

T.C.

171113

GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

FOTONİK KRİSTALLERİN VE
YAPI KUSURLARININ İNCELENMESİ

Esra ERCANOĞLU
YÜKSEK LİSANS TEZİ
FİZİK ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI
Yrd.Doç.Dr. H.Gülay BİRKÖK

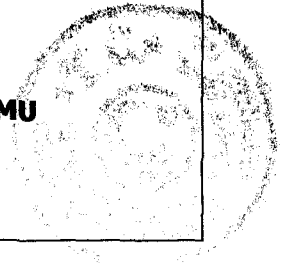
GEBZE

2005



**GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ
ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS JÜRİ ONAY FORMU



Esra ERCANOĞLU'nun tez çalışması, G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 15.07.2005 Tarih ve 2005/126 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından Fizik Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Yrd. Doç. Dr. H. Gülay BİRKÖK

ÜYE

: Doç. Dr. Necati ECEVİT

ÜYE

: Yrd. Doç. Dr. Yücel ENGİNER

ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 11.10.2005 Tarih ve 2005/136 sayılı kararı.

İMZA/MÜHÜR

ÖZET

Kristallerin yapısını inceleyen bilim dalına *kristalografi* denir. *Kristal yapı*, atomların üç boyutlu uzayda belirli bir düzene göre dizilmelerinden oluşan yapıdır.

Tüm kristallerin yapısı bir örgü ile tanımlanabilir. *Örgü*, atom veya moleküllerin küçük, temel yapı bloğunun uzayda tekrarlanması sonucu oluşur.

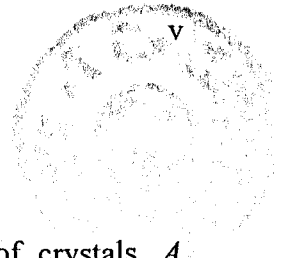
Kristal yapıdaki en önemli özellik *simetridir*.

Bir kristal yapı hiçbir zaman ideal tanımına uygun olamaz. Yani, düzgün bir sıralanım içerisinde bulunmazlar.

Kristal yapı, elektriksel ve fotonik karşılaştırmalar yapılarak araştırılır. Optiksel inceleme yapılırken enerji band gapları da göz önüne alınır.

Fotonik kristallerin iki boyutta matrix yoluyla matematiksel hesaplaması yapılır. Makroskobik Maxwell denklemlerini dielektrik alana uyguluyoruz. Bu denklemler tek bir Hermidyen diferansiyel denklem olarak çevrilir.

SUMMARY



Crystallography is a science that investigates the structure of crystals. A *crystal* is a periodic arrangement of atoms in three dimensional space.

All crystal structure can be defined to make use of a lattice. A *crystal lattice* results when a small, basic building block of atoms or molecules is repeated in space.

The symetry is most important property in a crystal structure.

Nevermore a crystal structure isn't convenient to the ideal definition. That is, they don't have a regular arrangement.

A crystal is examined to compare as electrical and fotonic. We consider energy band gaps at optical investigation, too.

Fotonic crystals are solved in two dimension by using the matrix computation. We apply the macroscopic Maxwell equations to dielectric media. These equations will be cast as a single Hermition differential equation.

TEŞEKKÜR



Danışmanım Yrd.Doç.Dr. H.Gülay BİRKÖK Hanım'a teşekkürlerimi sunarım. Gerekli bilimsel incelemeleri elde edebilmem için güvenilir yolları bulmama önderlik ettiğinden dolayı teşekkürlerimi arz ederim.

Çalışmalarında desteklerini hiç sakınmadan fazlasıyla sunan anneme ve babama minnettarlığımı bildirmeyi bir borç bilirim. Eşim Selim BAL Bey'e manevi desteğinden dolayı müteşekkirim. Sizleri çok seviyorum.



İÇİNDEKİLER DİZİNİ



	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
ŞEKİLLER DİZİNİ	ix
TABLolar DİZİNİ	xi
1. GİRİŞ	1
2. ELEKTRONİK KRİSTAL YAPI	2
2.1. Birim Hücre	2
2.2. Örgü	2
2.3. Örgü Çeşitleri – Kristal Sistemleri	3
2.4. Simetri	6
2.5. Kristal Yapı Kusurları	7
2.5.1. Noktasal Yapı Bozukluğu	7
2.5.2. Çizgisel Yapı Bozuklukları	8
2.5.3. Hacimsel Yapı Bozuklukları	9
2.6. Enerji Bandları	12
2.6.1. Bir Band İçerisindeki Yörünge Sayısı	14
2.6.2. Metaller ve Yalıtkanlar	15
3. FOTONİK KRİSTAL YAPI	17
3.1. Birim Hücre	17
3.2. Sabit Dielektrik Ortamda Elektromanyetizm	19
3.3. Simetriler	19
3.4. Bir Boyutlu Fotonik Kristaller	21
3.4.1. Fotonik Band Gaplarda Hemen Kaybolan Modlar	24
3.4.2. Off-Eksen Yayılımı	25
3.4.3. Kusurlardaki Yerleşik Modlar	25
3.4.4. Yüzey Durumları	26
3.5. İki Boyutlu Fotonik Kristaller	26

3.5.1. Lineer Kusurlar Tarafından Işık Yerleşimi	27
3.5.2. Yüzeysel Yerleşim: Yüzey Durumları	28
3.6. Üç Boyutta Yapı Kusurları	28
3.6.1. Üç Boyutta Bir Nokta Kusurdaki Yer Tayini	28
3.6.2. Üç Boyutta Bir Lineer Kusurdaki Yer Tayini	29
4. ELEKTRONİK VE FOTONİK KRİSTAL YAPILARININ KARŞILAŞTIRILMASI	30
5. MATEMATİKSEL ÇÖZÜM	34
5.1. 2-D Fotonik Kristaller	34
5.1.1. TM-modları (E-polarizasyon)	36
5.1.2. TE-modları (H-polarizasyon)	40
5.2. 2-D Fotonik Kristallerde Kusur Modlar	47
5.2.1. TM-modları (E-polarizasyon)	49
6. SONUÇLAR	54
KAYNAKLAR	55
ÖZGEÇMİŞ	56

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Bir kristal örgü örneği.	3
2.2. Kristal örgüde eksenler ve açılar.	4
2.3. Ondört uzay örgüsüne ait birim hücreler.	6
2.4. Noktasal yapı kusurları; (a) Schottky ve (b) Frenkel tipi.	8
2.5. Dislokasyon oluşumu.	8
2.6. Kenar ve vida türü dislokasyonların oluşumu.	9
2.7. Kayma ve ikizlenme türü yapı bozuklukları.	10
2.8. Yalıtkan, metal, yarımetal ve yarıiletkenlerde izinli enerji bandlarındaki elektron doluluk şeması. Dikdörtgenlerin dikey uzunlukları, izinli enerji bölgelerini gösterir. Taralı alanlar, elektronların doldurduğu kısımlardır.	12
2.9. (a) Serbest elektronda ϵ enerjisinin k dalga vektörüyle değişimi. (b) Örgü sabiti a olan tek atomlu doğrusal örgüde elektron enerjisinin dalga vektörüyle değişimi.	13
2.10. Bir iletken ve yalıtıkanda band yapısı.	14
2.11. Dolu yörüngeler ve band yapısına göre (a) yalıtkan oluşumu, (b) band örtüşmesi nedeniyle metal veya yarımetal oluşumu, (c) elektron yoğunluğu nedeniyle metal oluşması. (b)'deki örtüşmenin Brillouin bölgesinde aynı doğrultuda olması gerekmez. Örtüşen durumların sayısı az ise, yarımetal oluşur.	15
3.1. İki boyutlu ters simetrlili metalik çukur.	20
3.2. Kesikli geçişken simetrlili dielektrik düzenleniş.	20
3.3. Bir, iki ve üç boyutlu fotonik kristal yapı.	21
3.4. Bir boyutlu fotonik kristaldeki çok tabakalı film. Bir boyut terimi dielektriğin sadece bir boyutta periyodik olduğunu gösterir. (Filmin z-yönünde sonsuza kadar genişlediğini hayal edebiliriz.) Film a mesafeli farklı dielektrik sabitlerine sahip sıralı katmanlı materyaller içerir.	22
3.5. Hepsi 0.5 a genişlikli katmanlara sahip üç farklı çok katmanlı film için gösterilen ve on-eksende yayılan fotonik band yapıları.	23
3.6. a örgü sabitli ve farklı genişlikli sıralı katmanlı çok tabakalı filmin fotonik band yapısı.	24

- 3.7. İki boyutlu fotonik kristal. Bu materyal, r yarıçaplı ve ϵ dielektrik sabitli dielektrik kolonlara sahip bir kare örgüdür. Materyal (silindirleri çok uzun hayal edelim) z -yönünde homojen ve a örgü sabitiyle x ve y boyunca periyodiktir. Soldaki görüntüde yukardan kare örgü gösterilmektedir. Ve ortada kare çerçeve, birim hücreyi göstermektedir. 27
- 3.8. Kristal yapının şematik gösterimi. 27
- 3.9. Hava Kusuru ve dielektrik kusur. 29
- 3.10. (Solda) Hava çizgi kusuru ve (sağda) dielektrik çizgi kusurunun şematik gösterimi. 29



TABLÖLAR DİZİNİ

Tablo

2.1. Kristal sistemleri.

2.2. Uzay örgüleri.

2.3. Kristal sistemlerinde simetri elemanları.

Sayfa

4

5

7



1. GİRİŞ

Katılar, özelliklerine veya yapılarına göre sınıflandırılabilirler. Kristal yapı gösteren katılar, en basit şekilde metaller ve metal olmayanlar (ametaller) olmak üzere ikiye ayrılırlar. Metaller, yüksek elektriksel iletkenliğe sahiptirler ve serbest elektronları vardır. Metal olmayanlar katılar ise yalıtkan özellik gösterirler ve yalnızca yörünge elektronları bulunur [1].

Katı maddeyi bağlama noktalarında atomlar bulunan bir kafes olarak düşünebiliriz. Bu yapıyı kolay bir metotla incelemeye çalışacağız. Fotonik kristalleri, kısaca, periyodik dielektronik yapılar olarak tanımlayabiliriz.



2. ELEKTRONİK KRİSTAL YAPI

2.1. Birim Hücre

Katıhal Fiziği, katı malzemelerin özelliklerini inceler ve açıklar. Kristallerin yapısını çözme ve anlama bilim dalına “kristalografi” denir.

Kristal yapı; foton, nötron ve elektronların kırınımı yoluyla incelenir [2].

Atomların üç boyutlu uzayda belirli bir düzene ve temele göre dizilmeleri sonucu oluşan yapıya “kristal yapı” denir. Düzenli diziliş tekrarlanan karaktere sahiptir. Herhangi bir doğrultu boyunca gidildiğinde atomlar arası uzaklık ve atomların çevreleri birbirlerine özdeştir. Düzenli yapının en küçük hacimsel birimine “birim hücre” denir. Birim hücre, toplam kristalin bütün geometrik özelliklerine sahiptir. Birim hücrelerin yanyana dizilmesinden yapının tamamı elde edilir. Bir kristal yapıyı tanımak için birim hücrelerini bilmek yeterlidir [3].

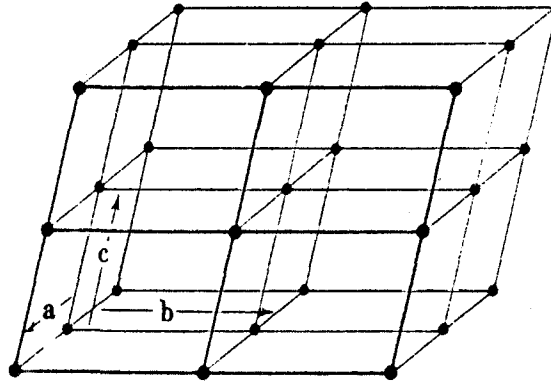
Basit kristallerde (bakır, gümüş, altın, alüminyum ve alkali metal) en küçük yapısal birimler tek atomlardır. Ancak en küçük yapısal birim birkaç atom veya molekül olabilir [2].

Kristaller, gazlar ve sıvılardan farklıdır. Çünkü gazlar ve sıvılarda atomik düzenlenme periyodik olma esasına sahip değildir. *Ama bütün katılar da kristal değildir.* Örneğin, cam gibi bazı katılar amorfür ve bunların atomlarında herhangi bir muntazam iç düzenleme yoktur [3].

2.2. Örgü

Her atomu bir nokta olarak düşünelim. Atomların ortaya çıkardığı düzeni bir noktalar grubu ile gösterecek olursak; bir *kristal düzlemi*, aynı doğru üzerinde olmayan üç nokta ile belirlenir. Bu noktalar birbirlerine paralel ve eşit aralıklarda düzlemlerle bölündüğünde, büyüklük ve şekil bakımından birbirine eşdeğer hücreler

oluşturulur. Eşdeğer hücreler üç boyutta düşünüldüğünde; kristal yapı, noktalardan yapılmış bir kafes gibi hayal edilebilir. Bu durum Şekil 2.1’de gösterilmektedir.



Şekil 2.1. Bir kristal örgü örneği.

O halde “örgü”, uzayda periyodik olarak sıralanmış noktalar dizisi olarak tanımlanabilir. (Bunun iki boyutlu karşılığı “ağ” adını alır) [2]. Böyle noktaların oluşturduğu örgüde, herhangi bir örgü noktasına belirli bir doğrultuda bakıldığında zaman diğer herhangi bir örgü noktasında aynı doğrultuda bakıldığında aynı şekilde görünür [3].

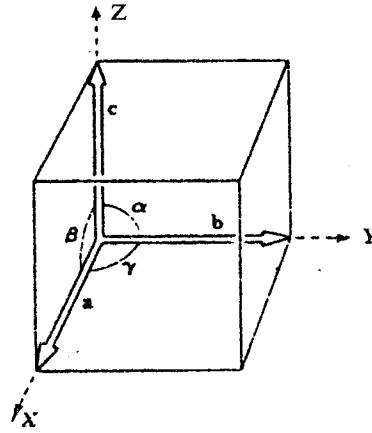
Tüm kristallerin yapısı bir örgü ile tanımlanabilir. Bu örgünün her düğüm noktasında bulunan atomlar grubuna “baz” denir [1].

Örgünün her düğüm noktasında baz bulunmasıyla kristal oluşur.

Diyebiliriz ki ideal bir kristal, özdeş yapıtaşlarının uzayda sonsuza kadar dizilişi ile oluşturulur [2].

2.3. Örgü Çeşitleri – Kristal Sistemleri

Üç boyutta atom veya atom grupları arasındaki birbirinin aynı olan uzaklıkları $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ vektörleri ile tanımladığımızda, bu vektörler kristalin referans eksenlerini oluştururlar. Birbirlerine dik olabilecekleri gibi aralarında birbirlerinden farklı açılar da bulunabilir, bu durum Şekil 2.2’de gösterilmektedir.



Şekil 2.2. Kristal örgüde eksenler ve açılar.

Bu vektörlerin uzunlukları ile aralarındaki açılar belirli bir kristalin özelliklerini ortaya koyarlar. Vektörlerin uzunlukları ile, daha doğrusu, birbirlerine eşit veya eşit olmama durumları ile aralarındaki açılar düşünülürse, birbirinden farklı 14 değişik şekil ortaya çıkar. Kristallerde örgü kavramını belirleyen ilk gösterim *Bravais* tarafından bulunduğu için bu 14 değişik örgü çeşidine “Bravais Örgüleri” ismi verilmiştir. Burada, hemen söyleyebiliriz ki sonsuz sayıda farklı kristal yapı olmasına karşın, yalnızca 14 farklı örgü şekli vardır.

En simetrik kristal, a , b , c uzaklıkları birbirine eşit ve aralarındaki açılar da 90° ’ar derece olduğu sistemdeki kristaldir. Doğada gözlenen kristaller, eksenleri arasındaki uzaklıklar ve açılara göre ayrılırsa toplam yedi eksen sisteminin bulunduğu sonucuna varılır. Eksen sistemleri Tablo 2.1’de gösterilmektedir.

Tablo 2.1. Kristal sistemleri.

