

T.C.

GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DUVARLARI KALINLIKLI VE EMPEDANS
ÖZELLİĞİ GÖSTEREN, DİELEKTRİK YÜKLÜ,
PARALEL LEVHALI BİR DALGA KLAVUZUNDAN
DÜZLEMSEL ELEKTROMAGNETİK DALGALARIN
KIRINIMI VE İŞİNIMI

134403

Yakup HAMEŞ
DOKTORA TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI
Prof. Dr. Alinur BÜYÜKAKSOY

134403

GEBZE

2003

Yakup HAMEŞ'in tez çalışması, G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 16/06/2003 tarih ve 2003/18 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE : Prof.Dr.Alinur BÜYÜKAKSOY
(Tez Danışmanı)



ÜYE : Prof.Dr.Ali ALKUMRU



ÜYE : Prof.Dr.Gökhan UZGÖREN



ÜYE : Prof.Dr.Tahir ALİYEV



ÜYE : Yrd.Doç.Dr.A.Arif ERGİN

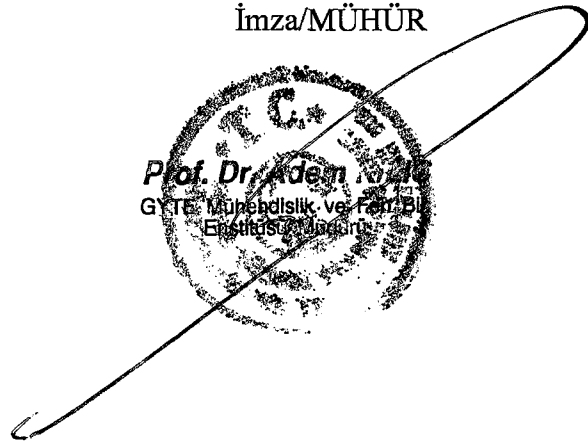


ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
08.07.2007 tarih ve 2003/18 sayılı kararı.

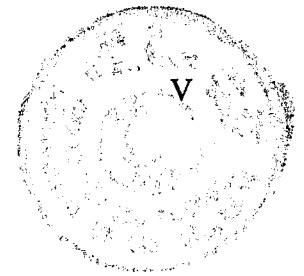
İmza/MÜHÜR

Prof. Dr. Adem Kaya
G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri
Enstitüsü Başkanı



ÖZET

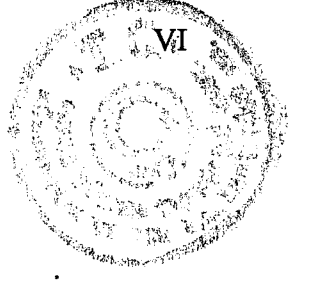
Duvarları kalınlıklı ve empedans özelliği gösteren, dielektrik yüklü paralel levhali bir dalga klavuzundan yüksek frekanslı E_z -polarizasyonuna sahip düzlemsel dalgaların kırınımı ve ışınlımı, mod uydurma yöntemi ile birlikte Fourier dönüşümü kullanılarak incelenmiştir. Çift yönlü görüntü ilkesi ile, orijinal problem basit iki çifte ayrılmış ve her bir özel sınır değer problemi, bu karışık metodla ikinci türden skaler Wiener-Hopf denklemi ile fomülüze edilmiştir. Her bir Wiener-Hopf denkleminin çözümü sonsuz boyutlu bir lineer cebirsel denklem sistemini sağlayan sonsuz sayıda bilinmeyen sabitler içerir. Bu lineer cebirsel denklem sisteminin sayısal çözümü, dielektrik sabiti, yüzey empedansı, yüzey kalınlığı ve düzlemler arası uzaklığın değişik değerleri için çözülüp bu parametrelerin kırınım ve ışınlım olaylarına etkileri incelenmiştir.



SUMMARY

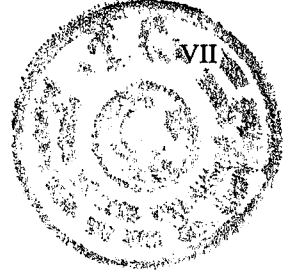
The high frequency diffraction and radiation of E_z -polarized plane waves by a dielectric loaded thick-walled parallel-plate impedance waveguide is investigated rigorously by using Fourier transform technique in conjunction with the mode-matching method. Relying upon the image bisection principle, the original problem is splitted up into two simpler ones and each individual boundary-value problem is formulated with this mixed method which gives rise to a scalar Wiener-Hopf equation of the second kind. The solution of each Wiener-Hopf equation contains infinitely many unknown constants satisfying an infinite system of linear algebraic equations. A numeric solution of this system is obtained for various values of the dielectric constant, plate impedances, plate thickness, and the distance between the plates through which the effect of these parameters on the diffraction and radiation phenomenons is studied.

TEŞEKKÜR



Bu tezin hazırlanması sırasında kıymetli yardımlarını benden esirgemeyen değerli hocam sayın Prof.Dr. Alinur Büyükaksoy'a ve katkılarından dolayı değerli arkadaşım Araş.Gör.İsmail Hakkı Tayyar' a sonsuz teşekkürlerimi sunarım.





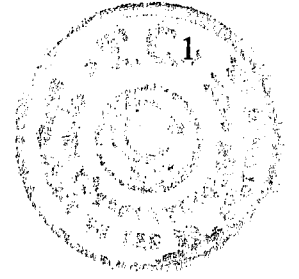
İÇİNDEKİLER DİZİNİ

ÖZET	IV
SUMMARY	V
TEŞEKKÜR	VI
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	VII
ŞEKİLLER DİZİNİ	VIII
1. GİRİŞ	1
1.1. Konu ve Önemi	1
1.2. Tezin Amacı ve İçeriği	3
1.3. Tezde Kullanılan Notasyon	4
2. KIRINIM PROBLEMİNİN FORMÜLASYONU VE ÇÖZÜMÜ	5
2.1. Problemin Formülasyonu	5
2.1.1. Çift Uyarma	6
2.2. Bilinmeyen Katsayıların Hesaplanması	13
2.3. Wiener-Hopf Problemine İndirgeme	15
2.4. Wiener-Hopf Probleminin Çözümü	15
2.5. Tek Uyarma	18
2.6. Kırınan Alanın Analizi	23
2.7. Kırınım İçin Sayısal Uygulamalar ve Sonuçlar	26
3. IŞINIM PROBLEMİNİN FORMÜLASYONU VE ÇÖZÜMÜ	31
3.1. Problemin Formülasyonu	31
3.2. Bilinmeyen Katsayıların Hesaplanması	45
3.3. Işınan Alanın Analizi	51
3.4. Işınım İçin Sayısal Uygulamalar ve Sonuçlar	53
4. SONUÇLAR VE GELECEĞE YÖNELİK ÇALIŞMALAR	58
KAYNAKLAR	60
ÖZGEÇMİŞ	62



ŞEKİLLER DİZİNİ

Şekil	Sayfa
2.1. Kırınım probleminin geometrisi	5
2.2.a. Çift uyarma	6
2.2.b. Tek uyarma	6
2.2.c. Çift uyarmanın eşdeğeri	6
2.2.d. Tek uyarmanın eşdeğeri	6
2.3. Kompleks α düzlemi	9
2.4. Yansıma sınırı	24
2.5. a 'nın değişik değerleri için kesim sayısının belirlenmesi	26
2.6. b 'nin değişik değerleri için kırınan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi	26
2.7. Farklı ϵ_{r1} değerleri için kırınan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi	27
2.8. Farklı ϵ_{r2} değerleri için kırınan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi	27
2.9. Farklı η_1 değerleri için kırınan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi	28
2.10. Farklı η_2 değerleri için kırınan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi	28
2.11. Farklı η_3 değerleri için kırınan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi	29
2.12. $\epsilon_{r1}=\epsilon_{r2}$ durumu için kırınan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi	29
3.1. Işınım probleminin geometrisi	30
3.2. $\tan x=Ax$, $\cot x=-Ax$ denklemlerinin grafik çözümü	32
3.3. Farklı a değerleri için kesim sayısının belirlenmesi	53
3.4. Farklı b değerleri için ışıyan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi	53
3.5. Farklı ϵ_{r1} değerleri için ışıyan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi	54
3.6. Farklı ϵ_{r2} değerleri için ışıyan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi	54
3.7. Farklı η_1 değerleri için ışıyan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi	55
3.8. Farklı η_2 değerleri için ışıyan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi	55
3.9. Farklı η_3 değerleri için ışıyan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi	56
3.10. $\epsilon_{r1}=\epsilon_{r2}$ durumu için ışıyan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi	56



1.GİRİŞ

1.1.Konu ve Önemi

Paralel yarım düzlem sistemlerinden düzlemsel akustik veya elektromagnetik dalgaların kırınımı ve ışınlımı, kırınım teorisinde önemli bir yer tuttuğu ve çeşitli mühendislik uygulamaları ile ilgili olduğu için bir çok araştırmaya konu olmuştur. Paralel yarım düzlem sistemlerinden kırınım ve ışınlım için, genellikle Fourier dönüşüm tekniği kullanılarak çözüm bir matris Wiener-Hopf denklemine indirgenir. Matris Wiener-Hopf denkleminin çözümü için genel bir yöntem yoktur. Sadece bazı özel haller için özel teknikler kullanılarak çekirdek matrislerin Wiener-Hopf faktörizasyonu yapılabilmektedir.

Paralel yarım düzlem sistemleri bağlamında, plaka kalınlıklarının ihmal edilebilir derecede ince olduğu, mükemmel iletken, açık uçlu, paralel yarım düzlem dalga kılavuzundan ışınlımı, [Weinstein, 1969] çözümü bir integral denkleme dönüştürerek incelemiştir. [Mittra and Lee, 1971] sonsuz ince kalınlıklı mükemmel iletken, açık uçlu paralel yarım düzlem dalga kılavuzundan ışınlımı ve kırınımı Wiener-Hopf tekniğini kullanarak çözmüşlerdir.

Sonsuz geniş bir empedans düzlemi ile buna paralel olarak yerleştirilmiş, alt ve üst yüzeyleri farklı empedans özelliği gösteren bir yarım düzlemde oluşmuş paralel plakalı bir dalga kılavuzundan ışınlım problemini, empedansla yüklenmiş horn anten ve yüzey dalga fırlatıcısı gibi iki önemli anten tipi olarak ele alan [Rulf and Hurd, 1978] alt ve üst yüzeylerin empedanslarının $Z_1 + Z_2 = 0$ koşulunu sağladıkları özel hal için bir skaler Wiener-Hopf denklemine indirgeyerek çözmüşlerdir. [Büyükkaksoy and Birbir, 1998] aynı problemi tekrar ele alıp $Z_1 + Z_2 \neq 0$ hali için mod uydurma yöntemiyle birlikte Wiener-Hopf tekniğini kullanarak genelleştirmişlerdir.

Kaşılıklı olarak yerleştirilmiş yarı sonsuz ve paralel mükemmel iletken yapıyı [Abrahams, 1987] ve [Abrahams and Wickham, 1991] ele almışlardır. Daha sonra problemi [Topsakal et al, 1994] önce matris Wiener-Hopf denklemine indirgeyerek sonrada, [Idemen, 1979] tarafından ve bunlardan bağımsız olarak da [Abrahams and



Wickham, 1991] tarafından geliştirilen "zayıf faktörizasyon yöntemini" kullanarak çözmüşlerdir.

Kaşılıklı olarak yerleştirilmiş yarı sonsuz ve paralel mükemmel iletken yapıyı, dalga kılavuzu bölgesi farklı iki dielektrikle dolu durum için [Büyükaksoy et al, 2001] sınır değer problemini iki adet birbiriyle bağımsız modifiye Wiener-Hopf denklemine doğrudan indirgeyerek ele almışlar ve dielektriğin etkisini incelemişlerdir.

Fakat pratikte dalga kılavuzunun plakaları sonsuz ince olmayıp belirli bir kalığa sahiptir. Aynı zamanda mükemmel iletken yüzeyler de tam mükemmel olmayıp belirli bir empedansa sahiptir. Hem sonlu kalınlıklı, hem de en genel halde yatay ve dikey yüzeylerin empedanslarının biribirinden farklı olduğu durumdaki dalga kılavuzundan düzlemsel elektromagnetik dalgaların kırınımını; duvar kalınlıklarının yüzey empedanslarının kırınım olayına etkilerini [Büyükaksoy and Polat, 1998] incelemişlerdir. Bu incelemede karma bir yöntem olan mod uydurma metoduyla birlikte Wiener-Hopf tekniğini kullanmışlardır. [Birbir and Büyükaksoy, 1999] tarafından, kaşılıklı olarak yerleştirilmiş yarı sonsuz ve paralel, kalınlıklı empedans düzlemleri şeklindeki yapıyı, ele almış ve sınır değer problemini [Büyükaksoy and Polat, 1998]'deki yöntemi kullanıp birbiriyle bağımsız modifiye Wiener-Hopf denklem çiftine dönüştürerek çözmüşlerdir. Yine [Birbir and Büyükaksoy, 2000] açık uçlu bir dalga kılavuzunun mükemmel iletken olan paralel plakalarının sadece dalga kılavuzu ağzından itibaren $-\ell$ kadar geride kırışık yüzeylerin oluşturduğu yüzey empedanslarını incelemişlerdir. Bunlardan başka, [Alkumru, 1998] kalınlıklı, üç paralel yarım düzlemden, düzlemsel elektromanyetik dalgaların kırınımını yine [Büyükaksoy and Polat, 1998]'deki yöntemi kullanarak incelemiştir.

Bu çalışmada iki parçalı dielektrik materyal ile dolu, duvarları kalınlıklı, empedans özelliği gösteren paralel düzlem dalga kılavuzundan E_z -polarize düzlemsel bir elektromagnetik dalganın kırınımı ve ışınlımı mod uydurma yöntemiyle birlikte Wiener-Hopf tekniği kullanılarak analiz edilecektir. Dielektrik yük katkısı Wiener-Hopf probleminin çözümünde karşılaşılan çekidek fonksiyonunun faktörizasyonunu matematiksel açıdan oldukça zorlaştırmaktadır. Klasik Fourier dönüşüm tekniğinin kullanılması, bilinen yöntemlerle çözülemeyen modifiye matris Wiener-Hopf denklemine yol açmak-

3

tadır. Bu çalışmada alternatif formülasyon yöntemi olarak [Büyükkaksoy and Polat, 1998]'de bahsedilen yöntem kullanılacaktır. Böylece sonuçtaki modifiye Wiener-Hopf denklemleri ayrıştırılmış olacaktır. Yapının simetriye haiz olmasından dolayı kırınım probleminde çift yönlü görüntü prensibi kullanılmış ve orijinal problem çift ve tek uyarımlara ayrılmıştır. Dalga kılavuzu bölgesinde saçılan alan normal mod serilerine açılmış ve diğer yerlerde Fourier dönüşüm tekniği kullanılmıştır. Böylece, her bir uyarım için standart yöntemlerle çözülebilen ikinci türden skaler modifiye Wiener-Hopf denklemi elde edilir. Her bir eşitlik için çözüm sonsuz lineer cebirsel denklem sistemini sağlayan sonsuz sayıda bilinmeyen sabitler içerir. Bu lineer cebirsel denklem sisteminin sayısal çözümü, dielektrik sabiti, yüzey empedansı, yüzey kalınlığı ve düzlemler arası uzaklığın değişik değerleri için çözülüp bu parametrelerin kırınım ve ışıınım olaylarına etkileri incelenmiştir.

1.2. Tezin Amacı ve İçeriği

Bu çalışmada amaç, elektromagnetik dalgaların dielektrik yüklü paralel levhali bir dalga kılavuzundan kırınımını ve ışıınımını, analitik yöntemlerle çözmek ve dalga kılavuzunun dielektrik sabiti, yüzey empedansı, yüzey kalınlığı ve düzlemler arası uzaklığın değişik değerlerinin kırınımına ve ışıınımına etkilerini incelemektir.

İkinci bölümde kırınım probleminin formülasyonu, problem tek ve çift uyarımlara ayrılarak yapılmış ve Wiener-Hopf tekniği ile birlikte mod uydurma yöntemi kullanılarak ikinci tür bir modifiye Wiener-Hopf denklemi elde edilmiştir. Çözüm sonsuz sayıda bilinmeyen sabitler içeren lineer cebirsel denklem sistemine indirgenmiştir. Bu lineer cebirsel denklem sisteminin sayısal çözümü elde edilerek, dielektrik sabiti, yüzey empedansı, yüzey kalınlığı ve düzlemler arası uzaklığın değişik değerleri için çözülüp bu parametrelerin kırınan alana etkileri incelenmiştir.

Üçüncü bölümde ışıınım probleminin formülasyonu problemi tek ve çift uyarımlara ayırmaksızın yapılmış, yine Wiener-Hopf tekniği ile birlikte mod uydurma yöntemi kullanılarak ikinci tür bir modifiye Wiener-Hopf denklemi elde edilmiştir. Benzer şekilde çözüm sonsuz sayıda bilinmeyen sabitler içeren lineer cebirsel denklem sistemine indirgenmiş ve bu lineer cebirsel denklem sisteminin sayısal çözümü elde edilerek,

dielektrik sabiti, yüzey empedansı, yüzey kalınlığı ve düzlemler arası uzaklığın değişik değerleri için çözülüp bu parametrelerin ışınan alana etkileri incelenmiştir.

Tezin dördüncü bölümünde ise elde edilen sonuçlar tartışılmış ve gelecekteki çalışmaların neler olması gerektiği ifade edilmiştir.

1.3. Tezde Kullanılan Notasyon

Bu tezin hazırlanmasında uluslararası literatürde yaygın bir şekilde kullanılan notasyon kullanılmıştır. Tez içerisinde toplam dalga (T), gelen dalga (i), yansıyan dalga (r) indisleri ile ifade edilmiş ve uzayın herhangi bir noktası kartezyen koordinatlar sisteminde (x, y) ile, kutupsal koordinatlar sisteminde (ρ, ϕ) ile gösterilmiştir.

Ele alınan alanlar hep sabit ω -açısal frekansa sahip monokromatik alanlar olup, bunlara ilişkin bütün terimlerin zamanla sinüzoidal olarak değiştiği ve zaman çarpanının $e^{-i\omega t}$ şeklinde olduğu varsayılmaktadır. Bu çarpan hiç bir yerde açıkça yazılmayacaktır. Ayrıca kompleks büyüklüklerin reel kısımları $\Re(\cdot)$ ve sanal kısımları $\Im(\cdot)$ ile gösterilecektir. Örneğin,

$$z = \Re(z) + i\Im(z) \quad (1.1)$$

yazılacaktır.

Tezde yaygın olarak kullanılan Fourier dönüşümü,

$$F(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)e^{i\alpha x} dx \quad (1.2a)$$

şeklinde, bu dönüşümün tersi olan ters fourier dönüşümü de

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\alpha)e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (1.2b)$$

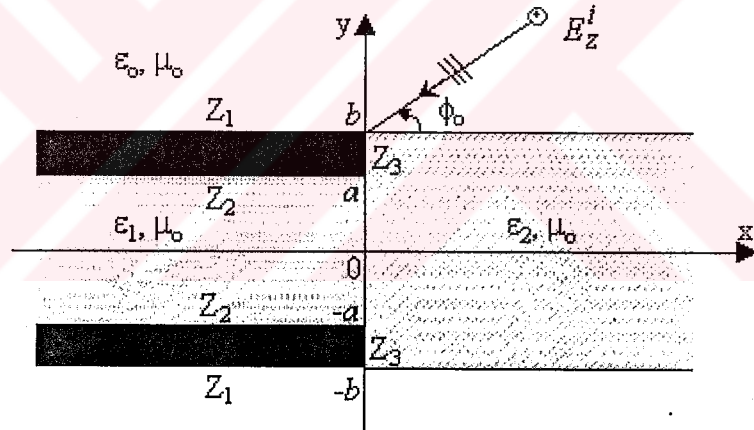
olarak tanımlanmıştır.



2.KIRINIM PROBLEMİNİN FORMÜLASYONU VE ÇÖZÜMÜ

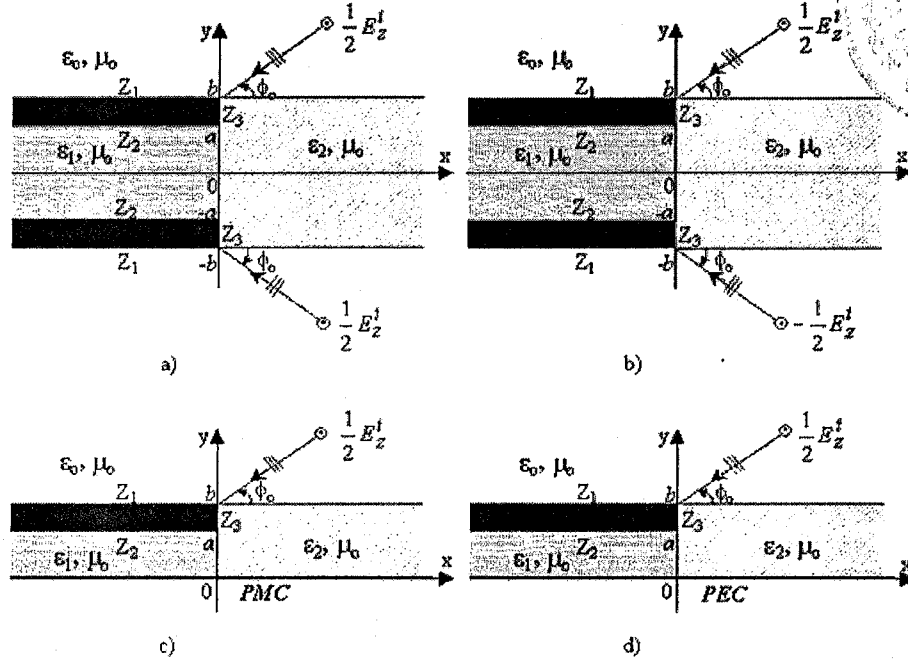
2.1.Problemin Fomülasyonu

Aşağıdaki şekilde tanımlanmış yarı sonsuz kalınlıklı paralel empedans düzlemlerinden E_z polarize düzlemsel dalganın kırınımını ele alalım. Geometriyi, S_1 ve S_2 yüzeyleri ile $S_1 = \{x, y, z; x \in (-\infty, 0), y \in (a, b), z \in (-\infty, \infty)\}$ ve $S_2 = \{x, y, z; x \in (-\infty, 0), y \in (-a, -b), z \in (-\infty, \infty)\}$ olarak tanımlayabiliriz. Z_0 serbest uzayın karakteristik empedansı olmak üzere, $y = \pm b, x < 0$ ile $y = \pm a, x < 0$ yatay düzlemlerin yüzey empedansları sırasıyla $Z_1 = \eta_1 Z_0$ ve $Z_2 = \eta_2 Z_0$, ve $x = 0, y \in (a, b)$ ile $x = 0, y \in (-b, -a)$ düşey düzlemlerin yüzey empedansları $Z_3 = \eta_3 Z_0$ olarak belirtilmiştir (Şekil 2.1).



