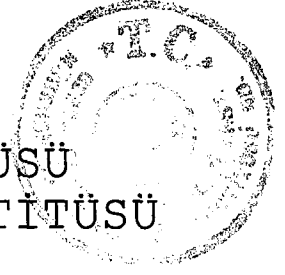


T.C.
GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ



77768

**SONLU KALINLIKLI SONSUZ UZUN
MÜKEMMEL İLETKEN SİLİNDİRİK
CİSİMLERDEN SKALER DALGA SAÇILMASI**

77768

Ahmet Serdar Türk
YÜKSEK LİSANS TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

Tez Danışmanları
Doç.Dr. Yury A. TUCHKIN
Yrd.Doç.Dr. Ertuğrul KARAÇUHA

Gebze
Şubat 1998



Bu tez çalışması, G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 04.02.1998 tarih ve 98/4... sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından Elektronik Müh. Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS Tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

Alkan

ÜYE : Yrd.Doç.Dr. Ertuğrul Karaçuha
(Tez Danışmanı) Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü
Mühendislik Fak. Elektronik Müh. Blm

Ali

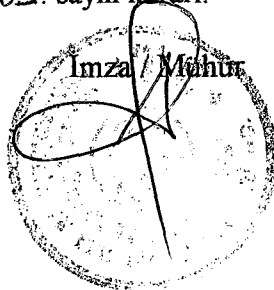
ÜYE : Doç.Dr. Ali Alkumru
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü
Mühendislik Fak. Elektronik Müh. Blm.

ÜYE : Doç.Dr. Filiz Birbir
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü
Fen Fak.. Matematik Blm.

İmza

ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
11/02/1998...tarih ve 98/05. sayılı kararı.



ÖZET

Sonlu sayıda, sonsuz uzun, homojen ve mükemmel iletken silindirik yüzeylerin oluşturduğu engellerden dalga saçılımı problemini çözmede analitik regularizasyon metodu uygulanacaktır. Analitik regularizasyon metodu prosedürüne karşı gelen başlangıçtaki elektromagnetik sınır değer problemi ikinci tip sonsuz cebrik sisteme indirgenebilir. Bu sistem karesi toplanabilir dizilerin oluşturduğu l_2 uzayındaki bir denklem ifadesi şeklinde düşünülebilir.ve aşağıdaki şekilde yazılabilir:

$$(I+H) x = b$$

Burada ; x = Bilinmeyen vektör sütunu ($x \in l_2$)

b = Verilen vektör sütunu ($b \in l_2$)

$H = l_2'$ 'de tanımlı operatör

Bu çeşit bir denklem numerik modelleme için güvenilir bir başlangıç noktasıdır.

Tez planına göre yapılacak araştırma süresince aşağıdaki problemler dikkate alınmıştır:

1.Yukarıda belirtilen analitik prosedür için numerik algoritmaların teşkili ve bunlara ait programların yazılımı.

2.Yukarıda bahsedilen sonlu kalınlıklı ve değişik şekildeki silindirik engellerin oluşturduğu sonlu sayıdaki ızgara biçimli yüzeylerin fiziksel ve numerik açıdan incelenmesi.

3.Problemdaki parametrelerin fonksiyonu olarak yazılabilen ızgaradan saçılım karakteristiklerinin temel ifadelerinin analizi ve bulunması.

ABSTRACT

The Analytical Regularization Method is going to be applied to the diffraction problem for finite system of cylindrical perfectly conductive and homogeneous in longitudinal direction obstacles. The initial electromagnetic boundary value problem by means of correspondent analytical regularization procedure can be reduced to the infinite algebraic system of the second kind. This system can be considered as an equation in the space l_2 of square sumable sequences and it has the following form,

$$(I+H)x = b \quad ; \quad x, b \in l_2$$

with compact in l_2 operator H , where x and b are respectively unknown and given vector columns. As it is well-known, equation of this kind is a reliable initial point for numerical modeling.

During the planning investigation, the following are to be considered:

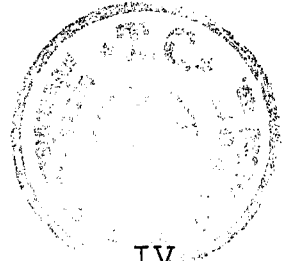
1. Constructing of numerical algorithms and their programming code implementation for the analytical procedure described above.
2. Numerical and physical investigation of finite element gratings, formed by above mentioned cylindrical obstacles of different shapes and finite thickness.
3. The analysis and founding out the main characteristic of grating scattering properties as function of problem parameters.

TEŞEKKÜR

Tez çalışması esnasında gerekli ilgi ve desteği esirgemeyen değerli hocamız sayın Yrd.Doç.Dr. Yury A. Tuchkin'e, aynı ilgi ve alakayı göstererek işimin hafiflemesinde büyük rol sahibi olan kıymetli hocam sayın Yrd.Doç.Dr. Ertuğrul Karaçuha'ya, çalışmalarımı huzurlu bir şekilde gerçekleştirebileceğim nadide yerlerden biri olan Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü'ne, tez çalışması süresince birçok konuda desteğini aldığım tüm mesai arkadaşlarıma, özellikle Araş.Gör. Fatih Dikmen'e ve başta ailem olmak üzere üzerimde emeği geçen herkese teşekkürü borç bilirim.

Ahmet Serdar Türk

İÇİNDEKİLER



ÖZET	IV
ABSTRACT	V
TEŞEKKÜR	VI
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	VII
1. GİRİŞ	1
1.1.Konu ve Önemi	1
1.2.Tezin Amacı Ve İçeriği	2
1.2.1. Analitik Regularizasyon Metoduna Giriş	2
1.2.2. Analitik Regularizasyon Metoduyla Birinci Türden Denklem Operatörünün Regularizasyonu	5
1.2.3. Birinci ve İkinci Türden Denklemlerin Sayısal Kesme Yöntemi Bakımından Karşılaştırılması (Tablo)	6
1.3.Kullanılan Notasyon	7
2.PROBLEMİN FORMÜLASYONU VE ÇÖZÜMÜ	8
2.1. Açık Bölge İçin Green Özdeşliği	8
2.1.1. Genelleştirilmiş İkinci Green Teoremi	8
2.1.2.Helmholtz Denkleminin Temel Çözümü ve Açık Bölge için Üçüncü Green Formülü, Sommerfeld Radyasyon Koşulu	9

2.1.3. Homojen Helmholtz Denkleminin Çözümünün Analitik Devamı: Sobolev Teoremi	13
2.2. Dirichlet Problemi, Saçılan Alanın İntegral İfadesi	18
3. İNTEGRAL DENKLEMİN ÇÖZÜMÜ	25
3.1. Dirichlet Saçılma Problemi İntegral Denkleminin Silindirik Koordinatlarda Dönüşümü	25
3.2. $G_D(kR(\theta, \tau))$ Fonksiyonunun Lokal Tekilliklerinin Açılımı	27
3.3. İntegral Denkleminin Cebrik Sisteme İndirgenmesi	29
3.4. Cebrik Sistemin Çözümünün kullanıldığı Temel İfadelerin Formülasyonu ve Numerik Sonuçlar	34
4. SONUÇLAR	36
KAYNAKLAR	60
ÖZGEÇMİŞ	63

1. GİRİŞ

1.1. Konu ve Önemi

Farklı fiziksel ve geometrik özelliklere sahip cisimlerden elektromagnetik dalgaların kırınımı problemi, yıllardır, gerek pratik uygulamalar gerekse teorik bakımdan son derece ilgi çekici ve önemli bir konu olmuştur.

Bu tip problemlerin çözümünde, özellikle de karmaşık ve rezonansların söz konusu olabileceği yapılar için, oldukça büyük zorluklar söz konusu olabilmektedir. Çünkü "Moment Metodu" veya "Sonlu Fark Metodu" gibi uygulamalarda direkt olarak kullanılan teknikler kırınım problemini birinci türden cebrik sisteme indirgerler. Ancak bilindiği gibi bu tür cebrik çözüm sisteminin bazı sorunları vardır. Bunlardan en önemlisi sistemin hal sayısının* hızlı artışı dolayısıyla prosedürde oluşan kararsızlıktır (bkz 2).

Buna karşın alternatif yol, problemi ikinci türden cebrik sisteme indirgemektir. Bu durumda elde edilecek eşitlik $(I+H)x = b$ şeklinde olacaktır. Burada I birim matris, x ve b bel2 'dir. H ise yine bu uzayda tanımlı kompakt bir operatördür.

Tezde "Analitik Regularizasyon Metodu" na ilişkin bir algoritma kullanılacaktır. Ayrıca bu metodun nümerik teknikleri ve değişik şekildeki cisimlere uygulanması sonucunda elde edilen sayısal sonuçlar da verilecektir. Bu sayede avantajlarının da uygulamalı olarak görülebilmesine imkan sağlanacaktır.

* Bir matrisin hal sayısı(condition number) matrisin ve tersinin normlarının çarpımı şeklinde tanımlanır.

1.2 Tezin Amacı ve İçeriği

1.2.1 Analitik Regularizasyon Metoduna Giriş

Bölüm 1.1'de bahsedildiği üzere kanonik veya daha karışık yapıda çeşitli cisimlerden elektromagnetik dalga kırınımı ve bu elektromagnetik yapıların numerik modellenmesi modern elektromagnetik teoride büyük bir öneme sahiptir. Çözüm olarak genelde kullanılan ve yukarıda adı geçen metodların denklemi birinci türden cebrik sisteme indirgemesi ($Ax = b$ biçiminde) bu türün bahsedilen kararsızlığı dolayısıyla dielektrik sirkular tüp ve iç süreksizliği bulunan düzlemsel dalga kılavuzu gibi basit kanonik yapıların bile çözümünü çok zor kılmakta ve de ekstra karmaşık işlemlere ihtiyaç duyulmaktadır (bkz 1,2,3). Bu nedenle çalışmamızda Analitik Regularizasyon metodu kullanılacaktır.

Analitik Regularizasyon metodu genel olarak numerik-analitik yapıdadır ve ele alınan kırınım problemini, matematiksel açıdan orjinal sınır değer problemine eş olan, ikinci türden fonksiyonel denkleme indirger. Bu da metodun, sistemin boyutu sonsuza giderken, kesilerek sonlu boyutlu duruma getirilmiş ve sınırlı hal sayısına sahip bir cebrik sistem dizisi oluşturması anlamına gelir. Bu durum yalnızca kesilerek sonlu boyutlu yapılan bu çözüm sisteminin sınır değer probleminin çözümünü veren sonsuz boyutlu sisteme yakınsamasını garanti etmekle kalmaz, herhangi büyük boyutta kesilmiş cebrik sistemin numerik kararlılığını da garanti eder. Sonuç olarak prensipte kırınım sınır değer problemi istenilen herhangi bir doğrulukta çözülebilir. Pratikte ise tek sınır kullanılan bilgisayarın teknik özelliklerine bağlıdır. Analitik regularizasyon metodunun bir diğer

avantajı da diğerlerinin aksine pratik uygulamalarda ekstra doğrulama işlemine ihtiyaç duymamasıdır.

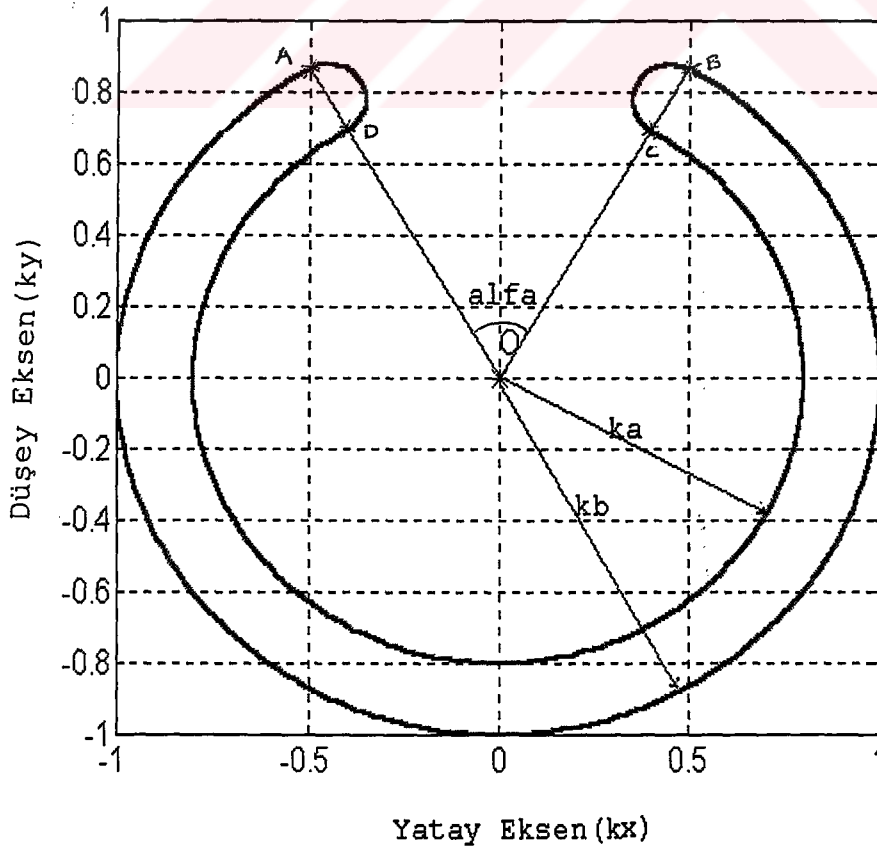


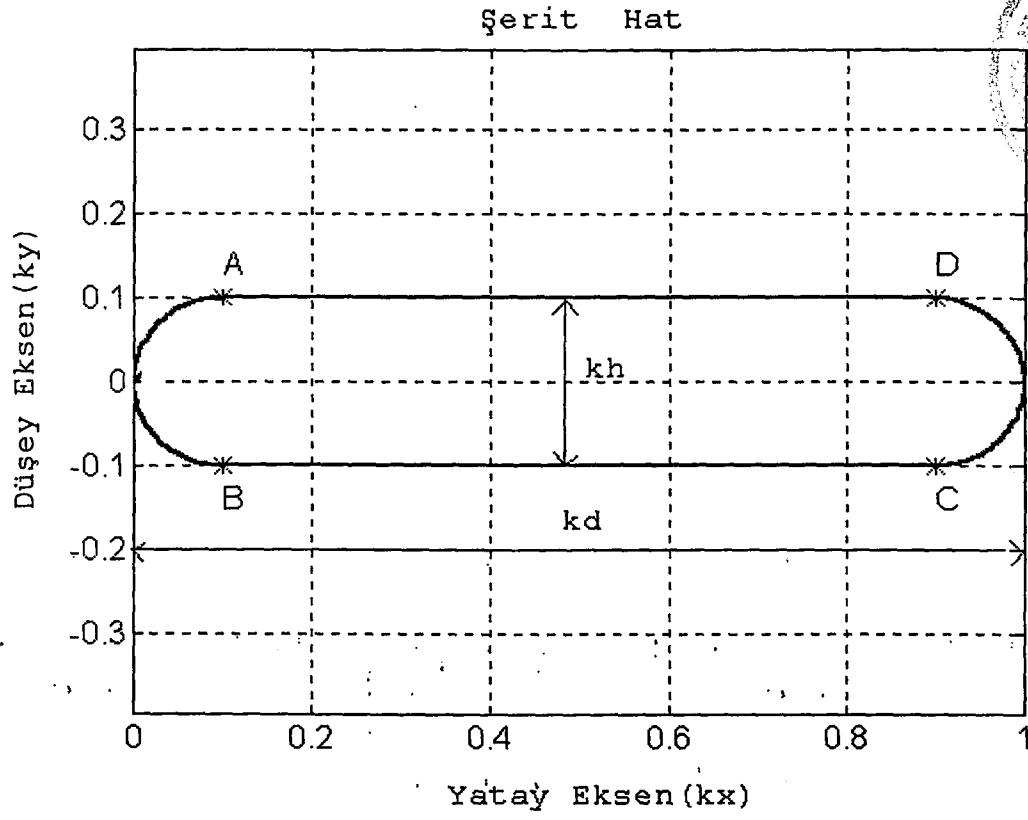
Analitik regularizasyon metodu kaynaklar dizininde bulunan bazı makalelerde de kullanılmıştır. Örneğin; birtakım sonsuz ince ve mükemmel iletken silindirik yüzeylerden kırınım (bkz 11) ele alınmıştır (Burada kapalı ve düzgün silindir yüzeyinden saçılma da 12 no'lu kaynakta incelenmiştir).

Tezin numerik uygulamaları esnasında yine bu tip yüzeyler dikkate alınacak ve bunlardan E-polarizasyonlu dalga saçılması neticesinde elde edilen akım dağılımı, uzak alan, yakın alan, radar cross-section, total cross-section değerleri grafik olarak verilecektir. İncelenecek yapılar Şekil 1,2,3 'de görülmektedir (Bu şekillerde eksenlerin boyutu dalga sayısı ile normalize edilmiştir).

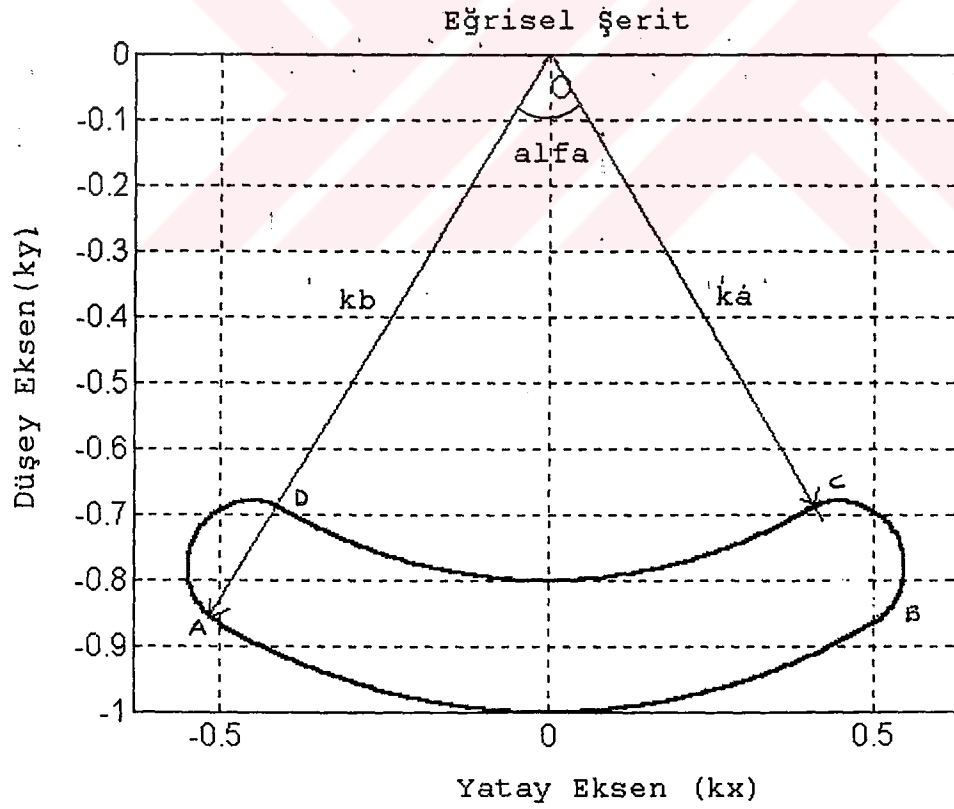
Şekil 1.1

Boşluk Rezonatörü





Şekil 1.2



Şekil 1.3

1.2.2 Analitik Regularizasyon Metoduyla
Birinci Türden Denklem Operatörünün
Regularizasyonu

B, B_1, B_2 üç Hilbert uzayı ve A, L_0, R_0 bu uzaylarda tanımlı operatörler olsun. Uzaylar üzerinde operatörler için aşağıdaki bağıntılar geçerli olsun:

$$- A: B_1 \rightarrow B_2;$$

$$- L_0: B_2 \rightarrow B ;$$

$$- R_0: B \rightarrow B_1;$$

Ayrıca L_0, R_0 operatörlerinin tersi $L_0^{-1} R_0^{-1}$ sınırlı operatörleri de mevcut olsun.

$$\text{Eğer,} \quad L_0 A R_0 = I + H; \quad (H: B \rightarrow B) \quad (1.1)$$

yazılabiliyorsa, (L_0, R_0) operatör çifti **iki-yanlı regülerleştirici** olarak tanımlanır. Burada H, B uzayında kompakt bir operatördür.

Birinci türden fonksiyonel denklemi dikkate alalım:

$$A x = b \quad ; \text{Burada} \quad x \in B_1, b \in B_2 \quad (1.2)$$

R_0^{-1} sınırlı bir operatör olduğuna göre herhangi $x \in B_1$, $y = R_0^{-1} x \in B$ olacak biçimde $x = R_0 y \in B$ şeklinde yazılabilir. Bu ifade yukarıda yerine yazılıp her iki tarafa L_0 uygulanırsa, ikinci türden olan şu denklem elde edilir:

$$(I + H) y = L_0 b ; \quad (y \in B, L_0 b \in B) \quad (1.3)$$

Kırınım teorisinde kullanılan analitik regülerizasyon metodu, kırınım problemine ilişkin fiziksel anlamını kesin olarak yansıtan, sınır değeri

probleminin iki yanlı regülerleştiricisinin (L_0, R_0 çifti) analitik olarak yapılandırılması tekniğidir.

1.2.3. Birinci ve İkinci Türden Denklemlerin Sayısal Kesme Yöntemi Bakımından Karşılaştırılması

Tablo 1.1

SORULAR (N:sistemin boyutu, v_N : hal sayısı)	Birinci Türden Sistemler $Ax = b$ (x: sistemin gerçek x_N : N boyutlu	İkinci Türden Sistemler $(I+H)x = b$ çözümü, sistemin çözümü)
$\lim_{N \rightarrow \infty} x_N \rightarrow x$?	Genelde HAYIR (EVET varsayılıarak 2. Soru sorulur)	EVET
$\lim_{N \rightarrow \infty} v_N \leq \text{sabit}$?	$v_\infty = A \cdot A^{-1} $ HAYIR	$v_\infty = (I+H) \cdot (I+H)^{-1} $ EVET

Burada birinci türden cebrik sistem $A_N x^N = b$ şeklinde ele alınırsa bu sistemin hal sayısı tanımdan;

$$v_N = \|A_N\|_2 \cdot \|A_N^{-1}\|_2 \quad (1.4)$$

şeklinde yazılır. Burada $\| \cdot \|_2$ olarak gösterilen norm operatörü N-boyutlu uzaydaki vektörlerin öklid metriği tarafından oluşturulur.

Birinci türden sistem $N \rightarrow \infty$ için $\|A_N\|_2 \rightarrow \infty$ veya $\|A_N^{-1}\|_2 \rightarrow \infty$ şeklinde ifade edilir. A veya A^{-1} operatörü l_2 vektör normu uzayında oluşturulan operatör normunda sınırsızdır (Burada l_2 karesi toplanabilir dizilerin Hilbert uzayıdır). Dolayısıyla $N \rightarrow \infty$ için $V_N \rightarrow \infty$ olacaktır.

Şimdi de alternatif sistem (ikinci tür) dikkate alınsın. Bir sınır değer probleminin l_2 uzayında $(I+H)x=b$ formundaki sonsuz cebrik sisteme eşdeğer olarak indirgendiğini varsayalım. Burada H l_2 'de tanımlı kompakt operatördür. Kırınım sınır değer problemi tek bir çözüme haizdir. Bu durumda eşdeğerlik dolayısıyla l_2 'de sınırlı $(I+H)^{-1}$ operatörünün mevcudiyeti sözkonusudur. Dolayısıyla $N \rightarrow \infty$ için;

$$V_N = \|I+H\|_{12} \cdot \|(I+H)^{-1}\|_{12} < \infty \quad (1.5)$$

olarak gösterilebilir. Daha önceki gibi kesilmiş sistem $(I+H_N)x^N = b^N$ gözönüne alınır ve H 'ın kompakt olduğu düşünülürse $N \rightarrow \infty$ için $\|H-H_N\|_{12} \rightarrow 0$ sağlayacak H_N seçilebilir. Bu ifade (1.5)'e uyarlanırsa;

$$V_N = \|I+H_N\|_{12} \cdot \|(I+H_N)^{-1}\|_{12} \rightarrow V^\infty \quad ; N \rightarrow \infty \quad (1.6)$$

elde edilir. Dolayısıyla görüldüğü üzere V_N yeterince büyük N için sonlu bir değere yakınsamaktadır.

