

12/12/



T.C.

GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İŞARET DİYAGRAMI DÖNDÜRÜLMÜŞ FAZ
KAYDIRMALI ANAHTARLAMA
MODÜLASYONUNUN SÖNÜMLEMELİ
KANALLARDAKİ PERFORMANSI

Serdar ÖZYURT

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ

ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI

Yrd. Doç. Dr. Oğuz KUCUR

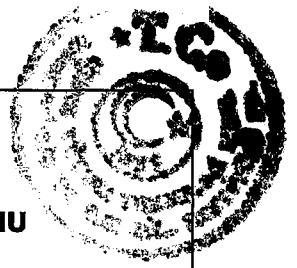
GEBZE

2005



**GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ
ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS JÜRİ ONAY FORMU



Serdar Özyurt'un tez çalışması, G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 20.06.2005 Tarih ve 2005/22 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından Elektronik Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Yrd. Doç. Dr. Oğuz Kucur

ÜYE

: Yrd. Doç. Dr. İbrahim Altunbaş

ÜYE

: Yrd. Doç. Dr. Serdar Süer Erdem

ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
15.08.2005 Tarih ve 2005/22 sayılı kararı.



İMZA/MÜHÜR

ÖZET

Telsiz iletişim sistemlerindeki en önemli bozucu etki, verici-alıcı arasındaki çok yönlü yayılımdan kaynaklanan sönümlemedir. Sönümlemenin bozucu etkisine karşı alınabilecek önlemlerden birisi, çeşitleme uygulamaktır. Çeşitleme; zamanda, frekansta veya uzayda yapılabilir. Bunlardan başka kullanılabilir bir çeşitleme tekniği de modülasyon çeşitlemesidir. Modülasyon çeşitlemesi, işaret diyagramı döndürülerek ve bileşen (boyut) serpiştirici/geri-serpiştirici kullanılarak elde edilebilir. Bu çalışmada, $M=2, 4$ ve 8 düzeyli faz kaydırmalı anahtarlama (FKA) modülasyonu için çeşitleme düzeyini arttıran ve yüksek işaret-gürültü oranlarında sembol hata olasılığını minimum yapan optimal döndürme açıları, frekans seçici olmayan yavaş sönümlemeli kanallar için elde edilmektedir. Yeni tekniğin işaret diyagramı döndürülmemiş duruma göre önemli oranda çeşitleme kazancı sağladığı gösterilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Çok-yönlü Sönümleme, FKA Modülasyonu, Modülasyon Çeşitlemesi

SUMMARY

The most destructive effect in a wireless communication system is fading which is due to multipath propagation between transmitter and receiver. Diversity can be used to reduce the effect of multipath fading. Diversity can be implemented as time diversity, frequency diversity or space diversity. Another diversity technique which is called modulation diversity can also be used. Modulation diversity can be achieved by using component (coordinate) interleaving/deinterleaving and using rotated signal constellation. In this work, optimum rotation angles which increase modulation diversity and decrease symbol error probability are calculated for M -PSK (M -ary Phase Shift Keying) modulation with $M=2, 4$ and 8 over frequency nonselective slowly fading channels. It is shown that a considerable amount of diversity gain and performance enhancement is obtained by using this technique.

Keywords: Multipath Fading, PSK Modulation, Modulation Diversity.

TEŞEKKÜR

Bana araştırma olanağı sağlayan ve çalışmamın her safhasında yakın ilgi ve önerileri ile beni yönlendiren danışman hocalarım, Yrd. Doç. Dr. Oğuz Kucur'a ve Yrd. Doç. Dr. İbrahim Altunbaş'a teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca, bu tezi hazırlarken her zaman beni destekleyen ve yanımda olan aileme teşekkür ederim.

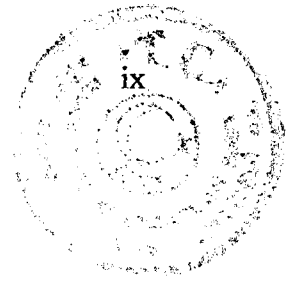


İÇİNDEKİLER DİZİNİ

Sayfa

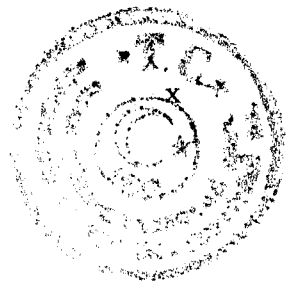
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
KISALTMALAR DİZİNİ	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	x
TABLolar DİZİNİ	xiii
 1. GİRİŞ	 1
1.1 Konuyla İlgili Daha Önce Yapılmış Olan Çalışmalar	4
1.2 Çalışmanın Amacı ve Katkısı	4
1.3 Tezin Bölümleri	5
2. SÖNÜMLEME	6
2.1 Büyük Ölçekli Sönümleme	6
2.2 Çok-Yollu Yayılım ve Küçük Ölçekli Sönümleme	9
2.3 Sönümlemeli Kanalların Dürtü Cevabı	13
2.4 Sönümlemeli Kanalların Güç-Gecikme Profili	15
2.5 Çok-Yollu Sönümlemeli Kanalların Karakteristik Parametreleri	19
2.5.1 Uyumlu Bant Genişliği	23
2.5.2 Doppler Frekans Kayması ve Uyumlu Zaman Aralığı	24
2.6 Sönümleme Tipleri	26
2.6.1 Düz Sönümleme	27
2.6.2 Frekans Seçici Sönümleme	27
2.6.3 Hızlı Sönümleme	28
2.6.4 Yavaş Sönümleme	28
2.7 Sönümlemeli Kanalların İstatistiksel Olarak Modellenmesi	29
2.7.1 Rayleigh Sönümleme	29
2.7.2 Ricean Sönümleme	34
3. FAZ KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU	39
3.1 Sistem Modeli	39

3.2 İkili Faz Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu	42
3.3 Dört Düzeyli Faz Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu	43
3.4 Sekiz Düzeyli Faz Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu	45
4. DÖNDÜRÜLMÜŞ FAZ KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU	48
4.1 Giriş	48
4.2 Sistem Modeli	48
4.3 2-FKA için Optimal Döndürme Açısı ve Hata Performansı	55
4.4 4-FKA için Optimal Döndürme Açısı ve Hata Performansı	58
4.5 8-FKA için Optimal Döndürme Açısı ve Hata Performansı	61
4.6 Döndürme ile Elde Edilen Kazancın K ile Değişimi	64
5. SONUÇLAR	65
5.1 Tezde Elde Edilen Sonuçlar	65
5.2 Gelecekte Yapılabilecek Çalışmalar	66
KAYNAKLAR	67
ÖZGEÇMİŞ	68
EKLER	



KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Kısaltma</u>	<u>Açıklama</u>
BEGGEK :	Beyaz Gauss Gürültüsü Eklenen
DÖGM :	Dörtlü Genlik Modülasyonu
FKA :	Faz Kaydırmalı Anahtarlama
HF :	High Frequency (3 MHz – 30 MHz)
I :	In-phase
PL :	Path Loss (Yol Kaybı)
PSK :	Phase Shift Keying
P_s :	Sembol Hata Olasılığı
$P(s \rightarrow \hat{s})$:	Çiftsel Hata Olasılığı
Q :	Quadrature
QAM :	Quadrature Amplitude Modulation
rms :	Root Mean Square
SHF :	Super High Frequency (3 GHz – 30 GHz)
UHF :	Ultra High Frequency (300 MHz – 3 GHz)
VHF :	Very High Frequency (30 MHz – 300 MHz)
2-FKA :	İkilik Faz Kaydırmalı Anahtarlama
4-FKA :	Dört Düzeyli Faz Kaydırmalı Anahtarlama
8-FKA :	Sekiz Düzeyli Faz Kaydırmalı Anahtarlama

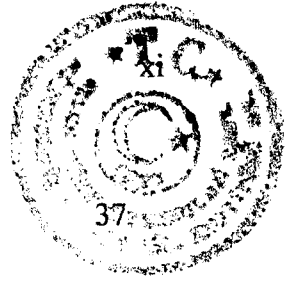


ŞEKİLLER DİZİNİ

Sekil

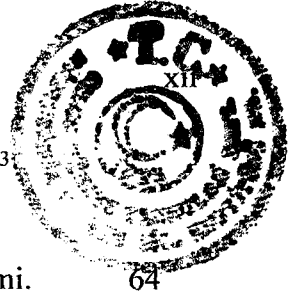
Sayfa

1.1	4-FKA işaret diyagramının modülasyon çeşitlemesi düzeyinin artırılması.	4
2.1	Hücresele bir haberleşme sisteminde, sabit bir alıcı gücü durumunda gölgelemenin kapsama alanına etkisi.	8
2.2	Çok-yollu yayılım.	9
2.3	Büyük ölçekli sönümleme, gölgeleme ve küçük ölçekli sönümleme durumlarında alıcıda alınan işaretin gücünün mesafe ile değişimi.	10
2.4	HF bant haberleşmesinde iyonosfer tabakasının yansıtıcı olarak kullanılması.	11
2.5	Zamanla değişen çok-yollu sönümlemeli bir kanalın çok kısa süreli bir dikdörtgen dalgaya cevabı.	12
2.6	Bir bina içi telsiz haberleşme sisteminde geniş bant ve dar bant haberleşme durumları için, alınan gücün çok-yollu yayılım gecikmesi ile değişimi.	19
2.7	Şehir içindeki bir telsiz haberleşme sistemi için tipik güç-gecikme profili.	20
2.8	Dağlık kırsal arazideki bir telsiz haberleşme sistemi için tipik güç-gecikme profili.	20
2.9	Bir telsiz haberleşme sistemi için ortalama çok-yollu yayılım gecikmesi, çok-yollu yayılım gecikme sapması ve çok-yollu yayılım güç-gecikme sapması (10 dB) değerleri.	23
2.10	Sönümleme tipleri.	26
2.11	Düz sönümlemeli kanalların karakteristiği.	27
2.12	Frekans seçici sönümlemeli kanalların karakteristiği.	28
2.13	σ 'nın farklı değerleri için Rayleigh dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu.	32
2.14	İki periyotluk 1 kHz frekansında bir kosinüs işareti.	33
2.15	İki periyotluk 1 kHz frekansında bir kosinüs işaretinin Rayleigh sönümlemeye ($E[\alpha^2]=1$) uğramış hali.	34



2.16	K 'nın farklı değerleri için Ricean dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu ($E[a^2]=1$).	
2.17	İki periyotluk 1 kHz frekansında bir kosinüs işaretinin Ricean sönümlemeye ($E[a^2]=1$, $K=10$) uğramış hali.	38
3.1	M -FKA alıcı blok diyagramı.	42
3.2	2-FKA işaret diyagramı.	43
3.3	Gray kodlanmış 4-FKA işaret diyagramı.	44
3.4	Başlangıç fazı 45° olan 4-FKA işaret diyagramı.	45
3.5	Gray kodlanmış 8-FKA işaret diyagramı.	46
4.1	Orijinal ve döndürülmüş 4-FKA işaret diyagramları.	49
4.2	Döndürülmüş FKA verici blok diyagramı.	49
4.3	Döndürülmüş FKA alıcı blok diyagramı.	50
4.4	Orijinal ve döndürülmüş 2-FKA işaret diyagramları.	55
4.5	Rayleigh sönümlemeli kanal üzerinde orijinal ve döndürülmüş 2-FKA modülasyonlarının sembol (bit) hata olasılıklarının karşılaştırılması.	57
4.6	Ricean sönümlemeli kanal ($K=10$) üzerinde orijinal ve döndürülmüş 2-FKA modülasyonlarının sembol (bit) hata olasılıklarının karşılaştırılması.	57
4.7	Rayleigh sönümlemeli kanal üzerinde orijinal ve döndürülmüş 4-FKA modülasyonlarının sembol hata olasılıklarının karşılaştırılması.	60
4.8	Ricean sönümlemeli kanal ($K=10$) üzerinde orijinal ve döndürülmüş 4-FKA modülasyonlarının sembol hata olasılıklarının karşılaştırılması.	60
4.9	Orijinal ve döndürülmüş 8-FKA işaret diyagramları.	61
4.10	Rayleigh sönümlemeli kanal üzerinde orijinal ve döndürülmüş 8-FKA modülasyonlarının sembol hata olasılıklarının karşılaştırılması.	63
4.11	Ricean sönümlemeli kanal ($K=10$) üzerinde orijinal ve döndürülmüş 8-FKA modülasyonlarının sembol hata olasılıklarının karşılaştırılması.	63

- 4.12 4-FKA ve 8-FKA için Ricean sönümlmeli kanal üzerinde 10^{-3} sembol hata olasılığında, bileşen serpiştirme ile beraber döndürmenin sağladığı kazancın K (Ricean faktörü) ile değişimi.



TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo**Sayfa**

2.1 Çok-yollu yayılım gecikme sapması için bazı örnek değerler.

22



1. GİRİŞ

Modern telsiz haberleşme sistemleri büyük çoğunlukla sayısal modülasyon tekniklerini kullanmaktadır. Lojik devre ve sayısal işaret işleme teknolojilerinde sağlanan ilerlemeler sayısal modülasyon tekniklerinin donanım bakımından analog modülasyon tekniklerine göre çok daha kolay uygulanabilir olmasını sağlamıştır. Sayısal modülasyon tekniklerinin analog modülasyon tekniklerine nazaran birçok avantajı vardır. Gürültüye karşı daha güvenilir olması, haberleşme kanalı üzerinde bulunan diğer bozucu etkilere karşı daha dayanıklı olması, çoklu erişim teknikleri için daha uygun olması ve hata kontrol kodlamasının uygulanabilmesi sayısal modülasyon tekniklerini analog modülasyon tekniklerinden üstün kılan özelliklerden bazılarıdır. Bir haberleşme sistemi için uygun bir sayısal modülasyon tekniği seçerken göz önüne alınacak birkaç kriter vardır. Bu kriterlerin en önemlileri olarak, sayısal modülasyon tekniğinin güç verimliliği (sabit bir hata olasılığı için gerekli olan minimum işaret-gürültü oranı), bant genişliği verimliliği (sabit bir bant genişliğinde iletilen bit sayısı) ve sistemin pratikte uygulanabilirliği olarak söylenebilir. Genellikle güç verimliliği ve bant genişliği verimliliği arasında ters bir orantı vardır. Yani, birinin artmasıyla diğeri azalır. Faz kaydırmalı anahtarlama [FKA-Phase Shift Keying, (PSK)] modülasyonu, yüksek frekanslı sabit genlikli taşıyıcı işaretin fazı değiştirilerek mesaj işaretinin taşındığı lineer bir sayısal modülasyon tekniğidir. FKA modülasyonunun sabit genlikli olması, lojik devreler yardımıyla kolaylıkla uygulanabilir olmasını sağlar. FKA modülasyonunun bant genişliği verimliliği modülasyon düzeyinin artmasıyla artar. Bununla birlikte, işaret diyagramında noktalar birbirine yaklaşacağı için FKA modülasyonunun hata olasılığı da modülasyon düzeyi arttıkça artar. FKA modülasyonu modern telsiz haberleşme sistemlerinde en çok kullanılan modülasyon tekniklerinden biridir.

Telsiz haberleşme sistemlerinde karşılaşılan sönümleme, FKA modülasyonunun hata performansını beyaz Gauss gürültüsüne nazaran daha önemli ölçüde etkiler. Alıcıda, hatalı olarak karar verilen sembollerin birçoğu sönümlemenin alınan işareti zayıflatmasından veya bozmasından kaynaklanmaktadır. FKA modülasyonunun sönümlemeli kanallardaki hata olasılığı, işaret-gürültü oranı ile ters orantılıdır. Vericide sembol başına verilebilecek güç sınırlı ise, bu durumda

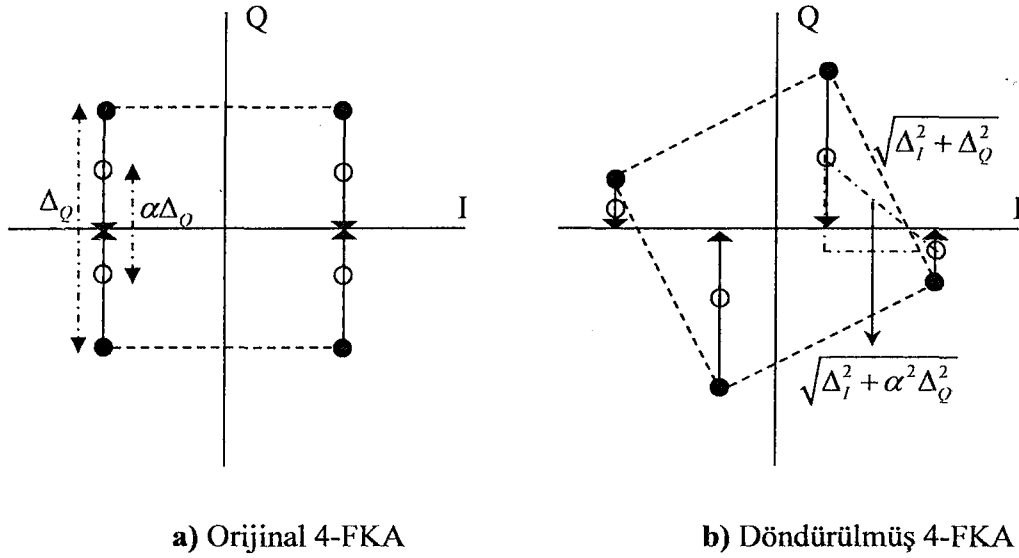
sönümlenmenin bozucu etkisine karşı alınabilecek tedbirler, kanal kodlaması uygulamak ve/veya bir çeşitleme tekniği uygulamaktır. Tek başına kanal kodlaması haberleşme sisteminin bant genişliği verimliliğini düşürür ki bu, bant sınırlı sistemler için istenmeyen bir durumdur. Çeşitleme tekniklerinin temel prensibi, gönderilmek istenen mesaj işaretinin D kopyasını birbirlerinden bağımsız bir şekilde alıcıya ulaştırarak, alıcıda D düzeyli bir karar çeşitlemesi oluşturmaktır. Bunun sağlanabilmesi için iletilen işaretin D bağımsız kanal üzerinden iletilmesi gerekir. Dolayısıyla, herhangi bir kanaldan iletilen işaretin belirli bir eşik değerin altında sönümlenme olasılığı (hata olasılığı) p ile gösterilirse, tüm sistemin hata olasılığı p^D olacaktır [PRO01]. Alıcıya mesaj işaretinin D tane birbirlerinden bağımsız sönümlenmiş (her bir kanalda eklenen beyaz Gauss gürültüsünün birbirlerinden bağımsız olduğu, dolayısıyla D kanalın da bağımsız sönümlenme durumunda birbirlerinden bağımsız olacağı düşünülerek) kopyasını ulaştırmak için birkaç farklı teknik vardır. Bu tekniklere, çeşitleme teknikleri denir.

Kullanılabilecek çeşitleme tekniklerinden birisi, iletilen işaretin D kopyasını D farklı taşıyıcı frekansta iletmektir. Burada, iletilen işaretlerin birbirlerinden bağımsız bir şekilde sönümlenmelerini sağlamak için; ardışık taşıyıcı frekanslar arasındaki fark, kanalın uyumlu bant genişliğine (coherence bandwidth) eşit veya büyük olacak şekilde seçilmelidir. Bu teknik, frekans çeşitlemesi olarak adlandırılır.

Alıcıya mesaj işaretinin birbirlerinden bağımsız bir şekilde sönümlenmiş D kopyasını ulaştırmak için kullanılabilecek diğer bir teknik, iletilen işaretin D kopyasını aralarındaki zaman farkı kanalın uyumlu zaman aralığına (coherence time) eşit veya büyük olacak şekilde seçilen D farklı zaman diliminde iletmektir. Bu teknik, zaman çeşitlemesi olarak adlandırılır.

Verici ve alıcı arasında çeşitleme sağlamak için kullanılabilecek diğer bir teknik, vericide tek anten ve alıcıda birden fazla sayıda anten kullanarak iletilen işareti birbirlerinden bağımsız yayılım yolları üzerinden birbirlerinden bağımsız bir şekilde sönümlenmiş olarak alıcıya ulaştırmaktır. Burada; alıcı antenler arasındaki mesafe, çok-yollu yayılım işaretlerinin farklı yollar izleyebileceği oranda uzak tutulmalıdır. Bu teknik, uzay çeşitlemesi (space diversity) olarak adlandırılır. Telsiz haberleşme sistemlerinde kullanılan diğer çeşitleme teknikleri, geliş açısı (angle-of-arrival) çeşitlemesi ve polarizasyon çeşitlemesi olarak ifade edilebilir.

Yukarıda ifade edilen tekniklerin dışında, kullanılabilecek başka bir çeşitleme tekniği de modülasyon çeşitlemesidir. Bir işaret diyagramının modülasyon çeşitlemesi düzeyi (L), işaret diyagramındaki herhangi iki nokta arasındaki farklı bileşenlerin minimum sayısı olarak ifade edilebilir [TAR96]. Modülasyon çeşitlemesini arttırmak için kilit nokta, işaret diyagramındaki herhangi iki nokta arasındaki farklı bileşenlerin sayısı maksimum olacak şekilde işaret diyagramını döndürmektir [BOU98]. Şekil 1.1’de 4-FKA modülasyonu üzerinde döndürme işlemi gösterilmiştir [BOU98]. Eğer iletilen işaretin farklı bileşenlerinin sadece birisi kanal tarafından şiddetli bir şekilde sönümlenirse (bileşen serpiştirme kullanılarak bu sağlanabilir), bu durumda Şekil 1.1’den de görüleceği gibi döndürülmüş işaret diyagramı gürültüye karşı daha güvenilir olacaktır [TAR96]. Şekil 1.1’de, Δ_I ve Δ_Q sırasıyla sönümlemeden önce 4-FKA işaretlerinin reel (I , in-phase) ve imajiner (Q , quadrature) bileşenleri arasındaki farkı ve α sönümleme faktörünü göstermektedir. Alıcıda alınan işaretin bileşenlerinin birbirlerinden bağımsız bir şekilde sönümlemeye maruz kaldığı kabulünü yapabilmek için, vericide ve alıcıda bileşen serpiştirici/geri-serpiştiriciler kullanılmalıdır (İletilen işaretin Q bileşeninin şiddetli bir şekilde sönümlendiği ve alıcıda kanal durum bilgisinin olduğu düşünülürse; Şekil 1.1’den de görüldüğü gibi, orijinal işaret diyagramında 4-FKA işaretleri Q eksenı boyunca birbirlerine yaklaşacaktır. Bu durumda, I bileşenleri aynı olan komşu noktaların hata olayına sebep olması muhtemel olacaktır. Bununla birlikte, döndürülmüş 4-FKA işaret diyagramında her bir işaret hem I eksenı boyunca hem de Q eksenı boyunca farklı olduğu için, iletilen işaretin bir bileşeni şiddetli bir şekilde sönümlense bile diğer bileşen iletilen işaret hakkında yeterli bilgiyi taşıdığı için hata olasılığı orijinal işaret diyagramına göre daha düşük olacaktır).



Şekil 1.1. 4-FKA işaret diyagramının modülasyon çeşitlemesi düzeyinin artırılması: (a) $L=1$, (b) $L=2$.

1.1. Konuyla İlgili Daha Önce Yapılmış Olan Çalışmalar

İşaret diyagramının minimum çarpımsal mesafesini (minimum product distance) maksimum yapacak şekilde, 4-FKA için optimal döndürme açısı elde edilmiştir [TAR96]. 4-FKA için optimal döndürme açısı, Öklid mesafesini (yani sembol gücünü) işaretlerin reel (in-phase) ve imajiner (quadrature) bileşenleri arasında optimal bir şekilde paylaşacak şekilde elde edilmiştir [SLI98]. Bu iki çalışmada da, döndürme işlemi 4-FKA işaret diyagramı üzerinde uygulanmıştır ve sistemin Rayleigh sönümlmeli kanallardaki performansı incelenmiştir.

1.2. Çalışmanın Amacı ve Katkısı

Bu tezde; 2-FKA, 4-FKA ve 8-FKA için modülasyon çeşitlemesi düzeyini arttıran ve yüksek işaret-gürültü oranlarında sembol hata olasılığını minimum yapan optimal döndürme açıları, düz-yavaş sönümlmeli kanallar için elde edilmektedir. Optimal döndürme açıları, sembol hata olasılığının sıkı bir üst sınırını minimum yapacak şekilde elde edilmektedir. İleride gösterileceği gibi bulunan döndürme açıları ile elde edilen hata performansı yüksek işaret-gürültü oranlarında, [TAR96] ve [SLI98]'deki sonuçlardan daha iyi netice vermektedir.

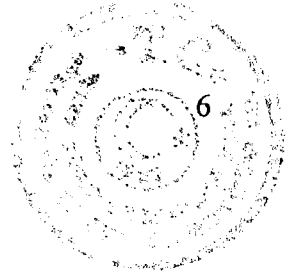
1.3. Tezin Bölümleri

Bu çalışmanın ikinci bölümünde, büyük ölçekli ve küçük ölçekli sönümleme açıklanır. Ayrıca sönümlemeli kanalın yapısını belirleyen uyumlu bant genişliği ve uyumlu zaman aralığı bu bölümde anlatılır. Kanal üzerinde oluşabilecek farklı sönümleme tipleri, yine bu bölümde açıklanır.

Üçüncü bölümde ise, M -FKA modülasyonu açıklanır. $M=2, 4$ ve 8 için M -FKA modülasyonunun Rayleigh ve Ricean sönümlemeli kanallardaki sembol hata olasılığı bu bölümde verilir.

Dördüncü bölümde, işaret diyagramı döndürülmüş FKA modülasyonu ve sistem modeli ayrıntılarıyla açıklanır. $M=2, 4$ ve 8 için M -FKA modülasyonunun sembol hata olasılığının bir üst sınırını minimum yapan optimal döndürme açıları hesaplanır ve performans eğrileri elde edilir. Orijinal ve döndürülmüş sistemlerin sembol hata olasılığı eğrileri karşılaştırılır.

Sonuç bölümünde ise, çalışmada elde edilen sonuçlar özetlenir ve bundan sonra yapılabilecek çalışmalara dair öneriler verilir.