Şekil 2.1. Kırınım probleminin geometrisi.

Kırınan alanı elde etmek için, gelen dalgayı Şekil 2.2'deki gibi çift ve tek simetrik uyarımlara ayırabiliriz. Bu işlem çift yönlü görüntü prensibine dayanır. Şekil 2.2'de çift ve tek uyarımlar ve bunların eşdeğerleri gösterilmiştir. Şekil 2.2a çift (simetrik) uyarımayı, Şekil 2.2b ise tek (asimetrik) uyarımayı, sırasıyla Şekil 2.2c ve Şekil 2.2d ise bunların eşdeğerlerini göstermektedir.



Şekil 2.2.a)Çift uyarma, b)Tek uyarma, c)Çift uyarmanın eşdeğeri, d)Tek uyarmanın eşdeğeri.

2.1.1.Çift Uyarma

Çift uyarmanın eşdeğerini gösteren Şekil 2.2c'deki yapıyı ele alalım. Bu durumda alan $y=0$ düzlemine simetrik olduğundan toplam elektrik alanının y 'ye göre türevi $y = 0, x \in (-\infty, \infty)$ için sıfır olmalıdır. Toplam alan aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$u_T^{(e)}(x, y) = \begin{cases} u^i + u^r + u_1^{(e)} & , \quad y > b \\ u_2^{(e)} & , \quad 0 < y < a, \quad x < 0 \\ u_3^{(e)} & , \quad 0 < y < b, \quad x > 0 \end{cases} \quad (2.1a)$$

$$E_z^i = u^i(x, y) = \exp \{ -ik_0 (x \cos \phi_o + y \sin \phi_o) \} \quad (2.1b)$$

u^r gösterimi $y = b$ düzleminden yansıyan alan anlamına gelmektedir. Yani,

$$u^r(x, y) = \frac{\eta_1 \sin \phi_o - 1}{\eta_1 \sin \phi_o + 1} \exp \{ -ik_0 [x \cos \phi_o - (y - 2b) \sin \phi_o] \} \quad (2.1c)$$

olup burada k_0 küçük bir pozitif sanal kısma sahip olduğu kabul edilen serbest uzayın

dalga sayısıdır ve μ_o serbest uzayın manyetik geçirgenliği, ε_o serbest uzayın elektriksel iletkenliği olmak üzere, $k_0 = \omega \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ olarak tanımlanmıştır. Kayıpsız durum analizin sonunda $\Im m(k_0) \rightarrow 0$ yapılarak elde edilebilir. $\varepsilon_{1,2}$ sırasıyla birinci ve ikinci dielektriğin elektriksel iletkenlik katsayılarını; k_0, k_1, k_2 sırasıyla boşluğun ,birinci ve ikinci dielektriğin dalga sayılarını göstermektedir.

$u_j^{(e)}(x, y); (j = 1, 2, 3)$ Helmholtz denklemini aşağıda gösterildiği gibi:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + k_{0,1,2}^2 \right) u_j^{(e)}(x, y) = 0 \quad (2.1d)$$

şeklinde sağlar. Burada, ε_1 ve ε_2 $x < 0, y \in (-a, a)$ ve $x > 0, y \in (-b, b)$ bölgesinde dielektrik geçirgenliği olmak üzere, k_1 ve k_2 sırasıyla $k_1 = \omega \sqrt{\varepsilon_1 \mu_0}$ ve $k_2 = \omega \sqrt{\varepsilon_2 \mu_0}$ şeklinde olmak üzere birinci ve ikinci dielektriğin dalga sayılarıdır. $u_j^{(e)}(x, y), j = 1, 2, 3$, alanlarını aşağıdaki sınır ve süreklilik koşulları yardımıyla belirleyebiliriz.

$$\left(1 + \frac{\eta_1}{ik_0} \frac{\partial}{\partial y} \right) u_1^{(e)}(x, b) = 0 \quad , \quad x < 0 \quad (2.2a)$$

$$\left(1 - \frac{\eta_2}{ik_1} \frac{\partial}{\partial y} \right) u_2^{(e)}(x, a) = 0 \quad , \quad x < 0 \quad (2.2b)$$

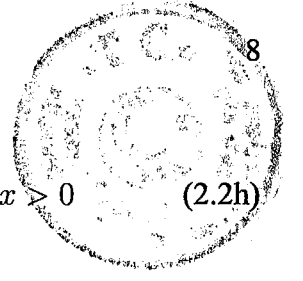
$$\frac{\partial}{\partial y} u_2^{(e)}(x, 0) = 0 \quad , \quad x < 0 \quad (2.2c)$$

$$\left(1 + \frac{\eta_3}{ik_2} \frac{\partial}{\partial x} \right) u_3^{(e)}(0, y) = 0, \quad y \in (a, b) \quad (2.2d)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} u_3^{(e)}(x, 0) = 0 \quad , \quad x > 0 \quad (2.2e)$$

$$u_2^{(e)}(0, y) = u_3^{(e)}(0, y) \quad , \quad 0 < y < a \quad (2.2f)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} u_2^{(e)}(0, y) = \frac{\partial}{\partial x} u_3^{(e)}(0, y) \quad , \quad 0 < y < a \quad (2.2g)$$



$$u_1^{(e)}(x, b) + u^i(x, b) + u_r(x, b) = u_3^{(e)}(x, b), \quad x > 0 \quad (2.2h)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} u_1^{(e)}(x, b) + \frac{\partial}{\partial y} u^i(x, b) + \frac{\partial}{\partial y} u_r(x, b) = \frac{\partial}{\partial y} u_3^{(e)}(x, b), \quad x > 0 \quad (2.2i)$$

$$u_1^{(e)}(x, b) - u_3^{(e)}(x, b) = -\frac{2\eta_1 \sin \phi_o}{1 + \eta_1 \sin \phi_o} e^{-ik_0 b \sin \phi_o} e^{-ik_0 x \cos \phi_o}, \quad x > 0 \quad (2.2j)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} u_1^{(e)}(x, b) - \frac{\partial}{\partial y} u_3^{(e)}(x, b) = \frac{2ik_0 \sin \phi_o}{1 + \eta_1 \sin \phi_o} e^{-ik_0 b \sin \phi_o} e^{-ik_0 x \cos \phi_o}, \quad x > 0 \quad (2.2k)$$

$u_1^{(e)}(x, y)$ $x \in (-\infty, \infty)$ aralığında Helmholtz denklemini sağladığı için x 'e göre Fourier dönüşümü:

$$F_{\pm}^{(e)}(\alpha, y) = \pm \int_0^{\pm\infty} u_1^{(e)}(x, y) e^{i\alpha x} dx \quad (2.3a)$$

ve

$$F^{(e)}(\alpha, y) = F_+^{(e)}(\alpha, y) + F_-^{(e)}(\alpha, y) \quad (2.3b)$$

olmak üzere,

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + (k_0^2 - \alpha^2) \right] F^{(e)}(\alpha, y) = 0 \quad (2.3c)$$

şelindedir. $u_1^{(e)}$ 'in $x \rightarrow \pm\infty$ için

$$u_1^{(e)}(x, y) = \begin{cases} O\left(\frac{e^{-ik_0 x}}{\sqrt{x}}\right), & x \rightarrow -\infty \\ O\left(e^{-ik_0 x \cos \phi_o}\right), & x \rightarrow \infty \end{cases} \quad (2.4)$$

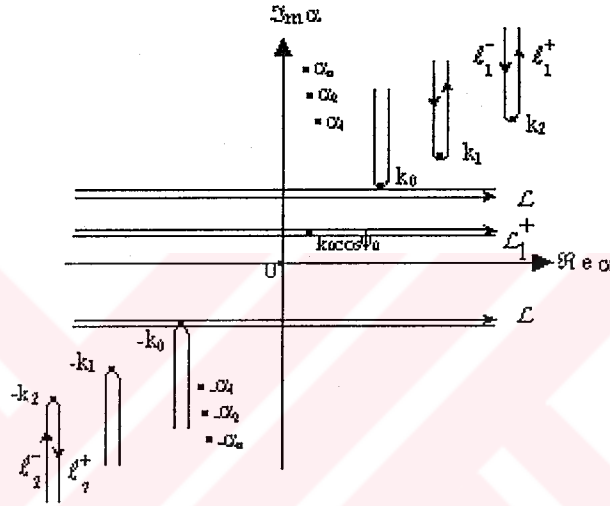
şeklindeki asimptotik davranışını da dikkate alarak $F_+^{(e)}(\alpha, y)$ fonksiyonu $\Im m(\alpha) > \Im m(k_0 \cos \phi_o)$ üst yarı düzleminde ve $F_-^{(e)}(\alpha, y)$ fonksiyonu $\Im m(\alpha) < \Im m(k_0)$ alt yarı düzleminde α 'nın regüler fonksiyonlarıdır. (2.3c)'nin $y \rightarrow \infty$ için radyasyon koşuluna uyan genel çözümü şöyledir:

$$F_+^{(e)}(\alpha, y) + F_-^{(e)}(\alpha, y) = A^{(e)}(\alpha) e^{iK_0(\alpha)(y-b)} \quad (2.5a)$$

Burada $K_0(\alpha)$

$$K_0(\alpha) = \sqrt{k_0^2 - \alpha^2} \quad (2.5b)$$

şeklinde alınacaktır. $K_0(\alpha) = \sqrt{k_0^2 - \alpha^2}$ karekök fonksiyonu $\alpha = k_0$ 'dan $\alpha = k_0 + i\infty$ 'a ve $\alpha = -k_0$ 'dan $\alpha = -k_0 - i\infty$ 'a kesilen kompleks- α düzleminde tanımlı olup $K_0(0) = k_0$ 'dır (Şekil 2.3).



Şekil 2.3. Kompleks α düzlemi.

(2.2a) denklemi Fourier dönüşüm domeninde şu şekli alır:

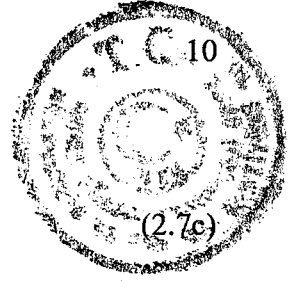
$$F_-^{(e)}(\alpha, b) + \frac{\eta_1}{ik_0} \dot{F}_-^{(e)}(\alpha, b) = 0 \quad (2.6)$$

burada nokta $(\cdot)$ gösterimi y 'ye göre türevi ifade eder. (2.5a) denkleminin y 'ye göre türevini alır ve (2.6) denklemini de kullanırsak,

$$R_+^{(e)}(\alpha) = \frac{K_0(\alpha)}{k_0 \chi(\alpha)} A^{(e)}(\alpha) \quad (2.7a)$$

eşitliğini elde ederiz. Burada

$$R_+^{(e)}(\alpha) = F_+^{(e)}(\alpha, b) + \frac{\eta_1}{ik_0} \dot{F}_+^{(e)}(\alpha, b) \quad (2.7b)$$



ve

$$\chi(\alpha) = \left[\eta_1 + \frac{k_0}{K_0(\alpha)} \right]^{-1} \quad (2.7c)$$

dir. Diğer yandan $0 < y < b$ ile $x > 0$ bölgesinde $u_3^{(e)}(x, y)$ de Helmholtz denklemini sağlar.

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_2^2 \right] u_3^{(e)}(x, y) = 0 \quad (2.8)$$

(2.8)'in fourier dönüşümünden

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + K_2^2(\alpha) \right] G_+^{(e)}(\alpha, y) = f^{(e)}(y) + \alpha g^{(e)}(y) \quad (2.9a)$$

elde edilir. Burada:

$$f^{(e)}(y) = \frac{\partial}{\partial x} u_3^{(e)}(0, y), \quad (2.9b)$$

$$g^{(e)}(y) = -i u_3^{(e)}(0, y) \quad (2.9c)$$

ve

$$K_2(\alpha) = \sqrt{k_2^2 - \alpha^2} \quad (2.9d)$$

olup $G_+^{(e)}(\alpha, y)$ fonksiyonu,

$$G_+^{(e)}(\alpha, y) = \int_0^\infty u_3^{(e)}(x, y) e^{i\alpha x} dx \quad (2.10)$$

ile tanımlanır ve $\Im m(\alpha) > \Im m(-k_2)$ yarım düzleminde regülerdir. (2.9a) denkleminin $y = 0$ 'da Neumann sınır koşuluna uyan genel çözümü:

$$G_+^{(e)}(\alpha, y) = B^{(e)}(\alpha) \cos [K_2(\alpha) y] + \frac{1}{K_2(\alpha)} \int_0^y [f^{(e)}(t) + \alpha g^{(e)}(t)] \sin [K_2(\alpha) (y - t)] dt \quad (2.11)$$

'dir. (2.2j) eşitliği $\left(-\frac{\eta_1}{ik_0}\right)$ ile çarpılıp, (2.2k) ile birleştirilirse,



$$u_1^{(e)}(x, b) + \frac{\eta_1}{ik_0} \frac{\partial}{\partial y} u_1^{(e)}(x, b) = u_3^{(e)}(x, b) + \frac{\eta_1}{ik_0} \frac{\partial}{\partial y} u_3^{(e)}(x, b) \quad (2.12a)$$

elde edilir. Eşitliğin sol tarafına daha önce $R_+^{(e)}(\alpha)$ demiştik. Böylece,

$$R_+^{(e)}(\alpha) = G_+^{(e)}(\alpha, b) + \frac{\eta_1}{ik_0} \dot{G}_+^{(e)}(\alpha, b) \quad (2.12b)$$

olur ve $B^{(e)}(\alpha)$ tekil olarak çözülebilir.

$$M^{(e)}(\alpha) = \cos[K_2(\alpha)b] - \frac{\eta_1}{ik_0} K_2(\alpha) \sin[K_2(\alpha)b] \quad (2.13a)$$

olmak üzere,

$$M^{(e)}(\alpha) B^{(e)}(\alpha) = R_+^{(e)}(\alpha) - \int_0^b [f^{(e)}(t) + \alpha g^{(e)}(t)] \times \left[\frac{\sin[K_2(\alpha)(b-t)]}{K_2(\alpha)} + \frac{\eta_1}{ik_0} \cos[K_2(\alpha)(b-t)] \right] dt \quad (2.13b)$$

eşitliği elde edilir. (2.13b)'yi (2.11)'de yerine koyarsak,

$$G_+^{(e)}(\alpha, y) = \frac{\cos[K_2(\alpha)y]}{M^{(e)}(\alpha)} \left\{ R_+^{(e)}(\alpha) - \int_0^b [f^{(e)}(t) + \alpha g^{(e)}(t)] \left[\frac{\sin[K_2(\alpha)(b-t)]}{K_2(\alpha)} + \frac{\eta_1}{ik_0} \cos[K_2(\alpha)(b-t)] \right] dt \right\} + \frac{1}{K_2(\alpha)} \int_0^y [f^{(e)}(t) + \alpha g^{(e)}(t)] \sin[K_2(\alpha)(y-t)] dt \quad (2.14)$$

eşitliğini elde ederiz. (2.14) eşitliğinin sol tarafı $\Im m(\alpha) > \Im m(-k_2)$ yarım düzleminde regüler olmasına rağmen sağ tarafının regülerliği $M^{(e)}(\alpha)$ 'nın sıfırlarında basit kutup bulunmasıyla bozulur, yani $\alpha = \alpha_m^e$ 'de

$$M^{(e)}(\alpha_m^e) = 0, \quad \Im m(\alpha_m^e) > \Im m(k_2), \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (2.15)$$

olur. $\alpha = \alpha_m$ 'lerdeki sıfırlarında (2.14) eşitliğindeki yaylı parantezin içi de sıfır olmalıdır. Böylece,

$$R_+^{(e)}(\alpha_m^e) = \frac{\sin[K_{2m}^e b]}{2K_{2m}^e} \left[1 - \frac{\eta_1^2}{k_0^2} (K_{2m}^e)^2 \right] v_m^e [f_m^e + \alpha_m^e g_m^e] \quad (2.16a)$$

elde edilir. Burada K_{2m}^e , v_m^e , f_m^e ve g_m^e aşağıdaki gibidir:

$$K_{2m}^e = K(\alpha_m^e) \quad (2.16b)$$

$$v_m^e = b + \frac{\eta_1}{ik_0} \sin^2[K_{2m}^e b] \quad (2.16c)$$

ve

$$\begin{bmatrix} f_m^e \\ g_m^e \end{bmatrix} = \frac{2}{v_m^e} \int_0^b \begin{bmatrix} f^{(e)}(t) \\ g^{(e)}(t) \end{bmatrix} \cos[K_{2m}^e t] dt. \quad (2.16d)$$

Burada normun karesi olan $\frac{2}{v_m^e}$ ifadesi $\cos[K_{2m}^e y]$ öz fonksiyonu ile ilgili olduğundan pozitif olmalıdır. $\Im m(k_0) \rightarrow 0$ iken $\Im m(\eta_1) > -\frac{k_0 b}{\sin^2[K_{2m}^e b]}$ ve $\Re e(\eta_1) = 0$ ise bu şart sağlanır.

2.2.Bilinmeyen Katsayıların Hesaplanması

$x \in (-\infty, 0)$, $y \in (0, a)$ bölgesinde toplam alanı Fourier kosinüs serisi olarak aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$u_2^{(e)}(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n^e \cos[\xi_n^e y] e^{-i\beta_n^e x} \quad (2.17a)$$

burada,

$$\cos[\xi_n^e a] + \frac{\eta_2}{ik_1} \xi_n^e \sin[\xi_n^e a] = 0, \quad n = 1, 2, \dots \quad (2.17b)$$

olup,

$$\beta_n^e = \sqrt{k_1^2 - (\xi_n^e)^2} \quad (2.17c)$$

dir. (2.2f), (2.2g) süreklilik denklemleri ve (2.9b), (2.9c) eşitlikleri yardımıyla

$$\frac{\partial}{\partial x} u_2^{(e)}(0, y) = f^{(e)}(y), \quad 0 < y < a \quad (2.18a)$$

ve

$$u_2^{(e)}(0, y) = ig^{(e)}(y), \quad 0 < y < a \quad (2.18b)$$

elde edilir. (2.2f), (2.2g) süreklilik bağıntıları ve (2.2d) sınır koşulu ile

$$\left(1 + \frac{\eta_3}{ik_2} \frac{\partial}{\partial x}\right) u_3^{(e)}(0, y) = \begin{cases} \left(1 + \frac{\eta_3}{ik_2} \frac{\partial}{\partial x}\right) u_2^{(e)}(0, y), & 0 < y < a \\ 0, & a < y < b \end{cases} \quad (2.19)$$

yazılabilir. Buradan,

$$\frac{\eta_3}{ik_2} f^{(e)}(y) + ig^{(e)}(y) = \begin{cases} \left(1 + \frac{\eta_3}{ik_2} \frac{\partial}{\partial x}\right) u_2^{(e)}(0, y), & 0 < y < a \\ 0, & a < y < b \end{cases} \quad (2.20)$$

elde edilir. (2.16d)'nin hesaba katılmasıyla, $f^{(e)}(y)$ ve $g^{(e)}(y)$ aşağıdaki tam ortogonal fonksiyon grubu olarak ifade edilebilir:

$$\begin{bmatrix} f^{(e)}(y) \\ g^{(e)}(y) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} f_m^e \\ g_m^e \end{bmatrix} \cos [K_{2m}^e y] \quad (2.21)$$

(2.17a) ve (2.21)'i (2.18a,b) ve (2.20)'de yerine koyarsak,

$$\sum_{m=1}^{\infty} [f_m^e] \cos [K_{2m}^e y] = -i \sum_{n=1}^{\infty} c_n^e \beta_n^e \cos [\xi_n^e y], \quad 0 < y < a \quad (2.22)$$

ve

$$i \sum_{m=1}^{\infty} \left[g_m^e - \frac{\eta_3}{k_2} f_m^e \right] \cos [K_{2m}^e y] = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} c_n^e \left(1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_n^e \right) \cos [\xi_n^e y], & 0 < y < a \\ 0, & a < y < b \end{cases} \quad (2.23)$$

eşitliklerini elde ederiz. (2.22) nolu eşitliğin her iki tarafını $\cos [\xi_\ell^e y]$ ile çarpıp $y = 0$ dan $y = a$ ya kadar integral alırsak

$$\mu_\ell^e = a - \frac{\eta_2}{ik_1} \sin^2 [\xi_\ell^e a], \quad (2.24a)$$

$$\Omega_m^e = \cos [K_{2m}^e a] + \frac{\eta_2}{ik_1} K_{2m}^e \sin [K_{2m}^e a] \quad (2.24b)$$

ve

$$v_{m\ell}^e = (K_{2m}^e)^2 - (\xi_\ell^e)^2 \quad (2.24c)$$

olmak üzere

$$c_\ell^{(e)} = -\frac{2i\xi_\ell^e}{\beta_\ell^e \mu_\ell^e} \sin [\xi_\ell^e a] \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Omega_m^e}{v_{m\ell}^e} f_m^e, \quad \ell = 1, 2, \dots \quad (2.24d)$$

eşitliğini elde ederiz. Benzer şekilde (2.23) eşitliğinin her iki tarafı $\cos [K_{2m}^e y]$ ile çarpıp $y = 0$ dan $y = b$ ye kadar integral alınırsa

$$v_\ell^e = b + \frac{\eta_1}{ik_0} \sin^2 [K_{2\ell}^e b] \quad (2.25a)$$

olmak üzere,

$$g_\ell^e - \frac{\eta_3}{k_2} f_\ell^e = \frac{2i\Omega_\ell^e}{v_\ell^e} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\xi_n^e \sin[\xi_n^e a] (1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_n^e)}{v_{\ell n}^e} c_n, \quad \ell = 1, 2, \dots \quad (2.25b)$$

elede edilir.

