlerinden daha iyi çeşitlendirmiştir. 5 varlık için aynı sektörde genel olarak çeşitlendirme sayesinde portföydeki minimum riskli hisseye göre, portföy riski %8 azaltırken, farklı sektörde bu oran % 34 olarak bulunmuştur. Bu da paramızı yatırım yaparken farklı sektörlerdeki hisselerle çeşitlendirerek yatırım yapmak riskimizi daha çok azaltmaktadır. Varlık sayısının artmasıyla birlikte çeşitlendirme sayesinde risk daha da çok azaltılmıştır. Varlık sayısının 10 olduğu durumda risk %43 azaltılırken, 26 varlıkta bu oran %51'e çıkmıştır ve neredeyse risk yarı yarıya azaltılmıştır.

BIST30 endeksinde açığa satış yasağı 01.07.2020 tarihinde kaldırılmıştır. Açığa satış olması hisse senetlerinin çok fazla oynak olması demektir. Açığa satışlarda hisse senetlerinin fiyatı çok hızlı düşer. Hisse senetlerinin sert hareketlerini önleyerek yatırımcının zarar etmesinin veya daha az zararla kurtulmasını sağlar. Ancak hisse senetlerinin fiyatında sadece açığa satış yapıldığı zaman düşme yaşanmaz. Hisse senetleri normal şekilde satmaya devam ederse de fiyat düşebilir. Brüt risk bize açığa satış oranımız hakkında bilgi vermektedir. Brüt risk ne kadar yüksek olursa potansiyel kaybımız (veya kazancımız) da o kadar büyük olmaktadır. Portföy istatistikleri tablomuza baktığımız zaman 5 varlık için farklı sektör olduğunda brüt risk düşerken, varlık sayısını artırdığımız zaman her hangi bir iyileşme gözlemlenmemiştir. Pencere aralığını artırdığımız zaman iyileşme olsa bile 26 varlık için brüt risk çok yüksek çıkmıştır. 5 varlık için açığa satış durumunda ise farklı sektörlerde yatırım yaptığımız zaman aynı sektöre oranla çok fazla açığa satış yapılmamaktadır ve açığa satış oranı 2.5'a kadar düşmektedir. Ancak varlık sayısını artırmakla açığa satış oranının arttığı gözlemlenmiştir. Özellikle 26 varlık olduğu durum da açığa satış oranımız en yüksek seviyeye ulaşmıştır.

Genel olarak varlıkların korelasyon ve standart sapmasını bildiğimiz durumda LW, RMT ve glasso yöntemleri en iyi sonucu vermiştir. Korelasyon matrisini ve standart sapmayı R programında düzgün dağılıma uyacak şekilde rastgele oluşturduğumuzda da LW, RMT ve glasso yöntemleri bize en iyi sonucu veren yöntemler olarak bulunmuştur. Fakat BİST30 verisi ile aynı sektördeki varlıklar ile bir portföy oluşturduğumuz zaman bütün varlıkları eşit riskli varsayarak hiçbir optimizasyon yapmadan portföy oluşturmak bize en düşük riski verirken, farklı sektörlerdeki varlıklar ile portföy oluşturduğumuz zaman genel olarak LW, RMT ve glasso yöntemleri bize en iyi sonucu vermiştir. Fakat varlık sayısına ve pencere aralığına bağlı olarak LW, RMT ve glasso yöntemleri arasında ufakta olsa değişkenlik gözlemlenmesine rağmen glasso yönteminin baskın olarak kovaryans matrisindeki tahmin hatasını azaltıp ve çeşitlendirme yaparak en düşük riskli portföyü oluşturduğu sonucuna ulaşılmıştır.