2. SÖNÜMLEME

2.1. Büyük Ölçekli Sönümleme

Telsiz haberleşme sistemlerinde, verici antenden çıkan radyo dalgalarının boşlukta yayılımı sırasında bu dalgalar çok farklı fiziksel etkilere maruz kalırlar. Radyo dalgaları; arazi yapısından, atmosferden ve yayılım yolu üzerindeki bina, köprü, tepe gibi fiziksel nesnelerden büyük ölçüde etkilenir. Çevreden kaynaklanan bu fiziksel etkiler alıcıya ulaşan işaretin yapısını belirler. Bir telsiz haberleşme sistemi tasarlanırken, alıcıdan belirli bir mesafede alınan ortalama gücün belirli bir eşik değerin üzerinde olması istenir. Belirli bir mesafede alınan ortalama güç değerini hesaplamak için haberleşme ortamına uygun olacak şekilde yayılım modelleri kullanılır. Verici ve alıcı antenler arasında büyük bir mesafe (birkaç yüz veya birkaç bin metre) varsa, bu durumda alıcıda alınan ortalama güç değeri büyük ölçekli yayılım modelleri kullanılarak bulunur. Telsiz haberleşme sistemlerinde, alınan ortalama gücün büyük mesafelerde zayıflamasına büyük ölçekli sönümleme denir. Verici antenden yayılan radyo dalgaları, antene yakın çevrelerde maksimum alan şiddetine sahiptir. Bu elektromagnetik dalgalar boşluğa yayıldığında, alanın enerjisi çok geniş yüzölçümlü bir alana yayılır. Bu sebeple; verici anteninden uzak bir bölgede, radyo dalgasının enerjisi antenin çevresine göre daha zayıf olur. Elektromagnetik enerjinin vericiden alıcıya gidişinde boşlukta (free space) engelsiz bir yol takip ettiği düşünülürse (örneğin mikrodalga görüş hattı haberleşmesi, uydu haberleşme sistemleri), verici anteninden d metre uzaklıktaki alıcıda alınan güç ifadesi aşağıdaki şekilde olur [RAP02]:

$$P_r(d) = \frac{P_t G_t G_r \lambda^2}{(4\pi)^2 d^2 L} \quad (2.1)$$

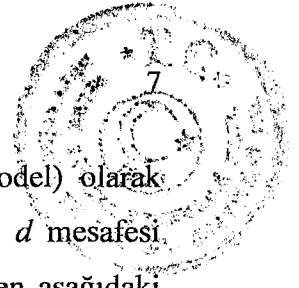
$P_r(d)$: Vericiden d mesafesinde alınan güç

P_t : İletilen işaretin gücü

G_t, G_r : Sırasıyla, verici ve alıcı anten kazançları

λ : İletilen işaretin dalga boyu (metre)

L : Telsiz haberleşme sisteminin donanımsal kayıp faktörü ($L \geq 1$)



Bu güç ifadesi, boşlukta yayılım modeli (free space propagation model) olarak adlandırılır. Yukarıdaki denklem kullanılarak iletilen işaretin gücünde d mesafesi boyunca oluşan yol kaybı (PL , path loss), desibel (dB) birimi cinsinden aşağıdaki şekilde hesaplanır [RAP02]:

$$PL(dB) = 10 \log \frac{P_t}{P_r} = -10 \log \left[\frac{G_t G_r \lambda^2}{(4\pi)^2 d^2 L} \right] \quad (2.2)$$

Denklem 2.1'den görüldüğü gibi verici anteninden d metre uzaklıkta alınan güç, d^2 ile ters orantılıdır. Denklem 2.1 ve Denklem 2.2, haberleşmenin boşlukta ve direkt engelsiz bir yayılım yolu üzerinden gerçekleştiği kabul edilerek yazılmıştır. Halbuki, birçok telsiz haberleşme sisteminde haberleşme ne boşlukta ne de direkt engelsiz bir yayılım yolu üzerinden gerçekleşmektedir. Pratikte karşılaşılan telsiz haberleşme kanalları için, verici anteninden d metre uzaklıkta alınan güç, d^p ile ters orantılıdır. Burada p , haberleşme kanalının durumuna göre bir değer alır ve genellikle $2 \leq p \leq 4$ aralığındadır [PRO01].

Yol kaybı, haberleşme kanalına bağlı olarak birçok farklı faktörden etkilenir. Bu faktörler arasında; verici ve alıcı anten yükseklikleri, haberleşme frekansı, atmosferik şartlar ve haberleşme yolu üzerinde bulunabilecek fiziksel nesneler sayılabilir. Bütün bu faktörleri içine alan yol kayıp formülleri geliştirilmiştir. Bunlardan birisi, büyük bir şehirdeki yol kayıp hesabı için kullanılan Hata modelidir. Hata modeli aşağıdaki şekilde verilir [PRO01]:

$$PL(dB) = 69.55 + 26.16 \log f_c - 13.82 \log h_t - a(h_r) + (44.9 - 6.55 \log h_t) \log d \quad (2.3)$$

f_c : Haberleşme frekansı ($150 \text{ MHz} < f_c < 1500 \text{ MHz}$)

h_t : Verici anten yüksekliği ($30 \text{ m} < h_t < 200 \text{ m}$)

h_r : Alıcı anten yüksekliği ($1 \text{ m} < h_r < 10 \text{ m}$)

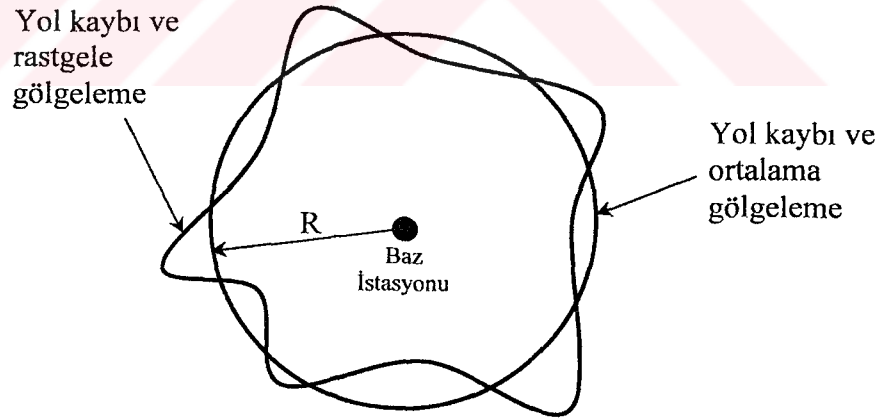
d : Verici ve alıcı antenler arasındaki uzaklık (m)

Denklem 2.3'te bütün logaritmalar on tabanına göredir ve

$a(h_r) = 3.2(\log 11.75 h_r)^2 - 4.97$ ($f_c \geq 400 \text{ MHz}$) şeklinde tanımlıdır.



Denklem 2.2, belirli bir alıcı-verici mesafesi için yol kaybının sabit olduğu varsayılarak yazılmıştır. Halbuki, pratikte karşılaşılan telsiz haberleşme kanallarının birçoğunda, verici anteninden iletilen işaret haberleşme kanalı boyunca birçok farklı değişken etken tarafından etkilenir. Kanal üzerinde bulunan bu fiziksel etkilerin zamanla ve konumla değişmesi sabit bir verici-alıcı mesafesinde alınan gücün farklı zaman veya konumlarda farklı farklı olmasına yol açar. Örneğin; hücresel bir haberleşme sisteminde aynı hücre içerisinde, merkezdeki baz istasyonuna aynı uzaklıkta bulunan (bir çember oluşturacak şekilde) alıcılarda alınan güçler farklı farklı olabilir. Bunun sebebi, yayılım yolu üzerinde bulunabilecek fiziksel nesnelerin iletilen işareti gölgelemek suretiyle zayıflatmasıdır. Telsiz haberleşme sistemlerinde, haberleşme kanalı üzerinde bulunan fiziksel nesnelerin iletilen işareti engelleyerek (soğurma, kırma, saçma, yansıtma gibi) zayıflatmasına gölgeleme denir. Verici veya alıcıdan birinin hareketli olmasından veya kanalda bulunan fiziksel etkilerin zamanla değişiyor olmasından dolayı, gölgelemeyi deterministik bir model kullanarak karakterize etmek hayli zordur. Pratikte gölgeleme, istatistiksel modeller kullanılarak karakterize edilir ve çoğunlukla lognormal dağılımı ile modellenir. Şekil 2.1’de, gölgeleme rastgele prosesinin, hücresel bir haberleşme sisteminde R yarıçaplı bir hücrenin kapsama alanını nasıl etkilediği gösterilmiştir [GOL05].

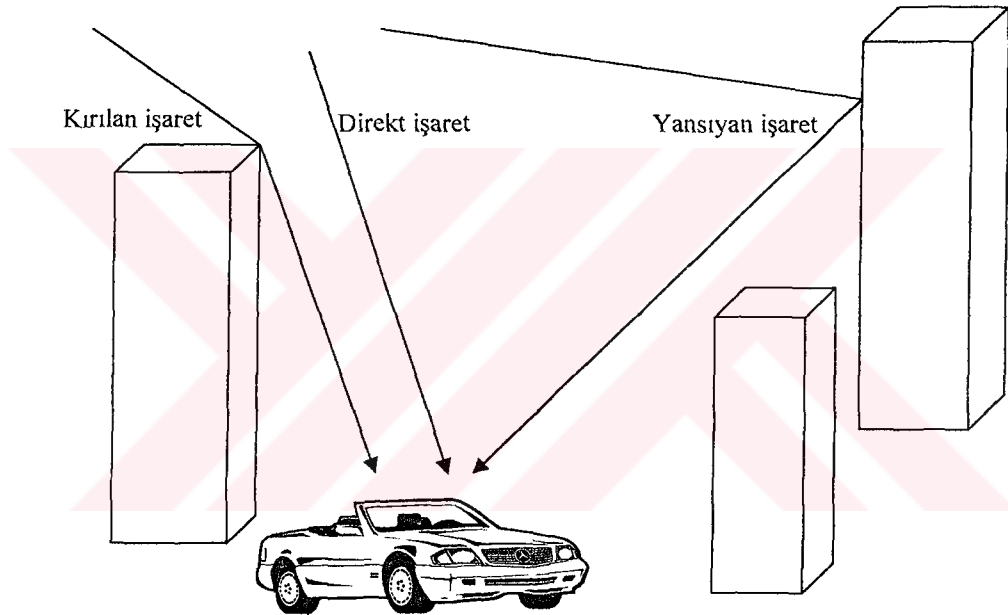


Şekil 2.1. Hücresel bir haberleşme sisteminde, sabit bir alıcı gücü durumunda gölgelemenin kapsama alanına etkisi.



2.2 Çok-Yollu Yayılım ve Küçük Ölçekli Sönümlenme

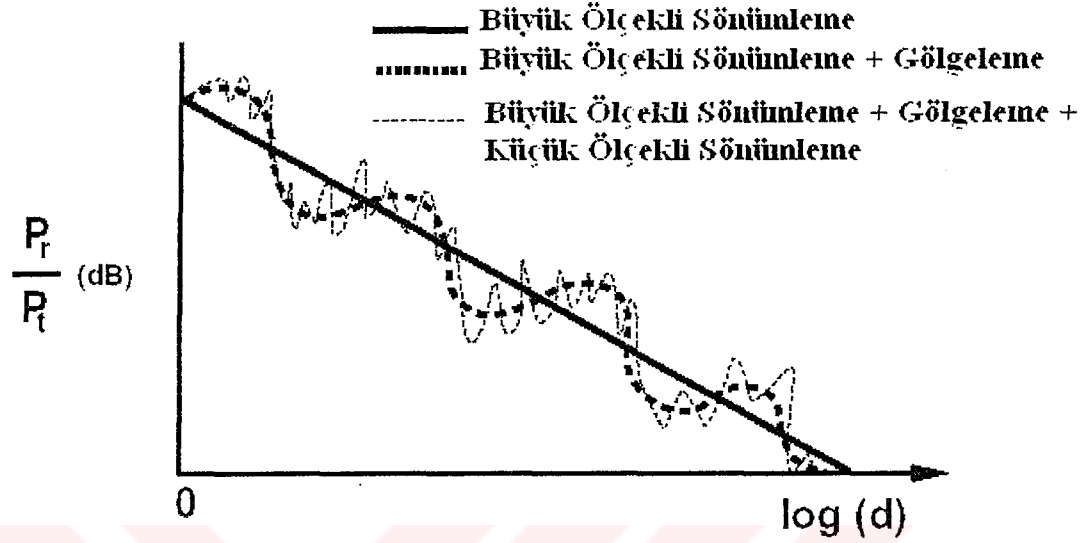
Telsiz haberleşme sistemlerinin birçoğunda haberleşme tek bir iletim yolu üzerinden gerçekleşmez. Bunun sebebi, çevrede bulunan fiziksel nesnelerin iletilen işarete farklı şekillerde tepki vermesidir. Bu durumda haberleşme, birçok farklı yayılım yolu üzerinden çoğunlukla yansıma, kırılma veya saçılma şeklinde olacaktır. Yani alıcıda alınan işaret, birçok farklı uzunluktaki yayılım yolu üzerinden farklı gecikmelerle alınan işaretlerin birbirleri üzerine yaptığı girişimden meydana gelecektir. Şekil 2.2’de gösterilen bu duruma, çok-yollu yayılım denir. Her bir farklı yayılım yolu üzerinden iletilen işaretlere de, çok-yollu yayılım işaretleri denir.



Şekil 2.2. Çok-yollu yayılım.

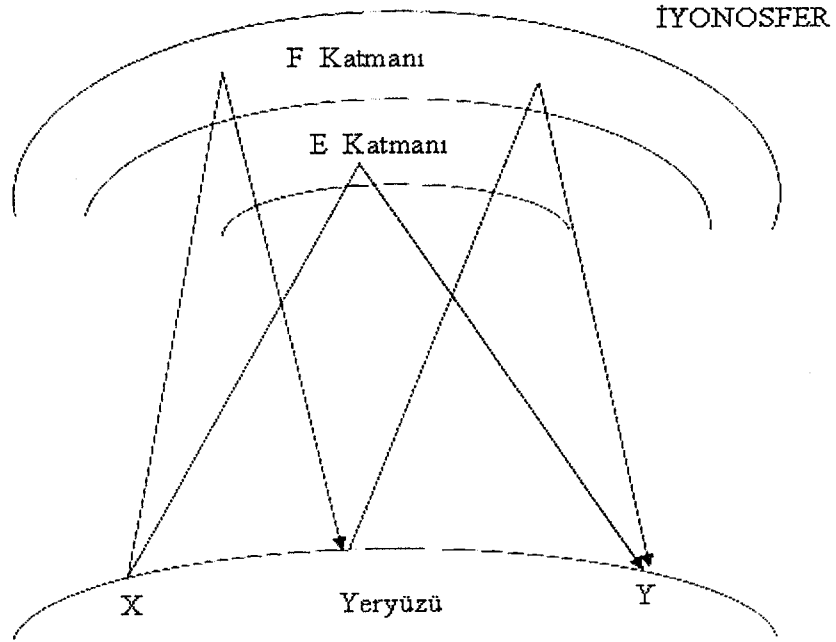
Çoğunlukla her bir farklı yayılım yolu üzerinden alınan işaret, diğer işaretlere göre farklı bir genlik ve faz cevabı ile alıcıya ulaşır. Bu faz açıları farklı olan çok-yollu yayılım işaretleri alıcıda birbirleri üzerine girişim yaparlar ve çoğunlukla alınan işaretin zayıflamasına veya zarfının bozulmasına neden olurlar. İletilen işaretin bu sebepten dolayı, kısa mesafe veya zamanlarda zayıflamasına veya bozulmasına küçük ölçekli sönümlenme veya kısaca sönümlenme ve bu tip kanallara çok-yollu sönümlenmeli kanallar denir. Çok-yollu sönümlenmeli kanallar rastgele ve zamanla değişen dürtü cevaplı kanallardır. Dürtü cevabının zamanla değişimi, kanalın fiziksel yapısının zamanla değişen olmasından kaynaklanmaktadır. Şekil 2.3’te; büyük

ölçekli sönümlenme, gölgeleme ve küçük ölçekli sönümlenme durumlarında, alınan işaret gücünün iletilen işaret gücüne oranının (dB), verici-alıcı mesafesi (d) ile değişimi gösterilmiştir [GOL05].



Şekil 2.3 Büyük ölçekli sönümlenme, gölgeleme ve küçük ölçekli sönümlenme durumlarında alıcıda alınan işaretin gücünün mesafe ile değişimi.

Çok-yollu sönümlenmeli kanallara örnek olarak Şekil 2.4'te gösterilen HF bant haberleşme kanalı verilebilir. HF bant haberleşmesinde, iyonosfer tabakası yansıtıcı olarak kullanılır. İyonosfer tabakası birkaç farklı katmandan oluşur (E ve F katmanları gibi). Bu katmanların her biri iletilen işareti farklı bir şekilde yansıtacaktır. Neticede, iletilen işaret farklı yayılım yolları üzerinden (farklı katmanlardan farklı açılarla yansiyarak) farklı genlik ve faz cevapları ile alıcıya ulaşacaktır. Alıcıya ulaşan bu işaretlerin girişimi alınan işareti meydana getirir. Çok-yollu yayılım işaretlerinin ilk gelen işarete göre olan faz farkları, bu girişimin neticesinde alınan işaretin kuvvetlenmesine veya zayıflamasına neden olur. Ayrıca, iyonosfer tabakasında bulunan iyonların devamlı hareket halinde olmalarından dolayı, iyonosfer tabakasının iletilen işarete verdiği cevap zamanla değişecektir.

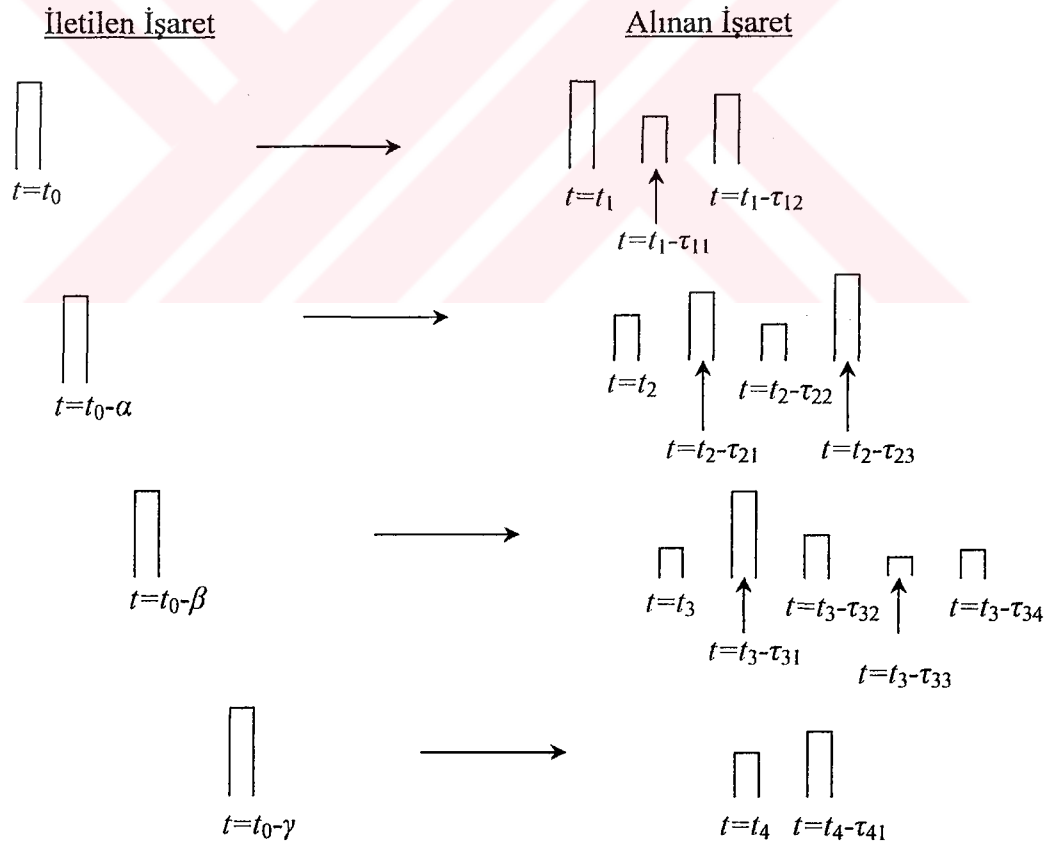


Şekil 2.4 HF bant haberleşmesinde iyonosfer tabakasının yansıtıcı olarak kullanılması.

Mobil hücresel haberleşme sistemlerinde ise, baz istasyonundan iletilen işaret çevredeki nesnelerden farklı şekillerde etkilenerak (çoğunlukla yansıyarak, kırılarak veya saçılarak) farklı yayılım yolları üzerinden mobil alıcıya ulaşır (Verici ve alıcı arasında direkt bir engelsiz yayılım yolu bulunabilir). Alıcıda alınan işaret, farklı yayılım yolları üzerinden farklı gecikmelerle alıcıya ulaşan çok-yollu yayılım işaretlerinin birbirleri üzerine yaptıkları girişimden meydana gelecektir. Ayrıca mobil alıcının hareketli olmasından dolayı, mobil hücresel haberleşme kanalları zamanla değişen çok-yollu sönmülemeli kanallar olarak modellenebilirler.

HF, VHF ve UHF bantlarındaki kısa dalga haberleşme kanalları, mobil hücresel haberleşme kanalları ve SHF bandındaki mikrodalga haberleşme kanalları zamanla değişen çok-yollu sönmülemeli kanallara örnek olarak verilebilir. Sönmülemeli kanalın zamanla değişimi birçok bağımsız faktörden kaynaklanabileceği için (örneğin HF bant haberleşmesinde milyonlarca iyonun hareketinden), bu tip kanalların deterministik olarak modellenmesi hayli zordur. Bu nedenle, bu tip kanallar için istatistiksel modeller kullanılır.

Çok kısa süreli bir dikdörtgen dalganın (hemen hemen bir dürtü işareti) sönümlmeli bir kanal üzerinden Şekil 2.5'te gösterildiği gibi iletildiği varsayılın [PRO01]. Bu durumda, alıcıda alınan işaret farklı genlik ve gecikmelere sahip dikdörtgen dalgaların bir dizisi şeklinde olacaktır. Bunun nedeni, farklı yayılım yolları üzerinden farklı genlik ve gecikmelerle alıcıya ulaşan çok-yollu yayılım işaretlerinin olmasıdır. Bu, sönümlmeli kanalların zaman eksenindeki genişletici karakteristiğini belirler. Sönümlmeli kanalların ikinci bir karakteristiği, bu tip kanalların zamanla değişen dürtü cevaplı kanallar olmalarıdır. Şekil 2.5'te görüldüğü gibi; aynı dikdörtgen dalgaya sönümlmeli kanalın verdiği cevap, farklı zamanlarda farklı farklı olmaktadır. Bu farklılık her bir çok-yollu yayılım işaretinin genliklerinde, gecikme sürelerinde ve birbirlerine göre olan gecikme sürelerinde olabileceği gibi; alınan çok-yollu yayılım işareti sayısında da olabilir [PRO01]. Bundan sonra zamanla değişen çok-yollu sönümlmeli kanallar yerine, sönümlmeli kanallar ifadesi kullanılacaktır.



Şekil 2.5 Zamanla değişen çok-yollu sönümlmeli bir kanalın çok kısa süreli bir dikdörtgen dalgaya cevabı.

2.3 Sönümlmeli Kanalların Dürtü Cevabı

Sönümlmeli kanallar üzerinden haberleşme yapılırken, çok-yollu yayılımdan dolayı alıcıya iletilen işaretin birçok farklı kopyası ulaşır. Birbirlerinden farklı genlik ve faz cevaplı zamanla değişen kanallar üzerinden iletilen bu çok-yollu yayılım işaretleri alıcıda toplanırlar ve alınan işareti meydana getirirler. Bu toplamsallıktan dolayı, sönümlmeli kanallar lineer ve zamanla değişen dürtü cevaplı kanallar olarak isimlendirilebilir. Kanalın zamanla değişmesi, kanalın fiziksel yapısının zamanla değişen olmasından kaynaklanmaktadır. Bir sönümlmeli kanalın zamanla değişen dürtü cevabı, kanalda sönümlemenin dışında herhangi bir bozucu etkinin olmadığı varsayılırsa, $h(\tau; t)$ şeklinde gösterilebilir. Burada τ , çok-yollu yayılım işaretlerinin gecikmesini temsil etmektedir. $h(\tau; t)$; $t - \tau$ anında kanala uygulanan bir dürtü işaretine, kanalın t anında verdiği cevap olarak ifade edilebilir [PRO01]. Bu durumda, kanal çıkışında alınan işaret $\{r(t)\}$, iletilen işaret $\{s(t)\}$ ile kanalın dürtü cevabının konvolüsyonu şeklinde olacaktır:

$$r(t) = s(t) \otimes h(\tau; t) \quad (2.4)$$

Denklem 2.4'te, ' $\otimes$ ' konvolüsyonu temsil etmektedir. Eğer sönümlmeli kanal bant-geçiren bir kanal ise, Denklem 2.4'teki her bir ifadenin temelbant (baseband) dengi kullanılarak

$$r_i(t) = s_i(t) \otimes 0.5h_i(\tau; t) \quad (2.5)$$

yazılabilir. Temelbantta gösterilim yüksek frekanslı taşıyıcı işaretinden kaynaklanan yüksek frekans değişimlerini kaldırır ve matematiksel olarak analiz işlemlerini basitleştirir. Denklem 2.5'te $h_i(\tau; t)$ 'nin önündeki 0.5 çarpanı, işaretlerin frekans spektrumunda temelbanda kaydırılmasından kaynaklanmaktadır.