2.3. Wiener-Hopf Problemine İndirgeme

Şimdi de (2.2k)'daki süreklilik bağıntısını Fourier dönüşüm domeninde ele alalım.

$$F_+^{(e)}(\alpha, b) - G_+^{(e)}(\alpha, b) = \frac{2ik_0 \sin \phi_o}{1 + \eta_1 \sin \phi_o} \frac{e^{-ik_0 b \sin \phi_o}}{\alpha - k_0 \cos \phi_o} \quad (2.26a)$$

Bu ifadede (5a), (7a), (14) bağıntılarını kullanırsak,

$$ik_0 \frac{\chi(\alpha)}{M^{(e)}(\alpha) N^{(e)}(\alpha)} R_+^{(e)}(\alpha) - \dot{F}_-^{(e)}(\alpha, b) = - \frac{2k_0 \sin \phi_o}{1 + \eta_1 \sin \phi_o} \frac{e^{-ik_0 b \sin \phi_o}}{\alpha - k_0 \cos \phi_o} + \frac{1}{M^{(e)}(\alpha)} \int_0^b [f^e(t) + \alpha g^e(t)] \cos[K_2^e(\alpha)t] dt \quad (2.27a)$$

Burada

$$N^{(e)}(\alpha) = \frac{K_0^e(\alpha)}{[K_0^e(\alpha) \cos(K_2^e b) - iK_2^e(\alpha) \sin(K_2^e b)]} \quad (2.27b)$$

şeklinde dir. (2.27a)'daki $f^{(e)}(y)$ ve $g^{(e)}(y)$ için seri açılımlarını yerine koyar, sonuçtaki integrali hesaplırsak $\Im m(k_0 \cos \phi_o) < \Im m(\alpha) < \Im m(k_0)$ şeridinde tanımlı olan aşağıdaki ikinci türden modifiye Wiener-Hopf denklemini elde ederiz.

$$ik_0 \frac{\chi(\alpha)}{M^{(e)}(\alpha) N^{(e)}(\alpha)} R_+^{(e)}(\alpha) - \dot{F}_-^{(e)}(\alpha, b) = - \frac{2k_0 \sin \phi_o}{1 + \eta_1 \sin \phi_o} \frac{e^{-ik_0 b \sin \phi_o}}{\alpha - k_0 \cos \phi_o} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{K_{2m}^e \sin[K_{2m}^e b]}{[\alpha^2 - (\alpha_m^e)^2]} [f_m^e + \alpha g_m^e] \quad (2.28)$$

2.4. Wiener-Hopf Probleminin Çözümü

Eşitlik (2.28)'de görünen ikinci türden modifiye Wiener-Hopf denklemi, çekirdek fonksiyonu (+) ve (-) biçiminde çarpanlara ayırıp klasik Wiener-Hopf işlemleriyle çözersek,

$$\begin{aligned}
& ik_0 \frac{\chi_+(\alpha)}{M_+^{(e)}(\alpha) N_+^{(e)}(\alpha)} R_+^{(e)}(\alpha) \\
&= - \frac{2k_0 \sin \phi_o}{1 + \eta_1 \sin \phi_o} \frac{M_-^{(e)}(k_0 \cos \phi_o) N_-^{(e)}(k_0 \cos \phi_o)}{\chi_-(k_0 \cos \phi_o)} \frac{e^{-ik_0 b \sin \phi_o}}{\alpha - k_0 \cos \phi_o} \\
&\quad - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{K_{2m}^e \sin [K_{2m}^e b]}{2\alpha_m^e} \frac{M_+^{(e)}(\alpha_m^e) N_+^{(e)}(\alpha_m^e)}{\chi_+(\alpha_m^e)} \frac{(f_m^e - \alpha_m^e g_m^e)}{\alpha + \alpha_m^e} \quad (2.29a)
\end{aligned}$$

elde edilir. Burada $M_+^{(e)}(\alpha)$, $N_+^{(e)}(\alpha)$, $\chi_+(\alpha)$, ve $M_-^{(e)}(\alpha)$, $N_-^{(e)}(\alpha)$, $\chi_-(\alpha)$ sırasıyla $\Im m(\alpha) > \Im m(-k_0)$ ve $\Im m(\alpha) < \Im m(k_0)$ yarım-düzleminde regüler ve sıfırları olmayan split fonksiyonlardır. Sonuç olarak $\chi(\alpha)/[M^{(e)}(\alpha)N^{(e)}(\alpha)]$ çekirdek fonksiyonu Wiener-Hopf faktörizasyonu ile aşağıdaki gibi:

$$\frac{\chi(\alpha)}{M^{(e)}(\alpha)N^{(e)}(\alpha)} = \frac{\chi_+(\alpha)}{M_+^{(e)}(\alpha)N_+^{(e)}(\alpha)} \times \frac{\chi_-(\alpha)}{M_-^{(e)}(\alpha)N_-^{(e)}(\alpha)} \quad (2.29b)$$

yazılabilir. $M_{\pm}^{(e)}(\alpha)$ ve $N_{\pm}^{(e)}(\alpha)$ 'nın açık ifadeleri [Mitra and Lee, 1971]'de açıklanan yöntemle

$$M_-^{(e)}(\alpha) = M_+^{(e)}(-\alpha) \text{ ve } N_-^{(e)}(\alpha) = N_+^{(e)}(-\alpha) \quad (2.30a)$$

olmak üzere, aşağıdaki gibi:

$$\begin{aligned}
N_+^{(e)}(\alpha) &= \left[\frac{K_0^e(\alpha)}{[K_0^e(\alpha) \cos(K_2^e b) - iK_2^e(\alpha) \sin(K_2^e b)]} \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{k_0 + \alpha}{k_0 - \alpha} \right)^{1/4} \\
&\prod_{m=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha_m^e - \alpha}{\alpha_m^e + \alpha} \right)^{1/2} \exp \frac{1}{2} \left\{ \frac{-2K_0^e(\alpha)b}{\pi} \ln \left(\frac{\alpha + iK_0^e(\alpha)}{k_0} \right) - iK_0^e(\alpha)b + q(\alpha) \right\} \\
&\quad \exp \left[-\frac{i\alpha b}{\pi} \ln \left(\frac{2\alpha}{k_0} \right) \right] \quad (2.30b)
\end{aligned}$$

elde edilir. Burada,

$$\varpi' = \sqrt{\varpi^2 + k_2^2 - k_0^2} \quad (2.30c)$$

olmak üzere

$$q^{(e)}(\alpha) = PV \int_0^\infty \left\{ \frac{b}{\pi} - \frac{\varpi^2 b + \left(\frac{\varpi^2}{\varpi'} - \varpi' \right) \sin(\varpi' b) \cos(\varpi' b)}{\pi \left[(\varpi')^2 \sin^2(\varpi' b) + \varpi^2 \cos^2(\varpi' b) \right]} \right\} \times \ln \left(\frac{K_0(\varpi) + \alpha}{K_0(\varpi) - \alpha} \right) d\varpi \quad (2.30d)$$

dir. Yine,

$$M_+^{(e)}(\alpha) = \left[\cos(k_2 b) + \frac{i\eta_1 k_2}{k_0} \sin(k_2 b) \right]^{1/2} \exp \left\{ \frac{i\alpha b}{\pi} \left[1 - C + \ln \left(\frac{\alpha b}{\pi} \right) + i\frac{\pi}{2} \right] \right\} \times \prod_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_m^e} \right) \exp \left(\frac{i\alpha b}{m\pi} \right) \quad (2.30e)$$

şeklinde bulunur. Burada C Euler sabiti olup, değeri, $C = 0.57721...$ dir. Aynı şekilde $\chi_{\pm}(\alpha)$ fonksiyonları Maluizhinets fonksiyonu [Senior, 1975] terimleriyle aşağıdaki gibi açıkça ifade edilebilir:

$$\chi_-(k \cos \phi) = 2^{3/2} \sqrt{\frac{2}{\eta_1}} \sin \frac{\phi}{2} \times \left\{ \frac{M_\pi \left(\frac{3\pi}{2} - \phi - \theta \right) M_\pi \left(\frac{\pi}{2} - \phi + \theta \right)}{M_\pi^2 \left(\frac{\pi}{2} \right)} \right\}^2 \times \left\{ \left[1 + \sqrt{2} \cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} - \phi + \theta}{2} \right) \right] \left[1 + \sqrt{2} \cos \left(\frac{\frac{3\pi}{2} - \phi - \theta}{2} \right) \right] \right\}^{-1} \quad (2.31a)$$

Burada,

$$\sin \theta = \frac{1}{\eta_1}, \quad (2.31b)$$

$$\chi_+(k_0 \cos \phi_o) = \chi_-(-k_0 \cos \phi_o) \quad (2.31c)$$

ve

$$M_\pi(z) = \exp \left\{ -\frac{1}{8\pi} \int_0^z \frac{\pi \sin u - 2\sqrt{2}\pi \sin \left(\frac{u}{2} \right) - 2u}{\cos u} du \right\} \quad (2.31d)$$

dır. (2.29a)'da $\alpha = \alpha_1^e, \alpha_2^e, \dots$ yerine konursa ve (2.16a) kullanılırsa f_r^e ve g_r^e için aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\begin{aligned} \frac{ik_0 v_r^e}{2} \left[1 - \frac{\eta_1^2}{k_0^2} (K_{2r}^e)^2 \right] \frac{\sin [K_{2r}^e b]}{K_{2r}^e} \frac{\chi_+(\alpha_r^e)}{M_+^{(e)}(\alpha_r^e) N_+^{(e)}(\alpha_r^e)} [f_r^e + \alpha_r^e g_r^e] = \\ - \frac{2k_0 \sin \phi_0}{1 + \eta_1 \sin \phi_0} \frac{M_-^{(e)}(k_0 \cos \phi_0) N_-^{(e)}(k_0 \cos \phi_0)}{\chi_-(k_0 \cos \phi_0)} \frac{e^{-ik_0 b \sin \phi_0}}{\alpha_r^e - k_0 \cos \phi_0} \\ - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{K_{2m}^e \sin [K_{2m}^e b]}{2\alpha_m^e} \frac{M_+^{(e)}(\alpha_m^e) N_+^{(e)}(\alpha_m^e)}{\chi_+(\alpha_m^e)} \frac{(f_m^e - \alpha_m^e g_m^e)}{\alpha_r^e + \alpha_m^e}, \quad r = 1, 2, \dots \quad (2.32) \end{aligned}$$

(2.24a)'yı (2.25a)'da yerine konulursa f_r^e terimleriyle g_r^e şöyle ifade edilebilir:

$$g_r^e = \frac{\eta_3}{k_2} f_r^e + 4 \frac{\Omega_r^e}{v_r^e} \sum_{m=1}^{\infty} f_m^e \Omega_m^e \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\xi_n^e)^2 \sin^2 [\xi_n^e a] (1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_n^e)}{\beta_n^e \mu_n^e \vartheta_{mn}^e \vartheta_{rn}^e} \quad (2.33)$$

(2.32)'de (2.33) yerine konursa aşağıdaki gibi elde edilen ve f_r^e sabitleri olarak verilmiş olan sonsuz sayıda bilinmeyenlerle sonsuz çoklukta bilinmeyen denklemler elde ederiz:

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{ik_0 v_r^e}{2} \left(1 + \frac{\eta_3}{k_2} \alpha_r^e \right) \left[1 - \frac{\eta_1^2}{k_0^2} (K_{2r}^e)^2 \right] \frac{\sin [K_{2r}^e b]}{K_{2r}^e} \frac{\chi_+(\alpha_r^e)}{M_+^{(e)}(\alpha_r^e) N_+^{(e)}(\alpha_r^e)} + C_r^e(\alpha_r^e) \right\} f_r^e \\ + \sum_{\substack{m=1 \\ n \neq r}}^{\infty} C_m^e(\alpha_r^e) f_m^e = - \frac{2k_0 \sin \phi_0}{1 + \eta_1 \sin \phi_0} \frac{M_-^{(e)}(k_0 \cos \phi_0) N_-^{(e)}(k_0 \cos \phi_0)}{\chi_-(k_0 \cos \phi_0)} \frac{e^{-ik_0 b \sin \phi_0}}{\alpha_r^e - k_0 \cos \phi_0} \quad (2.34a) \end{aligned}$$

Burada,

$$\begin{aligned} C_m^e(\alpha_r^e) = \left(1 + \frac{\eta_3}{k_2} \alpha_m^e \right) \frac{K_{2m}^e \sin [K_{2r}^e b]}{2\alpha_m^e (\alpha_r^e + \alpha_m^e)} \frac{M_+^{(e)}(\alpha_m^e) N_+^{(e)}(\alpha_m^e)}{\chi_+(\alpha_m^e)} \\ + \Omega_m^e \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\xi_n^e)^2 \sin^2 [\xi_n^e a] (1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_n^e)}{\beta_n^e \mu_n^e \vartheta_{mn}^e} \times \left\{ ik_0 \left[1 - \frac{\eta_1^2}{k_0^2} (K_{2r}^e)^2 \right] \frac{\alpha_r^e \Omega_r^e \sin [K_{2r}^e b]}{\vartheta_{rn}^e K_{2r}^e} \times \right. \\ \left. \frac{\chi_+(\alpha_r^e)}{M_+^{(e)}(\alpha_r^e) N_+^{(e)}(\alpha_r^e)} - \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2\Omega_s^e K_{2s}^e \sin [K_{2s}^e b]}{v_s^e \vartheta_{sn}^e} \frac{M_+^{(e)}(\alpha_s^e) N_+^{(e)}(\alpha_s^e)}{(\alpha_r^e + \alpha_s^e) \chi_+(\alpha_s^e)} \right\} \quad (2.34b) \end{aligned}$$

dır.

2.5. Tek Uyarma

Tek uyarmanın eşdeğerini gösteren Şekil 2.2d'deki yapıyı ele alalım. Tek uyarma için de çözüm yöntemi aynıdır. Gerçektende (2.1a)'daki (e) üst indisi yerine (o) üst

indisi kullanarak (2.2a-k)'daki bütün süreklilik ve sınır koşulları, (2c) ve (2e) sınır koşulları hariç aynı olacaktır. Alan, $y = 0$ düzlemine simetrik olduğundan, bu iki sınır koşulu aşağıdaki gibi olmalı yani toplam elektrik alanı $y = 0$, $x \in (0, \infty)$ için sıfır olmalıdır.

$$u_2^{(o)}(x, 0) = 0, \quad x < 0 \quad (2.35a)$$

$$u_3^{(o)}(x, 0) = 0, \quad x < 0 \quad (2.35b)$$

Bu durumda Wiener-Hopf denklemi,

$$\begin{aligned} k_0 \frac{\chi(\alpha)}{K_0(\alpha) M^{(o)}(\alpha) N^{(o)}(\alpha)} R_+^{(o)}(\alpha) + \dot{F}_-^{(o)}(\alpha, b) \\ = \frac{2k_0 \sin \phi_0}{1 + \eta_1 \sin \phi_0} \frac{e^{-ik_0 b \sin \phi_0}}{\alpha - k_0 \cos \phi_0} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{K_{2m}^o \cos [K_{2m}^o b]}{[\alpha^2 - (\alpha_m^o)^2]} [f_m^o + \alpha g_m^o] \end{aligned} \quad (2.36a)$$

şeklinde olur. Burada,

$$N^{(o)}(\alpha) = \frac{K_2^o(\alpha)}{[K_2^o(\alpha) \cos (K_2^o b) - iK_0^o(\alpha) \sin (K_2^o b)]} \quad (2.36b)$$

$$M^{(o)}(\alpha) = \frac{\sin [K_2(\alpha) b]}{K_2(\alpha)} + \frac{\eta_1}{ik_0} \cos [K_2(\alpha) b] \quad (2.36c)$$

$$K_{2m}^o = \sqrt{k_2^2 - (\alpha_m^o)^2} \quad (2.36d)$$

ve

$$\begin{bmatrix} f_m^o \\ g_m^o \end{bmatrix} = \frac{2}{v_m^o} \int_0^b \begin{bmatrix} f^{(o)}(t) \\ g^{(o)}(t) \end{bmatrix} \sin [K_{2m}^o t] dt, \quad v_m^o = b + \frac{\eta_1}{ik_0} \cos^2 [K_{2m}^o b] \quad (2.36e)$$

Burada α_m^o 'ler

$$\frac{\sin [K_{2m}^o b]}{K_{2m}^o} + \frac{\eta_1}{ik_0} \cos [K_{2m}^o b] = 0, \quad \Im m(\alpha_m^o) > \Im m(k_2) \quad (2.36f)$$



denkleminin kökleridir. (2.36a)'ya Wiener Hopf işlemlerini uygularsak

$$k_0 \frac{\chi_+(\alpha)}{\sqrt{k_0 + \alpha M_+^{(o)}(\alpha) N_+^{(o)}(\alpha)}} R_+^{(o)}(\alpha) = \frac{2k_0 \sin \phi_0}{1 + \eta_1 \sin \phi_0} \frac{\sqrt{k_0 (1 - \cos \phi_0)} M_-^{(o)}(k_0 \cos \phi_0) N_-^{(o)}(k_0 \cos \phi_0)}{\chi_-(k_0 \cos \phi_0)} \frac{e^{-ik_0 b \sin \phi_0}}{\alpha - k_0 \cos \phi_0} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{K_{2m}^o \cos [K_{2m}^o b]}{2\alpha_m^o} \frac{\sqrt{k_0 + \alpha_m^o} M_+^{(o)}(\alpha_m^o) N_+^{(o)}(\alpha_m^o)}{\chi_+(\alpha_m^o)} \frac{(f_m^o - \alpha_m^o g_m^o)}{\alpha + \alpha_m^o} \quad (2.37)$$

denklemini verir. Burada $N_+^{(o)}(\alpha)$ $M_+^{(o)}(\alpha)$ ve $N_-^{(o)}(\alpha)$ $M_-^{(o)}(\alpha)$ (2.36b) ve (2.36c)'nin Wiener-Hopf faktörizasyonları sonucunda oluşan ve aşağıdaki şekilde ifade edilen split fonksiyonlardır:

$$\frac{\chi(\alpha)}{K_0(\alpha) M^{(o)}(\alpha) N^{(o)}(\alpha)} = \frac{\chi_+(\alpha)}{\sqrt{k_0 + \alpha M_+^{(o)}(\alpha) N_+^{(o)}(\alpha)}} \times \frac{\chi_-(\alpha)}{\sqrt{k_0 - \alpha M_-^{(o)}(\alpha) N_-^{(o)}(\alpha)}} \quad (2.38a)$$

$M_{\pm}^{(o)}(\alpha)$ ve $N_{\pm}^{(o)}(\alpha)$ 'nin açık ifadeleri yine [Mitra and Lee, 1971]'deki yöntemle

$$N_+^{(o)}(\alpha) = \left[\frac{K_2^o(\alpha)}{[K_2^o(\alpha) \cos(K_2^o b) - iK_0^o(\alpha) \sin(K_2^o b)]} \right]^{\frac{1}{2}} \prod_{m=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha_m^o - \alpha}{\alpha_m^o + \alpha} \right)^{1/2} \times \exp \frac{1}{2} \left\{ \frac{2K_0^o(\alpha) b}{\pi} \ln \left(\frac{\alpha + iK_0^o(\alpha)}{k_0} \right) - iK_0^o(\alpha) b + q^{(o)}(\alpha) \right\} \exp \left[\frac{i\alpha b}{\pi} \ln \left(\frac{2\alpha}{k_0} \right) \right] \quad (2.38b)$$

şeklinde elde edilir. Burada

$$N_-^{(o)}(\alpha) = N_+^{(o)}(-\alpha) \text{ ve } M_-^{(o)}(\alpha) = M_+^{(o)}(-\alpha) \quad (2.38c)$$

ve

$$q^{(o)}(\alpha) = PV \int_0^{\infty} \left\{ \frac{b}{\pi} - \frac{\varpi^2 b - \left(\frac{\varpi^2}{\varpi'} - \varpi' \right) \sin(\varpi' b) \cos(\varpi' b)}{\pi [(\varpi')^2 \sin^2(\varpi' b) + \varpi^2 \cos^2(\varpi' b)]} \right\} \times \ln \left(\frac{K_0(\varpi) + \alpha}{K_0(\varpi) - \alpha} \right) d\varpi \quad (2.38d)$$

dir. Yine,

$$M_+^{(o)}(\alpha) = \left[\frac{\sin(k_2 b)}{k_2} - \frac{i\eta_1}{k_0} \cos(k_2 b) \right]^{1/2} \exp \left\{ \frac{i\alpha b}{\pi} \left[1 - C - \ln \left(\frac{\alpha b}{\pi} \right) + i\frac{\pi}{2} \right] \right\} \\ \times \prod_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_m^o} \right) \exp \left(\frac{i\alpha b}{m\pi} \right) \quad (2.38e)$$

şeklinde bulunur ve ϖ' (2.30c)'de verilmişti. Burada C Euler sabiti olup, değeri, $C = 0.57721...$ dir. $0 < y < b$ ve $x = 0$ aralığındaki süreklilik bağıntısının kullanılmasıyla aşağıdaki gibi elde edilen ve f_r^o sabitlerini veren, sonsuz sayıda bilinmeyenler içeren sonsuz çoklukta bilinmeyen denklemler elde ederiz:

$$\left\{ -\frac{k_0 v_r^o}{2} \left(1 + \frac{\eta_3}{k_2} \alpha_r^o \right) \left[1 - \frac{\eta_1^2}{k_0^2} (K_{2r}^o)^2 \right] \right. \\ \left. \times \frac{\cos[K_{2r}^o b]}{K_{2r}^o} \frac{\chi_+(\alpha_r^o)}{\sqrt{k_0 + \alpha_r^o} M_+^{(o)}(\alpha_r^o) N_+^{(o)}(\alpha_r^o)} + C_r^o(\alpha_r^o) \right\} f_r^o + \sum_{\substack{m=1 \\ n \neq r}} C_m^o(\alpha_r^o) f_m^o \\ = \frac{2k_0 \sin \phi_0}{1 + \eta_1 \sin \phi_0} \frac{\sqrt{k_0(1 - \cos \phi_0)} M_-^{(o)}(k_0 \cos \phi_0) N_-^{(o)}(k_0 \cos \phi_0)}{\chi_-(k_0 \cos \phi_0)} \frac{e^{-ik_0 b \sin \phi_0}}{\alpha_r^o - k_0 \cos \phi_0} \quad (2.39a)$$