SİSTEM	EKSENLER VE AÇILAR	ÖRNEKLER
Triklinik	$a \neq b \neq c$; $\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$	K_2CrO_7
Monoklinik	$a \neq b \neq c$; $\alpha = \beta = 90^\circ \neq \gamma$	$CaSO_4 \cdot 2H_2O$
Ortorombik	$a \neq b \neq c$; $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Ga, Fe_3C
Tetragonal	$a = b \neq c$; $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	TiO_2
Kübik	$a = b = c$; $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	Zn, Cd
Heksagonal	$a_1 = a_2 = a_3 \neq c$; $\alpha = \beta = 90^\circ$ $\gamma = 120^\circ$ (veya $a_1 = b \neq c$)	
Rombohedral	$a = b = c$; $\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$	As, Sb, Bi

Birim hücre, yalnızca köşelerinde birer örgü noktası bulunan hacim olabileceği gibi, örgü noktaları birim hücrenin hacim veya yüzlerinin merkezinde de bulunabilir. Yalnızca köşelerde örgü noktaları bulunan birim hücreler “basit hücre”

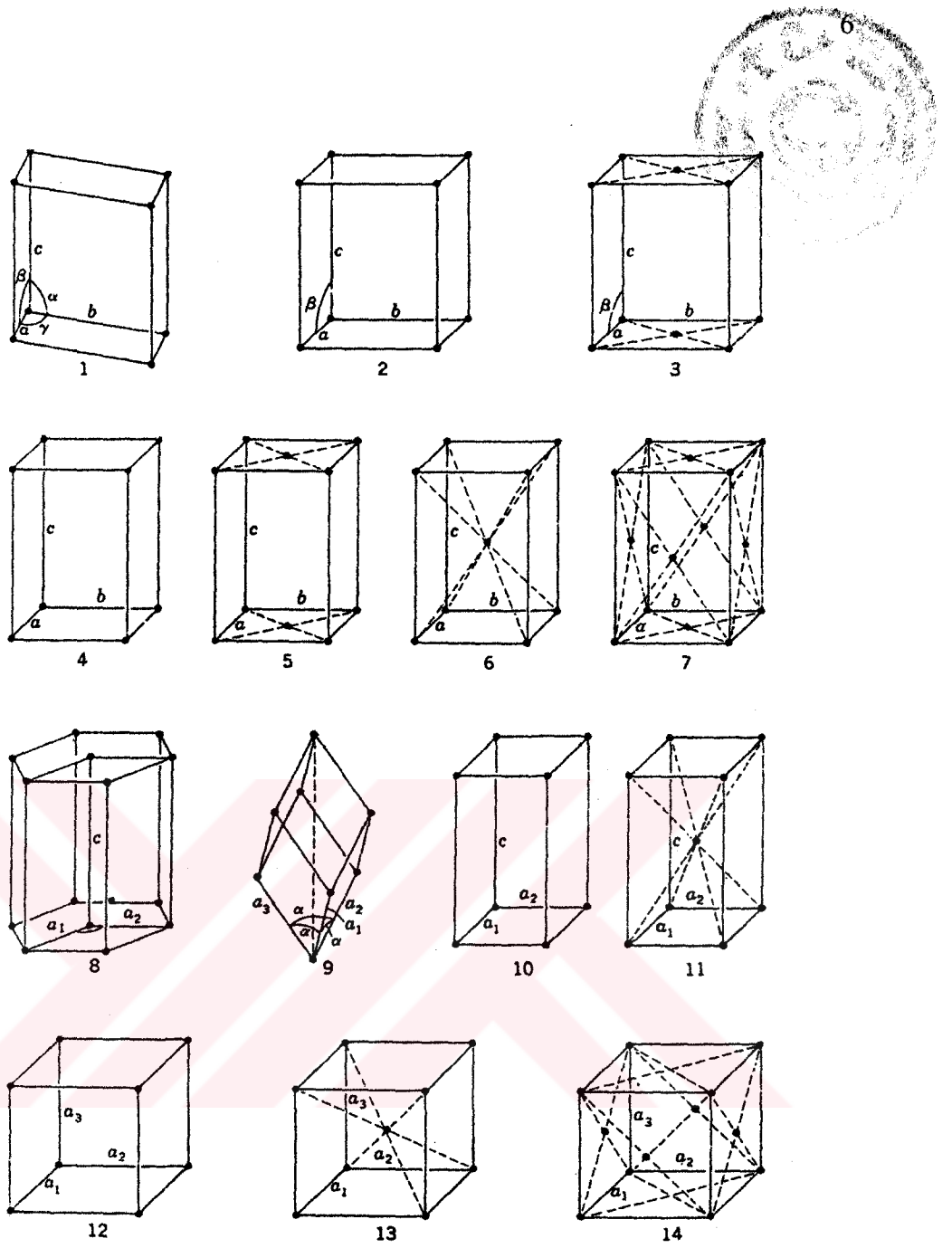
olarak tanımlanırlar [1]. 7 ayrı eksen sisteminde dağılmış bulunan 14 uzay örgüsü o şekilde bir dağılıma sahiptir ki, her bir eksen sisteminde bir adet basit hücre vardır. *Hermann-Mauguin* gösterimi olarak bilinen uluslararası gösterim şeklinde bu basit hücreler “P” ile belirlenirler. Bu gösterim dilinde, diğer uzay örgülerinin ne şekilde verildiği Tablo 2.2’de görülmektedir.

Tablo 2.2. Uzay örgüleri.

Sistem	Uzay Örgüsü	Hermann - Mauguin Sembolü
Triklinik	Basit (1)	P
Monoklinik	Basit (2)	P
	Taban merkezli (3)	C
Ortorombik	Basit (4)	P
	Taban merkezli (5)	C
	Yüz merkezli (6)	F
	Hacim merkezli (7)	I
Tetragonal	Basit (8)	P
	Hacim merkezli (9)	I
Heksagonal	Basit (10)	P (veya C) *
Rombohedral	Basit (11)	R
Kübik	Basit (12)	P
	Yüz merkezli (13)	F
	Hacim merkezli (14)	I

(* heksagonal kristaller yüz merkezli ortorombik gibi de düşünülebilir.)

Birim hücrelerin şekilleri ise Şekil 2.3’de gösterildiği gibidir [2].



Şekil 2.3. Ondört uzay örgüsüne ait birim hücreler.

2.4. Simetri

Kristal yapıda hemen dikkati çeken özellik “simetri”dir. Bir kristali ele aldığımızda gerek dış görünüşünde gerekse atomlarının iç yerleşiminde çok açık bir simetri özelliği mevcuttur. Kristallerde toplam 32 tane simetri sınıfı vardır [3].

32 simetri sınıfı, 7 kristal sistemine her sistemin sahip olabileceği en basit simetri elemanları cinsinden bölünür ise ortaya çıkan durum Tablo 2.3'de gösterildiği gibi olur :

Tablo 2.3. Kristal sistemlerinde simetri elemanları.

Triklinik	Yok.
Monoklinik	Bir tek ikili dönme eksenini veya düzlem.
Ortorombik	İki dik düzlem veya üç karşılıklı dik ikili dönme eksenini.
Tetragonal	Bir tek dörtlü dönme eksenini veya dönme yansıma eksenini.
Rombohedral	Bir tek üçlü dönme eksenini veya dönme yansıma eksenini.
Heksagonal	Bir tek altılı dönme eksenini veya dönme yansıma eksenini.
Kübik	Dört üçlü dönme eksenini (kübün diagonal eksenleri boyunca).

2.5. Kristal Yapı Kusurları

Bir kristal yapı hiçbir zaman ideal tanımına uygun olamaz. Yani, bir kristal hacmi içerisinde atomlar veya atom grupları, tanımlandığı gibi, tümü ile düzgün bir sıralanım içerisinde bulunmazlar.

Kısaca diyebiliriz ki, bir kristal yapıyı oluşturan atomlar hiçbir zaman durgun halde ve birbirlerine göre belirli uzaklıklarda değildir.

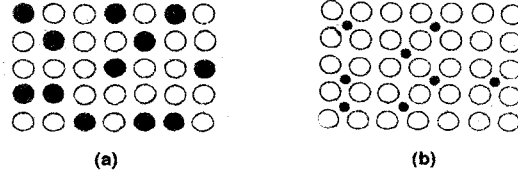
Atomlar, sıcaklığa bağımlı olarak bir kristalin içerisinde bulunmaları beklenen noktanın etrafında titreşim hareketi yaparlar. Ayrıca kristali oluşturan atomlar arasında yabancı atomlar, yeni bu kristalin yapısı içerisinde yer almaması gereken atomlar da bulunabilir. Yapısal bozukluklar ve kristalin tanımladığımız ideal yapıda olmadığını gösterirler.

Bir kristal yapı içerisinde atomların düzeni tanımlandığı ideal durumdan üç şekilde ayrılabilir; *noktasal*, *çizgisel* ve *hacimsel*.

2.5.1. Noktasal Yapı Bozukluğu

Noktasal bir yapı bozukluğu, kristal yapı içerisinde bir atomun bulunması gereken konumda bulunmaması ile ya da yine bulunmaması gereken bir konumda

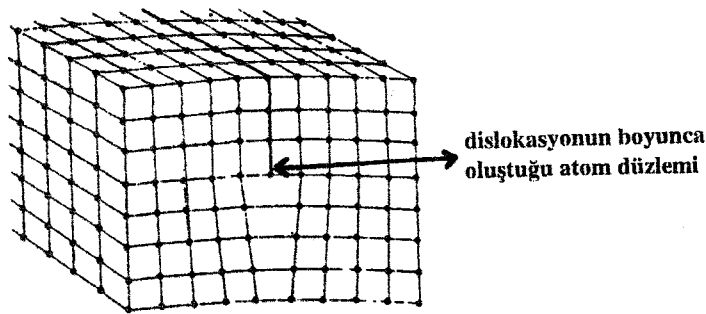
bulunması ile ortaya çıkabilir. Kristal içerisinde birkaç atomlar arası uzaklıkla sınırlı kusurlardır. Atomların bulunmaları gereken konumda olmamaları nedeni ile ortaya çıkan noktasal yapı kusurları *Schottky kusuru*, mevcut atomların ara yerlerinde konumlanan atomların oluşturduğu kusurlar da *Frenkel kusuru* olarak tanımlanırlar.



Şekil 2.4. Noktasal yapı kusurları; (a) Schottky ve (b) Frenkel tipi.

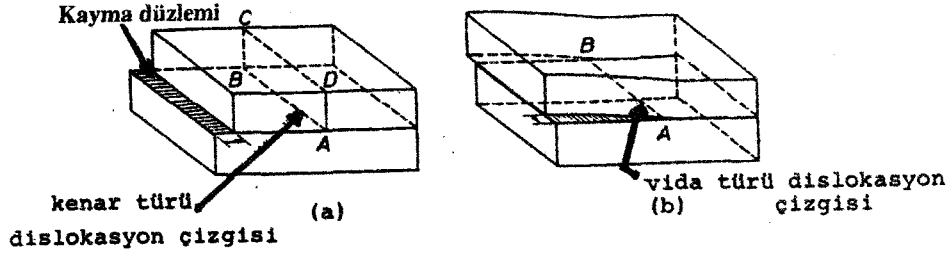
2.5.2. Çizgisel Yapı Bozuklukları

Çizgisel yapı bozuklukları, üç boyutta ortaya çıkarlar, *dislokasyon* tipi bozukluklardır ve kristalin dış zorlara karşı direncinde önemli değişikliklere yol açarlar. Örgü içerisinde oldukça uzun atomik boyutlarda ortaya çıkarlar ve kristalin mekanik özelliklerinde çok önemli değişikliklere yol açarlar. Şekil 2.5’de oluşumları şematik olarak gösterilen dislokasyonları, kristal yapı içerisinde yapının zayıflık merkezleri olarak bilinirler. Dislokasyonlar nedeni ile kristalin kırılabilirliği 10^4 katı kadar azalabilir. Bu yüzden, özellikle materyal hazırlanmasında dislokasyonların varlığının ve yoğunluklarının bilinmesi büyük önem taşır. “Dislokasyon”, basit şekli ile, kristal yapı içerisinde konumlarını değiştirmiş atomların oluşturduğu bir çizgi olarak düşünülebilirler.



Şekil 2.5. Dislokasyon oluşumu.

Bir kristal yapı içerisinde ortaya çıkan dislokasyon türleri iki çeşittir; *vida tipi* ve *kenar tipi*. Şekil 2.6'de bu iki tür dislokasyonun üç boyutta ortaya çıkış şeklini göstermektedir.



Şekil 2.6. Kenar ve vida türü dislokasyonların oluşumu.

Dislokasyonların kristal içerisinde ortaya çıktığı bölgeler, kristalin ideal yapısındaki bölgelere göre daha yüksek enerjili bölgelerdir ve bu yüzden “yüksek enerji bölgeleri” olarak tanımlanırlar. İdeal ve dislokasyon içeren kristaller enerjileri açısından karşılaştırıldıklarında; bu şekilde bir kusur ile oluşan kristalin entropisinin, ideal kristalin entropisinden daha büyük olduğu görülür.

2.5.3. Hacimsel Yapı Bozuklukları

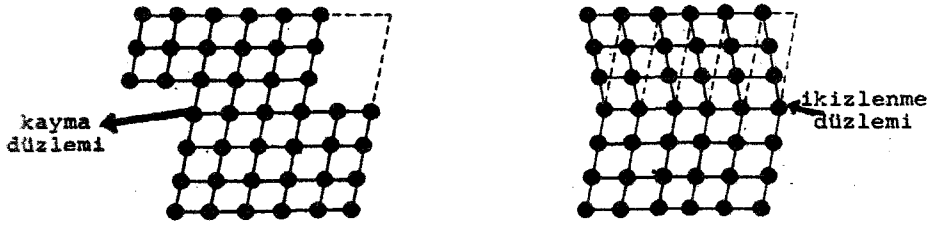
Hacimsel yapı bozukluklarının en çok görülen iki türü *kayma (slip)* ve *ikizlenmeler (twinning)*’dir:

“Kayma” türü yapı bozuklukları, kristali oluşturan atomik düzen bozulmaksızın, kristalin iki bölümünün *kayma düzlemi* olarak bilinen bir düzlem üzerinde, atomik uzaklıklar düzeyinde birbirlerine göre kaymaları şeklinde ortaya çıkarlar. Kayma oluşumu sırasında ortaya çıkan atomik yer değiştirmede, yer değiştirme uzunlukları atomlar arası uzaklığın tam katlarıdır.

“İkizlenmeler”de ise, yine kristalin bir bölümü diğer bölümüne göre hacimsel olarak yer değiştirmiş olmakla birlikte, atomik yer değiştirme atomlar arası uzaklığın tam katları değildir. Bu tür yapı bozukluklarında kristalin bir miktar hacmi diğerine göre belirli bir açı altında döner; her iki hacim de aynı atomik düzeni korumakla

birlikte birbirlerine göre bu açı kadar dönmüş olurlar. Her iki hacimde, ayrı ayrı incelendiklerinde görülmektedir ki, kristalin ideal atomik yerleşim düzenini korurlar; sanki aynı kristal yapıda iki hacim birbirlerine göre belirli bir açı kadar döndürülerek bir kristal düzlem üzerine yapıştırılmış gibidirler, bu düzenleme de “ikizlenme düzlemi” denir.

Kayma ve ikizlenme türü hacimsel yapı bozuklukları Şekil 2.7’de şematik olarak gösterilmektedir.



Şekil 2.7. Kayma ve ikizlenme türü yapı bozuklukları.

Her kristal yapı için ortaya çıkacak kayma ve ikizlenme türü yapı bozukluklarının üzerinde oluştukları düzlem ve oluş doğrultuları belirlidir. Bu tür hacimsel yapı bozukluklarının oluşum özellikleri dikkate alındığında, gelişigüzel herhangi bir düzlem üzerinde ve doğrultuda ortaya çıkamayacakları hemen görülebilir.

Kristal yapıda gözlenen hacimsel türdeki bozukluklar, çizgisel tür bozukluklar olan dislokasyonlarla yakından ilişkilidirler. Mesela, kayma türü bir kristal yapı bozukluğu, her zaman çizgisel bir yapı bozukluğunun yani dislokasyonun oluşumuna neden olur.

Kayma türü yapı bozuklukları, kristalin en çok atom içeren düzlemlerinde oluşur; hem kayma hem de ikizlenme türü yapı bozukluklarında bu tür bozuklukların üzerinde olduğu düzlem, bozukluğun oluşum doğrultusu ile birlikte verilir ve düzlem ile doğrultudan oluşan bu bilgi takımına o *bozukluğun sistemi* denir.

Burada sözünü ettiğimiz kristal yapı kusurları kristalin oluşumu sırasında kendiliğinden ortaya çıkmış olabileceği gibi, daha sonra dış etkenlerle de oluşabilirler [1].

Örneğin, kristalin mekanik yolla biçim bozukluğuna (deformasyon) uğratılması, yüksek sıcaklıklarda hızla soğutulması ya da üstüne ışının çarptırılması teknikleriyle de yapay olarak bu tür bozukluklar oluşturulabilir.

Yapı kusurlarını genel olarak özetleyelim:

Katının biçim değiştirmesi (deformasyon), yüksek sıcaklıklardan aşağıya doğru çok hızlı soğuması ya da yüksek enerjili bir ışının (X ışını ya da nötronlar) katıya çarpması sonucunda kusurlar oluşabilir. Katı içinde tek tek noktalarda, çizgiler boyunca ya da bütün yüzeylerde yerleşen bu kusurlar katının mekanik, elektriksel ve optik özelliklerini etkiler.

“Frenkel ve Schottky tipi” kusurlar ile “katışkı tipi” kusurlar, örgü noktası kusurlardır.

Tekil bir iyonla ilişkin olan *Frenkel* kusurunda iyon, normal örgü noktasında yakınındaki atomların arasındaki boşluğa (arayer) koyar.

Schottky kusurunda ise karşıt yüklü iki iyon kristal örgüsünden uzaklaşır.

Katışkı kusurları, katı içindeki bazı atomların yerini alan ya da bir araya sıkışan yabancı atomlardır.

Çizgi kusurları ya da dislokasyonlar, bir katı içindeki bütün atom sıralarının kural dışı düzenlendiği çizgilerdir. Yerleşimdeki en büyük düzensizlik, dislokasyon çizgisi denen çizgi boyunca ortaya çıkar. Çizgi kusurları, katıların dayanımını azalttığı gibi artırabilir de.

Yüzey kusurları, büyük bir kristaldeki iki tane (ya da küçük kristal) arasındaki sınırdan ortaya çıkar. İki farklı tanedeki atom sıraları oldukça farklı doğrultuda olabilir ve bu durum tane sınırında uyumsuzluğa yol açabilir. Bir kristalin gerçek dış yüzeyi de bir yüzey kusurudur; çünkü yüzeydeki atomlar, konumlarını yüzey dışındaki komşu atomları yokluğuna uydurmaya çalışırlar.

Bir kristal yapı içindeki atom ya da molekülün normal koşullar altında bulunması gereken yerde bulunmaması durumu, bir yapı bozukluğudur. Bu kusur,

kristalin elektriksel ve optik özelliklerini değiştirir. Renk merkezleri kuramına göre çoğu katı maddeye rengini bu boşluklar verir.

