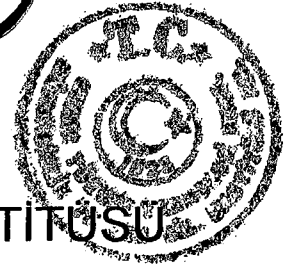


150220



T.C.

GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İKİ VE ÜÇ BOYUTLU NESNELERİN AFİN
NORMALİZASYONU VE ELİPTİK FOURIER
TABANLI ÖRTÜK POLİNOMLARLA AFİN
DEĞİŞMEZ OLARAK MODELLENMESİ

150220

Sait ŞENER
YÜKSEK LİSANS TEZİ
BİLGİSAYAR MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI
Yrd.Doç.Dr. Mustafa ÜNEL

GEBZE
2004

...Sait SENER.....'in tez çalışması, GYTE Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 28.10.2004... tarih ve 2004/26... sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından Bilgisayar Mühendisliği Anabilim Dalı'nda Yüksek Lisans Tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE
(Tez Danışmanı)

: Yrd. Doç. Dr. Mustafa UNEL

Mustafa Unel

ÜYE

:

Yrd. Doç. Dr. İlyas KANDEMİR

İlyas KANDemir

ÜYE

:

Yrd. Doç. Dr. Mehmet GÖKTÜRK M. Gökçelik

ONAY

GYTE Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 03.10.2004. tarih ve 2004/... sayılı kararı.



İmza / Mühür

Yrd. Doç. Dr. Ahmet ÇAPOĞLU
GYTE Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Müdür Yardımcısı

Ahmet Capoğlu



ÖZET

Serbest şekilli nesnelerin farklı bakış açıları altında pozlanmış sayısal resimlerinden otomatik olarak tanınması örüntü (pattern) analizi ve bilgisayarla görmenin önemli bir problemidir. Nesnenin sınır kümesi, parametrik ve örtük temsiller bu problemin çözümünde sıkça kullanılmaktadır.

Bu tezde ilk olarak nesnelerin sınır kümeleri kullanılarak, nesnelerin afin değişmez normalizasyonu çalışılmıştır. 2 boyutlu eğri ve 3 boyutlu yüzeyler için bağımsız bileşen analizini temel alan yeni bir afin değişmez normalizasyon algoritması geliştirilmiştir. Nesnenin sınır kümesi ilk olarak temel bileşen analizi ile öteleme, eğiklik ve ölçekleme bakımından normalleştirilir. Daha sonra bağımsız bileşen analizi ve yüksek mertebeden momentler kullanarak sınır kümesi dönme ve yansıma bakımından normalleştirilir. Bütün normalleştirme işlemlerinin sonucunda nesnenin her afin dönüşmüş versiyonu, standart tek bir pozisyona getirilir. Geliştirilen normalizasyon metodu birçok uygulamada ön işleme olarak kullanılacağı gibi nesne tanıma için de kullanılabilir. Geliştirilen yöntemin gürültülere karşı gürbüzlükleri incelenmiş ve normalleştirilen nesne sınır kümeleri Hausdorff uzaklık ile tanınmıştır.

Bu tezde çalışılan diğer bir konu ise afin dönüşüm geçirmiş nesnelerin cebirsel eğrilerle modellenip tanınması konusudur. Örtük eğriler ve yüzeyler modellemede üstün avantajlara sahiptirler. Bunun yanında cebirsel eğrilerin değişmezleri nesne tanıma ve eşleştirmede çok kullanışlıdır. Nesnelerin afin dönüşüm altında tanınmasına olanak sağlayacak yeni bir afin değişmez eğri uydurma algoritması geliştirilmiş ve sunulmuştur. Eğri uydurma algoritması afin değişmez Fourier tanımlayıcıları ve matris yok etme metotlarını temel almaktadır. Algoritmanın kararlılığı birçok gürbüzlük (robustness) ve tanıma deneyleri ile test edildi. Geliştirilen eğri uydurma algoritması birçok gürültüye karşı gürbüz sonuçlar vermiştir. Elde edilen cebirsel eğrilerde istenmeyen fazla parça yoktur. Sunulan algoritma diğer algoritmalarla karşılaştırılmıştır.

SUMMARY

Automatic recognition of free-form objects captured from different points of view is an important problem in pattern analysis and computer vision. Data contours, parametric and implicit representations are commonly used to solve this problem.

In this thesis, a new two-dimensional curve and three-dimensional surface normalization method using Independent Component Analysis (ICA) is presented. First, Principle Component Analysis (PCA) whitening transform is used for translation, shear and scale normalization of 2D boundaries. ICA and the third order moments are then employed for rotation and reflection normalization. It is shown that all affine transformed versions of an object have a unique or canonical representation. Experimental results are presented to assess the robustness of our method. Hausdorff distance is used to recognize affine transformed curves and surfaces. Proposed normalization technique can be used as a pre-processing for object modeling and recognition.

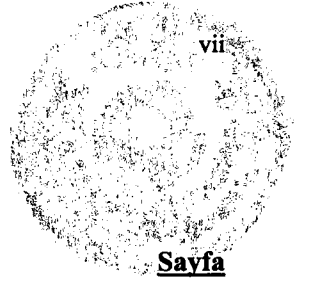
As a second, we present an affine invariant implicit polynomial fitting algorithm to represent free-form objects in this thesis. Implicit algebraic curves and surfaces have certain advantages in modeling applications. Invariants of implicit algebraic curves are also very useful in object recognition and matching. Proposed algorithm is based on the affine invariant Fourier descriptors and implicitization of them by matrix annihilation. Stability of our fitting algorithm is illustrated by experiments and some invariant recognition examples are presented to assess the robustness of our fitting method under data perturbations. The resulting fits contain no extra components. Proposed fitting algorithm is compared with some other fitting algorithms as well.

TEŞEKKÜR

Tez çalışmam süresince, bilgi ve deneyimlerinden yararlandığım, benim iyi bir mühendis ve akademisyen olmam için her yönüyle destekleyen, tezimi ve makalemi hazırlamamda büyük emeği bulunan değerli hocam Sayın Yrd. Doç. Dr. Mustafa ÜNEL'e en içten dileklerimle sonsuz teşekkürlerimi sunarım. Ayrıca her zaman yardımlarını gördüğüm Türker Akyüz, Türker Şahin, Rahim Karabağ ve Sema Candemir arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.



İÇİNDEKİLER DİZİNİ

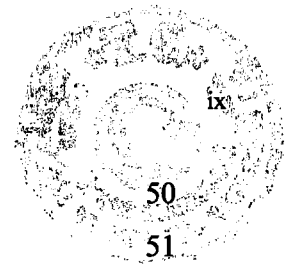


	Sayfa
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	viii
TABLolar DİZİNİ	x
1. GİRİŞ	1
2. GEOMETRİK DÖNÜŞÜMLER VE CEBİRSEL EĞRİLER	3
2.1. Cebirsel Eğriler	3
2.2. Geometrik Dönüşümler	5
2.2.1. Öklidyen Dönüşümler	6
2.2.2. Afin Dönüşümler	7
3. İKİ VE ÜÇ BOYUTLU NESNELERİN AFİN NORMALİZASYONU	9
3.1. DFT Tabanlı Gürültü Filtreleme	10
3.2. Bağımsız Bileşen Analizi (Independent Component Analysis)	11
3.3. PCA Beyazlatma ile Öteleme, Eğiklik, Ölçekleme Normalizasyonu	12
3.4. Dönme ve Yansıma Normalizasyonu	15
3.5. Üç Boyutta Yüzey Normalleştirilmesi	18
3.6. Hausdorff Uzaklık	18
3.7. Eğri ve Yüzey Normalleştirme Deneyleri	19
4. MATRİS YOK ETME İLE AFİN DEĞİŞMEZ EĞRİ UYDURMA	31
4.1. Eğri Uydurma Problemi	32
4.2. Matris Yok etme ile Afin Değişmez Eğri Uydurma Algoritması	33
4.3. Afin Değişmez Eğri Uydurma Deneyleri	41
5. SONUÇLAR	52
KAYNAKLAR	53
ÖZGEÇMİŞ	68



ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2-1 Birim Çember	3
2-2 Birim Küre	3
2-3 4. dereceden cebirsel bir eğri	4
2-4 Öklidyen dönüşüme ugramış uçak sınır kümesi	7
2-5 Afin dönüşüme ugramış uçak sınır kümesi	8
3-1 Normalizasyon blok gösterimi	9
3-2 Bağımsız sinyallerin elde edilişi	12
3-3 Perspektif kamera modeli	20
3-4 Deneylerde kullanılan 2 boyutlu nesne şekilleri	21
3-5 Orjinal ve afin versiyonlar, normalize konturların üstüste gösterimi	21
3-6 Beyaz gürültülü ve renkli gürültülü normalizasyonlar	22
3-7 Farklı derecelerde doğrusal olmayan örneklenmiş normalizasyon	23
3-8 B2 savaş uçağının farklı açılardan resimleri ve konturları	23
3-9 Düzgünleştirmeli ve normal normalizasyon	24
3-10 Tablo 4’de verilen Hausdorff uzaklıkların gösterimi	24
3-11 Deneylerde kullanılan 3 boyutlu nesneler	26
3-12 3D ideal normalizasyon	27
3-13 3D beyaz gürültülü normalizasyon	28
4-1 EFD ve afin dönüşmüş cebirsel eğri	34
4-2 AIFD, elde edilen cebirsel eğri, güç spektrumları	37
4-3 Eğri uydurma örneği	42
4-4 8. dereceden eğrilerle kelebeğin modellenmesi	43
4-5 Beyaz gürültü eğri uydurma sonuçları	44
4-6 Veri kaybına karşı eğri uydurma sonuçları	45
4-7 Enküçük kareler ve sunulan algoritmanın karşılaştırımı	48
4-8 Kan hücresine uydurulan IP eğrisi	49



- 4-9 B2 savaş uçağı ve 6. dereceden eğriler
4-10 CD kasası ve 6. dereceden uydurulan eğriler
4-11 Kare, afin dönüşmüş versiyonu ve cebirsel eğriler

50

51

51



TABLÖLAR DİZİNİ



<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
3-1 Çeşitli nesnelerin normalizasyondan sonra noktalara ve Fourier tanımlayıcılara bağlı Hausdorff uzaklıkla tanınması	25
3-2 Alt örneklenmiş at nesnesinin Hausdorff ile tanınması	29
3-3 Veri kaybına uğramış at nesnesinin Hausdorff ile tanınması	29
3-4 Farklı nesnelerin Hausdorff uzaklıkla Tanınması	30
4-1 Bot için elde edilmiş afin değişmez Fourier katsayıları	37
4-2 Afin dönüşmüş nesnelerin cebirsel eğrilerle tanınması	47
4-3 Veri kaybına uğramış nesnelerin kanonik değişmez vektörleri arasındaki benzerlik oranları	49



1. GİRİŞ

Farklı bakış açılarından resimlenmiş serbest şekilli nesnelerin otomatik olarak tanınması bilgisayarla görme ve örüntü analizi alanlarının önemli bir problemidir. Bilhassa nesnelerin genel şekillerinin kullanılarak tanımlanması günümüzde araştırma ve geliştirme açısından aktif bir çalışma alanıdır. En büyük nedeni nesne şekillerinin nesne hakkında güçlü bir bilgi içermesinden kaynaklanmaktadır. Nesne şekillerinin tanımlanmasında Fourier tanımlayıcıları [1, 2, 3], cebirsel eğriler [4, 5, 6] ve B-spline [7, 8] eğrileri çokça kullanılmaktadır. Birçok yöntem, nesnelerin tanınması, eşleştirilmesi ve sınıflandırılması için eğrilerin genel ve yerel özelliklerini çıkarır ve kullanır. Farklı bakış açıları altında yüzeysel nesnelerin görünüşlerin belli koşullar altında afin dönüşümle modellenebilir. Afin dönüşüm benzerlik dönüşümlerinin (dönme, öteleme ve ölçekleme) yanında belli bir yönde eğikliği de içermektedir.

Fourier tanımlayıcılar üzerine kurulu bir benzerlik uzaklığı [9]'da ve 2 boyutta nesnenin sınır kümeleri arasında tanımlanan afin değişmez uzaklık [10]'da sunulmuştur. 3 boyutta nesnelerin normalize edilmiş Fourier tanımlayıcılar ve sinirsel ağlar kullanarak tanınması [11]'de ve resimlerin kayıtlanması için dış bükey nesnelerin afin değişmezleri [12]'de sunulmuştur. Bir başka çalışmada ise afin ilişkili nesnelerin tanınması, cebirsel eğrilerin afin değişmez kanonik eğrileri yardımıyla gerçekleştirilmiştir [13].

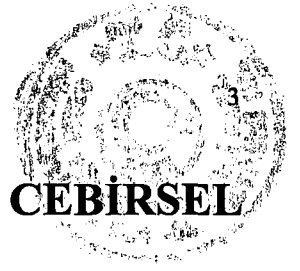
Değişmezliğin eşleştirmeye ve tanımaya gömülmesinin dezavantajları olabilir. Nesne ile ilgili bazı bilgiler yok olabilir. İki nesne arasındaki karşılaştırmada bazı önbilgilere ihtiyaç duyulabilir. Bir nesnenin afin ilişkili sınır kümeleri arasında değişmezleri kullanmak yerine bu sınır kümelerinin normalizasyonu alternatif bir yol olarak düşünülebilir. Afin değişmez normalleştirme en büyük avantajı nesnenin sınır eğrisini değiştirmemesidir. Böylece hiçbir bilgi kaybolmaz. Normalizasyon yaklaşımları nesnenin sınır kümesini değiştirmedikinden modelleme tekniklerine de uyumludur. Alan parametrelemesine dayalı bir afin değişmez Fourier tanımlayıcı [14]'te sunulmuştur. Afin dönüşüm altındaki nesnelerin normalizasyonu [15]'te açıklanmıştır. Diğer bir afin



değişmez normalizasyon tekniği karmaşık momentler kullanılarak geliştirilmiştir [16]. Fakat bu yöntem eğriler yerine resimleri normalize etmektedir. Yine başka bir afin değişmez normalizasyon metodu [17]'de geliştirilmiştir. Bu yöntemde 2. dereceden momentler ve karmaşık Fourier tanımlayıcıları kullanılmıştır.

Bu tezde, İlk olarak serbest şekilli nesnelerin sınır kümesini bağımsız bileşen analizi yöntemiyle normalize eden ve bu sınır kümelerini standart bir pozisyona getiren yeni bir normalizasyon algoritması sunulmuştur. Sunulan normalizasyon algoritması çeşitli gürültü ve bozucu etkilere karşı gürbüzdür. Geliştirilen algoritma ön işlem olarak kullanacağı gibi bir metrik yardımıyla nesne tanımda da kullanılabilir. İkinci olarak, afin değişmez Fourier tanımlayıcıları ve matris yok etme metodunu temel alan yeni bir afin değişmez cebirsel eğri uydurma yöntemi sunulmuştur. Eğri uydurma algoritmasının işlem kalabalığı azdır ve yüksek dereceden eğrilerin elde edilmesine olanak sağlar. Bu eğrilerin değişmezleri bulunarak ayrıca çeşitli deneyler gerçekleştirilmiştir. Elde edilen kapalı eğriler resim veri ambarlarının indekslenmesinde, karakter tanımda ve kontrol tabanlı bilgisayarla görme uygulamalarında kullanılabilir.

Bölüm 2'de nesnelerin ve cebirsel eğrilerin 2 boyutta uğrayabileceği dönüşümler anlatılacaktır. Bölüm 3'te iki ve 3 boyutlu nesnelerin afin normalizasyonu ve kullanılan yöntemler anlatılmaktadır. Bölüm 4'te ise Eliptik Fourier tabanlı örtük polinomlarla Afin değişmez olarak modellenmesi sunulmaktadır. Tez, sonuçların bölüm 5'te anlatılmasıyla son bulmaktadır.

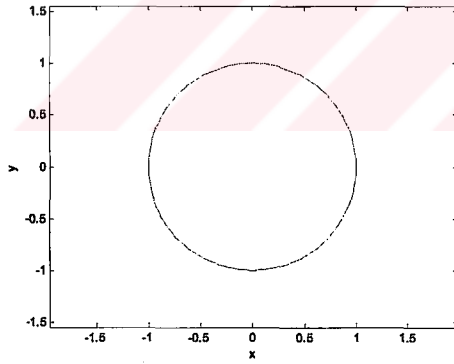


2. GEOMETRİK DÖNÜŞÜMLER VE CEBİRSEL EĞRİLER

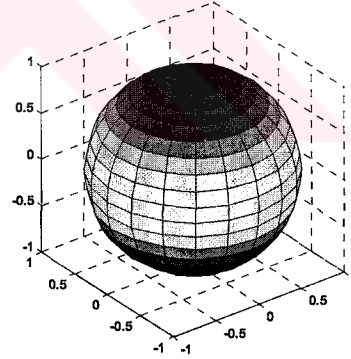
Bu bölümde serbest şekilli nesnelerin farklı şekillerde görünmesine neden olan dönüşümler ve cebirsel eğriler hakkında bilgi verilmiştir.

2.1. Cebirsel Eğriler

Düzlemdeki eğriler iki değişik yolla tanımlanır; Eğriler $x = f(t)$, $y = g(t)$ gibi bir t parametresinin fonksiyonu olarak veya x ve y 'nin $f(x,y)$ şeklinde fonksiyonu olarak örtük şekilde gösterilir. Parametrik gösterimler eğriye dinamik bir yapı katar. Dinamik olması eğrinin bir noktasındaki türevlerinin ve hızın ölçülebilmesidir. Örneğin birim çemberin parametrik denklemi $x = \cos(t)$, $y = \sin(t)$ şeklinde yazılabileceği gibi $x = \cos(2t)$, $y = \sin(2t)$ şeklinde de yazılabilir. İki gösterim arasındaki fark eğriyi çizme hızlarıdır. Bu özelliği yüzünden aynı eğri sonsuz sayıda parametrik denklemlerle gösterilebilir. $f(x,y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$ birim çemberin örtük gösterimidir.



Şekil 2-1 Birim Çember



Şekil 2-2 Birim Küre

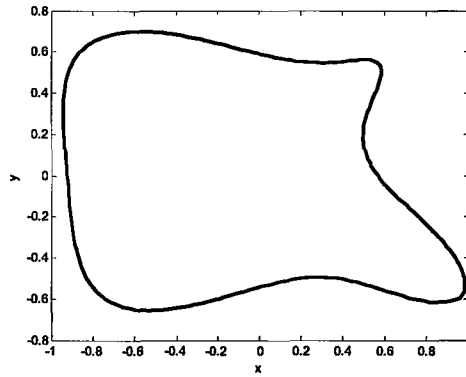
Örtük gösterimlerin dinamik yapısı yoktur, yalnızca düzlemdeki noktalar kümesini belirlerler. Örtük polinomlar genel gösterimlerdir. Her parametrik denklem örtük polinom olarak yazılabilir fakat tersi doğru değildir [30]. Örtük polinomlarda, verilen noktanın polinom üzerinde olup olmadığı kolay bir şekilde anlaşılabilir. Örnek olarak



Şekil 2-1’de $f(x, y) = x^2 + y^2 - 1 = 0$ olarak tanımlanan birim çember, Şekil 2-2’de ise $f(x, y) = x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0$ olarak tanımlanan birim küre görülmektedir. Cebirsel eğriler örtük polinomları sıfır yapan noktalar kümesi olarak tanımlanan iki boyutlu nesnelerin modellenmesi için kullanılan matematiksel modellerdir. n . dereceden bir cebirsel eğri $\{x, y\}$ kartezyen düzleminde aşağıdaki kapalı polinom denklemleriyle gösterilir.

$$f_n(x, y) = \underbrace{a_{00}}_{h_0} + \underbrace{a_{10}x + a_{01}y}_{h_1(x, y)} + \underbrace{a_{20}x^2 + a_{11}xy + a_{02}y^2}_{h_2(x, y)} + \dots + \underbrace{a_{n0}x^n + a_{n-1,1}x^{n-1}y + \dots + a_{0n}y^n}_{h_n(x, y)} = \sum_{i=1}^n h_i(x, y) = 0 \quad (2.1)$$

Cebirsel eğriyi oluşturan $h_r(x, y)$ birim formları r . dereceden x ve y ’ye bağlı homojen polinomlardır [6]. Her homojen polinom $h_r(x, y)$ ’de $r+1$ tane eleman vardır. Öyle ki (2.1)’de tanımlanan kapalı polinomda 1 sabit terim, 1. dereceli homojen polinomda 2 tane terim, 2. dereceli homojen polinomda 3 tane terim ve n . derecelide $n+1$ terim olacak biçimde n . dereceden kapalı bir polinom için $(n+1)(n+2)/2$ adet katsayı vardır. Şekil 2.3’te 4. dereceden ve $f_4(x, y) = x^4 + 0.4283x^3y - 0.6548x^2y^2 - 0.5268xy^3 + 1.8571y^4 - 0.5025x^3 + 0.0663x^2y - 0.6727xy^2 - 0.4957y^3 - 0.4599x^2 + 0.0701xy + 0.0339y^2 + 0.5858x + 0.0986y - 0.1959$ olarak tanımlanan kapalı bir cebirsel eğri görülmektedir.