Burada,

$$C_m^o(\alpha_r^o) = \left(1 - \frac{\eta_3}{k_2} \alpha_m^o \right) \frac{K_{2m}^o \cos[K_{2r}^o b]}{2\alpha_m^o(\alpha_r^o + \alpha_m^o)} \frac{\sqrt{k_0 + \alpha_m^o} M_+^{(o)}(\alpha_m^o) N_+^{(o)}(\alpha_m^o)}{\chi_+(\alpha_m^o)} \\ - \Omega_m^o \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\xi_n^o)^2 \cos^2[\xi_n^o a] (1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_n)}{\beta_n \mu_n^o \vartheta_{mn}^o} \times \\ \left\{ k_0 \left[1 - \frac{\eta_1^2}{k_0^2} (K_{2r}^o)^2 \right] \frac{\alpha_r^o \Omega_r^o \cos[K_{2r}^o b]}{\vartheta_{rn}^o} \frac{\chi_+(\alpha_r^o)}{K_{2r}^o \sqrt{k_0 + \alpha_r^o} M_+^{(o)}(\alpha_r^o) N_+^{(o)}(\alpha_r^o)} \right. \\ \left. + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{2\Omega_s^o}{\nu_s^o \vartheta_{sn}^o} \frac{K_{2s}^o \cos[K_{2s}^o b]}{(\alpha_r^o + \alpha_s^o)} \frac{\sqrt{k_0 + \alpha_s^o} M_+^{(o)}(\alpha_s^o) N_+^{(o)}(\alpha_s^o)}{\chi_+(\alpha_s^o)} \right\} \quad (2.39b)$$

şeklinde yazılmıştır. Eşitlik içerisinde geçen,

$$\mu_n^o = a - \frac{\eta_2}{ik_1} \cos^2[\xi_n^o a], \quad (2.39c)$$

$$\Omega_m^o = \sin[K_{2m}^o a] - \frac{\eta_2}{ik_1} K_{2m}^o \cos[K_{2m}^o a], \quad (2.39d)$$

$$v_s^o = b + \frac{\eta_1}{ik_0} \cos^2 [K_{2s}^o b], \quad (2.39e)$$

$$\vartheta_{mn}^o = (K_{2m}^o)^2 - (\xi_n^o)^2 \quad (2.39f)$$

ve

$$\beta_n^o = \sqrt{k_1^2 - (\xi_n^o)^2} \quad (2.39g)$$

olmak üzere ve ξ_n^o ise

$$\sin [\xi_n^o a] - \frac{\eta_2}{ik_1} \xi_n^o \cos [\xi_n^o a] = 0 \quad (2.39h)$$

denkleminin kökleri olmak üzere, g_r^o ifadesi f_r^o terimleri ile ifade edilebilecektir. Yani,

$$g_r^o = \frac{\eta_3}{k_2} f_r^o + \frac{4\Omega_r^o}{v_r^o} \sum_{m=1}^{\infty} f_m^o \Omega_m^o \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\xi_n^o)^2 \cos^2 [\xi_n^o a] (1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_n)}{\beta_n \mu_n^o \vartheta_{mn}^o \vartheta_{rn}^o} \quad (2.40)$$

olacaktır.

2.6.Kırınan Alanın Analizi

$F^{(e)}(\alpha, y)$ ve $F^{(o)}(\alpha, y)$ 'nin ters Fourier dönüşümü ile $y > b$ deki saçılan alanı çift ve tek uyarımlar için elde edebiliriz.

$$u_1^{(e)}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L A^{(e)}(\alpha) e^{iK_0(\alpha)(y-b)} e^{-i\alpha x} d\alpha, \quad (2.41a)$$

$$u_1^{(o)}(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L A^{(o)}(\alpha) e^{iK_0(\alpha)(y-b)} e^{-i\alpha x} d\alpha. \quad (2.41b)$$

L integrasyon çizgisi $\Im m(-k_0) < \Im m(\alpha) < \Im m(k_0)$ aralığında reel α eksenı boyunca eksene paralel uzanmaktadır. (2.41a) ve (2.41b)'deki integrallerin semer noktası yöntemiyle asimptotik olarak değerlendirilmesi ile kırınan alanı şöyle yazabiliriz:

$$u_1(\rho, \phi) = \frac{u_1^{(e)}(\rho, \phi) + u_1^{(o)}(\rho, \phi)}{2} \quad (2.42a)$$

$$u_1^{(e)}(\rho, \phi) \sim \left\{ u_0 D^{(e)}(\phi, \phi_0) + \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin \phi}{1 + \eta_1 \sin \phi} \frac{M_-^{(e)}(k_0 \cos \phi) N_-^{(e)}(k_0 \cos \phi)}{\chi_-(k_0 \cos \phi)} \right. \\ \left. \times \sum_{m=1}^{\infty} \frac{K_{2m}^e \sin [K_{2m}^e b]}{2\alpha_m^e} \frac{M_+^{(e)}(\alpha_m^e) N_+^{(e)}(\alpha_m^e)}{\chi_+(\alpha_m^e)} \frac{(f_m^e - \alpha_m^e g_m^e)}{\alpha_m^e - k_0 \cos \phi} \right\} \frac{e^{ik_0 \rho}}{\sqrt{k_0 \rho}}, \quad (2.42b)$$

$$u_1^{(o)}(\rho, \phi) \sim \left\{ u_0 D^{(o)}(\phi, \phi_0) + \frac{e^{i3\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \right. \\ \times \frac{\sin \phi}{1 + \eta_1 \sin \phi} \frac{\sqrt{k_0(1 - \cos \phi)} M_-^{(o)}(k_0 \cos \phi) N_-^{(o)}(k_0 \cos \phi)}{\chi_-(k_0 \cos \phi)} \\ \left. \times \sum_{m=1}^{\infty} \frac{K_{2m}^o \cos [K_{2m}^o b]}{2\alpha_m^o} \frac{\sqrt{k_0 + \alpha_m^o} M_+^{(o)}(\alpha_m^o) N_+^{(o)}(\alpha_m^o)}{\chi_+(\alpha_m^o)} \frac{(f_m^o - \alpha_m^o g_m^o)}{\alpha_m^o - k_0 \cos \phi} \right\} \frac{e^{ik_0 \rho}}{\sqrt{k_0 \rho}} \quad (2.42c)$$

$$u_0 = e^{-ik_0 b \sin \phi_0}, \quad (2.42d)$$

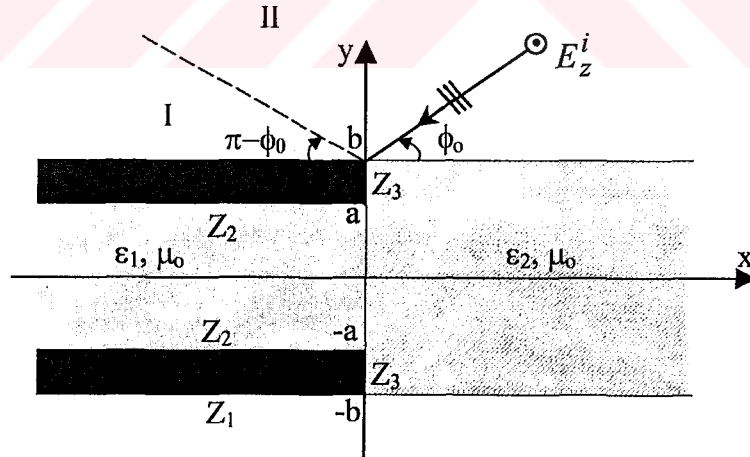
$$D^{(e)}(\phi, \phi_0) = e^{-i3\pi/4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin \phi_0}{1 + \eta_1 \sin \phi_0} \frac{\sin \phi}{1 + \eta_1 \sin \phi} \times \frac{M_-^{(e)}(k_0 \cos \phi_0) N_-^{(e)}(k_0 \cos \phi_0) M_-^{(e)}(k_0 \cos \phi) N_-^{(e)}(k_0 \cos \phi)}{\chi_-(k_0 \cos \phi_0) \chi_-(k_0 \cos \phi)} \frac{1}{\cos \phi_0 + \cos \phi} \quad (2.42e)$$

ve

$$D^{(o)}(\phi, \phi_0) = e^{i3\pi/4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin \phi_0}{1 + \eta_1 \sin \phi_0} \frac{\sin \phi}{1 + \eta_1 \sin \phi} \times \frac{\sqrt{k_0(1 - \cos \phi_0)} M_-^{(o)}(k_0 \cos \phi_0) N_-^{(o)}(k_0 \cos \phi_0)}{\chi_-(k_0 \cos \phi_0)} \times \frac{\sqrt{k_0(1 - \cos \phi)} M_-^{(o)}(k_0 \cos \phi) N_-^{(o)}(k_0 \cos \phi)}{\chi_-(k_0 \cos \phi)} \frac{1}{\cos \phi_0 + \cos \phi} \quad (2.42f)$$

Burada (ρ, ϕ) silindirik koordinatlar sisteminde $x = \rho \cos \phi$ ve $y - b = \rho \sin \phi$ ile tanımlanmıştır. u_0 ise $x = 0$ ve $y = b$ değeri için gelen dalga ifadesinin değeridir.

(2.41a) ve (2.41b) integralleri hesaplanmasında L integrasyon çizgisi en dik iniş çizgisine ötelenirken eğer kutup üzerinden aşıyorsa bir rezidü katkısı gelir. Bu rezidü katkısı ile dielektrikten yansıyan alan ifadesini elde edebiliriz. Dielektrikten yansıyan alan ifadesine u^R ve buna ait yansıma katsayısına da R diyelim.



Şekil 2.4. Yansıma sınırı.

Problemin formülasyonuna başlarken geometrinin $y > b$ bölgesinde toplam alanı $u^T = u^i + u^r + u_1$ kabul ettiğimiz için $\phi \in (0, \pi - \phi_0)$ bölgesi (I. bölge) dielektrikten yansıma bölgesi olduğundan kırınan alan ifadesine $\alpha = k_0 \cos \phi_0$ 'da $(-u^r + u^R)$ ifadesini verecek bir rezidü katkısı eklememiz gerekir. $\phi \in (\pi - \phi_0, \pi)$ bölgesinde

(II.bölge, yani empedanstan yansıma bölgesi) kutup üzerinden aşılmayacağından kırılan alan ifadesi olduğu gibi kalır. Tek ve çift uyarımlar için R yansıma katsayılarını aşağıdaki şekilde elde ederiz:

$$R^o = \frac{K_0(\alpha) \sin K_2(\alpha) b - i K_2(\alpha) \cos K_2(\alpha) b}{K_0(\alpha) \sin K_2(\alpha) b + i K_2(\alpha) \cos K_2(\alpha) b} \quad (2.43a)$$

ve

$$R^e = \frac{K_0(\alpha) \cos K_2(\alpha) b + i K_2(\alpha) \sin K_2(\alpha) b}{K_0(\alpha) \cos K_2(\alpha) b - i K_2(\alpha) \sin K_2(\alpha) b} \quad (2.43b)$$

Burada R^o tek uyarma için yansıma katsayısı R^e ise çift uyarma için yansıma katsayısıdır.

2.7. Kırınım İçin Sayısal Uygulamalar ve Sonuçları

Duvar kalınlığı, empedansı ve dielektrik sabitleri gibi değişik parametrelerin kırınım üzerine etkilerini gözlemlemek için $(20 \log |u_1^d \times \sqrt{k_0 \rho}|)$ kırınan alan genliğinin gözlem açısı (ϕ) ile değişimi hakkında bazı nümerik sonuçlar sunulmuştur.

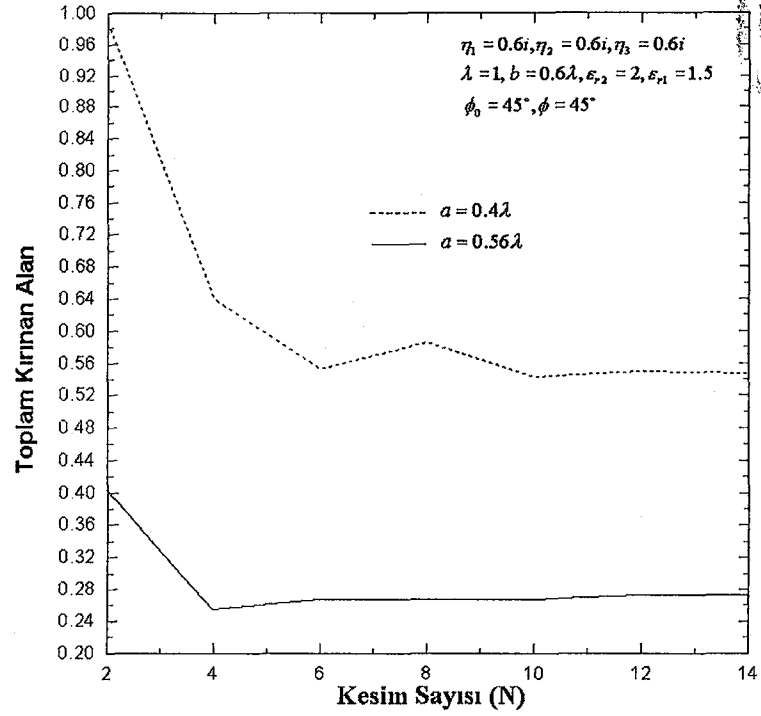
(2.38)'de verilen alan ifadeleri (2.26) ve (2.33) eşitlikleriyle birlikte, sonsuz seriler içerdiği için, öncelikle yakınsamaları kontrol edildi. Şekil 2.4'den $N = 10$ olarak seçilebilen kesim sayısı görülmektedir. Beklendiği gibi a/b 'nin artan değerleri için daha küçük N gereklidir.

Şekil 2.5 $k_0 b$ değişik duvar kalınlık değerleri için kırınan alanın gözlem açısına bağımlılığını göstermektedir.

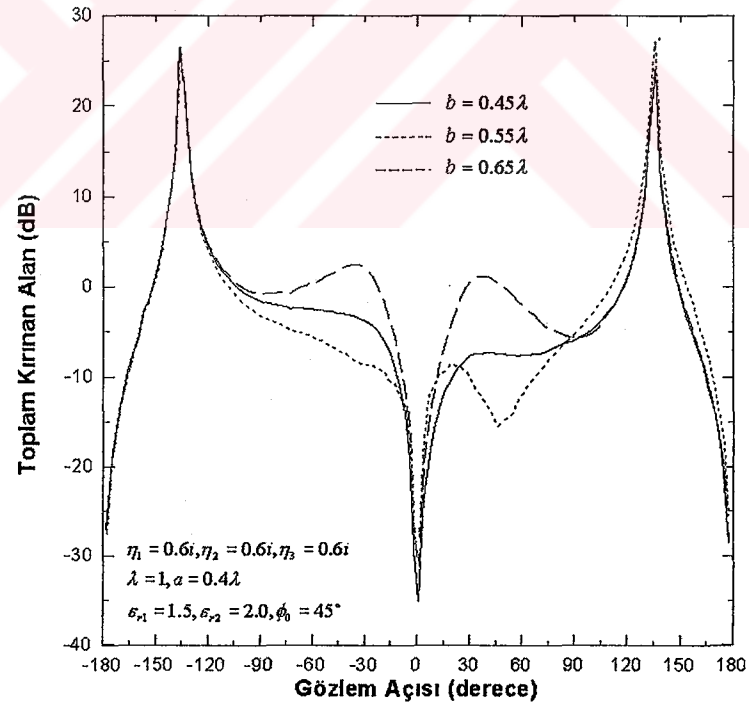
Şekil 2.6 ve Şekil 2.7 değişik dielektrik geçirgenlik değerleri için kırınan alanın gözlem açısına göre değişimini göstermektedir.

Şekil 2.8, Şekil 2.9 ve Şekil 2.10'da paralel düzlem dalga klavuzunu sırasıyla yatay ve düşey duvarlarının yüzey reaktanslarının etkileri sunulmuştur.

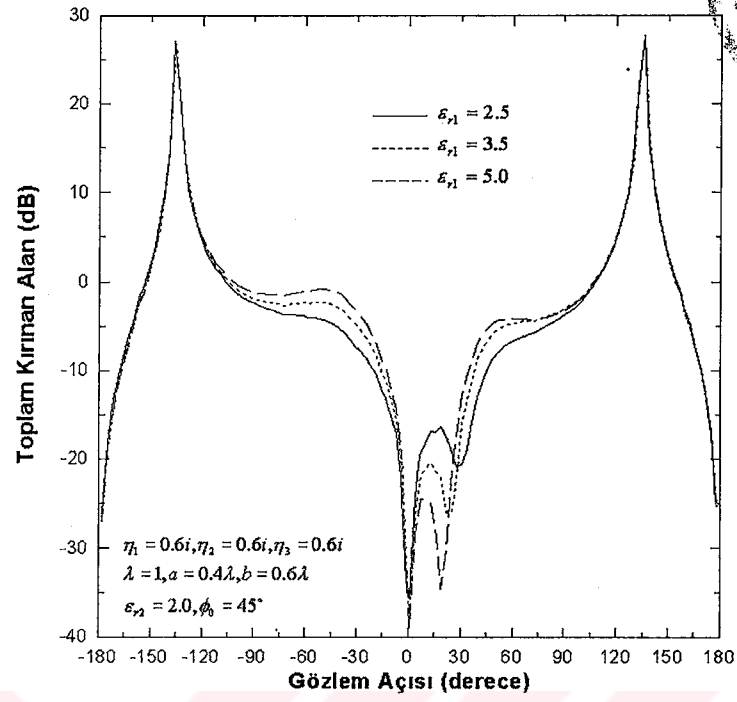
Bütün şekillerde görünen kırınan alanın genliği $\phi \in (-\pi/6, \pi/6)$ değeri için minimumu gösterir. Bu, dielektrikle dolu bölgede hızla zayıflayan kırınan alandan kaynaklanmaktadır. Aynı zamanda, $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} \simeq 1$ olduğu zaman minimum kayıp gözlenmektedir (Şekil 2.11'e bakınız.). Bu sonuçlar dielektrik tabakanın söz konusu olmadığı limit durumdaki Büyükaksoy ve Polat'ın sonuçları ile uyusmaktadır [Büyükaksoy and Polat, 1998].



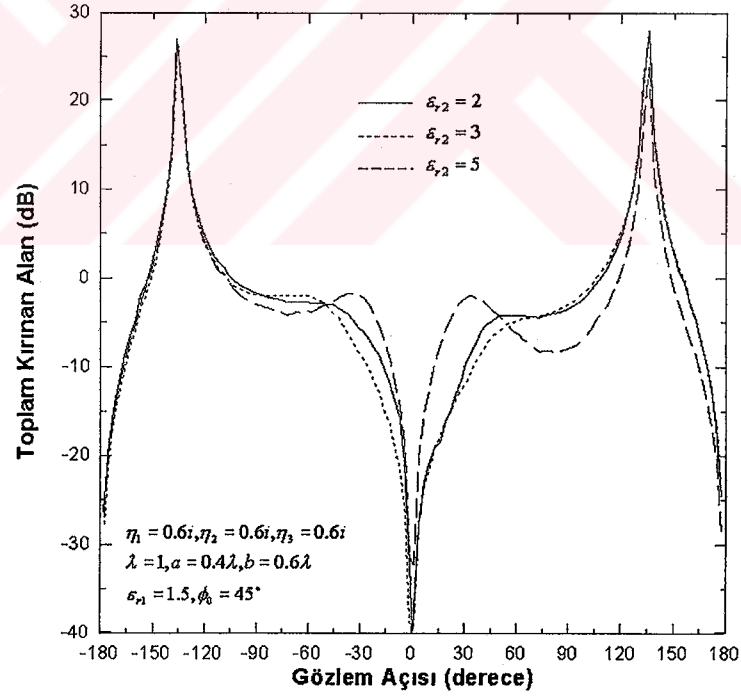
Şekil 2.5. Farklı a değerleri için kesim sayısının belirlenmesi.



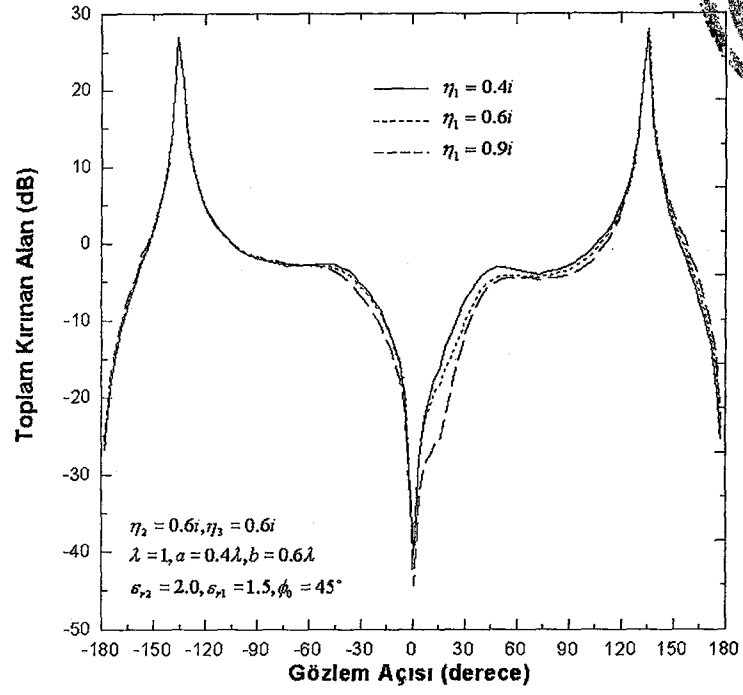
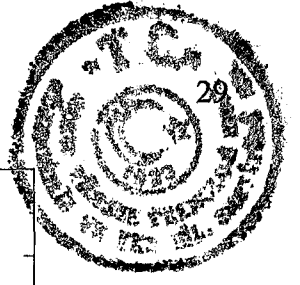
Şekil 2.6. Farklı b değerleri için kırınan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi.