1.3 Kullanılan Notasyon

Bu tezde kullanılan notasyonlar, genelde yaygın biçimde kullanılan standart notasyonlardır.

2.PROBLEMİN FORMÜLASYONU VE ÇÖZÜMÜ



2.1. Açık Bölge İçin Green Özdeşliği

2.1.1. Genelleştirilmiş İkinci Green Teoremi

p , üç boyutlu uzay R^3 'de herhangi bir noktaya ilişkin vektör, $u(p)$, $v(p)$, $f(p)$ skaler ve $A(p)$, $B(p)$ vektörel büyüklükleri göstermek üzere^(*), $\text{div.grad}=\Delta$ ve $\text{div}(fA)=f.\text{div}A+(A,\text{grad } f)$ ^(**) olduğu da dikkate alınarak ,

$$\text{div}\{v.\text{grad } u-u.\text{grad } v+u.v.B\} = v\{\Delta u+(B,\text{grad } u)+c.u\} - u\{\Delta v-\text{div}(vB)+c.v\} \quad (2.1)$$

yazılabilir($c=\text{sabit}$). L ve M operatörleri (2.1) ' e göre,

$$L u = \Delta u + (B,\text{grad } u) + c.u \quad (2.2)$$

$$M v = \Delta v - \text{div}(vB) + c.v \quad (2.3)$$

tanımlanarak (2.1) yeniden yazılırsa;

$$v L u - u M v = \text{div}\{v.\text{grad } u-u.\text{grad } v+u.v.B\} \quad (2.4)$$

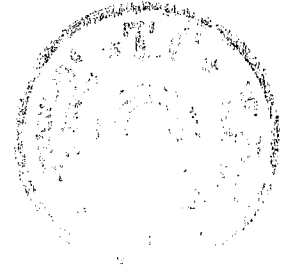
bulunur. Gauss-Ostragradski formülü $\int_D \text{div} A . dv = \int_S (A,n) . dS$ ^(***)

(2.4) denklemindeki ifade için yazılacak olursa,

^(*)Bu alt başlıkta aksi belirtilmedikçe büyük harfler vektörleri temsil edecektir

^(**)Skaler çarpım

^(***)n burada S yüzeyinden dışarı doğru birim normal vektördür



$$\int_D (v L u - u M v) dv = \int_S (\{v \cdot \text{grad } u - u \cdot \text{grad } v + u \cdot v \cdot B\} \cdot n) dS$$
$$= \int_S (v \frac{\partial}{\partial n} u - u \cdot \frac{\partial}{\partial n} v + u \cdot v \cdot (B, n)) dS \quad (2.5)$$

elde edilir. (2.5)denklemini, genelleştirilmiş ikinci Green formülü olarak bilinir. Bu formüle göre $B(p)=0$, $c=k^2$ olan özel hal, $L = M = \Delta + k^2$ operatörünü verir((2.2), (2.3)). Denklem ise,

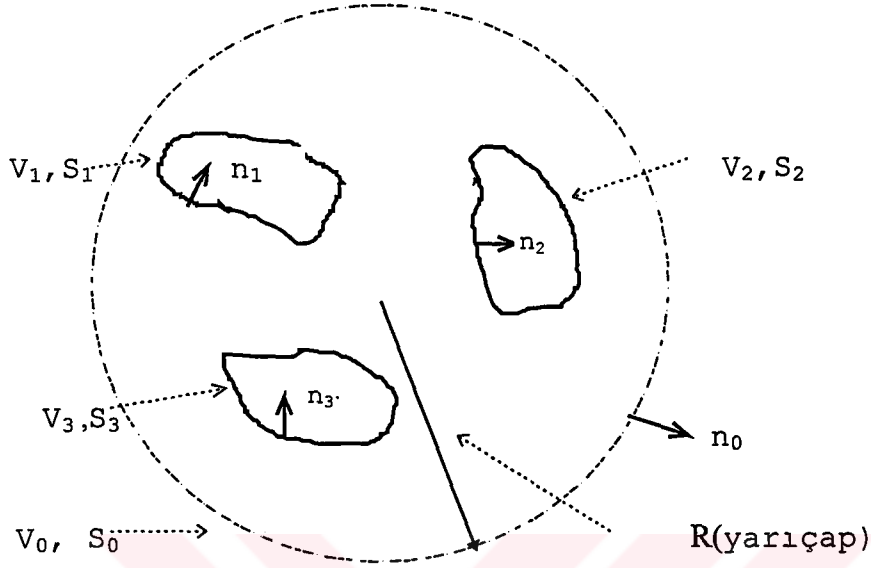
$$\int_D (v L u - u M v) dv = \int_S (v \frac{\partial}{\partial n} u - u \cdot \frac{\partial}{\partial n} v) dS \quad (2.6)$$

halini alır.

2.1.2.Helmholtz Denkleminin Temel Çözümü ve Açık Bölge için Üçüncü Green Formülü, Sommerfeld Radyasyon Koşulu

Sonsuz uzun mükemmel iletken cisimler açık bir bölgede bulunduğundan, incelemeyi açık bölge için sürdürmek daha uygun olacaktır. Ancak şunu da belirtmek gerekir ki, ulaşılabilecek ifade, radyasyon koşulunu gerektirmeyen yani sonlu olan kapalı bölge için de geçerlidir. $V_1, V_2, V_3, \dots$ kapalı bölgeleri $S_1, S_2, S_3, \dots$ düzgün yüzeyleri ile kuşatılmıştır. V_0 bölgesi $V_1, V_2, V_3, \dots$ bölgelerini S_0 yüzeyi ile kuşatan ve keyfi bir merkez noktasından itibaren incelemenin ileriki

safhalarında sonsuz olacak bir R yarıçapına sahip küreden ibarettir. (Şekil (2.1))



Şekil (2.1)

$\phi(p)$ skaleri, homojen olmayan Helmholtz denkleminin R^3 ' deki D gibi herhangi kapalı bir basit bağımlı bölgedeki bir çözümü olmak üzere,

$$L\phi = (\Delta + k^2)\phi(p) = f(p) \quad (2.7)$$

$G(q,p)$ skaleri, sözkonusu uzaya ait iki noktanın (q,p) fonksiyonu olsun. Aşağıdaki özelliklere sahip olan $G(q,p)$, Helmholtz denkleminin bu üç boyutlu uzaydaki temel çözümü olarak adlandırılır:

$$\blacksquare L_p G(q,p) = L_q G(q,p) = \delta(q-p); \quad q,p \in D \quad (2.8)$$

$$\blacksquare G(q,p) = -\frac{1}{4\pi|q-p|} + H(q,p); \quad q \neq p \quad (2.9)$$

$$\blacksquare \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^2 G(q,p) = 0 \quad ; \quad \varepsilon = |q-p| \quad (2.9a)$$

$$\blacksquare \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \varepsilon^2 \frac{\partial G(q,p)}{\partial \varepsilon} = \frac{1}{4\pi} \quad ; \quad \varepsilon = |q-p| \quad (2.9b)$$

L_p yalnız p , L_q yalnız q noktalarının koordinatlarına göre uygulanan operatörleri göstermektedir. $|q-p|$, q ve p noktaları arası mesafedir ve $H(q,p)$ keyfi q ve p 'ler için düzgün^(*) bir fonksiyondur.

Şimdi de R^3 'de yüzeyi S olan inceleyecek basit bağımlı kapalı D bölgesinin tanımını Şekil (2.1)'e göre şöyle yapalım: V_0, V_1, V_2, V_3 açık (sınırlarını içermeyen) bölgeleri dışında kalan noktaların tümü. Şekil (2.1)'de de gösterilmiş, sözkonusu açık bölgeler doğrultusundaki normal birim vektörlerin tümü n , bu açık bölgelerin bölgeye dahil olmayan sınırları (S_0 hariç) da S ile temsil edilirse, bu durumda açık bölge için üçüncü Green Teoremi şu formülden ibarettir:

$$\int_{S+S_0} \left(\varphi(p) \frac{\partial}{\partial n} G(q,p) - G(q,p) \frac{\partial}{\partial n} \varphi(p) \right) dS_p + \int_D G(q,p) f(p) dv_p = \alpha(q) \varphi(q) \quad (2.10)$$

$$\alpha(q) = \begin{cases} 1, q \in D \\ 1/2, q \in S \\ 0, q \notin D \end{cases} \quad (2.11)$$

(2.10) ve (2.11) denklemleri, (2.6) denkleminin ele alınan Helmholtz denklemi ve onun iki çözümü olan $\varphi(p)$ ve $G(q,p)$ için aşağıdaki gibi yazılarak,

$$\int_D (\varphi(p) LG(q,p) - G(q,p) L\varphi(p)) dv = \int_{S+S_0} (\varphi(p) \frac{\partial}{\partial n} G(q,p) - G(q,p) \frac{\partial}{\partial n} \varphi(p)) dS$$

(2.12)

önce sol taraftaki integral içindeki birinci terimin (2.8) den dolayı sıfıra eşit olduğu dikkate alınır. Daha sonra (1) D bölgesi içerisinde, (2) D bölgesi sınırında yani S üzerinde ve (3) D bölgesi dışında, $q = p$ durumunu incelemek üzere q 'nın merkez olduğu ε yarıçaplı küre sözü edilen üç hal için de dikkate alınır. ε sıfıra giderken, (2.9a) ve (2.9b) eşitlikleri de kullanılarak, (2.12)'nin sağ tarafındaki integral hesaplanır. Bu integral, birinci halde bu kürenin tüm yüzeyi üzerinden alınarak (2.11)'in ilk koşulu elde edilir. İkinci halde kürenin yarısının yüzeyi üzerinden alınan aynı integral (2.11)'in ikinci koşulunu verir. Üçüncü halde ise D bölgesinin tamamen dışındaki q noktası için integral alınacak yüzey yoktur ve (2.11)'in üçüncü koşulunda olduğu gibi, sıfır elde edilir.

Diğer taraftan, Şekil (2.1) de R sonsuza gittiğinde, sözkonusu üç boyutlu uzay için geçerli, Sommerfeld Radyasyon Koşulları olarak bilinen aşağıdaki koşullar sağlanırsa (2.10) denkleminin solundaki ilk integralin sözkonusu S_0 yüzeyi üzerinden alınan parçasının değeri sıfıra eşit olacaktır:

$$\lim_{|p| \rightarrow \infty} |p| \left(\frac{\partial}{\partial |p|} \psi(p) - ik\psi(p) \right) = 0 \quad (2.13)$$

(*) Düzgün fonksiyon ile yüksek mertebeden türevlere sahip fonksiyon kastedilmektedir.

$$\lim_{|p| \rightarrow \infty} |p| \left(\frac{\partial}{\partial |p|} G(q, p) - ikG(q, p) \right) = 0 \quad (2.14)$$



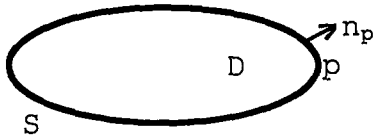
$$\lim_{|q| \rightarrow \infty} |q| \left(\frac{\partial}{\partial |q|} G(q, p) - ikG(q, p) \right) = 0 \quad (2.15)$$

Sonuçta, (2.11) geçerli kalmak üzere açık bölgeye ilişkin üçüncü Green formülü aşağıdaki son biçimini alır:

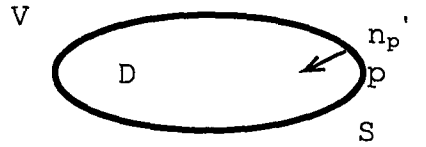
$$\int_S \left(\phi(p) \frac{\partial}{\partial n} G(q, p) - G(q, p) \frac{\partial}{\partial n} \phi(p) \right) dS_p + \int_D G(q, p) f(p) dv_p = \alpha(q) \phi(q) \quad (2.16)$$

2.1.3. Homojen Helmholtz Denkleminin Çözümünün Analitik Devamı: Sobolev Teoremi

R^3 uzayında, önceki bölümde de ele alınmış olan basit bağımlı, düzgün S yüzeyinin kuşattığı kapalı D bölgesi sözkonusu olsun (Şekil (2.2)).



Şekil (2.2)



Şekil (2.3)

Şekil (2.2) için n_p , D bölgesi için, sınır S üzerindeki bir p noktasından bölge dışına doğrultudaki birim normal vektördür. Homojen Helmholtz denkleminin (

$(\Delta+k^2)\phi(p)=0$), kapalı bölge içinde de geçerli* (2.16) ve (2.11) ifadelerine göre, integral ifadesi şu biçimi alır:

$$\int_S (\phi(p) \frac{\partial}{\partial n_p} G(q,p) - G(q,p) \frac{\partial}{\partial n_p} \phi(p)) . dS_p = \alpha(q) \phi(q) \quad (2.17)$$

Şekil (2.3)'deki durum gözününe alınsın. Homojen Helmholtz denkleminin Sommerfeld radyasyon koşulunun sağlandığı D 'nin tümleyeni olan $V (= R^3 \setminus D)$ açık bölgesi için integral ifadesi, S yüzeyi üzerinde, V bölgesinin dışına doğrultudaki p noktasındaki birim normal n_p kullanılarak yazılırsa $(\alpha(q) \quad (2.11) \text{ denklemindeki anlamındadır}),$

$$\int_S (\phi(p) \frac{\partial}{\partial n_p} G(q,p) - G(q,p) \frac{\partial}{\partial n_p} \phi(p)) . dS_p = \alpha(q) \phi(q) \quad (2.18)$$

$$n_p = -n_p' \quad (2.19)$$

Ele alınan iki durum da birim normal vektörler arasındaki (2.19) ilişkisi dolayısıyla, (2.18) şu biçimde yeniden yazılabilir:

$$- \int_S (\phi(p) \frac{\partial}{\partial n_p} G(q,p) - G(q,p) \frac{\partial}{\partial n_p} \phi(p)) . dS_p = \alpha(q) \phi(q) \quad (2.20)$$

n_p birim vektörünün, V açık bölgesi için yazılmış denklemde kullanılması, (2.17)'deki ifadeyi kullanma durumunu doğurur. Buna göre, (2.17) denklemi S bölgesi için geçerli olduğundan, (2.20) ifadesinin geçerli olduğu bölge artık, $V=R^3 \setminus (D \setminus S)$ kapalı bölgesi haline

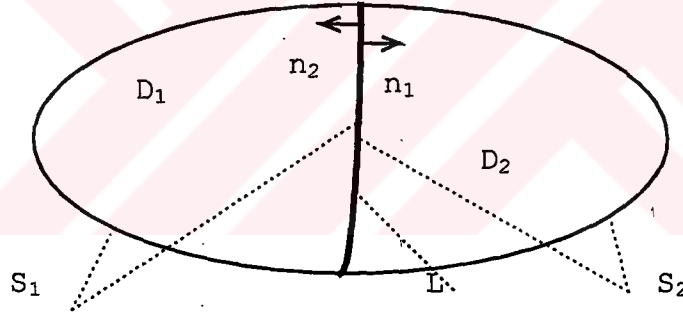
* Bölüm 2.1.2. giriş paragrafı

dönüşmüştür. (2.20)' ye göre $\varphi(q)$, homojen Helmholtz denkleminin, sözü edilen bu bölgedeki bir çözümüdür.

(2.17-20) integral ifadelerinin önemli bir sonucu, Sobolev teoremi olarak bilinen teoremdir. Basit bağımlı kapalı iki bölge D_1 ve D_2' ye ait sınırlar olan S_1 ve S_2 ortak bir sınır parçası L' ye sahip olsunlar (Şekil 2.4). Söz konusu yüzeylerden dışa doğrultudaki birim normal vektörler sırası ile n_1 ve n_2' dir. $\varphi_1(p)$ ve $\varphi_2(p)$ aynı numaralı bölgelerde homojen Helmholtz denklemini sağlayan fonksiyonlar olsunlar.

$$(\Delta + k^2)\varphi_1(p) = 0 \quad ; p \in D_1 \quad (2.21)$$

$$(\Delta + k^2)\varphi_2(p) = 0 \quad ; p \in D_2 \quad (2.22)$$



Şekil (2.4)

Ek olarak, $\varphi_1(p)$ ve $\varphi_2(p)$, L yüzeyi üzerinde şu koşulları sağlasınlar:

$$\varphi_1(p) = \varphi_2(p) \quad ; p \in L \quad (2.23)$$

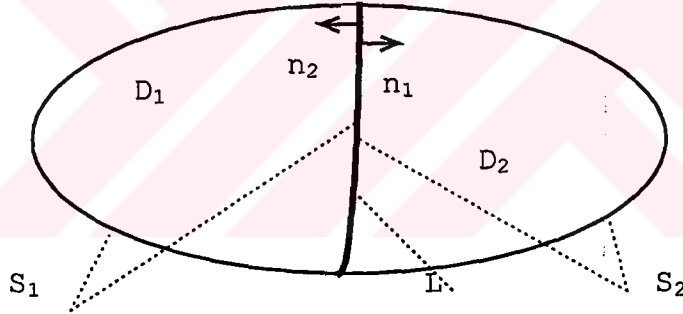
$$\frac{\partial}{\partial n_1} \varphi_1(p) = - \frac{\partial}{\partial n_2} \varphi_2(p) \quad ; p \in L \quad (2.24)$$

dönüştür. (2.20)' ye göre $\varphi(q)$, homojen Helmholtz denkleminin, sözü edilen bu bölgedeki bir çözümüdür.

(2.17-20) integral ifadelerinin önemli bir sonucu, Sobolev teoremi olarak bilinen teoremdir. Basit bağımlı kapalı iki bölge D_1 ve D_2' ye ait sınırlar olan S_1 ve S_2 ortak bir sınır parçası L' ye sahip olsunlar (Şekil 2.4). Söz konusu yüzeylerden dışa doğrultudaki birim normal vektörler sırası ile n_1 ve n_2' dir. $\varphi_1(p)$ ve $\varphi_2(p)$ aynı numaralı bölgelerde homojen Helmholtz denklemini sağlayan fonksiyonlar olsunlar.

$$(\Delta + k^2)\varphi_1(p) = 0 \quad ; p \in D_1 \quad (2.21)$$

$$(\Delta + k^2)\varphi_2(p) = 0 \quad ; p \in D_2 \quad (2.22)$$



Şekil (2.4)

Ek olarak, $\varphi_1(p)$ ve $\varphi_2(p)$, L yüzeyi üzerinde şu koşulları sağlasınlar:

$$\varphi_1(p) = \varphi_2(p) \quad ; p \in L \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial}{\partial n_1} \varphi_1(p) = - \frac{\partial}{\partial n_2} \varphi_2(p) \quad ; p \in L \quad (2.24)$$

$n_1 = -n_2$ olduğundan, (2.24) özelliği, $\varphi_1(p)$ ve $\varphi_2(p)$ fonksiyonlarının, L yüzeyine göre sabit olacak herhangi bir normal birim vektör bakımından, aynı normal türevlere sahip olmaları anlamına gelir:

$$\frac{\partial}{\partial n_j} \varphi_1(p) = \frac{\partial}{\partial n_j} \varphi_2(p) \quad ; \quad p \in L, j=1,2; \quad (2.25)$$

Şimdi de,

$$D = (D_1 \cup D_2) \setminus L \quad (2.26)$$

olarak tanımlanan bölgede,

$$\varphi(p) = \begin{cases} \psi_1(p), p \in D_1 \setminus L \\ \psi_2(p), p \in D_2 \setminus L \end{cases} \quad (2.27)$$

fonksiyonu tanımlansın. D bölgesi içindeki, mesela D_1 bölgesine ait bir q noktası için, fonksiyon (2.21) ve (2.16) eşitliklerine^(*) göre yazılacak olursa, S_1 yüzeyi üzerinden alınacak integral, fonksiyonun S_1 'in kuşattığı bölge içindeki q noktasındaki değeri $\varphi(q)$ 'yu verir. Diğer yandan, q noktası S_2 yüzeyinin dışında olduğundan, bu yüzey üzerinden alınacak integral sifıra eşittir. Bu yüzden $\varphi(q)$ 'nun, S_1 ve S_2 yüzeyleri cinsinden bir alan üzerinden, (2.26)' daki gibi tanımlı D bölgesi içindeki tüm noktalar için tek bir integral ile ifade edilebilmesinin mümkün olduğu söylenebilir.

Sözü edilen bölgeye ilişkin alan, S_1 ve S_2 yüzeylerinin arakesiti L üzerinde sağlanan koşullar incelendikten sonra belirlenebilir. Bu yapılırsa görülecektir ki, $\varphi(q)$ fonksiyonunun L arakesiti üzerinden alınan integrali, S_1 ve S_2 üzerinden alınan integraller

^(*)Denklemdaki S yüzeyi burada S_1 ve S_2 yüzeyleri olarak ayrı ayrı dikkate alınacaktır.

sırasında birer kere kendini gösterecektir. (2.23-25) koşulları da dikkate alındığında, bu iki integralin toplamının sıfıra eşit olduğu görülür. Buna göre (2.27) ile tanımlı fonksiyonun D bölgesi içindeki herhangi bir noktadaki değerine ilişkin ifade, $S = (S_1 \cup S_2) \setminus (2L)$ biçiminde tanımlı, D bölgesinin tümünü kuşatmakta olan alan üzerinden, bu yüzeyin dışına doğrultudaki birim normal vektör (n) kullanılarak yazılacak (2.16) formülü ile elde edilebilir:

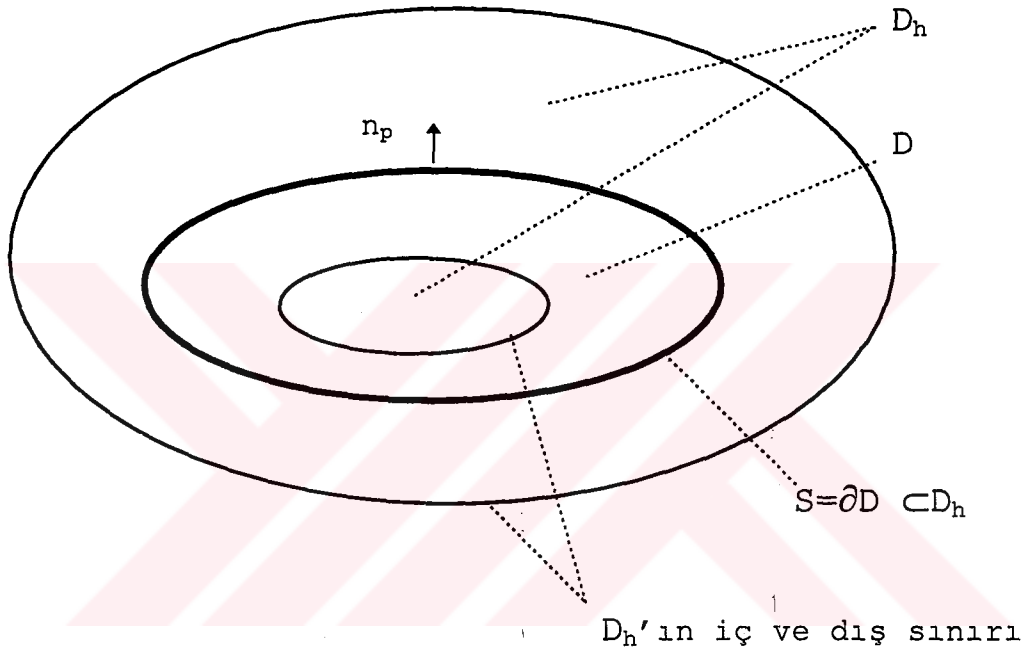
$$\varphi(q) = \int_S (\varphi(p) \frac{\partial}{\partial n} G(q,p) - G(q,p) \frac{\partial}{\partial n} \varphi(p)) \cdot dS_p \quad (2.28)$$

Buna göre Sobolev teoremi şöyle ifade edilebilir: Ortak bir sınır parçasına sahip, kapalı iki bölge için farklı iki skaler fonksiyon, ilişkili oldukları bölgelerde homojen Helmholtz denkleminin çözümleri olsunlar. Ortak sınır parçasında, fonksiyonların değerleri eşit ve geçerli oldukları bölgelere ait normal türevleri birbirinin ters işaretlisi ise, sözkonusu toplam bölgenin tümünde homojen Helmholtz denklemini sağlayan bir fonksiyon bulunabilir. Bu fonksiyon, bölgelere ait homojen Helmholtz denkleminin çözümü olan fonksiyonların toplam bölgeye analitik devamıdır. Yani bu fonksiyon (2.21)-(2.24) koşullarını sağlayan iki skaler fonksiyonun bileşkesi şeklinde ifade edilebilir.