Şekil 2-3 4. dereceden cebirsel bir eğri

Cebirsel bir eğri kendisini sıfır yapan değerleri değiştirmeden sıfırdan farklı herhangi bir sayıyla çarpılabilir. Cebirsel eğrinin katsayılarından birini 1 yapacak herhangi bir sayı bulunabileceğinden $f_n(x, y) = 0$ ile tanımlanan eğrinin $(n+1)(n+2)/2 - 1 = n(n+3)/2$ adet bağımsız katsayısı vardır. Eğer denklem 2.1'deki örtük polinomun a_{n0} baş katsayısı 1 ise polinoma monik polinom denir. Polinomlar derecelerine göre adlandırılır: Derecesi 1 ise doğru, 2 ise konik, 3 ise kübik, 4 ise kuadratik, 5 ise kuintik, 6 ise sektik vs. Denklem 2.1'in ışığında x 'e göre sıralanmış ve baş katsayısı 1 yapılmış katsayı vektörü şöyle gösterilebilir:

$$\mathbf{a} = [a_{n0}, a_{n-1,1}, \dots, a_{0n}, a_{n-1,0}, a_{n-2,1}, \dots, a_{0,n-1}, a_{n-2,0}, \dots, a_{10}, a_{01}, a_{00}] \Leftrightarrow f_n(x, y) \quad (2.2)$$

Bundan sonraki gösterimlerde $f_n(x, y) = 0$ cebirsel eğrisi (2.2)'deki katsayı vektörü ile gösterilecektir.

2.2. Geometrik Dönüşümler

Dönüşümler nesnelerin 2 veya 3 boyutlu uzayda şekilsel değişimleridirler. Geometrik dönüşümler iki çeşit olarak algılanabilir. Ya geometrik nesne dönüşüme uğratılır yada nesnenin bulunduğu koordinat sistemi dönüşüme uğratılır. Bu iki algılayış hemen hemen aynı olsa da dönüşümün uygulanışındaki formülasyonlar birbirinden çok farklıdır. Bu tezde geometrik nesnelerin dönüşümünden bahsedilecektir. Geometrik dönüşümler ayrıca nesnelerde oluşan değişimlere göre ikiye ayrılır.

- Katı Dönüşümler
- Katı Olmayan Dönüşümler

Katı dönüşümler uzunluk ve açıları koruyan dönüşümlerdir. Öteleme, dönme ve yansıma dönüşümleri katı dönüşümlerdir. Katı olmayan dönüşümler cismin şeklinde deformasyonlara neden olan dönüşümlerdir. Örneğin genişletme, afin dönüşümler ve projektif dönüşümler katı olmayan dönüşümlerdir.



2.2.1. Öklidyen Dönüşümler

Öklidyen dönüşümler en çok kullanılan dönüşümlerdir. Bir öklidyen dönüşüm bir öteleme ve bir dönme ile ifade edilir. Öklidyen dönüşüm geçirmiş nesnenin uzunlukları ve açıları değişmez. Dönme ve ötelemeden oluşan bir öklidyen dönüşümü, θ dönme açısı, x yönündeki yer değiştirmeyi tr_x ve y yönündeki yer değiştirmeyi tr_y gösterecek biçimde 3 parametre ile ifade edilir. 2 boyutta öklidyen dönüşüm matrisi

$$\begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & tr_x \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & tr_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

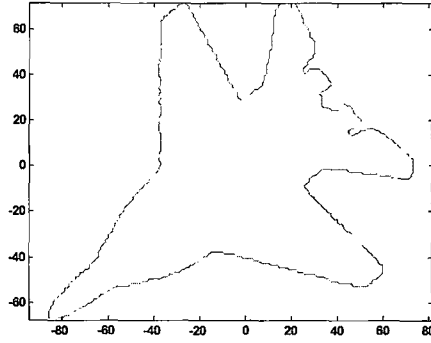
şeklinde tanımlanır. Buradaki dönme saat yönün tersinde bir dönmedir. $\sin(\theta)$ fonksiyonun önündeki “-“ negatif işareti diğer $\sin(\theta)$ fonksiyonunun önüne konduğunda ise saat yönünde bir dönmeyi ifade eder. Öklidyen dönüşümdeki öteleme parametreleri 0 ise yalnızca dönme hareketi vardır ve cisim orijin etrafında dönüyordur. Öklidyen dönüşüm geçirmiş (x, y) noktalarının yeni koordinatları $(\bar{x}, \bar{y})$ aşağıdaki gibi hesaplanır.

$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} tr_x \\ tr_y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & tr_x \\ \sin \theta & \cos \theta & tr_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

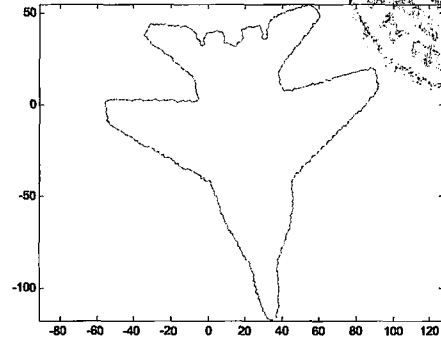
Şekil 2-4(a) uçak sınır kümesini gösterirken, (b) ise bu sınır kümesinin

$$\begin{bmatrix} \cos 60 & -\sin 60 & 20 \\ \sin 60 & \cos 60 & -10 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{öklidyen dönüşüm matrisi ile elde edilmiş dönüşümünü}$$

göstermektedir.



(a)



(b)

Şekil 2-4 (a) Uçak sınır kümesi, (b) öklidyen dönüşüme uğramış uçak sınır küme

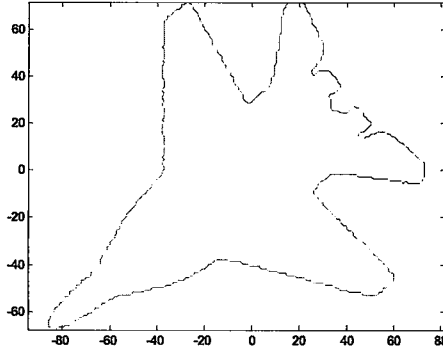
2.2.2. Afin Dönüşümler

Afin dönüşümler öklidyen dönüşümlerin daha genel halidir. Afin dönüşüm öklidyen dönüşüme ilave olarak nesnenin şeklinde ölçekleme ve bir yöne doğru eğilme yapar. Afin dönüşümde uzunluklar korunmaz, sadece aynı doğru üzerindeki uzunlukların oranı ve doğruların paralelliği korunur. Örneğin öklidyen bir dönüşümde doğru doğruya, düzlem düzleme, çember çembere, elips elipse dönüşürken, afin dönüşümde ise doğru doğruya, çember elipse dönüşür. 2 boyutta afin dönüşüm matrisi aşağıdaki gibi 6 parametreyle ifade edilir.

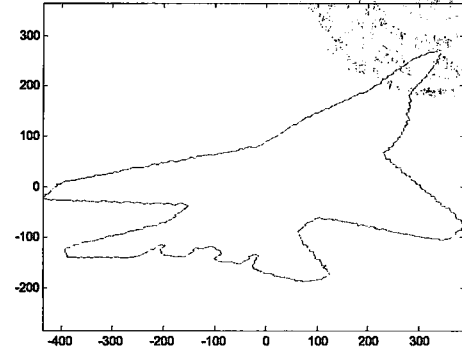
$$\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ m_3 & m_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} tr_x \\ tr_y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & tr_x \\ m_3 & m_4 & tr_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

Şekil 2-5(a) uçak sınır kümesini gösterirken, (b) ise bu sınır kümesinin

$$\begin{bmatrix} 1 & -6 & 20 \\ -2.4 & -1.1 & -10 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ afin dönüşüm matrisi ile elde edilmiş dönüşümünü göstermektedir.}$$



(a)



(b)

Şekil 2-5 Uçak sınır kümesi, (b) afin dönüşüme uğramış uçak sınır kümesi

Sınır kümelerinin afin dönüşümü (2.5)'teki gibiyken cebirsel eğrilerin afin eşitlikleri farklıdır. İki cebirsel eğri, doğrusal dönüşüm matrisi M ve öteleme matrisi P ile elde edilmiş afin dönüşüm matrisi arasındaki ilişki

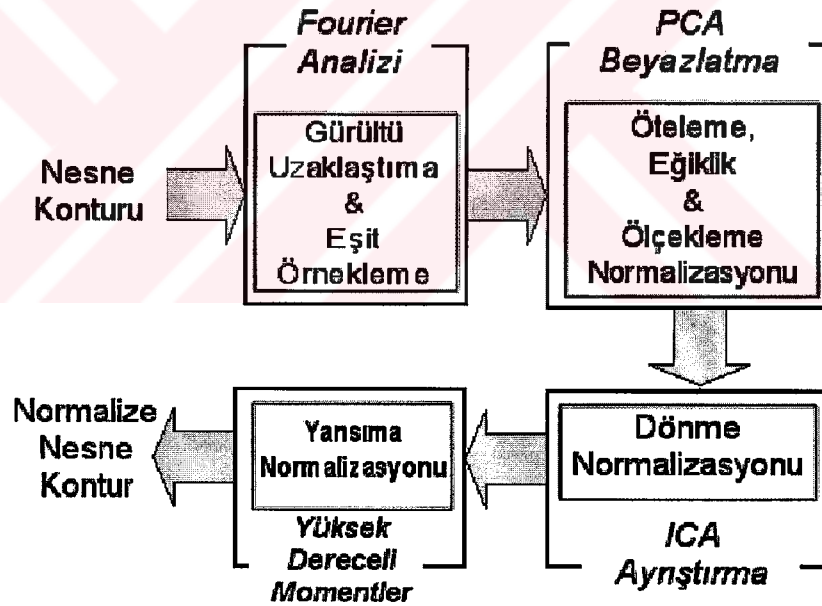
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} m_1 & m_2 \\ m_3 & m_4 \end{bmatrix}}_M \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix}}_P \Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} m_1 & m_2 & p_x \\ m_3 & m_4 & p_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\cong A} \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{y} \\ 1 \end{bmatrix}}_{\bar{X}} \quad (2.6)$$

şeklinde ifade edilir. $f_n(x, y) = 0$ ve $\bar{f}_n(\bar{x}, \bar{y}) = 0$ şeklinde tanımlanmış n . dereceden iki cebirsel eğrinin eşitliği bir s katsayısı ile birlikte (2.7)'de şöyle tanımlanmıştır.

$$f_n(x, y) = 0 \xrightarrow{A} f_n(m_1\bar{x} + m_2\bar{y} + p_x, m_3\bar{x} + m_4\bar{y} + p_y) = s\bar{f}_n(\bar{x}, \bar{y}) = 0 \quad (2.7)$$

3. İKİ VE ÜÇ BOYUTLU NESNELERİN AFİN NORMALİZASYONU

Bu bölümde 2 boyutta eğrilerin ve 3 boyutta yüzeylerin afin dönüşüm altında değişmez şekilde normalize yapan yeni bir normalizasyon yöntemi anlatılacaktır. Normalizasyon için bazı etkili istatistiksel yöntemler kullanılmıştır. Bütün afin ilişkili nesneleri aynı tek bir pozisyona getirecek normalizasyonda: Temel bileşen analizi (PCA), bağımsız bileşen analizi (ICA) ve yüksek mertebeden momentler kullanılmıştır. Elde edilen eğriler ve yüzeyler ötelemeye, ölçeklemeye, eğikliğe, dönmeye ve yansımaya karşı değişmezdir ve bozucu etkilere karşı oldukça gürbüzdür. Sunulacak normalizasyon yöntemi veri tabanına indeksleme, karakter tanıma, bilgisayarla görme gibi birçok uygulamada ön işleme olarak kullanılacağı gibi nesne tanımda direk olarak kullanılabilir. Normalizasyon yönteminin genel blok gösterimi Şekil 3-1’de verilmiştir.



Şekil 3-1 Normalizasyon blok gösterimi

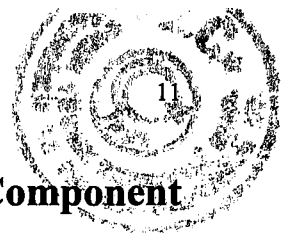


3.1. DFT Tabanlı Gürültü Filtreleme

Nesneleri çevreleyen sınır kümeleri üzerinde yapılan çalışmalarda ciddi ayrıştırma ve gürültü problemleri oluşmaktadır. Basit olarak, nesne sınır kümeleri kenar bulma algoritmaları ile bulunabilir. Bu algoritmalar sınır kümelerinin bulunduğu siyah beyaz bir resim elde ederler. Fakat bu yöntemlerin problemi kenarların sınır kümesini iyi temsil edememesidir. Arka plan bölgesine bağlı olarak istenmeyen kenarlar ve boşluklar oluşabilir. Alternatif olarak Hough dönüşümü, renk ve hareket ayrıştırılmaları kullanılmaktadır [18, 19]. Bu yöntemlerde sınır kümelerinin düzgünlüğü ve gürültüsüzlüğü açısından sınırlıdır. Bundan dolayı ilk olarak ayrıştırmadan gelecek gürültüler yok edilerek şekiller öncekinden daha düzgün hale getirilir. Şekil ayrıca ayrık Fourier dönüşümü ile eşit aralıklı olarak yeniden örneklenir. N adet sınır noktası bulunan bir şeklin koordinatları x ve y olsun. Gürültü yok etme ve yeniden örnekleme aşağıdaki gibi yapılır:

- 1) $(X,Y) = \text{DFT}\{x,y\}$ –sınır kümesinin yatay ve düşey koordinatlarının ayrık Fourier dönüşümü kullanarak frekans spektrumu hesaplanır.
- 2) $(X(i),Y(i)) = 0, i = \text{floor}(N/2-K), \dots, \text{floor}(N/2)$ -yüksek frekans bölgesindeki K (örneğin $K=0.1N/2$) tane bileşen (gürültü bileşenleri) süzgeçlenerek yok edilir.
- 3) $(x,y) = \text{IDFT}\{X,Y\}$ –ters ayrık Fourier dönüşümü kullanarak nesnenin şekli yeniden örneklenir. Zaman domenindeki bu yeni koordinatlar eskisinin yerini alır.

Şekil eşit aralıklı olarak yay uzunluğuna göre örneklenir. K değerleri nesnenin şeklindeki detayları kaybetme ile yok edilen gürültü arasında bir denge unsurudur. Yapılan deneylerde K değeri $0.05N/2$ ile $0.12N/2$ arasında seçilmiştir.



3.2. Bağımsız Bileşen Analizi (Independent Component Analysis)

Veri analizinde, çok boyutlu verilerin ana yapılarının açıklanması için uygun bir gösterime getirilmesi önemli bir çalışmadır. Bu çalışmalarda hesaplanabilirlik ve konudaki basitlikten dolayı doğrusal dönüşümler kullanılmaktadır. Son zamanlarda en çok kullanılan lineer dönüşüm bağımsız bileşen analizidir. Bağımsız bileşen analizi (ICA), özellik uzayında gözlemlenen karışık sinyallerin birbirinden en bağımsız olduğu yönleri arar. ICA en genel olarak Blind Source Separation (BSS) için geliştirilmiştir [20]. ICA verilen sensör gözlem sinyallerinden bunların bağımsız kaynak sinyallerini bulur [21, 22]. Şekil 2-2 iki sensörden gözlenen karışık sinyalleri ve bunlardan ICA ile elde edilen kaynak sinyallerini göstermektedir. En basit BSS modelinde n adet bağımsız sinyal $s_1, s_2, \dots, s_n$ ve aynı sayıda doğrusal karışık sinyal $\bar{s}_1, \bar{s}_2, \dots, \bar{s}_n$ vardır. Öyle ki:

$$\bar{s}_j = m_{j1}s_1 + m_{j2}s_2 + \dots + m_{jn}s_n, \quad 1 \leq j \leq n, \quad (3.1)$$

Yukarıdaki lineer karıştırma modeli vektör-matris gösteriminde aşağıdaki gibi olur.

$$\bar{s} = Ms \quad (3.2)$$

(3.2)'de M matrisi $n \times n$ karıştırıcı kare matristir:

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & m_{n2} & \dots & m_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

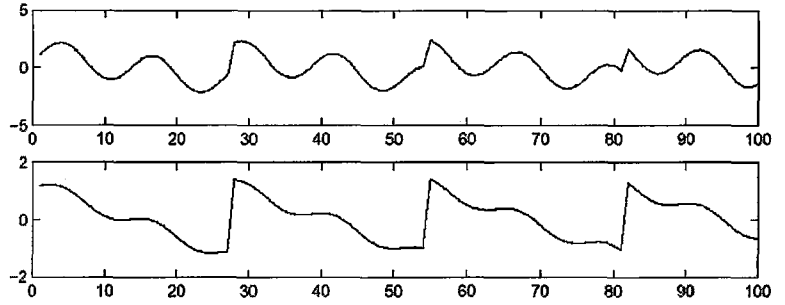
Ayrıştırma işlemi, M karıştırıcı matrisinin tersi olan W ayrıştırıcı matrisinin bulunmasıyla hesaplanır. Bağımsız kaynak sinyalleri yeniden elde edilir.

$$s = M^{-1}\bar{s} = W\bar{s} \quad (3.4)$$

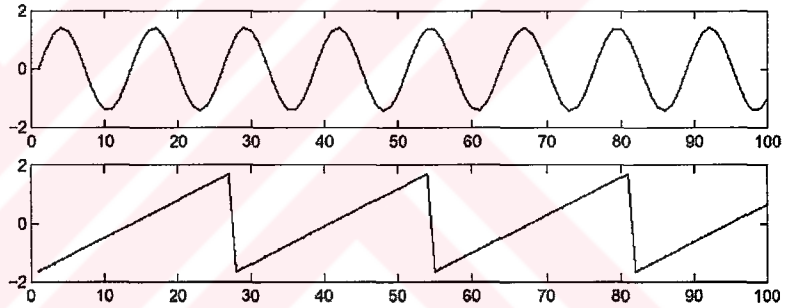
Birçok alanda birçok ICA uygulamaları vardır. Örneğin ses işleme, biyomedikal sinyal işleme, görüntü işleme ve telekomünikasyon [21, 22].

ICA ile afin ilişkili nesnelerin normalizasyonun arkasındaki temel basit fikir, nesnenin koordinat vektörü olan x ve y bileşenlerini bağımsız sinyaller ve afin dönüşüm geçirmiş hallerindeki koordinat vektörlerini $\bar{x}$ ve $\bar{y}$ ise karışık sinyaller olarak kabul etmektir. 2 boyutta doğrusal karıştırıcı matris 2×2 iken, 3 boyutta z koordinatlarının da probleme dahil edilmesiyle 3×3 kare matris olur.