Sönümlmeli kanalın fiziksel yapısına bağlı olarak, çok-yollu yayılım işaretleri çok fazla sayıda olabilir. Bu durumda, aralarındaki gecikme süresi farkı çok az olan çok-yollu yayılım işaretlerinin alıcıda ayrı ayrı çözülmesi hayli zordur. Bu nedenle, analiz açısından kolaylık olması için τ , çok-yollu yayılım gecikme parametresi, eşit aralıklara bölünür [RAP02]. Her bir aralık, i yol indeksini göstermek üzere, $\tau_{i+1} - \tau_i$

kadar olacaktır. τ_0 , alıcıya ilk ulaşan işaretin gecikme süresidir ve genellikle $\tau_0 = 0$ kabul edilir. Bu durumda her bir gecikme aralığı, $\Delta\tau = \tau_1 - \tau_0$ kadar olacaktır. Bunu kullanarak, $\tau_i = i\Delta\tau$ ($i=0,1,\dots,N-1$) yazılabilir. Burada τ_i , i . yolun gecikme süresini ve N , toplam yayılım yolu sayısını göstermektedir. $\tau_{i+1} - \tau_i$ aralığındaki herhangi bir gecikme süresiyle alıcıya ulaşan işaretlerin toplamı, bu aralıkta tek bir işaretmiş gibi algılanır. Bu teknik yardımıyla, bant genişliği $2/\Delta\tau$ 'nın altındaki işaretler için çok-yollu yayılım komponentlerinin analizi yapılabilir. Sönümlemeli bir kanal üzerinden bir dürtü işareti iletildiği zaman, alıcıda zamanla değişen farklı genlik ve gecikme sürelerine sahip bir dürtü dizisi alınır. Dolayısıyla, sönümlemeli kanalların temelbant ayrık (discrete) dürtü cevabı aşağıdaki gibi ifade edilebilir [RAP02]:

$$h_i(\tau; t) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i(t) e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)} \delta(t - \tau_i(t)) \quad (2.6)$$

$\tau_i(t)$: t anında i . yolun gecikmesi

$a_i(t)$: t anında i . yol üzerindeki yol kaybı ve rastgele gölgelemeden kaynaklanan zayıflatma faktörü (genlik cevabı)

f_c : Taşıyıcı frekansı

$\delta(\cdot)$: Birim dürtü fonksiyonu

Eğer sönümlemeli kanalın dürtü cevabı zamanla değişmeyense veya en azından gevşek stasyonær (wide sense stationary) ise Denklem 2.6 ile ifade edilen dürtü cevabı aşağıdaki hali alır [RAP02]:

$$h_i(\tau) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i e^{-j2\pi f_c \tau_i} \delta(\tau - \tau_i) \quad (2.7)$$

2.4 Sönümlmeli Kanalların Güç-Gecikme Profili

Sönümlmeli kanallarda güç-gecikme profili (power delay profile), $\overline{|h_l(\tau; t)|^2}$ 'nin τ 'ya göre olan değişimi olarak tanımlanır. $|h_l(\tau; t)|^2$ 'nin üzerindeki çizgi zaman ortalamasını ifade etmektedir. Güç-gecikme profili, çok kısa zaman aralıklarında yapılan ölçümlerin ortalaması alınarak elde edilir. Güç-gecikme profilinin önemi, sönümlmeli kanalların önemli karakteristik parametrelerinin belirlenmesinde kullanılmasıdır. Aşağıda iki farklı durum (dar bant ve geniş bant haberleşme) için, sönümlmeli kanalın alınan işaretlerin gücü üzerindeki etkisi incelenmiştir [RAP02].

Öncelikle, vericide geniş bant çok kısa T_{bb} süreli ($T_{bb} \ll \tau_{maks}$, τ_{maks} : alıcıya son olarak ulaşan çok-yollu yayılım işaretinin gecikme süresi) bir dikdörtgen dalga işaretinin modüle edilerek iletildiği varsayalım. İletilen temelbant işaret $\{s_l(t)\}$ aşağıdaki gibidir:

$$s_l(t) = 2\sqrt{\frac{\tau_{maks}}{T_{bb}}} \text{rect}\left(\frac{t}{T_{bb}} - \frac{1}{2}\right) \quad (2.8)$$

$$\text{rect}(t) = \begin{cases} 1 & |t| \leq 1/2 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

Alıcıda alınan temelbant işaret $\{r_l(t)\}$, iletilen temelbant işaret ve Denklem 2.7 ile tanımlanan temelbant dürtü cevabının (iletilen işaret çok kısa süreli bir işaret olduğu için kanalın bu aralıkta temelbant dürtü cevabının zamanla değişmeyen olduğu varsayılmaktadır) yarısının konvolüsyonudur ve aşağıdaki şekilde olacaktır:

$$r_l(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} a_i \exp(j\theta_i) s_l(t - \tau_i) \quad (2.9)$$

Denklem 2.9'da, $\theta_i = -2\pi f_c \tau_i$ şeklinde tanımlanmıştır. Denklem 2.8 ile tanımlanan $s_l(t)$, Denklem 2.9'da yerine konulursa

$$r_l(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^{N-1} a_i \exp(j\theta_i) \sqrt{\frac{\tau_{maks}}{T_{bb}}} \text{rect}\left(\frac{t - \tau_i}{T_{bb}} - \frac{1}{2}\right) \quad (2.10)$$



bulunur. Alıcıda, $0 \leq t \leq \tau_{maks}$ aralığında alınan tüm çok-yollu yayılım işaretleri bu aralıkta tek bir işaretmiş gibi düşünülürse, alınan ortalama temelbant işaret gücü

$$|r_i(t)|^2 = \frac{1}{\tau_{maks}} \int_0^{\tau_{maks}} r_i(t) \times r_i^*(t) dt \quad (2.11)$$

$$= \frac{1}{\tau_{maks}} \int_0^{\tau_{maks}} \frac{1}{4} \left(\sum_{j=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} a_i a_j s_i(t-\tau_j) s_j(t-\tau_i) \exp(j(\theta_j - \theta_i)) \right) dt$$

şeklinde ifade edilebilir. Eğer; her i ve j çifti için ($i \neq j$ olmak üzere, $i=0,1,2,\dots,N-1$ ve $j=0,1,2,\dots,N-1$) $|\tau_j - \tau_i| > T_{bb}$ şartı sağlanıyor ise, alıcıda alınan her bir çok-yollu yayılım işareti çözülebilir. Bu durumda, farklı i ve j değerleri için $s_i(t-\tau_j) s_j(t-\tau_i)$ çarpımı sıfır olacaktır. Bu durumun gerçekleştiği varsayılarak, Denklem 2.11 yeniden yazılırsa

$$\begin{aligned} |r_i(t)|^2 &= \frac{1}{\tau_{maks}} \int_0^{\tau_{maks}} \frac{1}{4} \left(\sum_{k=0}^{N-1} a_k^2 s_i^2(t-\tau_k) \right) dt \\ &= \frac{1}{\tau_{maks}} \sum_{k=0}^{N-1} a_k^2 \int_0^{\tau_{maks}} \left\{ \sqrt{\frac{\tau_{maks}}{T_{bb}}} \text{rect} \left[\frac{t-\tau_k}{T_{bb}} - \frac{1}{2} \right] \right\}^2 dt \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} a_k^2 \end{aligned} \quad (2.12)$$

bulunur. Genişbant bir işaret için T_{bb} süresi çok küçük olacağından, $|\tau_j - \tau_i| > T_{bb}$ ($i \neq j$) durumu mümkün bir durumdur. Denklem 2.12, alıcıda alınan ortalama temelbant işaret gücünün, her bir çok-yollu yayılım işaretinin güçlerinin toplamı olduğunu göstermektedir. Her bir yayılım yolunun iletilen işarete verdiği cevabın rastgele olduğu (rastgele değişen a_i ve θ_i 'ler) düşünülürse, alıcıda alınan ortalama temelbant işaret gücü aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$|r_i(t)|^2 = \sum_{i=0}^{N-1} a_i^2 \quad (2.13)$$

Denklem 2.13'te $\overline{a_i^2}$, a_i^2 rastgele değişkeninin ortalamasını göstermektedir.

Denklem 2.12 ve Denklem 2.13'ten görüldüğü gibi, eğer her bir yayılım yolu üzerinden gelen işaretler alıcıda çözülebilir ise, ortalama alınan güç her bir çok-yollu yayılım işaretinin güçlerinin toplamı şeklinde olacaktır. a_i 'ler, yayılım yolu üzerindeki yol kaybına ve rastgele gölgelemeye bağlıdır ve pratikte kısa zaman aralıklarında fazla değişmezler. Dolayısıyla, iletilen geniş bantlı bir işaretin gücünde kısa zaman aralıklarında sönümlemeden kaynaklanan kayda değer bir zayıflama olmaz [RAP02].

Yukarıda yapılan işlemler, dar bantlı bir işaretin aynı sönümlemeli kanaldan iletildiği düşünülerek tekrar yapılsın. İletilen temelbant işaretin zarfı, $s_A(t)=2$ olsun. Bu durumda, alıcıda alınan temelbant işaret Denklem 2.6 kullanılarak aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} |r_i(t)|^2 &= \sum_{i=0}^{N-1} a_i(t) e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)} \\ &= \sum_{i=0}^{N-1} a_i(t) e^{j\theta_i(t)} \end{aligned} \quad (2.14)$$

Görüldüğü gibi; $r_i(t)$, $a_i(t)$ genlikli ve $\theta_i(t)$ açılı N adet fazörün toplamı şeklinde olacaktır. Alıcıda alınan temelbant işaretin gücü

$$|r_i(t)|^2 = \left| \sum_{i=0}^{N-1} a_i(t) e^{j\theta_i(t)} \right|^2 \quad (2.15)$$

şeklinde yazılabilir. Daha önce belirtildiği gibi, $a_i(t)$ 'ler kısa zaman dilimlerinde fazla değişim göstermezler. Bununla birlikte, $\theta_i(t)$ 'ler yayılım yolunun uzunluğuna bağlı olarak çok kısa zaman dilimlerinde büyük değişimler gösterebilir. Örneğin, i . yayılım yolunun direkt engelsiz yayılım yoluna göre iletilen işaretin dalga boyunun yarısı kadar daha uzun olması, i . yayılım yolundan alınan işaretin fazının alıcıya ilk ulaşan işaretin fazına göre π kadar değişmesine neden olur ($f_c=900$ MHz'deki bir telsiz haberleşme sistemi için dalga boyu yaklaşık 33.5 cm'dir). Bu durum alıcıda alınan çok-yollu yayılım işaretlerinin birbirini sönümlemesine neden olur. i . yayılım yolunun direkt engelsiz yayılım yoluna göre iletilen işaretin dalga boyunun tam katları kadar daha uzun olması durumunda ise, i . yoldan alınan işaret direkt yoldan alınan işaret ile aynı faza sahip olacaktır ve bu durumda alınan işaret kuvvetlenecektir. Fakat bu durum ilk duruma göre daha düşük olasılıklıdır. $a_i(t)$ ve

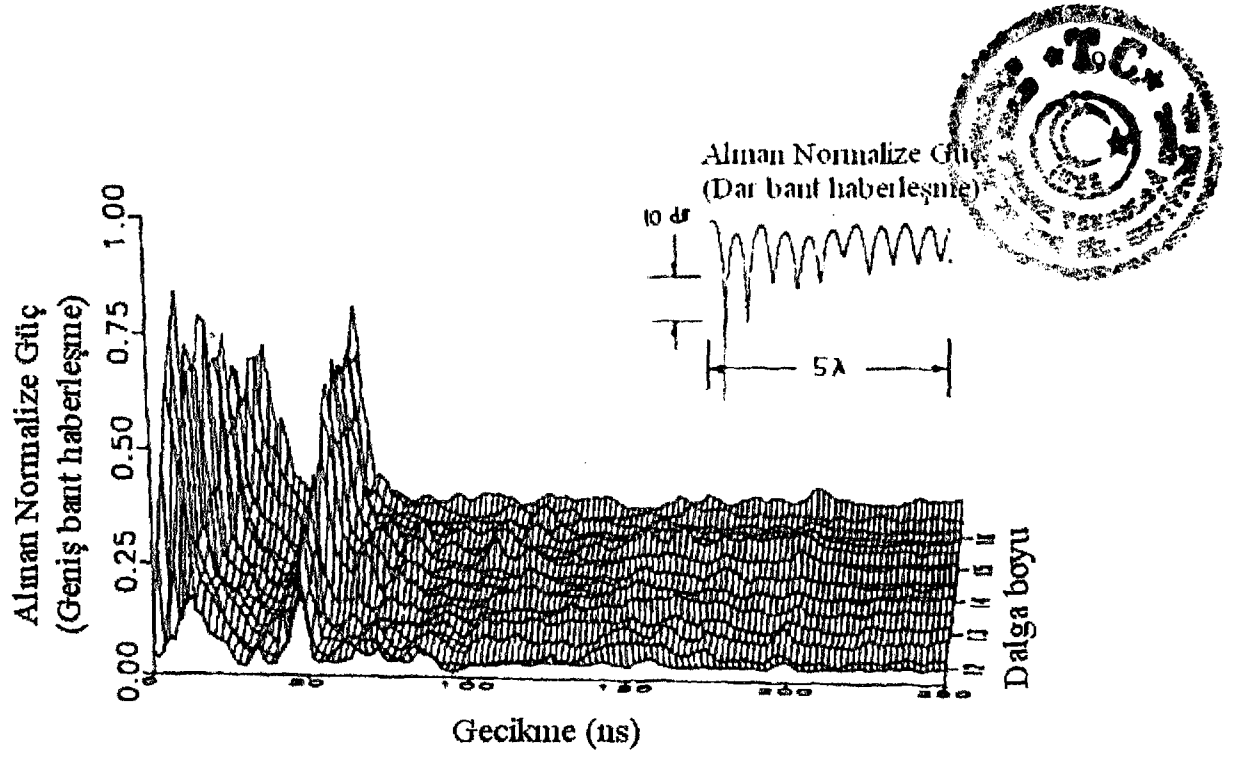


$\theta_i(t)$ 'lerin gevşek stasyonere rastgele prosesler olduğu düşünülürse, alıcıda alınan anı (instantaneous) temelbant işaret gücü

$$|r_i(t)|^2 = E_{a,\theta} \left[\left| \sum_{i=0}^{N-1} a_i(t) e^{j\theta_i(t)} \right|^2 \right] \quad (2.16)$$

$$= \sum_{i=0}^{N-1} \overline{a_i^2} + 2 \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{\substack{j=0 \\ j \neq i}}^{N-1} \overline{r_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j)}$$

şeklinde yazılabilir. Denklem 2.16'da $E_{a,\theta}[\cdot]$, a ve θ rastgele değişkenleri üzerinden beklenen değer operatörünü göstermektedir. r_{ij} , i . ve j . yolların genlik cevaplarının ilişkisidir ve $r_{ij} = E[a_i a_j]$ şeklinde tanımlıdır. Denklem 2.16'da, $r_{ij} = 0$ veya $\overline{\cos(\theta_i - \theta_j)} = 0$ olması durumunda dar bant iletilen işaret için alınan güç ifadesi geniş bant durumda elde edilen güç ifadesi ile aynı olmaktadır. Bu durumun gerçekleşebilmesi için, ya her bir yayılım yoluna ait rastgele genlik cevaplarının birbirlerinden ilişkisiz olması ya da her bir yayılım yoluna ait rastgele faz cevaplarının birbirlerinden bağımsız aynen dağılmış düzgün dağılımlı rastgele değişkenler olmaları gerekir [RAP02]. Her bir yayılım yoluna ait faz cevaplarının birbirlerinden bağımsız aynen dağılmış düzgün dağılımlı rastgele değişkenler olması, telsiz haberleşme sistemleri için mümkün bir durumdur. Çünkü iletilen işaret farklı uzunluktaki birçok yayılım yolu üzerinden, yayılım yolunun uzunluğuna bağlı olarak farklı faz açıları ile alıcıya ulaşacaktır. Bu faz açısının değerini, ilgili yayılım yolunun direkt engelsiz yayılım yoluna göre (eğer verici-alıcı arasında direkt engelsiz bir yayılım yolu bulunmuyorsa, bu durumda alıcıya ilk olarak ulaşan işaretin izlediği yol direkt yol olarak kabul edilir ve gecikmesi sıfır alınır) ne kadar daha fazla uzun olduğu belirler. Yayılım yolu uzunluğuna etki eden faktörlerin rastgele olduğu düşünülürse, çok-yollu yayılım işaretlerinin faz açıları için bağımsız aynen dağılmış düzgün dağılımlı rastgele değişkenlerdir denilebilir [RAP02].

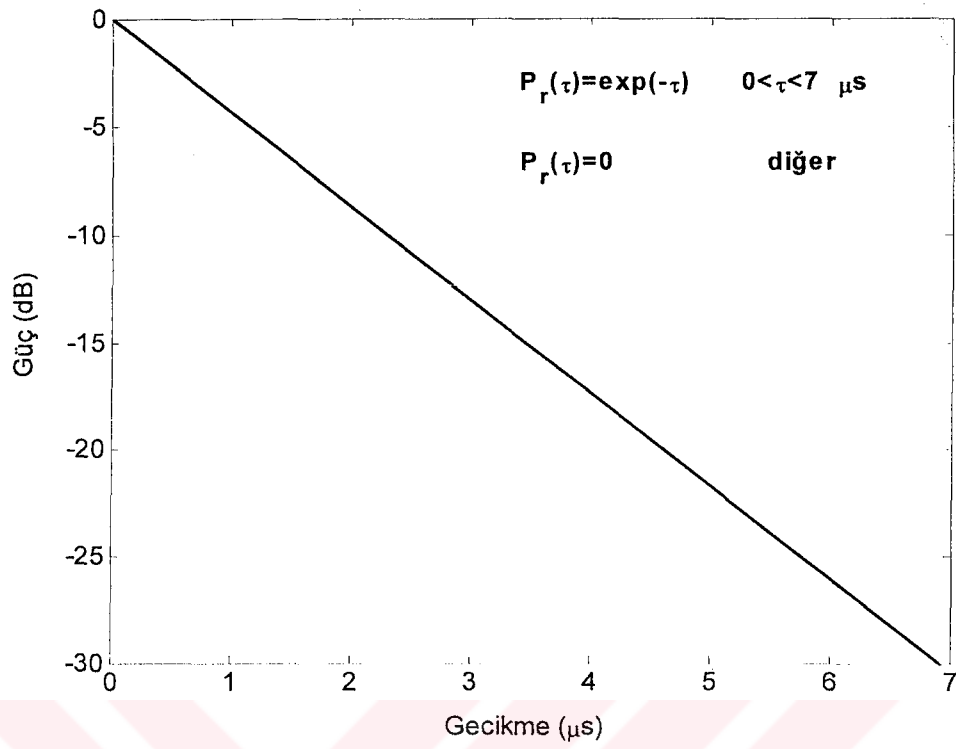


Şekil 2.6 Bir bina içi telsiz haberleşme sisteminde geniş bant ve dar bant haberleşme durumları için, alınan gücün çok-yollu yayılım gecikmesi ile değişimi (Beş dalga boyu mesafe boyunca yapılan ölçümler ile elde edilmiştir).

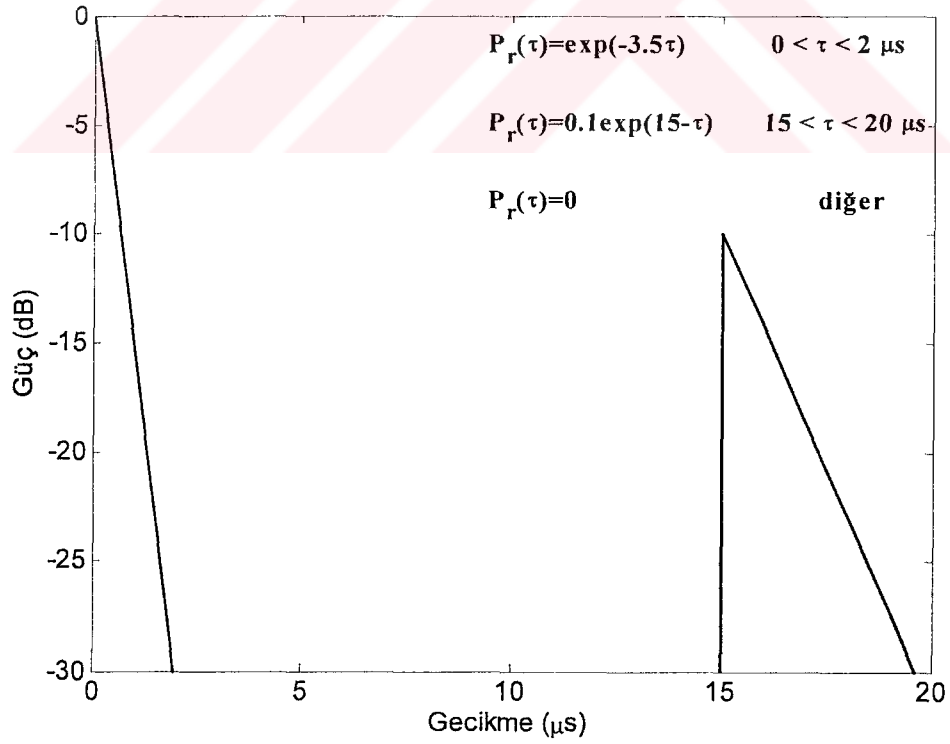
Şekil 2.6’da, bir bina içi telsiz haberleşme sisteminde geniş bant ve dar bant haberleşme durumları için, alınan gücün çok-yollu yayılım gecikmesi ile değişimi görülmektedir [RAP02]. Şekil 2.6’dan görüldüğü gibi, iletilen işaretin geniş bantlı olması durumunda alıcıda alınan güç dalga boyu (zaman) eksenini boyunca fazla dalgalanmaz. İletilen işaretin dar bantlı olması durumunda ise alıcıda alınan güç dalgalı bir seyir izler. Fakat, alınan ortalama güç her iki durumda da aynıdır.

2.5 Çok-Yollu Sönümlmeli Kanalların Karakteristik Parametreleri

Çok-yollu sönümlmeli kanalların karakteristiğini belirleyen birçok parametre, Denklem 2.12 ile verilen güç-gecikme profilinden elde edilir [RAP02]. Güç-gecikme profili, alıcıda alınan ortalama gücün τ çok-yollu yayılım gecikme parametresine göre değişimini gösterir. Sönümlmeli bir kanalın güç-gecikme profilini elde etmek için iletişim ortamında belirli zamanlarda ölçümler yapılır ve bunların ortalaması alınır. Şekil 2.7 ve Şekil 2.8’de sırasıyla şehir içi ve dağlık kırsal arazi telsiz haberleşme sistemlerinin analizinde kullanılan tipik güç-gecikme profilleri verilmiştir [PRO01].



Şekil 2.7 Şehir içindeki bir telsiz haberleşme sistemi için tipik güç-gecikme profili.



Şekil 2.8 Dağlık kırsal arazideki bir telsiz haberleşme sistemi için tipik güç-gecikme profili (En kötü durum).

Farklı sönümlmeli kanalları karşılaştırırken bu tip kanalların karakteristiğini belirleyen bazı parametreler kullanılır. Ortalama çok-yollu yayılım gecikmesi (mean excess delay), çok-yollu yayılım gecikme sapması (rms delay spread) ve çok-yollu yayılım güç-gecikme sapması (excess delay spread) güç-gecikme profilinden elde edilen ve sönümlmeli kanalların zaman domenindeki genişletici özelliğini (frekans domenindeki karakteristiğini) belirleyen parametrelerdir. Ortalama çok-yollu yayılım gecikmesi $\{\bar{\tau}\}$, güç-gecikme profilinin birinci momentidir ve aşağıdaki şekilde hesaplanır [RAP02]:

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_k a_k^2 \tau_k}{\sum_k a_k^2} = \frac{\sum_k P(\tau_k) \tau_k}{\sum_k P(\tau_k)} \quad (2.17)$$

$P(\tau_k)$: k . yoldan alınan işaretin gücü

Çok-yollu yayılım gecikme sapması $\{\sigma_\tau\}$, güç-gecikme profilinin standart sapması olarak tanımlanır ve aşağıdaki şekilde hesaplanır [RAP02]:

$$\sigma_\tau = \sqrt{\tau^2 - (\bar{\tau})^2} \quad (2.18)$$

$$\tau^2 = \frac{\sum_k a_k^2 \tau_k^2}{\sum_k a_k^2} = \frac{\sum_k P(\tau_k) \tau_k^2}{\sum_k P(\tau_k)}$$

Genellikle, çok-yollu yayılım gecikme sapması; bina içi telsiz haberleşme sistemleri için nanosaniye, bina dışı telsiz haberleşme sistemleri için mikrosaniye mertebelerindedir. Tablo 2.1’de, ABD’de yapılan ölçümler sonucu elde edilen çok-yollu yayılım gecikme sapması değerleri verilmiştir [RAP02].

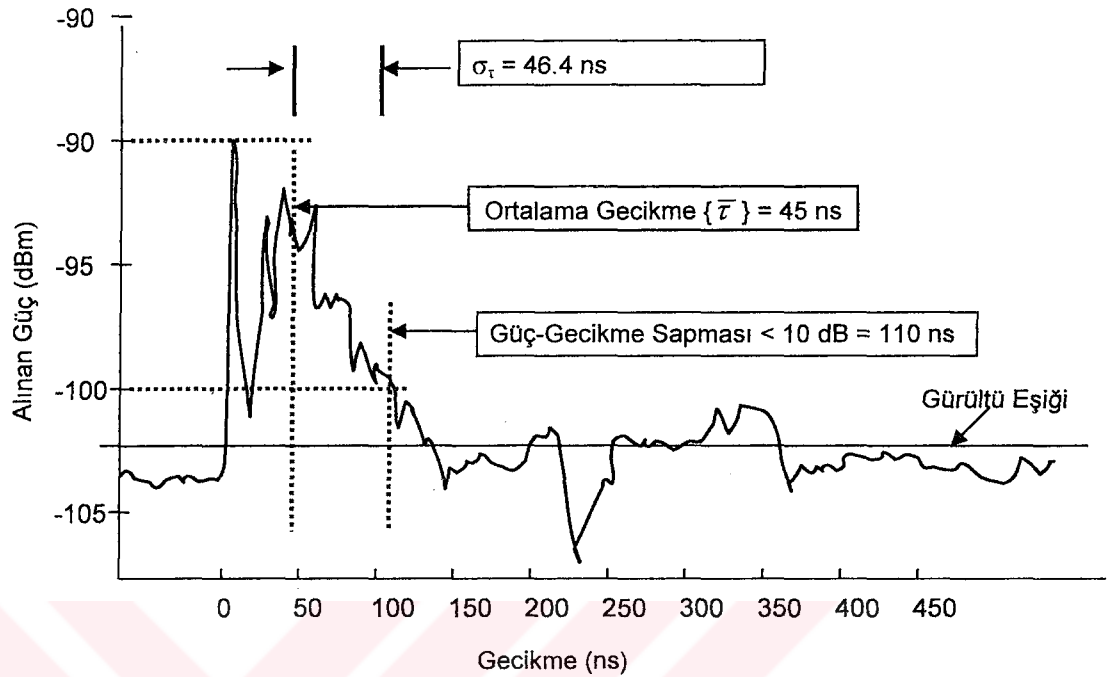
Tablo 2.1 Çok-yollu yayılım gecikme sapması için bazı örnek değerler.