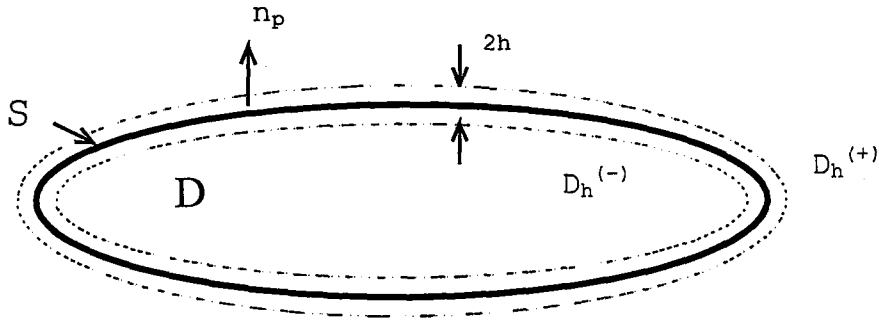
Sobolev teoreminin açık bölgeler için olan genelleştirilmiş formu, farklı açık bölgelerde homojen Helmholtz denklemini sağlayan fonksiyonların, ortak sınır dışında her yerde sürekli ikinci mertebeden kısmi türevlere, ortak sınırın da dahil olduğu her yerde birinci mertebeden türevlere sahip olması halinde, tüm R^3 için geçerli, homojen Helmholtz denklemini sağlayan ifadeye analitik devamının yapılabileceğini belirtir.

2.2. Dirichlet Kırınım Problemi ve Saçılan Alanın İntegral İfadesi

Silindirik bir cismin üzerine gelen elektromagnetik dalganın, sadece E_z bileşeni sıfırdan farklı olduğunda ortaya çıkan saçılan alana ilişkin sınır değer problemi, Dirichlet problemi olarak anılır. Skaler alanlara ilişkin Dirichlet problemi de benzer biçimde incelenir.



Şekil 2.5



Şekil (2.6)

Şekil (2.5) ' deki D-bölgesine gelen alan $U^0(p)$ olsun ve D_h 'da Homojen Helmholtz denklemini sağlasın:

$$(\Delta + k^2) U^0(p) = 0 \quad ; p \in D_h \quad (2.29)$$

Saçılan alan $u^s(p)$ 'nin ifadesi S yüzeyi hariç her yerde ikinci mertebeden kısmi türevlere, S yüzeyine içeriden ve dışarıdan yaklaşırken (Şekil 2.6) sürekli ifadeleri bulunan birinci türevlere sahip biçimde belirlenecektir. h skaleri sıfıra giderken bu değerler düzgün olarak sağdan ve soldan sonlu limitlere yaklaşır.

Saçılan alan S dışında homojen Helmholtz denklemini ve Sommerfeld radyasyon koşulunu sağlar.

$$(\Delta + k^2) U^s(p) = 0 \quad ; p \in \mathbb{R}^3 \setminus S \quad (2.30)$$

$$\lim_{|p| \rightarrow \infty} |p| \left[\frac{dU^s(p)}{d|p|} - ikU^s(p) \right] = 0 \quad (2.31)$$

S yüzeyinin her iki yanındaki Dirichlet sınır koşulu ise;

$$U^{s(+)}(p) + U^0(p) = 0 \quad ; p \in S \quad (2.32a)$$

$$U^{s(-)}(p) + U^0(p) = 0 \quad ; p \in S \quad (2.32b)$$

(2.29)-(2.32) denklemlerinin ifade ettiği sınır değer problemine **Dirichlet Kırınım Problemi** denir. (2.29) eşitliği $U^0(p)$ alanını oluşturan kaynakların D_h bölgesinde olmadığını gösterir. Dirichlet kırınım problemi hem kaynaklar D 'nin dışında hem de içindeyken ayrı ayrı dikkate alınabilir. Ancak kırınım teorisinde genelde

kaynakların dışarıda olduğu durumla ilgilenilir ve D'nin içinde $U^s(p) = -U^0(p)$ yani toplam alan sıfır alınır. Diğer durum ise sadece dalga kılavuzu gibi özel yapılarda söz konusu olabilmektedir.

$S_h^{(+)}$ ve $S_h^{(-)}$, Şekil(2.6)'da kesikli çizgi ile belirtilmiş $D_h^{(+)}$ dış ve $D_h^{(-)}$ iç bölgelerinin sınır yüzeyleridir. Bu durumda $S_h^{(\pm)}$, S yüzeyinin her noktası için o noktadaki birim normal vektörü doğrultusunda h skaleri kadar yukarıda(+) ve aşağıdaki(-) noktaların oluşturduğu yüzeylerdir.

(2.30) ve (2.31) denklemlerini sağlayan $u^s(p)$ fonksiyonu, (2.17) ve (2.20) deki integral ifadeler kullanılarak gösterilebilir.

$$\int_{s^{(-)h}} (U^s(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial n_p} - G(q,p) \frac{\partial U^s(p)}{\partial n_p}) . ds = \begin{cases} U^s(q); q \in D_h^{(-)} \\ 0; q \in D_h^{(+)} \end{cases} \quad (2.33)$$

$$- \int_{s^{(+)h}} (U^s(p) \frac{\partial G(q,p)}{\partial n_p} - G(q,p) \frac{\partial U^s(p)}{\partial n_p}) . ds = \begin{cases} U^s(q); q \in D_h^{(+)} \\ 0; q \in D_h^{(-)} \end{cases} \quad (2.34)$$

2h kalınlığındaki $S_h^{(+)}$ ve $S_h^{(-)}$ yüzeylerinin arasındaki cidar haricinde, herhangi bir yerde sabit bir q noktası düşünölsün. Söz konusu bölgenin her yerinde $U^s(p)$ 'nin kendisinin ve birinci türevlerinin sürekli olduğu ve h'nin çok küçük bir pozitif sayı olduğu halde bu değerlerin S üzerinde limitlerinin bulunduğu belirtilmişti. Seçilen q noktası bakımından $G(q,p)$ de sonsuz düzgün bir fonksiyondur (Çünkü, integrasyon S üzerinde olduğundan $q \neq p \in S'$ dir). Bu yüzden, (2.33) ve (2.34) denklemlerinin sol taraflarında $h \rightarrow 0$ yapılırsa, aynı integraller S yüzeyi üzerinden ve ilişkin limit

fonksiyonlar olan $u^{s(\pm)}$ ve $\frac{\partial}{\partial n} u^{s(\pm)}$ cinsinden olacak biçimde geçerlidir:

$$\int_s (U^{s(-)}(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial n_p} - G(q, p) \frac{\partial U^{s(-)}(p)}{\partial n_p}) \cdot ds = \begin{cases} U^s(q); q \in D \setminus S \\ 0; q \in R^3 \setminus D \end{cases} \quad (2.35)$$

$$- \int_s (U^{s(+)}(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial n_p} - G(q, p) \frac{\partial U^{s(+)}(p)}{\partial n_p}) \cdot ds = \begin{cases} U^s(q); q \in R^3 \setminus D \\ 0; q \in D \setminus S \end{cases} \quad (2.36)$$

Denklemlerde saçılan alanın sahip olduğu üniform limit değerleri aşağıdaki biçimde verilebilir:

$$U^{s(+)}(p) = \lim_{h \rightarrow +0} U(p + hn_p) \quad ; p \in S \quad (2.37)$$

$$U^{s(-)}(p) = \lim_{h \rightarrow +0} U(p - hn_p) \quad ; p \in S \quad (2.38)$$

$$\frac{dU^{s(+)}(p)}{dn} = \lim_{h \rightarrow +0} \frac{dU(p + hn_p)}{dn_p} \quad ; p \in S \quad (2.39)$$

$$\frac{dU^{s(-)}(p)}{dn} = \lim_{h \rightarrow +0} \frac{dU(p - hn_p)}{dn_p} \quad ; p \in S \quad (2.40)$$

(2.35) ve (2.36)'in sol ve sağ yanların taraf tarafa toplanırsa varılacak ifade şudur:

$$U^s(q) = \int_s \left\{ -\delta U^s(p) \frac{\partial G(q, p)}{\partial n_p} + G(q, p) \delta \frac{\partial U^{s(-)}(p)}{\partial n_p} \right\} \cdot ds \quad ; q \in R^3 \setminus S \quad (2.41)$$

Burada;

$$\delta U^s(p) = U^{s(+)}(p) - U^{s(-)}(p) \quad (2.42)$$

$$\delta \frac{\partial U^s}{\partial n}(p) = \frac{\partial U^{s(+)}}{\partial n}(p) - \frac{\partial U^{s(-)}}{\partial n}(p) \quad (2.43)$$

Şimdiye kadar elde edilen formüller için Dirichlet sınır koşulu kullanılmamıştır. Yani (2.41) eşitliği (2.30), (2.31) ve (2.37-40) eşitliklerini sağlayan her $U^s(q)$ için geçerlidir. (2.32a) ve (2.32b) dikkate alınır (2.44)'deki $\delta U^s(p)$ ifadesinin $p \in S$ için sıfır olduğu görülür. $U^s(q)=0$ hali hiçbir saçıcı cismin olmadığı duruma karşı gelir ve tabii bir sonuçtur: Cisim yoksa saçılan alan da olmaz. Sobolev teoreminin açık bölgeler için olan genelleştirilmiş formu, $U^{s(\pm)}(q)$ ifadesi (2.30), (2.31) ve (2.37-40) eşitliklerini sağladığı sürece geçerlidir^(*).

Bu aşamadan sonra (2.32) ile verilmiş Dirichlet koşulu kullanılırsa, (2.42)'nin sıfıra eşit olduğu kolayca görülebilir. Bu takdirde (2.43) ifadesi aşağıdaki şekle dönüşür:

$$U^s(q) = \int_s G(q,p) \delta \frac{\partial U^{s(-)}}{\partial n_p}(p) \cdot ds \quad ; q \in R^3 \setminus S \quad (2.44)$$

İki paragraf önce belirtilen nedenden ötürü $\delta \frac{\partial}{\partial n} u^s(p)=0$ olamaz, çünkü bu saçılan alanın özdeşleynin sıfır olması yani, var olmaması demektir.

(2.44) denklemi R^3 için genişletilmiş normda yazılabilir.

$$U^s(q) = \int_s \left[G(q,p) \delta \frac{\partial U^{s(-)}}{\partial n_p}(p) \right] \cdot ds \quad ; q \in R^3 \quad (2.45)$$

Ancak bu işlem sadece Dirichlet sınır koşulu için geçerlidir. Çünkü $G(q,p)$ fonksiyonu bu defa sınır yüzeyi üzerinde de integrasyona tabi tutulmaktadır. Eğer $q \in S$ durumu ele alınır $q=p$ noktası da kapsanacak ve $G(q,p)$

^(*) bkz. bölüm 2.1.3

fonksiyonunda karakteristiği dolayısıyla teklik
sözkonusu olacaktır. Buna karşın Green fonksiyonun,

$$G(q,p)\Big|_{|q-p|=+\varepsilon} = G(q,p)\Big|_{|q-p|=-\varepsilon} \quad ; \varepsilon \rightarrow 0 \text{ için}$$

özelliliği dolayısıyla Dirichlet koşulu durumunda herhangi
bir sorun olmaz. Neumann sınır koşulunun geçerli olduğu
durumlarda ise integrasyonda $G(q,p)$ 'nin normale göre
türevi kalır. Bu takdirde Green fonksiyonunun,

$$\frac{\partial G(q,p)}{\partial n}\Big|_{|q-p|=+\varepsilon} \neq \frac{\partial G(q,p)}{\partial n}\Big|_{|q-p|=-\varepsilon} \quad ; \varepsilon \rightarrow 0 \text{ için}$$

özelliliğinden integral gösterimi S' 'i kapsayacak formda
yazılamaz.

Dirichlet sınır koşulu (2.44)'nın sağ yanını yeniden
yazmak için kullanılacak olursa,

$$\int_s G(q,p) \delta \frac{\partial U^{s(-)}}{\partial n_p}(p) . ds = U^s(q) = -U^0(q) \quad ; q \in S \quad (2.46)$$

bilinmeyen fonksiyon olarak yeni tanımlanan,

$$Z_D(p) = \delta \frac{\partial U^s}{\partial n}(p) = \delta \frac{\partial U^{s(+)}}{\partial n}(p) - \delta \frac{\partial U^{s(-)}}{\partial n}(p) \quad (2.47)$$

kullanılarak yazılabilir. Bu durumda,

$$\Rightarrow \int_s G(q,p) Z_D(p) . ds = -U^0(q) \quad ; q \in S \quad (2.48)$$

Denklemin çözümü olan $Z_D(p)$ bulunduktan sonra, üç boyutlu uzayda herhangi bir noktadaki saçılan alan,

$$U^s(q) = \int_s [G(q,p)Z_D(p)] \cdot ds \quad ; q \in R^3 \quad (2.49)$$

şeklinde elde edilebilir. $G(q,p)$, iki boyutlu uzayda, $(-i/4)H_0^{(1)}(k|q-p|)$ 'dir (Problemin çözümü iki boyutlu uzayda yapılacaktır).

$Z_D(p)$ 'nin doğru olarak tayini için sağlanması gereken ön koşullar unutulmamalıdır. Bunlar:

$$\frac{\partial U^{s(+)} }{\partial n}(p), \frac{\partial U^{s(-)} }{\partial n}(p) \in C(S) \quad (2.50)$$

$$\delta \frac{\partial U^s}{\partial n}(p) = \frac{\partial U^{s(+)} }{\partial n}(p) - \frac{\partial U^{s(-)} }{\partial n}(p) \in C(S) \quad (2.51)$$

$$Z_D(p) \in C(S) \quad (2.52)$$

Tezin bu noktadan sonraki bölümü, sonsuz uzun, sonlu kalınlıklı mükemmel iletken değişik cisimlerden (Şekil(1.1), (1.2), (1.3)) dalga kırınımı probleminin, Dirichlet sınır koşulu altında geçerli olan (2.46) gibi bir denklemden yola çıkılarak çözümüne ayrılmıştır.

3. İNTEGRAL DENKLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

3.1 Dirichlet Saçılma Problemi İntegral Denkleminin Silindirik Koordinatlarda Dönüşümü

Bilindiği gibi Dirichlet difraksiyon problemi için integral gösterimi Bölüm 2'de sınır koşulu altında (2.46) formülüyle ifade edilmişti. Bu eşitlik aşağıdaki gibi tekrar yazılırsa,

$$\int_S [G(q,p)Z_D(p)]ds = -U^0(q) \quad ; q \in S \quad (3.1)$$

burada $Z_D(p)$ bilinmeyen fonksiyondur ve sınırdaki sürekli. $G(q,p)$ ise Green fonksiyonunun. iki-boyutlu serbest uzaydaki çözümüdür ve şöyle ifade edilebilir:

$$G(q,p) = -\frac{i}{4}H_0^{(1)}(k|q-p|) \quad (3.2)$$

Bölüm 2.2.1'de daha önce de ele alındığı üzere S konturu (parametrizasyon iki boyutlu uzayda yapılacağından yüzey ifadesi kontur olarak ele alınacaktır) $\eta: [-\pi, \pi] \rightarrow S$ şeklinde parametrizasyon işlemine tabi tutulur. Burada,

$$\eta = \eta(\theta) = (x(\theta), y(\theta)) \quad ; \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.3)$$

Bu bölümün temel gayesi (3.1) denklemini $\eta(\theta)$ parametrizasyonu kullanmak suretiyle tekrar yazabilmektir. Burada q ve p noktalarının θ ve τ

parametrelerinin alacağı değerlere karşılık düştüğü farzedilsin. Örneğin;

$$\eta(\theta), \quad \eta(\tau) \quad (3.4)$$

ve buna göre

$$R(\theta, \tau) = |\eta(\theta) - \eta(\tau)| = \{[x(\theta) - x(\tau)]^2 + [y(\theta) - y(\tau)]^2\}^{1/2} \quad (3.5)$$

olur. Bilinmeyen fonksiyon ve verilen fonksiyon aşağıdaki tanımlara göre dikkate alınsın.

$$Z_D(\theta) = l(\theta) Z(\eta(\theta)) \quad ; \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.6)$$

$$g(\theta) = -U^1(\eta(\theta)) \quad ; \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.7)$$

Burada $l(\theta)$ fonksiyonu şu şekilde tanımlanır:

$$l(\theta) = \{[x'(\theta)]^2 + [y'(\theta)]^2\}^{1/2} > 0 \quad ; \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.8)$$

Bu takdirde konturun birim boyunun

$$dS = l(\theta) d\theta \quad (3.9)$$

(3.5)-(3.9) denklemleri kullanılarak (3.1) denklemi aşağıdaki gibi olur,

$$\int_{-\pi}^{\pi} G_D(kR(\theta, \tau)) Z_D(\tau) d\tau = g(\theta) \quad ; \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.10a)$$

$$G_D(z) = (-i/4) H_0^{(1)}(z) \quad (3.10b)$$

$Z_D(\tau)$: Bilinmeyen fonksiyon

(3.10) denklemini çözmeye başlamadan önce integraldeki $G[kR(\theta, \tau)]$ çekirdek fonksiyonunun tekilliğinin anlaşılması gerekmektedir. Bu duruma aşağıda açıklık getirilecektir.

3.2 $G_D[kR(\theta, \tau)]$ Fonksiyonunun Lokal Tekilliklerinin Açılımı

Tanım: Eğer $f(\theta), \theta \in [-\pi, \pi]$ fonksiyonu bazı pozitif $m \geq 0$ tamsayıları için $(-\infty, \infty)$ aralığındaki 2π -periyodik hareketinden sonra sürekliliğini koruyor ve $C^m(-\infty, \infty)$ sınıfına ait oluyorsa bu fonksiyon $C^m(Q^1)$ sınıfına aittir denir. Yani:

$$f(\theta) \in C^m(Q^1) \Leftrightarrow \begin{cases} f(\theta) \in C^m(Q^1) \text{ and} \\ f^{(k)}(-\pi + 0) = f^{(k)}(\pi - 0), k = 0, 1, 2, \dots, m \end{cases} \quad (3.11)$$

'dir.

Teorem: $G_D[kR(\theta, \tau)]$ fonksiyonunun lokal tekilliğinin açılımında herhangi bir $N > 1$ tamsayısı için aşağıdaki açılım geçerlidir.

$$G_D[kR(\theta, \tau)] = \frac{1}{2\pi} \ln|\delta| \left\{ 1 + \sum_{n=2}^N A_n(\theta) \delta^n \right\} + F_N(\theta, \tau) \quad (3.12)$$

$$\text{Burada,} \quad \delta = \tau - \theta \quad (3.13)$$

$F_N(\theta, \tau)$ fonksiyonu $|\tau - \theta| < 2\pi$ oldukça N' den küçük dereceden tüm türevleri ve kendisi sürekli olan bir fonksiyondur. $A_n(\theta)$ ise reel k değerleri için reel

değerlere haiz bir katsayılar fonksiyonudur ve aşağıdaki koşulu sağlar.

$$A_n(\theta) \in C^m(Q^1) \quad (3.13)$$

Sınırın dışında ($\tau - \theta \rightarrow 2\pi$ için) (3.11) açılımı δ yerine $\delta_1 \equiv \delta - 2\pi$ için yine geçerlidir. $F_N(\theta, \tau)$ fonksiyonu da benzer şekilde ($-\pi \leq \theta \leq \tau \leq \pi$) aralığında δ yerine $\delta_2 \equiv \delta + 2\pi$ için açılımdaki geçerliliğini korumaktadır. Aynı şey ($-\pi \leq \theta \leq \tau \leq \pi$) olduğu durumda da doğrudur.

İyi bilindiği üzere birinci tür sıfırcı mertebeden Hankel fonksiyonu,

$$H_0^{(1)}(z) = J_0(z) + iY_0(z) \quad (3.14)$$

'dir. Burada, $J_0(z)$: Sıfırcı mertebe Bessel fonksiyonu

$Y_0(z)$: Sıfırcı mertebe Neumann fonksiyonu

Belirtilen Bessel ve Neumann fonksiyonlarının açılımı neticesinde (bkz [17]) Hankel fonksiyonunun ifadesi

$$H_0^{(1)}(z) = i \frac{2}{\pi} \ln \frac{z}{2} \left[1 - \frac{z^2}{4} + \frac{z^4}{6} + z^6 \varphi_1(z) \right] + \varphi_2(z) \quad (3.15)$$

Burada $\varphi_1(z)$ ve $\varphi_2(z)$ kompleks düzlemde analitik fonksiyonlardır.

Elde edilen açılımın (3.12)'deki formül yardımıyla düzenlenmesi sonucu tekilliğe sebebiyet veren kısım olan $\ln(z)$ 'in açılımı şöylece elde edilir:

$$\ln[kR(\theta, \tau)] = \frac{1}{2} \ln \delta^2 + \varphi_3(\theta, \tau) = \ln \delta + \varphi_3(\theta, \tau) \quad (3.16)$$

Burada, $\varphi_3(\theta, \tau)$ $|\tau - \theta| < 2\pi$ oldukça sonsuz türevi alınabilen fonksiyon olduğuna göre tekil kısmın $\delta = |\tau - \theta| \rightarrow 0$ olduğu görülmektedir (Bu hesaplama esnasında A_n katsayılarının toplamında $N=5$ alınmıştır).

$\tau - \theta \rightarrow 2\pi$ olması durumunda $(-\infty, \infty)$ üzerinde $x(\theta), y(\theta)$ periyodik gibi düşünülebilir. Bunun için $\tilde{\theta} = \theta + 2\pi$ şeklinde değişken yeniden düzenlenir ve her yerde θ yerine $\tilde{\theta}$ alınır, mesela $R(\theta, \tau) = R(\tilde{\theta}, \tau)$ gibi.