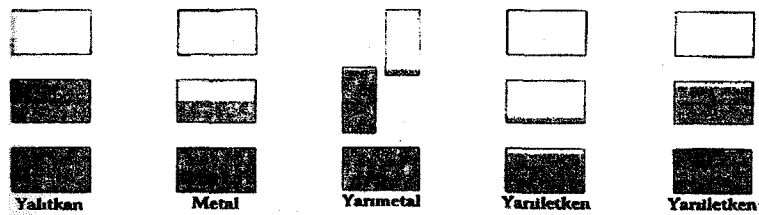
Schottky kusurunda, kristalin içindeki bir atom yüzeye doğru hareket eder Frenkel kusurunda ise, atom katının atomları arasında kendine yeni bir yer bulur. Her iki durumda da, atomun yerinden ayrılmasıyla oluşan gedige *kristal boşluğu* denir [5].

2.6. Enerji Bandları

Her katı madde elektronlar içerir. Elektrik iletkenliği açısından önemli olan konu, uygulanan bir elektrik alanda elektronların nasıl davrandığıdır. Kristaldeki elektronlar, elektron yörüngelerinin bulunamadığı enerji bölgesi ile ayrılmış “enerji bandları” içinde yer alırlar [3].

Bu enerji bandları arasındaki enerji bölgesinde hiçbir elektrona geçiş izni verilmez [4]. “Enerji aralıkları” veya “band aralıkları” denilen bu yasak bölgeler, iletkenlik elektron dalgalarının kristal iyonları ile etkileşmesi sonucu oluşur.

İzinli enerji bandları tamamen dolu veya tamamen boş ise kristal, bir yalıtkan gibi davranır; çünkü elektronlar bir elektrik alanda hareket edemezler. Bir veya daha çok band kısmen dolu (örneğin %10 veya %90 oranında) ise kristal, bir *metal* gibi davranır [2]. Bir veya daha çok bandın çok az bir kısmı dolu veya çok az bir kısmının boş olması haricinde bütün bandlar tamamen dolu ise, kristal bir *yarıiletken* veya bir *yarımetal* gibi davranır [4]. Kısaca söyleyebiliriz ki, katıların iletken ya da yalıtkan olduğunu enerji aralıklarına bakarak anlarız.



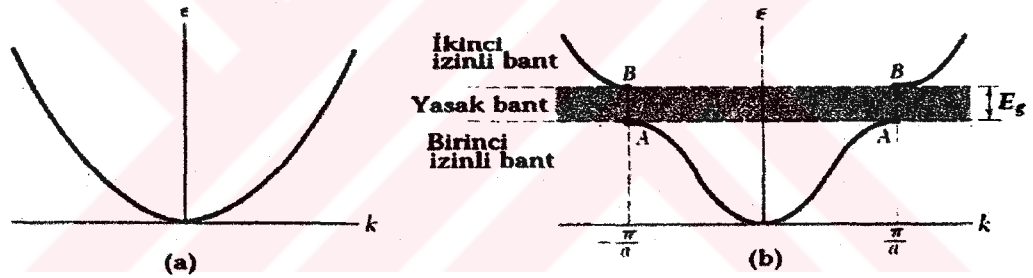
*Dikdörtgenlerin dikey uzunlukları, izinli enerji bölgelerini gösterir. Taralı alanlar, elektronların doldurduğu kısımlardır.

Şekil 2.8. Yalıtkan, metal, yarımetal ve yarıiletkenlerde izinli enerji bandlarındaki elektron doluluk şeması.

Elektronlar, uygulanan bir elektrik veya manyetik alana etkin bir m^* kütlesi taşıyormuş gibi tepki gösterirler. Bu etkin kütle, serbest bir elektronun kütlesinden daha küçük, daha büyük veya negatif olabilir. Yine, uygulanan bir elektromanyetik alanda elektronlar pozitif veya negatif yüklere sahipmiş gibi davranırlar ki Hall katsayısının negatif veya pozitif değerler olmasının açıklanması burada yatar [3]. Kristal içindeki yüklü taşıyıcıların bazıları normal elektronların negatif yüküne karşıt olarak bir pozitif yük taşıyormuş gibi davranır ve taşıyıcılar “yüklü boşluklar (holes)” olarak tanımlanır [4].

Sabit bir potansiyel alan içerisinde hareket etmekte olan serbest elektronun kinetik enerjisi değişmez ve dalga vektörünün büyüklüğünün karesi ile orantılıdır [1]

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{h^2}{2m} k^2 \quad (2.1).$$

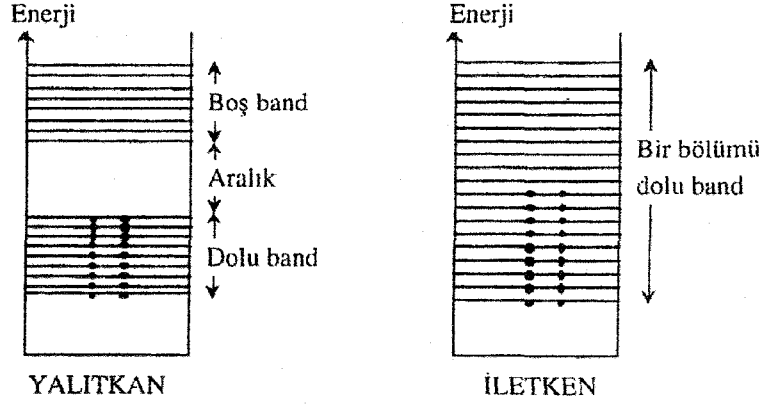


Şekil 2.9. (a) Serbest elektronda E enerjisinin k dalga vektörüyle değişimi. (b) Örgü sabiti a olan tek atomlu doğrusal örgüde elektron enerjisinin dalga vektörüyle değişimi.

Kristallerin elektriksel iletkenliğini grafiklerle inceleyecek olursak:

Grafığın parabol olmasından da anlaşılacağı gibi, bir kristal örgü, potansiyel uzaklığın periyodik bir fonksiyonudur ve ancak ortalaması sabit bir değere sahiptir. Elektronların böyle periyodik bir alanda hareketi incelenirse; dalgaların belirli seçilmiş yansıma durumları olacaktır. Enerjinin sürekli bir değişim göstermeyeceği, buna karşılık enerji aralıklarının bulunması gerektiği sonucu ortaya çıkar. Bu şekilde oluşan kristalin yarı sürekli enerji spektrumu, yasaklanmış ve izinli enerji

durumlarına karşılık gelen bandlara bölünmüştür. İzinli enerji bandlarının dolum şekline göre yalıtkan ve iletkenlerin band yapıları Şekil 2.10'da gösterilmektedir.



Şekil 2.10. Bir iletken ve yalıtıkanda band yapısı.

Enerji değerleri, sıfırdan sonsuza kadar değişen bir dağılım gösterir. Serbest elektron dalga fonksiyonları;

$$\Psi_k(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \quad (2.2)$$

formundadırlar ve $p = \hbar k$ momentumunu taşıyan ilerleyen dalgaları tanımlarlar.

İletkenlerde izinli bandlar "iletim bandı" olarak tanımlanırlar, izinli bölgeleri "Brillouin bölgeleri" olarak da tanımlayabiliriz. Her bir Brillouin bölgesinde, enerji düzeyleri birbirine yakın olarak yerleşmiştir, bu şekilde yarı sürekli bir spektrum gösterirler ve birinci Brillouin bölgesi birinci süreksizliğe kadar bütün düzeyleri içerir. İkinci Brillouin bölgesi ise birinci ve ikinci süreksizlikler arasındaki düzeyleri kapsar, böylece sürer gider.

2.6.1. Bir Band İçerisindeki Yörünge Sayısı

Bir band içerisinde bulunan yörüngelerin sayısını verebilmek için, örgü sabiti a olan basit hücrelerden yapılmış çizgisel bir kristal düşünelim ki, çift N sayıda ilkel hücreden oluşmuş olsun. Durum sayısını bulmak için, kristal boyunca dalga fonksiyonlarına periyodik sınır koşullarını uygularsak, birinci Brillouin bölgesinde $\vec{k}$ elektron dalga vektörünün alabileceği değerler;

$$k=0; \pm \frac{2\pi}{L}; \pm \frac{4\pi}{L}; \dots; \frac{N\pi}{L}$$

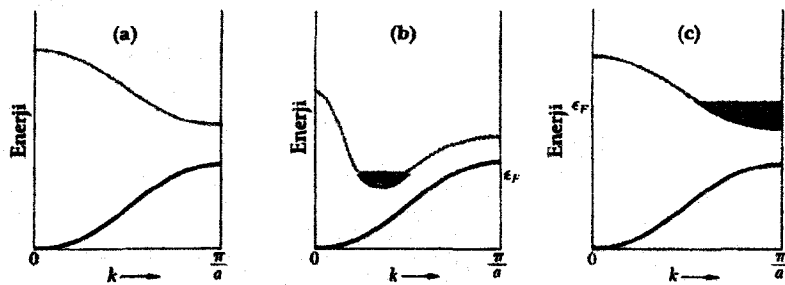
Noktaların toplam sayısı, basit hücre sayısı olan N 'dir. Üç boyut için düşünülecek olursa; elektron spininin iki değeri için, her bir enerji bandında $2N$ tane bağımsız yörünge olması gerekir [2].

Eğer, her ilkel hücrede bir valans elektronu varsa, bandın yarısı elektronlarla dolu olur. Her atom banda iki valans elektronu veriyorsa, band tamamen dolu olur. Veya, her ilkel hücrede tek valanslı iki atom bulunuyorsa, band yine tamamen doludur.

2.6.2. Metaller ve Yalıtkanlar

Valans elektronları, bir veya daha çok bandı tamamen dolduruyor ve diğerlerini boş bırakıyorsa, kristal bir yalıtkan olur.

Bir kristaldeki ilkel hücrede, valans elektronları sayısı çift tam sayı ise, bu kristal *yalıtkan* olur. Kristaldeki ilkel hücre başına iki valans elektronu olduğu durumda, bandların birbirini örtüp örtmediğine bakmak gerekir. Band enerjileri birbirini örtüyorsa, tamamen dolu bir band ve dolayısıyla yalıtkan oluşumu yerine; kısmen dolu iki band ve dolayısıyla *metal* yapı elde edilir (Şekil 2.11).



Şekil 2.11. Dolu yörüngeler ve band yapısına göre (a) yalıtkan oluşumu, (b) band örtüşmesi nedeniyle metal veya yarımetal oluşumu, (c) elektron yoğunluğu nedeniyle metal oluşması.

Alkali metaller ve soylu metaller, ilkel hücre başına bir valans elektronu içerirler ve dolayısıyla *metal* olurlar. Toprak alkali metallerinde ilkel hücre başına iki valans elektronu bulunur; ancak, band enerjileri birbirini örttüğü için metal; ama iyi olmayan metal olurlar. Elmas, silisyum ve germanyumun dört valanslı iki elektronu, yani ilkel hücre başına sekiz valans elektronu bulunur. Ayrıca, bandlar birbirini örtmediği için, mutlak sıfırda bu kristaller *yalıtkan* olurlar [3].



3. FOTONİK KRİSTAL YAPI

3.1. Birim Hücre

Son on yılda, malzemelerin mekanik özelliklerinin yanı sıra, elektriksel optik özelliklerini denetleyebilecek kadar geliştik.

Ne çeşit malzemeler ışık dalgası üzerinde tam denetim gösterebilmemiz için mali yönden uygundur? Bu sorunun cevabını elektronik materyallerin bir analogisini yaparak bulabiliriz. Kristal, atom ya da metallerin periyodik bir dizilişidir. Yani, bir kristal örgü; küçük, basit atom ya da moleküllerin uzayda tekrar bulunması sonucu oluşur. Bu nedenle, kristal, elektron dalgasına periyodik bir potansiyel sunar ve kristalin geometrisi onun iletkenlik özelliklerinin birkaçını sunar.

Özellikle, örgü, kristalin enerji band yapısına gapları sunabilir. Elektronların belirli yönlerdeki belirli enerjilerle yayılım yapması yasaklanmıştır. Örgü potansiyeli yeteri kuvvetteyse, gap bütün mümkün yönlere genişleyebilir, bu “*tam band*”tır. Örneğin, bir yeri iletken, yalıtkan ve iletken enerji bandları arasında tam bir band gapa sahiptir.

Optik analogi, atomlar yerine makroskobik dielektrik örgüden kaynaklanan periyodik potansiyeldeki *fotonik* kristaldir. Materyalin dielektrik sabitleri oldukça farklıdır ve materyal tarafından ışığın Emilimi minimumdur, sonra ara yüzeylerindeki saçılma; elektronlar için atomik potansiyel gibi fotonlar (ışık modları) için aynı fenomenin birkaçını üretirler. Böylece optik ve işleme probleminin bir çözümü denetim “fotonik kristal”, düşük-kayıp periyodik dielektrik ortamdır. Özellikle, özelleşmiş enerjilerle belirli yönlerde yayılmakta olan ışığı engelleyen “fotonik band gap” fotonik kristalleri tasarlar ve yaparız.

Bu kavramı geliştirmek için, zaten yaygın kullanılan iki farklı kaynağın fotonik kristallerle ilişkisinin nasıl olduğu dikkate alınmalıdır. Bu kaynaklar, mekanik dalga kılavuzu ve dielektrik aynalardır.

Mekanik çukurlar ve dalga kılavuzları mikro dalga yayılmalarının kontrolünde yaygın olarak kullanılır. Mekanik boşluk elektromanyetik dalganın belirli bir eşik frekansının altında yayılmasına izin vermez, metalik dalga kılavuzu sadece kendi eksen boyunca yayılmasına izin verir. Bu özelliklerin her ikisi de kullanışlıdır, ayrıca mikrodalga sisteminin dışındaki frekanslarda tamamen kullanışlı olacaktır.

Bu arada, diğer frekanslardaki eletromanyetik dalgalar (mesela görülebilir ışık) mekanik bileşenlerde çabucak kaybedilir. Fotonik kristaller sadece boşlukların ve dalga kılavuzlarının özelliklerini taklit edemezler, sayıca frekansların daha geniş bölgesinde ölçülebilir ve uygulanabilir. Mikrodalga denetimleri için milimetrik ya da kızılötesi ışınların denetimi için mikron boyutlu verilen geometrili bir fotonik kristal inşa edebiliriz.

Diğer yaygın kullanılan optik kaynak “dielektrik ayna”dır, farklı dielektrik materyalleri değişken katmanların bilinen “çeyrek dalga kaynağı”dır. Uygun dalga boylu ışık, tabakalı materyale düştüğü zaman tamamen yansır. Işık dalgasının tabaka ara yüzeylerinde saçıldığı bölge ve mesafe sadece dik ise, çoğalan saçılma dalgaları materyalin içine tahrip ederek tesir ederler. Bu etki iyi bilinir; o, dielektrik aynalar, dielektrik Fabry-Perot filtreler ve dağıtımli geri besleme lazerleri içeren birkaç cihazın tabanını oluşturur. Hepsi bir boyutta periyodik, düşük kayıplı dielektrikler içerir. Tanımımıza göre bunlar bir boyutlu “fotonik kristaller”dir. Bu arada, bu aynalar son derece kullanışlıdır; onlar ışığı sadece tabakalı materyalin normaline ya da normal yakınına çakışık olarak yansıtırlar.

Bazı frekans aralıkları için, bir fotonik kristal açıda her kutuplanma yönünde gelen ışığı yansıtıyorsa, bu kristal tam fotonik band gapına sahiptir deriz. Öyle ki kristal, bu aralığın içindeki bir frekansa sahipse hiç ışık modu yayılmaz. Örnek bir dielektronik ayna tam bir band gapa sahip olamayabilir, çünkü saçılma sadece bir eksen boyunca oluşur. Tam fotonik band gaplı bir materyal oluşturmak için, üç eksen boyunca periyodik olan bir örgüde karşıt dielektrikler yerleştirmeliyiz.

3.2. Sabit Dielektrik Ortamda Elektromanyetizm

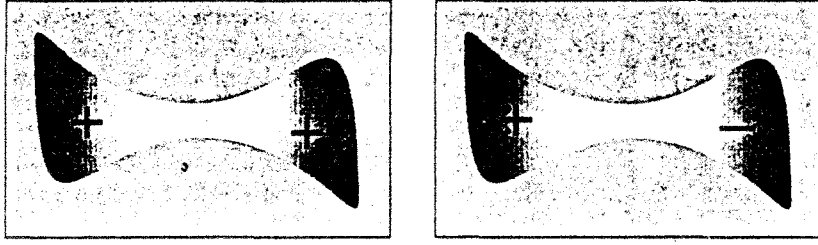
Fotonik kristallerin alanı katıhal fiziği ve elektromanyetizmin birleşimidir. Kristal yapılar, katıhal fiziğinin üyeleridir; fakat fotonik kristallerdeki elektronlar elektromanyetik dalgalar tarafından yenilenir.

Makroskobik Maxwell denklemlerini dielektrik alana uyguluyoruz. Bu denklemler ile tek bir Hermidyen diferansiyel denklem olarak çevrilir. Evet bir fotonik kristaldeki ışığın yayılımını incelemek için Maxwell denklemlerine dönmeliyiz. Sabitlenmiş dielektronik ortamın durumunu özelleştirdikten sonra, Maxwell denklemlerini lineer bir Hermidyen özdeğer problemleri olarak çeviririz. Kuantum mekaniğinin Schrödinger denklemi ile yakın analogisindeki formülasyondan, elektromanyetik değişken teoremi ve modların ortogonalitesini içeren kullanışlı özelliklere sahip bir değişken oluşur.

