

T.C.
GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SU ALTI AKUSTİK DALGA YAYILIMI PROBLEMLERİNİN
ZAMAN UZAYI NORMAL MOD YÖNTEMİ İLE ANALİTİK
ÇÖZÜMÜ

HÜSEYİN ÖZKAN SERTLEK
DOKTORA TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

GEBZE
2019

T.C.
GEBZE TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

SU ALTI AKUSTİK DALGA YAYILIMI
PROBLEMLERİNİN ZAMAN UZAYI NORMAL
MOD YÖNTEMİ İLE ANALİTİK ÇÖZÜMÜ

HÜSEYİN ÖZKAN SERTLEK
DOKTORA TEZİ
ELEKTRONİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI

DANIŞMANI
PROF. DR. SERKAN AKSOY

GEBZE
2019

T.R.
GEBZE TECHNICAL UNIVERSITY
GRADUATE SCHOOL OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES

**ANALYTIC SOLUTION OF UNDERWATER
ACOUSTIC WAVE PROPAGATION
PROBLEMS WITH TIME DOMAIN
NORMAL MODE METHOD**

HÜSEYİN ÖZKAN SERTLEK
A THESIS SUBMITTED FOR THE DEGREE OF
DOCTOR OF PHILOSOPHY
DEPARTMENT OF ELECTRONIC ENGINEERING

THESIS SUPERVISOR
PROF. DR. SERKAN AKSOY

GEBZE
2019

GTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 22/05/2019 tarih ve 2019/23 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından 14/06/2019 tarihinde tez savunma sınavı yapılan Hüseyin Özkan Sertlek'in tez çalışması Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında DOKTORA tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Prof.Dr.Serkan Aksoy

ÜYE : Prof. Dr. İsmail Hakkı Tayyar

ÜYE : Prof. Dr. Yury Tuchkin

ÜYE : Prof. Dr. Oleg Tretyakov

ÜYE : Doç. Dr. Fatih ERDEN

ONAY

Gebze Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun

...../...../..... tarih ve/..... sayılı kararı.

ÖZET

Su altında akustik dalga yayılımının yüksek doğrulukta modellenmesi sonar performans modelleri, su altı cihaz tasarımları, biyoakustik problemleri vb. birçok uygulama için önem taşımaktadır. Parabolik Denklemler, Normal Mod ve Işın İzleme vb. sıklıkla kullanılan çözüm yöntemleri birçok su altı akustik problemine frekans uzayında uygulanmaktadır. Ancak, geniş bantlı dalga yayılım problemlerinin frekans uzayında modellenmesi hesap yükü bakımından pratik değildir. Bu yöntemler kullanıldığında, her bir frekans bileşeni için çözüm elde edilip, Fourier dönüşümüyle zaman uzayı işareti elde edilir. Bu tip çözümlerin yerine akustik yayılım problemlerinin direk zaman uzayında çözümleri tercih edilir. Bu tez çalışması Normal Mod yönteminin zaman uzayında analitik geliştirilmesi üzerine kuruludur. Örnek problem olarak kayıplı ve kayıpsız tek katmanlı bir dalga kılavuzunda dalga yayılımı problemi zaman uzayında analitik olarak ele alınmıştır. Böylece zaman uzayı işaretinde bozulmalara neden olan zaman uzayı dispersiyonu incelenmiştir. Zaman dispersiyonunu incelemek için zaman uzayı kayıplı dalga denklemi değişkenlerine ayrıştırma yöntemi ve Green fonksiyonu özellikleri kullanılarak analitik olarak çözülmüştür. Elde edilen sonuçlar Zaman Uzayı Sonlu Farklar ve Zaman Uzayı Görüntü yöntemleriyle yapılan karşılaştırmalar ile doğrulanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Zaman Uzayı Normal Mod yöntemi, zaman dispersiyonu, Su altı akustik dalga yayılımı.

SUMMARY

Accurate and detailed modelling of underwater acoustic wave propagation is significant for many problems such as sonar performance modelling, design of underwater devices, bioacoustics problems. Many well-known propagation methods such as parabolic equation, normal modes and ray tracing is applied to many underwater acoustic problems in frequency domain. However, frequency domain models are not practical for wide-band wave propagation problems because of the computational load. When these methods are used, the solution is obtained for each frequency component and transformed into the time domain via Fourier transformation. Instead of these solutions, direct time domain solutions of acoustic propagation problems are preferred. This thesis is based on developing an analytical time domain normal mode solution. As an example problem, the time dispersion which causes the deformations in the time signal is investigated for lossy and lossless one layer acoustic waveguides. In order to obtain the time dispersion, time domain wave equation is solved analytically by using separation of variable technique and the properties of Green functions. The obtained results are validated by the comparisons based on Finite Difference Time Domain and Time Domain Image methods.

Key Words: Time Domain Normal Mode method, time dispersion, underwater acoustic wave propagation.

TEŞEKKÜR

Doktora tezimin hazırlanması esnasında her türlü yardımı tereddüt etmeden gösteren, eğitim ve öğrenim hayatım boyunca hep yanımda olan, maddi ve manevi desteklerini sunan aileme; tecrübelerini benimle paylaşan, su altı akustiği konusunda çalışmalarımı teşvik eden, bilimsel araştırmalar konusunda aydınlatan ve destek olan, tez danışmanım Prof. Dr. Serkan AKSOY hocama, okul ve iş arkadaşlarıma teşekkürlerimi sunarım.

İÇİNDEKİLER

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	v
SUMMARY	vi
TEŞEKKÜR	vii
İÇİNDEKİLER	viii
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ	x
ŞEKİLLER DİZİNİ	xi
TABLolar DİZİNİ	xiii
1. GİRİŞ	1
1.1. Tezin Amacı, Katkısı ve İçeriği	1
2. SU ALTI AKUSTİK DALGA YAYILIMI PROBLEMİ	3
2.1. Su Altı Akustik Dalga Kılavuzları	3
2.2. Normal Mod Yöntemi	4
2.2.1. Su Altı Akustik Problemleri İçin Akustik Kaynaklar	6
2.2.1.1. Kosinüs Sonar Darbesi	6
2.2.1.2. Su Altı Patlamaları	7
2.2.1.3. Sismik Hava Tabancaları	8
2.2.1.4. Gauss Darbe	9
2.2.2. Akustik Kanaldan Zaman İşaretlerinin Aktarımı	9
3. ZAMAN UZAYI NORMAL MOD YÖNTEMİ	11
3.1. Kayıp Mekanizmaları	11
3.1.1. Deniz Yüzeyi Kaynaklı Kayıplar	12
3.1.2. Deniz Dibi Kaynaklı Kayıplar	12
3.1.3. Hacim Kayıpları	13
3.2. Kayıplı Dalga Denklemi	14
3.2.1. Zaman Uzaylı Kayıplı Dalga Denkleminin Çıkartılması	14
3.2.2. Helmholtz Dalga Denklemiyle Benzerlik	17
3.2.3. Kayıplı Zaman Uzaylı Dalga Denkleminin Çözümü	18
3.3. Kayıpsız Dalga Kılavuzu	28
3.4. Etkin Derinlik Kavramı	29

4. SAYISAL ÖRNEKLER	31
4.1. Doğrulama Yöntemleri	31
4.1.1. Zaman Uzayı Görüntü Yöntemi	31
4.1.2. Zaman Uzayı Sonlu Farklar Yöntemi	33
4.2. Doğrulama için Karşılaştırmalar	35
4.2.1. Gauss Darbe Kaynak	35
4.2.2. Monokromatik Kaynak	41
4.2.3. Ses Basınç Seviyesi Karşılaştırmaları	47
4.2.4. Modların Konumsal Dağılımları	51
5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA	52
 KAYNAKLAR	 53
ÖZGEÇMİŞ	56
EKLER	57

SİMGELER ve KISALTMALAR DİZİNİ

<u>Simgeler ve</u>	<u>Açıklamalar</u>
<u>Kısaltmalar</u>	
∇	: Nabla operatörü
c	: Ses hızı (m/s)
u	: Akustik basınç (Pa)
k	: Dalga sayısı
PL	: Yayılım kaybı (dB re 1m ²)
SPL	: Akustik (ses) basınç seviyesi (dB re 1μPa ²)
Hz	: Hertz
ZUNM	: Zaman Uzayı Normal Mod
ZUSF	: Zaman Uzayı Sonlu Farklar
ZUG	: Zaman Uzayı Görüntü

ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Sekil No:</u>	<u>Sayfa</u>
2.1: Sediment kayıplı Pekeris dalga kılavuzu.	3
2.2: Ağırlıklandırılmamış ve ağırlıklı kosinus darbe işaretleri.	7
2.3: Su altı patlamaları için kaynak işareti.	8
2.4: Sismik hava tabancası kaynak işareti.	8
2.5: Gauss darbe işareti.	9
2.6: Gauss darbesi için sediment kayıplı ve kayıpsız dalga klavuzlarında kanal cevabı.	10
3.1: Farklı soğurma modellerinin frekansa bağlı değişimi.	13
3.2: Etkin derinlik kavramının gösterimi.	29
4.1: Görüntü yöntemi ve eş kaynakların gösterilmesi.	32
4.2: $dx = \lambda/120$, $dx = \lambda/240$ ve $dx = \lambda/480$ için ZUSF sonuçlarının ZUNM çözümüyle karşılaştırılması	34
4.3: Farklı kayıp parametreleri β için ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının darbe kaynak durumunda karşılaştırılması.	37
4.4: Farklı derinlikler h için ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının darbe kaynak durumunda karşılaştırılması.	38
4.5: Farklı mesafeler için x ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının darbe kaynak durumunda karşılaştırılması.	39
4.6: Farklı kaynak derinlikleri z_s için ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının darbe kaynak durumunda karşılaştırılması.	40
4.7: Farklı kayıp parametreleri β için ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının monokromatik kaynak durumunda karşılaştırılması.	43
4.8: Farklı derinlikler h için ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının monokromatik kaynak durumunda karşılaştırılması.	44
4.9: Farklı mesafeler x için ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının monokromatik kaynak durumunda karşılaştırılması.	45
4.10: Farklı kaynak derinlikleri z_s için ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının monokromatik kaynak durumunda karşılaştırılması.	46

4.11:	Konum-zaman değişiminin a) ZUNM ve b) ZUG yöntemleriyle hesabı.	48
4.12:	Akustik basınç seviyesinin (SPL) ZUNM (üstte) ve ZUG (altta) yöntemleriyle hesabı.	49
4.13:	ZUNM ve ZUG yöntemleriyle hesaplanan ses basınç seviyesinin (SPL) için karşılaştırılması.	50
4.14:	İlk 4 modun farklı zaman adımlarında konumsal yerleşimleri.	51

TABLÖLAR DİZİNİ

<u>Tablo No:</u>	<u>Sayfa</u>
4.1: Gauss Darbe kaynak için karşılaştırmalarda kullanılan parametreler.	37
4.2: Monokromatik kaynak için karşılaştırmalarda kullanılan parametreler.	43

1. GİRİŞ

1.1. Tezin Amacı, Katkısı ve İçeriği

Su altı akustik dalga yayılımı problemlerinin gerçekçi ve doğru modellenmesi büyük önem taşır. Bu amaçla kullanılan akustik yayılım modellerinin ve çözüm yöntemlerinin sahip oldukları varsayımların ve hesap yüklerinin ayrıntılı olarak analiz edilmesi gerekir. Normal Mod yöntemi tam dalga çözümü verdiği için su altı akustik yayılım problemlerinde yaygın olarak kullanılan Işın İzleme, Parabolik Denklem gibi yöntemlerin sahip olduğu birçok dezavantajlara sahip değildir [Jensen et al., 1994]. Bu nedenle Normal Mod yöntemi doğrulama testleri için karşılaştırma çözümü olarak sıklıkla kullanılır. Fakat Normal Mod yönteminin özdeğerlerinin nümerik hesapları veya menzil bağımlı problemlerin çözümlerinde sahip oldukları hesap yükü problemleri bu yöntemin bir kısıtı olduğundan yüksek frekanslarda büyük ölçekli problemlere uygulanması pratik değildir [Etter, 2003]. Işın İzleme yöntemi ise düşük frekanslarda doğru sonuçlar vermemesi, gölge bölgeleri vb. dezavantajlara sahiptir [Jensen et al., 1994]. Buna karşın yüksek frekanslarda veya derin ortamlarda pratik bir modelleme yaklaşımı sağlar. Tek yönlü dalga yayılımına dayalı Parabolik Denklem yöntemi ise paraksial yaklaşıma dayanır [Collins, 1993].

Akustik dalga yayılımı için frekans uzayı çözümlerini ve elektromanyetik alanında yapılan zaman uzayı çalışmalarını [Aksoy and Tretyakov, 2003], [Geyi, 2006] bir tarafa bırakırsak, ilk kez Anderson ve Barnes tarafından Normal Mod yöntemiyle zaman uzayında çözüm çalışmaları yapıldığını söyleyebiliriz [Anderson and Barnes, 1953]. Coppens, Anderson ve Barnes'e benzer bir yaklaşım kullanarak akustik darbe yayılımı üzerine çalışmalar yapmıştır [Coppens, 1966]. Bu iki çalışmada da kaynak terimi içermeyen homojen Klein-Gordon denkleminin Laplace dönüşümüyle çözümü elde edilmiştir. Ancak, su altı akustiğinde gemi, denizaltı vb. gürültü kaynaklarının konumları ve alıcıda gözlenen zaman işaretlerinin hesabı önem arz etmektedir. Bu nedenle su altı akustik problemleri için homojen olmayan (kaynak içeren) dalga denklemlerinin çözümünün aranması gerekir.

Bu tez çalışmasında kayıplı ve kayıpsız tek katmanlı bir dalga kılavuzunda dalga yayılımı problemi zaman uzayında analitik olarak ele alınmıştır. Böylece zaman uzayı işaretinde bozulmalara neden olan zaman uzayı dispersiyonu incelenmiştir. Frekans uzayı hesaplamaları için kullanılan Normal Mod yöntemi,

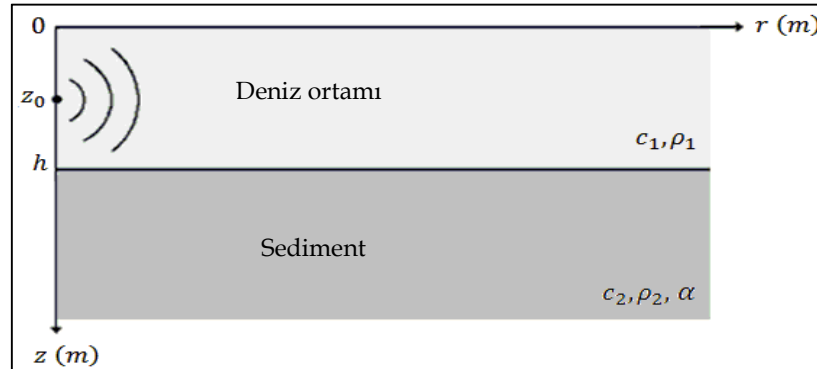
zaman uzayı kayıplı ve kayıpsız dalga denklemlerinin çözümünde kullanılarak Zaman Uzayı Normal Mod (ZUNM) yöntemi kayıplı ve kayıpsız tek katmanlı akustik dalga kılavuzları için geliştirilmiştir. ZUNM yöntemi ile hesaplanan sonuçlar Zaman Uzayı Sonlu Farklar (ZUSF) ve Zaman Uzayı Görüntü (ZUG) yöntemleriyle yapılan karşılaştırmalar ile doğrulanmıştır. ZUNM yöntemi analitik çözüm verdiği için dalga yayılımının zaman uzayında dayandığı fiziksel detayların anlaşılması bakımından kolaylık sağlar. Nedensellik şartını doğal olarak sağlar. Her bir frekans bileşeni için tek tek hesap yapılması yerine tek seferde çözüm verdiğinden, hesap süresi açısından da avantajlıdır. Fourier dönüşümü kullanılmadan dalga denkleminin zaman uzayında direkt çözümüne dayanan bu yöntemde değişkenlerin ayrıştırma tekniği ve Green fonksiyonu [Duffy, 2001] özellikleri kullanılarak çözüme ulaşılır. Böylece, darbe yayılımı problemlerinde analitik bir çözüm sağlar. Bu kapsamda ZUNM yönteminin geliştirilmesi üzerine yapılan çalışmalar özellikle geniş bantlı problemlerin çözümü için kritik öneme sahiptir.

2. SU ALTI AKUSTİK DALGA YAYILIMI PROBLEMİ

Su altı akustik dalga yayılımının modellenmesi için öncelikle dalga kılavuzunun ortam parametrelerine göre tanımlanması gereklidir. Daha sonra uygun akustik yayılım yöntemleriyle su altı akustik dalgalarının dalga kılavuzu içerisinde nasıl yayıldıkları hesaplanabilir.

2.1. Su Altı Akustik Dalga Kılavuzları

Su altında sesin yayılımı sıcaklık, tuzluluk, hacim kayıpları, sediment yapısı, deniz yüzeyi pürüzlülüğü, derinlik vb. parametrelerin konumla değişimi vb. birçok farklı durumdan etkilenir [Etter, 2003], [Ainslie, 2010]. Bu etkileşimler, su altı akustik ortamının tanımlanması ve analitik çözümler elde edilmesi için bazı yaklaşımları gerektirir. Sıklıkla başvuru yapılan yaklaşımdan birisi katmanlı dalga kılavuzlarının kullanımıdır. İlk olarak 1948’te Pekeris tarafından önerilen iki katmanlı dalga kılavuzu halen birçok sonar probleminin çözümünde yaygın olarak kullanılmaktadır [Pekeris, 1948]. Pekeris farklı ve sabit yoğunluklu iki sıvı katmanından oluşan bir dalga kılavuzu modeli önermiştir. Kayıplı Pekeris dalga kılavuzu Şekil 2.1’de gösterilmiştir.