3.3 İntegral Denkleminin Cebrik Sisteme İndirgenmesi

$$\int_{-\pi}^{\pi} G_D(kR(\theta, \tau)) Z_D(\tau) d\tau = g(\theta) \quad ; \quad \theta \in [-\pi, \pi]$$

ve $G_D(z) = (-i/4) H_0^{(1)}(z)$ ifadeleriyle buradaki tekillik bir önceki bölümde şöyle ifade edilmişti:

$$G_D[kR(\theta, \tau)] = \frac{1}{2\pi} \ln|\delta| \left\{ 1 + \sum_{n=2}^N A_n(\theta) \delta^n \right\} + F_N(\theta, \tau)$$

$$\Rightarrow 1. \text{ tekillik} \rightarrow \ln|\delta|$$

$$2. \text{ tekillik} \rightarrow \ln|\delta| \delta^2 A_2(\theta) = (\tau - \theta)^2 \ln|\tau - \theta|$$

Bu durumda tekilliği ortadan kaldıracabilmek için Green fonksiyonunun (burada Hankel) düzgün kısmı tekil kısmından ayrıştırılmalıdır. Böylece,

$$G_D(kR(\theta, \tau)) = \frac{1}{2\pi} \left\{ \ln 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2} + K(\theta, \tau) \right\} ; \theta, \tau \in [-\pi, \pi] \quad (3.17)$$

elde edilir. (Burada $R \rightarrow 0$ için, bkz formül (3.5), $R(\theta, \tau) = 1(\theta) |\theta - \tau| \cong 1(\theta) \sin |\theta - \tau|$ yaklaşıklığı kullanılmıştır) Bu eşitlik integral denkleminde yerine konulursa,

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \ln 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2} + K(\theta, \tau) \right\} Z_D(\tau) d\tau = g(\theta) ; \theta, \tau \in [-\pi, \pi] \quad (3.18)$$

aynı zamanda aşağıdakiler de yazılabilir,

$$K(\theta, \tau) \in C^1(Q^2); \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial^2 K(\theta, \tau)}{\partial^2 \theta}, \frac{\partial^2 K(\theta, \tau)}{\partial^2 \tau}, \frac{\partial^2 K(\theta, \tau)}{\partial \theta \partial \tau} \in L_2([-\pi, \pi] \times [-\pi, \pi]) \quad (3.20)$$

Bu sayede, $K(\theta, \tau)$ çekirdek fonksiyonunun logaritmik-sinüs kısmından daha düzgün olduğu bir kez daha görülmektedir.

Şimdi (3.18) integral denkleminin her iki tarafı da Fourier serisine açılırsa,

$$K(\theta, \tau) = \sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} k_{sm} e^{i(s\theta + m\tau)} ; \theta, \tau \in [-\pi, \pi] \quad (3.21)$$

$$\text{Burada, } k_{sm} = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} K(\theta, \tau) e^{-i(s\theta + m\tau)} d\theta d\tau \quad (3.22)$$

$$Z_D(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} z_n e^{in\tau} \quad ; \tau \in [-\pi, \pi] \quad (3.23)$$

$$g(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n e^{in\theta} \quad ; \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.24)$$

elde edilir. Logaritmik sinüs kısmının Fourier açılımı (bkz [16]) ise şöyledir:

$$\ln \left| 2 \sin \frac{\theta - \tau}{2} \right| = -\frac{1}{2} \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} |n|^{-1} e^{in(\theta - \tau)} \quad ; \theta, \tau \in [-\pi, \pi] \quad (3.25)$$

(3.20)-(3.25) ifadeleri (3.18)'de yerine konulur ve integrasyonlarda fonksiyonların ortogonal özellikleri kullanılırsa;

$$\sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} |n|^{-1} z_n e^{in\theta} - 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{m=-\infty}^{\infty} k_{n,-m} z_m \right) e^{in\theta} = -2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} g_n e^{in\theta} \quad ; \theta \in [-\pi, \pi] \quad (3.26)$$

denklem takımına ulaşılır. Buradan:

$$-2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} k_{0,-m} z_m = -2g_0 \quad (3.27)$$

$$|s|^{-1} z_s - 2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} k_{s,-m} z_m = -2g_s \quad ; s = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 4, \dots \quad (3.28)$$

bulunur. (3.29)-(3.30) tanımları yapıp buna göre (3.27)-(3.28) denklem çifti yeniden düzenlenirse (3.32) elde edilir.

$$\tau_n = \max(1, |n|^{1/2}) \quad ; n=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.29)$$

$$\tilde{k}_{s,m} = k_{s,m} + \frac{1}{2} \delta_{s,0} \delta_{m,0} \quad (3.30)$$

Burada, $\delta_{m,n}$ Kronecker delta fonksiyonudur.

$$\tau_s^{-2} z_s - 2 \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{k}_{s,-m} z_m = -2g_s \quad ; s=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.32)$$

Elde edilen bu cebrik sistem birinci türdendir. Giriş bölümünde de belirtildiği üzere bu türün kararsızlık problemi dolayısıyla ikinci tür cebrik sisteme dönüştürülmesi yani regulerize edilmesi gerekmektedir. Bu amaçla aşağıdaki işlemler ve değişken dönüşümleri yapıлып.

$$\hat{z}_n = \tau_n^{-1} z_n \quad (3.33)$$

$$\hat{k}_{s,m} = -2\tau_s \tau_m \tilde{k}_{s,-m} \quad ; \hat{g}_s = -2\tau_s g_s \quad (3.34)$$

Her iki taraf τ_s ile çarpılırsa,

$$\hat{z}_s + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \hat{k}_{s,m} \hat{z}_m = \hat{g}_s \quad ; s=0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.35)$$

elde edilir. Önceki bölümlerde de bahsedildiği gibi Analitik Regularizasyon metodunda N sayısı sonsuza giderken sonlu bir değere yakınsamaktadır. Bu durum kısaca aşağıdaki eşitsizlikle açıklanabilir.

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (|s|+1)(|m|+1) |k_{sm}|^2 < \infty \quad (3.36)$$

Bu eşitsizlik k_{sm} katsayılarının s ve m 'in artış hızından daha hızlı bir şekilde sifıra gittiğini gösterir.

(3.35) denklemi ikinci türden cebrik matris sisteme dönüştürülürse,

$$(I + \hat{K})\hat{z} = \hat{g} \quad (3.37)$$

biçiminde yazılabilir. Burada $\hat{K} = \{\hat{k}_{sm}\}_{s,m=-\infty}^{\infty}$ kompakt operator, $\hat{z} = \{\hat{z}_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ bilinmeyen vektör sütunu, $\hat{g} = \{\hat{g}_n\}_{n=-\infty}^{\infty}$ ise gelen dalgaya ilişkin ve bilindiği varsayılan vektör sütunudur.

Böylece sınır değer problemi sonsuz boyutlu ikinci türden lineer cebrik sisteme indirgenmiştir. Bu sayede sınır değer probleminin numerik yollardan çözümüne imkan sağlanmıştır. Her ne kadar boyutlar sonsuz gibi görülse de pratikte bu bilgisayarların sınırlı hafıza ve hızlarından dolayı optimum bir N sayısı olarak ele alınır. N sayısı direkt olarak hata yüzdesine etkir. Yani (3.38) denklem sistemi,

$$\hat{z}_s + \sum_{m=-N}^N \hat{k}_{s,m} \hat{z}_m = \hat{g}_s \quad ; \quad s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (3.38)$$

Analitik Regularizasyon işlemine göre, eğer yeterince büyük bir N değeri seçilmişse, bundan sonraki her N değeri için sistem kararlı karakteristik gösterir. N değeri pratikte en çok kontur yapısı ve gelen dalga karakteristiğinden etkilenmektedir.

(3.32)'deki birinci türden cebrik sistemi (3.35)'teki ikinci türe çevirirken Bölüm 1'de bahsedilen L_0, R_0 çift yönlü diagonal matris operatörleri aşağıdaki gibi kullanılmışlardır.

$$L_0 = R_0 = \left\{ \delta_{sn} \tau_n \right\}_{s,n=-\infty}^{\infty} \quad (3.39)$$

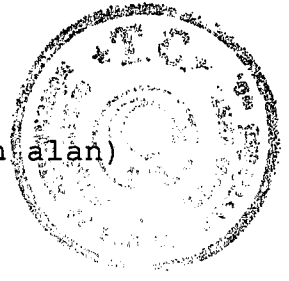
3.4 Cebrik Sistemin Çözümünün Kullanıldığı Temel İfadelerin Formulasyonu ve Numerik Sonuçlar:

Cebrik sistemin çözümü LU Ayırıştırıcı metodu gibi birtakım numerik metodlar yardımıyla bulunur. Bu aşamada eldesi yapılan, $Z_D(\theta)$ bilinmeyen fonksiyonun Fourier katsayıları sütun vektörüdür. Bu sütun matrisinin ters Fourier dönüşümü alınır ve $Z_D(\theta)$ ifadesi (3.23)'ten θ 'ya bağlı olarak hesaplanır. Burada θ konturu temsil etmektedir.

Tezde E-polarizasyonlu elektromagnetik dalga saçılımı incelenmiştir. Bu hal için $Z_D(\theta)$ fiziksel mana açısından kontur üzerinde magnetik alan süreksizliği yani akım yoğunluğunu temsil etmektedir. Bu durumda cebrik sistemin sağ tarafı gelen dalgayı, integralin sonucu ise bilindiğiüzere saçılan alanı vermektedir. Bu aynı zamanda yakın alan için de yazılabilir. Ancak ekteki grafiklerde yakın alan toplam alan olarak ele alınmış olduğundan incelemelerde gelen alanın o noktadaki değeri de gözönüne alınmalıdır.

$$U^s(q) = \int_s [G(q,p)Z_D(p)] \cdot ds$$

; $q \in \mathbb{R}^2$ (saçılan alan)



Hesaplamalarda akım yoğunluğu ve yakın alanın dışında bir de özellikle anten karakteristiklerini belirlemede kullanılan uzak alanın bilinmesinin önemi büyüktür. Uzak alan hesabındaki tek fark saçılan alanın ölçüldüğü noktanın dalga mertebesine göre çok büyük olmasıdır.

Son olarak dikkate alınacak kavramlar total ve radar cross-section^(*) ifadeleridir. Özellikle boşluk rezonator gibi rezonansı olan ve bu değer civarında yüksek enerji depolayan yapıların karakteristikleri bu ifadelerle tespit edilir. Bunların matematiksel ifadeleri aşağıdaki gibidir:

$$\bullet TCS = \frac{\frac{1}{2} \Re \int_s (E^s \times H^{s*}) ds}{\frac{1}{2} \Re \int_{\text{Gelen Dalga Cisim Kesiti}} (E^i \times H^{i*}) ds}$$

TCS = Silindirik cismin birim uzunluktaki parçasından $R \rightarrow \infty$ için dışarı çıkan enerji akısının, cismin birim boydaki parçası üzerine düşen gelen enerji akısına oranı.

RCS = Gelen alan doğrultusunda cisimden saçılan alan.

Yukarıda sözü edilen, saçıcı cisim üzerindeki akım yoğunluğu, yakın alan, uzak alan, TCS, RCS büyüklüklerinin bulunması için yöntemimiz değişik geometrideki cisimlere uygulanarak, literatürde sonuçları verilen benzer yapılarla bulduğumuz sonuçlar karşılaştırılacaktır.

^(*) Formullerde TCS ve RCS olarak kısaltılmıştır.

4 . SONUÇLAR



Değişik geometrik özelliklere sahip sonsuz uzun, sonlu kalınlıklı mükemmel iletken silindirik cisimlerden E-polarizasyonlu elektromagnetik dalga saçılımı probleminin çözümünde Analitik Regularizasyon metodu kullanılmıştır. Bölüm 2'de analitik olarak modellenen saçılma problemi, Bölüm 3'deki numerik olarak çözülmüştür.

Dört farklı cismin değişik konumdaki düzlemsel ve çizgisel dalga kaynakları tarafından uyarılması sonucu Şekil 4'de verilen grafikler elde edilmiştir. Elde edilen sonuç ve grafiklerden şunları çıkarmak mümkündür:

- Ekteki karşılaştırmalı grafikler açıkça gösteriyor ki, bilinen analitik çözümler ile uyguladığımız çözümler tam bir uyum sergilemektedir.
- Silindirik Boşluk rezonatörü gibi rezonant cisimlerin rezonans frekansları ve bu frekans civarındaki davranışları grafiklerden tespit edilebilmiştir.
- Numerik hesaplamalara temel teşkil eden ikinci türden cebrik sistemin hal sayısının, karmaşık rezonant cisimler için dahi, teorisinde bahsedildiği gibi N sonsuza giderken sonlu bir değere yakınsadığı grafiklerden de görüldüğü üzere aşıkardır.

Ayrıca, cebrik sistemin kesim sayısının direkt olarak hata oranını etkilediği ve Moment metodu gibi sıkça

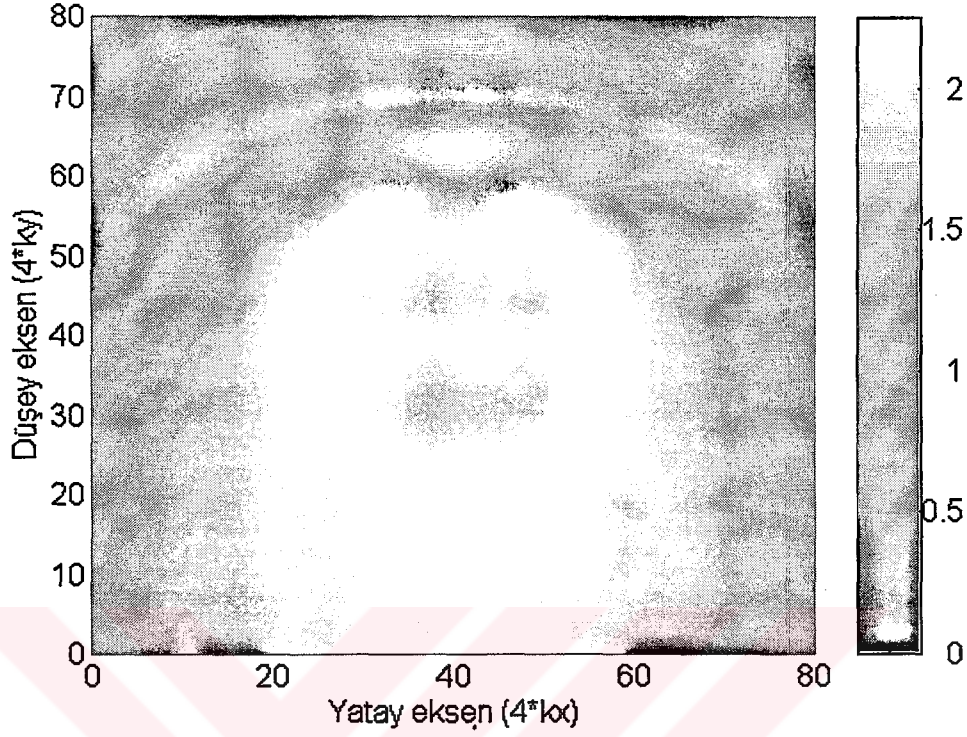
kullanılan yöntemlerin aksine kesim sayısının arttırılmasına paralel olarak hata yüzdesinin de düzenli bir şekilde azaldığı sonuçlar vasıtasıyla gözlenmiştir. Bu sayede. Her ne kadar, programın işlem süresinin katlamalı olarak artsa da, yüksek kesim sayısı alınarak, hata oranı çok düşük optimum sonuçlar özellikle düzgün cisimler için kolayca elde edilebilir.



TOPLAM YAKIN ALAN GRAFİKLERİ (*)

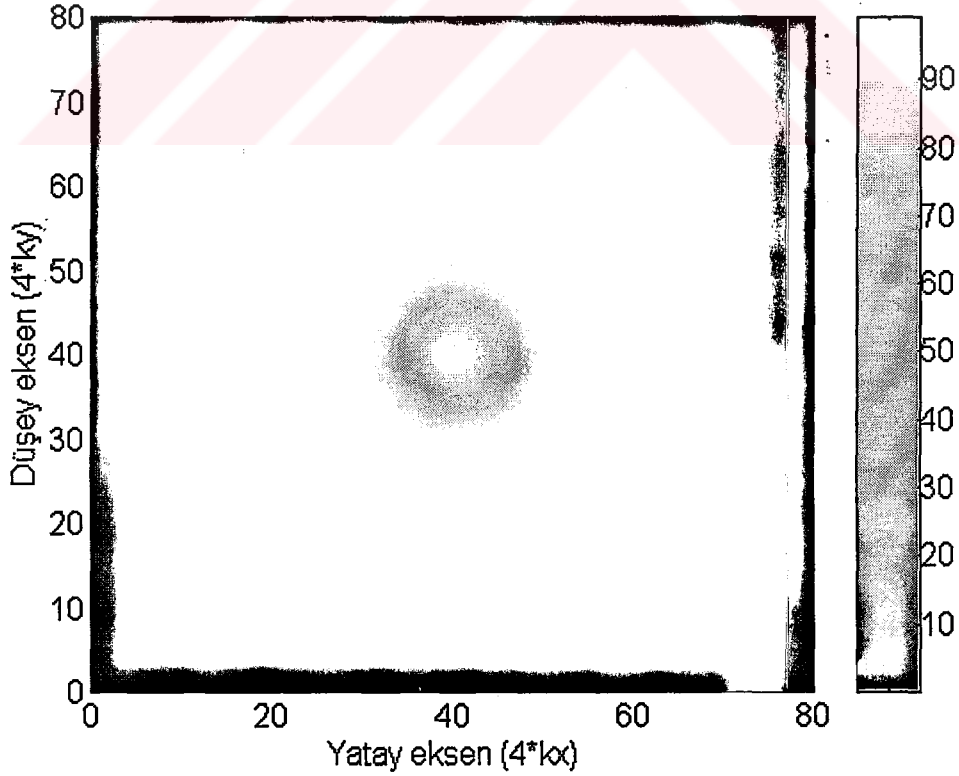
Şekil 4.1

Boşluk Rezonatörü, $kb=5$, $ka=0.8*kb$, $\alpha=40^\circ$; 90° Düzlemsel Dalga



Şekil 4.2

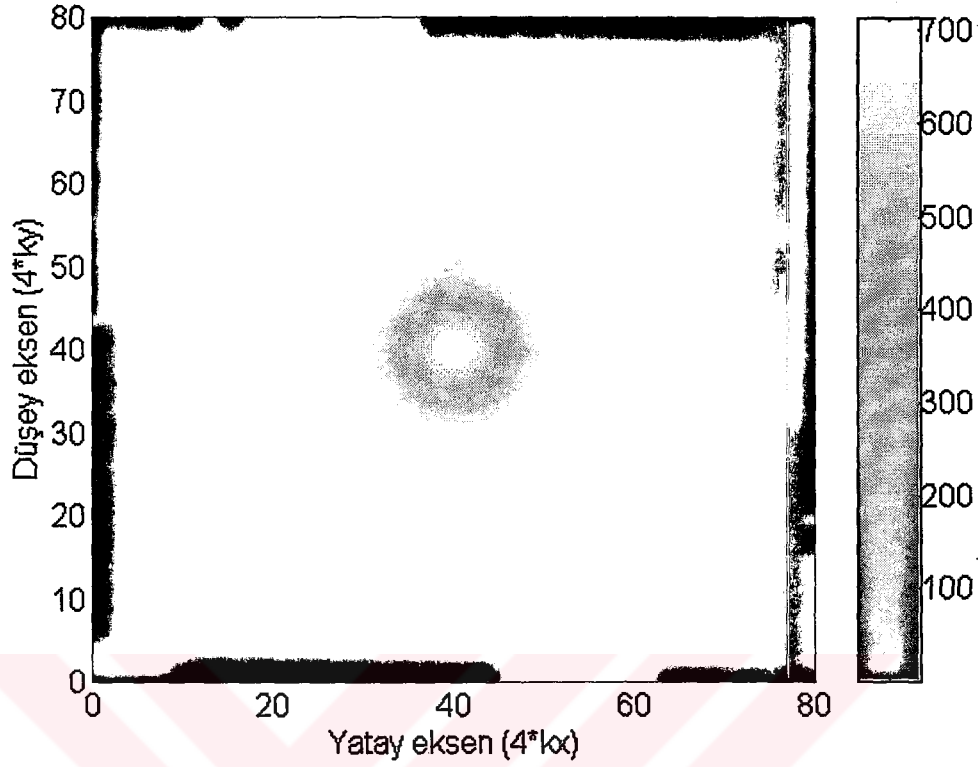
Boşluk Rezonatörü, $kb=2.978$, $ka=0.8*kb$, $\alpha=40^\circ$; 90° Düzlemsel Dalga



(*) bkz. Şekil (1.1), (1.2) ve (1.3)

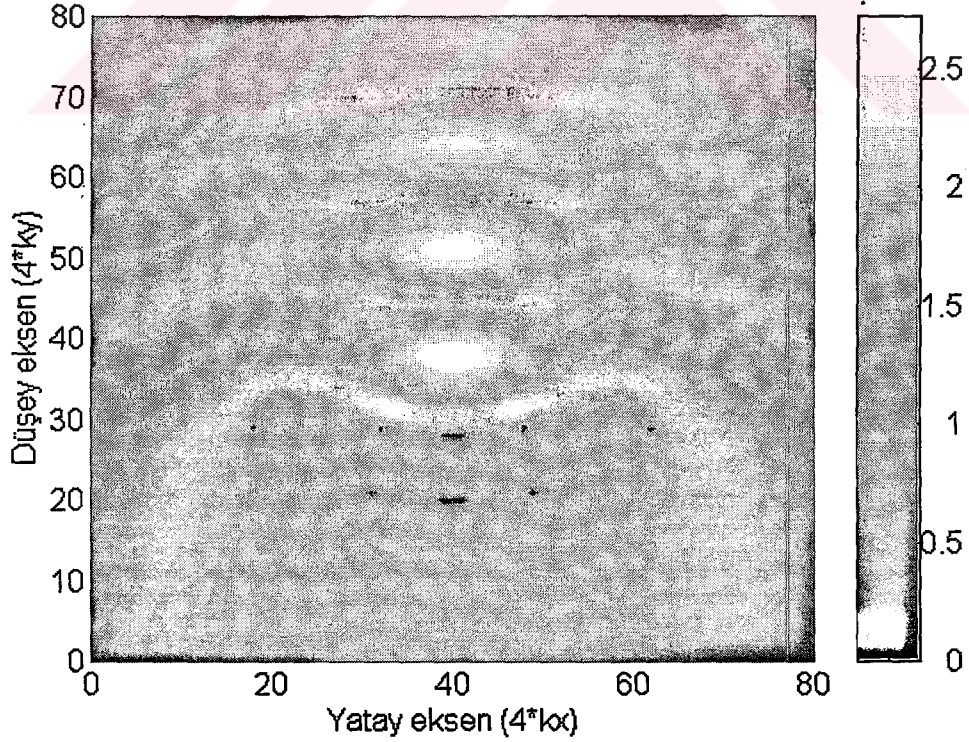
Şekil 4.3^(*)

Boşluk Rezonatörü, $k_b=2.978$, $k_a=0.8*k_b$, $\alpha=40^\circ$; (40,40) Çizgisel Kaynak



Şekil 4.4

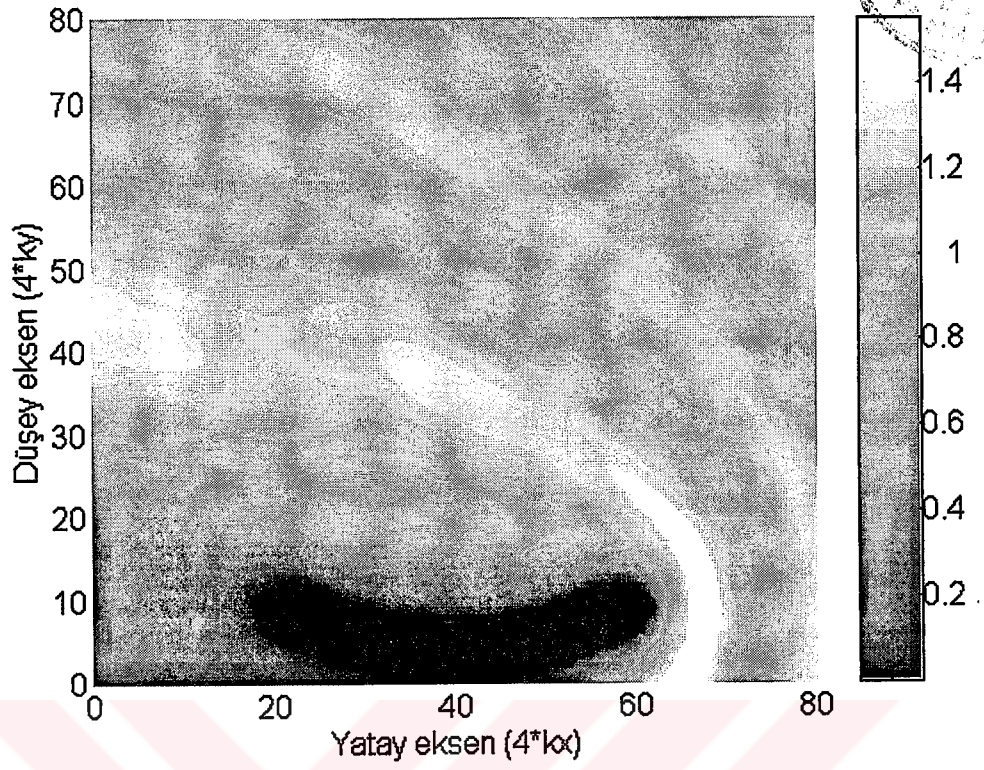
Eğrisel Şerit, $k_b=10$, $k_a=0.8*k_b$, $\alpha=60^\circ$; 90° Düzlemsel Dalga



^(*) (40,40) ; - : kaynağın şekil üzerindeki koordinatıdır.