<i>Çevre</i>	<i>Frekans (MHz)</i>	<i>Çok-yollu yayılım gecikme sapması, (σ_τ)</i>	<i>Notlar</i>
Şehir içi	910	1300 ns ort. 600 ns st. sap. 3500 ns maks.	New York
Şehir içi	892	10 - 25 μ s	En kötü durum San Francisco
Banliyö	910	200 - 310 ns	Tipik durum
Banliyö	910	1960 - 2110 ns	Uç durum
Bina içi	1500	10 - 50 ns 25 ns medyan	Ofis binası
Bina içi	850	270 ns maks.	Ofis binası
Bina içi	1900	70 - 94 ns ort. 1470 ns maks.	San Francisco'da 3 bina

Güç-gecikme profilinde, alınan gücün maksimum güçten en fazla X dB düşük olduğu en büyük τ değerine, çok-yollu yayılım güç-gecikme sapması (X dB) denir [RAP02].

Şekil 2.9'da, bir bina içi telsiz haberleşme sistemi için; ortalama çok-yollu yayılım gecikmesi, çok-yollu yayılım gecikme sapması ve çok-yollu yayılım güç-

gecikme sapması (10 dB) değerleri güç-gecikme profili üzerinde gösterilmiştir [INT04].



Şekil 2.9 Bir telsiz haberleşme sistemi için ortalama çok-yollu yayılım gecikmesi, çok-yollu yayılım gecikme sapması ve çok-yollu yayılım güç-gecikme sapması (10 dB) değerleri.

2.5.1 Uyumlu Bant Genişliği

Sönümlmeli kanallar için uyumlu bant genişliği (coherence bandwidth), iletilen işarete kanalın verdiği cevabın düz olduğu (sabit genlik ve lineer faz cevabı) frekans aralığı olarak tanımlanır ve B_c ile gösterilir. B_c bandında iki farklı frekansta iletilen monotonik (tek frekans harmonikli) bir işaretin alınan kopyaları arasında frekans domeninde kuvvetli bir ilişki vardır. Bununla birlikte, frekans aralığı B_c 'den büyük olacak şekilde iki farklı frekansta iletilen monotonik bir işaret için, kanalın bu frekanslarda vereceği tepkiler farklı olacağı için alınan işaretler de frekans domeninde farklı farklı olacaktır.

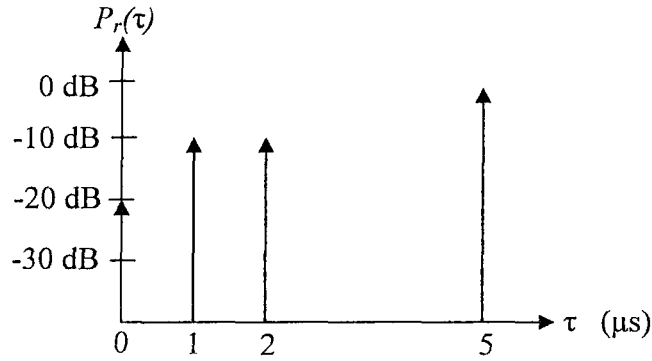
Eğer uyumlu bant genişliği, frekans ilişki fonksiyonu 0.9'un üzerinde olacak şekilde tanımlanırsa, yaklaşık olarak aşağıdaki şekilde hesaplanır [RAP02]:

$$B_c \approx \frac{1}{50\sigma_\tau} \quad (2.19)$$

Eğer uyumlu bant genişliği, frekans ilişki fonksiyonu 0.5'in üzerinde olacak şekilde tanımlanırsa, yaklaşık olarak aşağıdaki şekilde hesaplanır [RAP02]:

$$B_c \approx \frac{1}{5\sigma_r} \quad (2.20)$$

Aşağıda sönümlemeli bir kanalın güç-gecikme profili verilmiştir [RAP02].



Bu sönümlemeli kanalın, % 50 ilişki için uyumlu bant genişliği aşağıdaki şekilde hesaplanır:

$$\begin{aligned} \bar{\tau} &= \frac{(1)(5) + (0.1)(1) + (0.1)(2) + (0.01)(0)}{(0.01 + 0.1 + 0.1 + 1)} = 4.38 \quad \mu s \\ \overline{\tau^2} &= \frac{(1)(5)^2 + (0.1)(1)^2 + (0.1)(2)^2 + (0.01)(0)^2}{1.21} = 21.07 \quad \mu s^2 \\ \sigma_r &= \sqrt{21.07 - (4.38)^2} = 1.37 \quad \mu s \\ B_c &\approx \frac{1}{5\sigma_r} = \frac{1}{5(1.37 \mu s)} = 146 \quad kHz \end{aligned}$$

2.5.2 Doppler Frekans Kayması ve Uyumlu Zaman Aralığı

Uyumlu bant genişliği, sabit bir anda kanalın iletilen işarete verdiği frekans cevabını belirler ve kanalın zamanla nasıl değiştiği hakkında bir bilgi vermez. Uyumlu zaman aralığı (coherence time), kanalın zamanla değişimini tanımlayan ve Doppler frekans kaymasından elde edilen bir parametredir. Doppler frekans kayması, verici-alıcı arasındaki göreceli hareket neticesinde iletilen işaretin frekans spektrumunun genişlemesi olarak tanımlanır. Örneğin, f_c frekansında bir sinüzoidal işaretin iletilmesi durumunda, verici-alıcı arasındaki göreceli hareketten dolayı

alıcıda alınan işaret $[(f_c - f_d), (f_c + f_d)]$ frekans bandında harmonikler içerecektir. Burada f_d , Doppler frekans kaymasını gösterir ve aşağıdaki şekilde hesaplanır [RAP02]:

$$f_d = \frac{v}{\lambda} \cos \phi \quad (2.21)$$

v : Verici-alıcı arasındaki göreceli hareketin hızı (m/s)

λ : İletilen işaretin dalga boyu (m)

ϕ : Verici-alıcı arasındaki göreceli hareketin yönüne göre iletilen işaretin alıcıya geliş açısı

Doppler frekans kaymasının zaman domenindeki karşılığı, uyumlu zaman aralığı olarak tanımlanır ve T_c ile gösterilir. Uyumlu zaman aralığı, sönmülemeli kanalın zaman domeninde durağan (invariant) olduğu süreyi tanımlar ve kuvvetli zaman ilişkisi durumu için yaklaşık olarak aşağıdaki şekilde hesaplanır [RAP02]:

$$T_c \approx \frac{1}{f_m} \quad (2.22)$$

Denklem 2.22’de f_m , Doppler frekans kaymasının maksimum değeridir ($f_m = \frac{v}{\lambda}$).

Uyumlu zaman aralığı boyunca kanal zamanla değişmeyen bir karakteristik gösterir. Bu aralıkta iletilen iki işarete kanalın zaman domeninde tepkisi benzer olacaktır. Eğer uyumlu zaman aralığı, zaman ilişki fonksiyonu 0.5’in üzerinde olacak şekilde tanımlanırsa, yaklaşık olarak aşağıdaki şekilde hesaplanır [RAP02]:

$$T_c \approx \frac{9}{16\pi f_m} \quad (2.23)$$

Pratikte, Denklem 2.22 ve Denklem 2.23 ile verilen uyumlu zaman aralığı formülleri yerine, bu ikisinin geometrik ortalaması kullanılır [RAP02]:

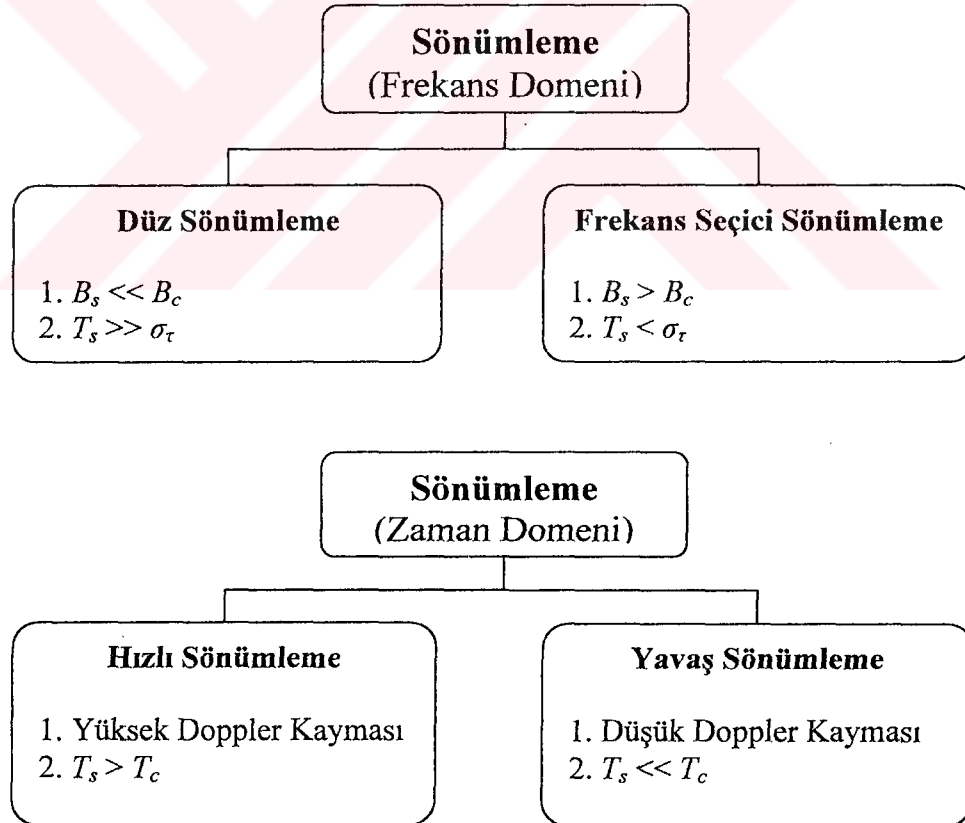
$$T_c = \sqrt{\frac{9}{16\pi f_m^2}} = \frac{0.423}{f_m} \quad (2.24)$$

Aralarındaki gecikme süresi, kanalın uyumlu zaman aralığından daha büyük olan iki işaret zaman domeninde kanal tarafından farklı şekillerde tepki görecektir.

Örneğin, 90 km/sa hızında ilerleyen bir araçta bulunan bir kişinin mobil telefonu aracılığıyla 900 MHz'de haberleşme yaptığı düşünülürse, Denklem 2.24 kullanılarak uyumlu zaman aralığı, $T_c=5.6$ ms bulunur. Bu durumda vericide sembol iletim hızı, $1/T_c=178$ bit/s'den büyük olduğu sürece iletilen işarette zaman domeninde sönümlemekten dolayı önemli bir bozulma olmaz. Bununla birlikte, kanalın frekans domenindeki karakteristiğine ve iletilen işaretin bant genişliğine bağlı olarak alınan işaretin frekans spektrumunda bozulma meydana gelebilir.

2.6 Sönümleme Tipleri

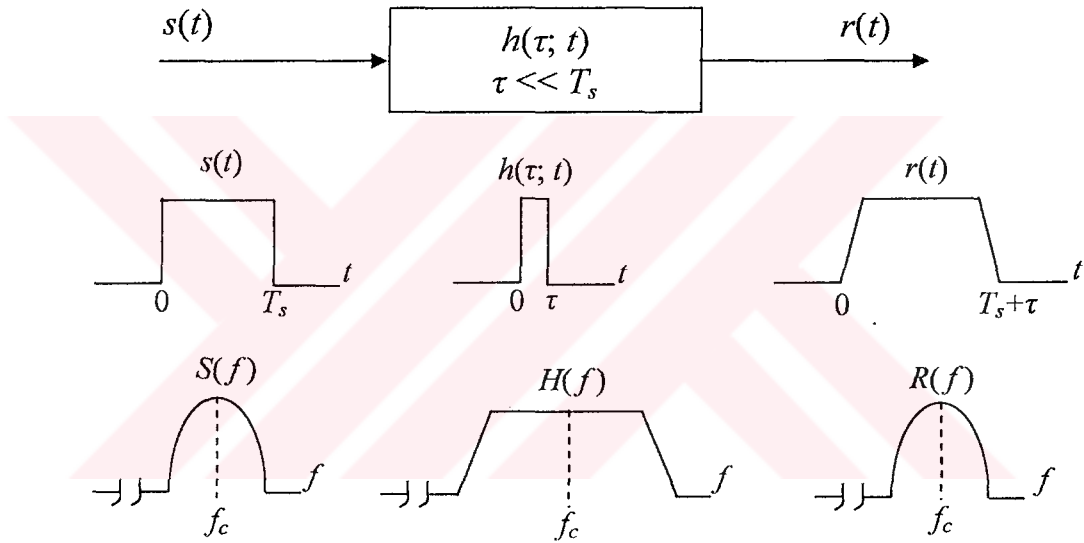
Sönümlemeli bir kanal üzerinden iletilen bir işaret, kanalın karakteristik parametrelerine (uyumlu bant genişliği ve uyumlu zaman aralığı gibi) ve işaretin yapısına bağlı olarak (bant genişliği ve sembol süresi gibi) farklı sönümleme tiplerine maruz kalır. Sönümlemeli bir kanal üzerinde oluşabilecek dört farklı sönümleme tipi vardır. Şekil 2.10'da gösterilen bu sönümleme tipleri aşağıda açıklanmıştır.



Şekil 2.10 Sönümleme tipleri.

2.6.1 Düz Sönümleme

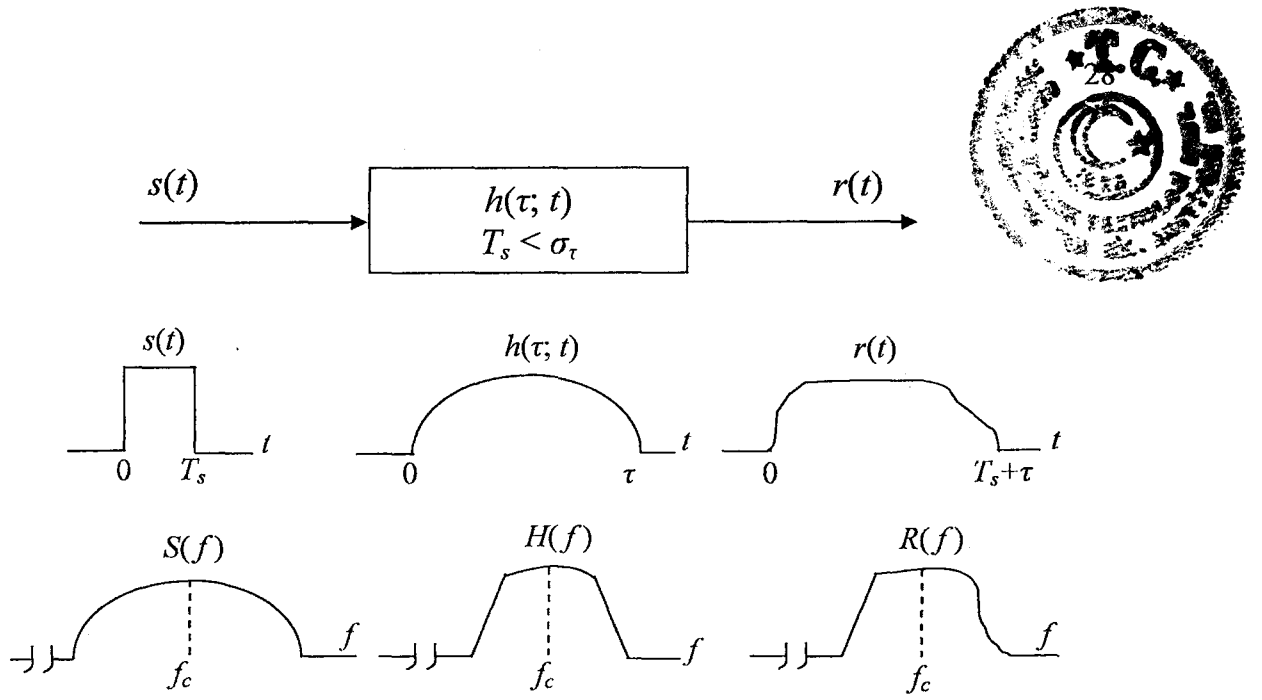
Eğer sönümlmeli bir kanal, iletilen işaretin bant genişliğinden daha geniş bir bantta sabit genlik ve lineer faz cevabına sahip ise, iletilen işaret frekans domeninde düz sönümlmeye maruz kalır (Sönümlmeli bir kanal üzerinden iletilen B_s bant genişliğine sahip bir işaret, $B_s \ll B_c$ ise düz sönümlmeye maruz kalır). Düz sönümlmeye uğrayan bir işaretin spektral yapısı bozulmaz. Bununla birlikte; kanalın zamanla değişim hızı, alınan işaretin zaman domeninde bozulmasına neden olabilir. Düz sönümleme, frekans seçici olmayan sönümleme olarak da adlandırılmaktadır. Şekil 2.11'de düz sönümlmeli kanalların karakteristiği gösterilmiştir [RAP02].



Şekil 2.11 Düz sönümlmeli kanalların karakteristiği.

2.6.2 Frekans Seçici Sönümleme

Eğer sönümlmeli bir kanal, iletilen işaretin bant genişliğinden daha dar bir bantta sabit genlik ve lineer faz cevabına sahip ise, iletilen işaret frekans domeninde frekans seçici sönümlmeye maruz kalır (Sönümlmeli bir kanal üzerinden iletilen B_s bant genişliğine sahip bir işaret, $B_s > B_c$ ise frekans seçici sönümlmeye maruz kalır). Frekans seçici sönümlmeye uğramış bir işaretin spektral yapısı bozulur. Şekil 2.12'de frekans seçici sönümlmeli kanalların karakteristiği gösterilmiştir [RAP02].



Şekil 2.12 Frekans seçici sönmlemeli kanalların karakteristiği.

2.6.3 Hızlı Sönmleme

Sönmlemeli bir kanalın zamanla değişim hızı, bu kanalın hızlı veya yavaş sönmlemeli kanal olmasını belirler. Hızlı sönmlemeli kanallarda, kanalın zaman domenindeki cevabı iletilen işaretin sembol süresi boyunca hızlı bir değişim gösterir. Eğer; iletilen işaretin sembol süresi, kanalın uyumlu zaman aralığından büyük ise bu kanal hızlı sönmlemeli kanal olarak adlandırılır. Kısaca, $T_s > T_c$ ise iletilen işaret hızlı sönmlemeye maruz kalır. Hızlı sönmlemeye maruz kalan bir işaretin zarfı bozulmaya uğrar. Bununla birlikte, $B_s \ll B_c$ ise bu kanal üzerinden iletilen işaret frekans domeninde önemli bir bozulmaya uğramaz. Hızlı ve yavaş sönmleme, kanalın zamanla değişimini belirleyen parametrelerdir ve kanalın frekans domenindeki cevabı hakkında bir bilgi taşımayabilirler. Hızlı sönmleme, genellikle düşük iletim hızlı telsiz haberleşme sistemlerinde karşılaşılan bir sönmleme tipidir.

2.6.4 Yavaş Sönmleme

Yavaş sönmlemeli kanallarda, kanalın iletilen işarete zaman domeninde verdiği cevap, iletilen işaretin sembol süresinden daha uzun bir süre için sabittir. Eğer; iletilen işaretin sembol süresi, sönmlemeli kanalın uyumlu zaman aralığına göre çok küçük ise, bu kanal yavaş sönmlemeli kanal olarak adlandırılır. Kısaca, $T_s \ll T_c$ ise bu kanal üzerinden iletilen işaret yavaş sönmlemeye maruz kalır.



2.7 Sönümlmeli Kanalların İstatistiksel Olarak Modellenmesi

Bir telsiz haberleşme sisteminde alınan gücün düşmesine veya alınan işaretin bozulmasına neden olabilecek, beyaz Gauss gürültüsü dışında iki önemli faktör vardır. Birincisi, uzak mesafe telsiz haberleşme sistemlerinde görülen büyük ölçekli sönümlemedir. Diğeri ise, alınan işaretin gücünün kısa zaman aralıklarında dalgalanmasına neden olan küçük ölçekli sönümlemedir. Büyük ölçekli sönümleme, haberleşme kanalında ara noktalara konulan tekrarlayıcılar yardımı ile telafi edilebilir. Fakat, küçük ölçekli sönümlemenin bozucu etkisine karşı daha kompleks teknikler kullanılmalıdır. Bunun sebebi, büyük ölçekli sönümlemenin iletilen işaretin gücünü düşürmesine rağmen zarfını bozmamasıdır. Küçük ölçekli sönümleme ise, iletilen işarete kanalın karakteristiğine ve iletilen işaretin yapısına bağlı olarak bir rastgele proses olarak tepki verir ve iletilen işaretin zarfının bozulmasına neden olabilir. Küçük ölçekli sönümleme istatistiksel olarak farklı şekillerde modellenebilir. Kanala uygun bir model seçerken kanalın frekans domenindeki karakteristiği önemli bir faktördür. Aşağıda, düz sönümlmeli kanalların zaman domenindeki karakteristiğini belirlemek için pratikte sıkça kullanılan iki istatistiksel model incelenmektedir (Bundan sonraki kısımlarda, kanaldaki büyük ölçekli sönümlemenin ve gölgelemenin telafi edildiği varsayılmaktadır).

2.7.1 Rayleigh Sönümleme

Eğer bir telsiz haberleşme sisteminde, verici-alıcı arasında direkt bir engelsiz yayılım yolu bulunmuyorsa, bu durumda haberleşme büyük ölçüde; yansıyan, kırılan ve saçılan dalgalar vasıtasıyla olur. Bu kanalın frekans domeni karakteristiği düz sönümlmeli olarak kabul edilirse, zaman domenindeki karakteristiği Rayleigh dağılımı yardımıyla modellenebilir. Kanalda sönümlemeden başka bir bozucu etki yoksa, bu kanal üzerinden iletilen ve alınan işaretler arasındaki ilişki aşağıdaki şekilde olur:

$$r(t) = \alpha(t)s(t) \quad (2.25)$$

$r(t)$ ve $s(t)$: Sırasıyla, alınan ve iletilen işaretler

$\alpha(t)$: Kanaldaki düz sönümlemeyi temsil eden çarpımsal sönümleme faktörü

Yüksek frekanslı $s(t) = \cos(2\pi f_c t)$ işaretinin bu kanaldan iletildiği varsayalım. Bu durumda, alıcıda alınan işaret (verici-alıcı arasında direkt bir yayılım yolunun olmadığı düşünülerek) aşağıdaki gibi olur:

$$r(t) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i(t) \cos(2\pi f_c t + 2\pi f_{d_i} t + \phi_i(t)) \quad (2.26)$$

N : Yayılım yolu sayısı

$a_i(t)$ ve $\phi_i(t)$: Sırasıyla, i . yayılım yolunun genlik ve faz cevapları

f_{d_i} : i . yayılım yolu üzerindeki Doppler frekans kayması

ϕ_i , i . yayılım yolunun en kısa yayılım yoluna göre olan uzunluğuna bağlıdır ve i . yayılım yolunun en kısa yayılım yolundan bir dalga boyu kadar uzun olması durumunda 2π kadar değişir. Yayılım yolunun uzunluğunun kanal üzerindeki çok sayıda farklı faktörden etkilenebileceği ve her bir yayılım yolunun diğer yayılım yollarından bağımsız olduğu düşünülürse, ϕ_i 'ler için $[0, 2\pi]$ aralığında bağımsız düzgün dağılımlı rastgele değişkenlerdir denilebilir. Denklem 2.26'daki ifade daha açık bir şekilde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} r(t) &= I(t) \cos(2\pi f_c t) - Q(t) \sin(2\pi f_c t) \\ I(t) &= \sum_{i=0}^{N-1} a_i(t) \cos(2\pi f_{d_i} t + \phi_i(t)) \\ Q(t) &= \sum_{i=0}^{N-1} a_i(t) \sin(2\pi f_{d_i} t + \phi_i(t)) \end{aligned} \quad (2.27)$$

Denklem 2.27'deki $r(t)$ bant-geçiren işaretinin zarfı $a(t)$ ve fazı $\theta(t)$ ile gösterilirse

$$\begin{aligned} r(t) &= \text{Re}\{a(t) \exp[j2\pi f_c t + \theta(t)]\} \\ a(t) &= \sqrt{[I(t)]^2 + [Q(t)]^2} \\ \theta(t) &= \tan^{-1}\left(\frac{Q(t)}{I(t)}\right) \end{aligned} \quad (2.28)$$

yazılabilir [PRO01]. $I(t)$ ve $Q(t)$, büyük N değerleri için merkezi limit teoreminden dolayı, birbirlerinden bağımsız sıfır ortalamalı ve σ^2 varyanslı Gauss rastgele prosesleridir [PRO01]. Bu durumda sabit bir t anı için, kanalın genlik cevabı $\{a(t)\}$ Rayleigh dağılımlı ve faz cevabı $\{\theta(t)\}$ düzgün dağılımlı rastgele değişkenler olacaktır [PRA02]. Rayleigh dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir [PRO01]:

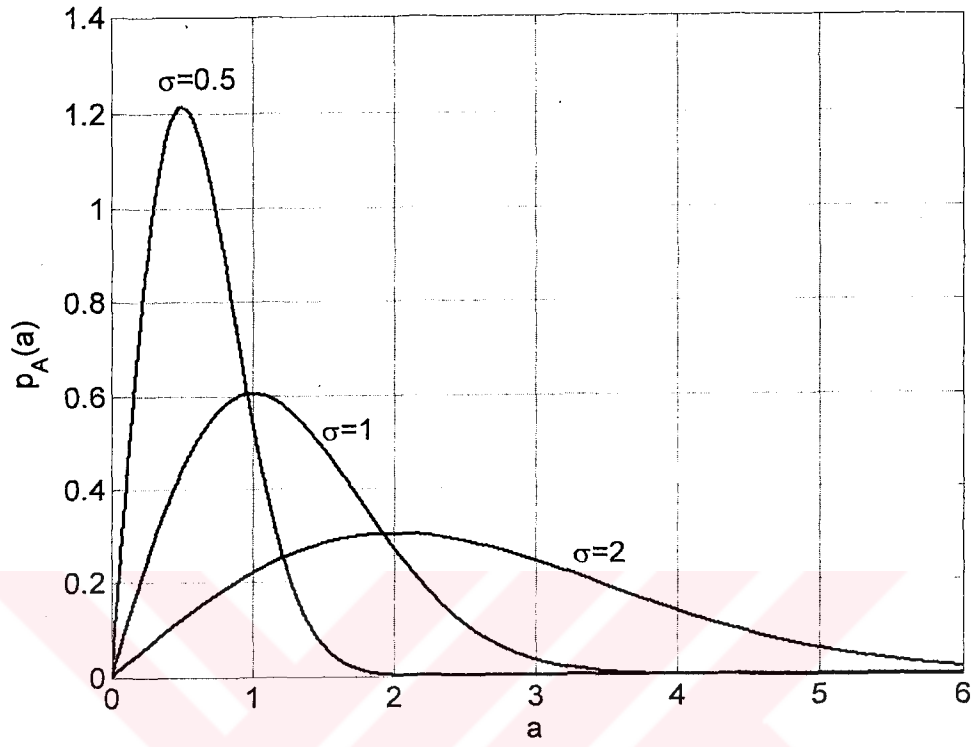
$$p_A(a) = \begin{cases} \frac{a}{\sigma^2} e^{-a^2/2\sigma^2} & a \geq 0 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.29)$$

$E[a^2]=1$ kabul edilirse

$$p_A(a) = \begin{cases} 2ae^{-a^2} & a \geq 0 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.30)$$

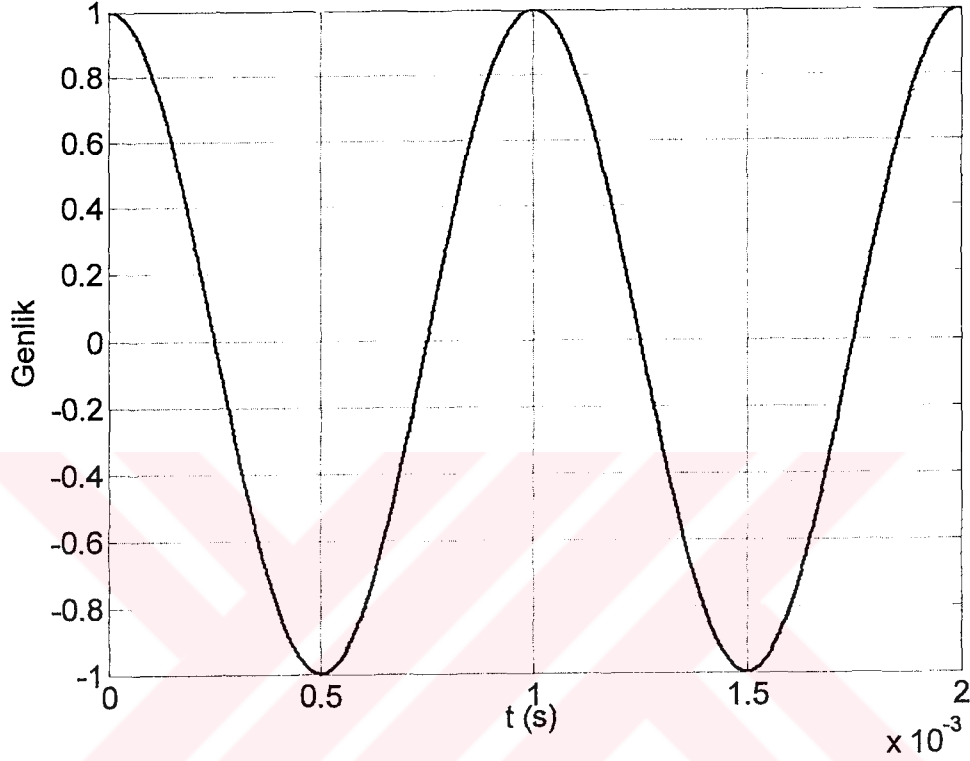
yazılabilir. Denklem 2.29'da σ , sönümlemeli kanalın yapısına bağlıdır ve kanaldaki sönümlemenin şiddetini belirler.