Karışık sinyaller



Kaynak sinyalleri



Şekil 3-2 Bağımsız sinyallerin elde edilişi

3.3. PCA Beyazlatma ile Öteleme, Eğiklik ve Ölçekleme Normalizasyonu

Temel bileşen analizi sinyal işlemede kullanılan lineer dönüşümlerden biridir. PCA, sinyalleri birbirinden ilintisiz hale getirir. Bir afin dönüşüm matrisi ile afin ilişkilendirilmiş nesne sınır eğrilerinin $Y = [P_1 \ P_2 \ \dots \ P_N]^T$ ve $\bar{Y} = [\bar{P}_1 \ \bar{P}_2 \ \dots \ \bar{P}_N]^T$ değer

noktaları sırasıyla, 2 boyutlu uzayda $P_i = [x_i \ y_i]^T$ ve $\bar{P}_i = [\bar{x}_i \ \bar{y}_i]^T$, 3 boyutlu uzayda $P_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ ve $\bar{P}_i = [\bar{x}_i \ \bar{y}_i \ \bar{z}_i]^T$ olsun. Afin dönüşmüş nesnenin $\bar{Y}$ merkezi $\bar{G}$ ve ortak değişinti (covariance) matrisi $\bar{\Sigma}$ ile gösterilsin ve aşağıdaki şekilde tanımlansın.

$$\bar{G} \stackrel{def}{=} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{P}_i = \begin{bmatrix} \bar{x}_c \\ \bar{y}_c \end{bmatrix} \quad ve \quad \bar{\Sigma} \stackrel{def}{=} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\bar{P}_i - \bar{G})(\bar{P}_i - \bar{G})^T \quad (3.5)$$

Ortak değişinti matrisi $\bar{\Sigma}$ simetrik olduğundan kendisinin özvektörlerinden meydana gelen $\bar{U}$ dikey bir matris ile köşegenleştirilebilir. Öyle ki

$$\bar{\Lambda} = \bar{U}^T \bar{\Sigma} \bar{U} \Rightarrow \bar{\Sigma} = \bar{U} \bar{\Lambda} \bar{U}^T \quad (3.6)$$

Yukarıda $\bar{\Lambda}$, ortak değişinti matrisin özdeğerlerinden oluşturulmuş köşegen bir matristir. $\bar{Y}$ 'den elde edilmiş beyazlatılmış yeni sınır kümesi $\hat{\bar{Y}}$ aşağıdaki doğrusal dönüşüm ile bulunur.

$$\hat{\bar{P}}_i = [\hat{\bar{x}}_i \ \hat{\bar{y}}_i]^T = \bar{\Lambda}^{-1/2} \bar{U}^T (\bar{P}_i - \bar{G}) \Rightarrow \hat{\bar{Y}} = \bar{\Lambda}^{-1/2} \bar{U}^T (\bar{Y} - \bar{G}) \quad (3.7)$$

(3.7)'nin ışığında yeni elde edilen beyazlatılmış sınır kümesinin $\hat{\bar{Y}}$ merkezi koordinat merkezidir.

$$\hat{\bar{G}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \bar{\Lambda}^{-1/2} \bar{U}^T (\bar{P}_i - \bar{G}) = \bar{\Lambda}^{-1/2} \bar{U}^T \bar{G} - \bar{\Lambda}^{-1/2} \bar{U}^T \bar{G} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\bar{x}}_c \\ \hat{\bar{y}}_c \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$\bar{Y}$ 'den elde edilen yeni sınır kümesi $\hat{\bar{Y}}$ 'nün ortak değişinti matrisi ise birim matris olur.

$$\hat{\bar{\Sigma}} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\bar{P}}_i \hat{\bar{P}}_i^T = \bar{\Lambda}^{-1/2} \bar{U}^T \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\bar{P}_i - \bar{G})(\bar{P}_i - \bar{G})^T \bar{U} \bar{\Lambda}^{-1/2} = I \quad (3.9)$$

$\underbrace{\sum_{i=1}^N (\bar{P}_i - \bar{G})(\bar{P}_i - \bar{G})^T}_{\bar{\Sigma} = \bar{U} \bar{\Lambda} \bar{U}^T}$

Y sınır kümesi ile $\bar{Y}$ sınır kümesi arasındaki afin dönüşüm

$$\bar{P}_i = M P_i + T \quad \text{for } i = 1, 2, \dots, N, \quad (3.10)$$

olacağından merkezler arasındaki ilişki ise $\bar{G} = MG + T$ olur. Orijine taşınmış kümeler arasındaki ilişki $\bar{P}_i - \bar{G} = M(P_i - G)$ olacağından ortak değişinti matrisleri arasındaki ilişki aşağıdaki gibi olur.

$$\Sigma = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (P_i - G)(P_i - G)^T = M^{-1} \bar{\Sigma} M^{-T} \quad (3.11)$$

Afin ilişkili sınır kümeleri Y ve $\bar{Y}$ den normalize edilmiş sınır kümeleri $\hat{Y}$ ve $\hat{\bar{Y}}$ arasındaki ilişki denklem (3.7)'den çıkarılır.

$$\hat{\bar{P}}_i = \bar{\Lambda}^{-1/2} \bar{U}^T (\bar{P}_i - \bar{G})$$

ve

$$\bar{P}_i = \Lambda^{-1/2} U^T (P_i - G) = \Lambda^{-1/2} U^T M^{-1} (\bar{P}_i - \bar{G}) \quad (3.12)$$

(3.12)'deki iki denklemden birincisinden $(\bar{P}_i - \bar{G}) = \bar{\Lambda}^{1/2} \bar{U}^T \hat{\bar{P}}_i$ olduğu görülebilir. Bu ilişki ikinci denklemde kullanıldığında

$$\hat{P}_i = \underbrace{\Lambda^{-1/2} U^T M^{-1} \bar{U} \bar{\Lambda}^{1/2}}_{\stackrel{\text{def}}{=} Q} \hat{\bar{P}}_i \Rightarrow \hat{Y} = Q \hat{\bar{Y}} \quad (3.13)$$

şeklini alır. Buradan doğrusal dönüşüm matrisi aşağıdaki gibidir.

$$M = \bar{U} \bar{\Lambda}^{1/2} Q^{-1} \Lambda^{-1/2} U^T \quad (3.14)$$

Son olarak Q matrisinin dikgen (orthogonal) olduğu aşağıdaki gibi gösterilir.

$$\begin{aligned} & \underbrace{\Lambda^{-1/2} U^T M^{-1} \bar{U} \bar{\Lambda}^{1/2}}_Q \underbrace{\bar{\Lambda}^{1/2} \bar{U}^T M^{-T} U \Lambda^{-1/2}}_{Q^T} \\ &= \Lambda^{-1/2} U^T M^{-1} \underbrace{\bar{U} \bar{\Lambda} \bar{U}^T}_{\bar{\Sigma}} M^{-T} U \Lambda^{-1/2} \\ &= \Lambda^{-1/2} U^T \underbrace{M^{-1} \bar{\Sigma} M^{-T}}_{\Sigma} U \Lambda^{-1/2} \\ &= \Lambda^{-1/2} \underbrace{U^T \Sigma U}_{\Lambda} \Lambda^{-1/2} = I \end{aligned} \quad (3.15)$$

Özet olarak, iki afin ilişkili sınır kümesi temel bileşen analizi ile normalize edilirse, yeni oluşan iki beyazlatılmış sınır kümesi birbiriyle dikgen ilişkili olur. Beyazlatma dönüşümünün sağladığı fayda yeni karışım matrisinin M yerine dikgen Q matrisi olmasıdır. Buradan çıkarılacak diğer bir sonuç ise beyazlatmanın tahmin edilecek parametre sayısını azalttığıdır. En genel olarak n boyutlu bir uzayda $M_{n \times n}$ karışım matrisinin n^2 parametresini tahmin etmek yerine, dikgen matrisin $n(n-1)/2$ parametresini tahmin ederiz. Örneğin, 2 boyutlu uzayda dikgen dönüşüm ilişkisi tek bir açı parametresi ile belirlenir. Bu yüzden PCA beyazlatma ICA probleminin yarısını çözmekte ve problemin karmaşıklığını azaltmaktadır. Son olarak deneylerden de görülmüştür ki PCA ayrıştırmadan gelen gürültülere ve örneklemelere karşı dayanıklıdır. PCA normalizasyon ile sınır kümeleri: Öteleme, eğiklik ve ölçekleme değişmezdirler.

3.4. Dönme ve Yansıma Normalizasyonu

Bir önceki bölümde PCA ile afin ilişki dikgen bir ilişkiye indirildi. PCA beyazlatma ile yeni ilişki $\hat{Y} = Q\hat{Y}$ şeklindedir. Dikgen Q matrisi 2 boyutta 2×2 ve 3 boyutta 3×3 bir kare matristir. Q matrisinin dikgen olmasından dolayı determinantı ± 1 dir. Bu sonuç Q matrisinin dikgen olma özelliğinden gelmektedir. Bundan dolayı $\det(Q) = +1$ ise dönme, $\det(Q) = -1$ ise yansımadır.

Bağımsız bileşen analizinin bundan sonraki basit problemi, beyazlatılmış koordinat sinyallerinden dönmenin yok edildiği kaynak sinyallerini bulmaktır. Diğer bir deyişle karışım matrisi olan Q matrisini gaussian olmayan ölçütlere bağlı olarak bulmaktır. y değişkenine bağlı gaussian olmayan ve en çok kullanılan ölçütler Kurtosis $kurt(y) = E\{y^4\} - 3E\{y^2\}^2$ ve negentropidir [23]. ICA probleminin çözümünde en çok kullanılan yöntemlerden biri Fixed-Point algoritmasıdır (FastICA). FastICA hızlı, etkili ve aynı zamanda hesaplanabilirlik açısından basittir [24, 25]. FastICA algoritması $Q^T \hat{Y}$ 'nin gaussian lığının en az olduğu şekli bulan sabit-nokta iterasyon yaklaşımına dayanmaktadır. Bu aşamada ICA sözde ters operasyon (pseudo-invers operation) gibi

davranır. Fakat en büyük ve önemli fark ICA'nın kaynak sinyaller hakkında hiçbir şey bilmiyor olmasıdır.

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= Q\hat{\tilde{Y}}, \\ Q^T \hat{Y} &= \underbrace{Q^T Q}_I \hat{\tilde{Y}},\end{aligned}\tag{3.16}$$

g kuadratik olmayan G fonksiyonunun türevidir. Aşağıdaki kuadratik olmayan fonksiyonlar sıkça kullanılmaktadırlar.

$$G_1(u) = \frac{1}{g} \log \cosh gu \quad \text{ve} \quad G_2(u) = -\exp(-u^2/2) \tag{3.17}$$

Yukarıdaki fonksiyonda $1 \leq g \leq 2$ aralığındadır. Bu fonksiyonların türevleri ise aşağıdaki gibidir.

$$g_1(u) = \tan gu \quad \text{ve} \quad g_2(u) = u \exp(-u^2/2)$$

FastICA algoritması daha önce bahsedildiği gibi hem hızlı hem de basittir. FastICA algoritması kısaca aşağıdaki gibidir.

1. İlk olarak bir $Q(0)$ ağırlık vektörüyle başlanır.
2. $Q(k) = E \left\{ \hat{\tilde{Y}} g \left(Q(k-1)^T \hat{\tilde{Y}} \right) \right\} - E \left\{ g' \left(Q(k-1)^T \hat{\tilde{Y}} \right) \right\} Q(k-1)$
3. $Q(k) = Q(k) / \|Q(k)\|$
4. Eğer $\det(Q(k)^T Q(k))$ bire yakın değilse $k = k+1$ yapılarak 2. adıma dönülür. Bire yakınsa çıkış ayrıştırıcı dikgen matrisi $Q(k)$ olur.

$Q(k)$ matrisi bulunduktan sonra dönme normalizasyonu uygulanır.

$$\hat{\tilde{Y}}_R = Q(k) \hat{\tilde{Y}} \tag{3.18}$$

Daha sonra yatay ve düşey yansıma normalizasyonu $\hat{Y}_R$ sınır kümesinin 3. dereceden momentleri ile normalleştirilir.

$$\hat{Y}_{RR} = \begin{bmatrix} \text{sign}(m_{12}) & 0 \\ 0 & \text{sign}(m_{21}) \end{bmatrix} \hat{Y}_R \quad (3.19)$$

sign fonksiyonu yön (signum) fonksiyonunu belirtir. m_{12} ve m_{21} değerleri dönme normalizasyona uğramış $\hat{Y}_R$ sınır kümesinin 3. dereceden momentleridir. 2 boyutlu bir eğri için p, q -dereceden momentler aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$m_{p,q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i^p y_i^q \quad (3.20)$$

FastICA algoritmasından görüleceği üzere ICA başlangıç için bir ağırlık $Q(0)$ matrisi kullanır. Kullanılan başlangıç $Q(0)$ matrisine bağlı olarak $\hat{Y}_{RR}$ normalize edilmiş sınır kümeleri diğer normalize edilmiş sınır kümeleri ile $y = x$ doğrusuna göre yansıma ilişkisinde olabilirler. Bu durum başlangıç değerine bağımlılık oluşturur. Bu durum, $\hat{Y}_{RR}$ sınır kümesinin 3. dereceden momentleri olan $|m_{12}|$ ve $|m_{21}|$ değerlerinin küçükten büyüğe doğru sıralanmasıyla ortadan kaldırılır.

$$\hat{Y}_N = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \hat{Y}_{RR} & |m_{12}| > |m_{21}| \\ \hat{Y}_{RR} & \text{değilse} \end{cases} \quad (3.21)$$

(3.21) ile normalizasyon algoritması başlangıç matrisi $Q(0)$ 'dan bağımsız hale gelir. Genel normalizasyon sonucunda bir nesnenin bütün afin dönüşüm geçirmiş versiyonları o nesne için standart tek bir pozisyona getirilir. Bütün afin ilişkili nesne versiyonları herhangi bir başlangıç bilgisi kullanmadan normalizasyondan sonra öteleme, eğiklik, ölçekleme, dönme ve yansıma değişmez hale gelir. Dahası bütün sınır eğrileri üst üste çakışır.

3.5. Üç Boyutta Yüzey Normalleştirilmesi

Üç boyutlu nesnelerin tanınması da iki boyutlu nesnelerin tanınması kadar önemli bir problemdir. Üç boyutlu nesne tanıma bakış pozisyonunun hesaba katılması kaçınılmaz görevler arasındadır. Birçok nesne tanıma sistemi nesneleri üç boyutlu uzayda iyi normalize edemediğinden dolayı performansları çok aşağılara düşmektedir. Üç boyutta normalizasyon iki boyutta olduğu gibi nesneyi standart bir pozisyona getirir. Ancak iki nesne aynı oryantasyona sahipse bunların tanınması mümkün duruma gelir. Burada üç boyutlu normalizasyon poz tahmini olarak düşünülebilir. Poz tahmini iki nesnenin birbiri arasındaki dönüşümü bulur. 3 boyutta dönüşüm dönme, öteleme ve belki ölçeklemedir. Literatürde üç boyutlu poz ve oryantasyon tahmini hakkında birçok yaklaşım bulunmaktadır. Moment fonksiyonu ve saçılım (scatter) matris kullanılarak [26], yüksek mertebeden momentler kullanarak [27] ve birbirine karşı düşen noktalar arasındaki en küçük kareler hatasını küçültürerek [28] bazı yöntemler geliştirilmiştir. Model tabanlı bir yaklaşım [29]'da bulunmaktadır. Bu metotlar ya doğru nokta eşleşmesine (en küçük kareler yöntemi) ihtiyaç duyarlar ya veri kaybına çok hassastırlar (scatter matris metodu), ya da az temsil gücüne sahiptirler. Bunun yanında bu yöntemler küresel veya silindiriksel simetrik olup küçük çıkıntıları olduğunda etkili olamayabiliyorlar.

3.6. Hausdorff Uzaklık

Sunulan normalizasyon algoritması başlangıç noktasının normalizasyonunu konu edinmediğinden, başlangıç noktası farklılıkları öklidyen uzaklığı etkiler. Bu yüzden Hausdorff uzaklık kullanarak bu problem ortadan kaldırılır. Ayrıca farklı sayılarda sınır elemanı olan nesnelerin karşılaştırılmasında Hausdorff uzaklık büyük avantaj sağlamaktadır. Küçük değerler benzerliğin çok olduğunu ifade etmektedir.

Hausdorff uzaklık iki nokta kümesi arasındaki benzerliği veren, örüntü tanıma ve eşlemede sıkça kullanılan bir uzaklık hesabıdır [31, 32]. Verilen iki nokta kümesi A ve B olsun. Bu iki nokta kümesi arasında tanımlanan yönsüz Hausdorff uzaklığı aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$H(A, B) = \max(h(A, B), h(B, A)) \quad (3.22)$$

(3.22)'de $h(A, B) = \min_{a \in A, b \in B} \|a - b\|$ şeklinde ve $\|\cdot\|$ ise öklidyen uzaklığı göstermektedir. Aynı gösterim $h(B, A)$ içinde geçerlidir.

3.7. Eğri ve Yüzey Normalleştirme Deneyleri

Birçok uygulamada yüzeysel (planar) şekillerin farklı bakış açılarından gözlenmesi kaçınılmazdır. Robotun koluna, uçağa ve helikoptere takılmış kamera farklı bakış yönleri için örneklerdir. Şekil 3-3 perspektif kamera modelini göstermektedir. Üç boyuttaki $[x, y, z, 1]^T$ şeklinde temsil edilen herhangi bir X noktası X_p görüntü düzlemine izdüşürülmüştür. Kameranin odağı f çok büyük olduğunda veya nesne kameradan çok uzakta olduğunda perspektif izdüşümü çizgileri neredeyse paralel olur [2]. Bundan dolayı perspektif izdüşümü ortografik paralel izdüşümü ve ölçekleme olarak kabul edilebilir. Ölçekleme nesnenin şekli üzerinde bir etki yapmaz. Burada önemli etki ortografik paralel izdüşümüdür. Bakış açısının değişmesi nesnenin x , y ve z eksenleri etrafında sırasıyla α , β ve γ açıları kadar dönmesi olarak düşünülebilir. Bu bilgiler ışığında dönme

$$ROT(z, \gamma)ROT(y, \beta)ROT(x, \alpha) \quad (3.23)$$

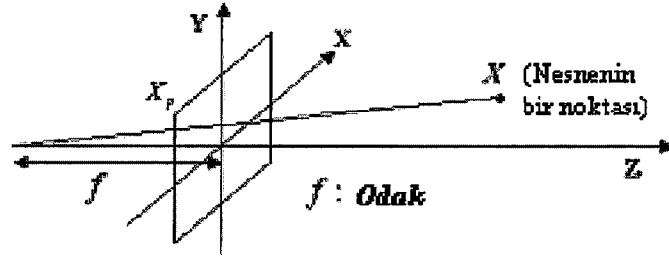
şeklinde ifade edilir. Ortografik paralel izdüşümde z ekseni kullanılmadığından dolayı yeni dönme aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$R = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta \sin \alpha & \sin \beta \cos \alpha \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \alpha & \cos \beta \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Z ekseni kullanılmadığından ve orjinal yüzeysel nesnenin x - y düzleminde olduğundan (3.24)'teki dönüşüm iki boyutta ifade edilir.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta \sin \alpha \\ 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

x' ve y' dönüşüme uğratılmış nesnenin yeni noktalarıdır. Bunun yanında, yüzeysel bir nesnenin 3 boyutta ortografik izdüşümü afin dönüşüm olarak ifade edilebilir. Diğer bir deyişle, yüzeysel bir nesnenin 3 boyuttaki katı hareketin ortografik izdüşümü o nesnenin herhangi bir andaki görünüşüne göre afin dönüşümü ifade eder. Buradaki önemli bir nokta ise hareketin büyük kayıplara neden olacak kadar büyük olmamasıdır.