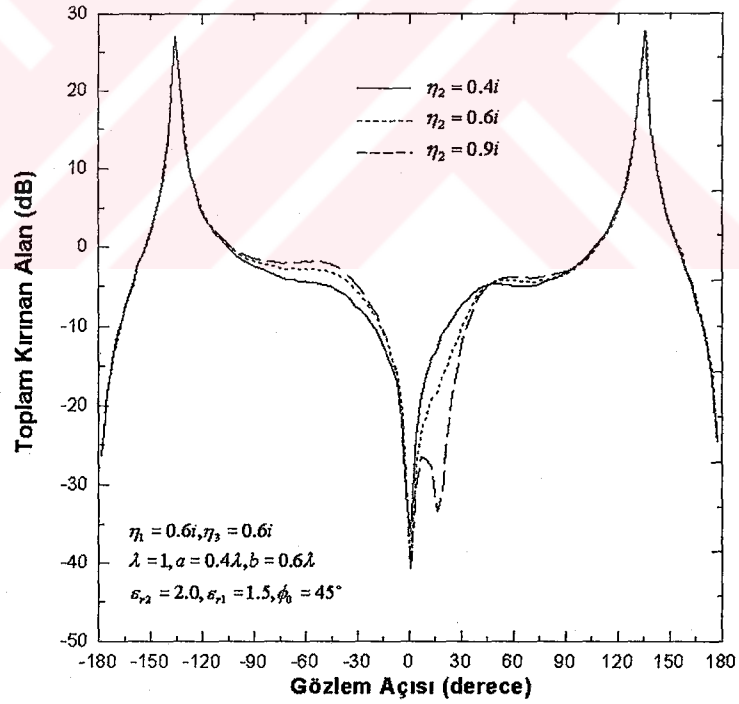
Şekil 2.7. Farklı ϵ_{r1} değerleri için kırınan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi.



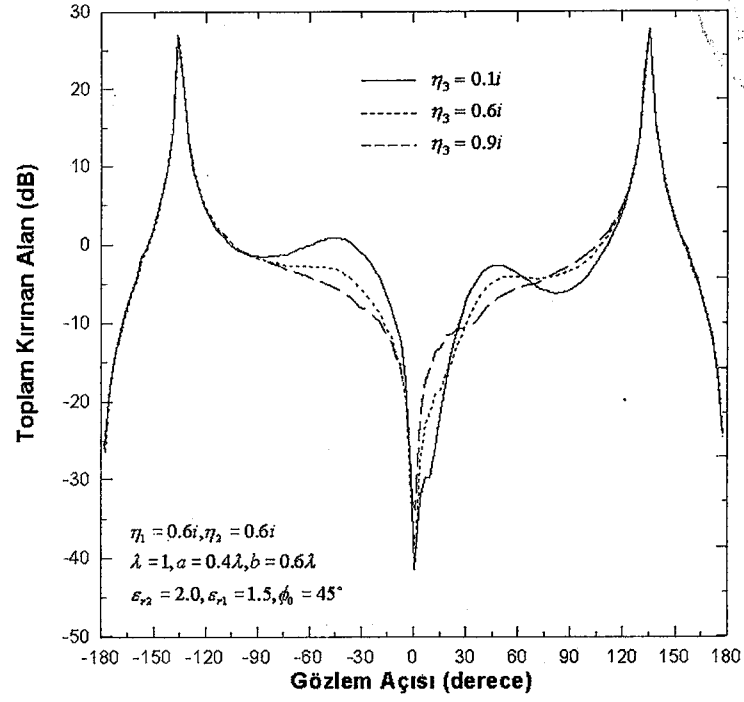
Şekil 2.8. Farklı ϵ_{r2} değerleri için kırınan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi.



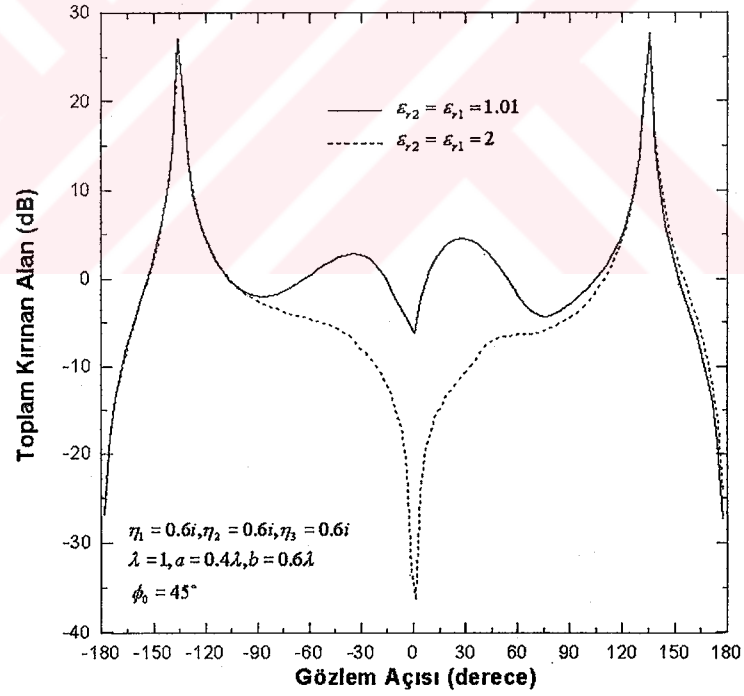
Şekil 2.9. Farklı η_1 değerleri için kırınan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi.



Şekil 2.10. Farklı η_2 değerleri için kırınan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi.



Şekil 2.11. Farklı η_3 değerleri için kırınan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi.

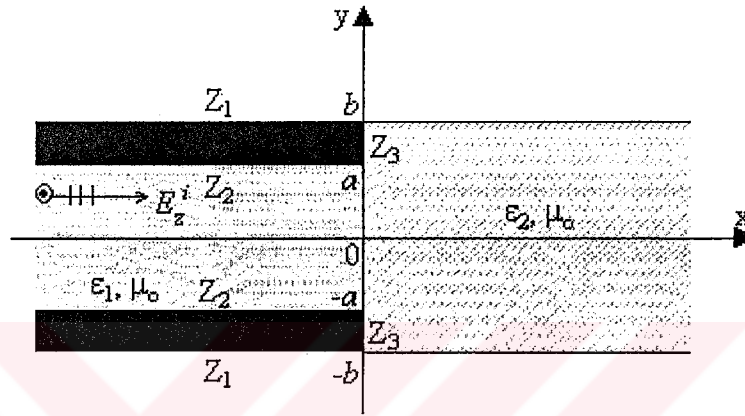


Şekil 2.12. $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2}$ durumu için kırınan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi.

3. IŞINIM PROBLEMİNİN FORMÜLASYONU

VE ÇÖZÜMÜ

3.1. Problemin Formülasyonu



Şekil 3.1. Işınım probleminin geometrisi.

Şekil 3.1'deki gibi tanımlanmış yarı sonsuz $S_1 = \{x, y, z; x \in (-\infty, 0), y \in (a, b), z \in (-\infty, \infty)\}$ ve $S_2 = \{x, y, z; x \in (-\infty, 0), y \in (-a, -b), z \in (-\infty, \infty)\}$ kalınlıklı paralel empedans düzleminde oluşan bir dalga klavuzundan E_z^i polarize düzlemsel dalganın ışınımını ele alalım. Yüzey empedansı yatay ve dikey, kalınlıklı yarı düzlemlerin duvarları ile ilgilidir. Z_0 serbest uzayın karakteristik empedansı olmak üzere, $y = \pm b, x < 0$ ile $y = \pm a, x < 0$ yatay düzlemlerin yüzey empedansları sırasıyla $Z_1 = \eta_1 Z_0$, $Z_2 = \eta_2 Z_0$ ve $x = 0, y \in (a, b)$ ile $x = 0, y \in (-b, -a)$ dikey düzlemlerin yüzey empedansları $Z_3 = \eta_3 Z_0$ olarak belirtilmiştir. Böyle bir geometri için sınır koşullarına uygun olarak gelen dalga:

$$A_0 = \left(\cos \xi_0 a + \frac{\eta_2}{ik_1} \xi_0 \sin \xi_0 a \right), B_0 = \left(\sin \xi_0 a - \frac{\eta_2}{ik_1} \xi_0 \cos \xi_0 a \right) \quad (3.1a)$$

olmak üzere,

$$E_z^i = u^i(x, y) = [A_0 \sin [\xi_0 y] + B_0 \cos \xi_0 y] e^{i\beta_0 x} \quad (3.1b)$$

Geometrik ve fiziksel yapının iki boyutlu olmasından dolayı, dalga klavuzu içindeki

sıfırdan farklı alan bileşenleri:

$$E_z^i = u^i(x, y) \quad (3.1c)$$

$$H_x = \frac{-i}{\omega \mu_o} \frac{\partial}{\partial y} u^i(x, y), \quad (3.1d)$$

$$H_y = \frac{i}{\omega \mu_o} \frac{\partial}{\partial x} u^i(x, y) \quad (3.1e)$$

şeklinde olacaktır. (3.1b) denklemindeki β_0 , bu dalga klavuzu için,

$$L(\alpha) = \left(\cos [K_1 a] + \frac{\eta_2}{ik_1} K_1 \sin [K_1 a] \right) \left(\sin [K_1 a] - \frac{\eta_2}{ik_1} K_1 \cos [K_1 a] \right) = 0 \quad (3.1f)$$

karakteristik denkleminin, sıfır olmayan orijine en yakın kökü (yayılan en küçük mod) olmaktadır. (3.1f) ve (3.1g) denklemlerinde geçen $K_1(\alpha)$ ifadesi, $K_1(\alpha) = \sqrt{k_1^2 - \alpha^2}$ şeklindeki karekök fonksiyonudur. (3.1b) denklemindeki ξ_0 sabiti ise, $\xi_0 = K_1(\beta_0)$ değerini göstermektedir.

(3.1g) karakteristik denklemi iki çarpana sahiptir. Bu çarpanlardan her birini ayrı ayrı sıfır yapan değerleri hesaplayıp orijine en yakın olan kökün hangisine ait olduğunu bulmamız lazımdır. Bu bağlamda,

$$\left(\cos [K_1 a] + \frac{\eta_2}{ik_1} K_1 \sin [K_1 a] \right) = 0 \quad (3.1g)$$

denkleminin ait köklere β_n^e ve

$$\left(\sin [K_1 a] - \frac{\eta_2}{ik_1} K_1 \cos [K_1 a] \right) = 0 \quad (3.1h)$$

denkleminin ait köklere de β_n^o diyelim. Bu iki denklemde, $K_1 a = x$, matematiksel kolaylık için $\eta_2 = i\tilde{\eta}_2$ ve $\frac{\eta_2}{k_1 a} = A$ yazalım. Böylece sırasıyla (3.1h,i) denklemleri,

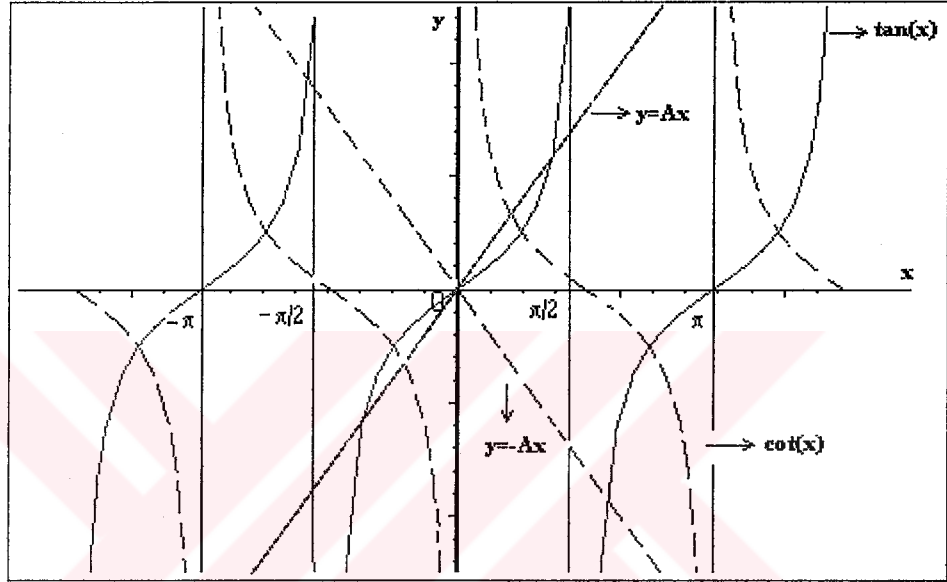
$$\cot x = -Ax \quad (3.1i)$$

ve

$$\tan x = Ax$$

(3.1j)

denklemleri elde edilir. $\beta_n = \sqrt{\frac{(k_1 a)^2 - x_n^2}{a^2}}$ ve $n = 0, 1, 2, \dots$ olmak üzere, (3.1i) ve (3.1j)'deki denklemlerin sağ ve sol taraflarının eğimlerini de dikkate alarak en düşük mertebeli modun yayılabilmesi için gerekli koşulu, şu incelemeleri yaparak çıkarabiliriz:



Şekil-3.2 $\tan x = Ax$, $\cot x = -Ax$ denklemlerinin grafik çözümü.

$A > 1$ ise: $\tan x = Ax$ denkleminin ilk kökü $0 < x < \frac{\pi}{2}$ aralığındadır. $\cot x = -Ax$ denkleminin ilk kökü daima $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ aralığındadır. Bu durumda $k_1 a < \frac{\pi}{2}$ ise $\cot x = -Ax$ denkleminin reel kökü yoktur. Tek reel kök $\tan x = Ax$ için $0 < x < \frac{\pi}{2}$ aralığındaki kök yani β_0^o 'dur.

$0 < A < 1$ ise: $\tan x = Ax$ $0 < x < \frac{\pi}{2}$ aralığında köke sahip değildir (ilk kökü $0 < x < \frac{3\pi}{2}$ aralığında). $\cot x = -Ax$ ise $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ aralığında ilk köke sahiptir. $k_1 a < \pi$ ise, ilk ve tek reel kök β_0^e ; $k_1 a < \frac{3\pi}{2}$ ise, iki reel kök var ve $\beta_0^o < \beta_0^e$ olur.

$A < 0$ ise: $\tan x = Ax$ için ilk kök $\frac{\pi}{2} < x < \pi$ aralığında; $\cot x = -Ax$ için ilk kök ise $0 < x < \frac{\pi}{2}$ aralığındadır. $k_1 a < \frac{\pi}{2}$ ise β_0^e ilk ve tek reel kök ; $k_1 a < \pi$ ise $\beta_0^o < \beta_0^e$ olacak şekilde iki reel kök vardır.

Sadece bir tek mod yayılabilmesi için $\eta_2 > k_1 a$ olmalı ve $k_1 a < \frac{\pi}{2}$ koşulu sağlanmalıdır. Yayılan en küçük modu sağlayan kök, (3.1h) denkleminde ait olmakta,

yani β_0^o 'dır. Böylece gelen dalga ifadesindeki $B_0 = 0$ olacağından gelen dalga ifadesi,

$$E_z^i = u^i(x, y) = \left(\cos \xi_0 a + \frac{\eta_2}{ik_1} \xi_0 \sin \xi_0 a \right) \sin [\xi_0 y] e^{i\beta_0 x} \quad (3.1j)$$

şeklinde olur.

Toplam alanı aşağıdaki gibi ifade edebiliriz:

$$u_T(x, y) = \begin{cases} u_1(x, y) & , y > b \\ \left[u^i(x, y) + u_2^{(1)}(x, y) \right] H(-x) + u_2^{(2)}(x, y) H(x) & , -a < y < a \\ u_3(x, y) & , y < -b \end{cases} \quad (3.2a)$$

Karekök fonksiyonu $K_1(\alpha) = \sqrt{k_1^2 - \alpha^2}$, $\alpha = k_1$ 'den $\alpha = k_1 + i\infty$ 'e ve $\alpha = -k_1$ 'den $\alpha = -k_1 - i\infty$ 'a kesilen kompleks- α düzleminde tanımlıdır. Problemin çözümü için gerekli olan sınır ve süreklilik koşulları aşağıdaki gibidir:

$$\left(1 + \frac{\eta_1}{ik_0} \frac{\partial}{\partial y} \right) u_1(x, b) = 0, \quad x < 0, \quad (3.3a)$$

$$\left(1 - \frac{\eta_2}{ik_1} \frac{\partial}{\partial y} \right) u_2^{(1)}(x, a) = 0, \quad x < 0, \quad (3.3b)$$

$$\left(1 + \frac{\eta_2}{ik_1} \frac{\partial}{\partial y} \right) u_2^{(1)}(x, -a) = 0, \quad x < 0, \quad (3.3c)$$

$$\left(1 - \frac{\eta_1}{ik_0} \frac{\partial}{\partial y} \right) u_3(x, -b) = 0, \quad x < 0, \quad (3.3d)$$

$$\left(1 + \frac{\eta_3}{ik_2} \frac{\partial}{\partial x} \right) u_2^{(2)}(0, y) = 0, \quad a < |y| < b, \quad (3.3e)$$

$$u_2^{(1)}(0, y) + u^i(0, y) = u_2^{(2)}(0, y), \quad -a < y < a, \quad (3.4a)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} u_2^{(1)}(0, y) + \frac{\partial}{\partial x} u^i(0, y) = \frac{\partial}{\partial x} u_2^{(2)}(0, y), \quad -a < y < a \quad (3.4b)$$

$$u_1(x, b) = u_2^{(2)}(x, b), \quad x > 0, \quad (3.4c)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} u_1(x, b) = \frac{\partial}{\partial y} u_2^{(2)}(x, b), \quad x > 0, \quad (3.4d)$$

$$u_3(x, -b) = u_2^{(2)}(x, -b), \quad x > 0, \quad (3.4e)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} u_3(x, -b) = \frac{\partial}{\partial y} u_2^{(2)}(x, -b), \quad x > 0. \quad (3.4f)$$

$u_1(x, y)$ ve $u_3(x, y)$ fonksiyonları $x \in (-\infty, \infty)$ aralığında Helmholtz denklemini sağladığı için x 'e göre Fourier dönüşümleri,

$$\begin{bmatrix} F_{\pm}(\alpha, y) \\ H_{\pm}(\alpha, y) \end{bmatrix} = \pm \int_0^{\pm\infty} \begin{bmatrix} u_1(x, y) \\ u_3(x, y) \end{bmatrix} e^{i\alpha x} dx \quad (3.5a)$$

olmak üzere,

$$\begin{bmatrix} F(\alpha, y) \\ H(\alpha, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_+(\alpha, y) \\ H_+(\alpha, y) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_-(\alpha, y) \\ H_-(\alpha, y) \end{bmatrix} \quad (3.5b)$$

şeklinde yazılabilir. Helmholtz denklemlerini Fourier dönüşüm domeninde

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + (k_0^2 - \alpha^2) \right] \begin{bmatrix} F(\alpha, y) \\ H(\alpha, y) \end{bmatrix} = 0 \quad (3.5c)$$

şeklinde yazabiliriz. u_1 ve u_3 'ün $x \rightarrow \pm\infty$ için

$$u_1(x, y) = O(e^{-ik_0|x|}), \quad x \rightarrow \pm\infty \quad (3.5d)$$

ve

$$u_3(x, y) = O(e^{ik_0|x|}), \quad x \rightarrow \pm\infty \quad (3.5e)$$

şeklindeki asimptotik davranışını da dikkate alarak $F_+(\alpha, y)$ ve $H_+(\alpha, y)$ fonksiyonları $\Im m(\alpha) > \Im m(-k_0)$ üst yarı düzleminde; $F_-(\alpha, y)$ ve $H_-(\alpha, y)$ fonksiyonları da $\Im m(\alpha) < \Im m(k_0)$ alt yarı düzleminde α 'nın regüler fonksiyonlarıdır. (3.5c)'nin genel çözümü $y \rightarrow \infty$ için radyasyon koşulu yardımıyla şöyledir:

$$F_+(\alpha, y) + F_-(\alpha, y) = A(\alpha)e^{iK_0(\alpha)(y-b)} \quad (3.6a)$$

ve

$$H_+(\alpha, y) + H_-(\alpha, y) = D(\alpha)e^{-iK_0(\alpha)(y+b)} \quad (3.6b)$$

Burada $K_{0,1,2}(\alpha)$ ortamlara göre

$$K_0(\alpha) = \sqrt{k_0^2 - \alpha^2} \quad (3.6c)$$

şeklinde alınacaktır. $K_0(\alpha) = \sqrt{k_0^2 - \alpha^2}$ karekök fonksiyonu $\alpha = k_0$ 'dan $\alpha = k_0 + i\infty$ 'a ve $\alpha = -k_0$ 'dan $\alpha = -k_0 - i\infty$ 'a kesilen kompleks $-\alpha$ düzleminde tanımlıdır. (3.3a) ve (3.3d) denklemleri Fourier dönüşüm domeninde şu şekli alır:

$$F_-(\alpha, b) + \frac{\eta_1}{ik_0} \dot{F}_-(\alpha, b) = 0 \quad (3.7a)$$

ve

$$H_-(\alpha, -b) - \frac{\eta_1}{ik_0} \dot{H}_-(\alpha, -b) = 0 \quad (3.7b)$$

burada nokta ($\dot{\cdot}$) gösterimi y 'ye göre türevi ifade eder. (3.6a,b) denklemlerinin y 'ye göre türevini alır ve (3.7a,b) denklemlerini de kullanırsak,

$$R_+(\alpha) = \frac{K_0(\alpha)}{k_0\chi(\alpha)} A(\alpha) \quad (3.8a)$$

ve

$$\tilde{R}_+(\alpha) = \frac{K_0(\alpha)}{k_0\chi(\alpha)} D(\alpha) \quad (3.8b)$$

eşitliğini elde ederiz. Burada $R_+(\alpha)$, $\tilde{R}_+(\alpha)$ ve $\chi(\alpha)$ şöyle tanımlanmıştır:

$$R_+(\alpha) = F_+(\alpha, b) + \frac{\eta_1}{ik_0} \dot{F}_+(\alpha, b), \quad (3.8c)$$

$$\tilde{R}_+(\alpha) = H_+(\alpha, -b) - \frac{\eta_1}{ik_0} \dot{H}_+(\alpha, -b) \quad (3.8d)$$

ve

$$\chi(\alpha) = \left[\eta_1 + \frac{k_0}{K_0(\alpha)} \right]^{-1} \quad (3.8e)$$

$0 < y < b$ ile $x > 0$ bölgesinde ise $u_2^{(2)}(x, y)$ Helmholtz denklemini sağlar.