Şekil 2.13'te, σ 'nın farklı değerleri için Rayleigh dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu gösterilmiştir.

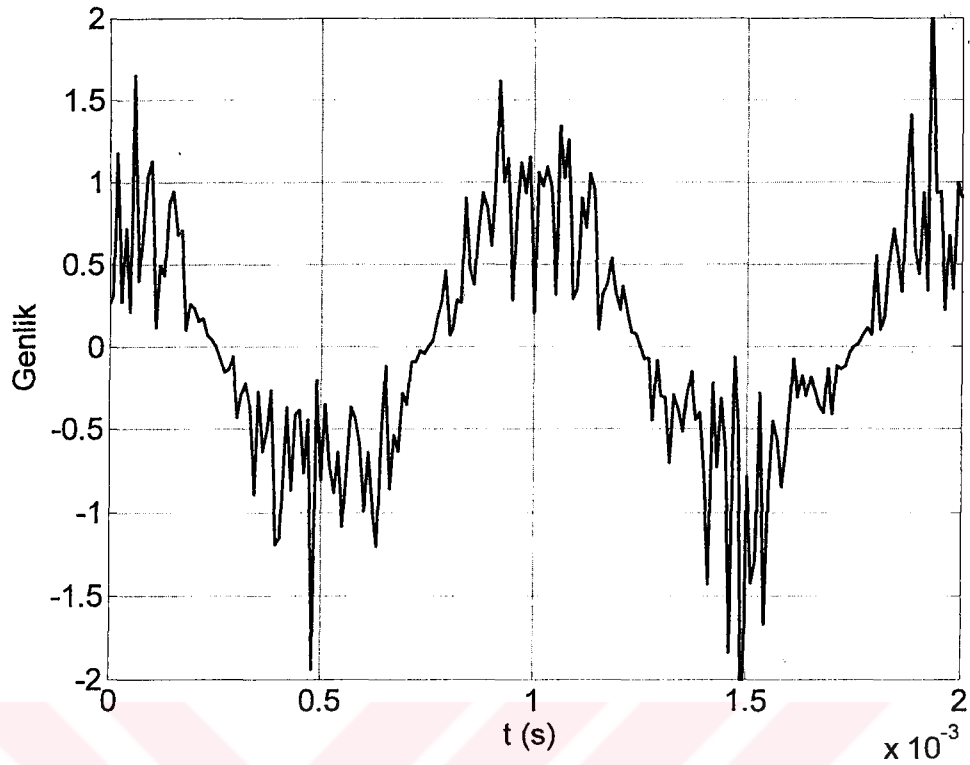


Şekil 2.13 σ 'nın farklı değerleri için Rayleigh dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu.

Aşağıda, Rayleigh sönümlmeli bir kanalın saf bir kosinüs işaretini nasıl etkilediği gösterilmiştir. Şekil 2.14'te, iki periyotluk 1 kHz frekansında bir kosinüs işareti gösterilmiştir. Bu işaretin Rayleigh sönümlmeli bir kanaldan ($E[a^2]=1$) iletimi durumunda alınan işaret, Şekil 2.15'te gösterildiği gibi olacaktır.



Şekil 2.14 İki periyotluk 1 kHz frekansında bir kosinüs işareti.



Şekil 2.15 İki periyotluk 1 kHz frekansında bir kosinüs işaretinin Rayleigh sönümlemeye ($E[a^2]=1$) uğramış hali (Örnekleme frekansı 100 kHz alınmıştır).

2.7.2 Ricean Sönümleme

Eğer bir telsiz haberleşme sisteminde, verici-alıcı arasında direkt bir engelsiz yayılım yolu bulunuyorsa, bu durumda alıcıda alınan işaret büyük ölçüde direkt gelen, yansıyan, kırılan ve saçılan dalgalardan oluşacaktır. Bu kanalın frekans domenini karakteristiği düz sönümlemeli olarak kabul edilirse, zaman domenindeki karakteristiği Ricean dağılımı yardımıyla modellenebilir. Haberleşme kanalının düz sönümlemeli olduğu ve kanalda sönümlemeden başka bir bozucu etki olmadığı varsayılırsa, vericiden yüksek frekanslı $s(t) = \cos(2\pi f_c t)$ işareti iletildiği zaman alıcıda alınan işaret aşağıdaki şekilde olur:

$$r(t) = \sum_{i=1}^{N-1} a_i(t) \cos(2\pi f_c t + 2\pi f_{d_i} t + \phi_i(t)) + k_d \cos(2\pi f_c t) \quad (2.31)$$

N : Yayılım yolu sayısı

$a_i(t)$ ve $\phi_i(t)$: Sırasıyla, i . yayılım yolunun genlik ve faz cevapları

f_{d_i} : i . yayılım yolu üzerindeki Doppler frekans kayması

k_d : Direkt yayılım yolundan alınan işaretin genliği

Denklem 2.31 yazılırken, direkt yayılım yolu üzerinde Doppler frekans kaymasının olmadığı varsayılmıştır. Alınan işaret daha açık bir şekilde

$$r(t) = I(t) \cos(2\pi f_c t) - Q(t) \sin(2\pi f_c t)$$

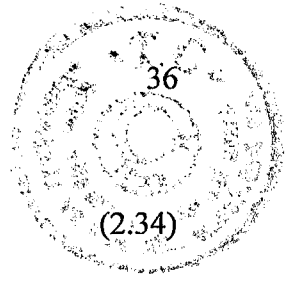
$$I(t) = k_d + \sum_{i=0}^{N-1} a_i(t) \cos(2\pi f_{d_i} t + \phi_i(t)) \quad (2.32)$$

$$Q(t) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i(t) \sin(2\pi f_{d_i} t + \phi_i(t))$$

şeklinde yazılabilir. $r(t)$ bant-geçiren işareti, Denklem 2.32 kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{aligned} r(t) &= \text{Re} \left\{ a(t) \exp[j2\pi f_c t + \theta(t)] \right\} \\ a(t) &= \sqrt{[I(t)]^2 + [Q(t)]^2} \\ \theta(t) &= \tan^{-1} \left(\frac{Q(t)}{I(t)} \right) \end{aligned} \quad (2.33)$$

Denklem 2.33'te; $I(t)$ ve $Q(t)$, büyük N değerleri için merkezi limit teoreminden dolayı, birbirlerinden bağımsız σ^2 varyanslı Gauss rastgele prosesleridir [PRO01]. $I(t)$ Gauss rastgele prosesinin ortalaması k_d ve $Q(t)$ Gauss rastgele prosesinin ortalaması sıfırdır. Bu durumda sabit bir t anı için, kanalın genlik cevabı $\{a(t)\}$ Ricean dağılımlı ve faz cevabı $\{\theta(t)\}$ düzgün dağılımlı rastgele değişkenler olacaktır [PRA02]. Ricean dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir [PRO01]:

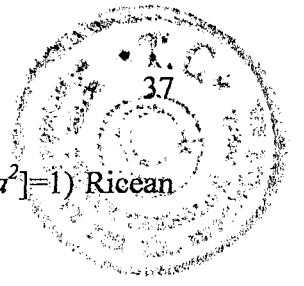


$$p_A(a) = \begin{cases} \frac{a}{\sigma^2} e^{-(a^2 + k_d^2)/2\sigma^2} I_0\left(\frac{ak_d}{\sigma^2}\right) & a \geq 0 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.34)$$

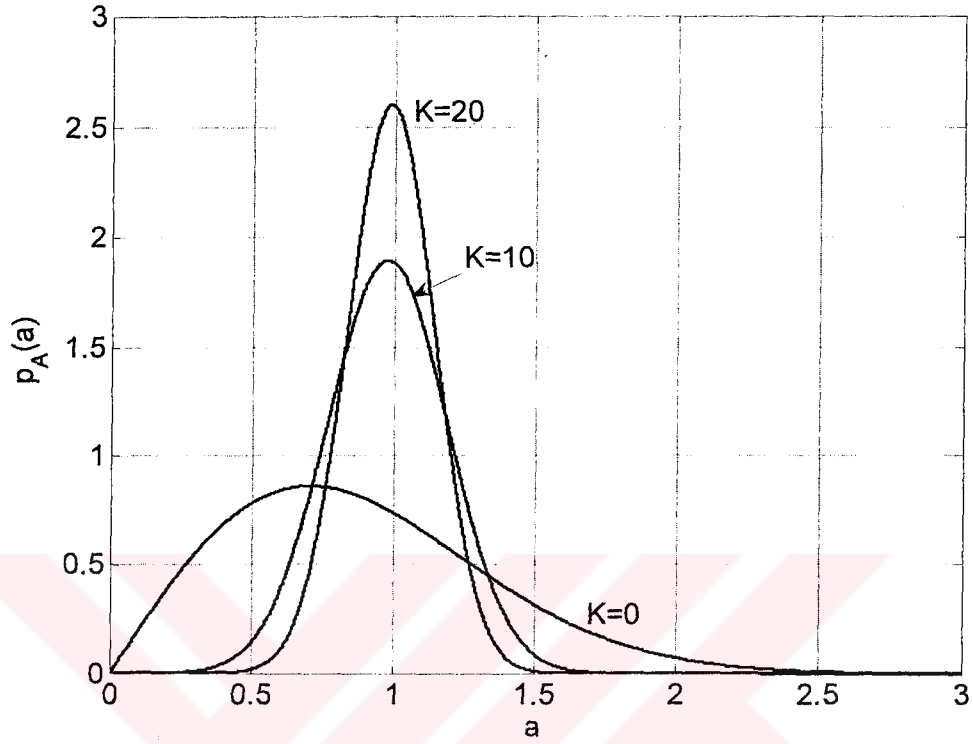
Denklem 2.34'te, $I_0(\cdot)$ birinci tip sıfır dereceli değiştirilmiş Bessel fonksiyonudur.

Ricean dağılımı genellikle K parametresi kullanılarak tanımlanır. K parametresi, direkt yoldan alınan işaret gücünün diğer yollardan alınan işaretlerin toplam gücüne oranıdır ve $K = k_d^2 / (2\sigma^2)$ formülü ile hesaplanır. K 'nın sifira gitmesi durumunda (direkt yol yok), kanal Rayleigh sönümlemeli olur ve K 'nın sonsuza gitmesi durumunda (sadece direkt yol var), kanal sönümlemesiz olur. K parametresini kullanarak ve $E[a^2]=1$ kabul ederek, Ricean dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$p_A(a) = \begin{cases} 2a(1+K)e^{-K-(1+K)a^2} I_0\left(2a\sqrt{K(K+1)}\right) & a \geq 0 \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.35)$$



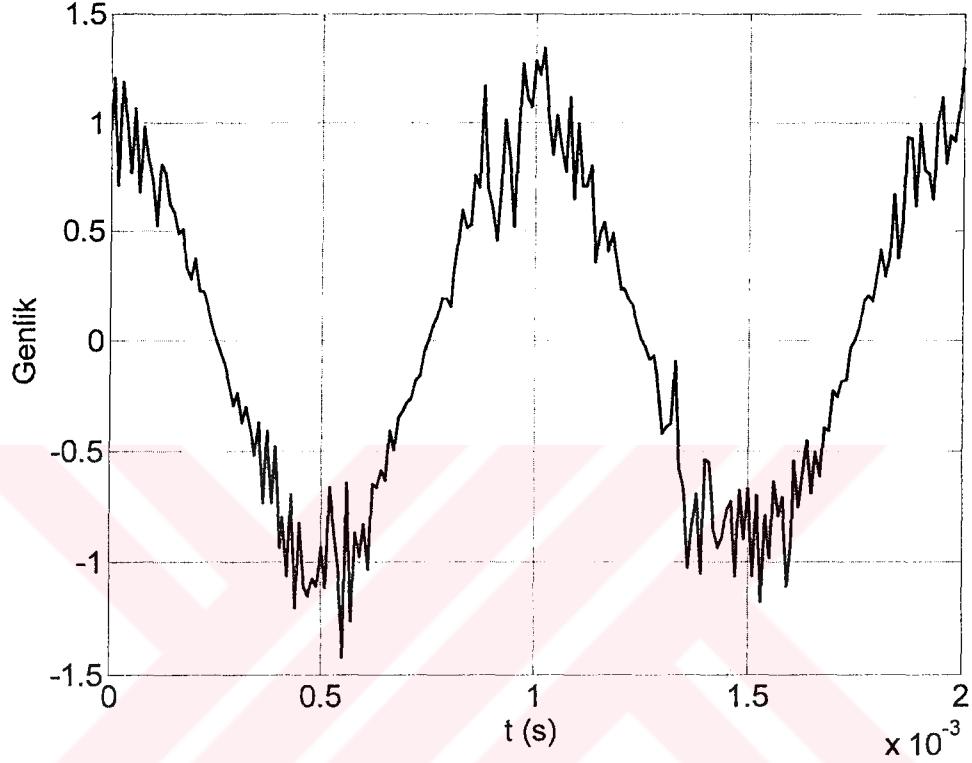
Şekil 2.16'da farklı K değerleri için, ikinci momenti bir olan ($E[a^2]=1$) Ricean dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu gösterilmiştir.



Şekil 2.16 K 'nın farklı değerleri için Ricean dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu ($E[a^2]=1$).



Aşağıda, Ricean sönümlmeli bir kanalın saf bir kosinüs işaretini nasıl etkilediği gösterilmiştir. Şekil 2.14'te gösterilen iki periyotluk 1 kHz frekansında bir kosinüs işaretinin, Ricean sönümlmeli ($E[a^2]=1$, $K=10$) bir kanaldan iletimi durumunda, alınan işaret Şekil 2.17'de gösterildiği gibi olacaktır.



Şekil 2.17 İki periyotluk 1 kHz frekansında bir kosinüs işaretinin Ricean sönümlmeye ($E[a^2]=1$, $K=10$) uğramış hali (Örnekleme frekansı 100 kHz alınmıştır).



3. FAZ KAYDIRMALI ANAHTARLAMA MODÜLASYONU

3.1 Sistem Modeli

Sayısal modülasyon teknikleri, lineer ve lineer olmama durumlarına göre sınıflandırılabilir. Lineer modülasyon tekniklerinde, modüle edilmiş işaretin genliği modüle eden sayısal işaret ile lineer bir şekilde değişir. Lineer modülasyon teknikleri bant verimliliği açısından lineer olmayanlara göre daha verimlidir ve bant genişliğinin çok değerli olduğu telsiz haberleşme sistemlerinde sıkça kullanılır. Bununla birlikte, lineer modülasyon tekniklerinin kullandığı lineer dalga kuvvetlendiricileri, güç verimliliği açısından lineer olmayanlara göre daha verimsizdir [RAP02]. Lineer modülasyon tekniklerinin güç verimli lineer olmayan dalga kuvvetlendiricileri ile gerçekleştirilmesi durumunda ise, kanallar arası girişime neden olan yan bantlar oluşur [RAP02]. Pratikte sıkça kullanılan lineer modülasyon teknikleri olarak, faz kaydırmalı anahtarlama [FKA-Phase Shift Keying (PSK)] modülasyonu ve dörtlü genlik modülasyonu [DÖGM-Quadrature Amplitude Modulation (QAM)] söylenebilir.

FKA modülasyonunda sayısal mesaj işareti, sabit genlikli taşıyıcı işaretin faz açısı yardımıyla taşınır. Yüksek frekanslı taşıyıcı işaretin fazı, modülatör girişindeki sayısal işaret dizisinin durumuna göre farklı değerler arasında değiştirilir. FKA modülasyonunda taşıyıcı işaretin sabit bir genliğe sahip olması, alıcının fazla karmaşık olmayan lojik devrelerle gerçekleştirilebilmesini sağlar. Bu sebepten ve bant verimli olmasından dolayı FKA modülasyonu, bant genişliğinin çok değerli olduğu telsiz haberleşme sistemlerinde en sık kullanılan sayısal modülasyon tekniklerinden biridir. Modülatör girişine gelen bit dizisi, M modülasyon düzeyini göstermek üzere, $k = \log_2 M$ bitlik bloklar halinde modüle edilir. Her bir farklı k bit bloğu için, modülatör çıkışında aynı genlik ve frekansa fakat farklı faza sahip M FKA işaretinden birisi kanala verilir. M -FKA modülasyonunun bant genişliği verimliliği $\log_2 M$ (bit/sn)/Hz'dir. Dolayısıyla, FKA modülasyonunun düzeyi arttıkça bant genişliği verimliliği artar. Bununla birlikte; daha sonra gösterileceği gibi, modülasyon düzeyi arttıkça sistemin hata olasılığı da artmaktadır.

Sayısal haberleşme için, M düzeyli faz modülasyonu işareti aşağıdaki şekilde ifade edilebilir [PRO01]:

$$s_m(t) = g_T(t) \cos\left(2\pi f_c t + \frac{2\pi(m-1)}{M}\right), \quad \begin{matrix} 0 \leq t \leq T \\ m=1,2,\dots,M \end{matrix} \quad (3.1)$$

Denklem 3.1'de, $g_T(t)$ modüle edilmiş işaretin spektral karakteristiğini belirleyen darbe şekillendirici fonksiyonu, f_c taşıyıcı frekansını ve T sembol süresini göstermektedir.

Darbe şekillendirici olarak dikdörtgen darbe fonksiyonu kullanılırsa

$$g_T(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}}, \quad 0 \leq t \leq T \quad (3.2)$$

ve

$$s_m(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos\left(2\pi f_c t + \frac{2\pi(m-1)}{M}\right), \quad \begin{matrix} 0 \leq t \leq T \\ m=1,2,\dots,M \end{matrix} \quad (3.3)$$

yazılabilir. Denklem 3.2 ve Denklem 3.3'te E_s iletilen FKA işaretinin enerjisini göstermektedir. Bu durumda taşıyıcı işaretin fazı, modülatör girişindeki sayısal mesaj işaretine bağlı olarak işaretleşme aralığının başında ani bir şekilde değişecektir. Bu tip sayısal faz modülasyonuna, FKA modülasyonu denir [PRO01].

Denklem 3.3'teki modüle edilmiş FKA işareti bant-geçiren bir işarettir. Bunun alçak-geçiren dengi

$$s_{lm}(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} e^{j\frac{2\pi(m-1)}{M}}, \quad \begin{matrix} 0 \leq t \leq T \\ m=1,2,\dots,M \end{matrix} \quad (3.4)$$

şeklinde yazılabilir. Her bir modüle edilmiş M -FKA işareti eşit enerjiye sahiptir:

$$E_m = \frac{1}{2} \int_0^T |s_{lm}(t)|^2 dt = \frac{1}{2} \int_0^T \left| \sqrt{\frac{2E_s}{T}} e^{j\frac{2\pi(m-1)}{M}} \right|^2 dt = E_s, \quad \begin{matrix} 0 \leq t \leq T \\ m=1,2,\dots,M \end{matrix} \quad (3.5)$$

Denklem 3.3'teki ifade, trigonometrik açılım fonksiyonları yardımıyla aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$s_m(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos\left(\frac{2\pi(m-1)}{M}\right) \cos(2\pi f_c t) - \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \sin\left(\frac{2\pi(m-1)}{M}\right) \sin(2\pi f_c t) \quad (3.6)$$

Denklem 3.6'dan görüldüğü gibi, FKA işaretleri birbirine ortogonal olan kosinüs ve sinüs işaretlerinden oluşmaktadır. Dolayısıyla, FKA işaretlerini işaret uzayına taşımak için gerekli olan ortonormal temel fonksiyonlar

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t) \\ f_2(t) &= -\sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_c t) \end{aligned} \quad (3.7)$$

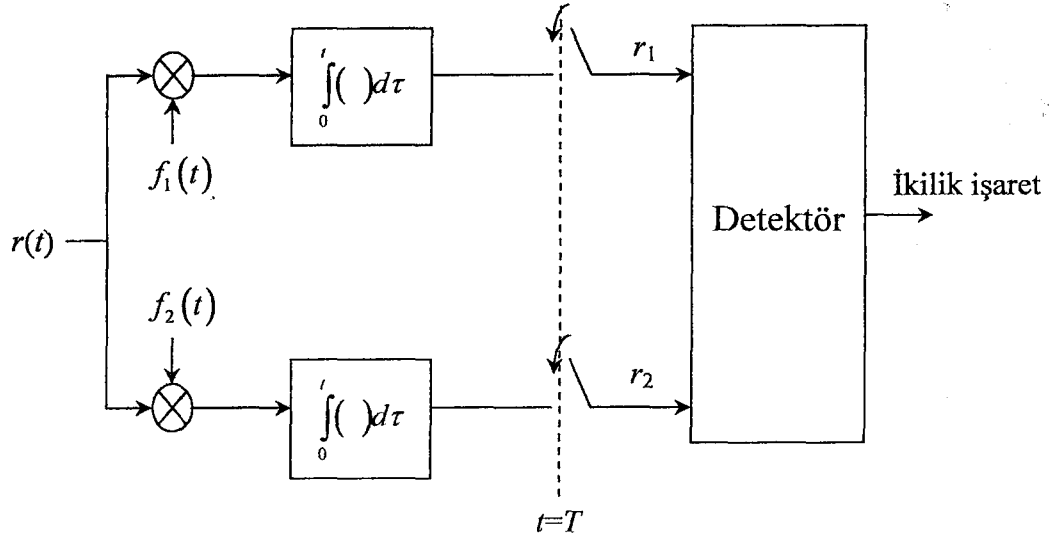
şeklinde olacaktır. Bu ortonormal temel fonksiyonlar kullanılarak, FKA işaretleri işaret uzayında iki boyutlu vektör olarak aşağıdaki biçimde gösterilebilir [PRO01]:

$$\mathbf{s}_m = \left[\sqrt{E_s} \cos\frac{2\pi(m-1)}{M}, \quad \sqrt{E_s} \sin\frac{2\pi(m-1)}{M} \right], \quad m = 1, 2, \dots, M \quad (3.8)$$

Haberleşme kanalının, beyaz Gauss gürültüsü eklenen (BEGGEK) düz-yavaş sönmülemeli bir kanal olduğu ve çok-yollu yayılımdan kaynaklanan faz kaymasının alıcıda kestirilebildiği (faz uyumlu tesbit-coherent detection) düşünülürse, vericiden bir FKA işareti iletildiği zaman alıcıda alınan işaret aşağıdaki biçimde olur:

$$r(t) = \alpha s(t) + n(t), \quad 0 \leq t \leq T \quad (3.9)$$

Denklem 3.9'da, $r(t)$ alınan işareti, α kanaldaki sönmülemeyi, $s(t)$ iletilen işareti ve $n(t)$ kanalda eklenen beyaz Gauss gürültüsünü temsil etmektedir. M -FKA işaretinin demodülasyonu sırasında, önce ilişkilendirici veya karşılayıcı filtreler yardımıyla alınan işaretin Denklem 3.7 ile tanımlanan temel fonksiyonlar üzerindeki izdüşümleri hesaplanır ($M=2$ için tek bir temel fonksiyon vardır). Bu izdüşümler kullanılarak elde edilen vektörel işaret detektöre verilir. Detektör, sistem için en uygun kriteri kullanarak, iletilen FKA işareti hakkında bir karar verir. Şekil 3.1'de, M -FKA modülasyonunun alıcı blok diyagramı ilişkilendiriciler yardımıyla gösterilmiştir [PRO01].