Şekil 3-3 Perspektif kamera modeli

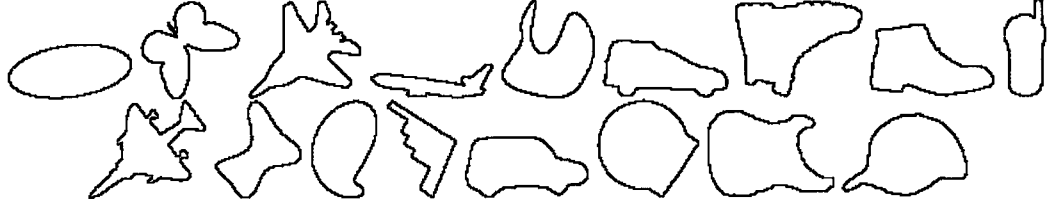
Bu nedenle deneylerde nesnenin farklı bir açıdan görünüşünün elde edilmesinde ortografik izdüşümü kullanıldı.

$$A = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \alpha \sin \beta & tr_x \\ 0 & \cos \alpha & tr_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

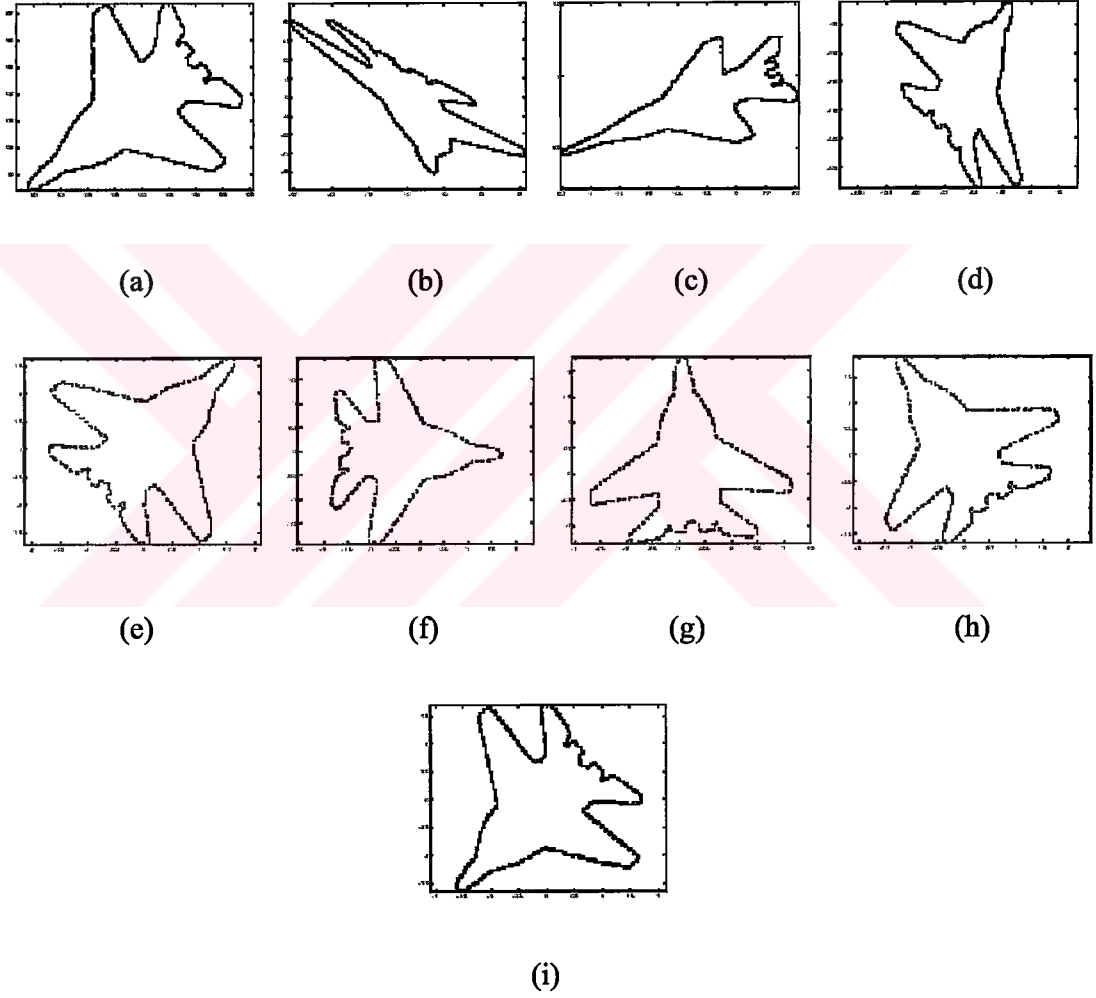
α ve β değişkenleri x ve y eksenlerindeki açı değişimlerini tr_x ve tr_y de yine x ve y eksenleri boyunca ötelemeleri göstermektedir.

Normalizasyon algoritmasının gürbüzlüğünü, dayanıklılığını ve kullanılabilirliğini göstermek amacıyla hem iki boyutta hem de 3 boyutta çok çeşitli deneyler yapıldı. Bu deneylerde kullanılan 2 boyutlu serbest şekilli nesneler Şekil 3-4'te görülmektedir. Şekil 3-5(a-d) orjinal 500 noktalı Mig29 uçak konturunu ve afin versiyonlarını göstermektedir. Bu konturların ilk olarak PCA beyazlatma ile öteleme, eğiklik ve ölçekleme bakımından normalleştirilmiş halleri Şekil 3-5 (e-h)'da görülmektedir. ICA'ya dayalı dönme ve

momentlere dayalı yansıma normalizasyonundan sonra bütün afin ilişkili konturlar Şekil 3-5 (i)'de görüldüğü üzere üst üste çakışır.

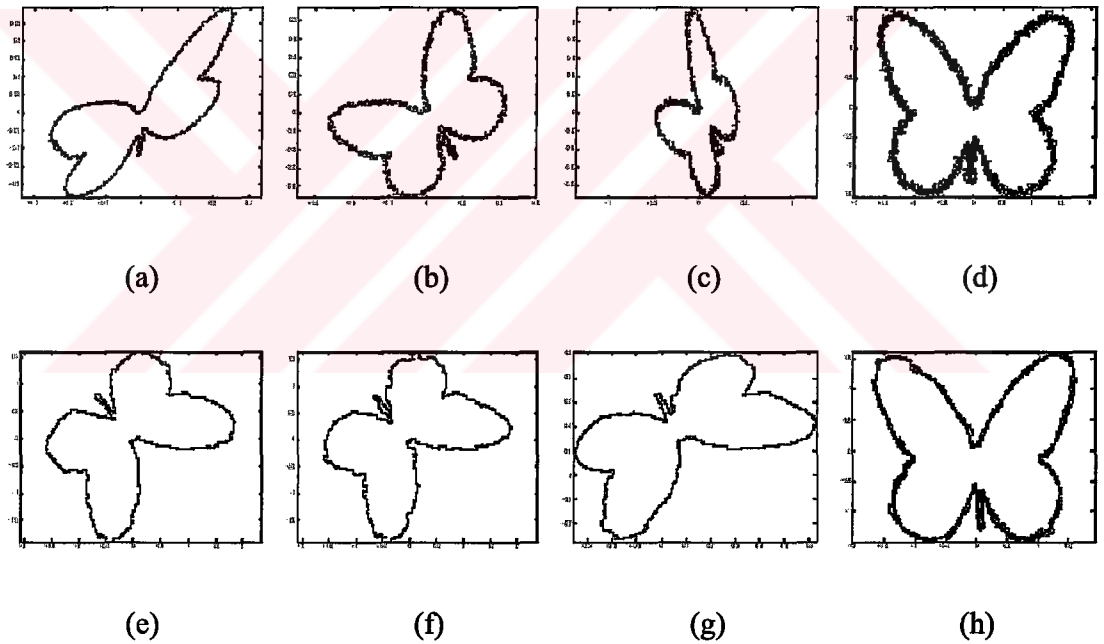


Şekil 3-4 Deneylerde kullanılan 2 boyutlu nesne şekilleri



Şekil 3-5 (a-d) Orjinal Mig29 konturu ve afin versiyonları, (e-h) sırasıyla PCA beyazlatılmış konturlar ve (i) son normalize konturların üst üste gösterimi

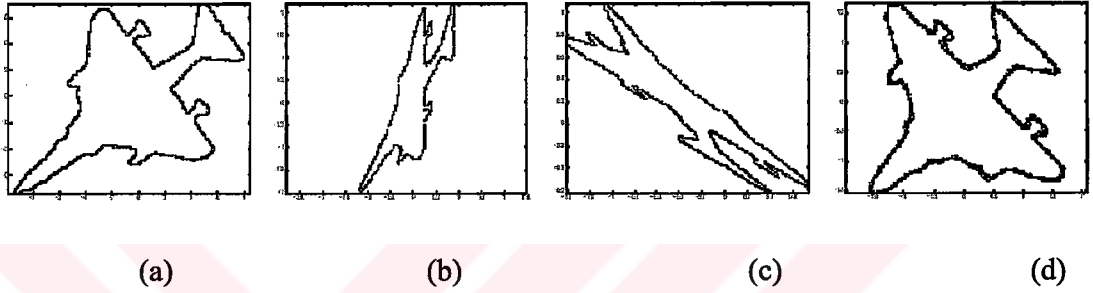
Literatürde bilgisayarla görme alanında şekillerle çalışan birçok araştırmacı rasgele beyaz gürültü (sınır kümesinin her bir noktasına diğerlerinden bağımsız olarak eklenen gürültü) kullanmaktadır. Beyaz gürültü küçük standart sapma kullanıldığında niceleme hatasını iyi modellemektedir. Çeşitli standart sapmalı üretilen beyaz gürültüler deneylerde kullanıldı. Şekil 3-6 (a-c) sırasıyla 0.005, 0.1 ve 0.15 standart sapmalı beyaz gürültü eklenmiş kelebek konturunu göstermektedir. Şekil 3-6 (d) ise (a-c)'de görülen beyaz gürültülü konturların normalize halleri üst üste çizilmiştir. Geliştirilen normalizasyon algoritması yüzsek beyaz gürültüye karşı gürbüzdür. Beyaz gürültü ayırtırmadan veya elle çizilen şekillerde görülen deformasyonları modellemekte yetersiz kalmaktadır. Beyaz gürültü bu deformasyonları iyi modelleyemediğinden dolayı gerçek bozulmaları yakalamak için renkli gürültü deneylerde kullanıldı. Şekil 3-6 (e-g) farklı standart sapmalı renkli gürültü eklenmiş kelebekleri gösterir. Görüldüğü gibi renkli gürültü elle çizimdeki deformasyonları modelleyebilmektedir.



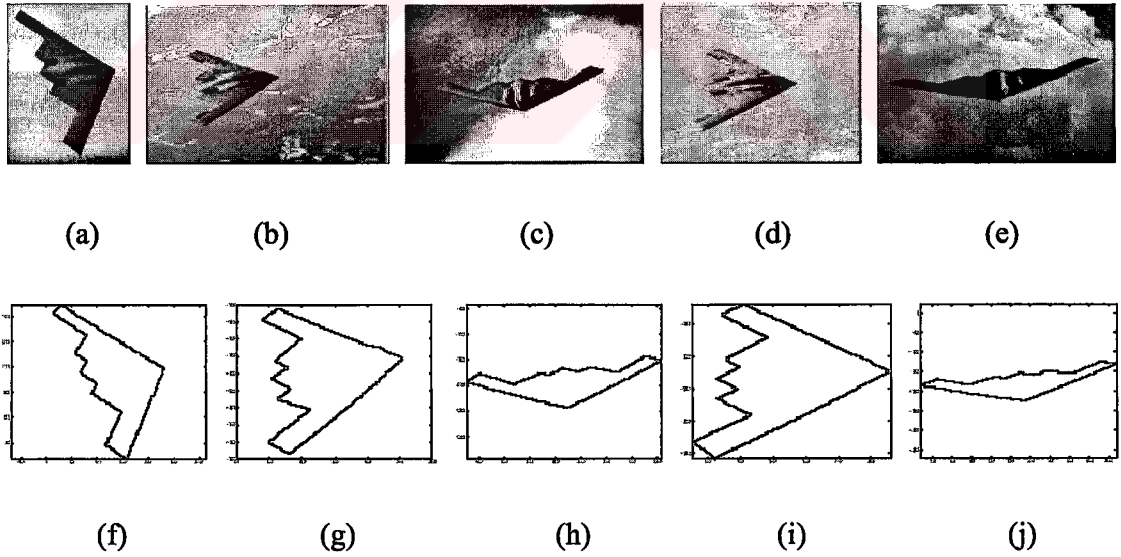
Şekil 3-6 (a-c) beyaz gürültülü, sırasıyla 0.005, 0.1 ve 0.15 standart sapmalı, afin kelebekler, (e-g) renkli gürültü afin kelebekler ve (d,h) normalize edilmiş üst üste çizilmiş konturlar.

Şekil 3-6 (h)'da görüldüğü gibi normalizasyon algoritması renkli gürültülere karşı etkili sonuçlar vermektedir ve renkli gürültüye karşı gürbüzdür.

Bir diğer gürbüzlük testi doğrusal olmayan örnekleme karşı yapıldı. Şekil 3-7 (a-c) orjinal kontur ve doğrusal olmayan alt örneklenmiş versiyonları görülmektedir. Normalize edilmiş halleri Şekil 3-7 (d)'de üst üste çizilmiştir. Doğrusal olmayan alt örnekleme ile sınır kümesinin noktalarının sayısı %70'e kadar çeşitli oranlarda düşmesine rağmen Şekil 3-7 (d)'de görüldüğü gibi bütün normalize edilmiş eğriler hemen hemen aynıdır.

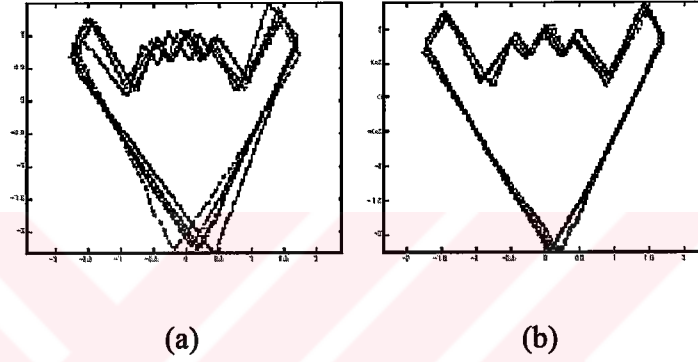


Şekil 3-7 (a-c) Skyhawk savaş uçağı ve farklı derecelerde doğrusal olmayan örneklenmiş versiyonları, (d) normalizasyon sonucu .



Şekil 3-8 (a-e) B2 savaş uçağının farklı açılardan pozlanmış resimleri, (f-j) resimlerden elde edilmiş konturlar

Son olarak bir nesnenin farklı bakış açıları altında pozlanmış gerçek resimleri üzerinde deneyler yapıldı. Şekil 3-8 (a-e) bu resimleri ve Şekil 3-8 (f-j) kontur bilgilerini göstermektedir. Bu deneyle ayrıştırma algoritmasının performansının normalizasyon üzerindeki etkisi gösterilmektedir. Ayrıştırma için Hough dönüşüm kullanıldı [18, 19]. Normalizasyondan önce konturlara düzgünleştirme operasyonu yapılmadığında oluşan sonuçlar Şekil 3-9(a)'da görülmektedir. Eğer konturlar normalize edilmeden gürültü yok edici ve düzgünleştirici kullanıldığında 3-9(b)'de görüldüğü gibi farklılıklar azalmaktadır. Sonuçlar normalizasyon algoritmasının performansının bölüm 3.1'de verilen gürültü yok ediciyle daha geliştirildiğini göstermektedir.



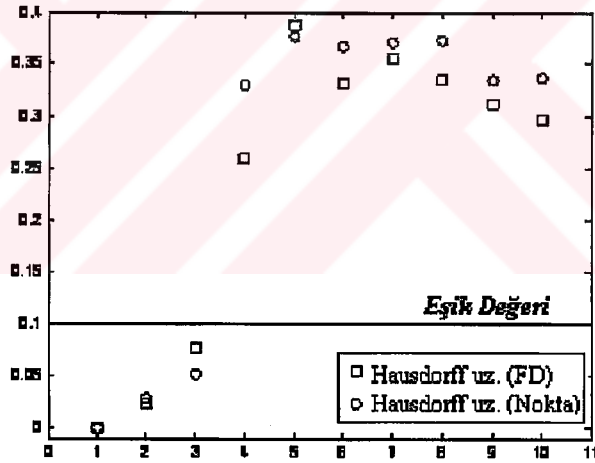
Şekil 3-9 (a) Düzgünleştirme ve düzgün örnekleme yapılmadan normalizasyon, (b) gürültü yok edici ve düzgün örnekleme ile normalizasyon

Sunulan normalizasyon algoritması birçok uygulama için önışlem olarak kullanılacağı gibi direk olarak afin dönüşmüş nesneleri tanımada da kullanılabilir. Tanıma için değişmezler kullanmak yerine normalize edilmiş sınır eğrileri alternatif olarak kullanılır. Örnek bir tanıma deneyi Tablo 3-1'de verilmiştir. Kelebek nesnesinin verildiği Nesne1 ve diğer nesnelerin bulunduğu Nesne2 grubu normalize edildi ve iki ayrı metriğe göre uzaklıkları hesaplandı. Birincisi Fourier tanımlayıcılar arasındaki Hausdorff uzaklık ve ikincisi sınır kümeleri arasındaki uzaklıktır. Sunulan normalizasyon algoritması başlangıç noktasının normalizasyonunu konu edinmediğinden, başlangıç noktası farklılıkları öklidyen uzaklığı etkiler. Bu yüzden Hausdorff uzaklık kullanarak bu problem ortadan kaldırılmıştır.

Çeşitli nesneler arasındaki Hausdorff uzaklıklar Tablo 3-1’de verilmiştir. İkinci kolon beyaz gürültülü versiyonuyla, üçüncü kolon renkli gürültülü haliyle hesaplanmıştır. Bu tabloda verilen uzaklıkların şekilsel gösterimi Şekil 3-10’da gösterilmiştir. Gürültü yok edici kullanılmadığı halde bile kelebek nesneleri arasındaki uzaklık karar değerinin altında kalarak kolay biçimde tanınmıştır.