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_2^2 \right] u_2^{(2)}(x, y) = 0 \quad (3.9a)$$

(3.9a)'nın fourier dönüşümünden

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial y^2} + K_2^2(\alpha) \right] G_+(\alpha, y) = f(y) + \alpha g(y) \quad (3.9b)$$

elde edilir. Burada,

$$f(y) = \frac{\partial}{\partial x} u_2^{(2)}(0, y) \quad (3.9c)$$

$$g(y) = -iu_2^{(2)}(0, y) \quad (3.9d)$$

olmak üzere,

$$G_+(\alpha, y) = \int_0^\infty u_2^{(2)}(x, y) e^{i\alpha x} dx \quad (3.10)$$

şeklinde tanımlanmıştır ve $G_+(\alpha, y)$ fonksiyonu $\Im m(\alpha) > \Im m(-k_2)$ yarım düzleminde regülerdir. (3.9b) denkleminin genel çözümü,

$$G_+(\alpha, y) = B(\alpha) \sin [K_2(\alpha) y] + C(\alpha) \cos [K_2(\alpha) y] + \frac{1}{K_2(\alpha)} \int_{-b}^y [f(t) + \alpha g(t)] \sin [K_2(\alpha) (y - t)] dt \quad (3.11)$$

olarak elde edilir. (3.4c) ve (3.4e) süreklilik denklemleri kullanılırsa,

$$R_+(\alpha) = G_+(\alpha, b) + \frac{\eta_1}{ik_0} \dot{G}_+(\alpha, b) \quad (3.12a)$$

ve

$$\tilde{R}_+(\alpha) = G_+(\alpha, -b) - \frac{\eta_1}{ik_0} \dot{G}_+(\alpha, -b) \quad (3.12b)$$

elde edilir. Böylece,

$$M(\alpha) = \cos [K_2(\alpha) b] - \frac{\eta_1}{ik_0} K_2(\alpha) \sin [K_2(\alpha) b] \quad (3.13a)$$

ve

$$\tilde{M}(\alpha) = \frac{\sin [K_2(\alpha) b]}{K_2(\alpha)} + \frac{\eta_1}{ik_0} \cos [K_2(\alpha) b] \quad (3.13b)$$

olmak üzere,

$$R_+(\alpha) = B(\alpha) K_2(\alpha) \tilde{M}(\alpha) + C(\alpha) M(\alpha) - \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \times \left[\frac{\sin [K_2(\alpha) (b - t)]}{K_2(\alpha)} + \frac{\eta_1}{ik_0} \cos [K_2(\alpha) (b - t)] \right] dt \quad (3.13c)$$

ve

$$\tilde{R}_+(\alpha) = -B(\alpha) K_2(\alpha) \tilde{M}(\alpha) + C(\alpha) M(\alpha) \quad (3.13d)$$

eşitliğini verir. Bu denklemlerden, $B(\alpha)$ ve $C(\alpha)$,

$$B(\alpha) = \frac{1}{2K_2(\alpha) \tilde{M}(\alpha)} \left\{ R_+(\alpha) - \tilde{R}_+(\alpha) - \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \times \left[\frac{\sin [K_2(\alpha) (b - t)]}{K_2(\alpha)} + \frac{\eta_1}{ik_0} \cos [K_2(\alpha) (b - t)] \right] dt \right\} \quad (3.14a)$$

ve

$$C(\alpha) = \frac{1}{2M(\alpha)} \left\{ R_+(\alpha) + \tilde{R}_+(\alpha) - \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \times \left[\frac{\sin[K_2(\alpha)(b-t)]}{K_2(\alpha)} + \frac{\eta_1}{ik_0} \cos[K_2(\alpha)(b-t)] \right] dt \right\} \quad (3.14b)$$

olarak çözülür. Böylece $B(\alpha)$ ve $C(\alpha)$ 'yı (3.11) bağıntısında yerine koyarsak,

$$G_+(\alpha, y) = \frac{\sin[K_2(\alpha)y]}{2K_2(\alpha)\tilde{M}(\alpha)} \left\{ R_+(\alpha) - \tilde{R}_+(\alpha) - \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \times \left[\frac{\sin[K_2(\alpha)(b-t)]}{K_2(\alpha)} + \frac{\eta_1}{ik_0} \cos[K_2(\alpha)(b-t)] \right] dt \right\} \\ + \frac{\cos[K_2(\alpha)y]}{2M(\alpha)} \left\{ R_+(\alpha) + \tilde{R}_+(\alpha) - \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \times \left[\frac{\sin[K_2(\alpha)(b-t)]}{K_2(\alpha)} + \frac{\eta_1}{ik_0} \cos[K_2(\alpha)(b-t)] \right] dt \right\} \\ + \frac{1}{K_2(\alpha)} \int_{-b}^y [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_2(\alpha)(y-t)] dt \quad (3.14c)$$

eşitliğini elde ederiz. (3.14) denkleminin sol tarafı $\Im m(\alpha) > \Im m(-k_2)$ yarı düzleminde regüler olmasına rağmen sağ tarafının regülerliği $M(\alpha)$ ve $\tilde{M}(\alpha)$ 'nın sıfırlarında basit kutup bulunmasıyla bozulur, yani

$$M(\alpha_m^e) = 0, \quad \Im m(\alpha_m^e) > \Im m(k_2), \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (3.15a)$$

ve

$$\tilde{M}(\alpha_m^o) = 0, \quad \Im m(\alpha_m^o) > \Im m(k_2), \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (3.15b)$$

olur. (3.14) denklemindeki $\alpha = \alpha_m^e$ ve $\alpha = \alpha_m^o$ 'lardaki sıfırlarında yaylı parantezin içi de sıfır olmalıdır. Böylece,

$$R_+(\alpha_m^e) + \tilde{R}_+(\alpha_m^e) = \frac{\sin[K_{2m}^e b]}{2K_{2m}^e} \left[1 - \frac{\eta_1^2}{k_0^2} (K_{2m}^e)^2 \right] v_m^e [f_m^e + \alpha_m^e g_m^e] \quad (3.16a)$$

ve

$$R_+(\alpha_m^o) - \tilde{R}_+(\alpha_m^o) = \frac{\cos[K_{2m}^o b]}{2K_{2m}^o} \left[1 - \frac{\eta_1^2}{k_0^2} (K_{2m}^o)^2 \right] v_m^o [f_m^o + \alpha_m^o g_m^o] \quad (3.16b)$$

elde edilir. Burada $K_{2m}^e, K_{2m}^o, v_m^e, v_m^o$

$$K_{2m}^e = K_2^e(\alpha_m) \text{ ve } K_{2m}^o = K_2^o(\alpha_m) \quad (3.16c)$$

$$v_m^e = b + \frac{\eta_1}{ik_0} \sin^2 [K_{2m}^e b] \text{ ve } v_m^o = b + \frac{\eta_1}{ik_0} \cos^2 [K_{2m}^o b] \quad (3.16d)$$

olmak üzere f_m^e, g_m^e

$$\begin{bmatrix} f_m^e \\ g_m^e \end{bmatrix} = \frac{2}{v_m^e} \int_{-b}^b \begin{bmatrix} f^{(e)}(t) \\ g^{(e)}(t) \end{bmatrix} \cos [K_{2m}^e t] dt \quad (3.16e)$$

ve f_m^o, g_m^o

$$\begin{bmatrix} f_m^o \\ g_m^o \end{bmatrix} = \frac{2}{v_m^o} \int_{-b}^b \begin{bmatrix} f^{(o)}(t) \\ g^{(o)}(t) \end{bmatrix} \sin [K_{2m}^o t] dt \quad (3.16f)$$

şeklinde tanımlanmıştır. (3.16e,f) ifadesi bize $f^{(e)}(t), g^{(e)}(t)$ ve $f^{(o)}(t), g^{(o)}(t)$ fonksiyonlarının aşağıdaki gibi özfonksiyon serilerine açılabileceklerini göstermektedir:

$$\begin{bmatrix} f^{(e)}(t) \\ g^{(e)}(t) \end{bmatrix} = \sum_{m=0}^{\infty} \begin{bmatrix} f_m^e \\ g_m^e \end{bmatrix} \cos [K_{2m}^e t] \quad (3.16g)$$

ve

$$\begin{bmatrix} f^{(o)}(t) \\ g^{(o)}(t) \end{bmatrix} = \sum_{m=0}^{\infty} \begin{bmatrix} f_m^o \\ g_m^o \end{bmatrix} \sin [K_{2m}^o t] \quad (3.16h)$$

Şimdi (3.4d) ve (3.4f) süreklilik denklemlerinin Fourier dönüşümü alırsa,

$$\dot{F}_+(\alpha, b) - \dot{G}_+(\alpha, b) = 0 \quad (3.17a)$$

ve

$$\dot{H}_+(\alpha, -b) - \dot{G}_+(\alpha, -b) = 0 \quad (3.17b)$$

elde edilir. (3.14c) nolu denklemin y 'ye göre türevini aldıktan sonra, bir kere $y = b$ ve bir kere de $y = -b$ konup (3.17a,b)'de yerlerine konulup (3.6a,b) ve (3.8a,b)

eşitliklerini de dikkate alarak basit bir takım düzenlemelerle,

$$ik_0 \frac{\chi(\alpha)}{M(\alpha) N(\alpha)} \left[R_+(\alpha) + \tilde{R}_+(\alpha) \right] - \dot{F}_-(\alpha, b) + \dot{H}_-(\alpha, -b) \\ = \frac{1}{M(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \cos[K_2(\alpha)t] dt \quad (3.18a)$$

ve

$$k_0 \frac{\chi(\alpha)}{K_0(\alpha) \tilde{M}(\alpha) \tilde{N}(\alpha)} \left[R_+(\alpha) - \tilde{R}_+(\alpha) \right] - \dot{F}_-(\alpha, b) - \dot{H}_-(\alpha, -b) \\ = \frac{1}{\tilde{M}(\alpha) K_2(\alpha)} \int_{-b}^b [f(t) + \alpha g(t)] \sin[K_2(\alpha)t] dt \quad (3.18b)$$

Burada $N(\alpha)$ ve $\tilde{N}(\alpha)$ ifadeleri,

$$N(\alpha) = \frac{K_0(\alpha)}{[K_0(\alpha) \cos(K_2 b) - i K_2(\alpha) \sin(K_2 b)]} \quad (3.19a)$$

ve

$$\tilde{N}(\alpha) = \frac{K_2(\alpha)}{[K_2(\alpha) \cos(K_2 b) - i K_0(\alpha) \sin(K_2 b)]}, \quad (3.19b)$$

şeklindedir.

(3.16g,h) özfonksiyon açılımları (3.18a,b)'de yerine koyup sonuçtaki integrali hesaplırsak, $\Im m(-k_0) < \Im m(\alpha) < \Im m(k_0)$ bandında geçerli olan aşağıdaki biçimde iki adet, ikinci türden modifiye Wiener-Hopf denklemini elde ederiz.

$$ik_0 \frac{\chi(\alpha)}{M(\alpha) N(\alpha)} \left[R_+(\alpha) + \tilde{R}_+(\alpha) \right] - \dot{F}_-(\alpha, b) + \dot{H}_-(\alpha, -b) \\ = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2K_{2m}^e \sin[K_{2m}^e b]}{[\alpha^2 - (\alpha_m^e)^2]} [f_m^e + \alpha g_m^e] \quad (3.19c)$$

ve

$$k_0 \frac{\chi(\alpha)}{K_0(\alpha) \tilde{M}(\alpha) \tilde{N}(\alpha)} \left[R_+(\alpha) - \tilde{R}_+(\alpha) \right] - \dot{F}_-(\alpha, b) - \dot{H}_-(\alpha, -b) \\ = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2K_{2m}^o \cos[K_{2m}^o b]}{[\alpha^2 - (\alpha_m^o)^2]} [f_m^o + \alpha g_m^o] \quad (3.19d)$$

(3.19c) Wiener-Hopf denkleminin klasik Wiener-Hopf işlemleriyle çözümünden,

$$ik_0 \frac{\chi_+(\alpha)}{M_+(\alpha) N_+(\alpha)} \left[R_+(\alpha) + \tilde{R}_+(\alpha) \right] \\ = - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{K_{2m}^e \sin[K_{2m}^e b]}{\alpha_m^e} \frac{M_+(\alpha_m^e) N_+(\alpha_m^e)}{\chi_+(\alpha_m^e)} \frac{(f_m^e - \alpha_m^e g_m^e)}{\alpha + \alpha_m^e} \quad (3.20)$$

elde edilir. Burada $M_+(\alpha)$, $N_+(\alpha)$, $\chi_+(\alpha)$, ve $M_-(\alpha)$, $N_-(\alpha)$, $\chi_-(\alpha)$ terimleri,

$$\frac{\chi(\alpha)}{M(\alpha) N(\alpha)} = \frac{\chi_+(\alpha)}{M_+(\alpha) N_+(\alpha)} \frac{\chi_-(\alpha)}{M_-(\alpha) N_-(\alpha)} \quad (3.21)$$

ile tanımlı, sırasıyla $\Im m(\alpha) > \Im m(-k_0)$ ve $\Im m(\alpha) < \Im m(k_0)$ yarım-düzleminde regüler ve sıfırları olmayan Wiener-Hopf çarpanlarıdır. $M_{\pm}(\alpha)$ ve $N_{\pm}(\alpha)$ 'nın açık ifadeleri [Mittra and Lee, 1971]'de açıklanan yöntemle

$$M_-(\alpha) = M_+(-\alpha) \text{ ve } N_-(\alpha) = N_+(-\alpha) \quad (3.22a)$$

olmak üzere,

$$N_+(\alpha) = \left[\frac{K_0(\alpha)}{[K_0(\alpha) \cos(K_2 b) - i K_2(\alpha) \sin(K_2 b)]} \right]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{k_0 + \alpha}{k_0 - \alpha} \right)^{1/4} \prod_{m=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha_m^e - \alpha}{\alpha_m^e + \alpha} \right)^{1/2} \\ \times \exp \frac{1}{2} \left\{ \frac{2K_0(\alpha) b}{\pi} \ln \left(\frac{\alpha + i K_0(\alpha)}{k_0} \right) - i K_0(\alpha) b + q^e(\alpha) \right\} \\ \times \exp \left[-\frac{i \alpha b}{\pi} \ln \left(\frac{2\alpha}{k_0} \right) \right] \quad (3.22b)$$

şeklinde bulunur. Burada

$$q^e(\alpha) = \int_0^{\infty} \left\{ \frac{b}{\pi} - \frac{\varpi^2 b + \left(\frac{\varpi^2}{\varpi'} - \varpi' \right) \sin(\varpi' b) \cos(\varpi')}{\pi [(\varpi')^2 \sin^2(\varpi' b) + \varpi^2 \cos^2(\varpi')]} \right\} \ln \left(\frac{K_0(\varpi) + \alpha}{K_0(\varpi) - \alpha} \right) d\varpi \quad (3.22c)$$

ve

$$\varpi' = \sqrt{\varpi^2 + k_2^2 - k_0^2} \quad (3.22d)$$

dır. Yine,

$$M_+(\alpha) = \left[\cos(k_2 b) + \frac{i\eta_1 k_2}{k_0} \sin(k_2 b) \right]^{1/2} \exp \left\{ \frac{i\alpha b}{\pi} \left[1 - C + \ln \left(\frac{\alpha b}{\pi} \right) + i\frac{\pi}{2} \right] \right\} \\ \times \prod_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_m^e} \right) \exp \left(\frac{i\alpha b}{m\pi} \right) \quad (3.22e)$$

şeklinde bulunur. Burada C Euler sabiti olup, değeri, $C = 0.57721\dots$ dir. Aynı şekilde $\chi_{\pm}(\alpha)$ fonksiyonları Maluizhinets fonksiyonu [Senior, 1975] terimleriyle aşağıdaki gibi açıkça ifade edilebilir:

$$\chi_-(k \cos \phi) = 2^{3/2} \sqrt{\frac{2}{\eta_1}} \sin \frac{\phi}{2} \times \left\{ \frac{M_{\pi} \left(\frac{3\pi}{2} - \phi - \theta \right) M_{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \phi + \theta \right)}{M_{\pi}^2 \left(\frac{\pi}{2} \right)} \right\}^2 \\ \times \left\{ \left[1 + \sqrt{2} \cos \left(\frac{\frac{\pi}{2} - \phi + \theta}{2} \right) \right] \left[1 + \sqrt{2} \cos \left(\frac{\frac{3\pi}{2} - \phi - \theta}{2} \right) \right] \right\}^{-1} \quad (3.23a)$$

(3.23a)'da

$$\sin \theta = \frac{1}{\eta_1} \quad (2.23b)$$

ve

$$M_{\pi}(z) = \exp \left\{ -\frac{1}{8\pi} \int_0^z \frac{\pi \sin u - 2\sqrt{2}\pi \sin \left(\frac{u}{2} \right) - 2u}{\cos u} du \right\} \quad (3.23c)$$

dir.

(3.19d) Wiener-Hopf denkleminin klasik Wiener-Hopf işlemleriyle çözümünden ise,

$$k_0 \frac{\chi_+(\alpha)}{\sqrt{k_0 + \alpha} \tilde{M}_+(\alpha) \tilde{N}_+(\alpha)} [R_+(\alpha) - \tilde{R}_+(\alpha)] = \\ - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{K_{2m}^o \cos[K_{2m}^o b]}{\alpha_m^o} \frac{\sqrt{k_0 + \alpha_m^o} \tilde{M}_+(\alpha_m^o) \tilde{N}_+(\alpha_m^o)}{\chi_+(\alpha_m^o)} \frac{(f_m^o - \alpha_m^o g_m^o)}{\alpha + \alpha_m^o} \quad (3.24a)$$

denklemini elde ederiz. Burada $\tilde{M}_+(\alpha)$, $\tilde{N}_+(\alpha)$ ve $\tilde{M}_-(\alpha)$, $\tilde{N}_-(\alpha)$ (3.13b) ve (3.19b)'nin

Wiener-Hopf faktörizasyonları sonucunda oluşan ve aşağıdaki şekilde ifade edilen split fonksiyonlardır:

$$\frac{\chi(\alpha)}{K_0(\alpha) \widetilde{M}(\alpha) \widetilde{N}(\alpha)} = \frac{\chi_+(\alpha)}{\sqrt{k_0 + \alpha} \widetilde{M}_+(\alpha) \widetilde{N}_+(\alpha)} \times \frac{\chi_-(\alpha)}{\sqrt{k_0 - \alpha} \widetilde{M}_-(\alpha) \widetilde{N}_-(\alpha)} \quad (3.24b)$$

$\widetilde{M}_\pm(\alpha)$ ve $\widetilde{N}_\pm(\alpha)$ açık ifadeleri yine [Mittra and Lee, 1971]'deki yöntemle

$$\begin{aligned} \widetilde{N}_+(\alpha) = & \left[\frac{K_2^o(\alpha)}{[K_2^o(\alpha) \cos(K_2^o b) - iK_0^o(\alpha) \sin(K_2^o b)]} \right]^{\frac{1}{2}} \prod_{m=1}^{\infty} \left(\frac{\alpha_m^o - \alpha}{\alpha_m^o + \alpha} \right)^{1/2} \\ & \times \exp \frac{1}{2} \left\{ \frac{2K_0^o(\alpha) b}{\pi} \ln \left(\frac{\alpha + iK_0^o(\alpha)}{k_0} \right) - iK_0^o(\alpha) b + q^{(o)}(\alpha) \right\} \exp \left[\frac{i\alpha b}{\pi} \ln \left(\frac{2\alpha}{k_0} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.24c)$$

şeklinde elde edilir. Burada

$$\widetilde{N}_-(\alpha) = \widetilde{N}_+(-\alpha) \text{ ve } \widetilde{M}_-(\alpha) = \widetilde{M}_+(-\alpha) \quad (3.24d)$$

ve

$$\begin{aligned} q^{(o)}(\alpha) = PV \int_0^\infty & \left\{ \frac{b}{\pi} - \frac{\varpi^2 b - \left(\frac{\varpi^2}{\varpi'} - \varpi' \right) \sin(\varpi' b) \cos(\varpi' b)}{\pi \left[(\varpi')^2 \sin^2(\varpi' b) + \varpi^2 \cos^2(\varpi' b) \right]} \right\} \\ & \times \ln \left(\frac{K_0(\varpi) + \alpha}{K_0(\varpi) - \alpha} \right) d\varpi \end{aligned} \quad (3.24e)$$

dir. Yine,

$$\begin{aligned} \widetilde{M}_+(\alpha) = & \left[\frac{\sin(k_2 b)}{k_2} - \frac{i\eta_1}{k_0} \cos(k_2 b) \right]^{1/2} \exp \left\{ \frac{i\alpha b}{\pi} \left[1 - C - \ln \left(\frac{\alpha b}{\pi} \right) + i\frac{\pi}{2} \right] \right\} \\ & \times \prod_{m=1}^{\infty} \left(1 + \frac{\alpha}{\alpha_m^o} \right) \exp \left(\frac{i\alpha b}{m\pi} \right) \end{aligned} \quad (3.24f)$$

şeklinde bulunur ve ϖ' (3.22d)'de verilmişti. Burada C Euler sabiti olup, değeri, $C = 0.57721...$ dir.