3.3. Simetriler

Periyodik kristal potansiyeldeki elektronların yayılımını anlamak için simetri argümanları uygulanır. Şimdi de bu argümanları ve elektromanyetik maddeleri inceleyelim. Dielektrik yapı belirli bir simetriye sahipse, o zaman bu simetriyi kullanarak sistemin elektromanyetik modlarını tanımlayabiliriz. Bir sistemin çeşitli simetrilerinin sistemin elektromanyetik modları hakkında bize ne bildireceğini inceleyelim. “Geçişli simetriler” (kesikli ve sürekli) önemlidir; çünkü band gapların tartışılması için doğal bir ortam sağlıyorlar. “Dönüşlü, ayna, ters ve zaman tersinir simetri” gibi çeşitlerini inceleyeceğiz. Aynı zamanda bu simetriler kullanılarak, elektromanyetik modları da sınıflandırabiliriz.

Klasik ve quantum mekanikte, bir sistemin simetrilerinin o sistemin davranışı hakkında genel durumları tespit edebilmemizi sağladığını görürüz. Matematiksel analogi sonucunda da simetri bize elektromanyetik sistemlerin özelliklerini tanımlamamızda yardımcı olur.

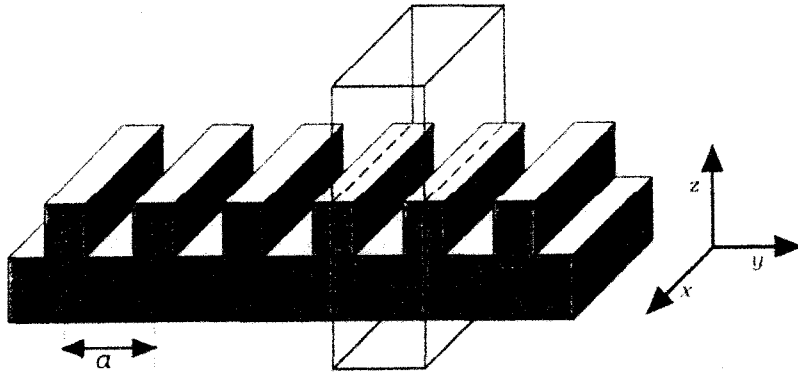


Şekil 3.1. İki boyutlu ters simetrlili metalik çukur.

Şekil 3.1.'de görülen iki boyutlu metal çukurun izin verilen modlarını bulalım. Görüldüğü gibi onun şekli oldukça keyfi, bu sebepten tam sınır şartını kurup problemi tam olarak çözmek oldukça zor. Fakat çukur önemli bir simetriye sahip: çukuru merkezi etrafında ters çevirirsen, aynı çukur şekli tam olarak tamamlarsın.

Bir sistemin sahip olabileceği değer, bir simetri ise “sürekli geçiş simetrisi”dir. Öyle bir sistem ki belirli bir boyutta aynı mesafeden her şeyi geçirsek de değişmiyor. Verilen bu bilgiyle sistemin modlarının fonksiyonel formunu tanımlayabiliriz.

Fotonik kristaller, atomların yaygın kristalleri gibi, sürekli geçişli simetriye sahip değildir; bunun yerine “kesikli geçişli simetri” içerirler. Yani, her mesafeden geçişler altında değişmezdirler (sadece sabit basamak uzunluklarının bir çarpımının mesafeleri altında). Böyle bir sistemin en basit örneği, Şekil 3.2'deki görüldüğü gibi, bir boyutta tekrar eden yapıdır.



Şekil 3.2. Kesikli geçişken simetrlili dielektrik düzenleniş.

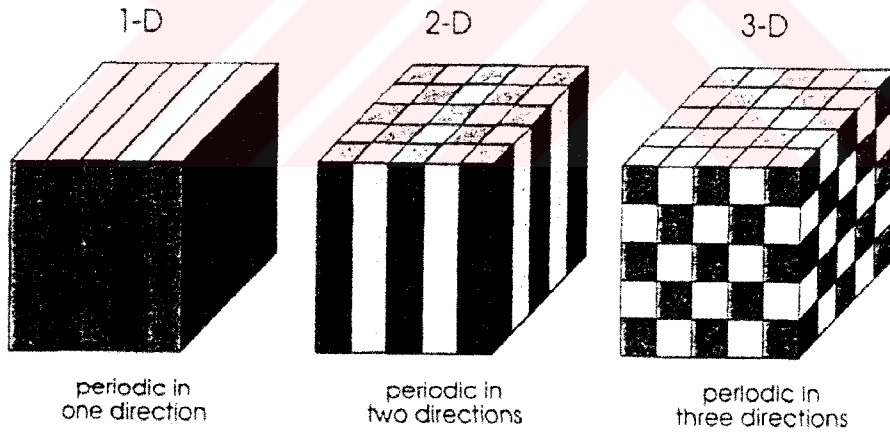
Sistemin y-yönünde sonsuza kadar devam ettiğini hayal edersek, o zaman sistem y-yönünde değişmeden kalan a mesafesinin integral çarpımı nezdinde kayar. Bu periyodik sistemde tekrar eden hücre bir kutuyla Şekil 3.2’de çerçevelenmiştir.

Tek boyutta tekrar eden sistem için x-yönünde “sürekli geçişli simetri”yi görmüştür, fakat şimdi y-yönünde “kesikli geçişli simetri”yi gördük.

Fotonik kristaller kesikli geçişlerden başka simetrilere de sahipler. Bir de verilen bir kristal bir dönüşten sonra değişmeden kalabilir, bir ayna yansıması ya da bir tersinir vazifesi yapabilir.

Bir fotonik kristaldeki “ayna yansıma simetrisi” özel ilgiyi hak eder. Çünkü mod simetrisi hakkında anlık bilgi sağlar ve ayrıca frekansların sayısal hesaplanmasını kolaylaştırır.

3.4. Bir Boyutlu Fotonik Kristaller

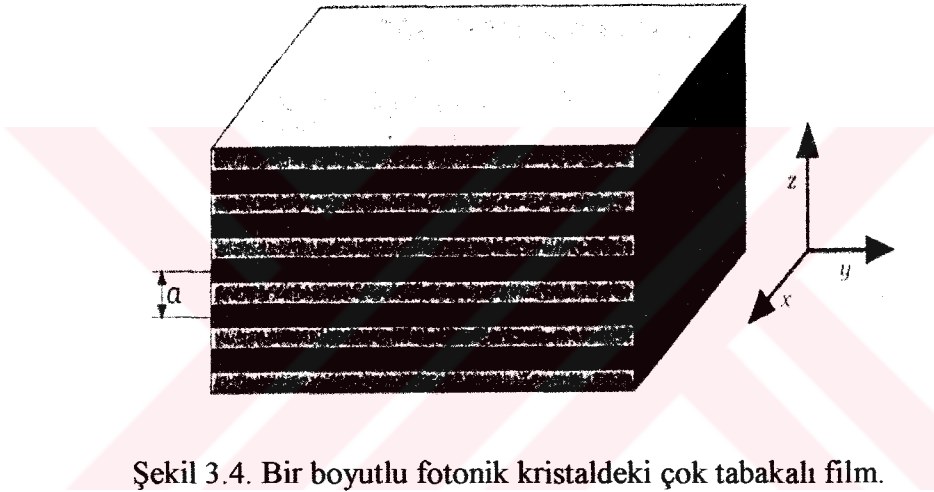


Şekil 3.3. Bir, iki ve üç boyutlu fotonik kristal yapı.

Bir boyutlu sistemler üç tane önemli olay sergilerler: fotonik band gaplar, yerleşik modlar ve yüzey durumları. Bununla birlikte, zıtlık göstergesi sadece bir yön boyunca olduğundan, band gaplar ve sınır durumları o yönle sınırlanmıştır. Yine de, bu örnek ve geçişli sistem daha kompleks iki ve üç boyutlu fotonik kristallerin çoğu fiziksel özellikleri örneklerler.

Bir boyutlu fotonik kristallerden geçen ışığın yayılımını anlamak için elektromanyetizm ve simetri prensiplerini uygulayalım. Bu basit sistemle bile fotonik kristallerin önemli özelliklerini (özellikle fotonik band gaplar ve kusurlarda yerleşmiş modlar) genel olarak görebiliriz.

Şekil 3.4’de gösterilen olabilecek en basit fotonik kristal, farklı dielektrik sabitlere sahip materyalin sıralı katmanlar içerir. Bu fotonik kristal, çok net tamamlanmış gapın içerisindeki frekanslı bir ışık için harika bir ayna gibi rol oynayabilir. Ve onun yapısında var olan her kusura ışık modları yerleştirebilir.

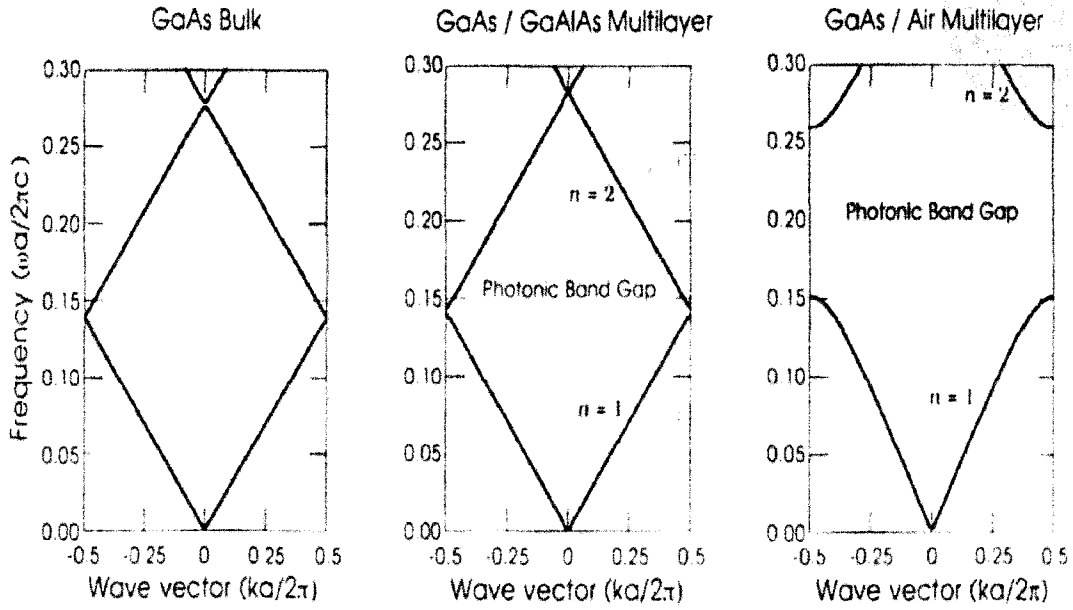


Şekil 3.4. Bir boyutlu fotonik kristaldeki çok tabakalı film.

Bir boyut terimi dielektriğin sadece bir boyutta periyodik olduğunu gösterir. (Filmin z-yönünde sonsuza kadar genişlediğini hayal edebiliriz.) Film a mesafeli farklı dielektrik sabitlerine sahip sıralı katmanlı materyaller içerir.

Böyle bir sistemin anlamının geleneksel yaklaşımı, materyalin içerisinde yayılan bir yüzey dalgası var olduğunu veya her geçiş yüzeyinde yer alan çok yönlü yansımaların varlığını dikkate almaktır. Ayrıca band yapılarının analizi de bize bu konuda yardımcı olacaktır.

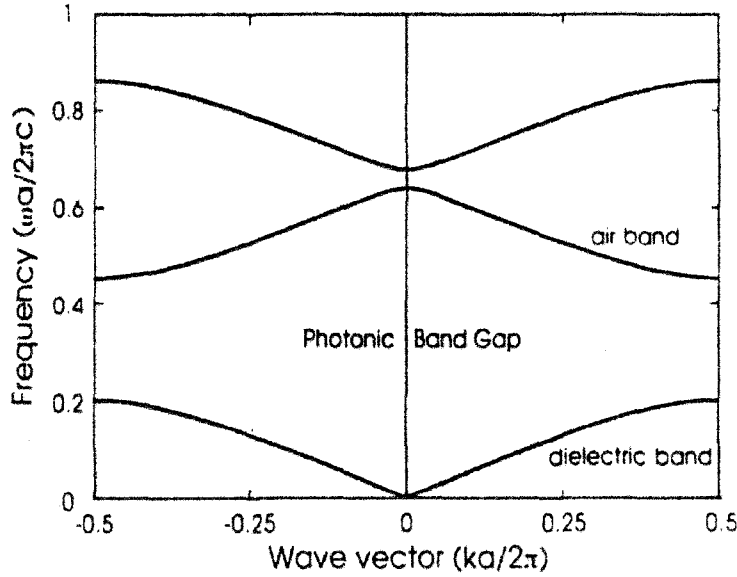
Fotonik band gapın neden görüldüğünü bir inceleyelim: Gapın fiziksel kaynağını, doğrudan doğruya *yukarı* ve *aşağı* gap durumları için elektrik alan mod profillerini hesaba katarak anlayabiliriz. Şekil 3.5’de görüldüğü gibi $n=1$ ve $n=2$ arasındaki gap, $k=\pi/a$ ’da Brillouin bölgesinin kenarında oluşur.



Şekil 3.5. Hepsi 0.5 a genişlikli katmanlara sahip üç farklı çok katmanlı film için gösterilen ve on-eksende yayılan fotonik band yapıları.

Bir fotonik band gapın “yukarı”ındaki band “air band”, “aşağı” gap ise “dielektrik band” olarak adlandırılmaya uygundur. Durum, temel gapı çevreleyen “iletken band” ve “yalıtkan band” yapıdaki bir semikondaktörün elektronik band yapısıyla benzerdir.

Sonuç olarak, daha yüksek bandtan *air band* ve daha alçak bandtan *dielektrik band* olarak söz edilecek. Bir boyuttaki gözlem sonucunda, bir gap, ya Brillouin bölgesinin kenarındaki ya da merkezindeki bandların her bir kümesi arasında oluşur. Bu durum Şekil 3.6’da resimlendirilmiştir.



Şekil 3.6. a örgü sabitli ve farklı genişlikli sıralı katmanlı çok tabakalı filmin fotonik band yapısı.

Dikkat edilecek husus, her dielektrik zıtlık için bir boyutlu fotonik kristalde band gaplar her zaman gözlemlenir [6].

3.4.1. Fotonik Band Gaplarda Hemen Kaybolan Modlar

Elektromanyetik modların gapta bulunmalarına izin verilmez. Fakat bu takdirde, dışardan (fotonik band gaptaki frekansa sahip) bir ışık dalgası kristalin yüzeyine gönderildiği zaman ne olur?

O frekanstaki hiçbir modda gerçek dalga vektörü tamamen var olmaz. Bunun yerine dalga vektörü karmaşıktır.

Dalga genişliği kristalin içinde üstel olarak azalır, fotonik band gaplarda seviyelerin olmadığını söylemekle uzamış seviyelerin olmadığını kastediyoruz.

Şunu vurgulamalıyız ki, hemen kaybolan modlar özdeğer problemin gerçek sonuçları olmasına rağmen, kristalin geçişli-simetri sınır şartını gidermezler. Sonsuz boyutlu harika bir kristalde onları uyarmanın çaresi yoktur. Bununla birlikte diğer harika kristaldeki bir kusur ya da kenar bir mod gibi devam edebilir. Bir ya da daha fazla hemen kaybolan (üstel azalan) modlar, bir kristal kusurun yapı ve simetrisiyle

uyumlu olabilir. Bu durumlarda, fotonik band gapın içinde yerleşik, kaybolan ışık modu oluşturabiliriz. Ve gapın kenarının yakınındaki seviyelerden daha sık olarak gapın ortasının yakınındaki seviyelere yerleştirebiliriz. Tabii ki, bir boyutlu fotonik kristaller sadece verilen bir düzlemin yakınındaki seviyelere yerleştirilebilir.

3.4.2. Off-Eksen Yayılımı

On-eksen ve off-eksen yayılımı arasındaki en önemli fark; off-eksen yayılımında band gap yoktur. Bu çok tabakalı filmin her zamanki durumudur, çünkü off-eksen yönü ışığı tutarlı dağıtmak ve bir gap yarmak için periyodik dielektrik bölgeleri içermez.

Diğer bir fark ise bandların geri beslenmesini gerektirir. On-eksen yayılımı için, elektrik alan x-y yüzeyinde saptanır. x- ve y- yönleri olarak iki temel kutuplama seçilebilir. Bu iki mod sadece kristalin sahip olduğu bir dönme simetrisiyle ayrılmasına rağmen, onlar dejenere olmalıdırlar.

3.4.3. Kusurlardaki Yerleşik Modlar

Harika bir periyodik sistemdeki özellikleri anlayalım ki, bir kusur tarafından kırılan genişli simetrideki sistemleri inceleyebilelim. Geri kalandan farklı bir genişliğe sahip boyutlu fotonik kristalin bir tek tabakasını içeren kusuru ele alalım. Kusurlar, fotonik band gapların içerisindeki frekansa sahip *yerleşik* modların var olmasına izin verebilir. Bir mod gaptaki bir frekansa sahipse, kristale girerken üstel olarak azalmalıdır. Kusurun iki yüzlerindeki iki tabakalı filmler frekanslı-özel aynalar gibi davranır. Çok tabakalı filmler biri diğerine paralel olarak saptanıyorsa, onların arasında engel olunan her z-yayılım ışığı sadece bu iki ayna arasında geri ve ileri sıçrayacak. Aynalar arasındaki mesafe ışığın dalga boyunu düzenlediği için modların miktarı belirlenir. Durum, bir kutudaki parçacığın kuantum-mekaniksel probleme ya da bir metalik oyuktaki mikrodalgaların elektromanyetik problemine kuvvetli benzerlik taşır.