Şekil 2.1: Sediment kayıplı Pekeris dalga kılavuzu.

Çift katmanlı (Pekeris) dalga kılavuzu için yapılan çözümler fiziksel ortamın etkilerini daha gerçekçi olarak hesaba katar. Ancak, Pekeris dalga kılavuzu için yapılacak çözüm özdeğerlerin hesabı bakımından oldukça karmaşıktır. Bu çözüm

tekniki frekans uzayında elde edildiğinden hesap bakımından geniş bantlı problemlerde pratik değildir.

2.2. Normal Mod Yöntemi

Normal Mod yönteminin literatürde en çok bilinen uygulamalarından birisi Pekeris tarafından kayıpsız durum için önerilmiştir [Pekeris, 1948]. Daha sonra Kornhauser ve Raney tarafından sediment kaynaklı kayıpların etkisi de bu çözüme eklenmiştir [Kornhauser and Raney, 1955]. Bu çözümlerde deniz yüzeyi Dirichlet sınır koşuluyla tanımlandığından deniz yüzeyinde basınç sıfıra eşittir. İlk katman h derinlikli, ikinci katman sonsuz derinlikte kabul edilmiştir. Ses hızı iki katmanda da sabit varsayılmıştır. $p_1(r, z)$ ve $p_2(r, z)$ sırasıyla ilk ve ikinci katmandaki akustik basınçlar olmak üzere Helmholtz denklemini sağlarlar. Sınır koşulları, radyasyon koşulu ve süreklilik bağıntılarının kullanılmasıyla, ilk katmandaki akustik basınç aşağıdaki gibi bulunur [Frisk, 1994]

$$p_1(r, z) = \frac{i\pi}{\rho_1} \sum_{n=1}^{\infty} A_n^2 \sin(k_{zn1} z_0) \sin(k_{zn1} z) H_0^1(k_{rn} r) \quad (2.1)$$

burada ρ_1 deniz suyu yoğunluğu, A_n genlik (ortonormalite ve süreklilik koşullarıyla hesaplanır) ve n mod sayısını göstermektedir. $i = \sqrt{-1}$ olarak tanımlanmıştır. z_0 kaynak derinliği, $H_0^1(\cdot)$ birinci mertebeden birinci tür Hankel fonksiyonu, k_{zn1} ve k_{rn} üst katmandaki derinlik (z) ve menzil (r) yönündeki dalga sayıları olup $k_1^2 = (\omega/c_1)^2 = k_{zn1}^2 + k_{rn}^2$ bağıntısını sağlar. Burada ω açısal frekans, c_1 üst katmandaki (deniz ortamı) ses hızıdır. $p_1(r, z)$ için deniz yüzeyindeki sınır koşulu ($z = 0$)

$$p_1|_{z=0} = 0 \quad (2.2)$$

ve ara yüzdeki ($z = h$) süreklilik koşulları

$$p_1|_{z=h} = p_2|_{z=h} \quad (2.3)$$

$$\left. \frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p_1}{\partial z} \right|_{z=h} = \left. \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial p_2}{\partial z} \right|_{z=h} \quad (2.4)$$

olarak tanımlanır. ρ_2 sediment yoğunluk parametresidir. Özdeğerler arasındaki ilişki

$$k_{zn1}^2 \left(1 + \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2 \cot^2(k_{zn1}h) \right) = k_1^2 - k_2^2 \quad (2.5)$$

olarak dispersiyon bağıntısıyla tanımlanır. k_1 ve k_2 üst ve alt katmandaki dalga sayılarıdır. Yukarıdaki transandantal denklemdeki özdeğerler sediment kaybı olmaması durumunda reeldir. Sediment kaybı olması durumunda ise $k_2 = (\omega/c_2) + i\alpha$ [Kornhauser and Raney, 1955] olmak üzere karmaşık değerler alırlar. Burada c_2 alt katman ses hızı ve α sediment soğurma katsayısıdır (Neper/m). Bu durumda, tüm özdeğerler karmaşık değerler alır ve karmaşık uzayda çözüme ihtiyaç duyar. Bu transandantal denklemin direkt analitik çözümü yoktur.

Kornhauser ve Raney yaklaşımı sediment kayıplarını Pekeris dalga kılavuzunda hesaba katmak için başvurulmuş temel yöntemlerden birisidir [Kornhauser and Raney, 1955]. Bu yaklaşım iki temel varsayıma dayanır. Birincisi, sediment soğurma katsayısının yeteri kadar küçük olması olup ve $\alpha \ll \omega/c_2$ şartını gerektirir. Bu şart altında $k_{zn1} = a + ib$ özdeğerlerinin sanal kısımları da küçük olmalıdır ($b \ll a$). Daha sonra, $b^2 \cong 0$ için transandantal denklem yeniden düzenlenebilir ve

$$a^2 \left(1 + \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^2 \cot^2(ah) \right) = \frac{\omega^2}{c_1^2} - \frac{\omega^2}{c_2^2} \quad (2.6)$$

olarak elde edilir. Özel olarak bu denklem, kayıpsız durum için ($\alpha = 0$ ve $b = 0$) olması gereken denklem ile özdeştir. Kornhauser ve Raney yaklaşımına göre kayıplı durum için kullanılan özdeğerlerin reel kısımları kayıpsız durumun özdeğerlerine tamamen eşittir. Reel düzlemde hesap yapılmasına karşın, halen kök bulma algoritmaları çok sayıda modun yayıldığı yüksek frekans, geniş band ve derin su problemlerinde oldukça büyük hesap yükü getirir. Sanal kısım ise $\sigma = (\omega/c_1)^2 - (\omega/c_2)^2 - a^2$ olmak üzere

$$b = \frac{-\frac{\omega\alpha}{c_2}}{a + \frac{\sigma}{a} + ah\frac{\rho_2}{\rho_1}\sqrt{\sigma}\left(1 + \sigma\left(\frac{\rho_1}{a\rho_2}\right)^2\right)} \quad (2.7)$$

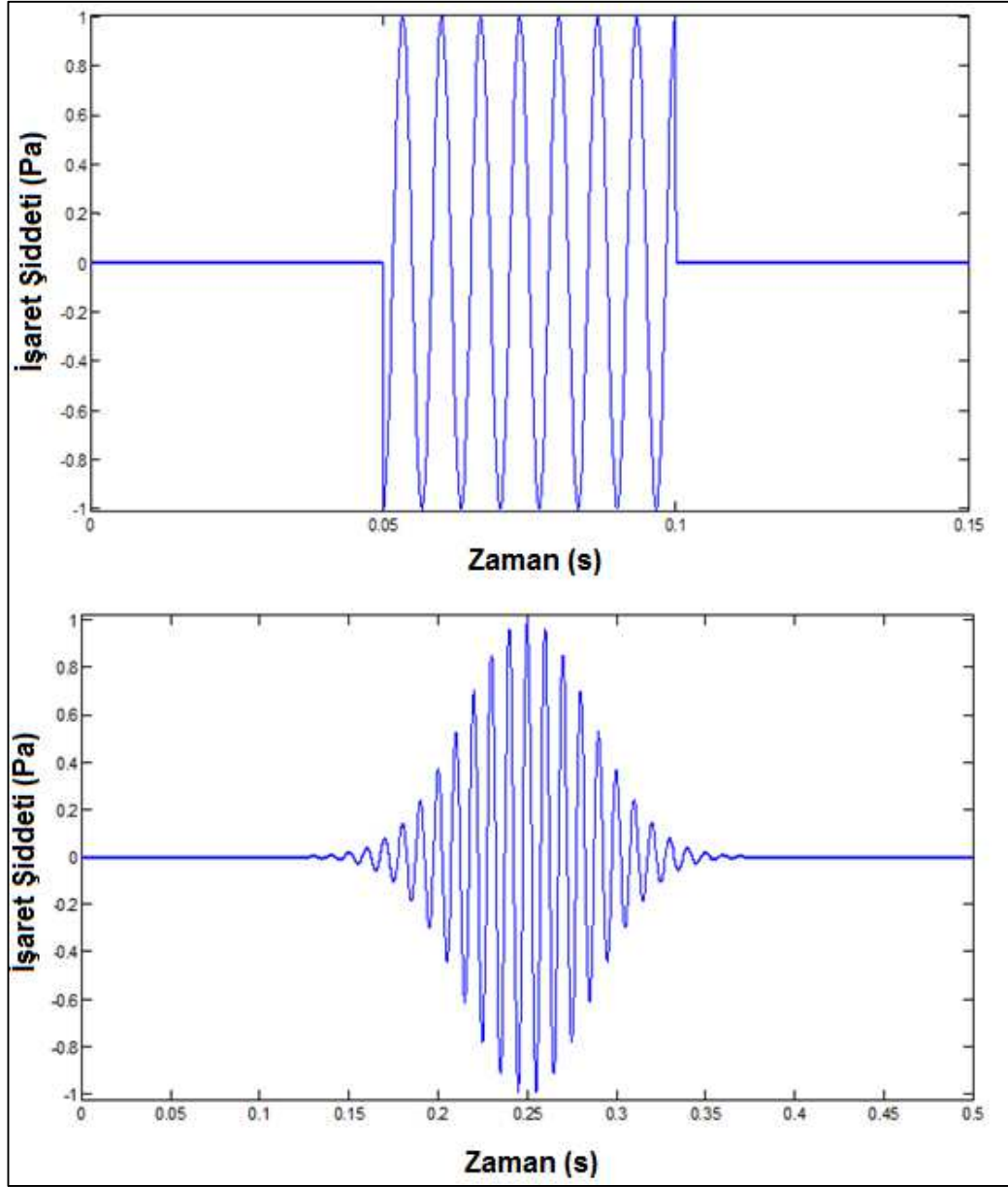
şeklinde elde edilir. Burada reel kısımlar reel düzlemde hesaplanacağından karmaşık kök bulma algoritmalarına ihtiyaç kalmaz. Sanal kısım da reel kısımların bir fonksiyonu olarak hesaplanır.