Şekil 3.1 M-FKA alıcı blok diyagramı.

FKA modülasyonu, haberleşme sisteminin ihtiyaçlarına bağlı olarak iki düzeyli (2-FKA), dört düzeyli (4-FKA), sekiz düzeyli (8-FKA) veya daha yüksek düzeyde uygulanabilir. Aşağıda 2-FKA, 4-FKA ve 8-FKA açıklanmıştır.

3.2 İkilik Faz Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu

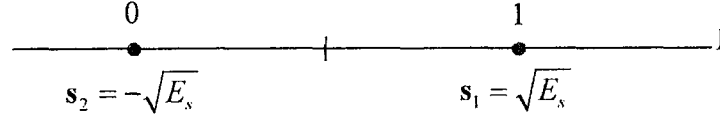
İkilik faz kaydırmalı anahtarlama (2-FKA) modülasyonunda modülatör girişindeki her bir bit ayrı ayrı modüle edilir. Sabit genlikli taşıyıcı işaretin fazı, modülatör girişindeki bir bitin iki farklı durumuna uygun olarak iki farklı değer arasında değiştirilir. Modüle edilmiş 2-FKA işareti, Denklem 3.3 kullanılarak aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$s_m(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos(2\pi f_c t) & m=1 \\ \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos(2\pi f_c t + \pi) & m=2 \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq T \quad (3.10)$$

2-FKA, tek boyutlu bir sayısal modülasyon türüdür (Denklem 3.7 ile tanımlanan temel fonksiyonlardan $f_2(t)$, 2-FKA için sıfıra eşittir). 2-FKA işaretlerinin tek boyutlu vektör hali

$$\mathbf{s}_m = \begin{cases} \begin{bmatrix} \sqrt{E_s} \\ 0 \end{bmatrix} & m=1 \\ \begin{bmatrix} 0 \\ -\sqrt{E_s} \end{bmatrix} & m=2 \end{cases} \quad (3.11)$$

şeklinde yazılabilir. Şekil 3.2’de 2-FKA işaret diyagramı gösterilmiştir:



Şekil 3.2 2-FKA işaret diyagramı.

2-FKA modülasyonunun BEGGEK düz-yavaş sönmülemeli kanallardaki sembol (bit) hata olasılığı $\{P_s\}$, alıcıda faz uyumlu tesbit yapıldığı varsayılırsa aşağıdaki şekilde verilebilir [SIM00]:

Rayleigh sönmülemeli kanal için

$$P_s = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{1 + \bar{\gamma}}} \right). \quad (3.12)$$

Ricean sönmülemeli kanal için

$$P_s = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{(1+K) \sin^2 \theta}{(1+K) \sin^2 \theta + \bar{\gamma}} \times \exp \left(\frac{-K \bar{\gamma}}{(1+K) \sin^2 \theta + \bar{\gamma}} \right) d\theta. \quad (3.13)$$

Yukarıdaki ifadelerde, α sönmüleme faktörünü göstermek üzere; $\bar{\gamma} = \frac{E_s}{N_0} E[\alpha^2]$

şeklinde tanımlıdır ve K Ricean faktörünü (direkt yoldan alınan işaretin gücünün diğer yollardan alınan işaretlerin toplam gücüne oranı) göstermektedir.

3.3 Dört Düzeyli Faz Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu

2-FKA’da her bir sembol aralığında bir bit iletilmektedir ve bant genişliği verimliliği $\log_2 2 = 1$ (bit/sn)/Hz’dir. Oysa birçok uygulamada, verilen bir bant genişliğindeki haberleşme sisteminde, bir sembol zamanı boyunca iletilen bit

sayısının birden büyük olması istenir. Örneğin; dört farklı işaretten birinin her bir işaret aralığında iletildiği dört düzeyli faz kaydırmalı anahtarlama (4-FKA) modülasyonunda bant genişliği verimliliği, 2-FKA'nın bant genişliği verimliliğinin iki katıdır [KAY00].

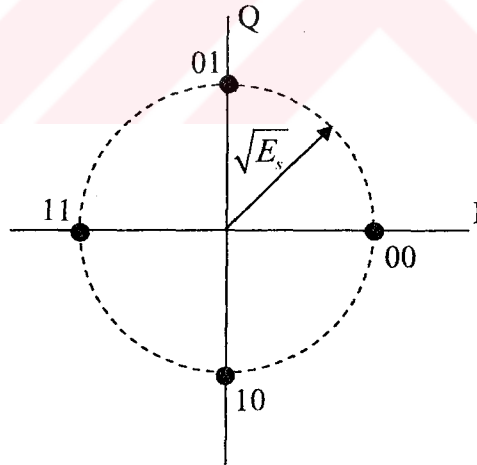
4-FKA modülasyonunda, modülatör girişindeki bitler ikili gruplar halinde modüle edilir ve her bir farklı bit çifti için sabit genlikli taşıyıcı işaretin faz açısı dört farklı değerden birini alır. Modüle edilmiş 4-FKA işareti aşağıdaki biçimdedir:

$$s_m(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos\left(2\pi f_c t + \frac{\pi}{2}(m-1)\right), \quad \begin{matrix} 0 \leq t \leq T \\ m = 1, 2, 3, 4 \end{matrix} \quad (3.14)$$

Denklem 3.7 ile tanımlanan temel fonksiyonlar kullanılarak 4-FKA işaretlerinin iki boyutlu vektör hali aşağıdaki şekilde yazılabilir:

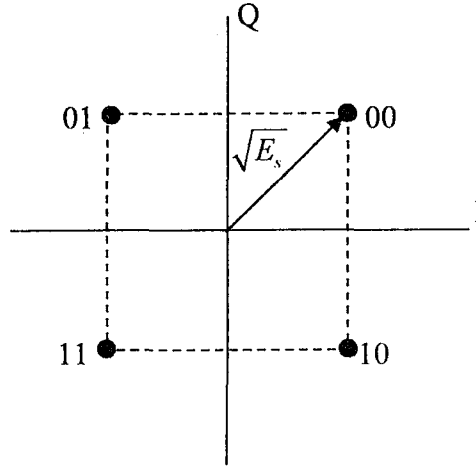
$$\mathbf{s}_m = \left[\sqrt{E_s} \cos \frac{\pi(m-1)}{2}, \sqrt{E_s} \sin \frac{\pi(m-1)}{2} \right], \quad m = 1, 2, 3, 4 \quad (3.15)$$

Şekil 3.3'te, Gray kodlanmış 4-FKA işaret diyagramı gösterilmiştir:



Şekil 3.3 Gray kodlanmış 4-FKA işaret diyagramı.

Taşıyıcı işaretin başlangıç fazı 0° yerine 45° olarak alınırsa, Şekil 3.4'te görüldüğü gibi karesel 4-FKA işaret diyagramı elde edilir:



Şekil 3.4 Başlangıç fazı 45° olan 4-FKA işaret diyagramı.

4-FKA modülasyonunun BEGGEK düz-yavaş sönümlmeli kanallardaki sembol hata olasılığı, alıcıda faz uyumlu tesbit yapıldığı varsayılırsa aşağıdaki şekilde verilebilir [SIM00]:

Rayleigh sönümlmeli kanal için

$$P_s = \frac{3}{4} - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{2 + \bar{\gamma}}} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{2 + \bar{\gamma}}} \right) \right]. \quad (3.16)$$

Ricean sönümlmeli kanal için

$$P_s = \frac{1}{\pi} \int_0^{3\pi/4} \frac{(2 + 2K) \sin^2 \theta}{(2 + 2K) \sin^2 \theta + \bar{\gamma}} \times \exp \left(\frac{-K\bar{\gamma}}{(2 + 2K) \sin^2 \theta + \bar{\gamma}} \right) d\theta. \quad (3.17)$$

3.4 Sekiz Düzeyli Faz Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonu

Sekiz düzeyli faz kaydırmalı anahtarlama (8-FKA) modülasyonunda, modülatör girişindeki bitler üçer üçer modüle edilir ve her bir farklı üç bitlik blok için sabit genlikli taşıyıcı işaretin faz açısı sekiz farklı değerden birini alır. Dolayısıyla, bir işaretleşme aralığında üç bitlik iletim yapılır ve bant genişliği verimliliği $\log_2 8 = 3$ (bit/sn)/Hz'dir. Bununla beraber, sabit bir işaret-gürültü oranı

için 8-FKA'nın hata performansı, 2-FKA ve 4-FKA'nın hata performanslarına göre daha kötüdür.

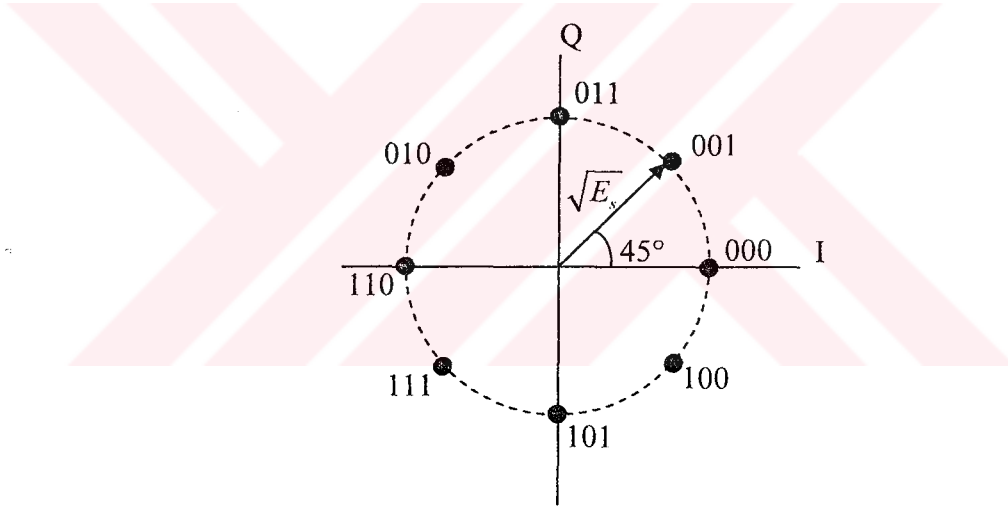
Modüle edilmiş 8-FKA işareti aşağıdaki biçimdedir:

$$s_m(t) = \sqrt{\frac{2E_s}{T}} \cos\left(2\pi f_c t + \frac{\pi}{4}(m-1)\right), \quad \begin{matrix} 0 \leq t \leq T \\ m = 1, 2, \dots, 8 \end{matrix} \quad (3.18)$$

Denklem 3.7 ile tanımlanan temel fonksiyonlar kullanılarak 8-FKA işaretlerinin iki boyutlu vektör hali aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$\mathbf{s}_m = \left[\sqrt{E_s} \cos \frac{\pi(m-1)}{4}, \quad \sqrt{E_s} \sin \frac{\pi(m-1)}{4} \right], \quad m = 1, 2, \dots, 8 \quad (3.19)$$

Şekil 3.5'te, Gray kodlanmış 8-FKA işaret diyagramı gösterilmiştir:



Şekil 3.5 Gray kodlanmış 8-FKA işaret diyagramı.

8-FKA modülasyonunun BEGGEK düz-yavaş sönmülemeli kanallardaki sembol hata olasılığı, alıcıda faz uyumlu tesbit yapıldığı varsayılırsa aşağıdaki şekilde verilebilir [SIM00]:

Rayleigh sönmülemeli kanal için

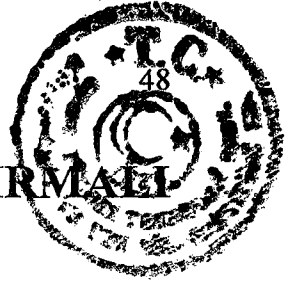
$$P_s = \frac{7}{8} - \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{\sin^{-2} \frac{\pi}{8} + \bar{\gamma}}} \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{\sin^{-2} \frac{\pi}{8} + \bar{\gamma}}} \cot \frac{\pi}{8} \right) \right] \quad (3.20)$$



Ricean sönümlmeli kanal için

$$P_s = \frac{1}{\pi} \int_0^{7\pi/8} \frac{(1+K)\sin^2 \theta}{(1+K)\sin^2 \theta + \bar{\gamma} \sin^2 \frac{\pi}{8}} \times \exp \left(\frac{-K\bar{\gamma} \sin^2 \frac{\pi}{8}}{(1+K)\sin^2 \theta + \bar{\gamma} \sin^2 \frac{\pi}{8}} \right) d\theta. \quad (3.21)$$





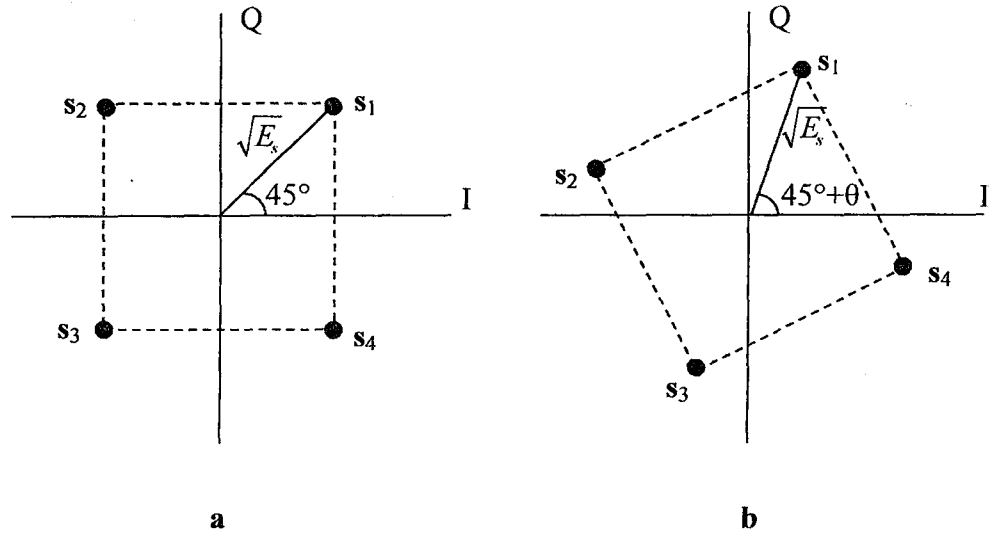
4. DÖNDÜRÜLMÜŞ FAZ KAYDIRMA ANAHTARLAMA MODÜLASYONU

4.1 Giriş

FKA modülasyonu, bant verimli olması nedeniyle yüksek veri hızı gerektiren telsiz haberleşme sistemlerinde sıkça kullanılan bir modülasyon tekniği olmuştur. Ancak; telsiz haberleşme sistemlerinde karşılaşılan sönümleme, FKA modülasyonunun hata performansını (sabit bir işaret-gürültü oranı için) önemli oranda düşürür. Bu durumda; sönümlemenin bozucu etkisine karşı bir çeşitleme tekniği uygulamak, işaret-gürültü oranındaki sönümlemekten kaynaklanan kaybı telafi edebilir ve sistemin performansını sönümlemesiz kanallar üzerindeki yaklaştırabilir. Çeşitleme; zamanda, frekansta ve uzayda yapılabilir. Bunlardan başka kullanılabilecek bir çeşitleme tekniği de modülasyon çeşitlemesidir. Modülasyon çeşitlemesi işaret diyagramı döndürülerek ve bileşen (boyut) serpiştirici/geri-serpiştirici kullanılarak elde edilebilir. Bu tezde $M=2, 4$ ve 8 düzeyli FKA modülasyonu için, çeşitleme düzeyini arttıran ve yüksek işaret-gürültü oranlarında sembol hata olasılığını minimum yapan optimal döndürme açıları düz-yavaş sönümlemeli kanallar için elde edilmektedir. Yeni tekniğin, işaret diyagramı döndürülmemiş duruma göre önemli oranda çeşitleme kazancı sağladığı gösterilmektedir.

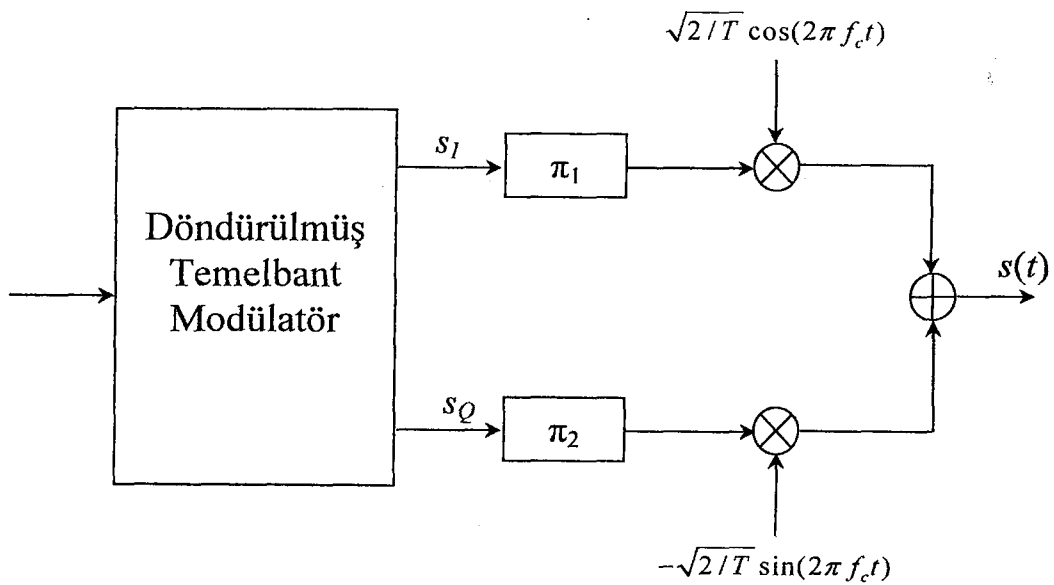
4.2 Sistem Modeli

Döndürülmüş FKA işaret diyagramı, orijinal işaret diyagramının θ açısı kadar döndürülmesiyle elde edilir. Uygun bir açı ile döndürülmüş FKA işaret diyagramı orijinal sistemin modülasyon çeşitlemesi düzeyini artırır ve bileşen serpiştirici/geri-serpiştirici çifti kullanıldığı zaman orijinal FKA sisteminin sönümlemeli kanallardaki hata performansını iyileştirir. Örnek olarak, orijinal 4-FKA ve döndürülmüş 4-FKA işaret diyagramları Şekil 4.1'de gösterilmiştir. Şekil 4.1'de, E_s sembol enerjisini ve $\mathbf{s}_m$ 'ler ($m=1, 2, 3, 4$) vektörel 4-FKA işaretlerini göstermektedir.

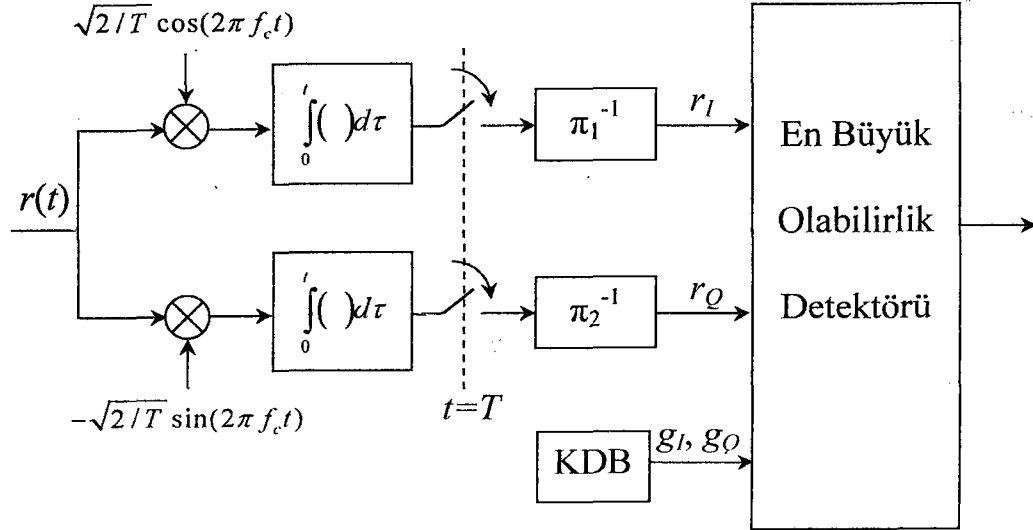


Şekil 4.1 Orijinal (a) ve döndürülmüş (b) 4-FKA işaret diyagramları.

Döndürülmüş FKA modülasyonunun verici ve alıcı blok diyagramları sırasıyla, Şekil 4.2 ve Şekil 4.3'te gösterilmiştir [ÖZY05b]. Vericide; döndürülmüş temelbant modülatör, döndürülmüş FKA işaretinin reel (in-phase, s_I) ve imajiner (quadrature, s_Q) bileşenlerini üretmektedir. Daha sonra; bu bileşenler birbirlerinden bağımsız bileşen serpiştiricilere (π_1 ve π_2) verilmekte, serpiştiricilerin çıkışında taşıyıcı frekansına kaydırılmakta ve son olarak toplanarak iletilen işareti $\{s(t)\}$ meydana getirmektedir. Şekil 4.2 ve Şekil 4.3'te, T sembol süresini ve f_c taşıyıcı frekansını göstermektedir.



Şekil 4.2 Döndürülmüş FKA verici blok diyagramı.



Şekil 4.3 Döndürülmüş FKA alıcı blok diyagramı.

Haberleşme kanalı düz-yavaş Ricean sönümlmeli ve beyaz Gauss gürültüsü eklenen kanal olarak düşünülmektedir (Ricean sönümlmesi K parametresi yardımıyla Rayleigh sönümlmesine dönüştürülebildiği için iki ayrı sönümlme tipi için tek bir analiz yapılmaktadır). Alıcıda, alınan işaret $\{r(t)\}$ ilk önce Şekil 4.3'te görüldüğü gibi ilişkilendiricilere uygulanmaktadır. İlişkilendiricilerin çıkışındaki işaretler birbirlerinden bağımsız bir şekilde π_1^{-1} ve π_2^{-1} tarafından geri-serpiştirme işleminden geçirilmektedir. Geri-serpiştiricilerin çıkışında elde edilen vektörel işaret aşağıdaki gibidir:

$$\mathbf{r} = [r_I, r_Q] = [s_I g_I + n_I, s_Q g_Q + n_Q] \quad (4.1)$$

r_I ve r_Q : Sırasıyla, alınan işaretin reel ve imajiner bileşenleri

g_I ve g_Q : Kanaldaki sönümlmeyi temsil eden ve bileşen serpiştirme işleminden dolayı birbirlerinden bağımsız olan Ricean rastgele değişkenleri ($E[g_I^2] = E[g_Q^2] = 1$)

n_I ve n_Q : Kanalda eklenen beyaz Gauss gürültüsünü temsil eden birbirlerinden bağımsız, sıfır ortalamalı ve $N_0/2$ varyanslı Gauss rastgele değişkenleri

Alıcıda hatasız kanal durum bilgisinin (g_I ve g_Q 'nin bilgisi) olduğu varsayılırsa, en büyük olabilirlik (maximum likelihood) detektörünün kullandığı metrik (Mt) aşağıdaki gibi olacaktır [TAR96]:

$$Mt(\mathbf{s}_m|\mathbf{r},\mathbf{g})=\|\mathbf{r}-\mathbf{g}\mathbf{\epsilon}\mathbf{s}_m\|^2, \quad (m=1, 2, \dots, M) \quad (4.2)$$

$$\mathbf{g}=[g_I, g_Q]$$

$\mathbf{s}_m$: Döndürülmüş M -FKA işaret diyagramının m . sembolü ($m=1, 2, \dots, M$)

Denklem 4.2’de, ‘ $\|\cdot\|$ ’ normu ve ‘ ϵ ’ bileşen bazında çarpım operatörünü göstermektedir. Vericiden bir $\mathbf{s}$ sembolü iletildiği zaman, eğer alıcıda; $\hat{\mathbf{s}} \neq \mathbf{s}$ olmak üzere, $\|\mathbf{r}-\mathbf{g}\mathbf{\epsilon}\hat{\mathbf{s}}\|^2 < \|\mathbf{r}-\mathbf{g}\mathbf{\epsilon}\mathbf{s}\|^2$ ise, detektör $\hat{\mathbf{s}}$ lehine hatalı karar verir. Burada $\hat{\mathbf{s}}$, iletilen $\mathbf{s}$ sembolü dışında herhangi diğer bir sembolü ifade etmektedir. Bu olaya çiftsel hata olayı (pairwise error event) denir ve

$$\begin{aligned} P(\mathbf{s} \rightarrow \hat{\mathbf{s}}) &= P(\|\mathbf{r}-\mathbf{g}\mathbf{\epsilon}\hat{\mathbf{s}}\|^2 < \|\mathbf{r}-\mathbf{g}\mathbf{\epsilon}\mathbf{s}\|^2) \\ &= P(\|\mathbf{r}-\mathbf{g}\mathbf{\epsilon}\hat{\mathbf{s}}\|^2 < \|\mathbf{n}\|^2) \\ &= P[(g_I s_I + n_I - g_I \hat{s}_I)^2 + (g_Q s_Q + n_Q - g_Q \hat{s}_Q)^2 < n_I^2 + n_Q^2] \end{aligned} \quad (4.3)$$

olasılığı ile verilir [TAR96]. Denklem 4.3’te, $\mathbf{s}=[s_I, s_Q]$ ve $\hat{\mathbf{s}}=[\hat{s}_I, \hat{s}_Q]$ ’dir. Denklem 4.3’te $\Delta_I = s_I - \hat{s}_I$ ve $\Delta_Q = s_Q - \hat{s}_Q$ şeklinde tanımlanırsa;

$$P(\mathbf{s} \rightarrow \hat{\mathbf{s}}) = P(2g_I \Delta_I n_I + 2g_Q \Delta_Q n_Q < -g_I^2 \Delta_I^2 - g_Q^2 \Delta_Q^2) \quad (4.4)$$

olur. n_I ve n_Q sıfır ortalamalı ve $N_0/2$ varyanslı birbirlerinden bağımsız Gauss rastgele değişkenleri olduğu için, bunların lineer kombinasyonu olan “ $2g_I \Delta_I n_I + 2g_Q \Delta_Q n_Q$ ” ifadesi de (g_I ve g_Q şimdilik sabit olarak düşünülürse) sıfır ortalamalı ve $\sigma^2 = 2N_0(g_I^2 \Delta_I^2 + g_Q^2 \Delta_Q^2)$ varyanslı Gauss rastgele değişkenidir [ÖZY05a]. Dolayısıyla şartlı çiftsel hata olasılığı aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{s} \rightarrow \hat{\mathbf{s}} | g_I, g_Q) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} dx \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \\ &= Q\left(\sqrt{\frac{g_I^2 \Delta_I^2 + g_Q^2 \Delta_Q^2}{2N_0}}\right) \end{aligned} \quad (4.5)$$

Denklem 4.5'te, $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$ şeklinde tanımlıdır.