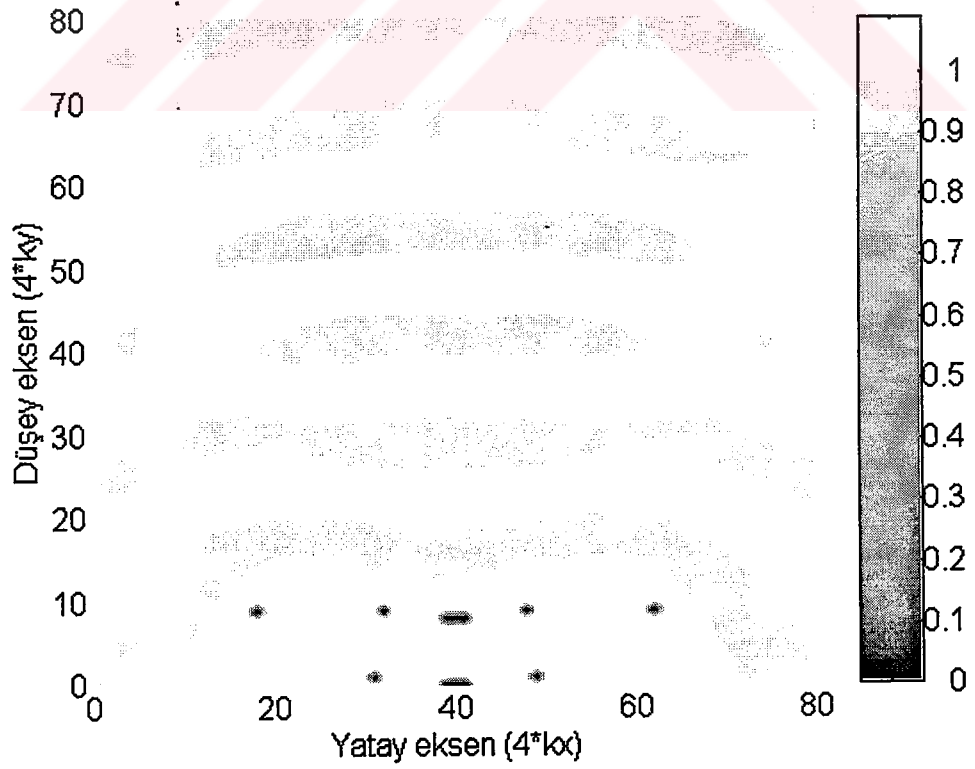
Şekil 4.5

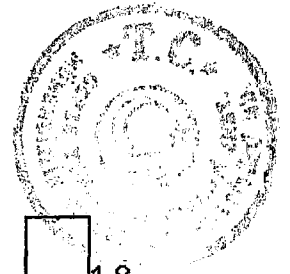
Eğrisel Şerit, $k_b=10$, $k_a=0.8*k_b$, $\alpha=60^\circ$; 0° Düzlemsel Dalga



Şekil 4.6

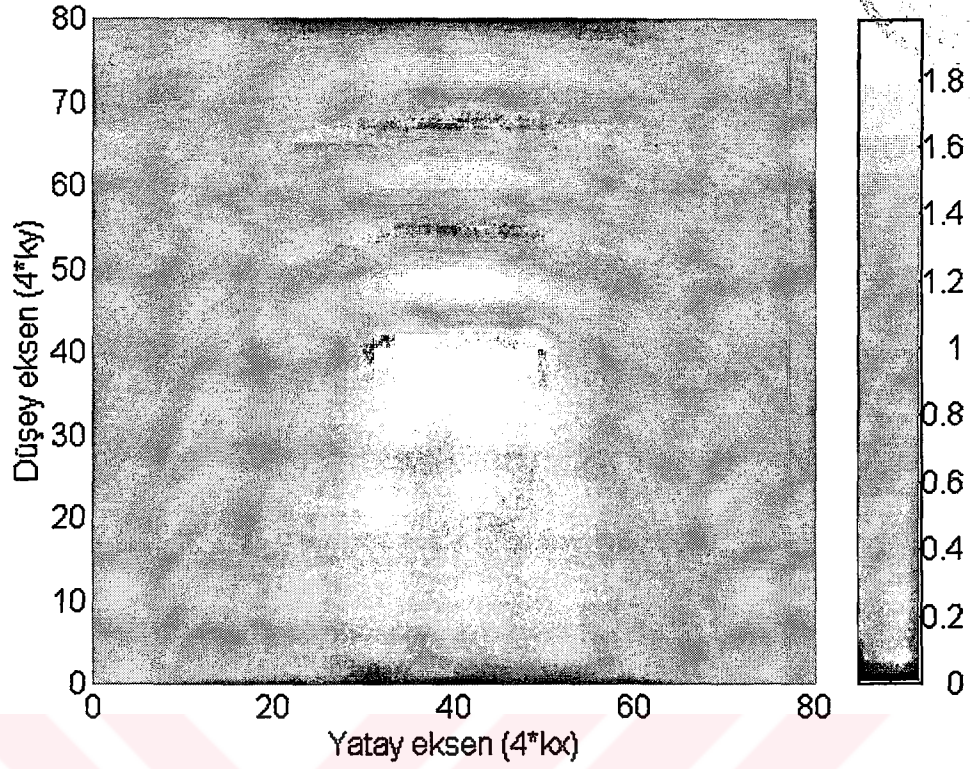
Eğrisel Şerit, $k_b=10$, $k_a=0.8*k_b$, $\alpha=60^\circ$; $(40,40)$ Çizgisel Kaynak





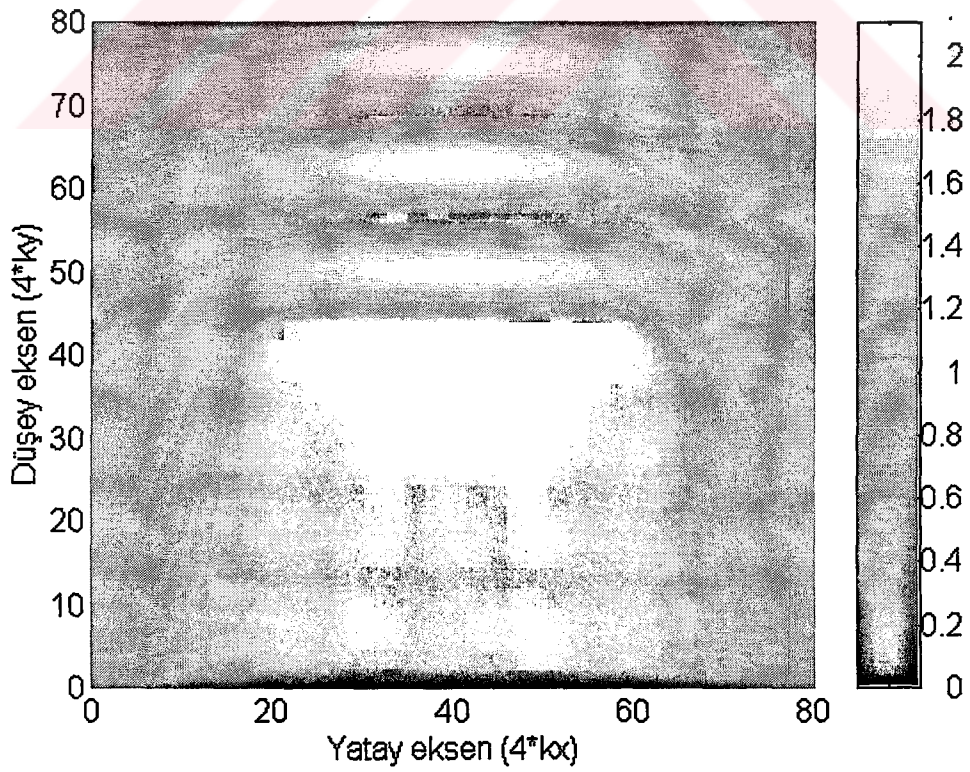
Şekil 4.7

Şerit Hat, $k_d=5$, $k_h=1$; 90° Düzlemsel Dalga



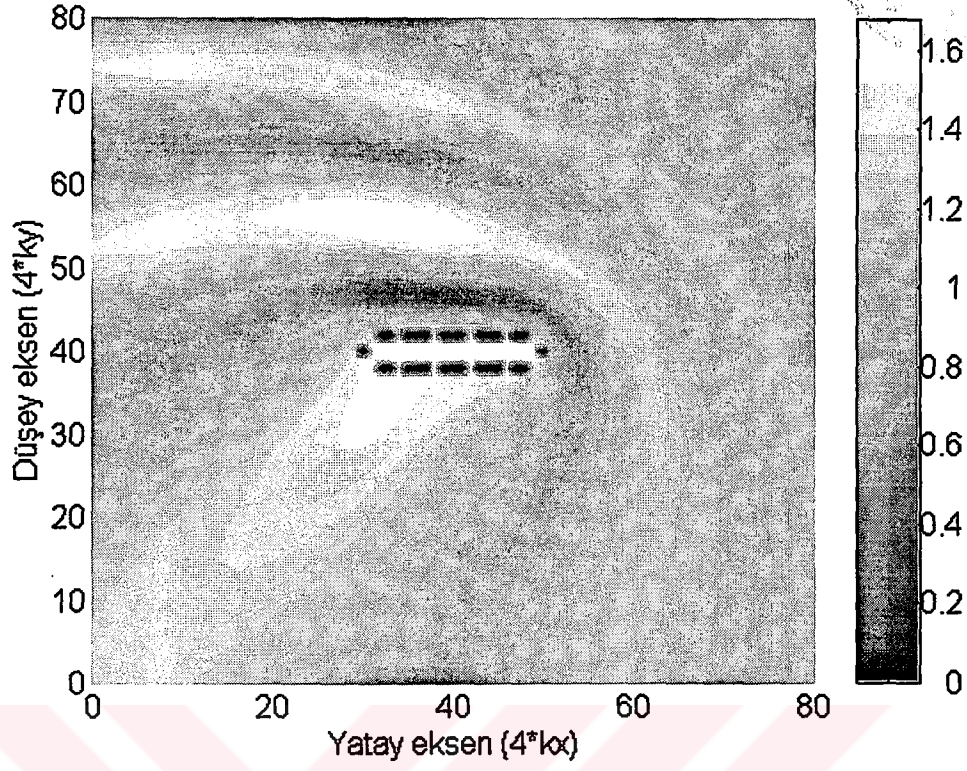
Şekil 4.8

Şerit Hat, $k_d=10$, $k_h=2$; 90° Düzlemsel Dalga



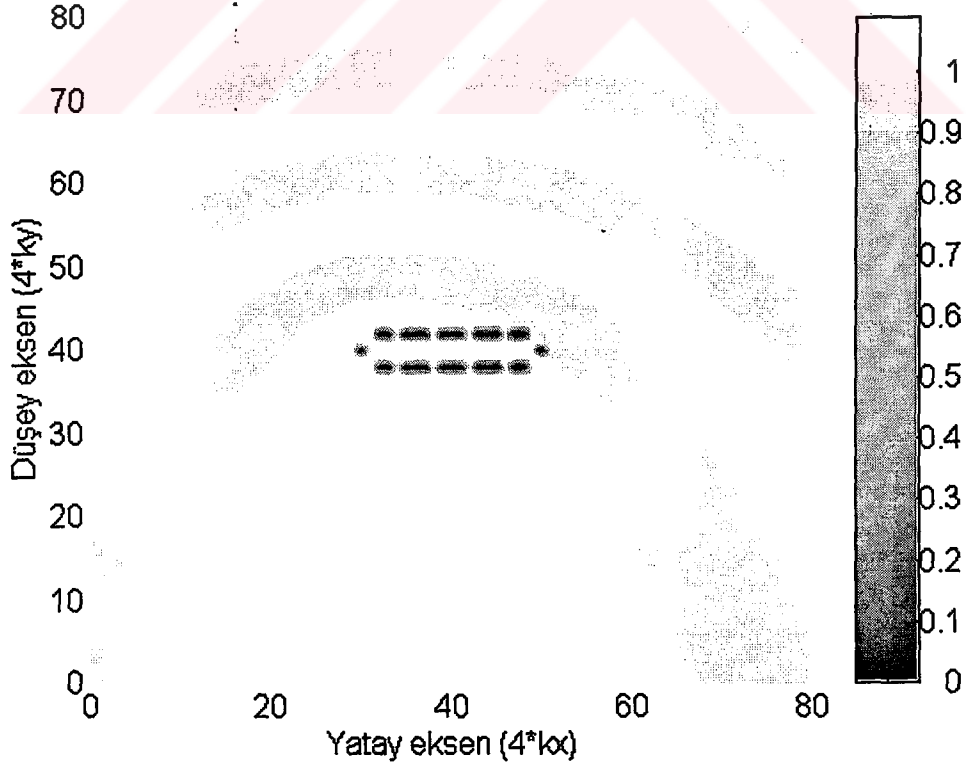
Şekil 4.9

Şerit Hat, $kd=5$, $kh=1$; 45° Düzlemsel Dalga



Şekil 4.10

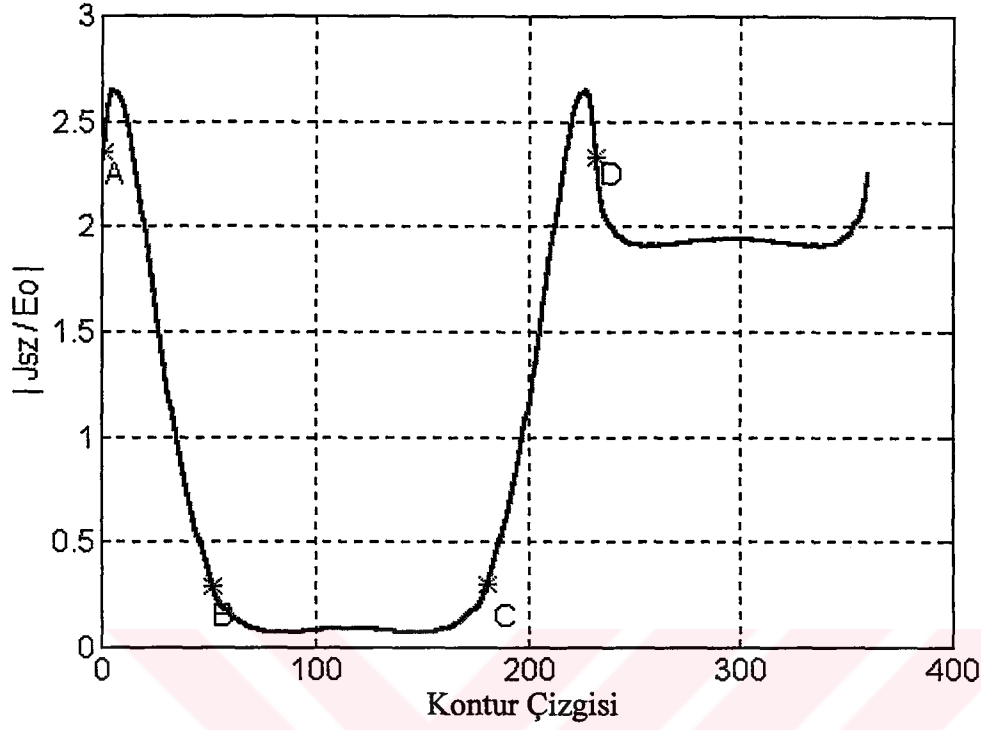
Şerit Hat, $kd=5$, $kh=1$; $(40,60)$ Çizgisel Kaynak



AKIM DAĞILIMI GRAFİKLERİ (*)

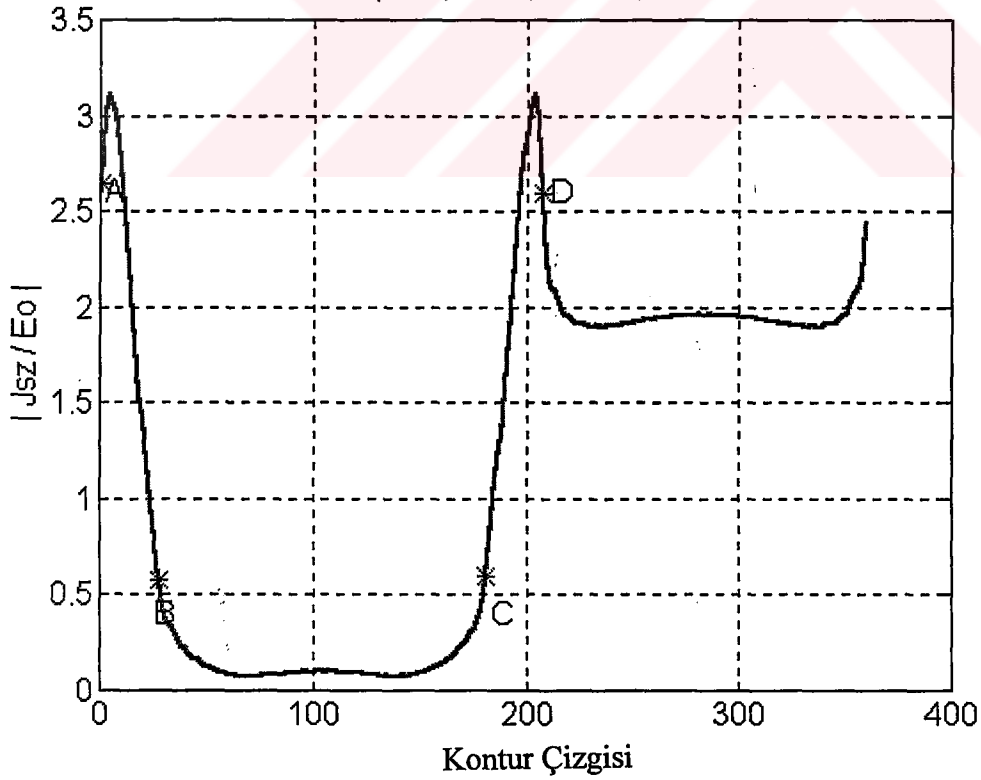
Şekil 4.11

Stripline, $kd=5$, $kh=1$, $N=55$



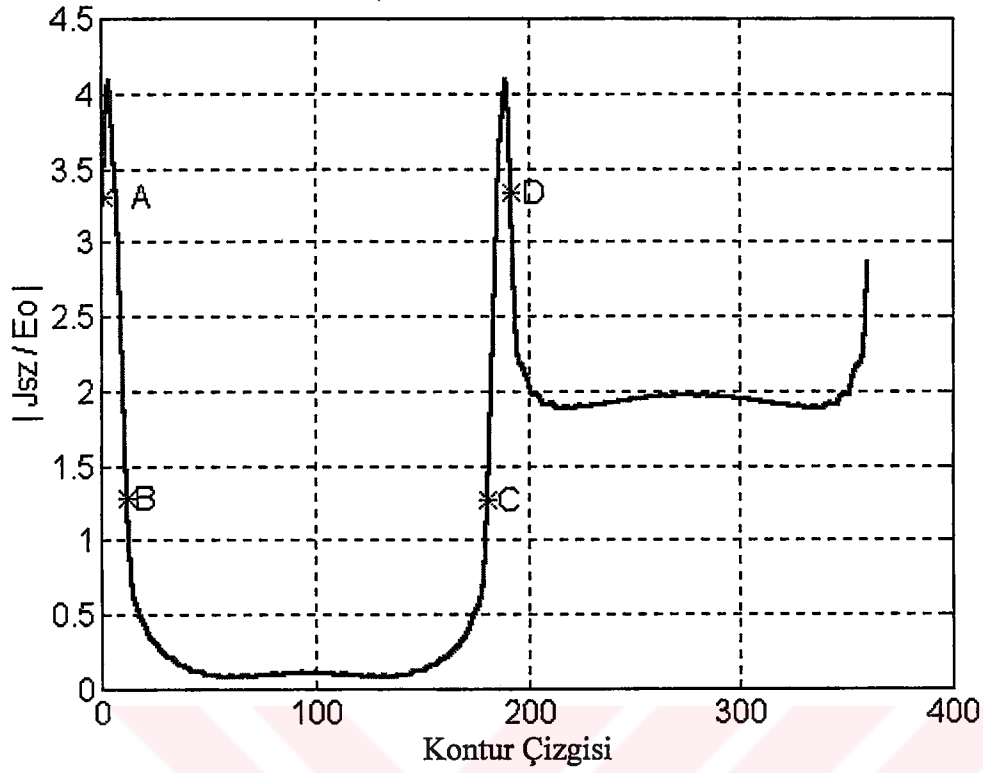
Şekil 4.12

Stripline, $kd=5$, $kh=0.5$, $N=55$

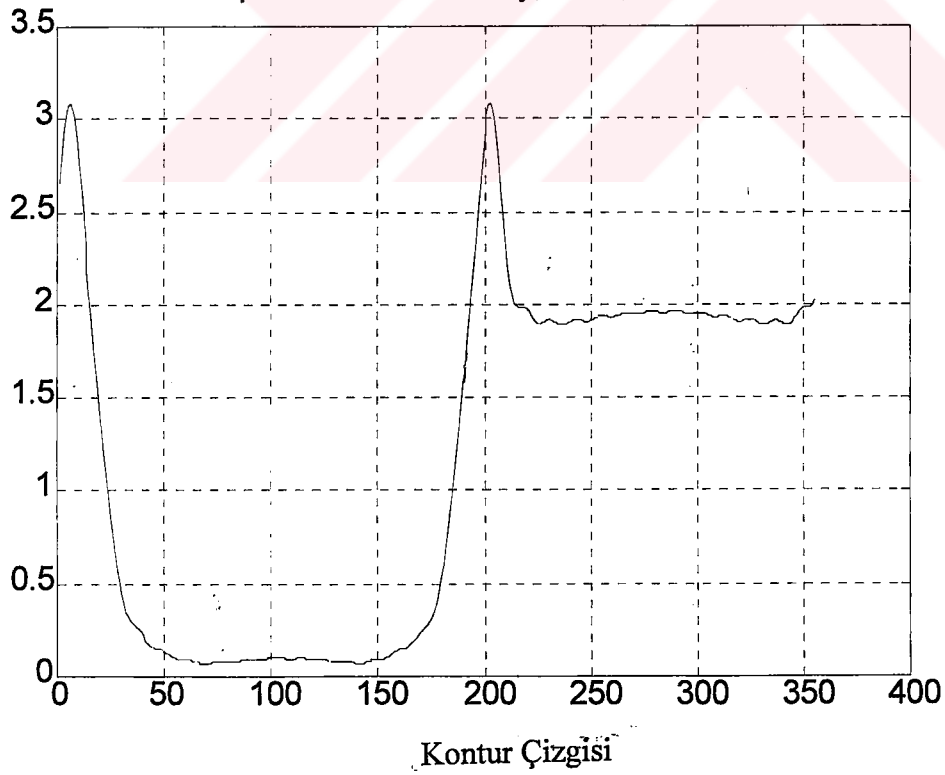


(*) N =Cebrik sistemin kesim sayısı, Curved strip=Eğrisel şerit, Stripline=Şerithat, Openrezonator=Boşluk rezonatörü, A-D=bkz şekill.1-3