2.2.1. Su Altı Akustik Problemleri İçin Akustik Kaynaklar

Askeri uygulamaların yanı sıra sediment katmanlarını görüntülemeye yarayan, balıkçılık, sismik araştırmalar vb. uygulamalarda kullanılan su altı donanımları da mevcuttur. Bu tez çalışması kapsamında geliştirilen zaman uzayı yöntemi bu ve benzeri tiplerdeki akustik kaynaklar için özel olarak uygulanarak askeri, ticari veya bilimsel anlamda faydalı olabilecek çözümler için kullanılabilir. Önerilen zaman çözümünün kullanımı, her bir harmonik frekans bileşeni için çözüm gerektirmediğinden hesap yükü probleminin çözümünde faydalı olacaktır. Yine Fourier dönüşümü olmayan kaynaklar için de bu yöntem önemlidir. Nedensellik şartı çözümün derivasyonunda da bahsedildiği gibi kendiliğinden sağlanır. Bu nedenlerle önerilen analitik çözümün zaman uzayında dispersiyonun hesabı için kullanılması, özellikle akustik darbe yayılımı problemleri için enerjinin doğru hesabını gerektiren SPL (Ses Basınç Seviyesi) gibi metriklerin hesaplanmasında da kritik önem taşır [Madsen, 2005], [Sertlek et al., 2012]. Önerilen zaman uzayı yönteminde zaman uzayı darbe işareti olarak kullanılabilecek gerçekçi kaynaklar aşağıda verilmiştir.

2.2.1.1. Kosinüs Sonar Darbesi

Bu tipteki sonar işaretleri askeri uygulamalarda sıklıkla kullanılmaktadır. Belirli bir pencere içerisine alınmış ağırlıklı veya ağırlıksız kosinüs [Ainslie, 2010] işaretler olarak Şekil 2.2'deki gibi gösterilebilir.

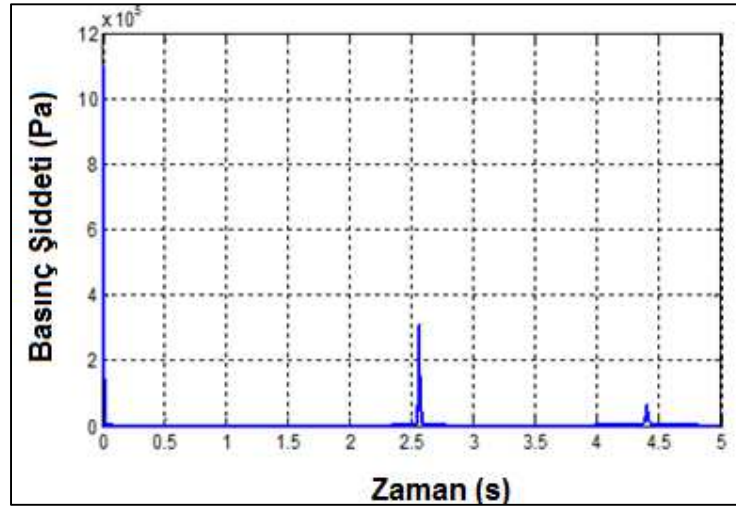


Şekil 2.2: Ağırlıklandırılmamış ve ağırlıklı kosinus darbe işaretleri.

2.2.1.2. Su Altı Patlamaları

Su altı patlamaları, bir şok dalgası ve onu takip eden baloncuk darbelerinden oluşur [Weston, 1960], [Ainslie, 2010]. Örnek bir su altı patlaması ile oluşan şok dalgası ve iki baloncuk darbesi Şekil 2.3’de gösterilmiştir. Özellikle Kuzey Denizi’nde 2. Dünya savaşı döneminden kalan çok sayıda patlamamış su altı patlayıcıları ve mayınlar bulunmaktadır. Bu patlamalar nedeni ile oluşan akustik dalga yayılımının

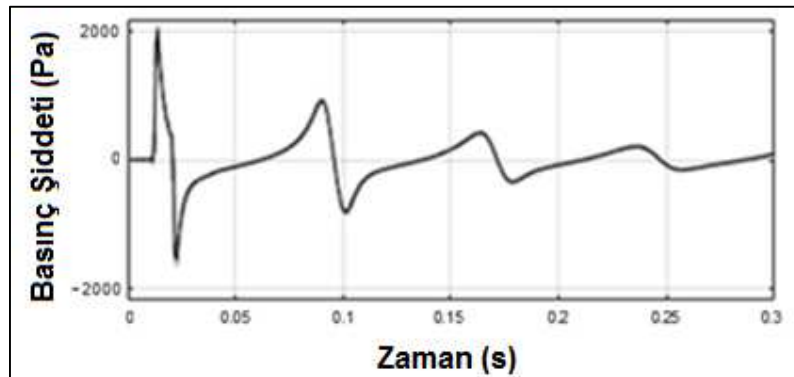
hesaplanması ekosisteme verdiği zararlardan ötürü su altı akustik literatüründe ilgi duyulan konulardan birisidir.



Şekil 2.3: Su altı patlamaları için kaynak işareti.

2.2.1.3. Sismik Hava Tabancaları

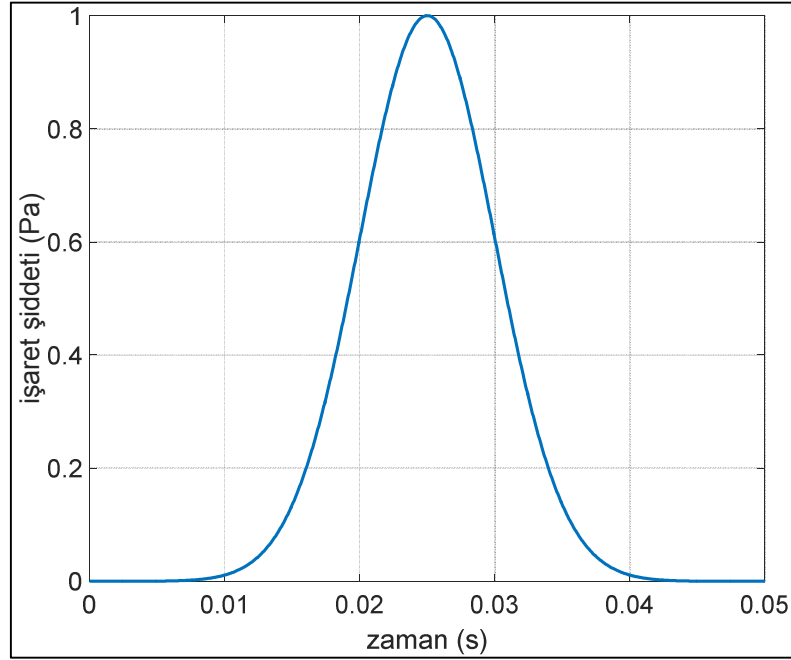
Bu tabancalar özellikle deniz tabanında petrol aramalarında kullanılan cihazlardır. Havanın sıkıştırılması ve aniden bırakılmasıyla düşük frekanslı ses dalgaları oluşturularak deniz dibinin alt katmanlarının yapısının araştırılmasında kullanılmaktadır. Bu kaynaklar için zaman uzayı dispersiyonunun hesabı gerek ticari, gerek de bilimsel olarak önem taşır. 80 kübik inç hacmine sahip bir hava tabancasının kaynak işareti Şekil 2.4'de gösterilmiştir [Ziolkowski, 1970] ,[MacGillivray, 2012].