3.4.4. Yüzey Durumları

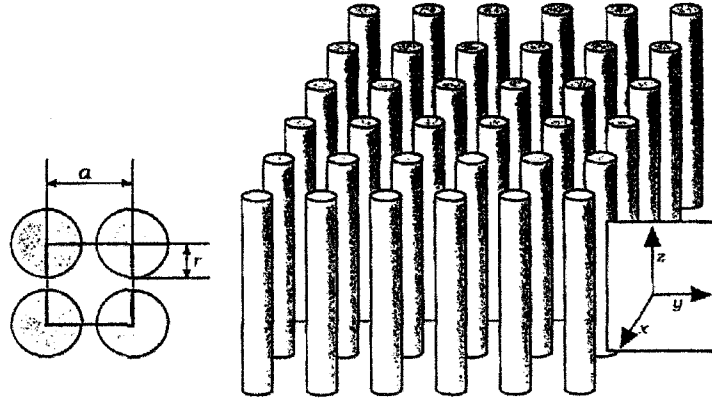
Çok tabakalı bir filmde kusurlardaki elektromanyetik modları ne şartlar altında yerleştirebileceğimizi gördük. Benzer şekilde bir de onun *yüzeyinde* yerleştirebiliriz. Mod, frekansı iki taraftaki filmin fotonik band gapının içinde olduğu için kenarına tutunur. Fakat yüzeyde sadece etki yüzeyinin bir tarafında band gap var, dış havada mevcut değil.

Bu durumda, ışığın frekansı ışık çizgisinin altındaysa ışık yüzeyde sınırlanabilir. Bir yüzeyde şunları göz önünde bulundurmalıyız; modlar ya uzatılır ya da hava ve tabakalı materyalin ikisinde de bozunur.

3.5. İki Boyutlu Fotonik Kristaller

Kristallerin iki boyutta periyodik ve üçüncüsünde homojen oluşundaki durum değişikliklerinin nasıl olduğunu görelim. Fotonik band gaplar periyodik yüzeyde görülür. Bu yüzeyde yayılan ışık için, modları iki bağımsız kutba ayırıp, her band yapısını tartışabiliriz. Işık modlarının yerleşimine göre kusurları inceleyebiliriz.

İki boyutlu fotonik bir kristal, iki eksenli boyunca periyodik ve üçüncüsü boyunca homojendir. Dielektrik kolonların kare örgüsünü içeren bir numune şekilde gösterilmektedir. Kolon mesafesinin belirli değerleri için, bu kristal xy-yüzeyinde fotonik band değerlerine sahip olabilir. Bu gapın içerisinde uzayan durumlara izin verilmez ve gelen ışık yansıtılır. Fakat çok tabakalı film sadece normale gelen ışığı yansıtmasına rağmen, bu iki boyutlu fotonik kristal yüzeydeki her yönden gelen ışığı yansıtabilir.

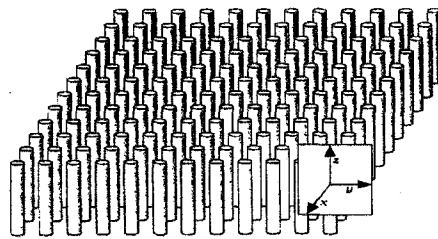


Şekil 3.7. İki boyutlu fotonik kristal. Bu materyal, r yarıçaplı ve ε dielektrik sabitli dielektrik kolonlara sahip bir kare örgüdür. Materyal (silindirleri çok uzun hayal edelim) z -yönünde homojen ve a örgü sabitiyle x ve y boyunca periyodiktir. Soldaki görüntüde yukardan kare örgü gösterilmektedir. Ve ortada kare çerçeve, birim hücreyi göstermektedir.

3.5.1. Lineer Kusurlar Tarafından Işık Yerleşimi

Birim frekanstaki mümkün modların sayısı, durum yoğunluğu, fotonik band gapın içinde sıfırdır. Çok tabakalı film araştırıldığı zaman hatalı yüzeyin yakınında ışığın yerleşebildiğini bulduk.

İki boyutta birçok fikir mevcut. Şekil 3.8’de resmedildiği gibi, kristalden bir tek kolon hareket ettirebiliriz ya da boyutunu, şeklini, hatta dielektrik sabitini (orjinalinden farklı olarak) diğeriyle yer değiştirebiliriz.



Şekil 3.8. Kristal yapının şematik gösterimi.

Bir kolonu hareket ettirmek, kristalin durum yoğunluğunun içindeki bir tepeyi tanımlayabilir. Tepe fotonik band gapta yerleşmiş durumdaysa, o zaman tanımlanmış durum kusuru hemen kaybolmalı – band gaptaki frekansa sahip olduğunda kristalin

geri kalanına kusur modu nüfus edemez. Kusur modları kusurlardan üstel olarak azalır. xy-yüzeyinde yerleştirilir, fakat z-yönünde uzar.

Fotonik kristal, band gapından dolayı belirli frekanslardaki ışığı yansıtır. Örgüden bir çubuk ettirerek, yansıma duvarları tarafından etkin biçimde çevrelenmiş bir *çukur* oluştururuz. Çukur, band gaptaki bir modu desteklemek için uygun boyuta sahipse, o zaman ışık kaçamaz ve modu kusura tutturamayız.

3.5.2. Yüzeysel Yerleşim: Yüzey Durumları

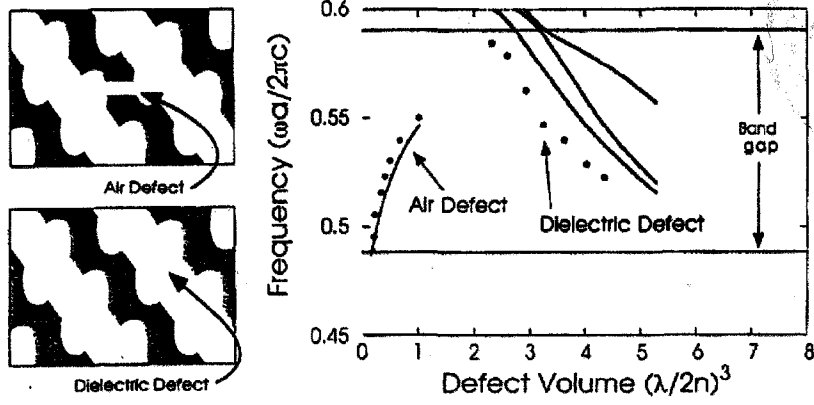
Bir yüzey modunda, ışık, Şekil 3.8’de şemalaştırıldığı gibi, yüzey düzleminde yerleşir. Alan genlikleri yüzeyden üstel olarak azalır. verilen bir yüzey, eğilimi ve kutuplanması yardımıyla nitelendirilir. Yüzey eğilimi, yüzey normali ve kristal eksenleri arasındaki açıları belirler. Yüzey kutuplanması yüzeyin birim hücreyi kestiği yeri tam olarak belirler.

3.6. Üç Boyutta Yapı Kusurları

3.6.1. Üç Boyutta Bir Nokta Kusurdaki Yer Tayini

Fotonik kristallerdeki kusurlar ışık modlarına yerleşebilirler. Bir boyutta, ışığı bir tek kusur yüzeyine hapsedebilirdik ve iki boyutta ışığı lineer bir kusura yerleştirebilirdik. Üç boyutta ise, bir tek örgü yerini tehlikeye sokabiliriz, öncelikle kristaldeki bir tek noktada ışığı engelleyebiliriz. Nokta kusur aracılığıyla, bir durum sürekli spektrumlu yukarı ya da aşağı gaptan kendi gapının içine çekeriz ve yerleşik modla sonuçlanmış olur.

Tek örgü yerini tehlikeye düşürecek iki basit yol, ait olmadığı bir yere ekstra bir dielektrik materyal eklemek ya da olması gerektiği yerden dielektrik materyallerin bazılarını almaktır. Birincisini “dielektrik kusur”, ikincisini ise “hava kusuru” diye adlandırabiliriz. Her iki örnek de Şekil 3.9’da gösterilmektedir.



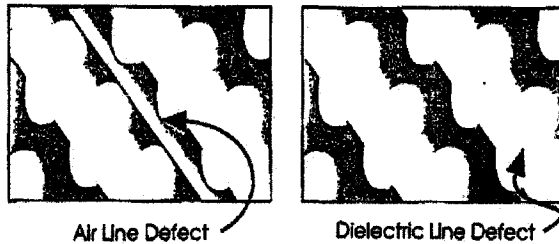
Şekil 3.9. Hava Kusuru ve dielektrik kusur.

Kusur, fotonik band gapta olabilen bir frekanstaki durumların yoğunluğunda yeni izin verilen durumların tek bir tepenin görünümüne sebep olur.

3.6.2. Üç Boyutta Bir Lineer Kusurdaki Yer Tayini

Diğer bir kusur sınıfı bir yönde uzayan lineer kusurlardır. Lineer kusurun iki örneği Şekil 3.10'da gösterilmektedir. Solda, dielektrik materyalin bir kolonundaki hava kusuru kristalden kaldırılmış. Sağda, bir dielektrik kolondaki dielektrik kusur hava bölgesine eklenmiş.

Bir çizgi kusuru için özel bir yarıçap seçilerek, kristalin fotonik band gapındaki frekanslarla bir “kusur band” oluşturmak mümkündür. Bu bandtaki durumlar kusur boyunca uzar fakat kristalin geri kalanında üstel olarak azalma olur [6].



Şekil 3.10. (Solda) Hava çizgi kusuru ve (sağda) dielektrik çizgi kusurunun şematik gösterimi.

4. ELEKTRONİK VE FOTONİK KRİSTAL YAPILARININ KARŞILAŞTIRILMASI

	PERİYODİK POTANSİYELDE (KRİSTAL) KUANTUM MEKANİĞİ	PERİYODİK DİELEKTRİKTE (FOTONİK KRİSTAL) ELEKTROMAGNETİZM
Bütün bilgiyi içeren “ana fonksiyon” nedir?	Skaler dalga fonksiyonu $\Psi(r, t)$.	Manyetik vektör alanı $H(r, t)$.
Normal moddaki fonksiyonun zamana bağlılığı nasıl ifade edilir?	Enerji, özdeğer seviyelerin kümesinde genişleyen $\Psi_r(r)$.	Harmonik modlar $H_\omega(r)$ 'ın bir kümesinde genişler.
Sistemin normal modlarını tespit eden temel denklem nedir?	Schrödinger denklemdir.	Maxwell denklemleri.
Ana fonksiyonda olması gereken başka şartlar var mı?	Evet, normalize edilmiş olmalıdır.	Evet, alan normalize ve geçişli edilmelidir: $\nabla \cdot H = 0$.
Sistemin devri (periyodu) nerede başlar?	Bütün örgü vektörleri, R için potansiyel: $V(r) = V(r + R)$.	Bütün örgü vektörleri, R için dielektrik: $\epsilon(r) = \epsilon(r + R)$.
Normal modlar arasında hiç etkileşim var mıdır?	Evet, büyük-ölçek hesaplamasını zor yapan elektron-elektron itme etkileşimi var.	Lineer sistemde, ışık modları başka bir bozulmamış sisteme geçebilir ve bağımsız olarak hesaplanabilir.
Normal modlar genelde hangi özelliklere sahiptir?	Farklı enerjili eigenstate'ler ortogonaldır, onlar gerçek özdeğerlere sahipler ve değişken bir prensip bulunabilir.	Farklı frekanslı modlar ortogonaldır, onlar gerçek pozitif özdeğerlere sahipler ve değişken bir prensip bulunabilir.
Ana denklemin önemli özellikleri neye bağlıdır?	Hamiltonyen H operatörü, lineerdir. Hermidyen operatördür.	Maxwell Θ operatörü, lineerdir. Hermidyen operatördür.



**PERİYODİK
POTANSİYELDE
(KRİSTAL) KUANTUM
MEKANİĞİ**

**PERİYODİK
DİELEKTRİKTE
(FOTONİK KRİSTAL)
ELEKTROMAGNETİZM**

Normal modları ve frekansları tespit etmek için kullandığımız değişken teorem nedir?

Ψ , Hamiltonyen H operatörünün bir eigenstate'i olduğu zaman E_{var} minimumlaşır.

H , Θ operatörünün bir normal modu olduğu zaman E_{var} minimumlaşır.

Değişken teoremi kabul eden buluş nedir?

Daha düşük seviyelerde ortogonalken, dalga fonksiyonu düşük potansiyelli bölgelerde toplanır.

Daha düşük modlarda ortogonalken, alanlar onların elektriksel enerjilerini yüksek- ϵ bölgelerde toplarlar.

Sistemin fiziksel enerjisi nedir?

Hamiltonyenin eigenvalue E 'su.

Elektromanyetik enerji.

Sistemin doğal uzunluk ölçüsü var mı?

Genellikle, çünkü Bohr yarıçapı gibi sabitler uzunluk ölçüsünü verir.

Hayır, çözümler her uzunluk ölçüsünde ölçülebilir.

"A, sistemin simetrisidir" diyen matematiksel ifade nedir?

A, Hamiltonyenle değişir: $[A, H] = 0$.

A, Maxwell operatörle değişir.

Normal modları bir sistemin simetrilerini kullanarak nasıl sınıflandırırız?

Bir simetri işlemi A altında nasıl değişiyorlar.

Bir simetri işlemi A altında nasıl değişiyorlar.

Bir kristalin farklı dönüşüm simetrisi ne yapmamıza izin verir?

Bloch biçiminde dalga fonksiyonunu yazmamıza.

Bloch biçiminde harmonik modları yazmamıza.

**PERİYODİK
POTANSİYELDE
(KRİSTAL) KUANTUM
MEKANİĞİ**

**PERİYODİK
DİELEKTRİKTE
(FOTONİK KRİSTAL)
ELEKTROMAGNETİZM**

Dalga vektörü k için
uygun değerler nedir?

Karşılıklı uzayda
Brillouin bölgesindedir.

Karşılıklı uzayda
Brillouin bölgesindedir.

“Band yapısı” terimiyle
ne demek istenmektedir?

Uygun eigenstate’lerin
enerjilerini ifade eden
fonksiyonlar $E_n(k)$.

Uygun harmonik
modların frekanslarını
ifade eden fonksiyonlar
 $\omega_n(k)$.

Band yapısının fiziksel
orijini nedir?

Elektron dalgası farklı
potansiyel bölgelerden
tutarlı olarak yayılır.

Elektromanyetik alanlar
farklı dielektrik bölgeler
arasındaki geçiş
yüzeylerinde tutarlı olarak
yayılırlar.

Band yapısındaki
boşluğun içinde ne
olmaktadır?

Enerji alanındaki yayılan
elektronların var olmasına
dalga vektörüne rağmen
izin verilmez.

Frekans alanındaki
dağınık modların var
olmasına dalga vektörüne
rağmen izin verilmez.

Yukarı ve aşağı boşluk
bandları nasıl adlandırılır?

Yukarı boşluk bandı
iletken bandtır; aşağı
boşluk bandı *yalıtkan
bandtır*.

Yukarı boşluk bandı *hava
bandtır*; aşağı boşluk
bandı *dielektrik bandtır*.

Sistemdeki kusurlar nasıl
tanımlanır?

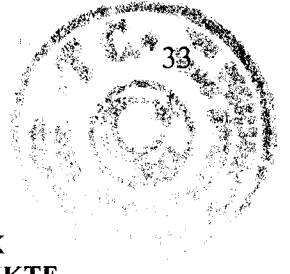
Atomik potansiyelin
dönüşüm simetrisini kıran
kristale yabancı atomlar
eklenerek.

$\epsilon(r)$ ’nin dönüşüm
simetrisini kıran belirli
bölgelerin dielektrik sabiti
değiştirilerek.

Bir kusuru tanımlamanın
sonucu nedir?

O, kusurun etrafında
yerleşik bir elektron
seviyesine izin vermekle
ilgili bir band boşluğunda
uygun bir seviye
yaratabilir.

O, kusurun etrafında
yerleşik bir moda izin
vermekle ilgili bir band
boşluğunda uygun bir
seviye yaratabilir.



**PERİYODİK
POTANSİYELDE
(KRİSTAL) KUANTUM
MEKANİĞİ**

**PERİYODİK
DİELEKTRİKTE
(FOTONİK KRİSTAL)
ELEKTROMAGNETİZM**

Kusurların farklı
çeşitlerini nasıl
sınıflandırırız?

Verici atomlar, boşluktaki
iletken bandtan seviyeleri
çekiyor; kabul edici
atomlar, boşluktaki
yalıtkan bandtan
seviyeleri çekiyor.

Dielektrik kusurlar,
boşluktaki hava bandtan
seviyeleri çekiyor; hava
kusurları, boşluktaki
dielektrik bandtan
seviyeleri çekiyor.

Kısaca, sistemin fiziğinin
çalışması neden
önemlidir?

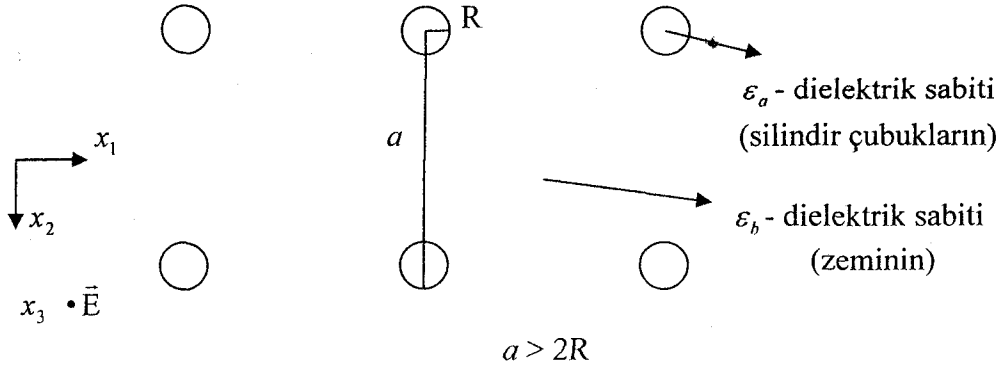
Bizim ihtiyaçlarımız için
malzemelerin *elektronik*
özelliklerini
değiştirebiliriz.

Bizim ihtiyaçlarımız için
malzemelerin *optiksel*
özelliklerini
değiştirebiliriz [6].