Şekil 4.13
Stripline, $kd=5$, $kh=0.2$, $N=55$



Şekil 4.14 (*)
Stripline Current Density; $kd=5$, $kh=0.5$; $N=30$

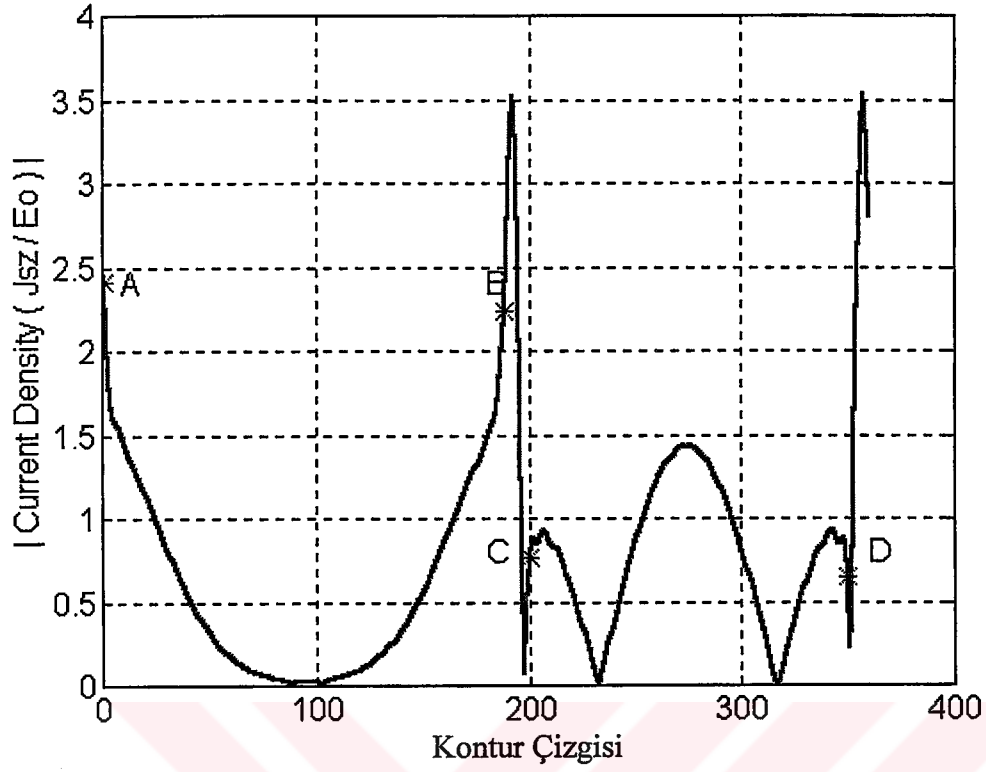


(*) Current density = Akım dağılımı



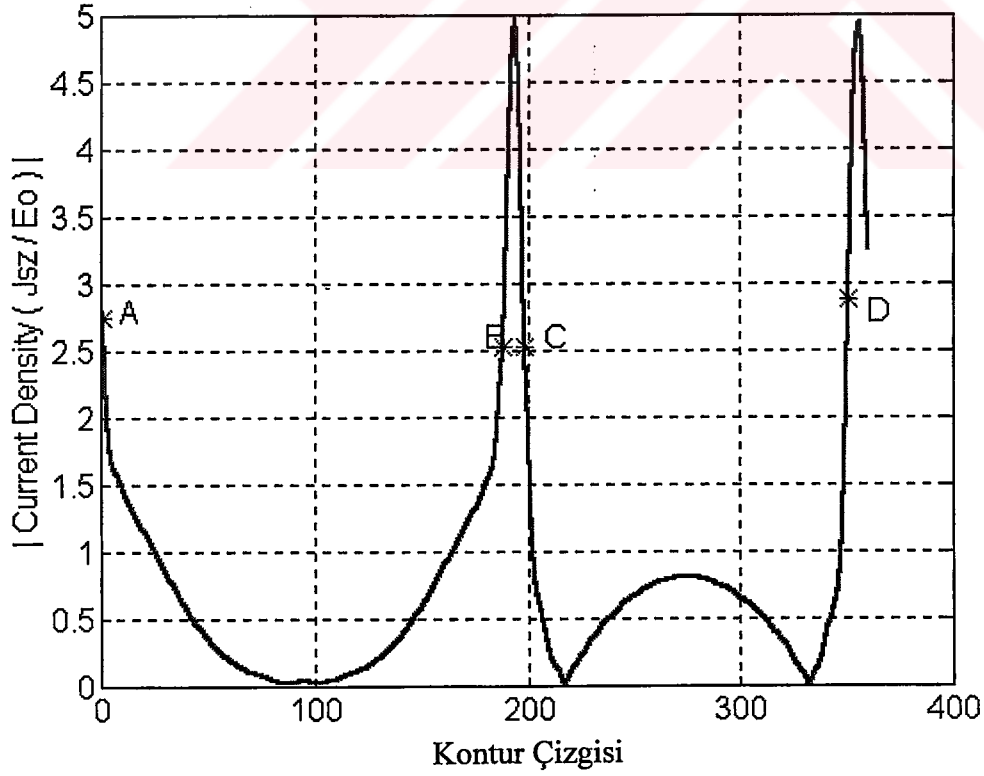
Şekil 4.15^(*)

Boşluk Rezonatörü, $kb=5$, $ka=4$, $\alpha=60^\circ$, $N=53$



Şekil 4.16

Boşluk Rezonatörü, $kb=4$, $ka=3.2$, $\alpha=60^\circ$, $N=40$

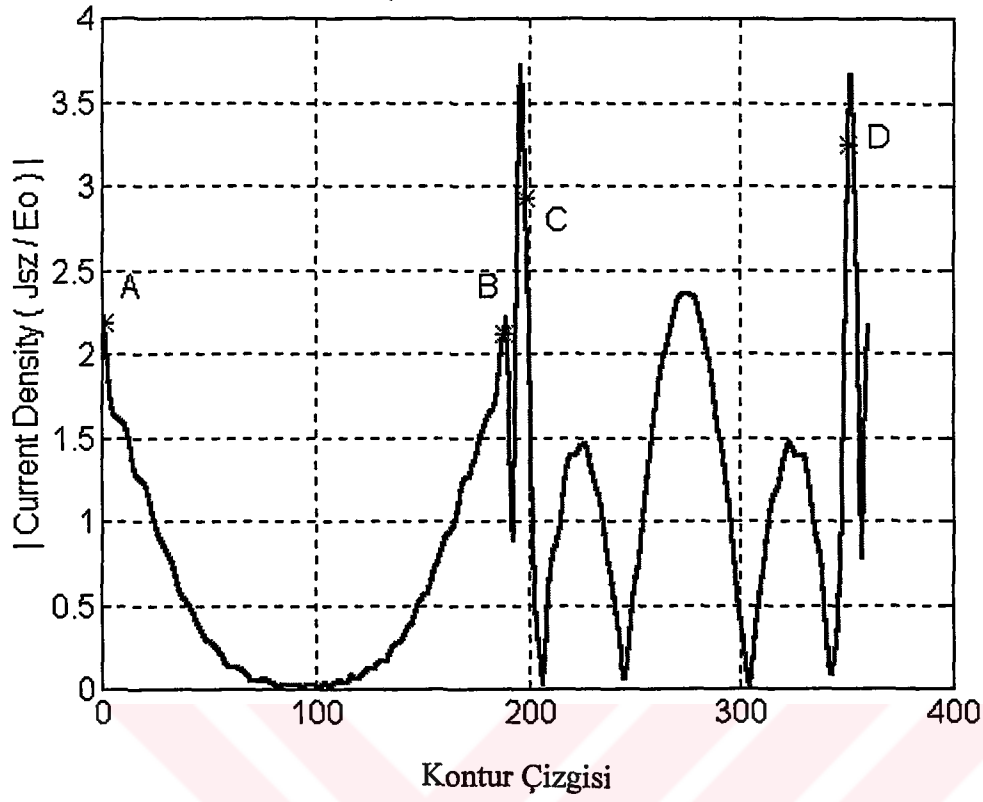


^(*) Akım dağılım grafikleri 90° geliş açılı düzlemsel dalga içindir.



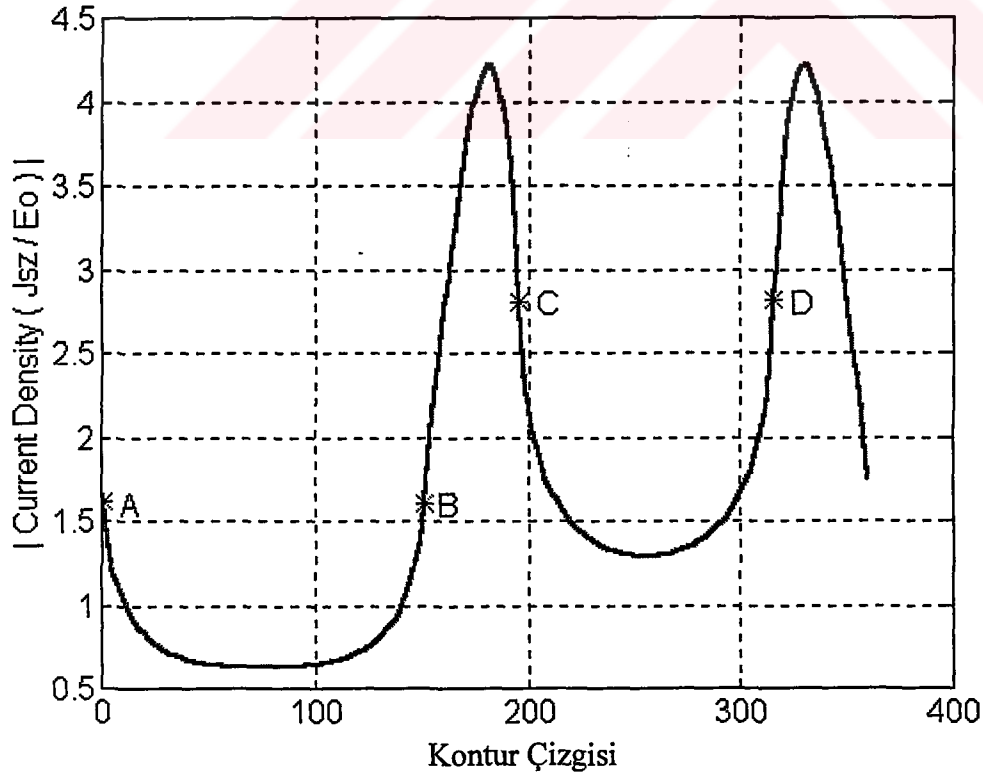
Şekil 4.17 a

Boşluk Rezonatörü, $kb=6$, $ka=4.8$, $\alpha=60^\circ$, $N=40$



Şekil 4.17 b

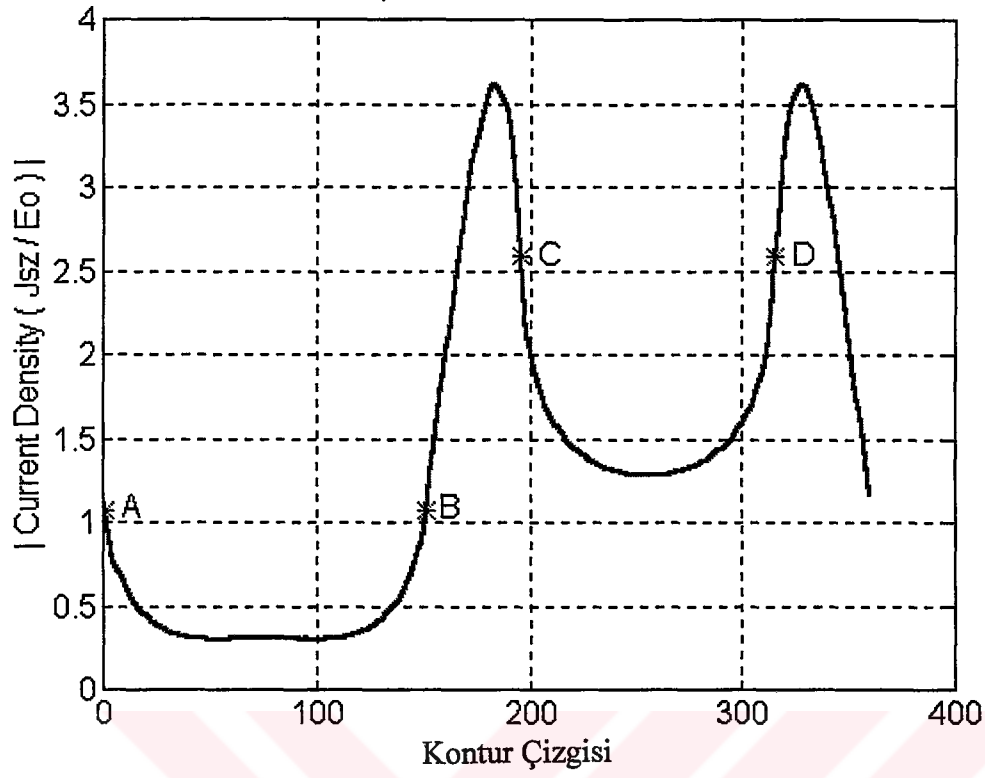
Eğrisel Şerit, $kb=1$, $ka=0.8$, $\alpha=60^\circ$, $N=40$





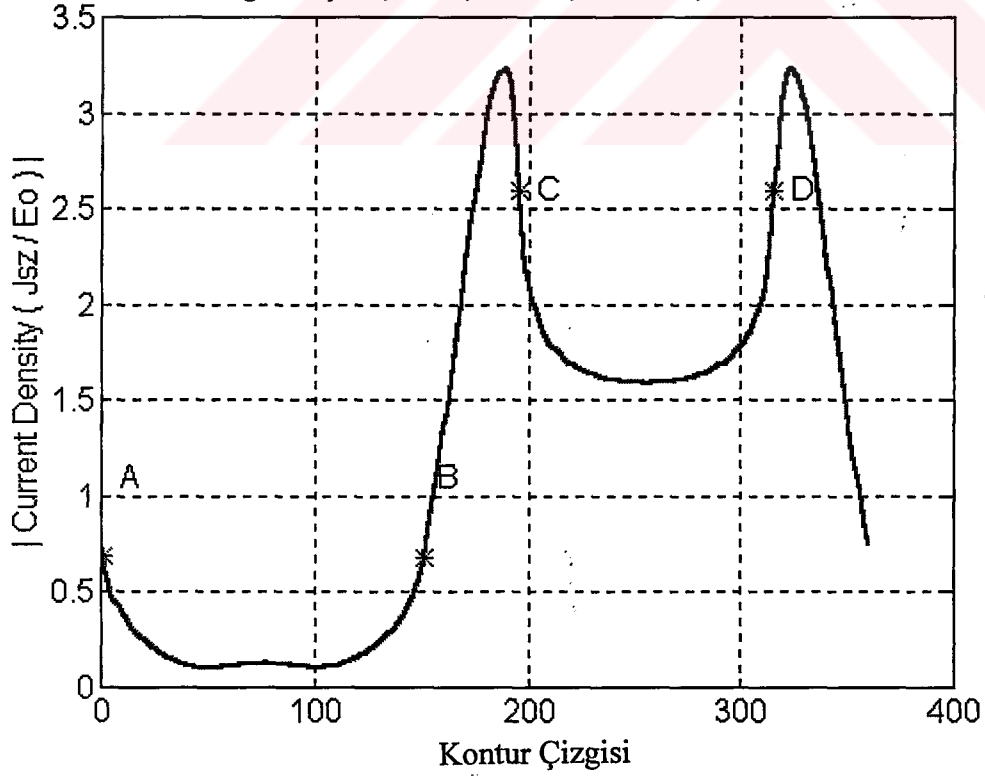
Şekil 4.18

Eğrisel Şerit, $kb=2$, $ka=1.6$, $\alpha=60^\circ$, $N=40$

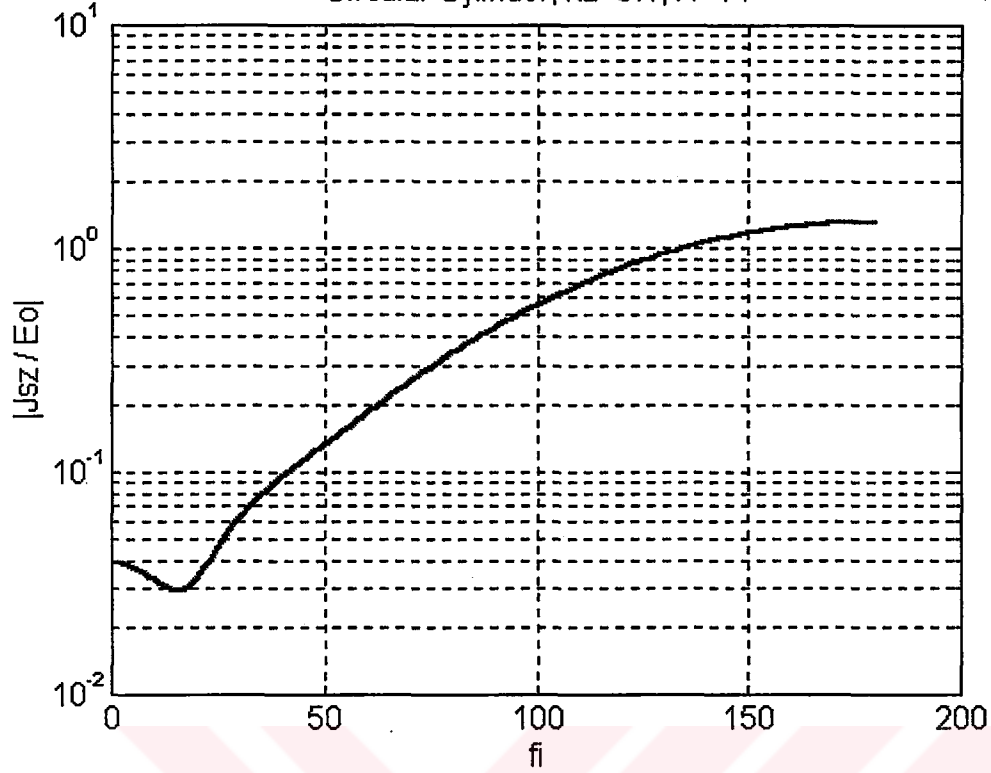


Şekil 4.19

Eğrisel Şerit, $kb=4$, $ka=3.2$, $\alpha=60^\circ$, $N=40$

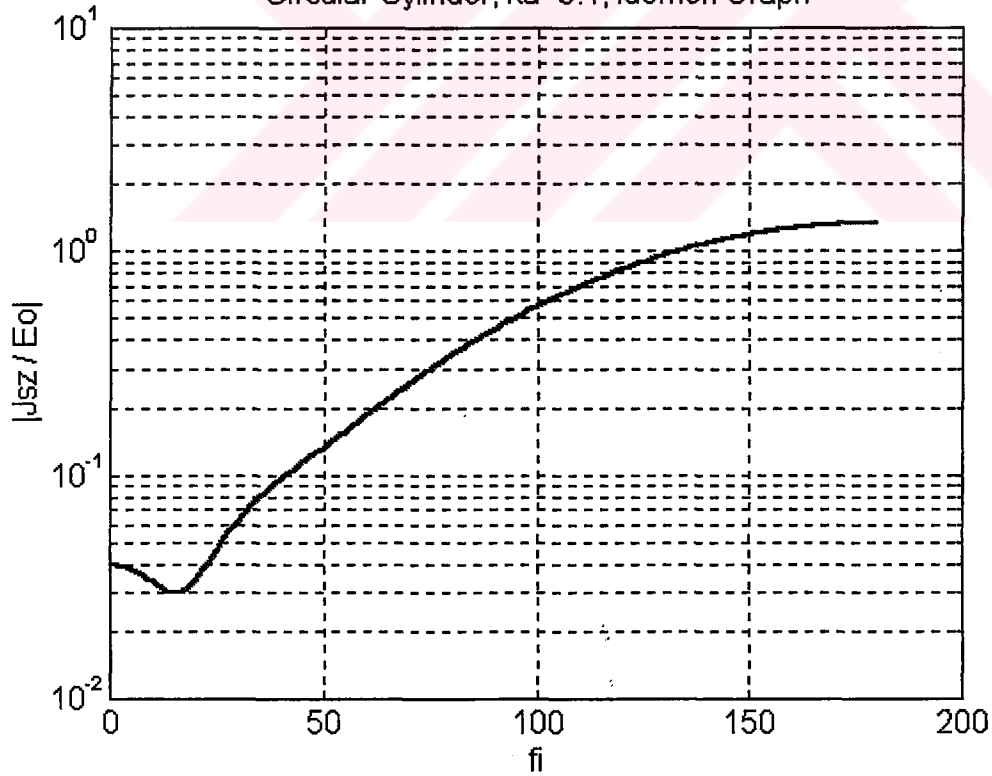


Şekil 4.20^(*)
Circular Cylinder, $ka=3.1$, $N=14$



Şekil 4.21

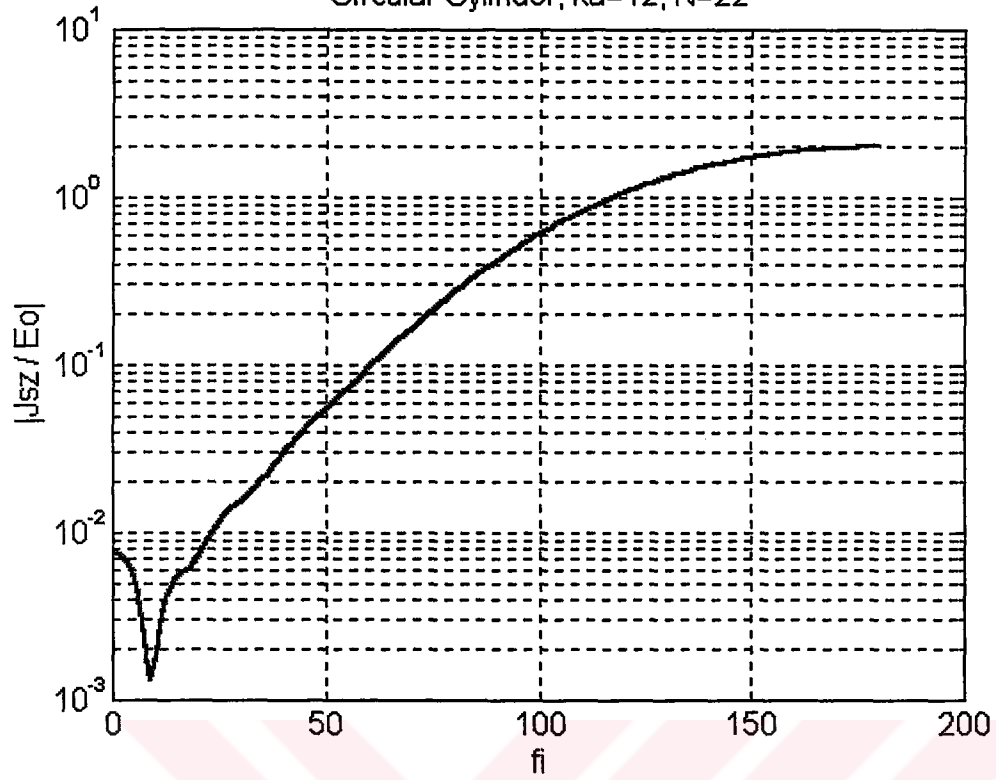
Circular Cylinder, $ka=3.1$, Idemen Graph



^(*) Circular Cylinder=Kesiti çember olan şekil. Fi =kontur noktalarının orjinle yaptığı açı. Şekil 4.20-23 kaynak(19) ile karşılaştırmalıdır.