Şekil 2.4: Sismik hava tabancası kaynak işareti.

2.2.1.4. Gauss Darbe

Gauss darbe işareti geniş frekans aralığında çözümlere karşı geldiği için birçok pratik problemde kaynak olarak kullanılabilir. Şekil 2.5’de örnek bir Gauss darbe işareti gösterilmiştir. Kaynak fonksiyonu $s(t) = \exp\left(-\left(\frac{t-t_0}{W}\right)^2\right)$ olarak tanımlanmıştır. Burada W darbe genişliğini, t_0 darbenin merkez noktasını göstermektedir.



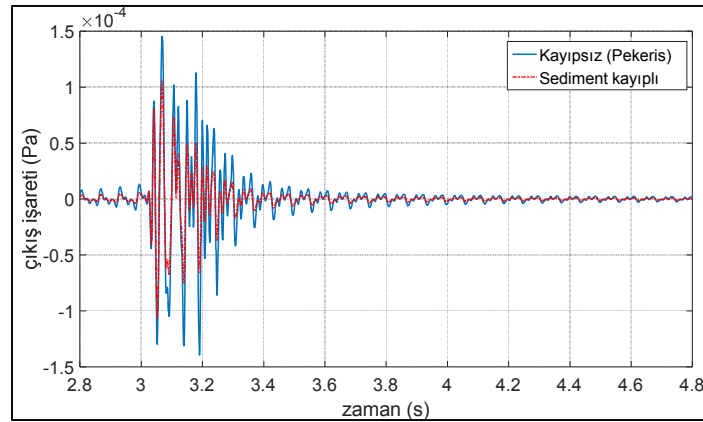
Şekil 2.5: Gauss darbe işareti.

2.2.2. Akustik Kanaldan Zaman İşaretlerinin Aktarımı

Su altı akustik kaynakların zaman dispersiyonlarının hesaplanması, bu kaynakların yaymış oldukları akustik enerjilerin dağılımlarının anlaşılması için önemlidir. Zaman işaretinin kanaldan aktarımı ile oluşan zaman dispersiyonun modellenmesi için Fourier dönüşümü ve frekans uzayı Normal Mod yöntemi kullanılabilir. Geniş bantlı kaynaklar için Normal Mod yöntemi ile menzil bağımsız ortamda her bir frekans bileşeni için çözüm ayrı ayrı elde edilerek sonuca ulaşılır. Normal Mod yönteminin frekans uzayı çözümünde zaman işareti $\text{Re}\{e^{i\omega t}\}$ olarak (zamanda harmonik çözüm) kabul edilip hesaplar yapıldığından, her bir frekansta

kaynak fonksiyonun normalizasyon katsayısını doğru olarak elde etmek için kaynak fonksiyonun öncelikle Fourier dönüşümü hesaplanır. Böylece her bir frekans bileşeni için normalizasyon katsayısı hesaplandıktan sonra kanal cevabı frekans uzayında bulunur. Daha sonra zamanda ters Fourier dönüşümü uygulanarak zaman uzayına dönülmesiyle kanaldan aktarılan zaman işareti elde edilir. Yakınsama testleriyle kaç tane frekans bileşenine ihtiyaç duyulduğu kestirilebilir. Bu yöntem, hesap yükü bakımından uzun hesap sürelerine ihtiyaç duyduğundan, genellikle pratik bir yöntem değildir [Jensen, 1988].

Bu yönteme örnek olarak Şekil 2.5'te gösterilen Gauss darbesinin akustik bir kanaldan aktarımı gösterilebilir. Kaynak fonksiyonu $s(t) = \exp\left(-\left(\frac{t-t_0}{W}\right)^2\right)$ olarak tanımlanmıştır. Burada $W=0.0005$ ve $t_0=0.025$ s olarak seçilmiştir. Bu örnekte 1 Hz'den 10 kHz'e kadar 1 Hz aralıklarla 100 m derinlikli çift katmanlı dalga klavuzu için 4.5 km menziline, kaynak derinliği 10 m, alıcı derinliği 50 m olmak üzere transfer fonksiyonu hesaplanmıştır. Hesaplar sediment kayıplı ve kayıpsız durum için tekrar edilerek karşılaştırılmıştır. Alt katmandaki ses hızı 1700 m/s ve sediment yoğunluğunun deniz suyu katmanı yoğunluğuna oranı $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 2$ olarak seçilmiştir. Kayıp parametresi orta seviye deniz kumuna karşı gelmektedir. Zaman uzayında çıkış işareti Şekil 2.6'daki gibi hesaplanmıştır.



Şekil 2.6: Gauss darbesi için sediment kayıplı ve kayıpsız dalga klavuzlarında kanal cevabı.

Bu yöntem, bu çalışmada iki katmanlı en genel durum için tarif edilmiştir. Çözümün daha basite indirgenmesiyle tek katmanlı kayıplı problemler için de kullanılabilir.

3. ZAMAN UZAYI NORMAL MOD YÖNTEMİ

Zaman uzayı çözümleri su altı akustik haberleşme, aktif sonar uygulamaları, darbe işaretlerinin kaynak seviyelerinin kestirimi gibi zaman dispersiyonunun önemli olduğu birçok uygulamada kritik rol oynar. Önceki bölümde bahsedildiği üzere, Fourier dönüşümü tabanlı zaman uzayı çözümleri gerek her bir harmonik bileşen için ayrı hesap gerektirmesinden, gerek her işaret için nedensel çözüm sağlayamadığından pratik değildir. Bu tez çalışmasında kayıplı ortamlarda zaman uzayı dispersiyonunun analitik olarak Zaman Uzayı Normal Mod yöntemi ile Fourier dönüşümü kullanılmaksızın hesaplanması hedeflenmektedir.

3.1. Kayıp Mekanizmaları

Su altı akustik yayılım modelleri sonar performans simülasyonları, yankıma hesabı, ortam risk analizi vb. uygulamalarda önem taşır [Ainslie, 2010]. Akustik yayılım modelleri için yayılım kaybının hesabında Işın İzleme yöntemi, Parabolik Denklem, Normal Mod yöntemi vb. sıklıkla kullanılan yöntemler mevcuttur [Jensen et al., 1994]. Bu yöntemler yaygın olmasına rağmen her zaman istenilen frekans aralığı, menzil veya derinlikte çözüm sağlamayabilir. Yine tümü içerdiği nümerik yaklaşımlar bakımından farklılıklar gösterebilir. Bu yöntemler genelde frekans uzayında çözüm sağlar ve Fourier dönüşümü kullanılarak zaman uzayı çözümünü verir. Bu teknik çoğu zaman kısa zaman işaretleri gibi geniş frekans bandını kapsayan uygulamalarda hesap zamanı ve doğruluk bakımından tatminkâr sonuçlar vermeyebilir. Bu nedenle direkt analitik zaman uzay çözümleri önem taşır.

Zaman uzay çözümlerinin pratikte uygulama alanlarından birisi de Ses Basınç Seviyesi (SPL) hesabıdır. Ölçüm ile elde edilen zaman uzayı işaretlerinden SPL elde edilir ve Kaynak Seviyesi (SL) veya Eşik Değeri gibi kritik metrikler hesaplanmaya çalışılır. SPL'nin doğru hesabı için de zaman dispersiyonunun iyi bilinmesi ve buna bağlı olarak enerji hesabına dayalı SPL hesapları yapılması gereklidir [Sertlek et al., 2012]. Frekans uzayında yaygın kullanılan $SPL=SL-PL$ gibi hesaplamalar zaman uzayında ve birçok uygulamada yanlış yorumlara sebep olabilir. Bu nedenle zaman uzayı çözümleri teorik benzetimlerin yanında, ölçüme dayalı uygulamalar için de önem taşır.

Su altı ortamı deniz yüzeyi ve deniz dibi ile sınırlanmış bir dalga kılavuzu olarak modellenenir. Bu ortamda deniz yüzeyi, deniz dibi ve deniz suyunun kimyasal bileşenlerine bağı olarak farklı kayıp etkileri görölür. Bu nedenle su altı akustik dalga yayılımı sınır koşullarının değışimine bağı olarak farklı özellikler gösterir.

3.1.1 Deniz Yüzeyi Kaynaklı Kayıplar

Deniz yüzeyindeki rüzgâr, dalga yükseklikleri, yağmur şiddeti vb. yüzey kaynaklı gürültü mekanizmaları akustik dalgaların saçılması, soğurulması ve deniz yüzeyinin alt kısmında baloncuk perdeleri oluşması vb. fiziksel olaylara öncülük ederek yayılım karakteristiklerini etkiler. Deniz yüzeyinin modellenmesinde zamana bağı dalga yükseklikleri verileri, statik deniz yüzeyi yaklaşımları, istatistiksel modeller ve ölçümler kullanılabilir. Pürüzlü deniz yüzeyi için akustik yayılımın analitik olarak incelenmesinde empedans sınır koşulu uygulanarak çözüm sağlanabilir [Jensen et al., 1994].