3.2.Bilinmeyen Katsayıların Hesaplanması

Şimdi de $0 < y < a$, $x < 0$ ile tanımlı dalga klavuzu bölgesini ele alalım. $u_2^{(1)}(x, y)$ saçılan alanını, $\xi_n^e = K_1(\beta_n^e)$, $\xi_n^o = K_1(\beta_n^o)$ ve

$$A_n = \left(\cos \xi_n a + \frac{\eta_2}{ik_1} \xi_n \sin \xi_n a \right), \quad B_n = \left(\sin \xi_n a - \frac{\eta_2}{ik_1} \xi_n \cos \xi_n a \right), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (3.25a)$$

olmak üzere nomal modların toplamı şeklinde, aşağıdaki gibi ifade ederiz:

$$u_2^{(1)}(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n^o A_n \sin [\xi_n^o y] e^{-i\beta_n^o x} + \sum_{n=0}^{\infty} c_n^e B_n \cos [\xi_n^e y] e^{-i\beta_n^e x} \quad (3.25b)$$

(3.4a,b) süreklilik bağıntıları yardımıyla ve (3.9c,d) tanımlarını da göz önünde tutarak,

$$\frac{\partial}{\partial x} u^i(0, y) + \frac{\partial}{\partial x} u_2^{(1)}(0, y) = f(y) \quad (3.25c)$$

$$u^i(0, y) + u_2^{(1)}(0, y) = ig(y) \quad (3.25d)$$

yazabiliriz. (3.4a), ve (3.4b) süreklilik bağıntıları ve (3.3e) sınır koşulu ile

$$\left(1 + \frac{\eta_3}{ik_2} \frac{\partial}{\partial x} \right) u_2^{(2)}(0, y) = \begin{cases} \left(1 + \frac{\eta_3}{ik_2} \frac{\partial}{\partial x} \right) u^i(0, y) + \left(1 + \frac{\eta_3}{ik_2} \frac{\partial}{\partial x} \right) u_2^{(1)}(0, y), & 0 < y < a \\ 0, & a < y < b \end{cases} \quad (3.26)$$

yazılabilir. (2.25b) ve (3.16g,h) eşitlikleri (3.25c), (3.25d) ve (3.26)'da yerine konulursa

$$f_0^o \sin [K_{20}^o y] = i\beta_0^o A_0 (1 - c_0^o) \sin [\xi_0^o y], \quad 0 < y < a \quad (3.27a)$$

ve

$$\sum_{m=1}^{\infty} f_m^o \sin [K_{2m}^o y] = -i \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n^o c_n^o A_n \sin [\xi_n^o y], \quad 0 < y < a \quad (3.27b)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} f_m^e \cos [K_{2m}^e y] = -i \sum_{n=0}^{\infty} \beta_n^e c_n^e B_n \cos [\xi_n^e y], \quad 0 < y < a \quad (3.27c)$$

yine

$$i \left[g_0^o - \frac{\eta_3}{k_2} f_0^o \right] \sin [K_{20}^o y] = \begin{cases} \left[\left(1 + \frac{\eta_3}{k_2} \beta_0^o \right) + c_0^o \left(1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_0^o \right) \right] A_0 \sin [\xi_0^o y], & 0 < y < a \\ 0, & a < y < b \end{cases} \quad (3.28a)$$

$$i \sum_{m=1}^{\infty} \left[g_m^o - \frac{\eta_3}{k_2} f_m^o \right] \sin [K_{2m}^o y] = \begin{cases} \sum_{n=1}^{\infty} A_n c_n^o \left(1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_n^o \right) \sin [\xi_n^o y], & 0 < y < a \\ 0, & a < y < b \end{cases} \quad (3.28b)$$

$$i \sum_{m=0}^{\infty} \left[g_m^e - \frac{\eta_3}{k_2} f_m^e \right] \cos [K_{2m}^e y] = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} B_n c_n^e \left(1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_n^e \right) \cos [\xi_n^e y], & 0 < y < a \\ 0, & a < y < b \end{cases} \quad (3.28c)$$

eşitlikleri elde edilir. (2.27a,b, c) nolu eşitliklerinin her iki tarafını sırasıyla $\cos [\xi_0^o y]$, $\cos [\xi_\ell^o y]$ ve $\cos [\xi_\ell^e y]$ ile çarpıp $y = -a$ 'dan $y = a$ 'ya kadar integral alınırsa

$$\mu_\ell^o = a - \frac{\eta_2}{ik_1} \cos^2 [\xi_\ell^o a] \quad (3.29a)$$

$$\mu_\ell^e = a - \frac{\eta_2}{ik_1} \sin^2 [\xi_\ell^e a] \quad (3.29b)$$

$$\Omega_m^o = \sin [K_{2m}^o a] - \frac{\eta_2}{ik_1} K_{2m}^o \cos [K_{2m}^o a] \quad (3.29c)$$

$$\Omega_m^e = \cos [K_{2m}^e a] + \frac{\eta_2}{ik_1} K_{2m}^e \sin [K_{2m}^e a] \quad (3.29d)$$

$$\vartheta_{m\ell}^o = (K_{2m}^o)^2 - (\xi_\ell^o)^2 \quad (3.29e)$$

$$\vartheta_{m\ell}^e = (K_{2m}^e)^2 - (\xi_\ell^e)^2 \quad (3.29f)$$

$$\beta_n^o = \sqrt{k_1^2 - (\xi_n^o)^2} \quad (3.29g)$$

$$\beta_n^e = \sqrt{k_1^2 - (\xi_n^e)^2} \quad (3.29h)$$

olmak üzere

$$(1 - c_0^o) = \frac{-2i\xi_0^o}{\beta_0^o \mu_0^o A_0} \cos[\xi_0^o a] \frac{\Omega_0^o}{\vartheta_{00}^o} f_0^o \quad (3.30a)$$

ve

$$c_\ell^o = \frac{2i\xi_\ell^o}{\beta_\ell^o \mu_\ell^o A_\ell} \cos[\xi_\ell^o a] \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Omega_m^o}{\vartheta_{m\ell}^o} f_m^o, \quad \ell = 1, 2, \dots \quad (3.30b)$$

$$c_\ell^e = \frac{-2i\xi_\ell^e}{\beta_\ell^e \mu_\ell^e B_\ell} \sin[\xi_\ell^e a] \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\Omega_m^e}{\vartheta_{m\ell}^e} f_m^e, \quad \ell = 0, 1, 2, \dots \quad (3.30c)$$

eşitliklerini elde ederiz. Benzer şekilde (2.28a,b,c) eşitliklerinin her iki tarafını sırasıyla $\cos[K_{20}^o y]$, $\cos[K_{2m}^o y]$ ve $\cos[K_{2m}^e y]$ ile çarpıp $y = -b$ 'den $y = b$ 'ye kadar integral alırsak,

$$\nu_\ell^o = b + \frac{\eta_1}{ik_0} \cos^2[K_{2\ell}^o b] \quad (3.31a)$$

$$\nu_\ell^e = b + \frac{\eta_1}{ik_0} \sin^2[K_{2\ell}^e b] \quad (3.31b)$$

olmak üzere

$$g_0^o - \frac{\eta_3}{k_2} f_0^o = \frac{-2i\Omega_0^o \xi_0^o \cos[\xi_0^o a] \left[\left(1 + \frac{\eta_3}{k_2} \beta_0^o\right) + \left(1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_0^o\right) c_0^o \right] A_0}{\nu_0^o \vartheta_{00}^o} \quad (3.31c)$$

$$g_\ell^o - \frac{\eta_3}{k_2} f_\ell^o = \frac{-2i\Omega_\ell^o \xi_\ell^o \cos[\xi_\ell^o a] \left(1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_\ell^o\right)}{\nu_\ell^o \vartheta_{\ell n}^o} A_n c_n^o, \quad \ell = 1, 2, \dots \quad (3.31d)$$

$$g_\ell^e - \frac{\eta_3}{k_2} f_\ell^e = \frac{2i\Omega_\ell^e \xi_\ell^e \sin[\xi_\ell^e a] \left(1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_\ell^e\right)}{\nu_\ell^e \vartheta_{\ell n}^e} B_n c_n^e, \quad \ell = 0, 1, 2, \dots \quad (3.31e)$$

eşitlikleri elde edilir. (3.30a,b,c) eşitlikleri (3.31c,d,e) eşitliklerinde yerlerine konur

ve çıkan sonuçlar birleştirilirse

$$g_r^o = \frac{\eta_3}{k_2} f_r^o + 4 \frac{\Omega_r^o}{v_r^o} \sum_{m=0}^{\infty} f_m^o \Omega_m^o \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\xi_n^o)^2 \cos^2 [\xi_n^o a] (1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_n^o)}{\beta_n^o \mu_n^o \vartheta_{mn}^o \vartheta_{rn}^o} - \frac{4i \Omega_0^o \xi_0^o A_0 \cos [\xi_0^o a]}{\nu_0^o \vartheta_{00}^o} \quad (3.32a)$$

$$g_r^e = \frac{\eta_3}{k_2} f_r^e + 4 \frac{\Omega_r^e}{v_r^e} \sum_{m=0}^{\infty} f_m^e \Omega_m^e \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\xi_n^e)^2 \sin^2 [\xi_n^e a] (1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_n^e)}{\beta_n^e \mu_n^e \vartheta_{mn}^e \vartheta_{rn}^e} \quad (3.32b)$$

elde edilir.

(3.20)'de $\alpha = \alpha_1, \alpha_2, \dots$ yerine konursa ve (3.16a) kullanılırsa f_r^e ve g_r^e için aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\frac{ik_0 v_r^e}{2} \left[1 - \frac{\eta_1^2}{k_0^2} (K_{2r}^e)^2 \right] \frac{\sin [K_{2r}^e b]}{K_{2r}^e} \frac{\chi_+(\alpha_r^e)}{M_+^{(e)}(\alpha_r^e) N_+^{(e)}(\alpha_r^e)} [f_r^e + \alpha_r^e g_r^e] = - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{K_{2m}^e \sin [K_{2m}^e b]}{\alpha_m^e} \frac{M_+^{(e)}(\alpha_m^e) N_+^{(e)}(\alpha_m^e)}{\chi_+(\alpha_m^e)} \frac{(f_m^e - \alpha_m^e g_m^e)}{\alpha_r^e + \alpha_m^e}, \quad r = 1, 2, \dots \quad (3.33a)$$

Benzer şekilde (3.24a)'da da $\alpha = \alpha_1, \alpha_2, \dots$ yerine konursa ve (3.16b) kullanılırsa f_r^o ve g_r^o için aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\frac{k_0 v_r^o}{2} \left[1 - \frac{\eta_1^2}{k_0^2} (K_{2m}^o)^2 \right] \frac{\cos [K_{2m}^o b]}{K_{2m}^o} \frac{\chi_+(\alpha)}{\sqrt{k_0 + \alpha} \tilde{M}_+(\alpha) \tilde{N}_+(\alpha)} [f_m^o + \alpha_m^o g_m^o] = - \sum_{m=0}^{\infty} \frac{K_{2m}^o \cos [K_{2m}^o b]}{\alpha_m^o} \frac{\sqrt{k_0 + \alpha_m^o} \tilde{M}_+(\alpha_m^o) \tilde{N}_+(\alpha_m^o)}{\chi_+(\alpha_m^o)} \frac{(f_m^o - \alpha_m^o g_m^o)}{\alpha + \alpha_m^o} \quad (3.33b)$$

$-b < y < b$ ve $x = 0$ aralığındaki süreklilik bağıntısının kullanılmasıyla aşağıdaki gibi elde edilen ve f_r^o sabitlerini veren, sonsuz sayıda bilinmeyenler içeren sonsuz çoklukta bilinmeyen denklemler elde ederiz:

$$\begin{aligned}
& \left\{ -\frac{k_0 v_r^o}{2} \left(1 + \frac{\eta_3}{k_2} \alpha_r^o \right) \left[1 - \frac{\eta_1^2}{k_0^2} (K_{2r}^o)^2 \right] \frac{\cos [K_{2r}^o b]}{K_{2r}^o} \frac{\chi_+(\alpha_r^o)}{\sqrt{k_0 + \alpha_r^o} M_+^{(o)}(\alpha_r^o) N_+^{(o)}(\alpha_r^o)} + C_r^o(\alpha_r^o) \right\} f_r^o \\
& + \sum_{\substack{m=0 \\ n \neq r}} C_m^o(\alpha_r^o) f_m^o = \frac{4i\Omega_0^o \xi_0^o A_0 \cos [\xi_0^o a]}{\nu_0^o \vartheta_{00}^o} \\
& \times \left\{ -k_0 v_r^o \alpha_r^o \left(1 + \frac{\eta_3}{k_2} \alpha_r^o \right) \left[1 - \frac{\eta_1^2}{k_0^2} (K_{2r}^o)^2 \right] \frac{\cos [K_{2r}^o b]}{K_{2r}^o} \frac{\chi_+(\alpha_r^o)}{\sqrt{k_0 + \alpha_r^o} M_+^{(o)}(\alpha_r^o) N_+^{(o)}(\alpha_r^o)} \right. \\
& \left. + \sum_{m=0}^{\infty} \frac{K_{2m}^o \cos [K_{2m}^o b]}{(\alpha_r^o + \alpha_m^o)} \frac{\sqrt{k_0 + \alpha_m^o} M_+^{(o)}(\alpha_m^o) N_+^{(o)}(\alpha_m^o)}{\chi_+(\alpha_m^o)} \right\} \quad (3.34a)
\end{aligned}$$

(3.34a) ifadesinde,

$$\begin{aligned}
C_m^o(\alpha_r^o) = & \left(1 - \frac{\eta_3}{k_2} \alpha_m^o \right) \frac{K_{2m}^o \cos [K_{2r}^o b]}{2\alpha_m^o (\alpha_r^o + \alpha_m^o)} \frac{\sqrt{k_0 + \alpha_m^o} M_+^{(o)}(\alpha_m^o) N_+^{(o)}(\alpha_m^o)}{\chi_+(\alpha_m^o)} \\
& - \Omega_m^o \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\xi_n^o)^2 \cos^2 [\xi_n^o a] (1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_n)}{\beta_n \mu_n^o \vartheta_{mn}^o} \times \\
& \left\{ k_0 \left[1 - \frac{\eta_1^2}{k_0^2} (K_{2r}^o)^2 \right] \frac{\alpha_r^o \Omega_r^o \cos [K_{2r}^o b]}{\vartheta_{rn}^o K_{2r}^o} \frac{\chi_+(\alpha_r^o)}{\sqrt{k_0 + \alpha_r^o} M_+^{(o)}(\alpha_r^o) N_+^{(o)}(\alpha_r^o)} \right. \\
& \left. + \sum_{s=0}^{\infty} \frac{2\Omega_s^o K_{2s}^o \cos [K_{2s}^o b]}{\nu_s^o \vartheta_{sn}^o} \frac{\sqrt{k_0 + \alpha_s^o} M_+^{(o)}(\alpha_s^o) N_+^{(o)}(\alpha_s^o)}{(\alpha_r^o + \alpha_s^o) \chi_+(\alpha_s^o)} \right\} \quad (3.34b)
\end{aligned}$$

şeklinde yazılmıştır.

Yine aynı yollarla aşağıdaki gibi elde edilen ve f_r^e sabitlerini veren, sonsuz sayıda bilinmeyenler içeren sonsuz çoklukta bilinmeyen denklemler elde ederiz:

$$\begin{aligned}
& \left\{ \frac{ik_0 \nu_r^e}{2} \left(1 + \frac{\eta_3}{k_2} \alpha_r^e \right) \left[1 - \frac{\eta_1^2}{k_0^2} (K_{2r}^e)^2 \right] \frac{\sin [K_{2r}^e b]}{K_{2r}^e} \frac{\chi_+(\alpha_r^e)}{M_+^{(e)}(\alpha_r^e) N_+^{(e)}(\alpha_r^e)} + C_r^e(\alpha_r^e) \right\} f_r^e \\
& + \sum_{\substack{m=0 \\ n \neq r}} C_m^e(\alpha_r^e) f_m^e = 0 \quad (3.35a)
\end{aligned}$$

(3.35a) ifadesinde,



$$\begin{aligned} C_m^e(\alpha_r^e) = & \left(1 + \frac{\eta_3}{k_2} \alpha_m^e \right) \frac{K_{2m}^e \sin[K_{2r}^e b]}{2\alpha_m^e(\alpha_r^e + \alpha_m^e)} \frac{M_+^{(e)}(\alpha_m^e) N_+^{(e)}(\alpha_m^e)}{\chi_+(\alpha_m^e)} \\ & + \Omega_m^e \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\xi_n^e)^2 \sin^2[\xi_n^e a] (1 - \frac{\eta_3}{k_2} \beta_n^e)}{\beta_n^e \mu_n^e \vartheta_{mn}^e} \\ & \times \left\{ ik_0 \left[1 - \frac{\eta_1^2}{k_0^2} (K_{2r}^e)^2 \right] \frac{\alpha_r^e \Omega_r^e \sin[K_{2r}^e b]}{\vartheta_{rn}^e K_{2r}^e} \frac{\chi_+(\alpha_r^e)}{M_+^{(e)}(\alpha_r^e) N_+^{(e)}(\alpha_r^e)} \right. \\ & \left. - \sum_{s=0}^{\infty} \frac{2\Omega_s^e}{v_s^e \vartheta_{sn}^e} \frac{K_{2s}^e \sin[K_{2s}^e b]}{(\alpha_r^e + \alpha_s^e)} \frac{M_+^{(e)}(\alpha_s^e) N_+^{(e)}(\alpha_s^e)}{\chi_+(\alpha_s^e)} \right\} \quad (3.35b) \end{aligned}$$

şeklinde yazılmıştır.

3.3. Işınan Alanın Analizi

$F(\alpha, y)$ ve $H(\alpha, y)$ 'nin ters Fourier dönüşümü ile ışınan alanı elde edebiliriz:

$$u_1(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L A(\alpha) e^{iK_0(\alpha)(y-b)} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (3.36a)$$

ve

$$u_3(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_L D(\alpha) e^{-iK_0(\alpha)(y+b)} e^{-i\alpha x} d\alpha \quad (3.36b)$$

yazılır. L integrasyon çizgisi $\Im m(-k_0) < \Im m(\alpha) < \Im m(k_0)$ aralığında reel α eksenini boyunca eksene paralel uzananmaktadır.

(3.36a) ve (3.36b) denklemlerinin semer noktası yöntemi kullanılarak asimptotik olarak değerlendirilmesi sonucunda $y > b$ 'deki toplam ışınan alan:

$$\begin{aligned} u_{1rad}(\rho, \phi) \sim & \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin \phi}{1 + \eta_1 \sin \phi} \frac{M_-(k_0 \cos \phi) N_-(k_0 \cos \phi)}{\chi_-(k_0 \cos \phi)} \\ & \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{K_{2m}^e \sin [K_{2m}^e b]}{2\alpha_m^e} \frac{M_+(\alpha_m^e) N_+(\alpha_m^e)}{\chi_+(\alpha_m^e)} \frac{(f_m^e - \alpha_m^e g_m^e)}{\alpha_m^e - k_0 \cos \phi} \frac{e^{ik_0 \rho}}{\sqrt{k_0 \rho}} \\ & + \frac{e^{i3\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin \phi}{1 + \eta_1 \sin \phi} \frac{\sqrt{k_0(1 - \cos \phi)} \tilde{M}_-(k_0 \cos \phi) \tilde{N}_-(k_0 \cos \phi)}{\chi_-(k_0 \cos \phi)} \\ & \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{K_{2m}^o \cos [K_{2m}^o b]}{2\alpha_m^o} \frac{\sqrt{k_0 + \alpha_m^o} M_+^{(o)}(\alpha_m^o) N_+^{(o)}(\alpha_m^o)}{\chi_+(\alpha_m^o)} \frac{(f_m^o - \alpha_m^o g_m^o)}{\alpha_m^o - k_0 \cos \phi} \frac{e^{ik_0 \rho}}{\sqrt{k_0 \rho}}, \quad (3.37a) \end{aligned}$$

ve $y < -b$ 'deki toplam ışınan alan

$$\begin{aligned}
u_{3rad}(\rho, \phi) & \sim \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin \phi}{1 + \eta_1 \sin \phi} \frac{M_-(k_o \cos \phi) N_-(k_o \cos \phi)}{\chi_-(k_o \cos \phi)} \\
& \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{K_{2m}^e \sin [K_{2m}^e b]}{2\alpha_m^e} \frac{M_+(\alpha_m^e) N_+(\alpha_m^e)}{\chi_+(\alpha_m^e)} \frac{(f_m^e - \alpha_m^e g_m^e)}{\alpha_m^e - k_o \cos \phi} \frac{e^{ik_o \rho}}{\sqrt{k_o \rho}} \\
& - \frac{e^{i3\pi/4}}{\sqrt{2\pi}} \frac{\sin \phi}{1 + \eta_1 \sin \phi} \frac{\sqrt{k_0 (1 - \cos \phi)} \tilde{M}_-(k_0 \cos \phi) \tilde{N}_-(k_0 \cos \phi)}{\chi_-(k_0 \cos \phi)} \\
& \times \sum_{m=0}^{\infty} \frac{K_{2m}^o \cos [K_{2m}^o b]}{2\alpha_m^o} \frac{\sqrt{k_0 + \alpha_m^o} M_+^{(o)}(\alpha_m^o) N_+^{(o)}(\alpha_m^o)}{\chi_+(\alpha_m^o)} \frac{(f_m^o - \alpha_m^o g_m^o)}{\alpha_m^o - k_0 \cos \phi} \frac{e^{ik_o \rho}}{\sqrt{k_o \rho}} \quad (3.37b)
\end{aligned}$$

olarak elde edilir. Burada, (ρ, ϕ) silindirik koordinatlar sisteminde $x = \rho \cos \phi$ ve $y - b = \rho \sin \phi$ ile tanımlanmıştır.

3.4. Işınım İçin Sayısal Uygulamalar ve Sonuçları

Bu bölümde de kırınımında olduğu gibi, duvar kalınlığı, empedansı ve dielektrik sabitleri gibi değişik parametrelerin ışınlam üzerine etkilerini gözlemlemek için $(20 \log |u_{rad} \times \sqrt{k_0 \rho}|)$ ışınlam alan genliğinin gözlem açısı (ϕ) ile değişimi hakkında bazı nümerik sonuçlar bulunmuş ve aşağıdaki şekilde sunulmuştur.