5. MATEMATİKSEL ÇÖZÜM

5.1. 2-D Fotonik Kristaller



Fotonik kristali oluşturan silindirik çubukların dielektrik sabitleri ϵ_a 'dır. Bu çubuklar, ϵ_b - dielektrik sabitine sahip ortama gömülüdür. Şekilde birbirlerine paralel silindirik çubukların oluşturduğu, x_1 ve x_2 eksenleri boyunca periyodik olan sonsuz kare örgü görülüyor. Ve x_3 - eksenı boyunca homojendir. Yani $-\infty \leq x_3 \leq \infty$. Bu nedenle fotonik kristal, x_3 - eksenı boyunca mirror simetrisine; x_1 x_2 düzlemi içinde, translational simetriye sahiptir. Kare örgünün, örgü sabiti a 'dır; ayrıca bu çubukların yarıçapı R 'dir. $a > 2R$ 'dir.

$$\vec{x}_{//} = x_1 \hat{x}_1 + x_2 \hat{x}_2$$

$$\epsilon(\vec{x}_{//}) = \epsilon(\vec{x}_{//} + \vec{l}_{//}(l_1, l_2))$$

$$\vec{l}_{//}(l_1, l_2) = a(l_1 \hat{x}_1 + l_2 \hat{x}_2); \quad l_1 \text{ ve } l_2 \text{ tamsayıdır.}$$

translational vektör

$$\epsilon^{-1}(\vec{x}_{//}) = \epsilon^{-1}(\vec{x}_{//} + \vec{l}_{//}(l_1, l_2))$$

$$\frac{1}{\epsilon(\vec{x}_{//})} = \frac{1}{\epsilon_b} + \left(\frac{1}{\epsilon_a} - \frac{1}{\epsilon_b} \right) \sum_{l_1, l_2} S(\vec{x}_{//} - \vec{l}_{//}(l_1, l_2))$$

$$S(\vec{x}_{//}) = \begin{cases} 1, & \text{dielektrik çubuk içinde} \\ 0, & \text{dielektrik çubuk dışında} \end{cases}$$

Fourier Açılımı kullanılarak;

$$\frac{1}{\varepsilon(\vec{x}_{||})} = \sum_{\vec{G}_{||}} \hat{K}(\vec{G}_{||}) e^{i \vec{G}_{||} \cdot \vec{x}_{||}}$$

$$\vec{G}_{||}(h_1, h_2) = h_1 \vec{b}_1 + h_2 \vec{b}_2 ; \quad h_1 \text{ ve } h_2 \text{ tamsayıdır.}$$

↘ reciprocal örgü vektörü

$$\vec{b}_1 = \frac{2\pi}{a} \hat{x}_1, \quad \vec{b}_2 = \frac{2\pi}{a} \hat{x}_2.$$

$$\hat{K}(\vec{G}_{||}) = \frac{1}{A_c} \int_{A_c} d^2 \vec{x}_{||} \underbrace{\frac{1}{\varepsilon(\vec{x}_{||})}}_{\text{tanımını açarsak}} e^{-i \vec{G}_{||} \cdot \vec{x}_{||}} ; \quad A_c = a^2$$

↘ x_1, x_2 - düzlemindeki
primitif (ilkel) örgü alanıdır.

$$\begin{aligned} \hat{K}(\vec{G}_{||}) &= \frac{1}{A_c \varepsilon_b} \int_{A_c} d^2 \vec{x}_{||} e^{-i \vec{G}_{||} \cdot \vec{x}_{||}} + \left(\frac{1}{\varepsilon_a} - \frac{1}{\varepsilon_b} \right) \frac{1}{A_c} \int_{A_c} d^2 \vec{x}_{||} \sum_{l_1, l_2} S(\vec{x}_{||} - \vec{l}_{||}) e^{-i \vec{G}_{||} \cdot \vec{x}_{||}} \\ &= \frac{1}{\varepsilon_b} \delta_{\vec{G}_{||}, \vec{0}} + \left(\frac{1}{\varepsilon_a} - \frac{1}{\varepsilon_b} \right) \frac{1}{A_c} \int_{A_c} d^2 \vec{x}_{||} \sum_{l_1, l_2} S(\vec{x}_{||}) e^{-i \vec{G}_{||} \cdot \vec{x}_{||}} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{A_c} \int_{A_c} d^2 \vec{x}_{||} e^{-i \vec{G}_{||} \cdot \vec{x}_{||}} = \delta_{\vec{G}_{||}, \vec{0}}$$

$$\frac{1}{A_c} \int_{A_c} d^2 \vec{x}_{||} = f$$

$$f(\text{filling fraction}) = \frac{\pi R^2}{a^2}$$

$$\hat{K}(\vec{G}_{||}) = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_b} + \left(\frac{1}{\varepsilon_a} - \frac{1}{\varepsilon_b} \right) f & , \quad \vec{G}_{||} = 0 \\ \left(\frac{1}{\varepsilon_a} - \frac{1}{\varepsilon_b} \right) \frac{1}{A_c} \int_{x_1, x_2} d^2 \vec{x}_{||} e^{-i \vec{G}_{||} \cdot \vec{x}_{||}} & , \quad \vec{G}_{||} \neq 0 \end{cases}$$

$$\hat{K}(\vec{G}_{//}) \approx \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon_a} f + \frac{1}{\varepsilon_b} (1-f) & , \vec{G}_{//} = 0 \\ \left(\frac{1}{\varepsilon_a} - \frac{1}{\varepsilon_b} \right) f \frac{2J_1(|\vec{G}_{//}|R)}{|\vec{G}_{//}|R} & , \vec{G}_{//} \neq 0 \end{cases}$$

5.1.1. TM-modları (E-polarizasyon)

E-polarizasyon durumunda, elektrik alan, x_3 - yönünde polarize olmuştur.

Maxwell Denklemleri:

$$\vec{\nabla} \cdot \varepsilon(\vec{x}) \vec{E}(\vec{x}, t) = 0, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{H}(\vec{x}, t) = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{x}, t) = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{H}(\vec{x}, t)}{\partial t}, \quad \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{x}, t) = \frac{\varepsilon(\vec{x})}{C} \frac{\partial \vec{E}(\vec{x}, t)}{\partial t}$$

$$\left. \begin{aligned} \vec{E}(\vec{x}, t) &= \vec{E}(\vec{x}) e^{-i\omega t} \\ \vec{H}(\vec{x}, t) &= \vec{H}(\vec{x}) e^{-i\omega t} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{Maxwell Denklemi lineer olduğundan,} \\ &\text{zaman ve uzayın ayrı fonksiyonları olarak yazılabilir [8].} \end{aligned}$$

Türevlerini alarak Maxwell Denklemlerinde yerleştirildiklerinde elde edilen sonuçlar;

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{x}) - \frac{i\omega}{c} \vec{H}(\vec{x}) = 0 \quad (1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{x}) + \frac{i\omega}{c} \varepsilon(\vec{x}) \vec{E}(\vec{x}) = 0 \quad (2)$$

(2)'de $\vec{E}(\vec{x})$ 'i çekip, (1)'de yerine koyarsak;

$$\vec{E}(\vec{x}) = \left(\frac{ic}{\omega \varepsilon(\vec{x})} \right) \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{x})$$

$$\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\varepsilon(\vec{x})} \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{x}) \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \vec{H}(\vec{x})$$

(1)'i kullanarak $\vec{\nabla} \times$ alırsak,

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{x}) = \frac{i\omega}{c} \vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{x})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{x}) = \frac{i\omega}{c} \left(-\frac{i\omega}{c} \varepsilon(\vec{x}) \vec{E}(\vec{x}) \right)$$

$$\frac{1}{\varepsilon(\vec{x})} \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{x}) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \vec{E}(\vec{x})$$

$$\vec{H}(\vec{x}) = \left(-\frac{ic}{\omega} \right) \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{x})$$

$$\vec{H}(\vec{x}) = \vec{H}_0 e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} \quad (\text{düzlem dalga}), \quad \vec{H}_0 \cdot \vec{k} = 0$$

Elektromanyetik dalgalar eninedir (transverse).

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{x}_1 & \hat{x}_2 & \hat{x}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & E_3 \end{vmatrix} = \hat{x}_1 \frac{\partial E_3}{\partial x_2} - \hat{x}_2 \frac{\partial E_3}{\partial x_1}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{x}_1 & \hat{x}_2 & \hat{x}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 \\ \frac{\partial E_3}{\partial x_2} & -\frac{\partial E_3}{\partial x_1} & 0 \end{vmatrix} = -\hat{x}_3 \left(\frac{\partial^2 E_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 E_3}{\partial x_2^2} \right)$$

$$\vec{E}(\vec{x}_{//}, t) = \vec{E}_o(\vec{x}_{//} | \omega) e^{-i\omega t} = (0, 0, E_3(\vec{x}_{//} | \omega)) e^{-i\omega t}$$

$$\vec{H}(\vec{x}_{//}, t) = \vec{H}_o(\vec{x}_{//} | \omega) e^{-i\omega t} = (H_1(\vec{x}_{//} | \omega), H_2(\vec{x}_{//} | \omega), 0) e^{-i\omega t}$$

$$\frac{1}{\varepsilon(\vec{x})} \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \vec{E}(\vec{x}) \quad \text{elde etmiřtik.}$$

$$\frac{1}{\varepsilon(\vec{x})} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) E_3 + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 E_3 = 0 \quad (3)$$

$$H_1 = -\frac{ic}{\omega} \frac{\partial E_3}{\partial x_2} \quad \text{ve} \quad H_2 = \frac{ic}{\omega} \frac{\partial E_3}{\partial x_1}$$

Periyodik bir potansiyel için çözmeye çalışırken Bloch Teoremi'ni $E_3(\vec{x}_{//} | \omega)$ 'ya uygularsak:

$$E_3(\vec{x}_{//} | \omega) = \sum_{\vec{G}_{//}} B(\vec{k}_{//} + \vec{G}_{//}) e^{i(\vec{k}_{//} + \vec{G}_{//}) \cdot \vec{x}_{//}} \quad ; \quad \vec{k}_{//}, \text{ birinci Brillouin bölgesindedir,}$$

$$\vec{x}_{//} = x_1 \hat{x}_1 + x_2 \hat{x}_2.$$

$$\frac{\partial E_3}{\partial x_1} = \sum_{\vec{G}'_{//}} B(\vec{k}_{//} + \vec{G}'_{//}) e^{i(\vec{k}_{//} + \vec{G}'_{//}) \cdot \vec{x}_{//}} \cdot i(\vec{k}_{//} + \vec{G}_{//}) \hat{x}_1$$

$$= i \sum_{\vec{G}_\parallel} B(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') e^{i(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') \cdot \vec{x}_\parallel} \left(k_1 + \frac{2\pi}{a} h_1' \right)$$

$$\frac{\partial^2 E_3}{\partial x_1^2} = - \sum_{\vec{G}_\parallel} B(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') e^{i(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') \cdot \vec{x}_\parallel} \left(k_1 + \frac{2\pi}{a} h_1' \right)^2$$

Benzer şekilde,

$$\frac{\partial^2 E_3}{\partial x_2^2} = - \sum_{\vec{G}_\parallel} B(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') e^{i(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') \cdot \vec{x}_\parallel} \left(k_2 + \frac{2\pi}{a} h_2' \right)^2$$

(3) denkleminde yerleştirirsek;

$$\begin{aligned} - \sum_{\vec{G}_\parallel''} \hat{K}(\vec{G}_\parallel'') e^{i \vec{G}_\parallel'' \cdot \vec{x}_\parallel} \sum_{\vec{G}_\parallel'} B(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') (\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel')^2 e^{i(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') \cdot \vec{x}_\parallel} \\ = - \sum_{\vec{G}_\parallel', \vec{G}_\parallel''} \hat{K}(\vec{G}_\parallel' - \vec{G}_\parallel'') B(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') (\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel')^2 e^{i(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') \cdot \vec{x}_\parallel} \end{aligned}$$

$$\vec{G}_\parallel = \vec{G}_\parallel' + \vec{G}_\parallel'' \quad \text{dersek,}$$

$$= - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \sum_{\vec{G}_\parallel, \vec{G}_\parallel'} B(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel) e^{i(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel) \cdot \vec{x}_\parallel}$$

$$\sum_{\vec{G}_\parallel'} \hat{K}(\vec{G}_\parallel' - \vec{G}_\parallel') B(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') (\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel')^2 = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 B(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel) \quad (4)$$

Reel özvektörlerine sahip simetrik özdeğer problemi için,

$$C(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel) \equiv B(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel) (\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel) \quad \text{olsun.}$$

(4) denklemi:

$$\sum_{\vec{G}_\parallel'} \hat{K}(\vec{G}_\parallel' - \vec{G}_\parallel') (\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel) (\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') C(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 (\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel)$$

Bu bir özdeğer problemine ($A\psi = \lambda \psi$) indirgenmiş olur.

$$\hat{L}C_m = \lambda_m C_m$$

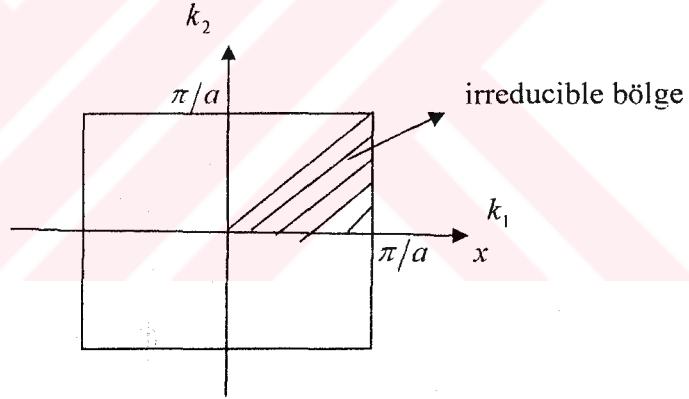
$$\hat{L}(\vec{k}_{||} + \vec{G}_{||}, \vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||}) = \hat{K}(\vec{G}_{||} - \vec{G}'_{||})(\vec{k}_{||} + \vec{G}_{||})(\vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||})$$

$$C_m(\vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||}) \rightarrow \text{özvektör}, \quad \lambda_m(\vec{k}_{||}) = \frac{\omega_m^2(\vec{k}_{||})}{C^2} \rightarrow \text{özdeğerler.}$$

Bu özdeğer problemini nümerik olarak çözülür;

$\hat{L}$ matrisinin sonlu olması için, $N=377$ en kısa reciprocal örgü vektörleri, $\vec{G}_{||}$, kullanılır. Bunun için $\varepsilon_a = 9$, $\varepsilon_b = 1$ ve $f = 0.449$ alınır.

5.1.2. TE-modları (H-polarizasyon)



H-polarizasyon durumunda; fotonik band yapısının hesaplanması, TM-modları (E-polarizasyon) için yaptığımız band yapısı hesaplamasına benzerdir. H-polarizasyon durumunda, H-manyetik olan dielektrik çubuk eksenleri boyunca yönelmiştir.

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \hat{x}_1 & \hat{x}_2 & \hat{x}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & H_3 \end{vmatrix} = \hat{x}_1 \frac{\partial H_3}{\partial x_2} - \hat{x}_2 \frac{\partial H_3}{\partial x_1}$$

$$\vec{\nabla} \times \left[\frac{1}{\varepsilon(\bar{x}_{//})} \vec{\nabla} \times \vec{H} \right] = \begin{vmatrix} \hat{x}_1 & \hat{x}_2 & \hat{x}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 \\ \frac{1}{\varepsilon(\bar{x}_{//})} \frac{\partial H_3}{\partial x_2} & -\frac{1}{\varepsilon(\bar{x}_{//})} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} & 0 \end{vmatrix}$$

$$= -\hat{x}_3 \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{\varepsilon(\bar{x}_{//})} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{\varepsilon(\bar{x}_{//})} \frac{\partial H_3}{\partial x_2} \right) \right]$$

Biliyoruz ki, $\vec{\nabla} \times \left[\frac{1}{\varepsilon(\bar{x}_{//})} \vec{\nabla} \times \vec{H}(\bar{x}) \right] = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \vec{H}(\bar{x})$ idi.

$$\vec{H}(\bar{x}_{//}, t) = \vec{H}_0(\bar{x}_{//} | \omega) e^{-i\omega t} = (0, 0, H_3(\bar{x}_{//} | \omega)) e^{-i\omega t}$$

$$\vec{E}(\bar{x}_{//}, t) = \vec{E}_0(\bar{x}_{//} | \omega) e^{-i\omega t} = (E_1(\bar{x}_{//} | \omega), E_2(\bar{x}_{//} | \omega), 0) e^{-i\omega t}$$

H_3 için bir denklem elde ederiz;

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{\varepsilon(\bar{x}_{//})} \frac{\partial H}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{\varepsilon(\bar{x}_{//})} \frac{\partial H_3}{\partial x_2} \right) + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 H_3 = 0 \quad (5)$$

$$\vec{E}(\bar{x}) = \frac{iC}{\omega \varepsilon(\bar{x}_{//})} \vec{\nabla} \times \vec{H}(\bar{x}) \quad \text{idi.}$$

$$E_1 = \frac{1}{\varepsilon(\bar{x}_{//})} \frac{ic}{\omega} \frac{\partial H_3}{\partial x_2}$$

$$E_2 = \frac{1}{\varepsilon(\bar{x}_{//})} \left(-\frac{ic}{\omega} \right) \frac{\partial H_3}{\partial x_1}$$