Tablo 3-1 Çeşitli nesnelerin normalizasyondan sonra noktalara ve Fourier tanımlayıcılara bağlı Hausdorff uzaklıkla tanınması

Hausdorff Uzaklıkla Tanıma										
Nesne1										
Nesne2										
Four. Kat. Hausdorff Uzaklıkları	0.0001	0.0243	0.0769	0.2597	0.3873	0.3326	0.3558	0.3344	0.3115	0.2961
Noktaların Hausdorff Uzaklıkları	0.0000	0.0295	0.0518	0.3302	0.3764	0.3670	0.3711	0.3736	0.3347	0.3371



Şekil 3-10 Tablo 4’de verilen Hausdorff uzaklıkların gösterimi

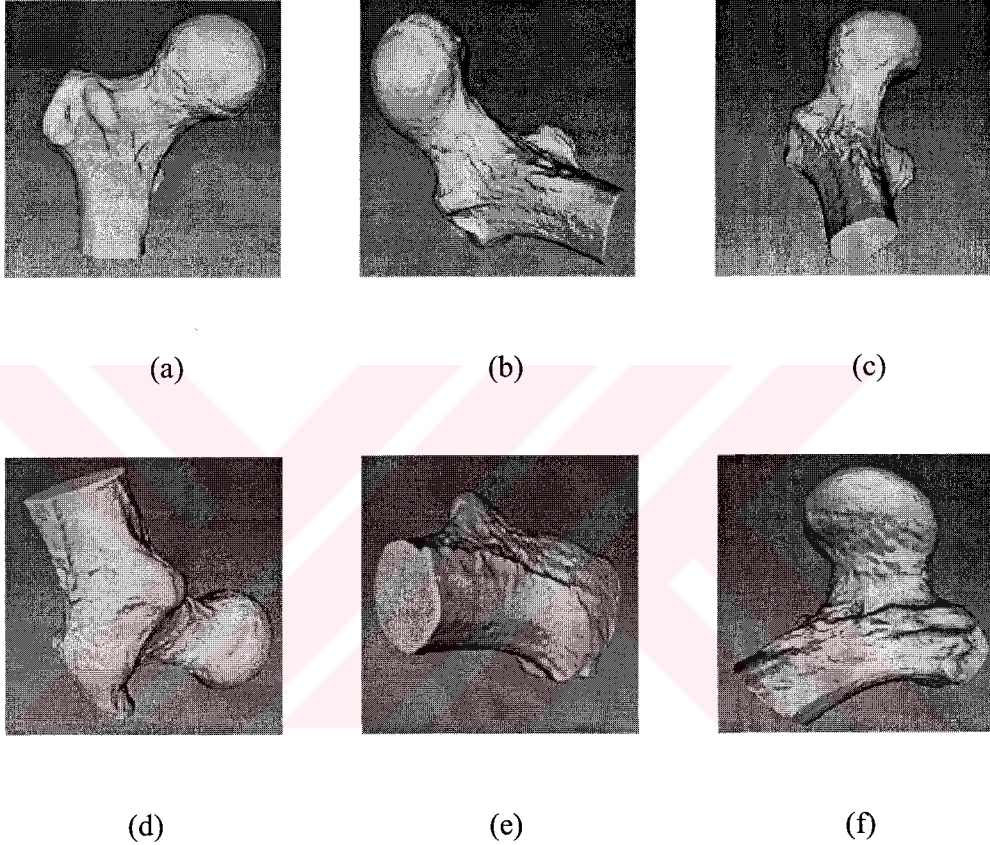
Üç boyutta da yine birçok nesne üzerinde birçok deney gerçekleştirildi. Kullanılan gerçek erim (range) verileri Şekil 3-11’de görülmektedir. Üç boyutta nesneler katı-vücut hareket dönüşümü yaptıklarından dolayı dönüşümler dönme ve öteleme parametrelerine

$(\alpha, \beta, \gamma, tr_x, tr_y, tr_z)$ göre gerçekleştirilir. Yine katı-vücut hareketinden dolayı nesneler 3 boyutta birbiriyle orthogonal ilişkilidir. Bundan dolayı 3 boyutta PCA beyazlatılmasına ihtiyaç yoktur. Diğer bir yandan eğer ölçekleme katı vücut-hareketine dahil edilirse PCA beyazlatma ölçeklemenin yok edilmesi için kullanılabilir. Şekil 3-12 (a) 137062 noktalı balljoint kemiğinin yüzey modelini göstermektedir. Model çeşitli parametre kümeleri ile 3 boyutta dönme, ötelemeye uğratıldı. Şekil 3-12 (b-e)'de bu dönüşmüş modeller görünmekte ve bu modellerin normalize edilmiş halleri aynıdır, Şekil 3-12(f).



Şekil 3-11 Deneylerde kullanılan 3 boyutlu nesneler

2 boyuttaki deneylerde olduğu gibi erim (range) verileri beyaz gürültü, alt örnekleme ve veri kaybına karşı deneylerle test edildi. Şekil 3-13'de 3 boyutlu Venus nesnesi sırasıyla 0.7071 ve 1 standart sapmalı beyaz gürültü ile bozuldu. Standart sapma 1 iken nesne üzerinde büyük derecede bozulma meydana gelmiştir. İnsan gözüyle bunun hangi nesne olduğunu anlayamazken normalize edilmiş halleri arasında dönme ve öteleme hatası neredeyse 0 ve ortalama Hausdorff uzaklık 0.1047 dir.



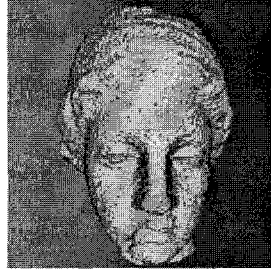
Şekil 3-12 (a-e) Balljoint kemik yüzeyi ve dönüştürülmüş versiyonları, (f) normalize edilmiş 3 boyutlu yüzey

Tablo 3-2'de verilen örnekleme sonuçları, sunulan normalizasyon algoritmasının örnekleme karşı gürbüzlüğü gösterir. Bu deney ayrıca nesnelerin point-to-point eşleşme olmadan normalleştirildiğinin bir göstergesidir. At nesnesi alt örneklendi ve nokta sayısı %75, %50, %25, %5 oranlarına düşürüldü. Nokta sayısı %5'ine düşürülmesine rağmen ki bu oran çok yüksek bir veri kaybını ifade eder, hesaplanan

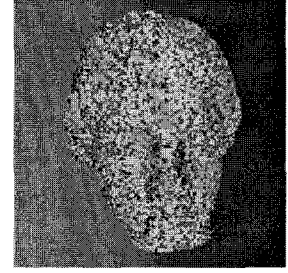
Hausdorff uzaklık hayli düşüktür. Buda geliştirilen yöntemin alt örnekleme dayanıklılığını gösterir.



(a)



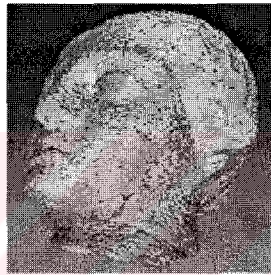
(b)



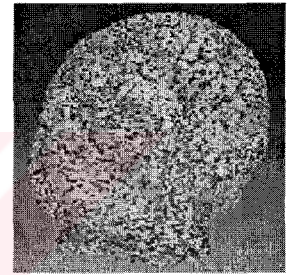
(c)



(d)



(e)



(f)

Şekil 3-13 (a-c) Venus 3D nesnesi ve beyaz gürültülü versiyonları, (d-f) normalize edilmiş halleri

3 boyutta gerçekleştirilen bir diğer deney ise veri kaybına gürbüzlük deneyidir. Bir bölgede oluşan veri kaybına karşı dayanıklılık 3 boyuttaki range verilerini tanıma sistemlerinin kaçınılmaz karakterleridir. Tablo 3-3, sırasıyla %5, %10, %15 ve %20'si kaybedilmiş at nesnelerini ve bunlarla hesaplanan uzaklıkları göstermektedir. Yüksek veri kaybına rağmen uzaklıklar düşüktür. Tanıma deneylerinde farklı nesneler arasında hesaplanan ortalama Hausdorff uzaklığının 1.6964 olduğu düşünülürse, veri kaybına karşı hesaplanan uzaklıklar düşüktür. Bu nedenle veri kaybına gürbüz ve dayanıklıdır. Burada not edilmesi gereken bir konu çok yüksek veri kayıpları meydana geldiğinde normalizasyon algoritması yansıma ilişkili sınır kümeleri üretebilir.

Tablo 3-2 Çeşitli oranlarda alt örneklenmiş at nesnesinin Hausdorff ile tanınması

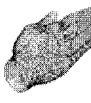
Alt Örnekleme Örneği					
Örneklem Oranı	%100	%75	%50	%25	%5
3D Nesne1					
3D Nesne2					
Hausdorff Uzaklık	0.0718	0.1174	0.1189	0.1604	0.2075

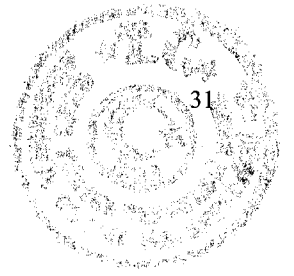
Tablo 3-3 Çeşitli oranlarda veri kaybına uğramış at nesnesinin Hausdorff ile tanınması

Veri Kaybı (Occlusion) Örneği					
Kayıp Oranı	%0	%5	%10	%15	%20
3D Nesne1					
3D Nesne2					
Hausdorff Uzaklık	0.0718	0.2208	0.2532	0.2979	0.3856

Son olarak Tablo 3-4, farklı nesnelerle at nesnesinin arasındaki tanıma örneklerini vermektedir. Burada at nesnesi prototip ve diğer nesneler veritabanında tutulan nesneleri temsil eder. Yapılan deneyler sonucunda tanıma oranı %100 dür.

Tablo 3-4 Farklı nesnelerin Hausdorff uzaklıkla Tanınması

Tanıma Örnekleri					
3D Nesne 1	3D Nesne 2	Haus. Uzaklık	3D Nesne 1	3D Nesne 2	Haus. Uzaklık
		0.0718			1.3621
		2.4064			1.6519
		1.9995			1.4685
		1.1983			1.2162
		1.8320			1.5656
		1.4851			1.9845
		1.2596			1.3426
		1.4639			1.9212
		2.1459			1.8223
		1.2063			1.4871



4. MATRİS YOK ETME İLE AFİN DEĞİŞMEZ EĞRİ UYDURMA

Bu bölümde literatürdeki cebirsel eğri uydurma yöntemleri ve bu tezde sunulan afin değişmez cebirsel eğrilerin elde edilişi anlatılacaktır. Kapalı cebirsel modeller diğer bir adıyla kapalı polinom eğrileri (implicit polinomials IP) ve yüzeyleri, 2 boyutlu eğrileri ve 3 boyutlu yüzeyleri modellemede çok kullanışlı ve başarılı kabul edilmektedir [4, 5, 6, 33, 34, 53]. Kapalı cebirsel eğriler şeklindeki kayıp veya eksik veriyi aradeğerleme özelliğinden dolayı telafi edebilir. Bu özelliği ile parametrik gösterimlerden üstündür. Ayrıca literatürde kapalı cebirsel eğrilere ait birçok değişmez tanımlanmış ve örüntü tanıma uygulamalarında kullanılmıştır [13, 35, 36, 37, 38].

Kapalı cebirsel eğriler ile tanıma ve pozisyonlandırma sistemlerinin kurulabilmesi için ilk olarak eğri uydurma probleminin çözülmesi gerekmektedir. En küçük kareler eğri uydurma algoritması bu problemin çözümü için kullanılan en basit eğri uydurma yöntemidir [39]. En küçük kareler eğri uydurma yöntemlerinde öklid uzaklığı cebirsel uzaklığa göre daha kararlı ve kullanışlıdır. Fakat en küçük kareler yöntemiyle elde edilen eğriler şeklin devamlılığını iyi yakalayamadığı gibi kararlı da değildirler [40]. Kapalı eğriler genellikle doğrusal olmayan optimizasyon algoritmaları ile de elde edilebilir [4, 5, 6]. Fakat bu yöntemler optimizasyondan dolayı hem çok karmaşık algoritmalarlardır hem de çok uzun zamanlar almaktadır. Doğrusal programlamaya dayalı yeni bir kapalı polinom uydurma yaklaşımı [41]'de sunulmuştur. 3L eğri uydurma algoritması tekrarlanabilir ve öklid değişmez olması bakımından eğri uydurmaya yeni bir yaklaşım getirmiştir. Bu algoritma ayrıca diğer algoritmalara nazaran daha doğru ve daha kararlı kapalı eğriler uydurmaktadır [40]. Daha sonra Gradient One, Ridge Regression algoritmaları ile eğri uydurma algoritmalarının kararlılığı geliştirilmiştir [5, 6, 33, 42].

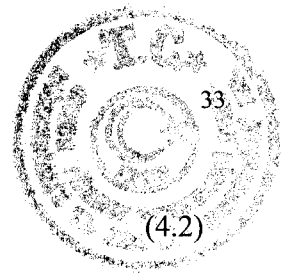
Diğer taraftan, IP modelleri şeklin sınır kümesini tanımlayan parametrik denklemlerden de elde edilebilir. Parametrik eğriler eliminasyon teorisi ile kapalı polinomlara döndürülebilir. Eliminasyon teorisi Sylvester matrisinin determinantının hesaplanmasıyla gerçekleştirilmektedir [43, 44, 45]. Sylvester matrisinin eliminasyonunun dezavantajı sembolik bir matrisin determinantının hesaplanmasıdır. İşlem süresi uzun olduğu gibi yüksek dereceden kapalı eğriler için bu hesaplama neredeyse imkânsızdır. Fourier tanımlayıcıları ile ikinci dereceden B-spline fonksiyonları arasında bir ilişki kurulmuştur [46]. Parametrik gösterimleri kapalı cebirsel eğrilere çeviren yeni bir matris yok etme metodu yakın zamanda [47]'de sunulmuştur. Bu yöntem hem sayısal hem de işlem olarak daha basit ve daha kısadır.

4.1. Eğri Uydurma Problemi

Eğri uydurma problemi basitçe bir hata-azaltma problemidir. Eğrinin uydurulacağı nesnenin sınır kümesi $Z = \{z_j = (x_j, y_j)\}_{j=1}^N$ olsun. Eğri uydurma hatanın azaltılması olacağından, eğri uydurma

$$\min_{\mathbf{a}} \sum_{j=1}^N \text{dist}^2(f_n(x, y), z_j) \quad (4.1)$$

şeklinde tanımlanır. $\mathbf{a}$ cebirsel eğrinin katsayı vektörü ve dist uygun uzaklık fonksiyonudur. Klasik en küçük kareler eğri uydurma yönteminde uzaklık fonksiyonu $\text{dist}(f_n(x, y), z_j) = f_n(z_j) = f_n(x_j, y_j)$ şeklindedir. En küçük kareler yöntemi verilen sınır kümesini modellemek için kullanılan en hızlı ve kolay yöntemdir. Bu yöntem verilen sınır kümesinin, uydurulacak cebirsel eğriye olan uzaklığının karesini minimum yapmaya çalışır. En küçük kareler eğri uydurma yöntemi ile elde edilen cebirsel eğriler afin değişmezdir fakat elde edilen eğriler genellikle istenmeyen ekstra parçalar içermektedir ve eğriler nesnenin şeklini yakalayamamaktadır. Kararlılık en küçük kareler yönteminin bir diğer büyük problemidir. Yöntem kararlı eğriler verememektedir. Bir noktanın bir cebirsel eğriye olan geometrik uzaklığının hesaplanmasının kapalı bir formu olmadığından, birinci dereceden bir uzaklık tahmini,



$$dist = \frac{|f_n(x_j, y_j)|}{\|\nabla f_n(x_j, y_j)\|} \quad (4.2)$$

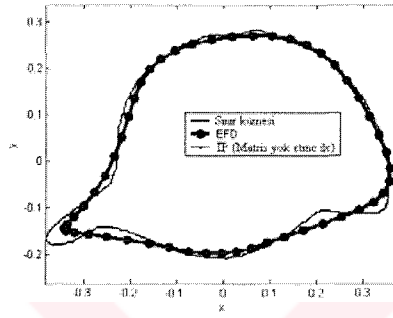
sıkça kullanılır. Literatürde bu probleme başka yaklaşımlar mevcuttur. Problem bir doğrusal olmayan eniyileme problemi olduğundan bazı önemli algoritmalar geliştirilmiştir [4,5,6]. Bu algoritmalar çok yüksek hesaplama karmaşıklığına sahiptirler ve birçok defa kararlı ve anlamlı cebirsel eğriler verememektedir. En küçük kareler yönteminin geliştirilmiş hali olan 3L yöntemi en küçük kareler yönteminden daha kararlı ve gürbüz eğriler uydurmaktadır. Fakat hala kapalı eğriler verememektedir ve istenmeyen ekstra parçalar üretmektedir [40]. 3L yönteminin bir diğer problemi ise yöntemin veri değişikliğine karşı gürbüz olmamasıdır. Bu kararlılık ve gürbüzlük problemlerini gidermek amacıyla 3L algoritmasının geliştirilmiş versiyonları sunulmuştur [42]. Bu geliştirilmeyle elde edilen eğriler daha çok kararlı ve gürbüz hale getirilmiştir. Fakat 3L ve geliştirilmiş versiyonları afin değişmez değildirler. Bu nedenle bu yöntemler farklı bakış açılarından alınmış resimler üzerinde kullanılamaz. Bütün bunların sonucu olarak, bu tezde afin değişmez bir eğri uydurma algoritması sunulmuştur. Eğriler kararlı ve yöntem sınır kümesinde yapılan bozucu etkilere karşı iyi derecede gürbüzdür.

4.2. Matris Yok Etme ile Afin Değişmez Eğri Uydurma Algoritması

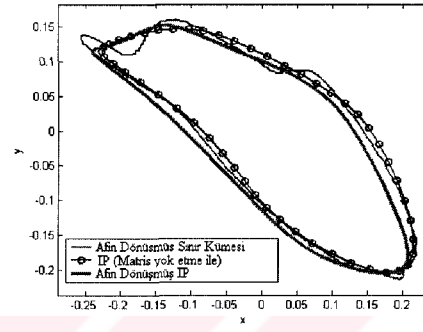
Matris yok etme metodu [47], eliptik Fourier tanımlayıcıları (EFD) ile kapalı polinomlar (IP) arasında bir bağ kurmuştur. Eliptik Fourier tanımlayıcıları yay-uzunluğuna bağlı parametrelemelerdir. Bu nedenle ötelemeye, dönmeye ve ölçeklemeye karşı değişmezler. Bunlar benzerlik dönüşümlerine karşı değişmezlerdir [1, 48, 49]. Fakat yay-uzunlukları afin dönüşüm altında korunmazlar. Şekil 4-1 bu gerçeği göstermektedir. Şekil 4-1(b)'de elde edilen cebirsel eğri sınır kümesi ile aynı afin dönüşüme uğratılmasına rağmen (c)'deki afin dönüşüme uğratılmış sınır kümesinden elde edilen cebirsel eğri ile farklıdır.



(a)



(b)



(c)

Şekil 4-1 (a) Şapka nesnesi, (b) sınır kümesi (doğru), EFD (çember-doğru) ve matris yok etme ile elde edilen cebirsel eğri (nokta-doğru), Afin dönüşüm geçirmiş sınır kümesi ve farklı eğriler.

Bu çalışmanın temelini oluşturan fikir: Eğer EFD yerine algoritmaya afin değişmez bir Fourier parametreleme ile başlanırsa, daha sonra matris yok etme metodunun sonucu olarak yöntem afin değişmez cebirsel eğriler verecektir. Afin değişmez bir parametreleme ile burada parametrenin afin dönüşüm altında doğrusal olmasından ve parametreleme fonksiyonunun her defasında aynı parametremeyi yapmasından bahsedilmektedir. Afin yay-uzunluğu afin hızın hesaplanmasıyla bu koşulları sağlamaktadır ve afin değişmezdir [50, 51]:

$$t = \int_C \sqrt{\det \left(\frac{d\mathbf{x}}{d\xi}, \frac{d^2\mathbf{x}}{d\xi^2} \right)} d\xi = \int_C \sqrt{x_\xi y_{\xi\xi} - y_\xi x_{\xi\xi}} d\xi \quad (4.3)$$

(4.3)'te x_ξ , y_ξ değişkenleri $x(\xi)$ ve $y(\xi)$ bileşenlerinin C yolu üzerindeki ilk ve $x_{\xi\xi}$, $y_{\xi\xi}$ değişkenleri ikinci türevleri göstermektedir. (4.3)'te ikinci türevlerden dolayı bu parametreleme, yatay sınırdaki sıfır ve dikey sınırlarda ise sonsuz değerler üretir [50] ve bu yüzden başlangıç için bu parametreleme kullanılamamaktadır.