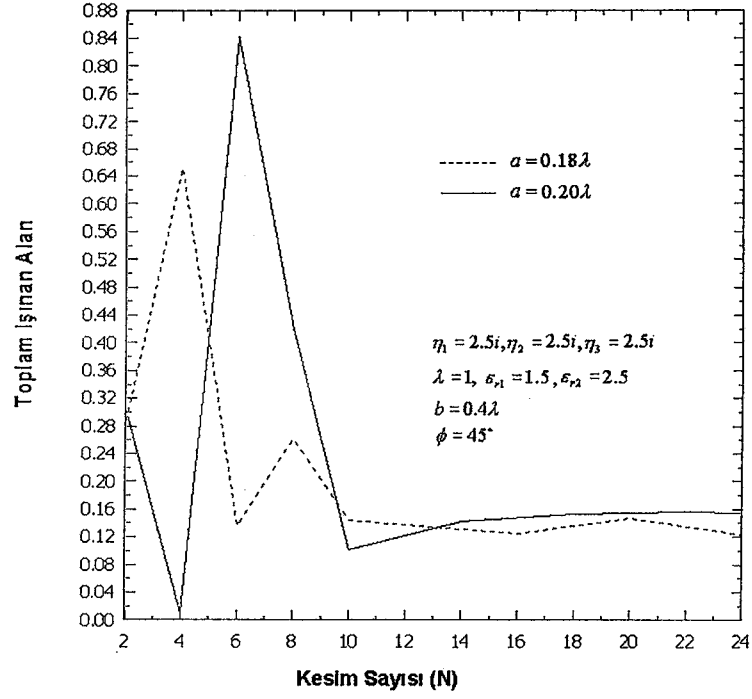
Şekil 3.3'den $N = 10$. olarak seçilebilen kesim sayısı görülmektedir.

Şekil 3.4 $k_0 b$ değişik duvar kalınlık değerleri için ışınlam alanın gözlem açısına bağımlılığını göstermektedir.

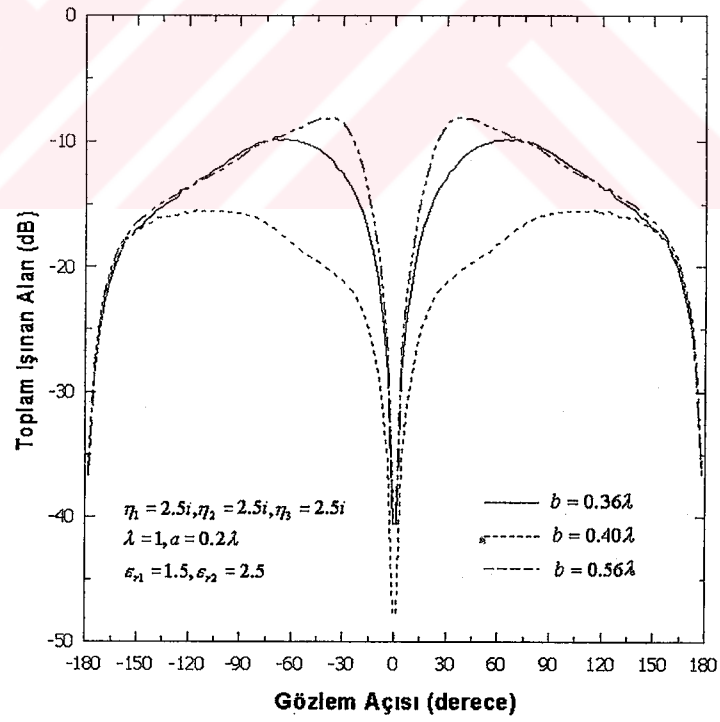
Şekil 3.5 ve Şekil 3.6 değişik dielektrik geçirgenlik değerleri için ışınlam alanın gözlem açısına göre değişimini göstermektedir.

Şekil 3.7, Şekil 3.8 ve Şekil 3.9'da paralel düzlem dalga klavuzunun sırasıyla yatay ve düşey duvarlarının yüzey reaktanslarının ışınlam etkileri sunulmuştur.

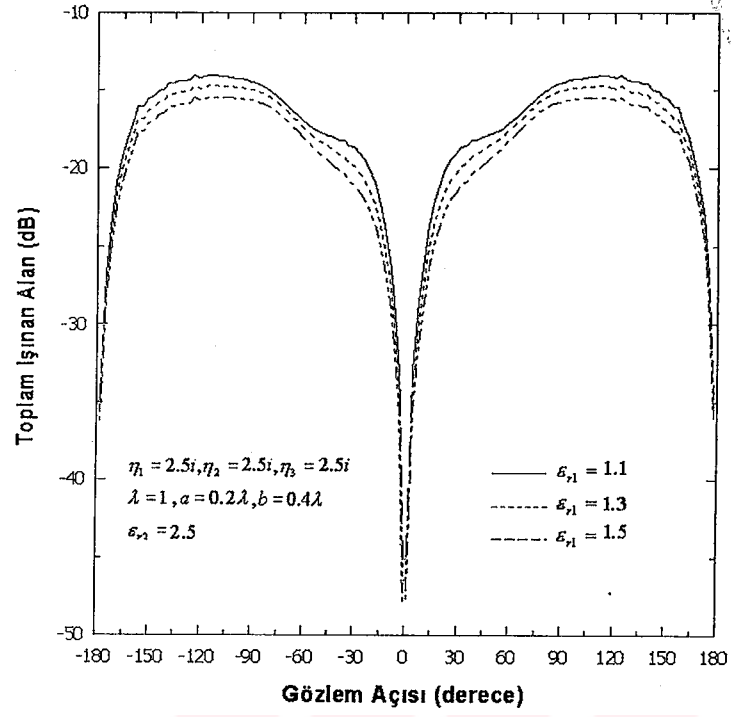
Kırınımında olduğu gibi ışınlamda da ışınlam alanın genliği $\phi \in (-\pi/6, \pi/6)$ değeri için minimumu göstermektedir. Bu, dielektrikle dolu bölgede hızla zayıflayan ışınlam alandan kaynaklanmaktadır. Yine kırınımında olduğu gibi ışınlamda da Şekil 3.10'dan da rahatlıkla görülebileceği gibi $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2} \simeq 1$ olduğu (yani dielektrik tabakanın söz konusu olmadığı) zaman kayıp minimum olmaktadır.



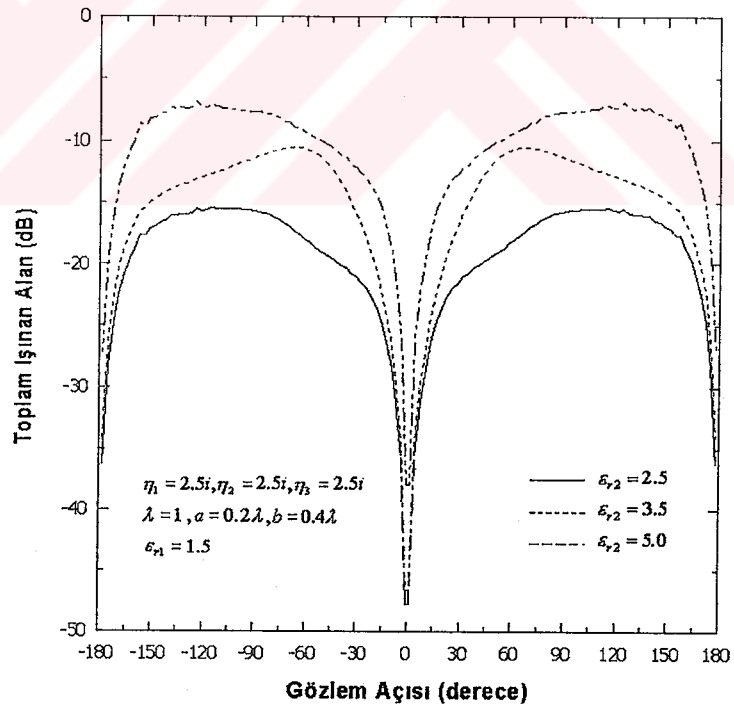
Şekil 3.3. Farklı a değerleri için kesim sayısının belirlenmesi.



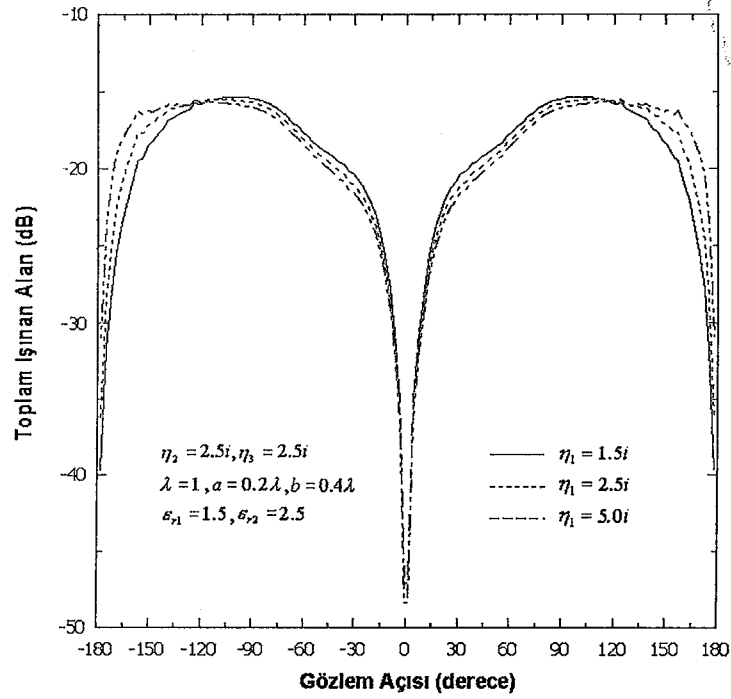
Şekil 3.4. Farklı b değerleri için ışıyan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi.



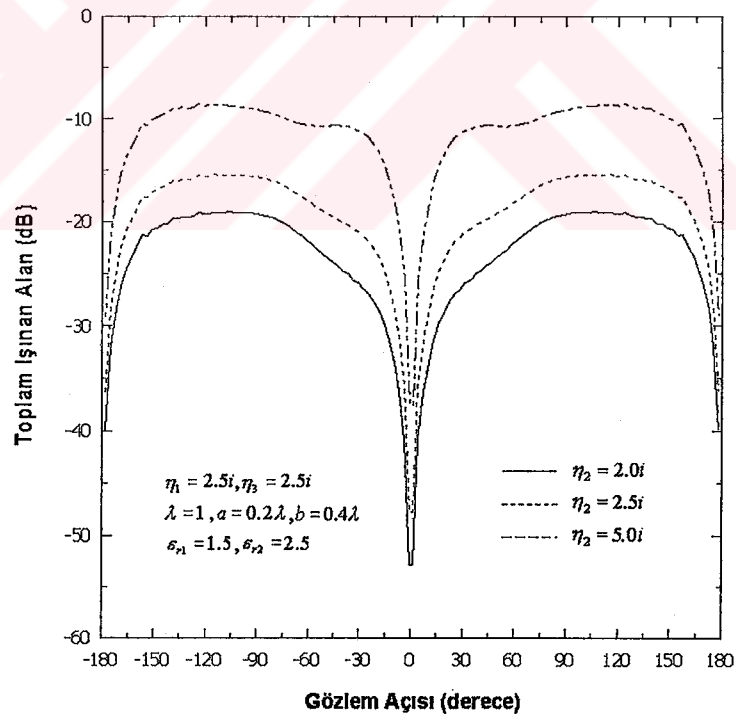
Şekil 3.5. Farklı ϵ_{r1} değerleri için ışıyan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi.



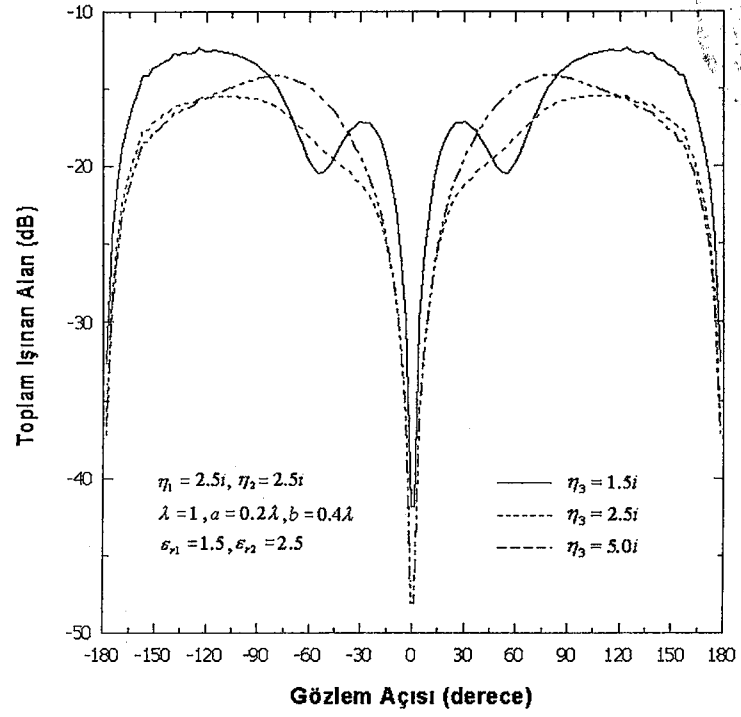
Şekil 3.6. Farklı ϵ_{r2} değerleri için ışıyan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi.



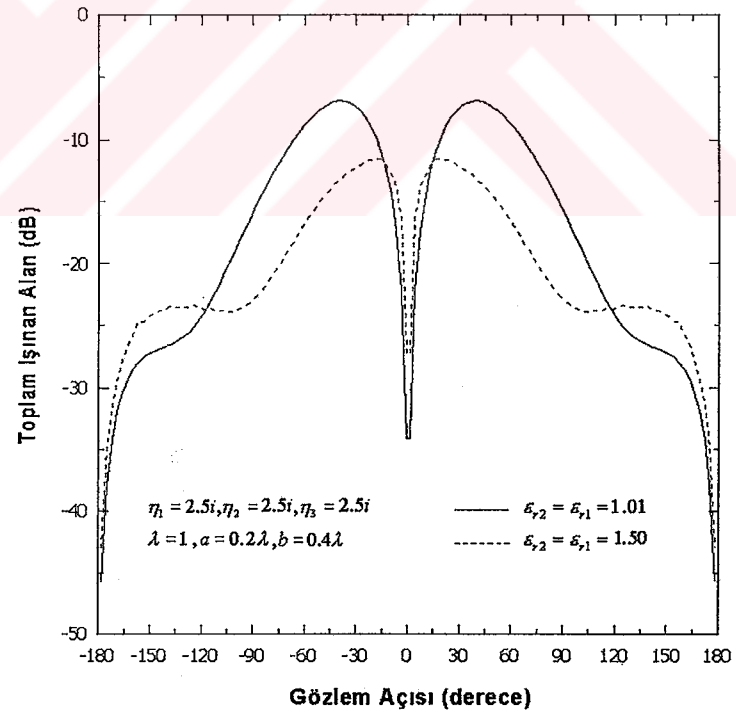
Şekil 3.7. Farklı η_1 değerleri için ışıyan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi.



Şekil 3.8. Farklı η_2 değerleri için ışıyan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi.



Şekil 3.9. Farklı η_3 değerleri için ışıyan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi.



Şekil 3.10. $\epsilon_{r1} = \epsilon_{r2}$ durumu için ışıyan alan genliğinin gözlem açısına göre değişimi.

4.SONUÇLAR VE GELECEĞE YÖNELİK

ÇALIŞMALAR

Bu çalışmada, dielektrikle dolu, duvarları kalınlıklı ve empedans özelliği gösteren bir dalga klavuzundan yüksek frekanslı E_z -polarize bir düzlemsel dalganın kırınımı ve ışınımı ele alınmış ve incelenmiştir. Kırınan ve ışınan alanların açık ifadelerini elde etmek için, problem önce ikinci türden modifiye Wiener-Hopf denklemine indirgenmiş ve Wiener-Hopf tekniği kullanılarak çözülmüştür.

Kırınım problemi için, $\varepsilon_{r1} = \varepsilon_{r2} = 1$ olduğu durumda, $K_0(\alpha) = K_1(\alpha) = K_2(\alpha) = K(\alpha) = \sqrt{k^2 - \alpha^2}$ şeklinde olur ve $M^{(e)}(\alpha)$, $M^{(o)}(\alpha)$; $N^{(e)}(\alpha)$, $N^{(o)}(\alpha)$ sırasıyla aşağıdaki ifadelere dönüşür:

$$M^{(e)}(\alpha) \rightarrow \cos K(\alpha)b - \frac{\eta_1}{ik} K(\alpha) \sin K(\alpha)b, \quad (4.1a)$$

$$M^{(o)}(\alpha) \rightarrow \frac{\sin K(\alpha)b}{K(\alpha)} + \frac{\eta_1}{ik} \cos K(\alpha)b, \quad (4.1b)$$

$$N^{(e)}(\alpha) = N^{(o)}(\alpha) \rightarrow e^{iK(\alpha)b} \quad (4.1c)$$

Bu durumda kırınan alan, duvarları kalınlıklı ve empedans özelliği gösteren paralel düzlemli dalga klavuzundan kırınıma indirgenmiş olur [Büyükkaksoy and Polat, 1998].

Diğer yandan yine kırınım probleminde, eğer $a = 0$, durumunu ele almış olsaydık o zaman $u_2 = 0$ ve (2.20) nolu eşitlik,

$$\frac{\eta_3}{ik_2} f^{(e)}(y) + ig^{(e)}(y) = 0, \quad 0 < y < b \quad (4.2a)$$

ve

$$g_m = \frac{\eta_3}{k_2} f_m \quad (4.2b)$$

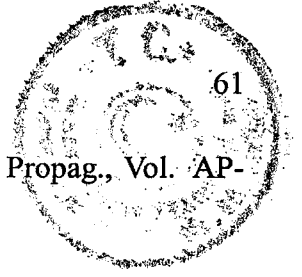
şeklinde olacaktır. Böylece toplam kırınan alan, kalınlıklı, dielektrik dilimi ve empedans yüklü, kalınlıklı yarım düzlem ekleminden kırınan alana indirgenmiş olur [Tayyar and Büyükaksoy, (in press)].



KAYNAKLAR



- [1] WEINSTEIN, L.A., The Theory of Diffraction and the Factorization Method. Boulder, Colorado, Golem, 1969.
- [2] MITTRA, R., and LEE, S.W., Analytical Techniques in the Theory of Guided Waves. The Macmillan Company, New York, 1971.
- [3] RULF, B. and HURD, R.A., Radiation from An Open Waveguide with Reactive Walls. IEEE Trans. Antennas and Propag. Vol. AP-26, No. 5, 1978.
- [4] BÜYÜKAKSOY, A., BİRBİR, F., Analysis of Impedance Loaded Parallel Plate Waveguide Radiator. Journal of Elektromagnetic Waves and Appl. (JEMWA), Vol. 12, pp. 1509-1526, 1998.
- [5] ABRAHAM, D., Scattering of Sound by Two Parallel Semi-Infinite Screens. Wave Motion, Vol. 9, pp. 289-300, 1987.
- [6] ABRAHAM, D. and WICKHAM, G.R., The Scattering of Water Waves by Two Semi-Infinite Opposed Vertical Walls. Wave Motion, Vol. 14, pp. 145-168, 1991.
- [7] BÜYÜKAKSOY, A., TOPSAKAL, E., İDEMEN, M., Plane Wave Diffraction by A Pair of Parallel Soft and Hard Overlapped Half-Planes. Wave Motion, Vol. 20, pp. 273-282, 1994.
- [8] İDEMEN, M., A New Method to Obtain Exact Solutions of Vector Wiener-Hopf Equations, ZAMM, Vol. 59, pp. 656-658, 1979.
- [9] BÜYÜKAKSOY, A., UZGÖREN, G., BİRBİR, F., The Scattering of A Plane Wave by Two Parallel Semi-Infinite Overlapping Screens with Dielectric Loading. Wave Motion, Vol. 34, pp. 375-389, 2001.
- [10] BÜYÜKAKSOY, A. and POLAT, B., Plane Wave Diffraction by a Thick-Walled



Parallel-Plate Impedance Waveguide. IEEE Trans. Antennas and Propag., Vol. AP-46, pp. 1692-1699, 1998.

[11] BİRBİR, F., BÜYÜKAKSOY, A., Plane Wave Diffraction by Two Parallel Overlapped Thick Semi-Infinite Impedance Plates. Can. J. Phys., Vol. 77, pp. 873-891, 1999.

[12] BİRBİR, F. and BÜYÜKAKSOY, A., "Radiation From an Impedance Loaded Parallel-Plate Waveguide," Turk J. Elec. Engin., vol. 8, no. 2, pp. 81-91, 2000.

[13] ALKUMRU A., "Plane Wave Diffraction by Three Parallel Thick Impedance Half Planes", Journal of Elektromagnetic Waves and applications, Vol.12, 801-819, 1998.

[14] SENİOR, T.B.A., Half-Plane Edge Diffraction. Radio Sci., Vol. 10, pp. 645-650, 1975.

[15] TAYYAR, İ.H., BÜYÜKAKSOY, A., Plane Wave Diffraction by the Junction of a Thick Impedance Half-Plane and a Thick Dielectric Slab. IEE Proc. Sci. Meas. Technol., (in press).

[16] BÜYÜKAKSOY, A., UZGÖREN, G., Kırınım Problemleri, GYTE Yayınları, No.4, Gebze, 1999.

ÖZGEÇMİŞ



Yakup Hameş 1972 yılında Hatay'ın Hassa ilçesinde doğmuştur. İlk, orta ve lise öğrenimini Hassa ilçesinde tamamlamıştır. Mart 1994'te Uludağ Üniversitesi Elektronik Mühendisliği bölümünü bitirmiştir. Bir süre Grundig televizyon fabrikasında çalışmış sonra Eylül 1994'te Yüzüncü Yıl Üniversitesi Erciş MYO'da göreve başlamıştır. Nisan 1997'de Yüzüncü Yıl Üniversitesi Fizik A.B.D.'da Güneş Pilleri alanında yüksek lisansını tamamlamıştır.