Bloch-Floquet Teoremi'nden:

$$\begin{aligned}
 H_3(\vec{x}_{||} | \omega) &= \sum_{\vec{G}_{||}} A(\vec{k}_{||} + \vec{G}_{||}) e^{i(\vec{k}_{||} + \vec{G}_{||}) \cdot \vec{x}_{||}} \\
 \frac{\partial H_3}{\partial x_1} &= \sum_{\vec{G}'_{||}} A(\vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||}) e^{i(\vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||}) \cdot \vec{x}_{||}} i(\vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||}) \hat{x}_1 \\
 &= i \sum_{\vec{G}'_{||}} A(\vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||}) e^{i(\vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||}) \cdot \vec{x}_{||}} \left(k_1 + \frac{2\pi}{a} h'_1 \right)
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\varepsilon(\vec{x}_{||})} = \sum_{\vec{G}_{||}} \hat{K}(\vec{G}_{||}) e^{i\vec{G}_{||} \cdot \vec{x}_{||}} \quad \text{idi.}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{\varepsilon(\vec{x}_{||})} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} \right) = i \frac{\partial}{\partial x_1} \left[\sum_{\vec{G}'_{||}, \vec{G}''_{||}} \hat{K}(\vec{G}''_{||}) e^{i\vec{G}''_{||} \cdot \vec{x}_{||}} A(\vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||}) e^{i(\vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||}) \cdot \vec{x}_{||}} (\vec{k}_1 + \vec{G}'_1) \right]$$

$$\vec{G}_{||} \equiv \vec{G}'_{||} + \vec{G}''_{||}.$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{1}{\varepsilon(\vec{x}_{||})} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} \right) &= i \frac{\partial}{\partial x_1} \left[\sum_{\vec{G}_{||}, \vec{G}'_{||}} \hat{K}(\vec{G}_{||} - \vec{G}'_{||}) A(\vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||}) e^{i(\vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||}) \cdot \vec{x}_{||}} \cdot (\vec{k}_1 + \vec{G}'_1) \right] \\
 &= - \sum_{\vec{G}_{||}, \vec{G}'_{||}} \hat{K}(\vec{G}_{||} - \vec{G}'_{||}) A(\vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||}) (\vec{k}_1 + \vec{G}'_1) (\vec{k}_1 + \vec{G}_1) e^{i(\vec{k}_{||} + \vec{G}_{||}) \cdot \vec{x}_{||}}
 \end{aligned}$$

Benzer olarak,

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{1}{\varepsilon(\vec{x}_{||})} \frac{\partial H_3}{\partial x_1} \right) &= - \sum_{\vec{G}_{||}, \vec{G}'_{||}} \hat{K}(\vec{G}_{||} - \vec{G}'_{||}) A(\vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||}) (\vec{k}_2 + \vec{G}'_2) (\vec{k}_2 + \vec{G}_2) e^{i(\vec{k}_{||} + \vec{G}_{||}) \cdot \vec{x}_{||}} \\
 &= - \sum_{\vec{G}_{||}, \vec{G}'_{||}} \hat{K}(\vec{G}_{||} - \vec{G}'_{||}) A(\vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||}) (\vec{k}_{||} + \vec{G}'_{||}) (\vec{k}_{||} + \vec{G}_{||}) e^{i(\vec{k}_{||} + \vec{G}_{||}) \cdot \vec{x}_{||}} \\
 &\quad + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \sum_{\vec{G}_{||}} A(\vec{k}_{||} + \vec{G}_{||}) e^{i(\vec{k}_{||} + \vec{G}_{||}) \cdot \vec{x}_{||}}
 \end{aligned}$$

$$= 0$$

Elde ettiğimiz tanımı, önceki sayfadaki (5) denklemine yerleştirirsek;

$$\sum_{\vec{G}_{//}} \hat{K}(\vec{G}_{//} - \vec{G}'_{//}) A(\vec{k}_{//} + \vec{G}_{//})(\vec{k}_{//} + \vec{G}'_{//}) \cdot (\vec{k}_{//} + \vec{G}_{//}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 A(\vec{k}_{//} + \vec{G}_{//})$$

Bu elde ettiğimiz denklem bir özdeğer problemidir.

$$\hat{L} A_m = \lambda_m A_m$$

özdeğer problemine indirgenir.

$$\hat{L}(\vec{k}_{//} + \vec{G}_{//}, \vec{k}_{//} + \vec{G}'_{//}) \equiv \hat{K}(\vec{G}_{//} - \vec{G}'_{//})(\vec{k}_{//} + \vec{G}_{//})(\vec{k}_{//} + \vec{G}'_{//})$$

$$A_m(\vec{k}_{//} + \vec{G}'_{//}) \rightarrow \text{özvektör}$$

$$\lambda_m(\vec{k}_{//}) = \frac{\omega_m^2}{c}(\vec{k}_{//}) \rightarrow \text{özdeğerler.}$$

Ortonormallik şartı:

$$\sum_{\vec{G}_{//}} A_n(\vec{k}_{//} + \vec{G}_{//}) A_m(\vec{k}_{//} + \vec{G}_{//}) = \delta_{nm}.$$

Özdeğer problemini elde etmenin diğer bir yolu ise;

$$\frac{1}{\varepsilon(\vec{x})} \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{x})) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 E(\vec{x}) \quad (6)$$

denklemini kullanmaktır. Bu yaklaşım daha çok, kusur modları söz konusu olduğunda kullanışlıdır.

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \begin{vmatrix} \hat{x}_1 & \hat{x}_2 & \hat{x}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 \\ E_1 & E_2 & 0 \end{vmatrix} = \hat{x}_3 \left(\frac{\partial E_2}{\partial x_1} - \frac{\partial E_1}{\partial x_2} \right)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{\nabla} \times \hat{x}_3 \left(\frac{\partial E_2}{\partial x_1} - \frac{\partial E_1}{\partial x_2} \right)$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{x}_1 & \hat{x}_2 & \hat{x}_3 \\ \frac{\partial}{\partial x_1} & \frac{\partial}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{x}_3 \left(\frac{\partial E_2}{\partial x_1} - \frac{\partial E_1}{\partial x_2} \right) \end{vmatrix}$$

$$= \hat{x}_1 \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\partial E_2}{\partial x_1} - \frac{\partial E_1}{\partial x_2} \right) + \hat{x}_2 \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial E_1}{\partial x_2} - \frac{\partial E_2}{\partial x_1} \right)$$

$$= \hat{x}_1 \left(\frac{\partial^2 E_2}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{\partial^2 E_1}{\partial x_2^2} \right) + \hat{x}_2 \left(\frac{\partial^2 E_1}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{\partial^2 E_2}{\partial x_1^2} \right)$$

(6) denklemlerden;

$$\frac{1}{\varepsilon(\vec{x}_{//})} \left(-\frac{\partial^2 E_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 E_2}{\partial x_1 \partial x_2} \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 E_1 \quad (7)$$

$$\frac{1}{\varepsilon(\vec{x}_{//})} \left(\frac{\partial^2 E_1}{\partial x_1 \partial x_2} - \frac{\partial^2 E_2}{\partial x_1^2} \right) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 E_2 \quad (8)$$

veya matrix formunda;

$$\hat{L}(\vec{x}_{//}) \vec{E}_{//}(\vec{x}_{//}) = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \varepsilon(\vec{x}_{//}) \vec{E}_{//}(\vec{x}_{//})$$

$$\hat{L}(\bar{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} & \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2} & -\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \end{bmatrix}, \quad \bar{E}_{//}(\bar{x}_{//}) \equiv \begin{bmatrix} E_1(\bar{x}_{//}) \\ E_2(\bar{x}_{//}) \end{bmatrix}$$

$$E_1(\bar{x}_{//} | \omega) = \sum_{\bar{G}_{//}'} A_1(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') e^{i(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') \bar{x}_{//}} \quad \text{idi.}$$

$$E_2(\bar{x}_{//} | \omega) = \sum_{\bar{G}_{//}'} A_2(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') e^{i(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') \bar{x}_{//}}$$

$$\frac{\partial E_1}{\partial x_2} = \sum_{\bar{G}_{//}'} A_1(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') e^{i(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') \bar{x}_{//}} \cdot i(\bar{k}_2 + \bar{G}_2')$$

$$\frac{\partial E_2}{\partial x_2} = \sum_{\bar{G}_{//}'} A_2(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') e^{i(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') \bar{x}_{//}} \cdot i(\bar{k}_2 + \bar{G}_2')$$

$$\frac{\partial^2 E_1}{\partial x_2^2} = - \sum_{\bar{G}_{//}'} A_1(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') e^{i(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') \bar{x}_{//}} \cdot (\bar{k}_2 + \bar{G}_2')^2$$

$$\frac{\partial^2 E_2}{\partial x_1 \partial x_2} = - \sum_{\bar{G}_{//}'} A_2(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') e^{i(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') \bar{x}_{//}} \cdot (\bar{k}_1 + \bar{G}_1')(\bar{k}_2 + \bar{G}_2')$$

$$\frac{\partial^2 E_1}{\partial x_1 \partial x_2} = - \sum_{\bar{G}_{//}'} A_1(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') e^{i(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') \bar{x}_{//}} \cdot (\bar{k}_1 + \bar{G}_1')(\bar{k}_2 + \bar{G}_2')$$

$$\frac{\partial^2 E_2}{\partial x_1^2} = - \sum_{\bar{G}_{//}'} A_2(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') e^{i(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}') \bar{x}_{//}} \cdot (\bar{k}_1 + \bar{G}_1')^2$$

$$\frac{1}{\varepsilon(\bar{x}_{//})} = \sum_{\bar{G}_{//}'} \hat{K}(\bar{G}_{//}') e^{i\bar{G}_{//}' \bar{x}_{//}} \quad \text{idi.}$$

(7) denklemi;

$$\begin{aligned}
& \sum_{\vec{G}_\parallel, \vec{G}_\parallel'} \hat{K}(\vec{G}_\parallel') e^{i\vec{G}_\parallel' \cdot \vec{x}_\parallel} A_1(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') e^{i(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') \cdot \vec{x}_\parallel} (k_2 + G_2')^2 - \\
& - \sum_{\vec{G}_\parallel, \vec{G}_\parallel'} \hat{K}(\vec{G}_\parallel') e^{i\vec{G}_\parallel' \cdot \vec{x}_\parallel} A_2(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') e^{i(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') \cdot \vec{x}_\parallel} (k_1 + G_1')(k_2 + G_2') = \\
& = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \sum_{\vec{G}_\parallel} A_1(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel) e^{i(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel) \cdot \vec{x}_\parallel}
\end{aligned}$$

$$\vec{G}_\parallel \equiv \vec{G}_\parallel' + \vec{G}_\parallel''$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\vec{G}_\parallel, \vec{G}_\parallel'} \hat{K}(\vec{G}_\parallel - \vec{G}_\parallel') [A_1(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') e^{i(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') \cdot \vec{x}_\parallel} (k_2 + G_2')^2 - A_2(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') e^{i(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') \cdot \vec{x}_\parallel} (k_1 + G_1')(k_2 + G_2')] = \\
& = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \sum_{\vec{G}_\parallel} A_1(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel) e^{i(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel) \cdot \vec{x}_\parallel}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{\vec{G}_\parallel'} \hat{K}(\vec{G}_\parallel - \vec{G}_\parallel') [A_1(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') (k_2 + G_2')^2 - A_2(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') (k_1 + G_1')(k_2 + G_2')] = \\
& = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 A_1(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel) \quad (9)
\end{aligned}$$

Benzer şekilde, (8) denklemi kullanılarak;

$$\begin{aligned}
& \sum_{\vec{G}_\parallel'} \hat{K}(\vec{G}_\parallel - \vec{G}_\parallel') [-A_1(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') (k_1 + G_1')(k_2 + G_2') + A_2(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') (k_1 + G_1')^2] = \\
& = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 A_2(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel) \quad (10)
\end{aligned}$$

(9) ve (10) denklemleri matris formunda yazılabilir:

$$\sum_{\vec{G}_\parallel} \hat{M}(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel, \vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') \bar{A}_m(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') = \lambda_m(\vec{k}_\parallel) \bar{A}_m(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel)$$

$$\hat{M}(\vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel, \vec{k}_\parallel + \vec{G}_\parallel') \equiv \hat{K}(\vec{G}_\parallel - \vec{G}_\parallel') \times \begin{bmatrix} (k_2 + G_2')^2 & -(k_1 + G_1')(k_2 + G_2') \\ -(k_1 + G_1')(k_2 + G_2') & (k_1 + G_1')^2 \end{bmatrix}$$

Özvektörler ise; $\bar{A}_m(\vec{k}_{//} + \vec{G}_{//}) = \begin{bmatrix} A_{1m}(\vec{k}_{//} + \vec{G}_{//}) \\ A_{2m}(\vec{k}_{//} + \vec{G}_{//}) \end{bmatrix}$

Özdeğerler ise; $\lambda_m(\vec{k}_{//}) = \left(\frac{\omega_m(\vec{k}_{//})}{c} \right)^2$ [7].

5.2. 2-D Fotonik Kristallerde Kusur Modlar

Fotonik band gapı içinde durum yoğunluğu (yani, birim frekans başına mümkün olan modların sayısı) sıfırdır. Tek örgü yerinin hatası fotonik band gapı içinde bir tek yerleşik mod oluşmasını sağlar. Bunu yapmanın birkaç yolu vardır. Bunlardan biri, fotonik kristalden bir tek dielektrik silindirin kaldırılması veya farklı büyüklükte ve şekilde dielektrik sabitte olan diğer bir tek dielektrik silindir ile değiştirilir. Her iki yolda da, hata (perturbasyon) $\delta \varepsilon(\vec{x}_{//})$ ile tanımlanır.

$$\varepsilon(\vec{x}_{//}) = \varepsilon_0(\vec{x}_{//}) + \delta \varepsilon(\vec{x}_{//}) \quad (11)$$

Bu, kristalin durum yoğunlukları içinde bir tepe oluşmasını sağlar. Eğer bu tepe fotonik band gapı içinde yerleşik ise, kusur-tesir durumunun son derece küçük olması gerekir. Yani, kusur modu kristalin geri kalanına nüfuz etmez. Çünkü kusur mod frekansı band gapı içerisinde. Bu, kusur modlarının kusurlarından uzaklarda üstel olarak azaldığını ifade eder.

Fotonik kristaldeki band gaptan dolayı fotonik kristal, ışığın belli frekanslarını yansıtır. Örneğin, kristal örgü içinden bir dielektrik silindir çıkararak, bir oyuk oluşturabiliriz. Bu oyuk etkin olarak yansıtıcı duvarlarla çevrilmiştir. Eğer bu oyuk band gap içindeki bir modu destekleyebilecek uygun boyutta ise, o zaman ışık kaçamaz ve bu modu kusurda perçinleyebiliriz.

$$(\nabla^2 + k^2) = 0, \quad k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\bar{x}_{//})$$

$$\left[\nabla^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\bar{x}_{//}) \right] E_3 = 0$$

$$\frac{1}{\varepsilon(\bar{x}_{//})} \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right] E_3 + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 E_3 = 0, \quad \varepsilon(\bar{x}_{//}) = \varepsilon_0(\bar{x}_{//}) + \delta \varepsilon(\bar{x}_{//})$$

$$\frac{1}{\varepsilon(\bar{x}_{//}) + \delta \varepsilon(\bar{x}_{//})} \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right] E_3 + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 E_3 = 0$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right] E_3 + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 [\varepsilon_0(\bar{x}_{//}) + \delta \varepsilon(\bar{x}_{//})] E_3 = 0$$

Her iki tarafı $1/\varepsilon_0(\bar{x}_{//})$ ile çarparsak,

$$\underbrace{\frac{1}{\varepsilon_0(\bar{x}_{//})} \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right] E_3 + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \frac{[\varepsilon_0(\bar{x}_{//}) + \delta \varepsilon(\bar{x}_{//})]}{\varepsilon_0(\bar{x}_{//})} E_3}_{\hat{L}(\bar{x}_{//})} = 0$$

$$\hat{L}(\bar{x}_{//}) E_3 + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 E_3 = - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \frac{\delta \varepsilon(\bar{x}_{//})}{\varepsilon_0(\bar{x}_{//})} E_3$$

$$\left[\hat{L}(\bar{x}_{//}) + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \right] E_3(\bar{x}_{//}) = - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \frac{\delta \varepsilon(\bar{x}_{//})}{\varepsilon_0(\bar{x}_{//})} E_3(\bar{x}_{//})$$

Bu durum, yarı iletken fiziğinde var olan durumla benzerdir. Yarı iletkendeki atomik katkılar, yarı iletkenin band gapındaki yerleşik elektronik durumlar oluştururlar.

Fotonik kristalde sadece bir bölgenin hatasını, örgünün öteleme simetrisini bozar. Fakat ışık x_1, x_2 - yüzeyi içinde yayılırsa, ayna-yansıma simetrisi bozulmaz. Bu nedenle, daha önce olduğu gibi TM (E-kutuplanma) ve TE (H-kutuplanma) olan iki polarizasyon için band yapıları bağımsız olarak tartışılacaktır.

5.2.1. TM-modları (E-polarizasyon)

Fotonik kristalde kusur söz konusu olduğu zaman, bu durumdaki kristali belirleyen denklemleri için formül geliştireceğiz. Bu kısımda E-polarizasyonuna sahip elektromanyetik dalga için durum incelenecek.

$$\hat{L}(\bar{x}_{//}) = \frac{1}{\varepsilon_0(\bar{x}_{//})} \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right] \quad (12)$$

Diferansiyel operatörü tanımlamak suretiyle, daha önce hesapladığımız

$$\frac{1}{\varepsilon(\bar{x}_{//})} \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right] E_3 + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 E_3 = 0$$

denklemini, denklem (11) kullanılarak yeniden yazılabilir:

$$\left[\hat{L}(\bar{x}_{//}) + \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \right] E_3(\bar{x}_{//}) = - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \frac{\delta \varepsilon(\bar{x}_{//})}{\varepsilon_0(\bar{x}_{//})} E_3(\bar{x}_{//}) \quad (13)$$

$E_3(\bar{x}_{//})$ 'i , $E_{m\bar{k}_{//}}^0(\bar{x}_{//})$ cinsinden açılımını yazalım; burada $E_{m\bar{k}_{//}}^0(\bar{x}_{//})$ ideal (non-perturbed) fotonik kristalin özvektörleridir.