Eğer $y_I = g_I^2$ ve $y_Q = g_Q^2$ şeklinde değişken dönüşümü yapılırsa, şartlı çiftsel hata olasılığı ifadesi aşağıdaki hali alır:

$$P(s \rightarrow \hat{s}|y_I, y_Q) = Q\left(\sqrt{\frac{y_I \Delta_I^2 + y_Q \Delta_Q^2}{2N_0}}\right) \quad (4.6)$$

g_I ve g_Q ikinci momenti bir olan ($E[g_I^2] = E[g_Q^2] = 1$) Ricean rastgele değişkenleri oldukları için, y_I ve y_Q ortalaması bir olan noncentral chi-square dağılımına sahip olacaktır [PRO01]. Ortalaması bir olan noncentral chi-square dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıdaki gibidir [PRO01]:

$$f_Y(y) = \begin{cases} (K+1)e^{-K}e^{-(K+1)y}I_0\left(2\sqrt{K(K+1)y}\right), & y \geq 0 \\ 0, & \text{diğer.} \end{cases} \quad (4.7)$$

Denklem 4.7'de, K Ricean faktörüdür ve $I_0(\cdot)$ birinci tip sıfır dereceli değiştirilmiş Bessel fonksiyonudur.

$x \geq 0$ için $Q(x)$ fonksiyonu, klasik tanımından farklı olarak

$$Q(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp\left[\frac{-x^2}{2\sin^2(\Phi)}\right] d\Phi \quad \text{şeklinde ifade edilebilir [SIM00]. Bu tanımı}$$

kullanarak, Denklem 4.6'daki şartlı çiftsel hata olasılığı aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$P(s \rightarrow \hat{s}|y_I, y_Q) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp\left[-\frac{y_I \Delta_I^2 + y_Q \Delta_Q^2}{4N_0 \sin^2(\Phi)}\right] d\Phi. \quad (4.8)$$

Çiftsel hata olasılığını elde etmek için, Denklem 4.8'deki ifadenin y_I ve y_Q üzerinden ortalaması alınmalıdır [ÖZY05b]:

$$\begin{aligned}
 P(s \rightarrow \hat{s}) &= \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left[-\frac{y_I \Delta_I^2 + y_Q \Delta_Q^2}{4N_0 \sin^2(\Phi)} \right] (K+1)^2 e^{-2K} e^{-(K+1)y_I} \\
 &\quad e^{-(K+1)y_Q} I_0 \left(2\sqrt{K(K+1)} y_I \right) I_0 \left(2\sqrt{K(K+1)} y_Q \right) d\Phi dy_I dy_Q \\
 &= \frac{(K+1)^2 e^{-2K}}{\pi} \int_0^\infty \int_0^\infty e^{-y_I \left(\frac{\Delta_I^2}{4N_0 \sin^2(\Phi)} + K+1 \right)} I_0 \left(2\sqrt{K(K+1)} y_I \right) dy_I \\
 &\quad \left[\int_0^\infty e^{-y_Q \left(\frac{\Delta_Q^2}{4N_0 \sin^2(\Phi)} + K+1 \right)} I_0 \left(2\sqrt{K(K+1)} y_Q \right) dy_Q \right] d\Phi.
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Köşeli parantez içindeki integralleri almak için, $I_0(u\sqrt{x})$ (u sabit) fonksiyonunun Laplace dönüşümü kullanılabilir. $I_0(u\sqrt{x})$ fonksiyonunun Laplace dönüşümü aşağıdaki şekilde verilir [ABR70]:

$$\mathcal{L} \left\{ I_0(u\sqrt{x}) \right\} = \int_0^\infty I_0(u\sqrt{x}) e^{-sx} dx = \frac{e^{\frac{u^2}{4s}}}{s}. \tag{4.10}$$

Yukarıdaki dönüşüm kullanılarak

$$\begin{aligned}
 &\int_0^\infty \exp \left[-y \left(\frac{\Delta^2}{4N_0 \sin^2(\Phi)} + K+1 \right) \right] I_0 \left(2\sqrt{K(K+1)} y \right) dy = \\
 &\quad \frac{1}{\frac{\Delta^2}{4N_0 \sin^2(\Phi)} + K+1} \exp \left[\frac{K(K+1)}{\frac{\Delta^2}{4N_0 \sin^2(\Phi)} + K+1} \right].
 \end{aligned} \tag{4.11}$$

yazılabilir. Denklem 4.9'daki köşeli parantez içindeki integraller Denklem 4.11 kullanılarak alınırsa,

$$P(s \rightarrow \hat{s}) = \frac{e^{-2K}}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left[\frac{K}{\frac{\Delta_I^2}{4(K+1)N_0 \sin^2(\Phi)} + 1} \right] \frac{1}{\frac{\Delta_I^2}{4(K+1)N_0 \sin^2(\Phi)} + 1} \exp \left[\frac{K}{\frac{\Delta_Q^2}{4(K+1)N_0 \sin^2(\Phi)} + 1} \right] \frac{1}{\frac{\Delta_Q^2}{4(K+1)N_0 \sin^2(\Phi)} + 1} d\Phi \quad (4.12)$$

bulunur [ÖZY05b]. Denklem 4.12'de yer alan Δ_I ve Δ_Q 'nın değerleri döndürme açısı, θ 'ya bağlıdır. Görüldüğü gibi, işaret diyagramını uygun bir şekilde döndürerek çiftsel hata olasılığı; dolayısıyla sembol hata olasılığı düşürülebilir. Denklem 4.12'deki integral, $K=0$ (Rayleigh sönümleme) ve $K \rightarrow \infty$ (sönümleme yok) durumları dışında analitik olarak alınamaz ve direkt bu ifadeyi kullanarak, optimum döndürme açısını analitik olarak elde etmek hayli zordur ($K=0$ için integral analitik olarak alınabilmesine rağmen, elde edilen kapalı form ifade optimizasyon için uygun bir formda olmamaktadır). Çiftsel hata olasılığı için kapalı form bir ifade bulabilmek için Denklem 4.12'de, integralin içindeki fonksiyonun N_0 'a göre sıfır civarında Taylor serisi açılımından yararlanılabilir. Seriyeye açılım Ek 1'de açıklandığı gibi gerçekleştirilirse, Denklem 4.12 aşağıdaki hali alır:

$$P(s \rightarrow \hat{s}) = \frac{e^{-2K}}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{N_0^2}{\frac{\Delta_I^2 \Delta_Q^2}{16(K+1)^2 \sin^4(\Phi)}} + I(N_0^n) \right) d\Phi, \quad (n \geq 3) \quad (4.13)$$

Yüksek işaret-gürültü oranları için, N_0^n 'li terimlerden $n \geq 3$ olanlar ihmal edilebilir ($N_0^3, N_0^4, \dots \approx 0$). Dolayısıyla, $n \geq 3$ için $I(N_0^n) \approx 0$ olduğu varsayılarak

$$P(s \rightarrow \hat{s}) \approx \frac{16(K+1)^2 e^{-2K} N_0^2}{\pi \Delta_I^2 \Delta_Q^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4(\Phi) d\Phi = \frac{3(K+1)^2 e^{-2K} N_0^2}{\Delta_I^2 \Delta_Q^2} \quad (4.14)$$

yazılabilir. Denklem 4.14'teki ifade, seriyeye açılımda ihmal edilen terimler sebebiyle asimptotik olarak yüksek işaret-gürültü oranları için geçerlidir. Bu ifadeden de görüleceği gibi, çiftsel hata olasılığı $\Delta_I \Delta_Q$ çarpımının bir fonksiyonudur.

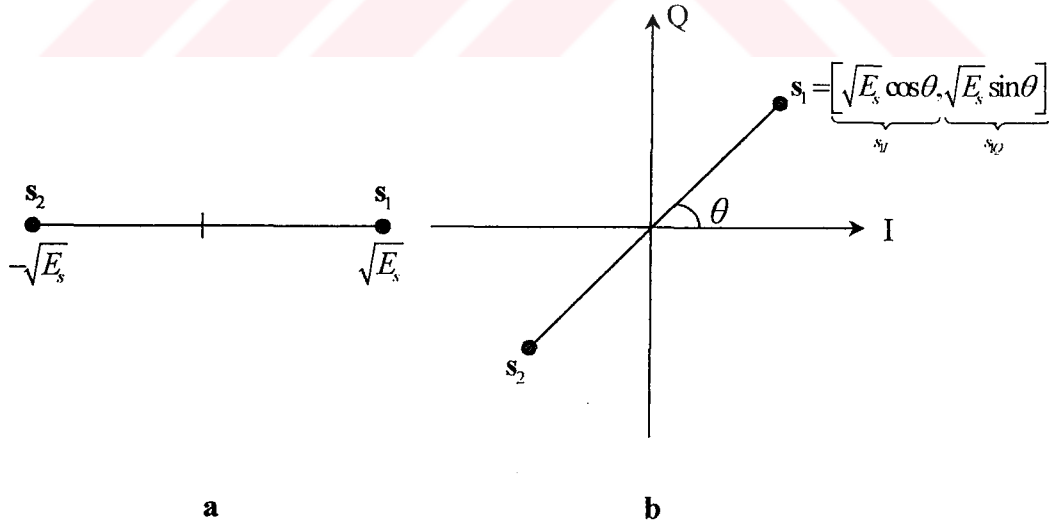
Giriş sembollerinin eşit olasılıklı oldukları varsayılırsa, M -FKA için sembol hata olasılığı çiftsel hata olasılıkları kullanılarak

$$P_s \leq \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^M P(s_i \rightarrow s_j) \quad (4.15)$$

şeklinde üstten sınırlandırılabilir [PRO01]. Aşağıda, Ricean sönmlemeli kanal üzerinde 2-FKA, 4-FKA ve 8-FKA için Denklem 4.14 ve Denklem 4.15 ile verilen hata olasılığı üst sınırını minimum yapan optimal döndürme açıları bulunmaktadır ve bulunan döndürme açılarına göre hata performansları Denklem 4.12, Denklem 4.15 ve simülasyon yardımıyla verilmektedir.

4.3 2-FKA için Optimal Döndürme Açı ve Hata Performansı

2-FKA, tek boyutlu bir modülasyon türüdür. Dolayısıyla, boyutsal olarak bir çeşitleme kazancı yoktur. Halbuki, Şekil 4.4'te görüldüğü gibi 2-FKA işaret diyagramı θ açısı kadar döndürülürse, işaret diyagramı iki boyutlu hale getirilmiş olur ve modülasyon çeşitlemesini artırma imkanı sağlanır.



Şekil 4.4 Orijinal (a) ve döndürülmüş (b) 2-FKA işaret diyagramları.

Döndürülmüş 2-FKA'yı işaret uzayına taşıyabilmek için gerekli ortonormal temel fonksiyonlar hesaplanırsa;

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \sqrt{\frac{2}{T}} \cos(2\pi f_c t) \\ f_2(t) &= -\sqrt{\frac{2}{T}} \sin(2\pi f_c t) \end{aligned} \quad (4.16)$$

bulunur. Bu temel fonksiyonlar yardımıyla döndürülmüş 2-FKA işaretlerinin vektör ifadesi

$$\mathbf{s}_m = \left[\sqrt{E_s} \cos(\theta + (m-1)\pi) \quad \sqrt{E_s} \sin(\theta + (m-1)\pi) \right], \quad m=1,2 \quad (4.17)$$

şeklinde yazılabilir.

Δ_I ve Δ_Q döndürülmüş 2-FKA işaret diyagramından trigonometrik olarak hesaplanırsa

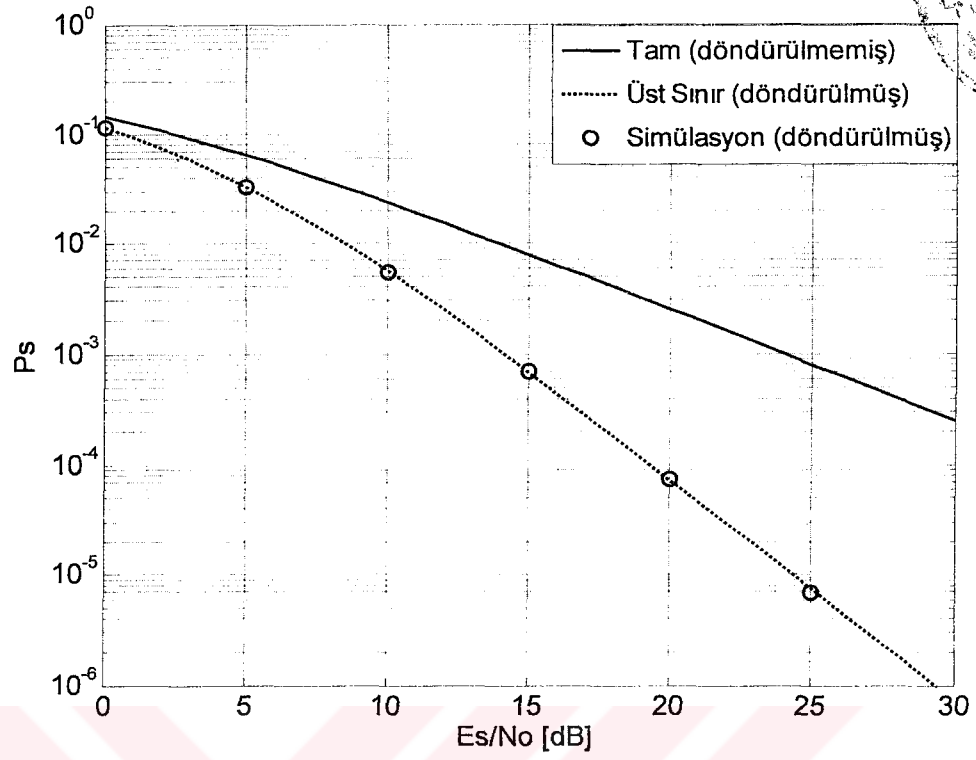
$$\begin{aligned} \Delta_I &= 2\sqrt{E_s} \cos \theta \\ \Delta_Q &= 2\sqrt{E_s} \sin \theta \end{aligned} \quad (4.18)$$

olarak bulunur. İşaret diyagramında sadece iki nokta bulunduğu için Denklem 4.15 ile tanımlanan üst sınır ifadesi, 2-FKA için tam hata olasılığına eşittir. Denklem 4.18 ile verilen Δ_I ve Δ_Q , Denklem 4.14'te yerine konulursa ve buna uygun olarak Denklem 4.15 yeniden yazılırsa

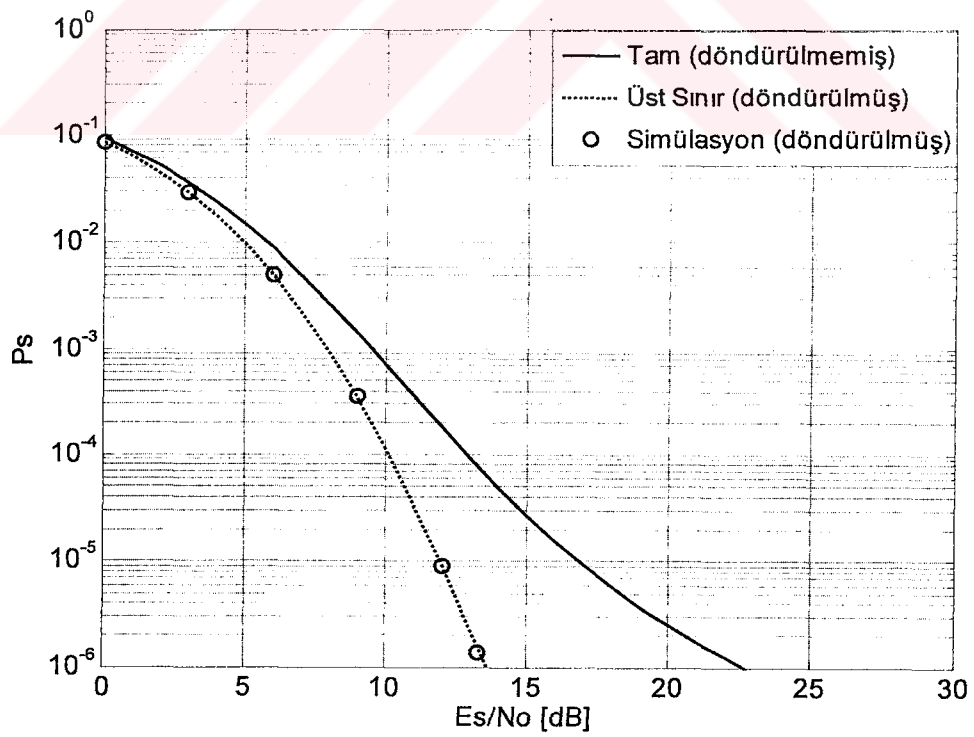
$$P_s \approx \frac{3(K+1)^2 e^{-2K} N_0^2}{4E_s^2 \sin^2(2\theta)} \quad (4.19)$$

bulunur [ÖZY05b]. Bu ifade, $\theta=45^\circ$ 'de minimum olur. Dolayısıyla, 2-FKA için optimal döndürme açısı 45° 'dir denilebilir.

Şekil 4.5 ve Şekil 4.6'da Rayleigh ve Ricean sönümlemeli kanallar üzerinde orijinal (döndürülmemiş) 2-FKA ve döndürülmüş 2-FKA hata performansı bakımından karşılaştırılmıştır. Bileşen serpiştirme ile beraber işaret diyagramının 45° döndürülmesiyle 2-FKA'da 10^{-3} hata olasılığı için Rayleigh sönümlemeli kanalda yaklaşık 10 dB, Ricean sönümlemeli kanalda ($K=10$) yaklaşık 2 dB kazanç sağlanır.



Şekil 4.5 Rayleigh sönümlemeli kanal üzerinde orijinal ve döndürülmüş 2-FKA modülasyonlarının sembol (bit) hata olasılıklarının karşılaştırılması.



Şekil 4.6 Ricean sönümlemeli kanal ($K=10$) üzerinde orijinal ve döndürülmüş 2-FKA modülasyonlarının sembol (bit) hata olasılıklarının karşılaştırılması.



4.4 4-FKA için Optimal Döndürme Açısı ve Hata Performansı

Döndürülmüş 4-FKA'ya ait her bir çiftsel hata olasılığını hesaplamak için, her bir hata olayına ilişkin $\Delta_1\Delta_Q$ çarpımları trigonometrik olarak ayrı ayrı Şekil 4.1.b'den hesaplanırsa;

$$\text{komşu olan noktalar için, } \Delta_1\Delta_Q = E_s \sin(2\theta) \quad (4.20)$$

$$\text{komşu olmayan noktalar için, } \Delta_1\Delta_Q = 2E_s \cos(2\theta)$$

bulunur. Bu ifadeler ayrı ayrı Denklem 4.14'te yerlerine konularak Denklem 4.15 yeniden yazılırsa

$$P_s \leq (K+1)^2 e^{-2K} \left[\frac{6N_0^2}{E_s^2 \sin^2(2\theta)} + \frac{3N_0^2}{4E_s^2 \cos^2(2\theta)} \right] \quad (4.21)$$

elde edilir [ÖZY05b]. Bu ifadeyi minimum yapan θ açısını bulmak için, köşeli parantezin içindeki ifadenin θ 'ya göre türevi alınıp sıfıra eşitlenerek çözümlenir. Denklem 4.21'de, köşeli parantezin içindeki ifadenin θ 'ya göre türevi

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{6N_0^2}{E_s^2 \sin^2(2\theta)} + \frac{3N_0^2}{4E_s^2 \cos^2(2\theta)} \right] \\ &= \frac{3N_0^2}{E_s^2} \left[\frac{\sin(2\theta)}{\cos^3(2\theta)} - \frac{8\cos(2\theta)}{\sin^3(2\theta)} \right] \end{aligned} \quad (4.22)$$

olarak bulunur. Denklem 4.22 sıfıra eşitlenerek θ 'ya göre çözülürse

$$\begin{aligned} & \frac{3N_0^2}{E_s^2} \left[\frac{\sin(2\theta)}{\cos^3(2\theta)} - \frac{8\cos(2\theta)}{\sin^3(2\theta)} \right] = 0 \\ & \frac{\sin(2\theta)}{\cos^3(2\theta)} = \frac{8\cos(2\theta)}{\sin^3(2\theta)} \\ & \tan^4(2\theta) = 8 \\ & \theta = \frac{1}{2} \arctan(8^{1/4}) \Rightarrow \theta = 29.6^\circ \end{aligned} \quad (4.23)$$

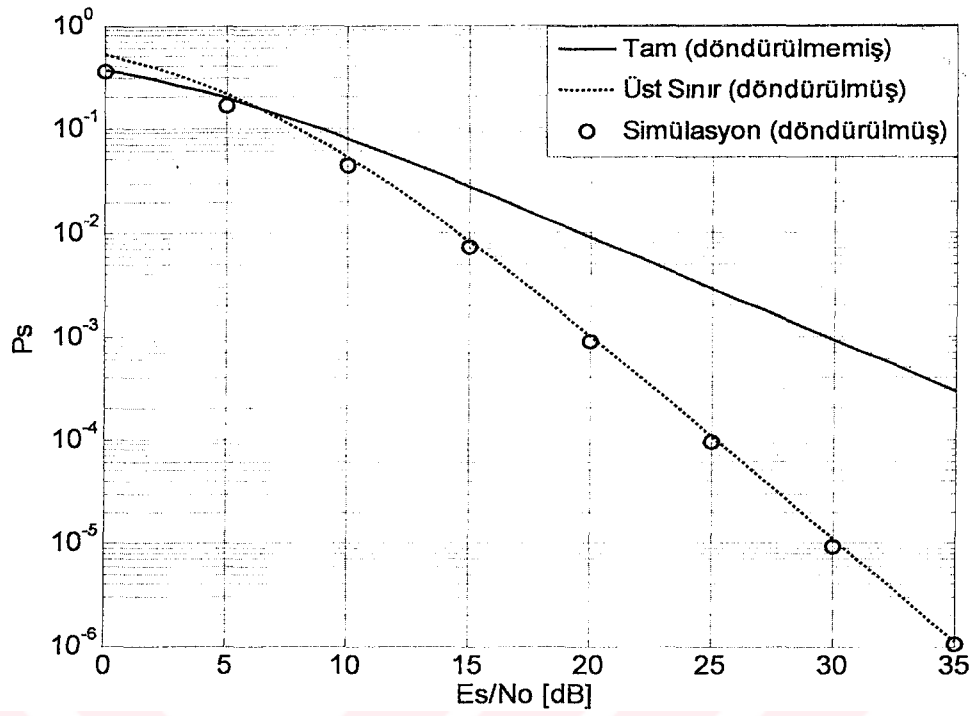


bulunur. $\theta=29.6^\circ$ 'nin bir minimum noktası olup olmadığını anlamak için Denklem 4.21'de, köşeli parantezin içindeki ifadenin ikinci türevi bulunmalıdır:

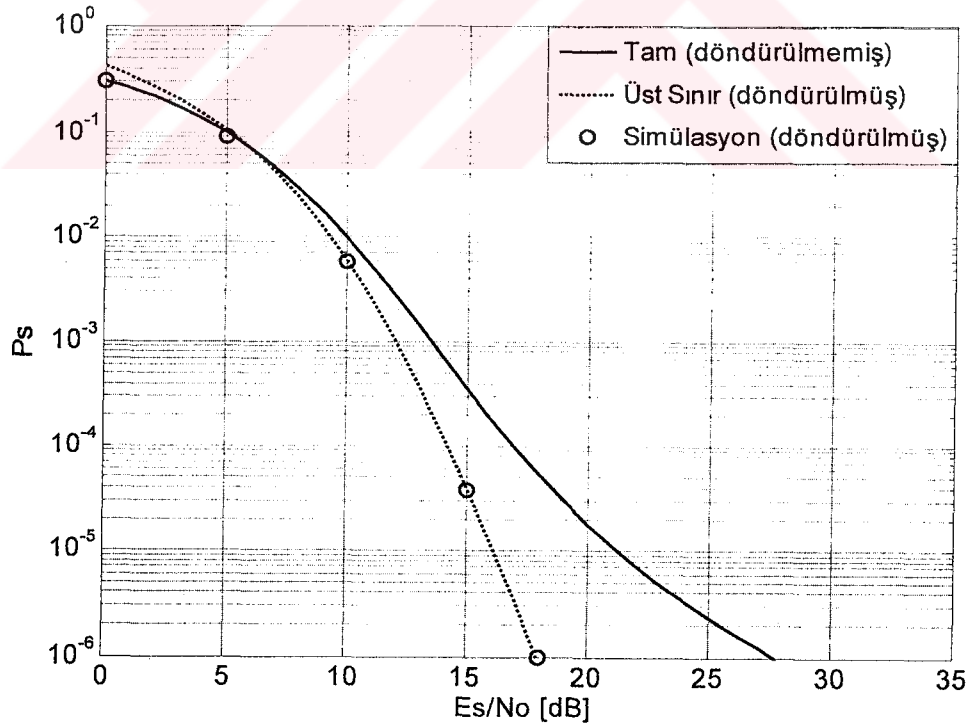
$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \left[\frac{6N_0^2}{E_s^2 \sin^2(2\theta)} + \frac{3N_0^2}{4E_s^2 \cos^2(2\theta)} \right] \\ &= \frac{3N_0^2}{E_s^2} \left[\frac{2}{\cos^2(2\theta)} + \frac{6 \sin^2(2\theta)}{\cos^4(2\theta)} + \frac{16}{\sin^2(2\theta)} + \frac{48 \cos^2(2\theta)}{\sin^4(2\theta)} \right] \end{aligned} \quad (4.24)$$

Denklem 4.24'teki ifade $\theta=29.6^\circ$ için sıfırdan büyüktür. O halde, 4-FKA için optimal döndürme açısı, $\theta=29.6^\circ$ 'dir denilebilir.