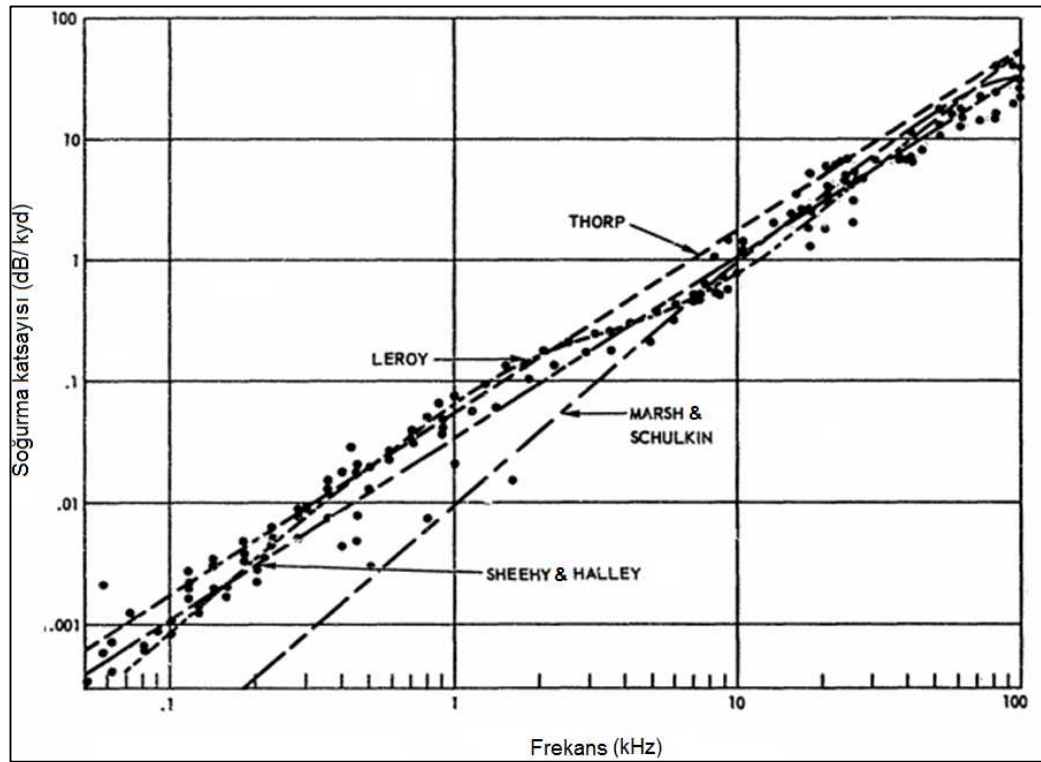
3.1.2. Deniz Dibi Kaynaklı Kayıplar

Deniz dibi kum, çamur, kaya ve çakıl gibi farklı bileşenlerden oluşur. Bu yapı yerel olarak homojen bir dağılım gösterebileceğı gibi uzun menzilli problemlerde homojen olmayan dağılımlar gösterebilir [Etter, 2003]. Deniz dibini oluşturan her bir bileşen farklı bir soğurma yapısına sahiptir. Farklı soğurma katsayıları akustik dalgaların farklı zayıflamalarına neden olurlar. Katmanlı ve dip kayıplı dalga kılavuzu Normal Mod yöntemiyle Kornhauser ve Raney tarafından frekans uzayında incelenmiştir [Kornhauser and Raney, 1955]. Buna göre dip kaybı ikinci katmandaki dalga sayısına çok küçük bir sanal kısım eklenerek hesaplara katılmıştır. Bu tipteki perturbasyon teorisine dayalı kayıplı ortam çözümleri su altı akustiğinde sıklıkla kullanılmaktadır.

3.1.3. Hacim Kayıpları

Deniz yüzeyi ve dibi kayıplarına ek olarak deniz suyunun kimyasal yapısından kaynaklı kayıplar da mevcuttur. Bu kayıplar magnezyum sülfat, borik asit gibi

bileşenlerin frekans ile değişimlerine bağlı olarak su altı akustik yayılımı etkilerler. Bu nedenle oşinograflar tarafından yapılan ölçümler neticesinde hacim kayıpları yaklaşık olarak hesaplanabilir. Bu konuda en çok kullanılan hacim kaybı modeli Thorp modelidir [Thorp, 1965], [Thorp, 1967]. Bu model derin sularda deniz suyunun kimyasal yapısı ve frekansa bağlı kayıp parametreleri üzerine yapılan ölçümlere dayalıdır. Benzer olarak farklı denizler için başka modeller de literatürde mevcuttur [Leroy, 1967], [Mellen et al., 1985], [Fisher and Simmons, 1977], [Ainslie, 2010]. Şekil 3.1’de farklı kayıp modelleri karşılaştırılmıştır. Özellikle düşük frekanslarda aralarındaki fark artmaktadır.



Şekil 3.1: Farklı soğurma modellerinin frekansa bağlı değişimi.

3.2. Kayıplı Dalga Denklemi

Su altı akustik uygulamalarında kayıpların akustik dalga yayılımına etkisinin incelenmesi önemlidir. Bu kapsamda öncelikle zaman uzayı hesaplamalarında zaman uzayı dispersiyonun modellenmesi ile hesaba başlanmalıdır. Bu kapsamda iki boyutlu kayıplı dalga denklemi

$$\frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial t^2} - \beta \frac{\partial u(x, z, t)}{\partial t} = -\delta(x)\delta(z - z_0)T(t) \quad (3.1)$$

olarak yazılabilir. Burada $u(x, z, t)$ akustik basınç, β kayıp parametresini göstermektedir. $\delta(x)\delta(z - z_0)T(t)$ ifadesindeki terimler sırasıyla kaynağın menzil yönündeki konumu, kaynak derinliği ve kaynağın zaman bağımlılığını göstermektedir. Bu denklem analitik olarak çözülerek kayıplarının zaman dispersiyonuna etkisi incelenebilir. Bu amaçla öncelikle kayıp teriminin fiziksel anlamı ve birimi araştırılacaktır. Basitliğin korunması amacıyla ilk olarak homojen ve tek boyutlu dalga denklemi incelenecektir. Daha sonra iki boyutlu dalga denklemi için çözüm aranacaktır. Öncelikle, kayıpsız dalga denkleminin zaman uzayı analitik çözümü kapsamında yapılan çalışmalar [Sertlek and Aksoy, 2013a] temel alınarak, kayıp parametresinin daha açık bir şekilde tanımlanmasıyla, kayıplı ortam için çözüm araştırılacaktır.

3.2.1. Zaman Uzayı Kayıplı Dalga Denkleminin Çıkartılması

Sonlu ve l uzunluklu bir salınan bir ip örneğini ele alalım. Aynı ipin t anındaki konumunu $u(x, t)$ olarak tanımlayalım. $u(x, t)$ 'nin yer değiştirme miktarının l uzunluğuna kıyasla çok küçük olduğunu varsayalım. İlk olarak x ve $x + \Delta x$ aralığındaki küçük bir birim parçayı inceleyelim. $T(x, t)$ ipteki gerilim ve $\theta(x, t)$ yatay x eksenine yapılan açı olarak tanımlansın. Bu durumda $\tan(\theta(x, t)) = \frac{\partial u(x, t)}{\partial t}$ olarak yazılabilir. Newton'un ikinci kanununa göre kuvvet

$$F = ma = (\rho \Delta x) \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \quad (3.2)$$

olarak yazılabilir. Burada m kütle, a ivme, ρ ipin lineer yoğunluğu, Δx birim parçanın uzunluğudur. Yerçekimi vb. dış etkileri ihmal ettiğimizde kuvvet sadece gerilimden ve kayıp parametresinden dolayı oluşur. Kayıp parametresi hareketin tersi yönde etki yapar. Yatay gerilim sabit ise dikey gerilim dikey yöndeki hareketi tetikler. Yatay yöndeki kuvvetleri taraf tarafa eşitlersek

$$T(x + \Delta x, t) \cos \theta(x + \Delta x, t) = T(x, t) \cos \theta(x, t) = \tau \quad (3.3)$$