Daha önce,

$$E_3(\bar{x}_{//}|\omega) = \sum_{\bar{G}_{//}} B(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}) e^{i(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//})\bar{x}_{//}}$$

ve $C(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}) = B(\bar{k}_{//} + \bar{G}_{//}) \left| \bar{k}_{//} + \bar{G}_{//} \right|$

olarak yazmıştık. Şimdi bunları kullanarak:

$$E_{m\vec{k}_{||}}^0(\vec{x}_{||}|\omega) = \sum_{\vec{G}_{||}} B_m^0(\vec{k}_{||} + \vec{G}_{||}) e^{i(\vec{k}_{||} + \vec{G}_{||}) \cdot \vec{x}_{||}} = \sum_{\vec{G}_{||}} \frac{c_m^0(\vec{k}_{||} + \vec{G}_{||})}{|\vec{k}_{||} + \vec{G}_{||}|} \cdot e^{i(\vec{k}_{||} + \vec{G}_{||}) \cdot \vec{x}_{||}} \quad (14)$$

(4) denkleminde, $\vec{k}_{||}$, birinci Brillouin bölgesi içindeki bütün mümkün olan değerleri alır. Burada m, ideal durum için farklı özdeğer çözümlerini gösterir.

$E_{m\vec{k}_{||}}^0(\vec{x}_{||})$ cinsinden $E_3(\vec{x})$ açılımı:

$$E_3(\vec{x}_{||}) = \sum_m \int_{B.z} \frac{d^2 \vec{k}_{||}}{(2\pi)^2} b_{m\vec{k}_{||}} E_{m\vec{k}_{||}}^0(\vec{x}_{||}) \quad (15)$$

(15) denklemini, (3)'de yerine koyarsak;

$$\sum_m \int_{B.z} \frac{d^2 \vec{k}_{||}}{(2\pi)^2} b_{m\vec{k}_{||}} \left[\hat{L}(\vec{x}_{||}) E_{m\vec{k}_{||}}^0(\vec{x}_{||}) + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 E_{m\vec{k}_{||}}^0(\vec{x}_{||}) \right] = -\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \frac{\delta \varepsilon(\vec{x}_{||})}{\varepsilon_0(\vec{x}_{||})} E_3(\vec{x}_{||}) \quad (16)$$

Biliyoruz ki, $\hat{L}E_3 + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 E_3 = 0$ idi. Bunu kullanarak,

$$\hat{L}(\vec{x}_{||}) E_{m\vec{k}_{||}}^0(\vec{x}_{||}) = -\lambda_m(\vec{k}_{||}) E_{m\vec{k}_{||}}^0(\vec{x}_{||}) \quad (17)$$

$$\text{Özdeğerler } \lambda_m = \left(\frac{\omega_m^0}{c}\right)^2.$$

$$\sum_m \int_{B.z} \frac{d^2 \vec{k}_{||}}{(2\pi)^2} b_{m\vec{k}_{||}} \left[\lambda_m(\vec{k}_{||}) E_{m\vec{k}_{||}}^0(\vec{x}_{||}) + \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 E_{m\vec{k}_{||}}^0(\vec{x}_{||}) \right] = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \frac{\delta \varepsilon(\vec{x}_{||})}{\varepsilon_0(\vec{x}_{||})} E_3(\vec{x}_{||}) \quad (18)$$

(18)'in sağ ve sol tarafını $\varepsilon_0(\vec{x}_{||}) E_{n\vec{q}_{||}}^{0*}(\vec{x}_{||})$ ile çarparsak ve $\int d^2 \vec{x}_{||}$ ile integre edersek:

$$\sum_m \int_{B.z} \frac{d^2 \bar{k}_{||}}{(2\pi)^2} b_{m\bar{k}_{||}} \left[\lambda_m(\bar{k}_{||}) - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \right] \int \varepsilon_0(\bar{x}_{||}) E_{m\bar{k}_{||}}^0(\bar{x}_{||}) E_{n\bar{q}_{||}}^{0*}(\bar{x}_{||}) d^2 \bar{x}_{||} \quad (19)$$

$$= \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \int \delta \varepsilon(\bar{x}_{||}) E_3(\bar{x}_{||}) E_{n\bar{q}_{||}}^{0*}(\bar{x}_{||}) d^2 \bar{x}_{||}$$

$$\varepsilon_0(\bar{x}_{||}) \hat{L}(\bar{x}_{||}) = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \quad \text{sonucunu kullanarak denklem (17)'den}$$

$$\varepsilon_0(\bar{x}_{||}) \hat{L}(\bar{x}_{||}) E_{m\bar{k}_{||}}^0(\bar{x}_{||}) = -\lambda_m(\bar{k}_{||}) \varepsilon_0(\bar{x}_{||}) E_{m\bar{k}_{||}}^0(\bar{x}_{||}) \quad (21)$$

Her iki tarafı $d^2 \bar{x}_{||} E_{n\bar{q}_{||}}^0$ ile çarparsak,

$$\int d^2 \bar{x}_{||} E_{n\bar{q}_{||}}^{0*}(\bar{x}_{||}) \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right] E_{m\bar{k}_{||}}^0(\bar{x}_{||}) \quad (22)$$

$$= -\lambda_m(\bar{k}_{||}) \int d^2 \bar{x}_{||} \varepsilon_0(\bar{x}_{||}) E_{m\bar{k}_{||}}^0(\bar{x}_{||}) E_{n\bar{q}_{||}}^{0*}(\bar{x}_{||})$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right] E_{m\bar{k}_{||}}^0(\bar{x}_{||}) \text{ 'ı (14)'ü kullanarak hesaplayalım;}$$

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right] E_{m\bar{k}_{||}}^0(\bar{x}_{||}) = - \sum_{\bar{G}_{||}} \frac{c_m^0(\bar{k}_{||} + \bar{G}_{||})}{|\bar{k}_{||} + \bar{G}_{||}|} \cdot e^{i(\bar{k}_{||} + \bar{G}_{||}) \cdot \bar{x}_{||}} (\bar{k}_{||} + \bar{G}_{||}) \quad (23)$$

$$E_{n\bar{q}_{||}}^{0*}(\bar{x}_{||}) = \sum_{\bar{G}_{||}} \frac{C_n^0(\bar{q}_{||} + \bar{G}_{||})}{|\bar{q}_{||} + \bar{G}_{||}|} e^{-i(\bar{q}_{||} + \bar{G}_{||}) \cdot \bar{x}_{||}} \quad (24)$$

Denklem (22) kullanılarak;

$$\int d^2 \bar{x}_{||} E_{n\bar{q}_{||}}^{0*}(\bar{x}_{||}) \left[\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right] E_{m\bar{k}_{||}}^0(\bar{x}_{||})$$

$$= - \sum_{\bar{G}_{||}} \frac{C_m^0(\bar{k}_{||} + \bar{G}_{||}) C_n^0(\bar{q}_{||} + \bar{G}_{||}) (\bar{k}_{||} + \bar{G}_{||})^2}{|\bar{k}_{||} + \bar{G}_{||}| |\bar{q}_{||} + \bar{G}_{||}|} \int e^{i(\bar{k}_{||} - \bar{q}_{||}) \cdot \bar{x}_{||}} d^2 \bar{x}_{||}$$

$$= - \sum_{\bar{G}_{||}} C_m^0(\bar{k}_{||} + \bar{G}_{||}) C_n^0(\bar{q}_{||} + \bar{G}_{||}) (2\pi)^2 \delta(\bar{k}_{||} - \bar{q}_{||})$$

$$= - (2\pi)^2 \delta(\bar{k}_{||} - \bar{q}_{||}) \delta_{nm} \quad (25)$$

Yani, denklem (22)'den:

$$\lambda_m(\bar{k}_{||}) \int d^2 \bar{x}_{||} \varepsilon_0(\bar{x}_{||}) E_{n\bar{q}_{||}}^{0*}(\bar{x}_{||}) E_{m\bar{q}_{||}}^0(\bar{x}_{||}) = (2\pi)^2 \delta(\bar{k}_{||} - \bar{q}_{||}) \delta_{n\bar{q}_{||}} \quad (26)$$

Bu durumda, denklem (17)'deki özvektörler için ortonormalite şartı, ağırlık fonksiyonu burada $\omega(\bar{x}_{||}) = \varepsilon_0(\bar{x}_{||})$;

$$\int d^2 \bar{x}_{||} \varepsilon_0(\bar{x}_{||}) E_{m\bar{k}_{||}}^0(\bar{x}_{||}) E_{n\bar{q}_{||}}^{0*}(\bar{x}_{||}) = (2\pi)^2 \frac{1}{\lambda_m(\bar{k}_{||})} \delta(\bar{k}_{||} - \bar{q}_{||}) \delta_{n\bar{q}_{||}}$$

Bunu, (19) denkleminde kullanarak;

$$\begin{aligned} \sum_m \int_{B.z} \frac{d^2 \bar{k}_{||}}{(2\pi)^2} b_{m\bar{k}_{||}} \left[\lambda_m(\bar{k}_{||}) - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \right] \cdot (2\pi)^2 \frac{1}{\lambda_m(\bar{k}_{||})} \delta(\bar{q}_{||} - \bar{k}_{||}) \delta_{nm} \\ = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \int d^2 \bar{x}'_{||} \varepsilon(\bar{x}'_{||}) E_3(\bar{x}'_{||}) E_{n\bar{q}_{||}}^{0*}(\bar{x}'_{||}) d^2 \bar{x}'_{||} \end{aligned} \quad (27)$$

elde edilir.

$$b_{n\bar{q}_{||}} \left[\lambda_n(\bar{q}_{||}) - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \right] \frac{1}{\lambda_n(\bar{q}_{||})} = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \int d^2 \bar{x}'_{||} \varepsilon(\bar{x}'_{||}) E_3(\bar{x}'_{||}) E_{n\bar{q}_{||}}^{0*}(\bar{x}'_{||}) d^2 \bar{x}'_{||} \quad (28)$$

$$b_{n\bar{q}_{||}} = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \frac{\lambda_n(\bar{q}_{||})}{\lambda_n(\bar{q}_{||}) - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2} \int d^2 \bar{x}'_{||} \varepsilon(\bar{x}'_{||}) E_3(\bar{x}'_{||}) E_{n\bar{q}_{||}}^{0*}(\bar{x}'_{||}) d^2 \bar{x}'_{||} \quad (29)$$

Green Fonksiyonu tanımlayarak:

Denklem (15)'den $E_3(\bar{x}_{||}) = \sum_m \int_{B.z} \frac{d^2 \bar{k}_{||}}{(2\pi)^2} b_{m\bar{k}_{||}} E_{m\bar{k}_{||}}^0(\bar{x}_{||})$, $b_{m\bar{k}_{||}}$ 'yı yerleştirelim,

$$G(\bar{x}_{||}, \bar{x}'_{||}) = \sum_m \int_{B.z} \frac{d^2 \bar{k}_{||}}{(2\pi)^2} \frac{E_{m\bar{k}_{||}}^0(\bar{x}'_{||}) \lambda_m(\bar{k}_{||}) E_{m\bar{k}_{||}}^{0*}(\bar{x}_{||})}{\lambda_m(\bar{k}_{||}) - \left(\frac{\omega}{c} \right)^2} \quad (30)$$

Sonuç olarak,

$$E_3(\vec{x}_{//}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \int d^2 \vec{x}'_{//} G(\vec{x}_{//}, \vec{x}'_{//}) \delta \varepsilon(\vec{x}'_{//}) E_3(\vec{x}'_{//}) \quad (31)$$

Bu elde ettiğimiz denklem, katkı frekansları için çözülür. (31) denkleminin çözümü basitleştirmek için

$\delta \varepsilon(\vec{x}_{//}) = \Delta f(\vec{x}_{//})$, burada $f(\vec{x}_{//})$ verilmiş bir fonksiyon formu, Δ ise katkı dielektrik sabiti tanımlayan bir değişkendir. Bu oldukça geneldir ve fotonik kristal çalışmasındaki bütün katkı çeşitlerini ele alır. Bu durumda, özdeğer problemini

$$E_3(\vec{x}_{//}) = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \Delta \int d^2 \vec{x}'_{//} G(\vec{x}_{//}, \vec{x}'_{//}) f(\vec{x}'_{//}) E_3(\vec{x}'_{//}) \quad (32)$$

özdeğer Δ için, $\left(\frac{\omega}{c}\right)^2$ 'nin fonksiyonu olarak çözmek zorundayız. Bir band gapı

içindeki $\left(\frac{\omega}{c}\right)$ 'yi seçmeli, bu frekanstaki bir katkı modunu inceleyebilmek için gerekli olan Δ 'yı verir.

6. SONUÇLAR

Fotonik kristallerin alanı, katıhal fiziği ve elektromanyetizmin birleşimidir. Kristal yapılar, katıhal fiziğinin üyeleridir; fakat fotonik kristallerdeki elektronlar elektromanyetik dalgalar tarafından yenilenir.

Fotonik kristaller, optik sahada ve telekomünikasyonda kullanılırlar. Fotonik kristaller band boşlukları içerirler. Örneğin; aynalar, mikro boşluklar, dalga kılavuzları gibi. Bunlar bir çok alanda kullanılabilirler. Daha önceden mümkün görülmeyen mikro ölçüdeki yapılarla ışığın yönlendirilmesinde etkili olmamıza olanak sağlar [9].

Fotonik kristallerde bulunan boşluklar, optiksel ortamda ışığı oluşturmamızı sağlar [10]. Ayrıca, fotonik kristaller sayesinde materyallerin optiksel özellikleri kontrol edilebilir. Bu ışığın yayılımını engelleyen materyaller sayesinde ışık kontrol edilebilir.

Klasik ve quantum mekanikte, bir sistemin simetrilerinin o sistemin davranışı hakkında genel durumları tespit edebilmemizi sağladığını görürüz. Matematiksel analoji sonucunda da simetri bize elektromanyetik sistemlerin özelliklerini tanımlamamızda yardımcı olur.

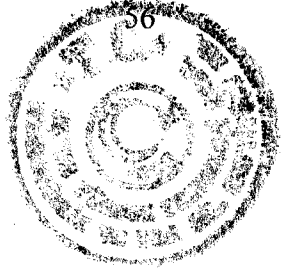
Bu tez çalışmasında, Fotonik Kristal Yapı incelenmiştir. Yapıda oluşabilecek kusurlar ele alınarak çalışma geliştirildi. Işık modlarının yerleşimine göre kusurları incelenebilir. Fotonik kristal, band gapından dolayı belirli frekanslardaki ışığı yansıtır. Örgüden bir çubuk ettirerek, yansıma duvarları tarafından etkin biçimde çevrelenmiş bir *çukur* oluştururuz. Çukur, band gaptaki bir modu desteklemek için uygun boyuta sahipse, o zaman ışık kaçamaz ve modu kusura tutturamayız.

Enerji bandlarının iki boyutta hesaplaması yapılmıştır. Hesaplama yapılırken, Makroskobik Maxwell denklemlerini dielektrik alana uyguluyoruz. Bu denklemler ise tek bir Hermityen diferansiyel denklem olarak çevrildi. Aynı işlemler kusurlu yapılar için de uygulandı. Sabitlenmiş dielektronik ortamın durumunu özelleştirdikten sonra, Maxwell denklemlerini lineer bir Hermityen özdeğer problemleri olarak çevrildi.

KAYNAKLAR

- [1] M.A. OMAR, Elementary Solid State Physics: Principles and Applications, Addison-Wesley Publishing Company (1993).
- [2] Prof.Dr. Tahsin Nuri Durlu, Katıhal Fiziğine Giriş, Ankara Üniversitesi
- [3] Charles KITTEL, Introduction to Solid State Physics: (1986).
- [4] Prof.Dr. Sami Gezci, Katıhal Fiziği, İTÜ
- [5] AnaBritannica Ansiklopedisi
- [6] John D. Joannopoulos, Robert D. Meade, Joshua N. Winn, Photonic Crystals: Molding the Flow of Light, Princeton University Pres (1995).
- [7] K.Sako da, Optical Properties of Photonic Crystals
- [8] D.L. Mills, Nonlinear Optics: (1975).
- [9] H. Ghiradella, Light and color on the Wing: Applied Optics (1991).
- [10] S.Y. Lin, Hietala and S.Lyo, Photonic Band Gap Quantum Well and Quantum Box Structures: A High-Resonant Cavity: (1996).

ÖZGEÇMİŞ



EĞİTİM BİLGİLERİ

- 2005- Halen Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü, Kocaeli
Yüksek Lisans / Fizik
- 2001-2002 Yıldız Teknik Üniversitesi, İstanbul
İnsan Kaynaklarını Geliştirme Merkezi
İngilizce Öğretmenlik Formasyonu
- 1997-2002 Fatih Üniversitesi, İstanbul
İngilizce / Fizik
- 2001 Maestro Eğitim Danışmanlık
Hızlı Okuma Kursu
- 2000-2001 Beyazıt Halk Kütüphanesi / Kültür Bakanlığı
Tezhip Kursu
- 2000 NLP / Kişisel Gelişim Eğitim Seminerleri
Dr. Ali Arslan
- 1991-1997 Eyüp Anadolu İmam Hatip Lisesi

KARİYERLERİ

- 2005 İstanbuluşum / İstanbul Şehircilik Projesi / Altın Madalya
- 1997-2002 Fatih Üniversitesi, İstanbul
İngilizce / Fizik
Bölüm Birinciliği
- 2000 Verimlilik Kulübü Başkan Yardımcılığı

İŞ DENEYİMİ

- 20/08/2003 Özel bir ilköğretim okulunda İngilizce Öğretmenliği
- 2002-2003 Özel bir dershanede Fizik Öğretmenliği