Şekil 4.7 ve Şekil 4.8'de Rayleigh ve Ricean sönümlmeli kanallar üzerinde orijinal (döndürülmemiş) 4-FKA ve döndürülmüş 4-FKA hata performansı bakımından karşılaştırılmıştır. Bileşen serpiştirme ile beraber işaret diyagramının 29.6° döndürülmesiyle 4-FKA'da 10^{-3} sembol hata olasılığı için Rayleigh sönümlmeli kanalda yaklaşık 10 dB, Ricean sönümlmeli kanalda ($K=10$) yaklaşık 2.5 dB kazanç sağlanır.

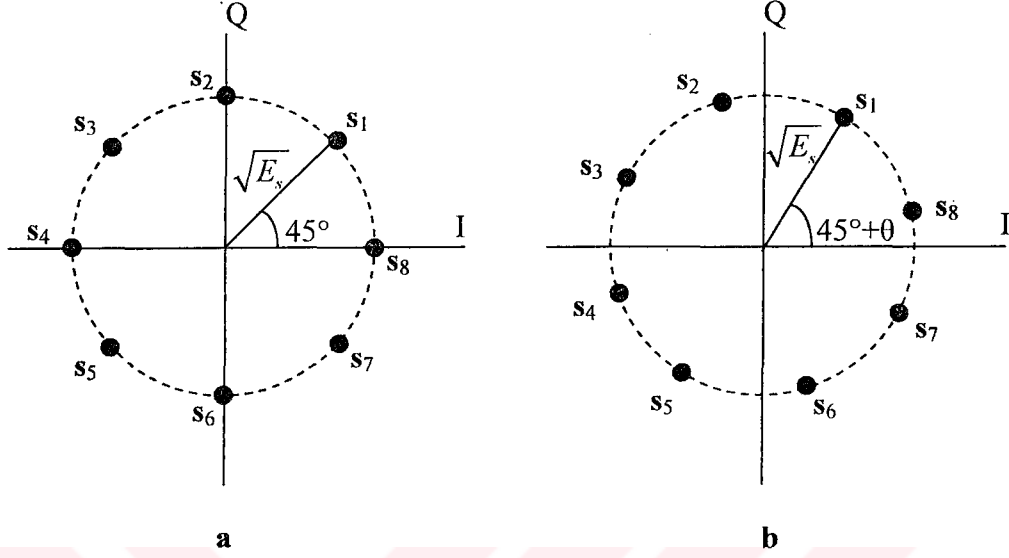


Şekil 4.7 Rayleigh sönümlmeli kanal üzerinde orijinal ve döndürülmüş 4-FKA modülasyonlarının sembol hata olasılıklarının karşılaştırılması.



Şekil 4.8 Ricean sönümlmeli kanal ($K=10$) üzerinde orijinal ve döndürülmüş 4-FKA modülasyonlarının sembol hata olasılıklarının karşılaştırılması.

4.5 8-FKA için Optimal Döndürme Açısı ve Hata Performansı



Şekil 4.9 Orijinal (a) ve döndürülmüş (b) 8-FKA işaret diyagramları.

Döndürülmüş 8-FKA'ya ait her bir çiftsel hata olasılığına ilişkin $\Delta_I \Delta_Q$ çarpımları s_1 sembolü referans alınarak trigonometrik olarak Şekil 4.9.b'den hesaplanırsa

$$\begin{aligned}
 \Delta_I \Delta_Q &= E_s [\cos(45^\circ + \theta) + \sin(\theta)] [\cos(\theta) - \sin(45^\circ + \theta)], & (s_1 \rightarrow s_2) \\
 \Delta_I \Delta_Q &= E_s [\cos(45^\circ + \theta) + \cos(45^\circ - \theta)] [\sin(45^\circ + \theta) - \sin(45^\circ - \theta)], & (s_1 \rightarrow s_3) \\
 \Delta_I \Delta_Q &= E_s [\cos(45^\circ + \theta) + \cos(\theta)] [\sin(45^\circ + \theta) + \sin(\theta)], & (s_1 \rightarrow s_4) \\
 \Delta_I \Delta_Q &= E_s [\cos(45^\circ + \theta) + \sin(45^\circ - \theta)] [\sin(45^\circ + \theta) + \cos(45^\circ - \theta)], & (s_1 \rightarrow s_5) \\
 \Delta_I \Delta_Q &= E_s [\cos(45^\circ + \theta) - \sin(\theta)] [\sin(45^\circ + \theta) + \cos(\theta)], & (s_1 \rightarrow s_6) \\
 \Delta_I \Delta_Q &= E_s [\cos(45^\circ - \theta) - \cos(45^\circ + \theta)] [\sin(45^\circ + \theta) + \sin(45^\circ - \theta)], & (s_1 \rightarrow s_7) \\
 \Delta_I \Delta_Q &= E_s [\cos(\theta) - \cos(45^\circ + \theta)] [\sin(45^\circ + \theta) - \sin(\theta)], & (s_1 \rightarrow s_8)
 \end{aligned}$$

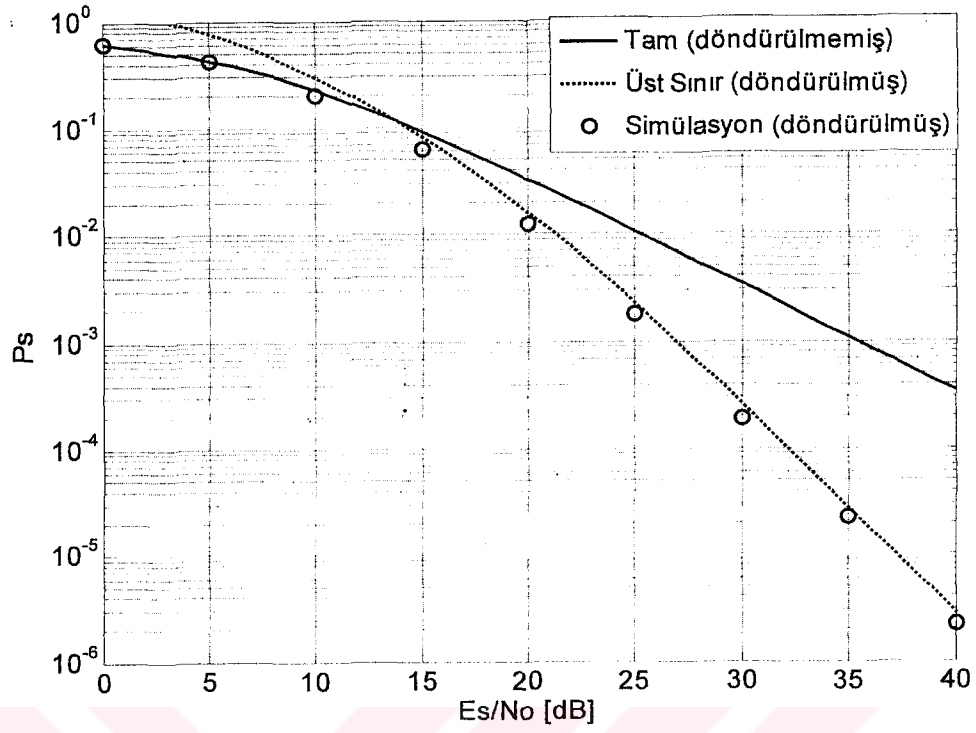
(4.25)

bulunur (Referans olarak hangi nokta alınıralsa alınsın, neticede yukarıdaki yedi denklemin farklı permütasyonları elde edilecektir). Yukarıda bulunan $\Delta_I \Delta_Q$ çarpımları, ayrı ayrı Denklem 4.14'te yerlerine konularak Denklem 4.15 yeniden yazılırsa

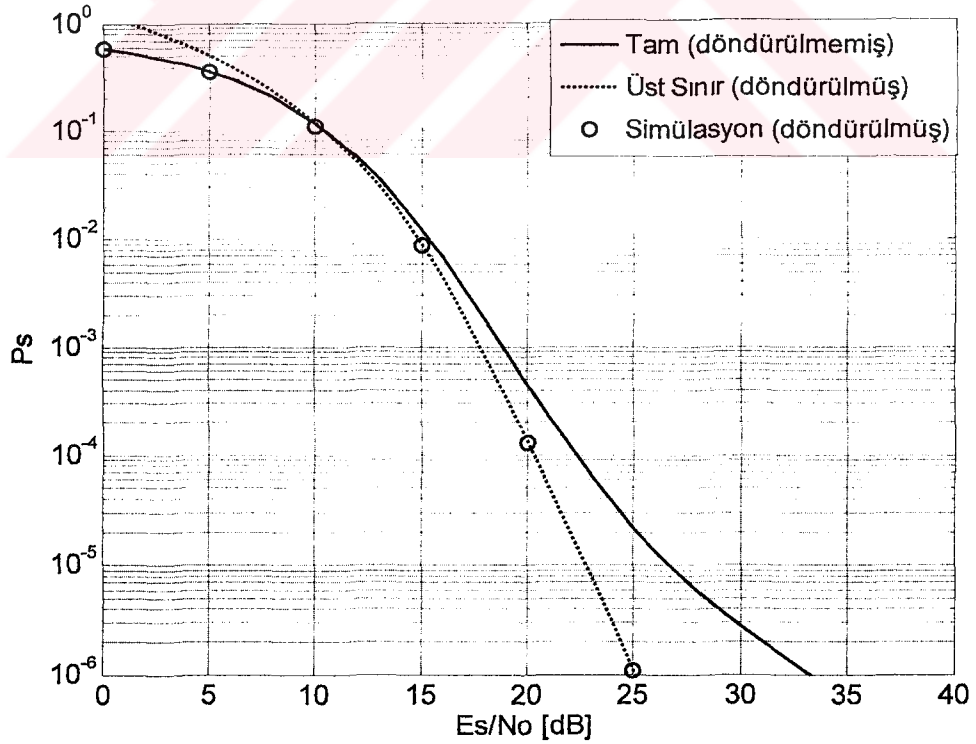
$$P_s \leq \frac{3(K+1)^2 e^{-2K} N_0^2}{E_s^2} \left[\frac{1}{\left[\cos(45^\circ + \theta) + \sin(\theta) \right] \left[\cos(\theta) - \sin(45^\circ + \theta) \right]} + \dots \right] \quad (4.26)$$

bulunur. Bu ifadeyi minimum yapan θ açısını bulmak için, ilk olarak büyük köşeli parantezin içindeki ifadenin θ 'ya göre türevi alınıp sıfıra eşitlenerek çözülmelidir. Daha sonra, elde edilen θ açısının optimal olup olmadığını anlamak için birinci türevi alınan ifadenin bir kere daha türevi alınır ve çıkan ifadede θ yerine koyulur. Elde edilen ifadenin sıfırdan büyük olup olmadığı kontrol edilir (Elde edilen ifade sıfırdan büyükse, bulunan θ değeri bir minimum noktasıdır). Birinci adım MATLAB programında "int" komutu kullanılarak gerçekleştirilirse, $\theta=8.1^\circ$ elde edilir. $\theta=8.1^\circ$ 'nin bir minimum noktası olup olmadığını anlamak için, ikinci adım yine MATLAB programı kullanılarak gerçekleştirilirse, elde edilen ifadenin sıfırdan büyük olduğu görülür. O halde, 8-FKA için optimal döndürme açısı, $\theta=8.1^\circ$ 'dir denilebilir.

Şekil 4.10 ve Şekil 4.11'de Rayleigh ve Ricean sönümlemeli kanallar üzerinde orijinal (döndürülmemiş) 8-FKA ve döndürülmüş 8-FKA hata performansı bakımından karşılaştırılmıştır. Bileşen serpiştirme ile beraber işaret diyagramının 8.1° döndürülmesiyle 8-FKA'da 10^{-3} sembol hata olasılığı için Rayleigh sönümlemeli kanalda yaklaşık 8 dB, Ricean sönümlemeli kanalda ($K=10$) yaklaşık 1.5 dB kazanç sağlanır.



Şekil 4.10 Rayleigh sönümlmeli kanal üzerinde orijinal ve döndürülmüş 8-FKA modülasyonlarının sembol hata olasılıklarının karşılaştırılması.

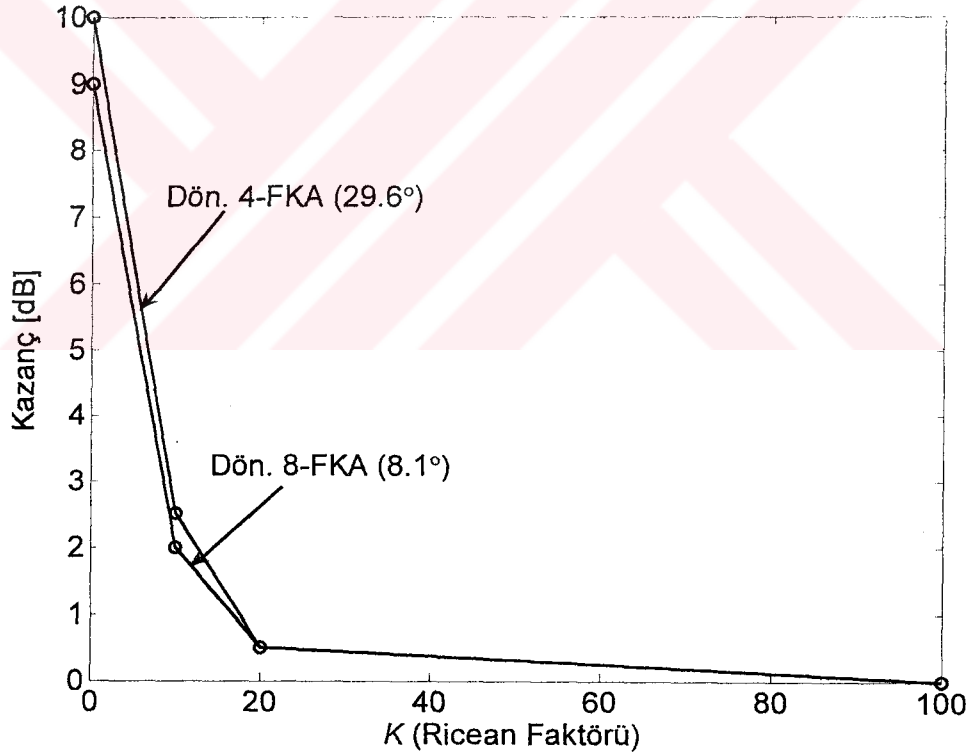


Şekil 4.11 Ricean sönümlmeli kanal ($K=10$) üzerinde orijinal ve döndürülmüş 8-FKA modülasyonlarının sembol hata olasılıklarının karşılaştırılması.

4.6 Döndürme ile Elde Edilen Kazancın K ile Değişimi

Şekil 4.12’de, Ricean sönümlemeli kanal üzerinde döndürülmüş 4-FKA (Dön. 4-FKA) ve döndürülmüş 8-FKA (Dön. 8-FKA) için 10^{-3} sembol hata olasılığında, bileşen serpiştirme ile beraber döndürmenin sağladığı işaret-gürültü oranı kazancının K (Ricean faktörü) ile değişimi görülmektedir [ÖZY05b]. Şekil 4.12’den görüldüğü gibi, K arttıkça döndürmenin sağladığı kazanç azalmaktadır ve K sonsuza giderken, döndürme işlemi sistemin sönümlemesiz BEGGEK kanallar üzerindeki performansında herhangi bir iyileştirme veya kötüleştirmeye neden olmamaktadır.

Şekil 4.12’den görüldüğü gibi, sabit bir K değeri için FKA modülasyonunun modülasyon düzeyi arttıkça döndürme ile elde edilen kazanç azalmaktadır.



Şekil 4.12 4-FKA ve 8-FKA için Ricean sönümlemeli kanal üzerinde 10^{-3} sembol hata olasılığında, bileşen serpiştirme ile beraber döndürmenin sağladığı kazancın K (Ricean faktörü) ile değişimi.

5. SONUÇLAR

5.1 Tezde Elde Edilen Sonuçlar

Bu çalışmada, bileşen serpiştirme ile beraber işaret diyagramı uygun bir açı ile döndürülerek FKA modülasyonunun çeşitleme düzeyinin artırılabilceği, dolayısıyla hata performansının iyileştirilebileceği gösterilmiştir. Yüksek işaret-gürültü oranlarında optimal döndürme açıları, Ricean sönümlemeli kanallar üzerinde M -FKA ($M=2, 4$ ve 8) için bulunmuştur. Sonuçlardan görüldüğü gibi optimal döndürme açısı, K (Ricean faktörü) ile değişmemektedir. Bununla birlikte, yüksek sönümlemeli kanallar için (düşük K değerleri için) işaret diyagramının döndürülmesi daha yüksek kazançlar sağlamaktadır. K 'nın sonsuza gitmesi durumunda ise (sönümlemesiz BEGGEK kanal) işaret diyagramının döndürülmesi sistemin hata performansını etkilememektedir. Denklem 4.14 ile verilen çiftsel hata olasılığı aynı zamanda döndürülmüş 2-FKA'nın hata olasılığına eşittir. 2-FKA işaret diyagramında sadece iki nokta bulunduğu için optimal döndürme açısı, iletilen işaretin gücünün I ve Q bileşenlerine eşit şekilde paylaşımını sağlayacak şekilde 45° olmalıdır. Dolayısıyla, Denklem 4.14'teki çiftsel hata olasılığı elde edilirken yaklaşıklık yapılmasına rağmen, sonucun $\Delta_I \Delta_Q$ çarpımına bağımlı çıkması (yani döndürme açısının K 'dan bağımsız olması), 2-FKA işaret diyagramı düşünüldüğü zaman beklenen bir durumdur.

M -FKA için optimal döndürme açıları bulunurken, sembol hata olasılığının bir üst sınırı minimum yapılmıştır. Elde edilen hata eğrilerinden görüldüğü gibi, bu üst sınır sembol hata olasılığı için çok sıkı bir üst sınırdır. Dolayısıyla, bu üst sınır ifadesini minimum yapan döndürme açıları için optimal döndürme açılarıdır denilebilir.

Ayrıca, sabit bir K değeri için modülasyon düzeyi ile döndürmeyle sağlanan kazancın ters orantılı olduğu gösterilmiştir.

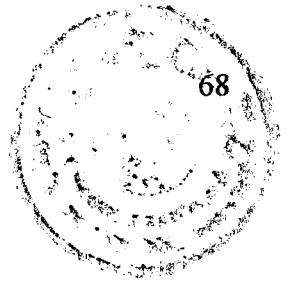
5.2 Gelecekte Yapılabilecek Çalışmalar

Bu çalışmanın devamı olarak, daha yüksek düzeyli ($M > 8$) FKA modülasyonu ve DÖGM için optimal döndürme açıları bulunabilir. Ayrıca işaret diyagramı döndürülmüş sistemi kanal kodlaması ile beraber kullanarak ya da kafes kodlamalı modülasyonla birleştirerek sistemin hata performansı daha ileri düzeyde iyileştirilebilir. Kodlamalı sistemlerin Ricean sönümlmeli kanaldaki optimal döndürme açıları bulunabilir. Ayrıca, serpiştirme derinliğinin döndürme ile elde edilen kazanç üzerindeki etkisi de incelenebilir.



KAYNAKLAR

- [ABR70] Abramowitz M., Stegun I. A., Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs and Mathematical Tables, 9. Baskı, Dover, 1970.
- [BOU98] Boutros J., Viterbo E., "Signal Space Diversity: A power and bandwidth efficient diversity technique for the Rayleigh fading channel", IEEE Transactions on Information Theory, vol. 44, no. 4, pp. 1453-1467, July 1998.
- [GOL05] Goldsmith A., Wireless Communications, Cambridge University Press, 2005.
- [INT01] www.intel.com/education web sitesi, 2001.
- [KAY00] Kayran A. H., Panayırıcı E., Aygölü Ü., Sayısal Haberleşme, Birsen Yayınevi, 2000.
- [ÖZY05a] Özyurt S., Kucur O., Altunbaş İ., "İşaret Diyagramı Döndürülmüş Faz Kaydırmalı Anahtarlama Modülasyonunun Ricean Sönümlmeli Kanallardaki Başarımı", IEEE Sinyal İşleme ve İletişim Uygulamaları (SİU) 2005 Kurultayı, Kayseri, Mayıs 2005.
- [ÖZY05b] Özyurt S., Kucur O., Altunbaş İ., "Performance of Rotated Phase Shift Keying Modulation over Ricean Fading Channels", IEEE International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS) 2005, Siena, September 2005.
- [PRA02] Prabhu G. S., Shankar P. M., "Simulation of Flat Fading Using Matlab for Classroom Instruction", IEEE Transactions on Education, vol. 45, no. 2, pp. 19-25, February 2002.
- [PRO01] Proakis J. G., Digital Communications, McGraw-Hill, 2001.
- [RAP02] Rappaport T. S., Wireless Communications, 2. Baskı, Prentice Hall, 2002.
- [SIM00] Simon M. K., Alouini M. S., Digital Communications over Generalized Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis, Wiley, 2000.
- [SLI98] Slimane S. B., "An Improved PSK Scheme for Fading Channels", IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 47, no. 2, May 1998.
- [TAR96] Taricco G., Viterbo E., "Performance of Component Interleaved Signal Sets for Fading Channels", IEE Electronics Letters, vol. 32, no. 13, pp. 1170-1172, October 1996.



ÖZGEÇMİŞ

Serdar Özyurt, 13 Eylül 1980 tarihinde Ankara'da doğdu. İlköğrenimini Kartal Yavuz Selim İlköğretim Okulu'nda tamamladıktan sonra Bostancı Hayrullah Kefoğlu Lisesi'ni bitirdi. 1997 yılında Sakarya Üniversitesi Müh. Fak. Elektrik-Elektronik Müh. Bölümü'nde lisans eğitimine başladı. Netaş A.Ş.'de 2001 yılında staj yaptı. Sakarya Üniversitesi Müh. Fak. Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü'nden Haziran 2001 tarihinde mezun oldu. Halen Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Elektronik Mühendisliği Bölümü'nde yüksek lisans eğitimine devam etmektedir.



EKLER

Ek 1. Denklem 4.12'deki İntegralin İçindeki Fonksiyonun N_0 'a Göre Sıfır Civarında Taylor Serisi Açılımı

Denklem 4.12'de; $\frac{\Delta_I^2}{4(K+1)\sin^2(\Phi)} = a$ ve $\frac{\Delta_Q^2}{4(K+1)\sin^2(\Phi)} = b$ şeklinde tanımlanırsa, çiftsel hata olasılığı aşağıdaki hali alır:

$$P(s \rightarrow \hat{s}) = \frac{e^{-2K}}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp\left[\frac{K}{aN_0^{-1}+1}\right] \frac{1}{aN_0^{-1}+1} \exp\left[\frac{K}{bN_0^{-1}+1}\right] \frac{1}{bN_0^{-1}+1} d\Phi \quad (E1)$$

İntegralin içindeki fonksiyon, N_0 'a göre sıfır civarında Taylor serisine açılacaktır. Bu fonksiyon $f(N_0)$ ile gösterilirse

$$f(N_0) = \exp\left[\frac{K}{aN_0^{-1}+1}\right] \frac{1}{aN_0^{-1}+1} \exp\left[\frac{K}{bN_0^{-1}+1}\right] \frac{1}{bN_0^{-1}+1} \quad (E2)$$

$$P(s \rightarrow \hat{s}) = \frac{e^{-2K}}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(N_0) d\Phi \quad (E3)$$

yazılabilir.

Bir $f(x)$ fonksiyonunun sıfır civarında Taylor serisi açılımı aşağıdaki gibi ifade edilebilir [ABR70]:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(0)}{n!} x^n \quad (E4)$$

$f(N_0)$ fonksiyonunun seriye açılımında, yüksek işaret-gürültü oranları için N_0^n 'li terimlerden $n \geq 3$ olanlar ihmal edilebilir ($N_0^3, N_0^4, \dots \approx 0$). O halde, $f(N_0)$ fonksiyonunun sıfır civarında Taylor serisi açılımı aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$f(N_0) \approx \sum_{n=0}^2 \frac{f^{(n)}(0)}{n!} N_0^n \quad (E5)$$



$$f_1(N_0) = \exp\left[\frac{K}{aN_0^{-1}+1}\right] \frac{1}{aN_0^{-1}+1} \text{ ve } f_2(N_0) = \exp\left[\frac{K}{bN_0^{-1}+1}\right] \frac{1}{bN_0^{-1}+1}$$

üzere, $f(N_0) = f_1(N_0)f_2(N_0)$ şeklinde tanımlanırsa;

$$f(N_0) \approx f_1(0)f_2(0) + [f_1'(0)f_2(0) + f_1(0)f_2'(0)]N_0 + \left[f_1''(0)f_2(0) + 2f_1'(0)f_2'(0) + f_1(0)f_2''(0)\right] \frac{N_0^2}{2} \quad (E6)$$

yazılabilir.

Denklem E6'daki terimlerin değerlerini hesaplayabilmek için öncelikle $f_1'(N_0)$, $f_2'(N_0)$, $f_1''(N_0)$ ve $f_2''(N_0)$ bulunmalıdır.

Birinci türev ifadeleri aşağıdaki gibidir:

$$f_1'(N_0) = \exp\left[\frac{K}{aN_0^{-1}+1}\right] \frac{aKN_0^{-2}}{(aN_0^{-1}+1)^3} + \exp\left[\frac{K}{aN_0^{-1}+1}\right] \frac{aN_0^{-2}}{(aN_0^{-1}+1)^2} \quad (E7)$$

$$f_2'(N_0) = \exp\left[\frac{K}{bN_0^{-1}+1}\right] \frac{bKN_0^{-2}}{(bN_0^{-1}+1)^3} + \exp\left[\frac{K}{bN_0^{-1}+1}\right] \frac{bN_0^{-2}}{(bN_0^{-1}+1)^2} \quad (E8)$$

Yukarıdaki ifadelerin birer kere daha türevi alınarak ikinci türev ifadeleri elde edilir:

$$f_1''(N_0) = \exp\left[\frac{K}{aN_0^{-1}+1}\right] \frac{a^2K^2N_0^{-4}}{(aN_0^{-1}+1)^5} - \exp\left[\frac{K}{aN_0^{-1}+1}\right] \frac{2aKN_0^{-3}}{(aN_0^{-1}+1)^3} + \exp\left[\frac{K}{aN_0^{-1}+1}\right] \frac{4a^2KN_0^{-4}}{(aN_0^{-1}+1)^4} - \exp\left[\frac{K}{aN_0^{-1}+1}\right] \frac{2aN_0^{-3}}{(aN_0^{-1}+1)^2} + \exp\left[\frac{K}{aN_0^{-1}+1}\right] \frac{2a^2N_0^{-4}}{(aN_0^{-1}+1)^3} \quad (E9)$$