Birinci türevleri kullanarak afin değişmez bir Fourier tanımlayıcısı [14, 50]'de sunulmuştur:

$$t = \frac{1}{2} \int_C |\det(\mathbf{x}(\xi), \mathbf{x}_\xi)| d\xi = \frac{1}{2} \int_C |x(\xi)y_\xi - y(\xi)x_\xi| d\xi \quad (4.4)$$

Fakat bu parametreleme ötelemeye karşı değişmez değildir. Öteleme ilk olarak koordinat sisteminin alan merkezine ötelenmesiyle yok edilir:

$$\mathbf{x}_s = \frac{2 \oint_C \mathbf{x}(\xi) \det(\mathbf{x}(\xi), \mathbf{x}_\xi) d\xi}{3 \oint_C \det(\mathbf{x}(\xi), \mathbf{x}_\xi) d\xi} \quad (4.5)$$

Afin dönüşüme uğratılmış bir sınır kümesinin alan merkezi, alan merkezinin afin dönüşüme uğratılmışıdır. Bu gerçek afin dönüşümün alanları sadece bir katsayı ($\det(A)$) ile çarpılmasından gelmektedir [51]. Fourier katsayılarının hesaplanması için, $(u_i, v_i): i=0, \dots, N-1$, $\mathbb{R}^2$ 'de N adet sınır kümesinin elemanları ve t_i elemanların parametre değerleri olsun. Periyodiklikten dolayı $(u_N, v_N) = (u_0, v_0)$ ve $t_N = t_0 + T$ şeklindedir. Alana bağlı parametrelmeli Fourier dönüşümü aşağıdaki gibi tanımlanmıştır [50].

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} U_k \\ V_k \end{bmatrix} &= \frac{T}{(2\pi k)^2} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{1}{t_{i+1} - t_i} \begin{bmatrix} u_{i+1} - u_i \\ v_{i+1} - v_i \end{bmatrix} (\Phi_{k,i+1} - \Phi_{k,i}) [1 - \delta(t_{i+1} - t_i)] \\ &+ \frac{j}{2\pi k} \sum_{i=0}^{N-1} \begin{bmatrix} u_{i+1} - u_i \\ v_{i+1} - v_i \end{bmatrix} \Phi_{k,i} \delta(t_{i+1} - t_i) \end{aligned} \quad (4.6)$$

(4.6)'da $\Phi_{k,i}$ fonksiyonu

$$\Phi_{k,i} = \exp\{-j2\pi kt_i / T\} \quad (4.7)$$

ve $\delta(t_{i+1} - t_i)$ fonksiyonu ise

$$\delta(t_{i+1} - t_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } t_{i+1} = t_i \\ 0 & \text{if } t_{i+1} \neq t_i \end{cases} \quad (4.8)$$

şeklinde tanımlanmıştır. Hızlı Fourier dönüşümün (FFT) aksine bu dönüşüm nesnenin sınır kümesindeki belirsiz sayıda noktayı hesaba alabilir. Sabit bir parametre aralığına ihtiyaç duymamaktadır ve sürekli olmayan fonksiyonların dönüşümüne olanak tanımaktadır. Alan parametreleme aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$t_0 = 0; \quad t_{i+1} = t_i + \frac{1}{2} |(u'_i v'_{i+1} - u'_{i+1} v_i)|, \\ i = 0, 1, 2, \dots, N-1; \quad T = t_N, \quad (4.9)$$

Koordinat merkezinin alan merkezine çekilmesi aşağıdaki gibidir.

$$\begin{bmatrix} u'_i \\ v'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i - u_{AC} \\ v_i - v_{AC} \end{bmatrix}$$

ve

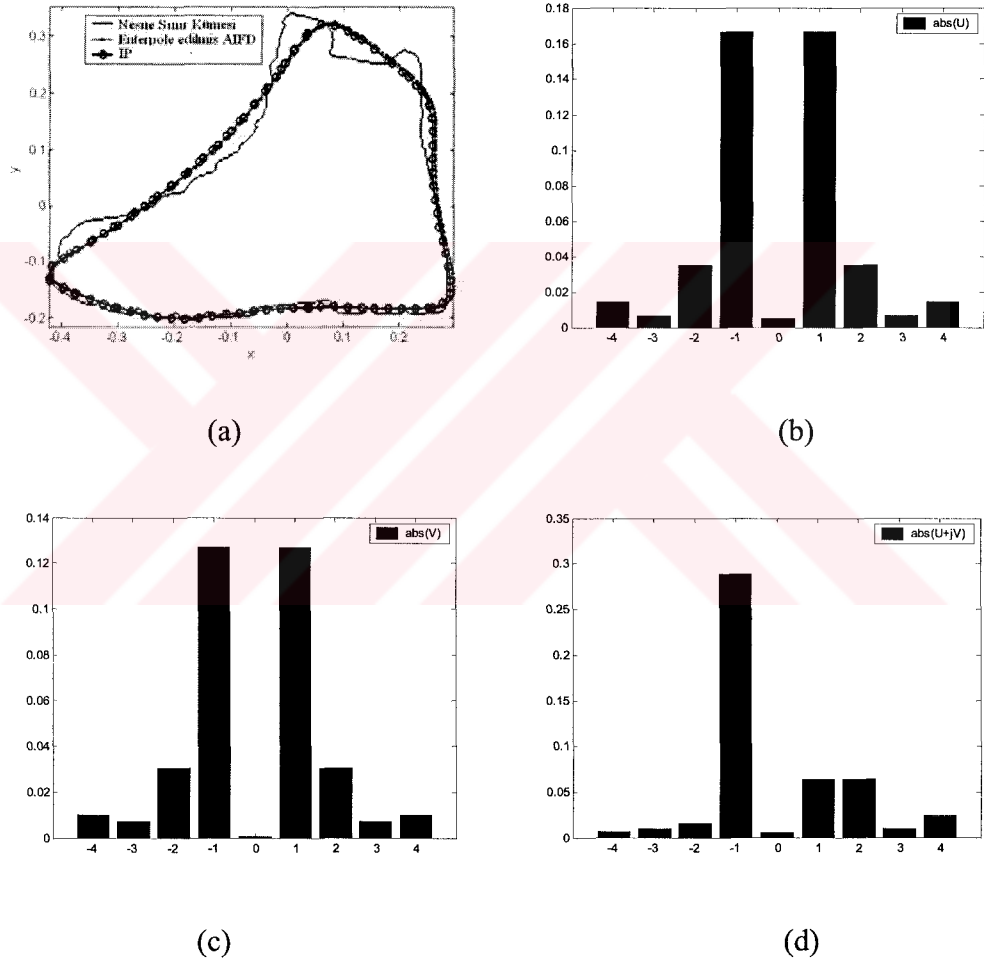
$$\begin{bmatrix} u_{AC} \\ v_{AC} \end{bmatrix} = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} (u_i v_{i+1} - u_{i+1} v_i) \begin{bmatrix} u_i + u_{i+1} \\ v_i + v_{i+1} \end{bmatrix}}{3 \sum_{i=0}^{N-1} (u_i v_{i+1} - u_{i+1} v_i)}. \quad (4.10)$$

Bu parametreleme afin değişmez olduğundan dolayı, Fourier parametremenin katsayıları matris yok etme metodunun girişi olarak kullanılır. Burada önemli bir not olarak afin değişmez Fourier tanımlayıcı ile aradeğerlenen (interpolated) sınır değer eğrisi salınımlar yapabilir.

Tablo 4-1 Bot için elde edilmiş afin değişmez Fourier katsayıları

Afin Değişmez Fourier 4 Katsayı			
1	2	3	4
$-0.0367 - 0.0522i$	$-0.0575 + 0.0274i$	$-0.0029 + 0.0091i$	$0.0036 + 0.0239i$

Şekil 4-2 bot nesnesinin sınır değer kümesini göstermektedir. Bu nesne için elde edilmiş 4 afin değişmez Fourier katsayıları aşağıdaki Tablo 4-1’de verilmiştir.



Şekil 4-2 (a) Bot nesnesinin konturu (doğru), AIFD (nokta-aralıklı doğru) ve önerilen yöntemle elde edilen cebirsel eğrinin (çember-doğru) üst üste gösterimi. (b) U_k 'nın güç spektrumu. (c) V_k 'nın güç spektrumu. (d) $U_k + jV_k$ 'nın güç spektrumu.

Yine bu 4 katsayıdan elde edilmiş ve Şekil 4-2(a)'da gösterilen 8. dereceden cebirsel eğri ise aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} f_8(x, y) = & 1.0000x^8 + 4.3752x^7y + 15.9499x^6y^2 + 34.0174x^5y^3 + 61.7662x^4y^4 + 74.5955x^3y^5 + 76.6977x^2y^6 \\ & + 46.1355xy^7 + 23.1231y^8 + 0.6973x^7 + 6.7546x^6y + 12.0600x^5y^2 + 19.6978x^4y^3 - 4.3915x^3y^4 - 19.0241x^2y^5 - 39.7539xy^6 \\ & - 15.5186y^7 - 0.3410x^6 - 4.7579x^5y + 0.7172x^4y^2 - 6.8618x^3y^3 + 14.3815x^2y^4 + 2.8165xy^5 - 3.8049y^6 - 0.4276x^5 - 2.9882x^4y \\ & - 20.9149x^3y^2 + 6.9107x^2y^3 + 16.5465xy^4 + 4.7492y^5 + 0.2021x^4 - 3.1221x^3y + 4.0057x^2y^2 - 3.6935xy^3 - 1.8164y^4 \\ & - 0.0275x^3 + 2.2965x^2y - 1.8358xy^2 - 0.2191y^3 + 0.2532x^2 - 0.1679xy + 0.4713y^2 + 0.0005x - 0.0210y - 0.0178 \end{aligned}$$

$U(k)$ ve $V(k)$, (4.6)'daki afin değişmez parametrelemeye göre elde edilmiş katsayılar olsun. Bu dönüşüm katsayıları ötelemenin olmadığı durumda afin dönüşüm altında doğrusal davranmaktadır. Matris yok etme metodu cebirsel eğriyi Fourier tanımlayıcılarından elde etmektedir.

$$EFD \xRightarrow{\text{matris yoketme}} IP$$

Cebirsel eğriyi (4.11)'deki formda afin değişmez Fourier tanımlayıcılar ile başlatarak elde edilir.

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_0 \\ c_0 \end{bmatrix} + \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} a_k & b_k \\ c_k & d_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos kt \\ \sin kt \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

(4.11)'de katsayılar Fourier tanımlayıcıların gerçekte ve sanal kısımlarına ayrılarak bulunur.

$$\begin{aligned} a_0 &= U_0, & c_0 &= V_0, \\ a_k &= \text{Re}\{U(k)\}, & b_k &= \text{Im}\{U(k)\}, \\ c_k &= \text{Re}\{V(k)\}, & d_k &= \text{Im}\{V(k)\} \end{aligned} \quad (4.12)$$

Afin değişmez Fourier tanımlayıcıların karmaşık-üstel (kompleks-exponansiyel) formunu elde etmek için (4.11)'de aşağıdaki temsiliyet kullanılır:

$$\cos kt = \frac{e^{ikt} + e^{-ikt}}{2}, \quad \sin kt = \frac{e^{ikt} - e^{-ikt}}{2} \quad (4.13)$$

Sonuç olarak aşağıdaki ifade elde edilir.

$$x(t) = A_0 + \sum_{k=1}^n A_k e^{ikt} + B_k e^{-ikt}$$

$$y(t) = C_0 + \sum_{k=1}^n C_k e^{ikt} + D_k e^{-ikt} \quad (4.14)$$

(4.14)'deki ifadede A_k , B_k , C_k ve D_k değerleri aşağıdaki gibidir.

$$A_k = \frac{(a_k - ib_k)}{2}, \quad B_k = \frac{(a_k + ib_k)}{2}$$

$$C_k = \frac{(c_k - id_k)}{2}, \quad D_k = \frac{(c_k + id_k)}{2}$$

$k=1 \dots N$, $A_0 = a_0$ ve $C_0 = c_0$ 'dır. Bu ifadeler e^{it} yerine z yazılarak daha özlü bir hale getirilir.

$$x(z) = A_0 + \sum_{k=1}^n (A_k z^k + B_k z^{-k}) \equiv \sum_{k=-n}^n g[k] z^k$$

$$y(z) = C_0 + \sum_{k=1}^n (C_k z^k + D_k z^{-k}) \equiv \sum_{k=-n}^n h[k] z^k \quad (4.15)$$

(4.15)'te $g[k]$ ve $h[k]$ fonksiyonu aşağıdaki gibidir.

$$g[k] = \begin{cases} A_k & \text{if } k > 0 \\ A_0 & \text{if } k = 0 \\ B_{-k} & \text{if } k < 0 \end{cases}, \quad h[k] = \begin{cases} C_k & \text{if } k > 0 \\ C_0 & \text{if } k = 0 \\ D_{-k} & \text{if } k < 0 \end{cases}$$

Eğer g ve h dizileri vektörel ifadede aşağıdaki gibi yeniden yazılır ise

$$g = [B_n \quad \dots \quad B_1 \quad A_0 \quad A_1 \quad \dots \quad A_n]$$

ve

$$h = [D_n \quad \dots \quad D_1 \quad C_0 \quad C_1 \quad \dots \quad C_n],$$

(4.15), $\bar{z}^T = [z^{-n} \dots z^{-1} \ 1 \ z \dots z^n]$ olacak biçimde aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir.

$$x(z) = g \bar{z}$$

$$y(z) = h \bar{z}$$

Daha sonra z-dönüşümünün evrişim (konvolüsyon) özelliği kullanılarak ifade tamamen vektörel hale getirilir. Eğer $g[k] \Leftrightarrow x(z)$ ve $h[k] \Leftrightarrow y(z)$ olacak şekilde bir ilişki varsa, bu iki fonksiyonun çarpımı zamanda katsayıların evrişimine $g[k] * h[k] \Leftrightarrow x(z)y(z)$ denk olur. Bu bilginin ışığında

$$x^2 = x(z)x(z) = Z\{g[k] * g[k]\}$$

$$xy = x(z)y(z) = Z\{g[k] * h[k]\}$$

$$y^2 = y(z)y(z) = Z\{h[k] * h[k]\}$$

şeklinde olacaktır. Bu durumda farklı p ve q değerleri için birterimli ifadeler $x^p y^q$ aynı şekilde bulunabilir. Bu durumda ifade aşağıdaki hali alır.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \\ x^2 \\ xy \\ y^2 \\ \vdots \\ xy^{d-1} \\ y^d \end{bmatrix}}_{\Gamma} = \begin{bmatrix} 0 \dots 0 & 1 & 0 \dots 0 \\ g \\ h \\ g * g \\ g * h \\ h * h \\ \vdots \\ g * \underbrace{h * \dots * h}_{d-1} \\ h * \underbrace{h * \dots * h}_d \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} z^{-nd} \\ \vdots \\ z^{-1} \\ 1 \\ z^1 \\ \vdots \\ z^{nd} \end{bmatrix}}_{\bar{z}}$$

P : Convolution Matrix

Daha basit bir biçimde ifade edilecek olursa $\Gamma = P\bar{z}$ şeklinde bir matris çarpımı olur. P $(d+1)(d+2)/2 \times (2dn+1)$ bir kompleks matristir. P matrisi de tek ve gerçekte $(d+1)(d+2)/2 \times (2d^2+1)$ büyüklüğünde $\hat{P}$ ile özel kompleks bir matrisin çarpımı ile ifade edilir.

$$P = \hat{P} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & i & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & i \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

Daha sonra $\hat{P}$ matrisinin en büyük değerli $(d+1)(d+2)/2 - 1 = d(d+3)/2$ kolonu $QR = \hat{P}E$ şeklinde tanımlanan dikgen-üçgensel (orthogonal-triangular) ayrıştırma ile belirlenir. Q birimcil matristir. R ise köşegen elemanları büyüktan küçüğe sıralanmış yukarı üçgensel bir matristir. E , $QR = \hat{P}E$ eşitliğini sağlayacak permütasyon matrisidir. $\hat{P}E$ matrisinin ilk $d(d+3)/2$ kolonunu sıfırlayacak yani yok edecek $\mathbf{a}$ vektörü bize $\mathbf{a}\Gamma = f_d(x, y) = 0$ olacak biçimdeki uygun örtük polinom fonksiyonunu verir. n harmonik kullanılarak elde edilen eğri $d=2n$ dereceli olur [47].

4.3. Afin Değişmez Eğri Uydurma Deneyleri

Bu bölümde karmaşık serbest şekilli nesneler ve bu nesnelerin afin dönüşmüş halleri üzerinde eğri uydurma deneyleri anlatılmaktadır. Şekil 4-3(a) gitar nesnesinin sınır kümesini ve bu sınır kümesine sunulan algoritmayla elde edilen örtük polinomu gösterir. Bulunan cebirsel eğrinin hiç bir ekstra parçası yoktur. Gitar nesnesinin x ekseninde 45° , y ekseninde 70° dönmesiyle ve yine aynı eksenler üzerinde sırasıyla $tr_x=0.2$ ve $tr_y=-0.1$ yer değiştirmesiyle elde edilen afin dönüşmüş hali aşağıdaki matris ile elde edildi.

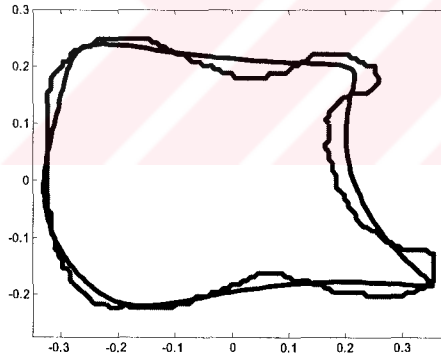
$$A = \begin{bmatrix} 0.3420 & 0.6645 & 0.2000 \\ 0 & 0.7071 & -0.1000 \\ 0 & 0 & 1.0000 \end{bmatrix}$$

Bu A matrisi kullanılarak, (b)'deki afin dönüşmüş nesneden elde edilen cebirsel eğri ile

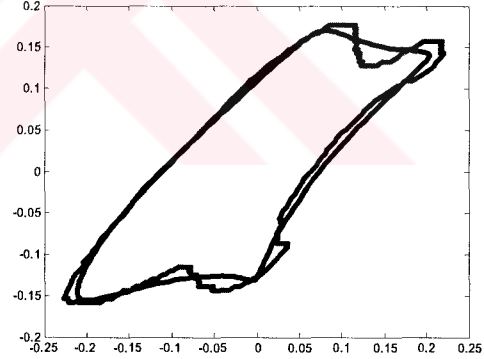
$$\begin{aligned} \bar{f}_8(\bar{x}, \bar{y}) = & x^8 - 5.7886x^7y + 18.1184x^6y^2 - 36.2306x^5y^3 + 50.8366x^4y^4 - 50.2965x^3y^5 + 34.9177x^2y^6 - 15.4868xy^7 \\ & + 3.7141y^8 + 0.8503x^7 - 4.8118x^6y + 12.9719x^5y^2 - 21.0365x^4y^3 + 21.8330x^3y^4 - 14.1863x^2y^5 + 5.1776xy^6 \\ & - 0.6366y^7 + 0.1548x^6 - 0.9726x^5y + 3.0412x^4y^2 - 5.2120x^3y^3 + 5.3083x^2y^4 - 3.1098xy^5 + 0.7704y^6 + 0.0875x^5 \\ & - 0.3741x^4y + 0.0134x^3y^2 + 0.8660x^2y^3 - 0.5260xy^4 - 0.0160y^5 + 0.0438x^4 - 0.1377x^3y + 0.0451x^2y^2 + 0.1091xy^3 \\ & - 0.0515y^4 - 0.0012x^3 + 0.0091x^2y - 0.0178xy^2 + 0.0079y^3 + 0.0021x^2 - 0.0036xy + 0.0023y^2 + 0.0001x - 0.0001y - 0.0000 \end{aligned}$$

(a)'daki orjinal sınır kümesinden elde edilen cebirsel eğrinin aşağıdaki afin dönüştürülmüş hali kesinlikle aynıdır. Bu cebirsel eğriler Şekil 4-3(a,b)'de görülmektedir.

$$\begin{aligned} f_8(x, y) = & x^8 + 3.5745x^7y + 20.3734x^6y^2 + 44.6278x^5y^3 + 129.0179x^4y^4 + 173.8488x^3y^5 + 309.1691x^2y^6 + 211.3054xy^7 \\ & + 230.2839y^8 + 2.4861x^7 + 4.7237x^6y + 20.1205x^5y^2 + 22.5359x^4y^3 + 35.1365x^3y^4 + 38.6484x^2y^5 + 11.0016xy^6 + 74.1600y^7 \\ & + 1.3233x^6 - 1.7644x^5y + 19.0702x^4y^2 + 15.1117x^3y^3 + 73.1355x^2y^4 + 13.6530xy^5 - 16.0513y^6 + 2.1870x^5 \\ & + 1.9112x^4y - 66.2644x^3y^2 - 77.8455x^2y^3 + 107.9107xy^4 + 35.7458y^5 + 3.2038x^4 + 4.0864x^3y - 34.6417x^2y^2 - 16.4715xy^3 \\ & + 14.2828y^4 - 0.2484x^3 + 2.5598x^2y - 3.5053xy^2 - 3.3295y^3 + 1.3052x^2 + 0.3695xy + 2.0108y^2 + 0.1446x + 0.0261y - 0.1129 \end{aligned}$$



(a)

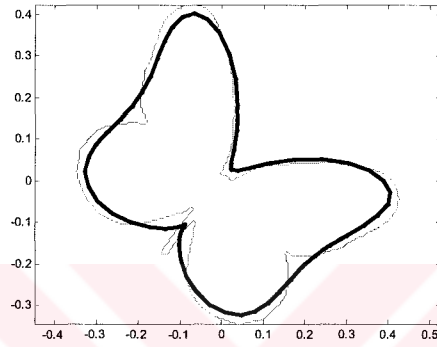


(b)

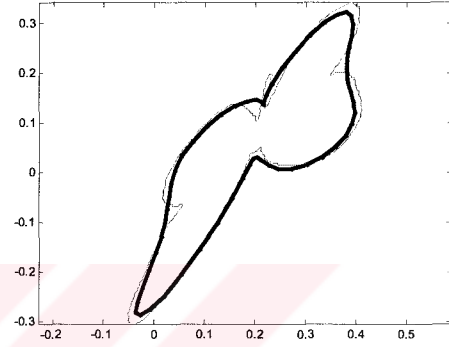
Şekil 4-3 (a) Nesne sınır kümesi (doğru) ve sunulan eğri uydurma algoritmasıyla bulunan örtük polinom (kesik doğru), (b) afin dönüşmüş sınır kümesi ve örtük polinom.