Burada τ yatay gerilimi gösteren bir sabittir. Daha sonra dikey yöndeki kuvvetler eşitlenirse

$$\begin{aligned} F &= T(x + \Delta x, t) \sin \theta(x + \Delta x, t) - T(x, t) \sin \theta(x, t) - \gamma \frac{\partial u}{\partial t} \Delta x \\ &= T(x + \Delta x, t) \cos \theta(x + \Delta x, t) \tan \theta(x + \Delta x, t) \\ &\quad - T(x, t) \cos \theta(x, t) \tan \theta(x, t) - \gamma \frac{\partial u}{\partial t} \Delta x \end{aligned} \quad (3.4)$$

bulunur. Burada γ sönümlenme faktörüdür. Buradan, yatay yöndeki denklemi ve $\tan \theta(x, t) = \partial u(x, t) / \partial x$ eşitliğini yerine koyarak

$$\begin{aligned} F &= \tau (\tan \theta(x + \Delta x, t) - \tan \theta(x, t)) - \gamma \frac{\partial u}{\partial t} \Delta x \\ &= \tau \left(\frac{\partial u(x + \Delta x, t)}{\partial x} - \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right) - \gamma \frac{\partial u}{\partial t} \Delta x \end{aligned} \quad (3.5)$$

bulunur [Hancock, 2004]. Kuvvetin $F = (\rho \Delta x) \partial^2 u / \partial t^2$ olarak tanımlandığını hatırlarsak ve denklemin her iki tarafını birim uzunluk Δx ile bölersek

$$\rho \frac{\partial^2 u(x', t)}{\partial t^2} = \tau \frac{\left(\frac{\partial u(x + \Delta x, t)}{\partial x} - \frac{\partial u(x, t)}{\partial x} \right)}{\Delta x} - \gamma \frac{\partial u}{\partial t} \quad (3.6)$$

elde edilir. Burada x' , x ve $x + \Delta x$ aralığında herhangi bir noktaya karşı gelmektedir. Δx in sıfıra yakınsaması durumunda

$$\rho \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = \tau \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} - \gamma \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \quad (3.7)$$

elde edilir. Her iki tarafı ρ 'ya bölersek $c^2 = \frac{\tau}{\rho} > 0$ olmak üzere

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} - \frac{\gamma}{\rho} \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \quad (3.8)$$

şeklinde dalga denklemi elde edilir. Bu denklem düzenlenirse tek boyutlu kayıplı dalga denklemi olarak

$$\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} - \frac{\gamma}{\rho c^2} \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = 0 \quad (3.9)$$

halini alır. Burada kayıp parametresi

$$\beta = \frac{\gamma}{\rho c^2} \quad (3.10)$$

olarak tanımlanır. Kayıp parametresi ile viskozite ya da termal kayıplar gösterebilir [Till and Driessen, 2011]. Örneğin viskozite kayıpları için

$$\beta = \frac{\eta_l}{\rho c^2} \quad (3.11)$$

formu kullanılmalıdır [Holm, 2015]. Burada η_l boylamsal viskozitedir. Birçok ortam için β parametresinin çok küçük değerler alması beklemektedir.

3.2.2. Helmholtz Dalga Denklemiyle Benzerlik

Zaman uzayı kayıplı dalga denkleminin frekans uzayındaki karşılığını incelemek mevcut teorilerle karşılaştırma bakımından kayıp parametresi hakkında yorumlara yardımcı olacaktır. Buna göre Helmholtz denklemine benzer bir ifade

bulabilmek için zaman bağımlılığını $Re\{e^{i\omega t}\}$ olarak varsayarsak, zaman uzayı kayıplı dalga denklemi

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}(x, f)}{\partial x^2} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - i\omega\beta \right) \tilde{u}(x, f) = 0 \quad (3.12)$$

olarak bulunur. Helmholtz denklemi ise

$$\frac{\partial^2 \tilde{u}(x, f)}{\partial x^2} + k^2 \tilde{u}(x, f) = 0 \quad (3.13)$$

olmak üzere dalga sayısını göstermektedir. Su altı akustik yayılım problemlerinin kayıplı ortamlarda frekans uzayında çözümlerinde Helmholtz denklemindeki dalga sayısına çok küçük bir ε kayıp parametresi eklenerek ($\varepsilon \ll 1$) ortamdaki kayıplar ifade edilmektedir [Ainslie, 2010], [Kornhauser and Raney, 1948]. Buna göre kayıplı bir ortamda dalga sayısı

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} (1 + i\varepsilon)^2 = \frac{\omega^2}{c^2} (1 + \varepsilon^2 + i2\varepsilon) \cong \frac{\omega^2}{c^2} (1 + i2\varepsilon) \quad (3.14)$$

olarak yazılabilir. Buna göre (2.12) ve (2.13) denklemleri taraf tarafa eşitlenirse

$$\frac{\omega^2}{c^2} - i\omega\beta = \frac{\omega^2}{c^2} (1 + i2\varepsilon) \quad (3.15)$$

bulunur. Reel ve sanal kısımların karşılaştırılmasıyla

$$\beta = -2 \frac{\varepsilon\omega}{c^2} \quad (3.16)$$

olarak elde edilir.

3.2.3. Kayıplı Zaman Uzayı Dalga Denkleminin Çözümü

Zaman uzayında dalga denkleminin çözümleri birçok su altı akustik problemi için kritik önem taşır. Zaman uzayında yapılan çözümler gerek hesap yükünün azaltılması, gerek akustik dalga yayılım algoritmalarının karmaşıklığının azaltılması bakımından tercih edilebilir. Su altı akustik literatüründe Fourier tabanlı olmayan, direkt olarak zaman uzayında analitik çözümler ilgili pek fazla çalışma mevcut değildir [Sertlek and Aksoy, 2013b]. Bu tez çalışmasında literatürdeki bu açığı kapatmayı sağlayabilecek yeni bir analitik yöntemin geliştirilmesini hedeflemektedir. Böylece, sonar performans modelleri, akustik haberleşme, çevresel risk analizi vb. Konularda önem taşıyan zaman uzayı dispersiyonunun modellenmesine ihtiyaç duyan problemlerin çözümü, daha doğru olarak elde edilebilecektir.

Fourier tabanlı tüm çözümleri bir tarafa bırakarak, zaman uzayında direkt çözüm aranmasına yoğunlaşalım. Bu çözüm her bir frekans için ayrı ayrı çözüm topluyarak hesaplamak yerine, tek bir seferde çözümün elde edilmesini sağlamalıdır. Hiç bir dönüşüm içermediğinden ve nedensel kaynaklar kullanıldığından, rastgele zaman bağımlılıkları olan işaretler için daha doğru bir çözüm bulunacaktır. Çünkü her işaret için Fourier dönüşümü uygulanması mümkün olmayabilir. Bu kapsamda geliştirilen yeni bir zaman uzayı çözümünün eğimli ve menzil bağımlı ortam parametrelerine sahip dalga kılavuzları için de yeni mod uyumlaştırma tekniklerinin geliştirilmesine ihtiyaç olacaktır.

3.2.3.1. Değişkenlerine Ayrıştırma Yöntemi ile Çözüm

Kayıplı dalga denklemine $u(x, z, t) = F(x, t)Z(z)$ olmak üzere değişkenlerin dönüşümü uygulanırsa

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F(x, t)Z(z)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, t)Z(z)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F(x, t)Z(z)}{\partial t^2} \\ - \beta \frac{\partial F(x, t)Z(z)}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

bulunur. Bu denklem düzenlenirse

$$\begin{aligned}
Z(z) \frac{\partial^2 F(x, t)}{\partial x^2} + F(x, t) \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} - Z(z) \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F(x, t)}{\partial t^2} \\
- Z(z) \beta \frac{\partial F(x, t)}{\partial t} = 0
\end{aligned} \tag{3.18}$$

bulunur ve denklemin her iki tarafı $F(x, t)Z(z)$ ile bölünürse

$$\begin{aligned}
\frac{1}{F(x, t)} \frac{\partial^2 F(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2 F(x, t)} \frac{\partial^2 F(x, t)}{\partial t^2} - \frac{\beta}{F(x, t)} \frac{\partial F(x, t)}{\partial t} \\
+ \frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} = 0
\end{aligned} \tag{3.19}$$

elde edilir. Buradan

$$\begin{aligned}
\underbrace{\frac{1}{F(x, t)} \frac{\partial^2 F(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2 F(x, t)} \frac{\partial^2 F(x, t)}{\partial t^2} - \frac{\beta}{F(x, t)} \frac{\partial F(x, t)}{\partial t}}_{\chi_{xt}^2} \\
+ \underbrace{\frac{1}{Z(z)} \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2}}_{-\chi_z^2} = 0
\end{aligned} \tag{3.20}$$

olmak üzere derinlik ve menzil yönündeki denklemler ayrıştırılarak, derinlik yönünde

$$\frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} + \chi_z^2 Z(z) = 0 \tag{3.21}$$

ve menzil yönünde

$$\frac{\partial^2 F(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F(x, t)}{\partial t^2} - \beta \frac{\partial F(x, t)}{\partial t} - \chi_{xt}^2 F(x, t) = 0 \tag{3.22}$$

diferansiyel denklemleri bulunur. Derinlik yönündeki denklem Sturm-Liouville türünde diferansiyel denklemdir. Menzil yönündeki denklem ise kayıplı ortamlar için Klein-Gordon diferansiyel denklemdir.

Özel olarak $h \rightarrow \infty$ olması durumunda, Pekeris dalga kılavuzunun ikinci katmanı için kullanılan çözümdeki gibi radyasyon koşulu kapsamında çözüme gidilebilir.