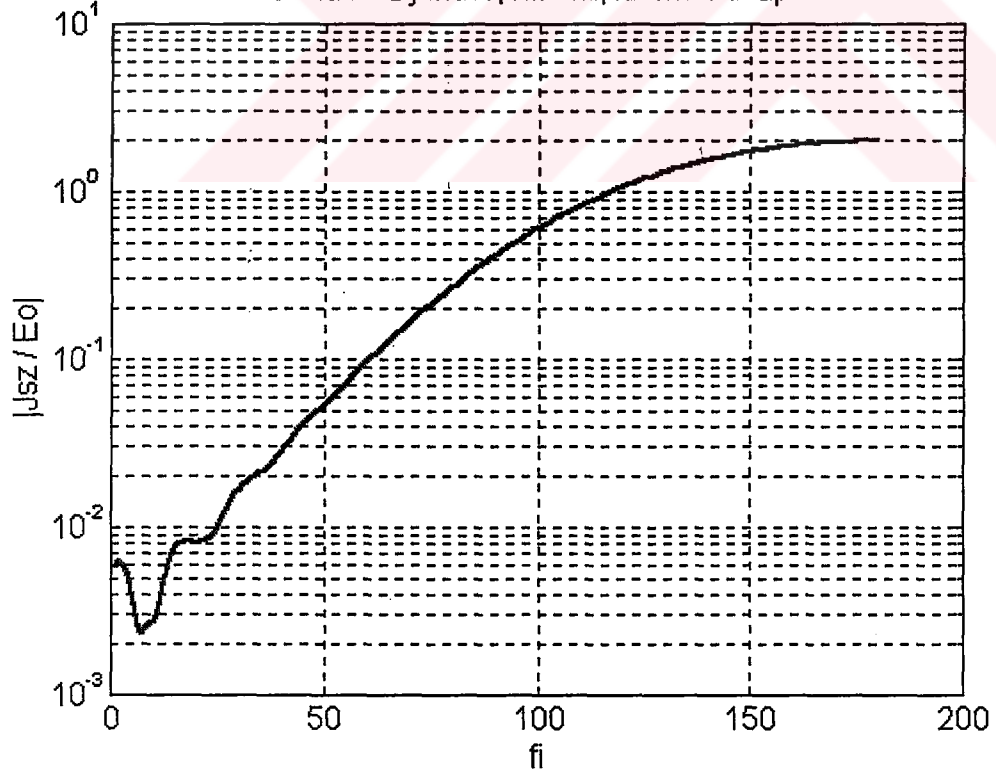
Şekil 4.22

Circular Cylinder, $ka=12$, $N=22$



Şekil 4.23

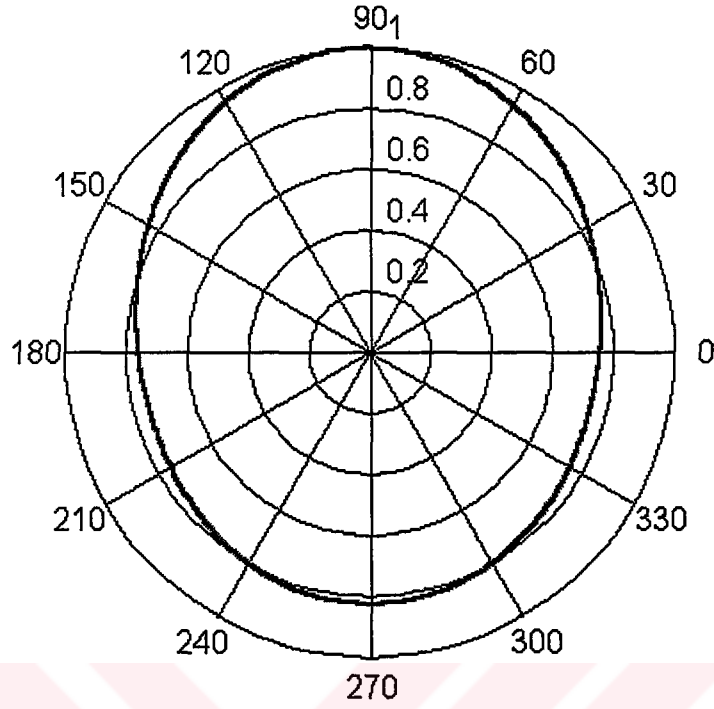
Circular Cylinder, $ka=12$, Idemen Graph



UZAK ALAN GRAFİKLERİ (*)

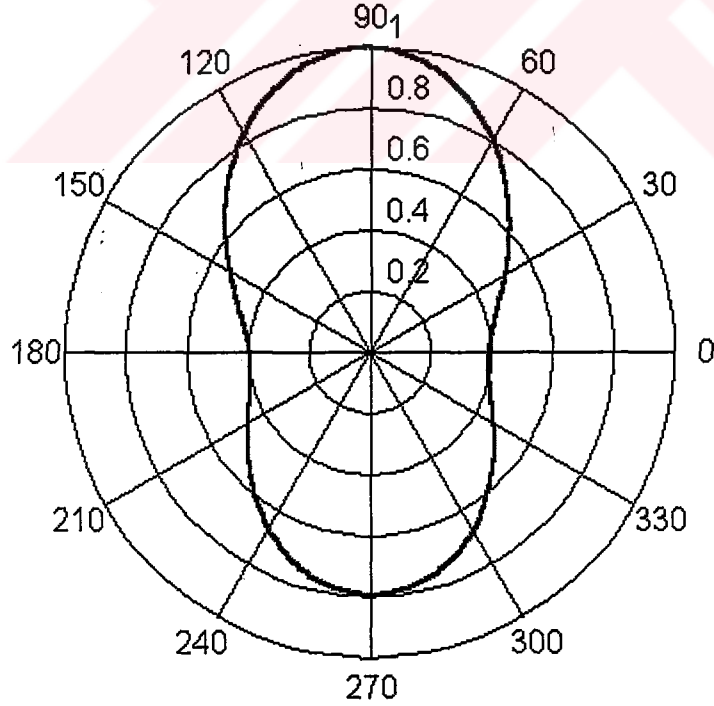
Şekil 4.24

Eğrisel Şerit, $kb=1$, $ka=0.8$, $\alpha=60^\circ$, $N=40$



Şekil 4.25

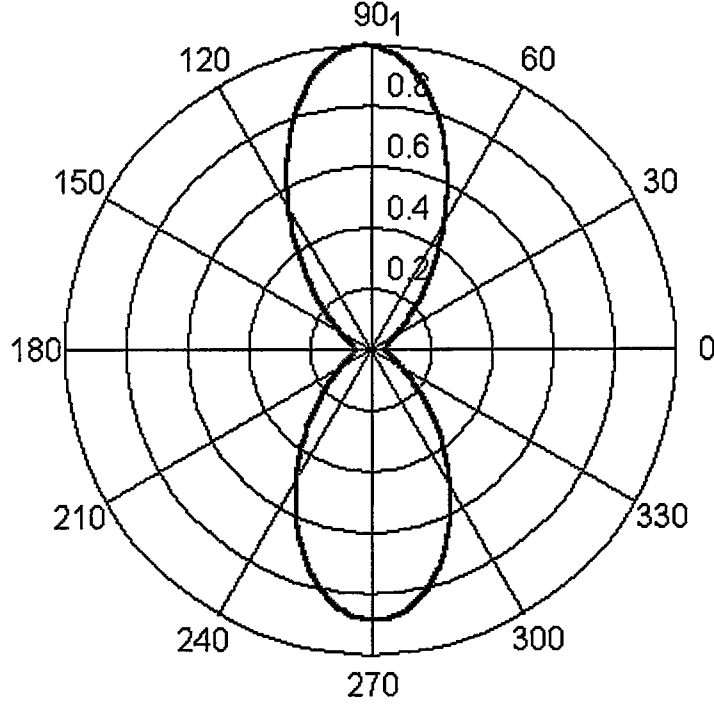
Eğrisel Şerit, $kb=2$, $ka=1.6$, $\alpha=60^\circ$, $N=40$



(*) Polar diyagramda 90° geliş açılı düzlemsel dalga için çizilmiştir

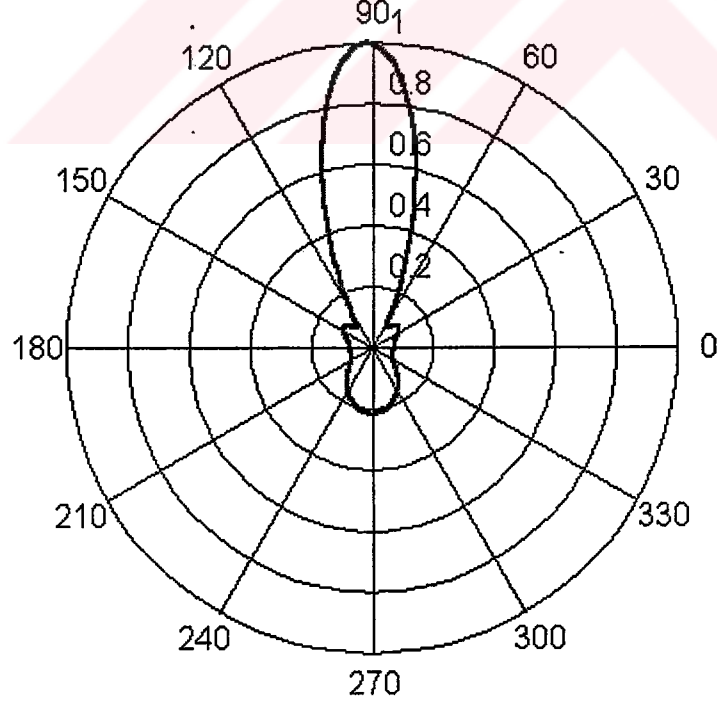
Şekil 4.26

Eğrisel Şerit, $kb=4$, $ka=3.2$, $\alpha=60^\circ$, $N=40$



Şekil 4.27

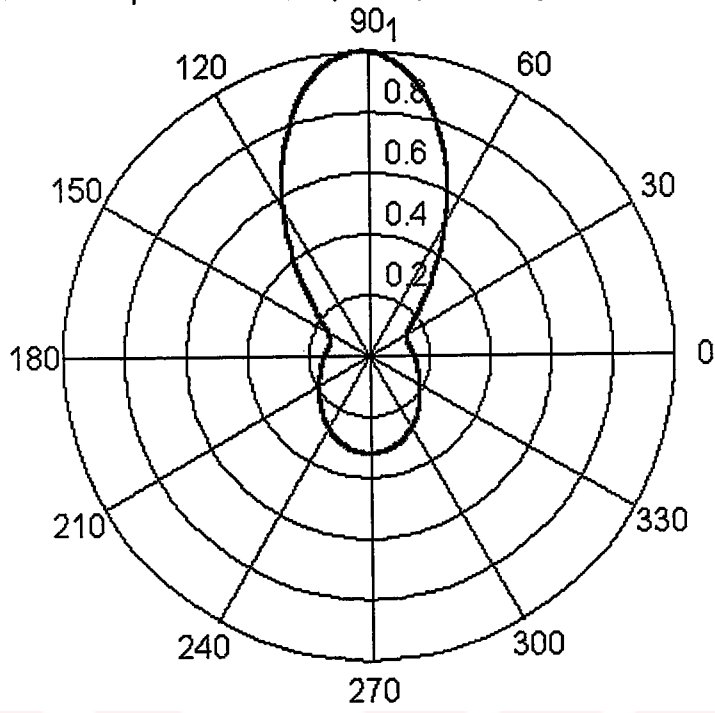
Boşluk Rezonatörü, $kb=4$, $ka=3.2$, $\alpha=40^\circ$, $N=40$





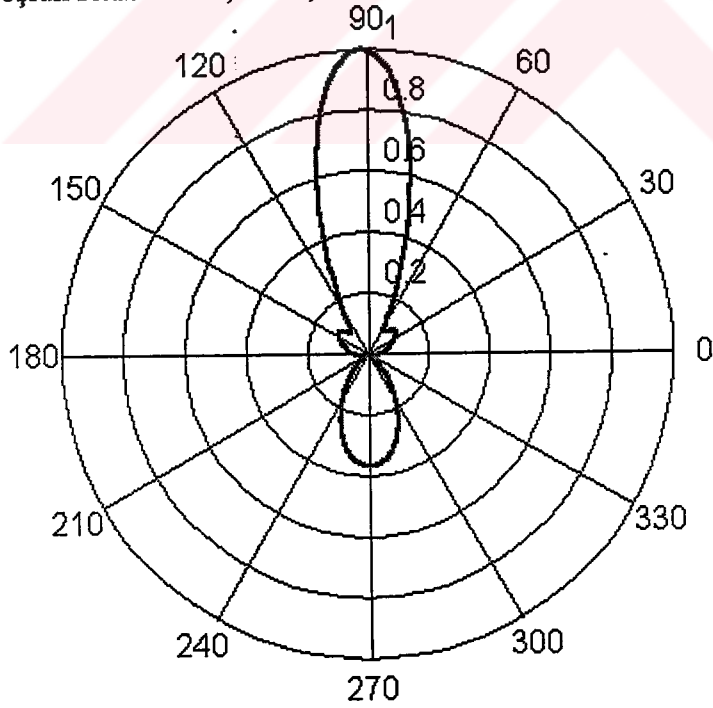
Şekil 4.28

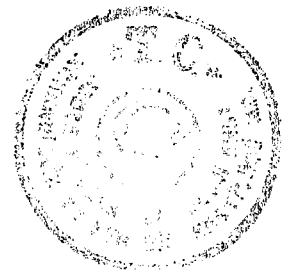
Boşluk Rezonatörü, $kb=2$, $ka=1.6$, $\alpha=60^\circ$, $N=40$



Şekil 4.29

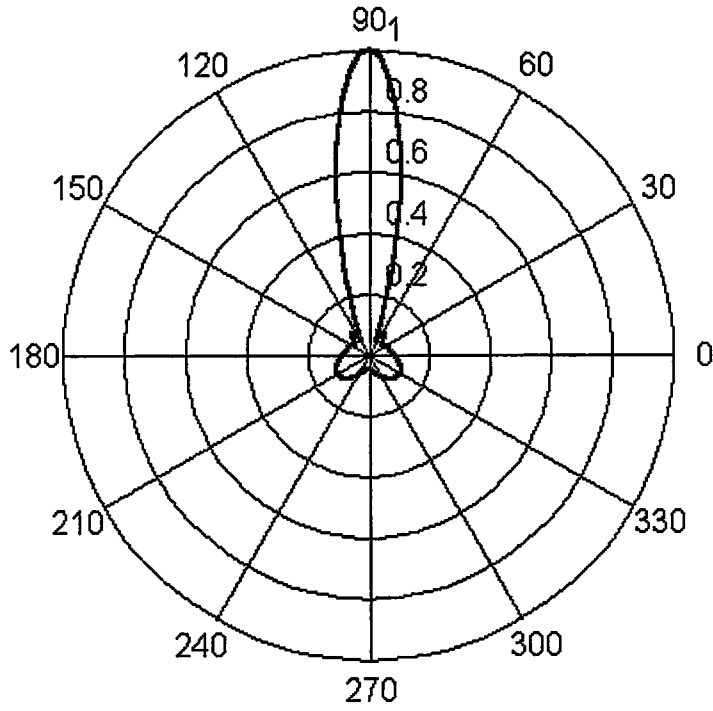
Boşluk Rezonatörü, $kb=4$, $ka=3.2$, $\alpha=60^\circ$, $N=40$