Diğer bir örnek ise kelebek nesnesi üzerinde yapılmıştır. Şekil 4-4(a,b,c,d) afin ilişkili kelebek nesnelerini ve uydurulan eğrileri göstermektedir.

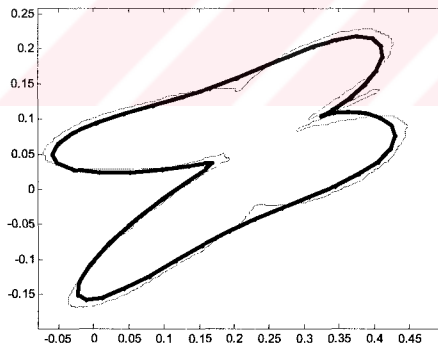
Sunulan yöntem gürbüzlük ve obje tanıma açısından da incelenmiştir. Yüzeysel nesne şekilleri genel olarak yakalanan görüntülerden kesilir ve nesnenin sınır kümesi kesilen bölümden çıkarılır. Nesnenin sınır kümesi bulunurken her kademede birçok bozulma meydana gelebilir. Örnek olarak yakalanan görüntü üzerindeki gürültüler ve nesnenin çıkarımı sırasında çıkarım algoritmasının zayıflığından oluşan bozulmalar verilebilir. Bu işlemleri gerçeklemek amacıyla cebirsel eğrileri elde etmeden önce nesneler bozulmaya uğratıldı. Nenenin sınır kümesindeki bozulmalarda rasgele beyaz gürültü ve rasgele bozulmalar esas alınmıştır.



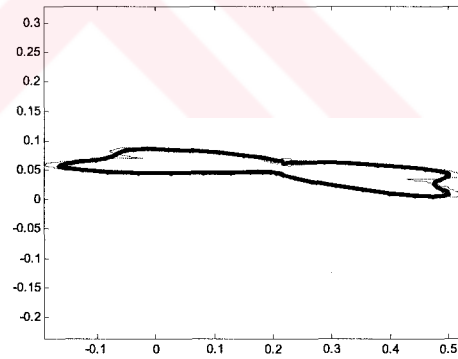
(a)



(b)



(c)

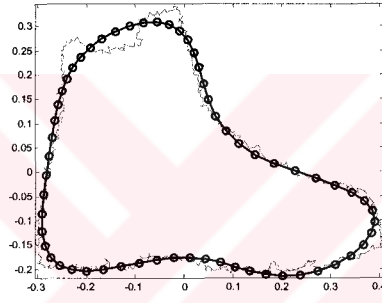


(d)

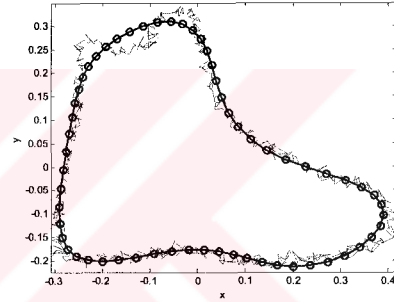
Şekil 4-4 (a) Kelebek nesnesi ve 8. dereceden cebirsel eğri, (b,c,d) farklı bakış açılarından kelebek ve bunların cebirsel eğrileri

Rasgele beyaz gürültü sınır kümesi boyunda üretilir ve her gürültü bileşeni kendisine karşılık gelen sınır kümesi elemanı ile toplanır. Beyaz gürültü küçük standart sapma ile üretildiğinde niceleme hatasını iyi modellemektedir. Şekil 4-5(a), (b) ve (c) sırasıyla 0.0001, 0.0005 ve 0.005 standart sapmalı beyaz gürültüye maruz bırakılmış nesneleri ve bunlardan elde edilen cebirsel eğrileri göstermektedir. Görüldüğü gibi hiçbir fazladan istenmeyen parçalar yoktur.

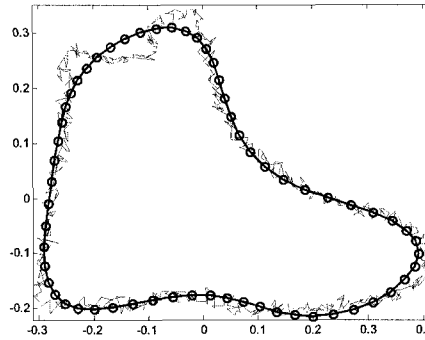
Bir diğer gürbüzlük deneyi rastgele kesilmiş nesne şekilleri üzerinde yapılmıştır. Nesnenin sınır kümesinin kesilmesi nesne bozulmasını iyi şekilde ifade eder ve ayrıca bilgisayarla görme uygulamalarında en çok araştırılan problemlerdendir. Kayıp veriye karşı gürbüzlük nesne temsilinin iyiliğine bağlıdır. Şekil 4-6 sırasıyla %10, %15 ve %20 veri kaybına uğratılmış nesnelere uydurulan eğrileri göstermektedir.



(a)

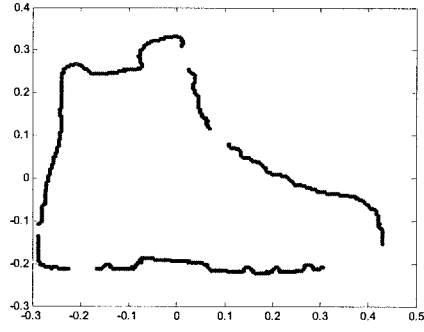


(b)

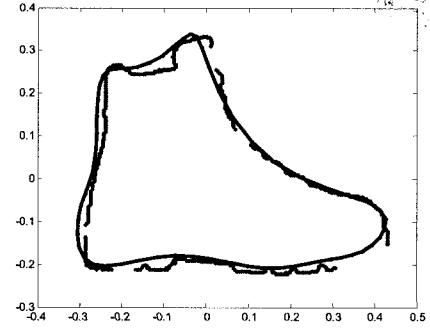


(c)

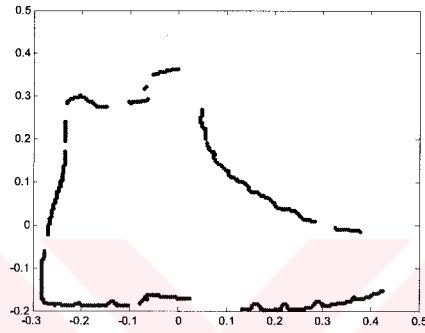
Şekil 4-5 0.0001, 0.0005 ve 0.005 standart sapmalı beyaz gürültü eğri uydurma sonuçları



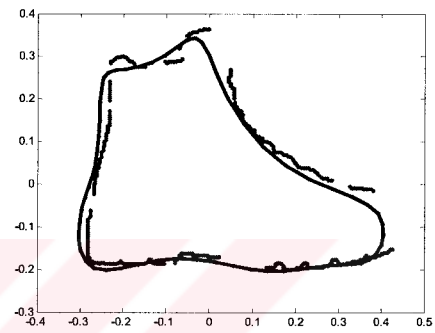
(a)



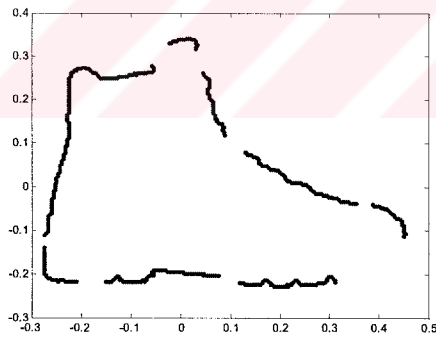
(b)



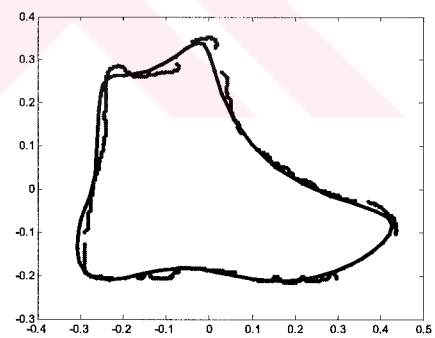
(c)



(d)



(e)



(f)

Şekil 4-6 (a,b), (c,d) ve (e,f) sırasıyla %10, %15 ve %20 veri kaybına uğramış nesneler ve bu nesnelere uydurulan 6. derecen eğriler.

Nesnelerin afin dönüşüm altında tanınması için cebirsel eğrilerin kanonik değişmezleri hesaplandı ve kullanıldı [13]. Tablo 4-2’de f_n ve $\bar{f}_n$ orjinal nesne ve afin dönüşüm geçirmiş versiyonlarına uydurulan monik eğrileri ifade etsin. [13] de iki afin ilişkili cebirsel eğriden, f_n ve $\bar{f}_n$, elde edilen kanonik eğrilerin C_n ve $\bar{C}_n$ aynı olacağı açık biçimde ispatlanmıştır. Bundan dolayı C_n ve $\bar{C}_n$ kanonik eğrilerin katsayıları cebirsel eğrilere ait değişmez vektörleri olarak kabul edilir. İki kanonik değişmez vektörünün yakınlığını aşağıdaki benzerlik oranı ile kontrol edildi.

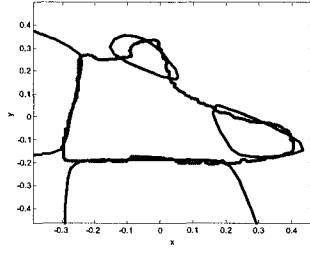
$$r = \frac{\langle C_n | \bar{C}_n \rangle}{\sqrt{\langle C_n | C_n \rangle} \sqrt{\langle \bar{C}_n | \bar{C}_n \rangle}} \quad -1 \leq r \leq 1 \quad (4.17)$$

Tablo 4-2 çeşitli eğri uydurma yöntemleri ile elde edilmiş cebirsel eğrilerin (4.17)’de tanımlanan yöntemle elde edilen benzerlik oranlarını göstermektedir. Görüldüğü gibi 3L ve Ridge Regression algoritmaları bakış açısı dönüşümleri altında afin değişmez değildir. Yine Tablo 4-2’den görüleceği üzere en küçük kareler eğri uydurma yöntemi sunulan algoritma gibi afin değişmezdir.

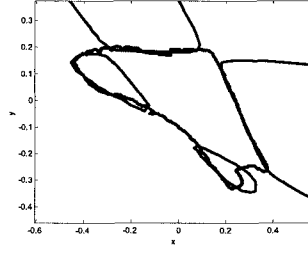
Tablo 4-2 Orjinal ve afin dönüşmüş sınır kümeleri, ve bunlara çeşitli eğri uydurma yöntemleri ile uydurulan cebirsel eğriler arasındaki benzerlik oranları

NESNE	AFIN NESNE	3L EĞRİ UYDURMA	RIDGE REGRESSION EĞRİ UYDURMA	EN KÜÇÜK KARELER EĞRİ UYDURMA	AFIN DEĞİŞMEZ EĞRİ UYDURMA
		0.5808	0.3545	0.9997	0.9999
		0.07432	0.0962	0.9994	0.9986
		0.1735	0.4569	0.7547	0.9998
		0.2603	0.3632	1.0000	1.0000
		0.1231	0.5112	0.9200	0.9998
		0.4387	0.5546	0.9304	0.9999
		0.1265	0.02322	0.8203	0.9998
		0.3981	0.1256	0.9612	0.9984
		0.1254	0.5325	0.9977	0.9996

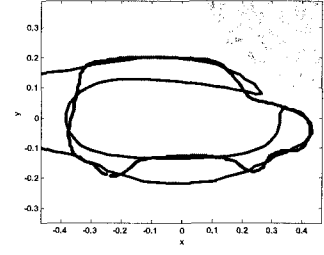
En küçük kareler eğri uydurma yöntemi afin değişmez olmasına rağmen Şekil 4-7 (a,b,c,d)'den de görüleceği gibi anlamlı cebirsel eğriler oluşturamamaktadır. Ayrıca eğriler kapalıda değildir. Aynı koşullar altında sunulan yöntem Şekil 4-7 (e,f,g,h)'da görüldüğü gibi hem kapalı hem de anlamlı cebirsel eğriler vermektedir.



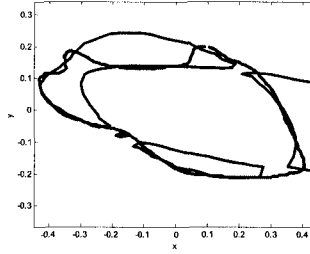
(a)



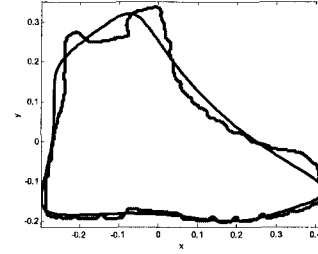
(b)



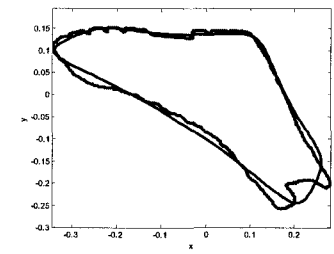
(c)



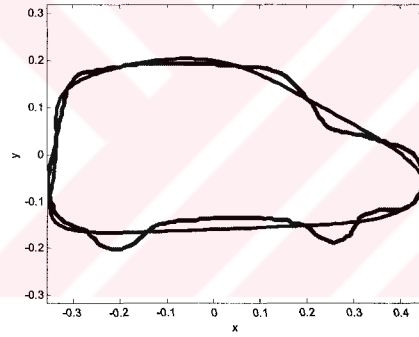
(d)



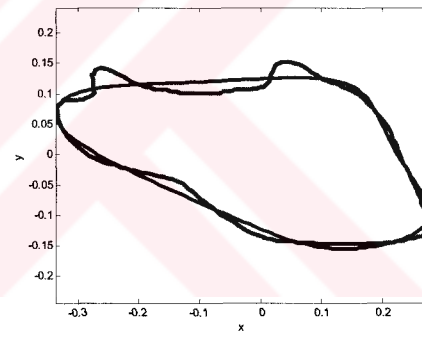
(e)



(f)



(g)



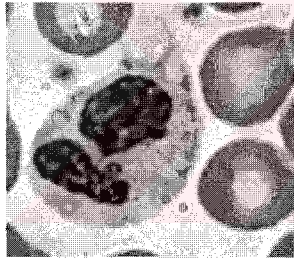
(h)

Şekil 4-7 (a,b) ve (c,d) orjinal ve afin dönüşmüş sınır kümelerini ve en küçük kareler yöntemiyle elde edilmiş cebirsel eğriler, (e,f) ve (g,h) orjinal ve afin dönüşmüş sınır kümelerini ve matris yok etme yöntemiyle elde edilmiş cebirsel eğriler.

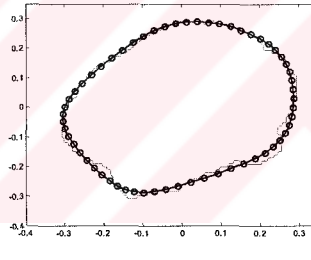
Tablo 4-3 Veri kaybına uğramış nesnelerin kanonik değişmez vektörleri arasındaki benzerlik oranları

BENZERLİK ORANLARI				
Nesneler	10%	15%	25%	35%
Kelebek	0.9976	0.9834	0.9616	0.9516
Araba	0.9964	0.9732	0.9584	0.9527
B21 savaş uçağı	0.9971	0.9949	0.9809	0.9683
Blob	0.9976	0.9939	0.9719	0.9592

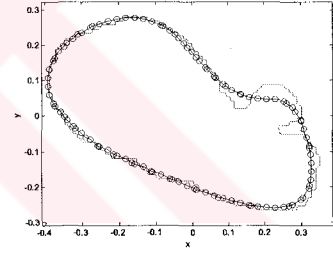
Geliştirilen eğri uydurma yönteminin gürbüzlüğünü ölçmek amacıyla, nesnelerin sınır değerleri çeşitli oranlarda veri kaybına uğratıldı. Veri kaybına uğratılmış sınır kümeleri üzerinde elde edilen cebirsel eğrilerin benzerlikleri Tablo 4-3'te görülmektedir. Veri kaybı çok yüksek seviyelerde olmasına rağmen benzerlikler gerçekten yüksek seviyelerdedir. Bu deney yöntemin veri kaybına karşı gürbüzlüğünü göstermektedir.