KAYNAKLAR

- [1] DeMiguel V., Garlappi L., Uppal R., (2009b), “Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy?”, *The Review of Financial Studies*, 22(5), 1915–1953.
- [2] Markowitz H., (1952), “Portfolio selection”, *J Finance*, 7 (1), 77–91.
- [3] Ledoit O., Wolf M., (2004a), “Honey, i shrunk the sample covariance matrix”, *The Journal of Portfolio Management*, 30(4), 110–119.
- [4] Laloux L., Cizeau P., Bouchaud JP., Potters M., (1999), “Noise dressing of financial correlation matrices”, *Physical Review Letters*, 83(7), 1467–1469.
- [5] Torri G., Giacometti R., Paterlini S., (2019), “Sparse precision matrices for minimum variance portfolios”, *Computational Management Science*, 16 (3), 375-400.
- [6] Çalışkan M., Tuncer M., (2010), “Black- Litterman Modeliyle Portföy Optimizasyonu: İstanbul Menkul Kıymetler Borsası’nda Markowitz Ortalama Varyans Modeliyle Karşılaştırmalı Portföy Optimizasyonu Uygulaması”, Ph. D. Thesis, Kocaeli Üniversitesi, Social Sciences Institute.
- [7] Toraman C., and Yürük M. F., (2014), “Portfolio Optimization through Quadratic Base Programming Modeling: An Application in the BIST-100”, *Mukaddime*, 5(1), 133-148.
- [8] Tuna G., (2012), “Kovaryans Matrisi Tahmininin Portföy Seçimine Etkisi: İMKB’de Farklı Yatırım Ufukları için Uygulama”, *Ege Akademik Bakış*, 12(3), 311-322.
- [9] Kardiye F., (2007), “Doğrusal Programlama İle Portföy Optimizasyonu Ve İMKB Verilerine Uygulanması Üzerine Bir Çalışma”, *Atatürk Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 21(2), 15-28.
- [10] Topal Y., İlarslan K., (2009), “Portföy Optimizasyonu Bağlamında Tanjant Portföyleri: İMKB 30 İşletmelerinden Bir Örnek”, *Afyon Kocatepe Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 11(1), 219-247.
- [11] Zerey G., ve Terzi E., (2015), “Portföy seçimi ve BİST30 üzerinde bir Uygulama”, *International Anatolia Academic Online Journal Sciences Journal*, 3(2).
- [12] Cevizci A., (2016), “A comparison of optimal portfolio performances of three optimization methods”, *International Journal of Commerce and Finance*, 2(1), 137-146.
- [13] Luenberger D. G., (1997), "Investment science", OUP Catalogue.

- [14] Michaud R. O., (1989), “The Markowitz optimization enigma: Is ‘optimized’ optimal?”, *Financial analysts journal*, 45 (1), 31-42.
- [15] Meucci A., (2005), “Risk and asset allocation”, New York: Springer, (Vol.1).
- [16] Bouchaud, J., P., Potters, M., (2009), “Financial applications of random matrix theory: a short review”, *Handbook of Financial Markets: Dynamics and Evolution*, pp.57-160, North-Holland.
- [17] Yuan M., Lin Y., (2007), “Model selection and estimation in the Gaussian graphical model”, *Biometrika*, 94 (1), 19-35.
- [18] Friedman J., Hastie T., Tibshirani R., (2008), “Sparse inverse covariance estimation with the graphical lasso”, *Biostatistics*, 9 (3), 432–441.
- [19] Fan J., Zhang J., Yu K., (2012), “Vast portfolio selection with gross-exposure constraints”, *Journal of the American Statistical Association*, 107 (498), 592-606.
- [20] R Core Team, (2021), “R: A language and environment for statistical computing”, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.

ÖZGEÇMİŞ

Ayşe Nur KÜÇÜKSEREN 2015 yılında başladığı Necmettin Erbakan Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Endüstri Mühendisliği Bölümünü 2020 yılında başarıyla tamamlayarak aynı yıl yüksek lisans eğitimine Gebze Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Endüstri Mühendisliği Anabilim Dalında başladı. Şu an Geniuss Lojistik A.Ş. firmasında Endüstri Mühendisi olarak çalışmaktadır.