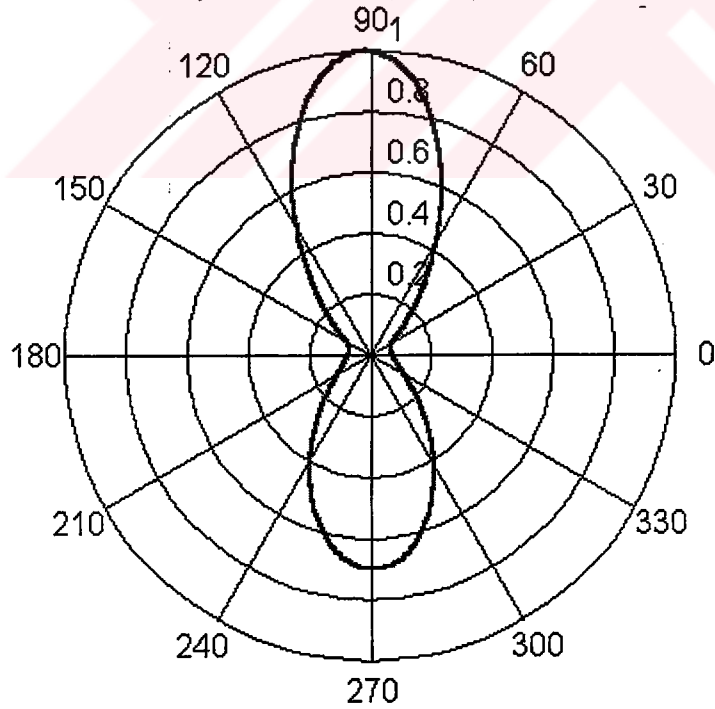
Şekil 4.30

Boşluk Rezonatörü, $k_b=6$, $k_a=4.8$, $\alpha=60^\circ$, $N=44$



Şekil 4.31

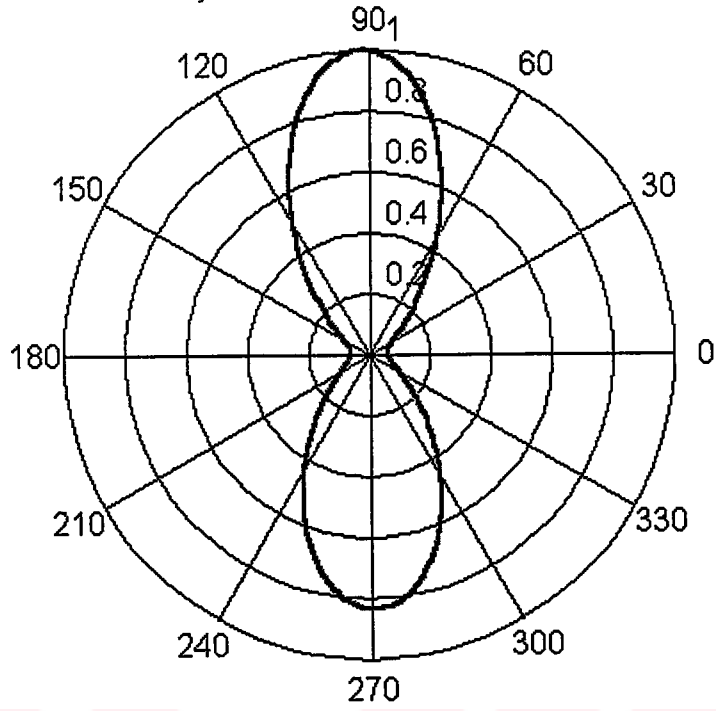
Şerit Hat, $k_d=5$, $k_h=1$, $N=30$





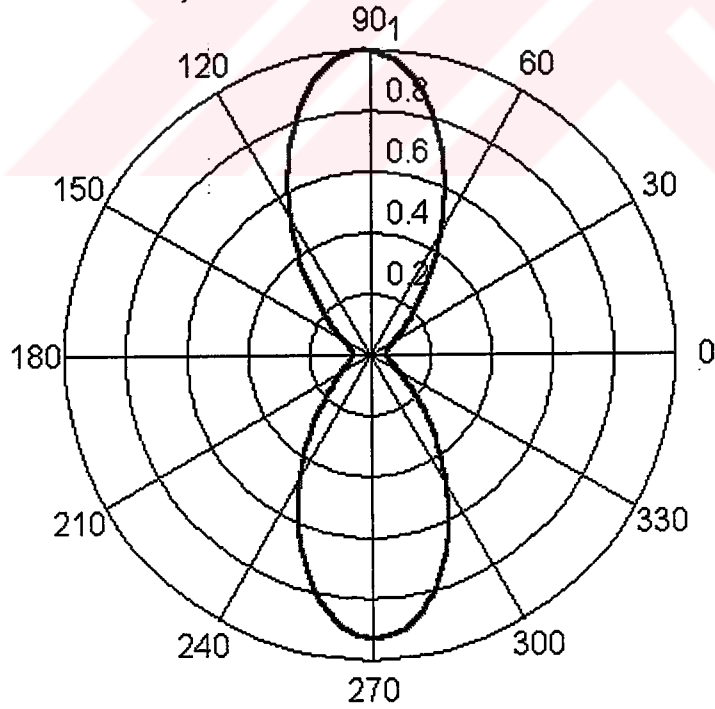
Şekil 4.32

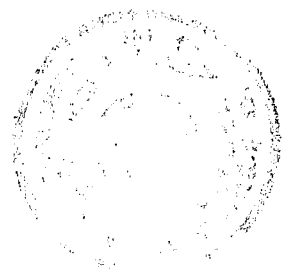
Şerit Hat, $kd=5$, $kh=0.5$, $N=55$



Şekil 4.33

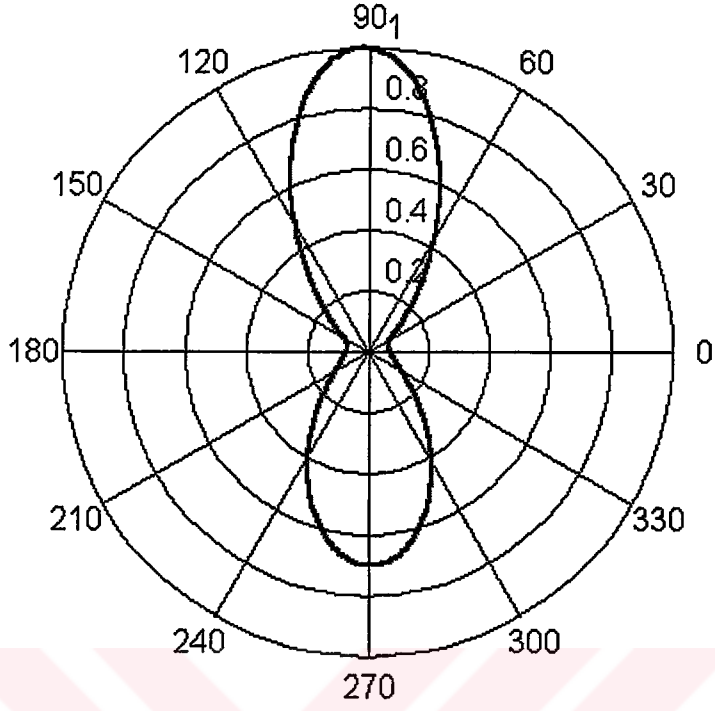
Şerit Hat, $kd=5$, $kh=0.2$, $N=55$





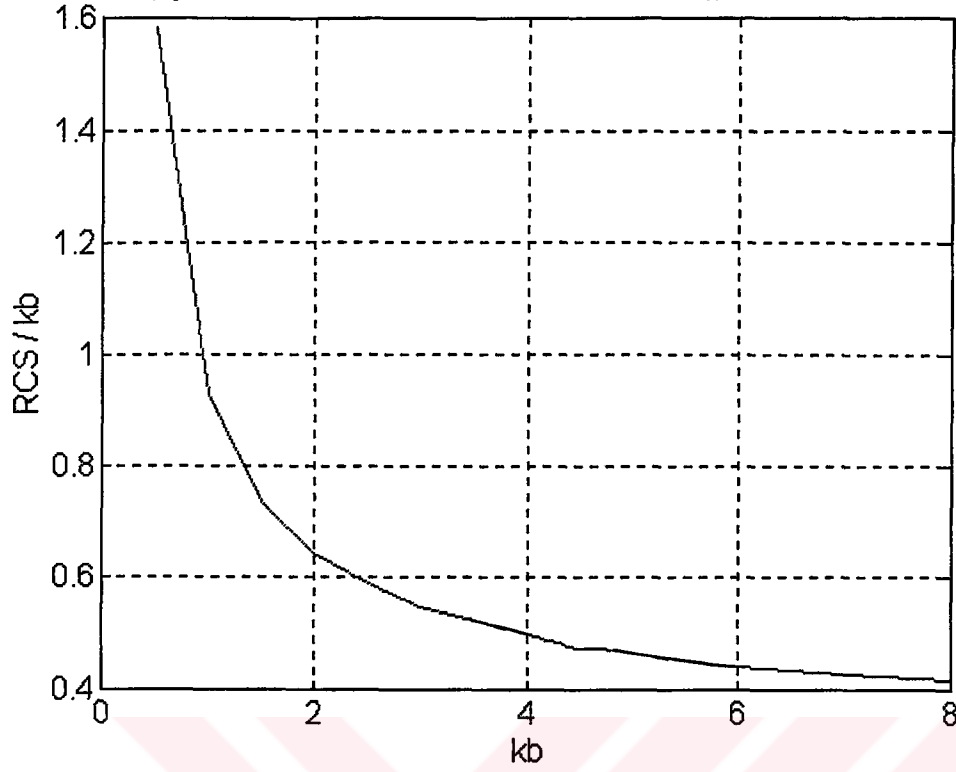
Şekil 4.34

Şerit Hat, $kd=5$, $kh=1$, $N=55$



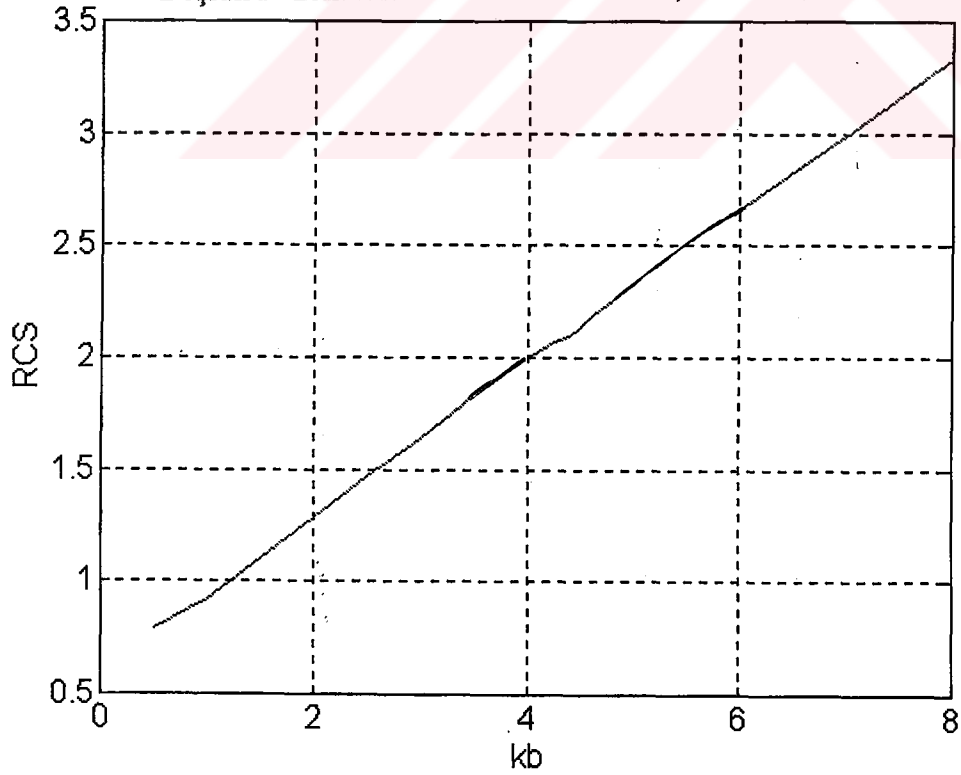
Şekil 4.35

Boşluk Rezonatörü Normalize Radar Cross-Section, $\alpha=60^\circ$, $k_a=0.8 \cdot k_b$



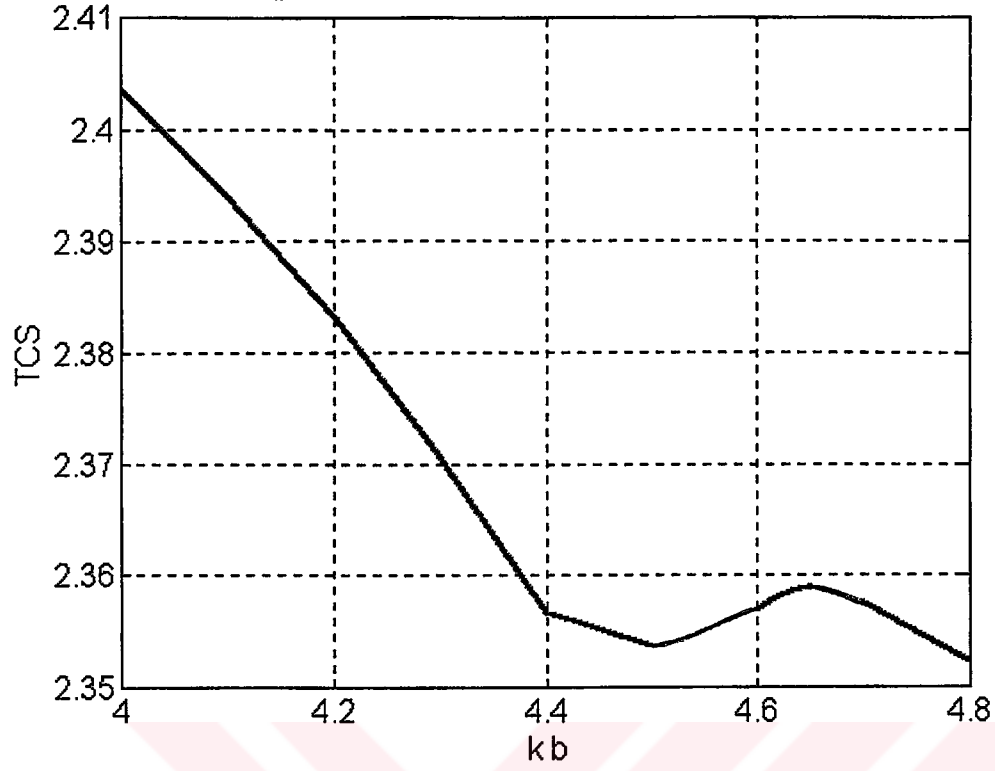
Şekil 4.36

Boşluk Rezonatörü Radar Cross-Section, $\alpha=60^\circ$, $k_a=0.8 \cdot k_b$



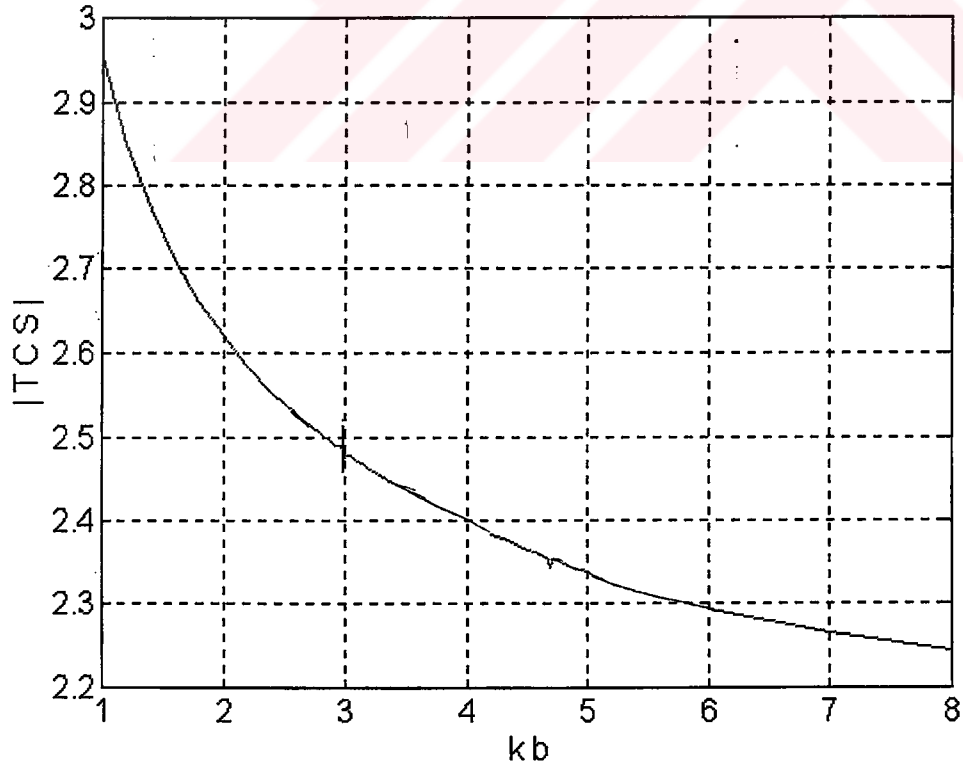
Şekil 4.38

Boşluk Rezonatörü Total Cross-Sestion, $\alpha=60^\circ$, $k_a=0.8*kb$

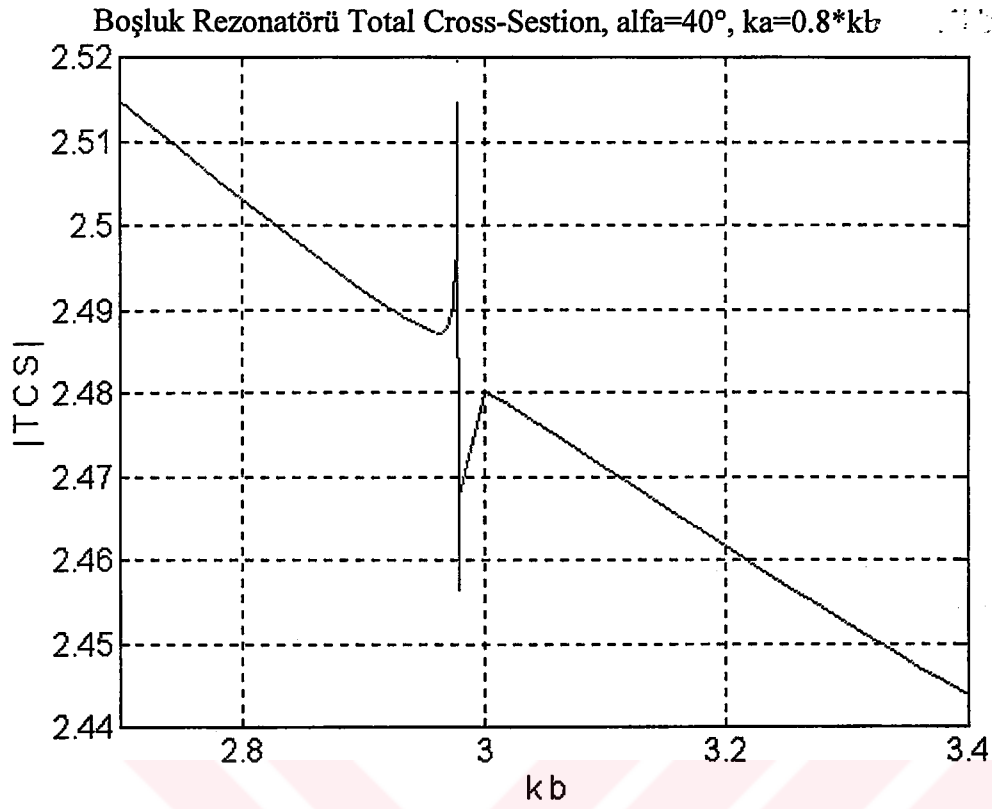


Şekil 4.39

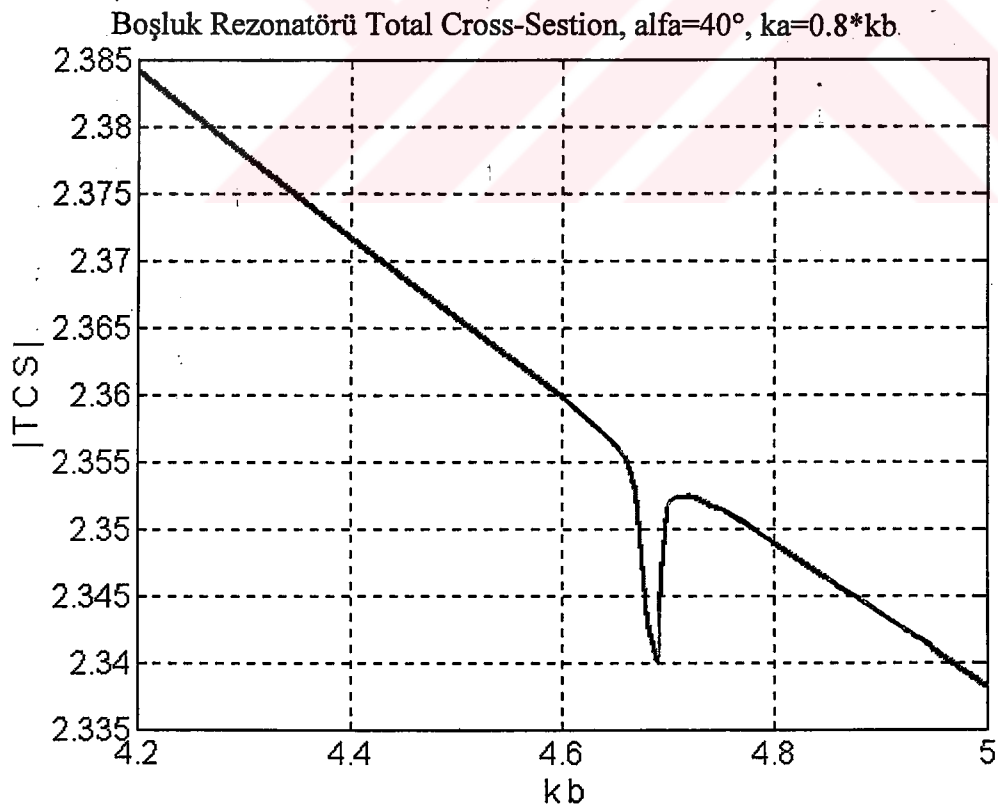
Boşluk Rezonatörü Total Cross-Sestion, $\alpha=40^\circ$, $k_a=0.8*kb$



Şekil 4.40

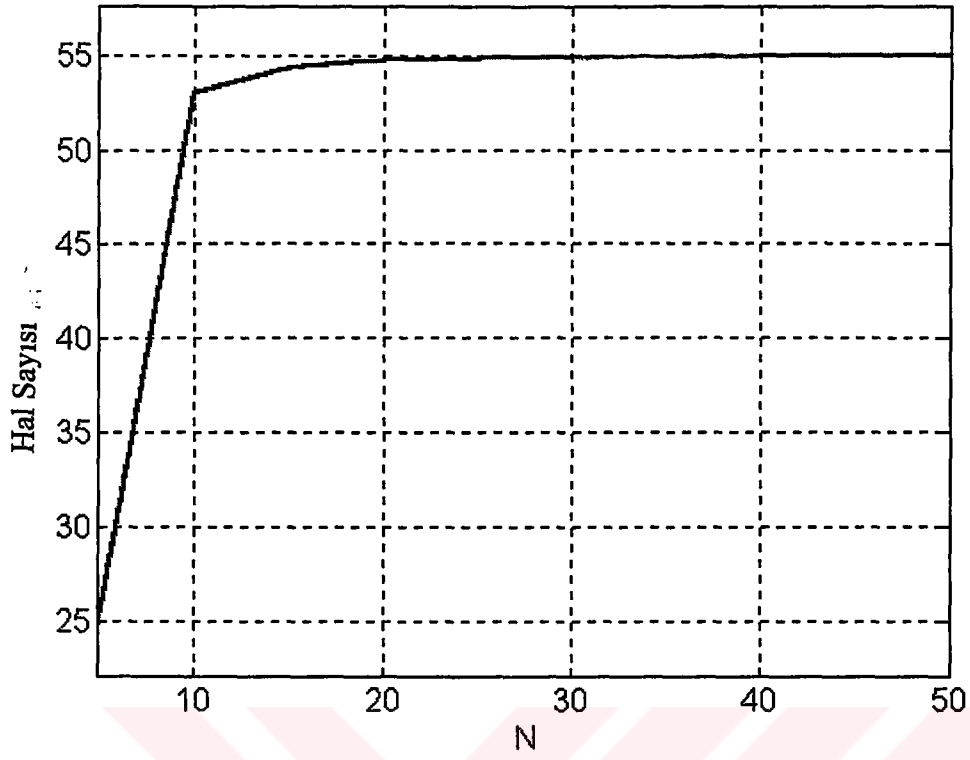


Şekil 4.41



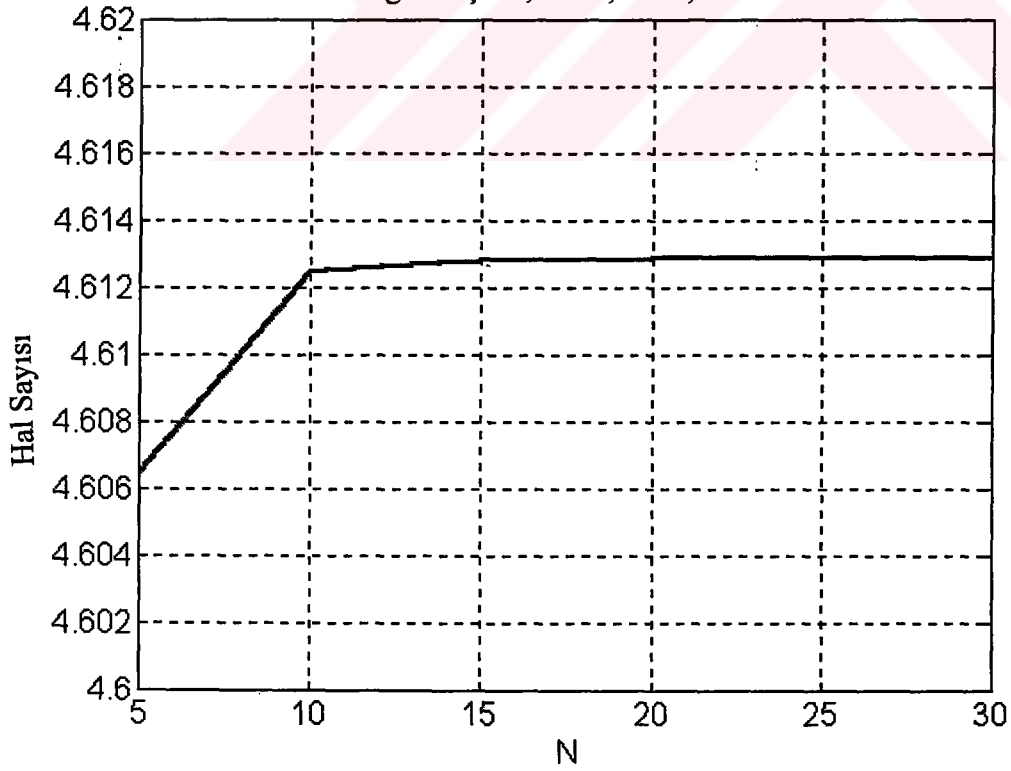
Şekil 4.42

Boşluk Rezonatörü, $kb=5$, $ka=4$, $\alpha=40^\circ$

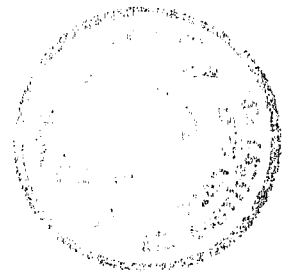


Şekil 4.43

Eğrisel Şerit, $kb=5$, $ka=4$, $\alpha=60^\circ$



KAYNAKLAR



- [1] R.Mittra and S.W.Lee. Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves.- The MacMillan Company, 1971.
- [2] C.A.J Fletcher. Computational Galerkin Method, - Springer - Verlag, Berlin, 1984.
- [3] J.H.Wilkinson. The Algebraic Eigenvalue Problem. - Clarendon Press, Oxford, 1965.
- [4] V.P.Shestoplov. Method of Riemman-Hilbert problem in diffraction and electromagnetic wave propagation theories. - Kharkov, Kharkov university publishing, 1971, 400 p. (in Russian).
- [5] V.B.Shestopalov. Series equations in contemporary diffraction theory. - Kiev, publishing house Naukova Dumhka, 1987 (in Russian).
- [6] G.Ya.Popov. Contact problem for linear-deformable basis. - Kiyev, Odessa, Vyscha shkola, 1982(in Russian)
- [7] G.Ya.Popov. Concentration of elastic stress near press tools, slits, thin inclusion and strengths. - Moscow, Nauka, 1982 (in Russian).
- [8] V.M.Aleksandrov, E. V. Kovalenko, Problems of mechanics of solid medium with mixed boundary conditions. - Moscow Nauka, 1986 (in Russian).
- [9] I.I.Vorovich, V.M.Aleksandrov, V.A.Babeshko. Nonclassic mixed boundary value problems of the theory of elasticity. - Moscow, Nauka Publishing, 1974.

- [10] Yu.A.Tuchkin. Wave scattering by an open cylindrical screen of arbitrary profile with Dirichlet boundary value condition. - Soviet Physics Doklady, 1985, v. 30. p.p. 1027-1030
- [11] Yu.A.Tuchkin. Wave scattering by an open cylindrical screen of arbitrary profile with Neumann boundary value condition. - Soviet Physics Doklady, 1987, v.32, p.p. 213-216
- [12] Yu.A.Tuchkin, A.V.Sulima. On correctness of model of infinitely thin screen in two-dimensional diffraction theory. - Radiotekhnika i Elektronika, v.35, 1990 (in Russian).
- [13] D.E.Knuth. The Art of Computer Programming. V.2. Seminumerical Algorithms. Addison-Wesley, 1969.
- [14] S.G.Krein. Linear Equations in the Banach Spaces. - Nauka Publishing, Moscow, 1971 (in Russian).
- [15] D.Colton, R.Kress. Integral equation methods in scattering theory.-Wiley, 1983.
- [16] A.P.Prudnikov, Yu.A.Brychkov, and O.I.Marichev. Integrals and series. Elementary functions.- Gordon and Breach, 1986.
- [17] M.Abramowitz, I.A.Stegun. Handbook of Mathematical Functions.-Dover Publications Inc., Ninth Printing, 1972.
- [18] M.İdemen. Kırınım Teorisi. İTÜ Ders notları, 1997.
- [19] M.İdemen. Elektromagnetik Dalgaların Temelleri. İTÜ Elektrik-Elektronik Fakültesi ofset baskı atölyesi, Değiştirilmiş 4. Baskı, 1991.

[20] K.Umashankar, A.Taflove. Computational
Electromagnetics. -Artech House, 1993.

[21] Constantine A. Balanis. Advanced Engineering
Electromagnetics. - John Wiley & Sons, 1989.



ÖZGEÇMİŞ

Ahmet Serdar Türk, 1977 yılında Sinop'un Boyabat ilçesinde doğdu. İlköğrenimi Durağan'da, ortaöğrenimini Diyarbakır'da tamamladı. 1992 yılında Cumhuriyet Fen Lisesi'nden mezun olup, aynı yıl Yıldız Teknik Üniversitesi, Elektrik - Elektronik Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği Bölümü'ne girmeye hak kazandı. 1996 yılında lisans eğitimini tamamladı ve Güz döneminde Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Mühendislik Fakültesi, Elektronik Mühendisliği Bölümü'nde yüksek lisans eğitimine ve bir müddet sonra da aynı bölümde araştırma görevliliğine başlayan Ahmet Serdar Türk, halen bu görevi sürdürmektedir.