(a)



(b)



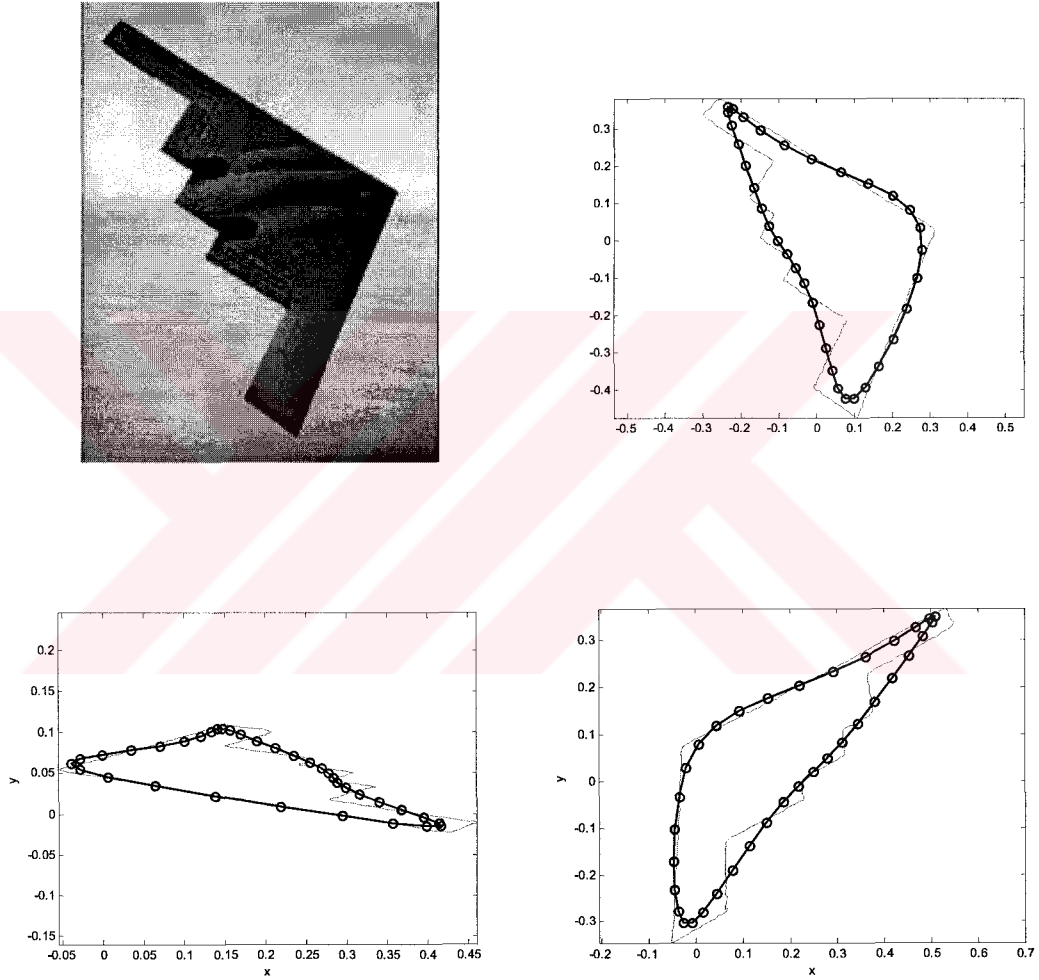
(c)

Şekil 4-8 (a) Kan hücresi, (b) yukarı bölümün sınır kümesi ve IP eğrisi, (c) aşağı bölüm ve IP

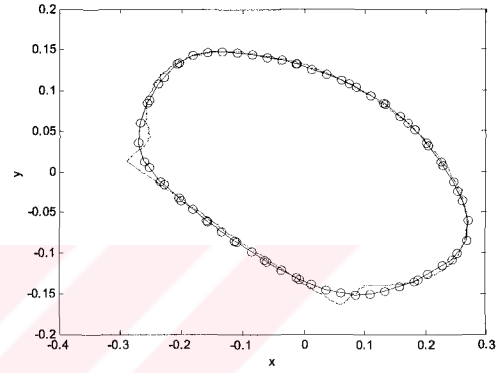
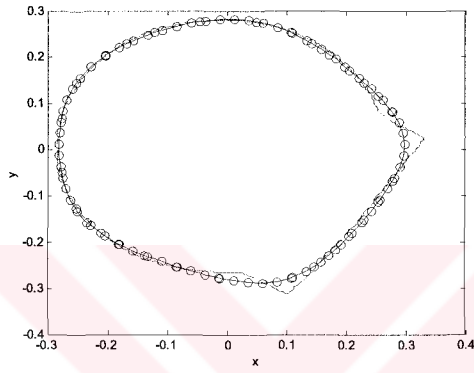
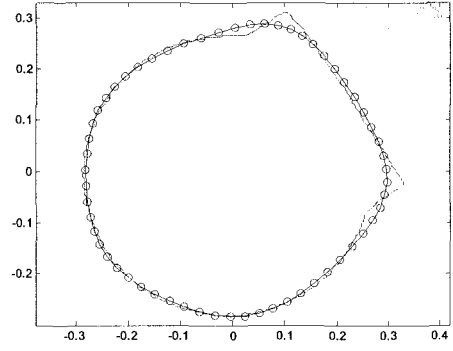
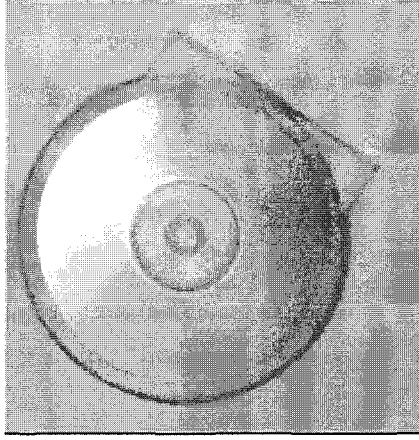
Önerilen yöntemle elde edilen cebirsel eğriler afin değişmez olduklarından dolayı klinik patolojiyi destekleyen konuya bağlı resim çıkarma (content based image retrieval) uygulamalarında kullanılabilir [52]. IP eğrileri resim-yönlendirmeli karar verme sistemlerinde patolojistlerin normal olmayan kan hücrelerini tanımlamasına yardım etmede kullanılmaya uygundur. Bu yüzden şekiller IP eğrileri ile modellenir ve bu

modeller tanımda kullanılır. Şekil 4-8(a) bozuk kan hücrelerini gösterirken, (b) ve (c) modelleme sonuçlarını göstermektedir.

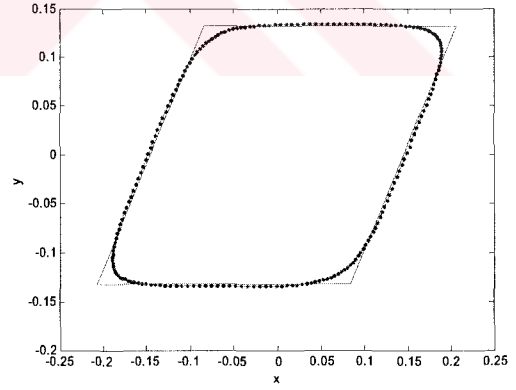
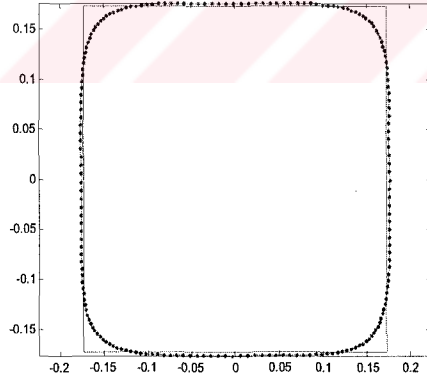
Cebirsel eğriler ek olarak savaş uzaklarının sınıflandırılmasında kullanılabilir. Şekil 4-9 B2 savaş uçağı ve çeşitli afin dönüşmüş versiyonlarına uydurulan cebirsel eğrileri göstermektedir. Elde edilen eğriler afin değişmez olduklarından dolayı hareket kestirimi ve savaş uçaklarının tanınmasında kullanılır. Şekil 4-10 ve Şekil 4-11 bazı nesneleri ve uydurulan eğrileri göstermektedir.



Şekil 4-9 B2 savaş uçağı ve 6. dereceden eğriler



Şekil 4-10 CD kabı ve 6. dereceden uydurulan eğriler



Şekil 4-11 Kare, afin dönüşmüş versiyonu ve cebirsel eğriler.

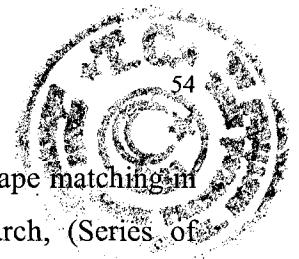
5. SONUÇLAR

Bu tezde, 2 boyutlu eğriler ve 3 boyutlu yüzeylerin bağımsız bileşen analizine dayalı afin değişmez normalizasyonu ve 2 boyutlu nesne sınır kümelerinin eliptik tabanlı örtük polinomlarla afin değişmez olarak modellenmesi konuları çalışılmıştır. Geliştirilen normalizasyon algoritması ile yapılan deneylerden görüldüğü üzere normalize edilen eğri ve yüzeyler aynı gösterime sahiptirler ve dahası üst üste çakışmışlardır. Geliştirilen yöntem birçok gürültü ve bozucu etkiye gürbüzdür. Ayrıca algoritmanın performansı önceden gürültü yok edici filtre kullanarak geliştirilmiştir. Geliştirilen yöntem birçok bilgisayarla görme uygulamalarında önışlem olarak kullanılacağı gibi tanıma içinde kullanılabilir. Bunu göstermek amacıyla normalize edilen nesneler arasında Hausdorff uzaklıklar hesaplandı. Sistemin tanıma oranı 25 iki boyutlu ve 30 üç boyutlu bir veritabanı üzerinde %100 dür.

Diğer taraftan, 2 boyutlu serbest şekilli nesneler için afin değişmez eğri uydurma algoritması geliştirilmiştir. Afin değişmez Fourier tanımlayıcılar ve matris yok etme metodu temel alınmıştır. Geliştirilen yöntem hızlı, tekrarlanabilir, sayısal olarak kararlı ve bozulmalara karşı gürbüzdür. Nesne tanımada kullanılan ve sunulan yöntemle elde edilen kanonik eğriler iyi derecede gürbüzdür.

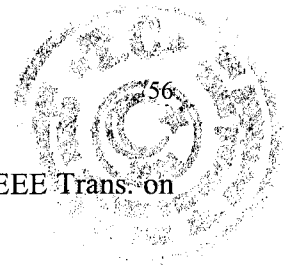
KAYNAKLAR

- [1] **Granlund, G.H.**, "Fourier Preprocessing for Hand Print Character Recognition", IEEE Trans. Computers, vol. 21, pp. 195-201, 1972.
- [2] **Lin, C.S. and C.L. Hwang**, "New Forms of Shape Invariants From Elliptic Fourier Descriptors," Pattern Recognition, vol. 20, no.5, pp. 535-545, 1987.
- [3] **E. Persoon and K. S. Fu**, "Shape Discrimination Using Fourier Descriptors," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 8, No. 3, pp. 388-397, 1986.
- [4] **G. Taubin**, "Estimation of Planar Curves, Surfaces and Nonplanar Space Curves Defined by Implicit Equations, with Applications to Edge and Range Image Segmentation," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 13, pp. 1115-1138, 1991.
- [5] **Taubin, G., F. Cukierman, S. Sullivan, J. Ponce and D.J. Kriegman**, "Parameterized Families of Polynomials for Bounded Algebraic Curve and Surface Fitting," IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 16(3):287-303, March 1994.
- [6] **Keren, D., D. Cooper and J. Subrahmonia**, "Describing Complicated Objects by Implicit Polynomials," IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 16, pp. 38-53, 1994.
- [7] **F. S. Cohen, Z. H. Huang and Z. Yang**, "Invariant matching and identification of curves using B-spline curve representation," IEEE Transactions on Image Processing, vol. 4, pp. 1-10, 1995.
- [8] **Z. H. Huang and F. S. Cohen**, "Affine invariant B-spline moments for curve matching," Image Processing, vol. 5, No. 10, pp. 1473-1480, 1996.



- [9] **Y. Rui, A. She, T. S. Huang**, "A modified Fourier descriptor for shape matching in MARS," In: Chang SK (ed) Image Databases and Multimedia Search, (Series of software engineering and knowledge engineering, vol 8) World Scientific, pp. 165-180.
- [10] **M. Werman and D. Weinshall**, "Similarity and affine Invariant Distances Between 2D Point Sets," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 17, No. 8, pp. 810-814, 1995.
- [11] **J. Wang, F. S. Cohen**, "Part II: 3-D object recognition and shape estimation from image contours using B-splines, shape invariant matching, and neural network," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 16, No. 1, pp. 13-23, 1994.
- [12] **Z. Yang and F. S. Cohen**, "Image registration and object recognition using affine invariants and convex hulls," IEEE Transactions on Image Processing, vol. 8, pp. 336-341, 1999.
- [13] **Wolovich, W. A. and Mustafa Unel**, "The Determination of Implicit Polynomial Canonical Curves," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 20 (8), October 1998.
- [14] **K. Arbter**, "Affine-Invariant Fourier Descriptors, in From Pixels to Features," Amsterdam, The Netherlands: Elsevier Science, 1989.
- [15] **G. Taubin and D. Cooper**, "Object recognition based on moment (or algebraic) invariants," In: Mundy JL, Zisserman A (eds) Geometric invariance in computer vision. MIT Press, pp. 375-397, 1992.
- [16] **D. Shen and H. Ip**, "Generalized Affine Invariant Image Normalization," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 19, no. 5, pp. 431-440, 1997.
- [17] **Y. Avrithis, Y. Xirouhakis and S. Kollias**, "Affine-Invariant Curve Normalization for Object Shape Representation, Classification and Retrieval," Machine Vision and Applications, Springer Verlag, Vol. 13, Issue 2, pp. 80-94, 2001.

- [18] **D. H. Ballard**, "Generalizing the Hough transform to detect arbitrary shapes," *Patt. Recogn.*, vol. 13, no. 2, pp. 111-122, 1981.
- [19] **R. O. Duda and P. E. Hart**, "Use of the Hough transformation to detect lines and curves in pictures," *Commun. ACM*: vol. 15, no. 1, pp. 11-15, Jan. 1972.
- [20] **P. Common**, "Independent Component Analysis, a new concept?," *Signal Processing*, vol. 36, No. 3, pp. 287-314, 1994.
- [21] **A. Hyvriinen and E. Oja**, "Independent Component Analysis: A Tutorial, Tutorial Notes," *International Joint Conference on Neural Networks*, Washington , April 1999.
- [22] **T.- W. Lee**, "Independent Component Analysis- Theory and Applications," Kluwer Academic Publishers, 1998.
- [23] **A. Hyvriinen**, "New approximations of Differential entropy for independent component analysis and projection pursuit," In: *Advances in Neural Information Processing Systems*, MIT Press, vol. 10, pp. 273-279, 1998.
- [24] **A. Hyvriinen and E. Oja**, "A fast fixed-point algorithms for independent component analysis," *Neural Computation*, vol. 9, No. 7, pp. 1483-1492, 1997.
- [25] **A. Hyvriinen**, "Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis," *IEEE Trans. On Neural Networks*, vol. 10, No. 3, pp. 626-634, 1999.
- [26] **T. Faber and E. Stokely**, "Orientation of 3-D structures in medical images," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 10(5), pp. 626-634, 1988.
- [27] **D. Cyganski and J. Orr**, "Applications of tensor theory to object recognition and orientation determination," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 7(6), pp. 662-674, 1985.
- [28] **R. Haralick, H. Joo, C. Lee, X. Zhuang, V. Vaidya, and M. Kim**, "Pose estimation from corresponding point data," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19, pp. 1426-1446, 1989.



- [29] **P. Besl and N. McKay**, "A method for registration of 3D shapes," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 14(2), pp. 239-256, 1992.
- [30] **M. Unel**, "Polynomial Decompositions for Shape Modelling," *Object Recognition and Alignment*, PhD Thesis, Brown University, 1999.
- [31] **D. P. Huttenlocher, G. A. Klanderman, W. J. Rucklidge**, "Comparing images using the Hausdorff distance," *IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 15(9), pp. 850-863, 1993.
- [32] **X. Yi, O. C. Camps**, "Robust occluding contour detection using the Hausdorff distance," *Proc. of IEEE Conf. on Vision and Pattern Recognition (CVPR'97, San Juan, PR)*, pp. 962-967, 1997.
- [33] **M. Pilu, A. Fitzgibbon, and R. Fisher**, "Ellipse-specific direct least-square fitting," *Proc. IEEE Int. Conf. Image Processing, Lausanne, Switzerland, Sept. 1996*.
- [34] **D. J. Kriegman and J. Ponce**, "On recognizing and Positioning Curved 3D Objects from Image Contours," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 12, pp. 1127-1137, 1990.
- [35] **Unel, M. and W. A. Wolovich**, "Pose Estimation and Object Identification Using Complex Algebraic Representations," *Pattern Analysis and Applications Journal*, Vol. 1 (3), 1998.
- [36] **Unel, M. and W. A. Wolovich**, "On the Construction of Complete Sets of Geometric Invariants for Algebraic Curves," *Advances in Applied Mathematics* 24, 65-87, January 2000.
- [37] **Unel, M. and W. A. Wolovich**, "A New Representation for Quartic Curves and Complete Sets of Geometric Invariants," *Int. Jour. of Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, Vol. 13 (8), 1999.
- [38] **Subrahmonia, J., D. B. Cooper, and D. Keren**, "Practical Reliable Bayesian Recognition of 2D and 3D Objects using Implicit Polynomials and Algebraic



Invariants,” IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 18(5):505-519, 1996.

[39] **Petko Faber, Robert Fisher**, “Estimation of General Curves and Surfaces to Edge and Range Data by Euclidean Fitting,” Informatics Research Report EDI-INF-RR-0146 DIVISION of INFORMATICS Institute of Perception, Action and Behaviour, 2002.

[40] **Lei, Z., M. M. Blane, and D. B. Cooper**, “3L Fitting of Higher Degree Implicit Polynomials,” In proceedings of Third IEEE Workshop on Applications of Computer Vision, pp. 148-153, Florida 1996.

[41] **Z. Lei and D. B. Cooper**, “New, Faster, More Controlled Fitting of Implicit polynomial 2D Curves and 3D Surfaces to Data,” IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, June 1996.

[42] **T. Tasdizen, T. Tarel and D. B. Cooper**, “Improving the Stability of Algebraic Curves for Applications,” IEEE Transactions in Image Processing, 9(3):405-416, 2000.

[43] **Sederberg, T.W.**, “Implicit and Parametric Curves and Surfaces for Computer Aided Geometric Design,” PhD Thesis, Dept. Mechanical Engineering, Purdue University, 1983.

[44] **Sederberg, T.W. and D.C. Anderson**, “Implicit Representation of Parametric curves and Surfaces,” Computer Vision, Graphics and Image Processing, 28(1), 72-84, 1984.

[45] **Sederberg, T.W. and R.N. Goldman**, “Algebraic geometry for Computer-aided Geometric Design,” IEEE Comput. Graph. Appl. 6(6), 52-59, 1986.

[46] **Wu-Chih Hu and Hsin-Teng Sheu**, “Quadratic B-spline for Curve Fitting,” Proc. Natl. Sci. Counc. ROC(A), vol.24 No:5 pp. 373-381, 2000.

[47] **H. Yalcin, M. Unel, W. A. Wolovich**, “Implicitization of Parameteric Curves by Matrix Annihilation,” International Journal of Computer Vision, Vol. 54, pp. 105-115, 2003.

- [48] **Kuhl, F.P. and C.R. Giardina**, "Elliptic Fourier Features of a Closed Contour," Computer Graphics and Image Processing, vol.18, pp.236-258, 1982.
- [49] **Zahn, C.T. and R.Z. Roskies**, "Fourier Descriptors for Plane Closed Curve," IEEE Trans. Computers, vol. 21, no. 3, pp. 269-281, 1972.
- [50] **K. Arbter, W. E. Synder, H. Burkhardt and G. Hirzinger**, "Application of Affine-Invariant Fourier Descriptors to Recognition of the 3D Objects," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.12 (7) pp. 640-647, 1990.
- [51] **F. E. Pollick, G. Sapiro**, "Constant Affine Velocity Predicts the 1/3 Power Law of Planar Motion Perception and Generation," Elsevier Science, Vol. 37, No, 3, pp. 347–353, 1997.
- [52] **D. Comaniciu, P. Meer and D. J. Foran**, "Image-guided Decision Support System for Pathology," Machine Vision and Applications, Springer-Verlag vol. 11, pp. 213-224, 1999.
- [53] **C.M. Hoffmann**, "Implicit curves and Surfaces in CAGD," IEEE Computer Graphics and Applications, vol. 13, pp. 79-88, 1993.

ÖZGEÇMİŞ

1979 yılında Adana’da doğdu. Orta eğitimini Pamukeli İlköğretim Okul’u ve lise eğitimini Ankara Dikmen Lisesi’nde tamamlayarak 1997 yılında girdiği Marmara Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Bilgisayar Mühendisliği Bölümü’nden 2002 yılında mezun oldu. 2002 yılında Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü’nde yüksek lisans eğitimine başladı. Halen Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Bilgisayar Mühendisliği Bölümü’nde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