3.2.3.2. Sturm-Liouville Denkleminin Çözümü

Derinlik yönündeki Sturm-Liouville tipindeki diferansiyel denklem için tek katmanlı dalga kılavuzu için sınır koşulları

$$Z(z)|_{z=0} = 0 \quad (3.23)$$

$$Z(z)|_{z=h} = 0 \quad (3.24)$$

olması halinde, bu denklemin çözümü

$$Z(z) = A\sin(\chi_z z) + B\cos(\chi_z z) \quad (3.25)$$

olarak önerilir. Bu sınır koşulları deniz dibi ve deniz yüzeyinin pürüzsüz olduğunu (deniz yüzeyinde rüzgâr hızının 0 m/s) varsayar. Burada ilk sınır koşulundan $B = 0$ olması gerekir. İkinci sınır koşuluna göre özdeğerler

$$\chi_{zn} = n\pi/h, \quad n = 0,1,2, \dots \quad (3.26)$$

olarak hesaplanır ve ortanormalite şartından $A = \sqrt{2\rho_0/h}$ bulunur.

3.2.3.3. Homojen Klein-Gordon Denkleminin Elde Edilmesi

Menzil yönündeki kayıplı ortamlar için Klein-Gordon denklemi (2.22) çözümü bazı analitik teknikler ile kayıpsız ortamdaki Klein-Gordon denklemine benzetilerek bulunabilir. Bu kapsamda menzil yönündeki denkleme $\alpha = \beta c^2/2$ olmak üzere $F(x, t) = e^{-\alpha t} \tilde{F}(x, t)$ dönüşümünü uygularsak

$$e^{-\alpha t} \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 e^{-\alpha t} \tilde{F}(x, t)}{\partial t^2} - \beta \frac{\partial e^{-\alpha t} \tilde{F}(x, t)}{\partial t} - \chi_{xt}^2 e^{-\alpha t} \tilde{F}(x, t) = 0 \quad (3.27)$$

elde edilir. Buradaki birinci mertebeden zamana göre türev

$$\begin{aligned}\frac{\partial e^{-\alpha t} \tilde{F}(x, t)}{\partial t} &= \tilde{F}(x, t) \frac{\partial e^{-\alpha t}}{\partial t} + e^{-\alpha t} \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} \\ &= e^{-\alpha t} \left(-\alpha \tilde{F}(x, t) + \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} \right)\end{aligned}\quad (3.28)$$

olmak üzere ikinci mertebeden türev de benzer olarak

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 e^{-\alpha t} \tilde{F}(x, t)}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(e^{-\alpha t} \left(-\alpha \tilde{F}(x, t) + \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} \right) \right) \\ &= \left(-\alpha \tilde{F}(x, t) + \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} \right) \frac{\partial e^{-\alpha t}}{\partial t} \\ &\quad + e^{-\alpha t} \frac{\partial}{\partial t} \left(-\alpha \tilde{F}(x, t) + \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} \right) \\ &= e^{-\alpha t} \left(\alpha^2 \tilde{F}(x, t) - 2\alpha \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial t^2} \right)\end{aligned}\quad (3.29)$$

bulunur. Bu türevleri kayıplı ortamlar için Klein-Gordon denkleminde yerine koyarsak

$$\begin{aligned}e^{-\alpha t} \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial x^2} - \frac{e^{-\alpha t}}{c^2} \left(\alpha^2 \tilde{F}(x, t) - 2\alpha \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial t^2} \right) \\ - \beta e^{-\alpha t} \left(-\alpha \tilde{F}(x, t) + \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} \right) \\ - \chi_{xt}^2 e^{-\alpha t} \tilde{F}(x, t) = 0\end{aligned}\quad (3.30)$$

ve ortak $e^{-\alpha t}$ ortak parantezinde ifade edersek

$$\begin{aligned}e^{-\alpha t} \left[\frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \left(\alpha^2 \tilde{F}(x, t) - 2\alpha \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial t^2} \right) \right. \\ \left. - \beta \left(-\alpha \tilde{F}(x, t) + \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} \right) - \chi_{xt}^2 \tilde{F}(x, t) \right] = 0\end{aligned}\quad (3.31)$$

bulunur. Bu durumda eşitliğin sağlanması için $e^{-\alpha t}$ sıfır olamayacağından parantez içindeki terimin sıfıra eşit olması gerekir. Buradan

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \left(\alpha^2 \tilde{F}(x, t) - 2\alpha \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial t^2} \right) \\ - \beta \left(-\alpha \tilde{F}(x, t) + \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} \right) - \chi_{xt}^2 \tilde{F}(x, t) = 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

denklemini düzenlenirse

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial x^2} - \frac{\alpha^2}{c^2} \tilde{F}(x, t) + \frac{2\alpha}{c^2} \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial t^2} \\ + \alpha\beta \tilde{F}(x, t) - \beta \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} - \chi_{xt}^2 \tilde{F}(x, t) = 0 \end{aligned} \quad (3.33)$$

bulunur. Aynı mertebeden türevleri ayrı gruplarda yazarak, denklem

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial t^2} + \left(\frac{2\alpha}{c^2} - \beta \right) \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} \\ + \left(\alpha\beta - \frac{\alpha^2}{c^2} - \chi_{xt}^2 \right) \tilde{F}(x, t) = 0 \end{aligned} \quad (3.34)$$

halini alır. $\alpha = \beta c^2/2$ olduğundan

$$\frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial t^2} + \left(\frac{\beta^2 c^2}{2} - \frac{c^2 \beta^2}{4} - \chi_{xt}^2 \right) \tilde{F}(x, t) = 0 \quad (3.35)$$

$$\frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial t^2} + \left(\frac{c^2 \beta^2}{4} - \chi_{xt}^2 \right) \tilde{F}(x, t) = 0 \quad (3.36)$$

Kayıplı ortamlar için Klein-Gordon denkleminin yeni formu elde edilebilir. Bu denklemin çözümü bilinmektedir.

3.2.3.4.Homojen Olmayan Klein-Gordon Denkleminin Elde Edilmesi

Denklem 2.1’de verilen dalga denklemine geri dönerek özdeğer açılımı kapsamında

$$u(x, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n(z_0) F_n(x, t) Z_n(z) \quad (3.37)$$

şeklinde bir çözüm önerilirse

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n(z_0) Z_n(z) \frac{\partial^2 F_n(x, t)}{\partial x^2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n(z_0) F_n(x, t) \underbrace{\frac{\partial^2 Z_n(z)}{\partial z^2}}_{-\chi_{zn}^2 Z_n(z)} \\ - \sum_{n=1}^{\infty} a_n(z_0) \frac{Z_n(z)}{c^2} \frac{\partial^2 F_n(x, t)}{\partial t^2} \\ - \sum_{n=1}^{\infty} \beta a_n(z_0) Z_n(z) \frac{\partial F_n(x, t)}{\partial t} \\ = -\delta(x) \delta(z - z_0) T(t) \end{aligned} \quad (3.38)$$

yazılabilir. Burada $a_n(z_0)$ bir sabit katsayı olup, hesabı için denklem yeniden düzenlenirse,

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n(z_0) Z_n(z) \left(\frac{\partial^2 F_n(x, t)}{\partial x^2} - \chi_{xtn}^2 F_n(x, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F_n(x, t)}{\partial t^2} \right. \\ \left. - \beta \frac{\partial F_n(x, t)}{\partial t} \right) = -\delta(x) \delta(z - z_0) T(t) \end{aligned} \quad (3.39)$$

bulunur. Bu denklem kapalılık koşuluna göre $\delta(z - z_0) = \sum_{n=1}^{\infty} w(z_0) Z_n^*(z_0) Z_n(z)$, homojen olmayan dalga denklemi

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} a_n(z_0) Z_n(z) \left(\frac{\partial^2 F_n(x, t)}{\partial x^2} - \chi_{xtn}^2 F_n(x, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F_n(x, t)}{\partial t^2} \right. \\ \left. - \beta \frac{\partial F_n(x, t)}{\partial t} \right) = -\delta(x) T(t) \sum_{n=1}^{\infty} \underbrace{w(z_0) Z_n^*(z_0)}_{a_n(z_0)} Z_n(z). \end{aligned} \quad (3.40)$$

halini alır. Burada $a_n(z_0) = (1/\rho_0) \text{Asin}(\chi_z z_0)$ olmak üzere, homojen olmayan Klein-Gordon denklemi

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 F_n(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F_n(x, t)}{\partial t^2} - \beta \frac{\partial F_n(x, t)}{\partial t} - \chi_{xtn}^2 F_n(x, t) \\ = \underbrace{-\delta(x)T(t)}_{-f(x, t)} \end{aligned} \quad (3.41)$$

şeklinde elde edilir. Bu denkleme de $F(x, t) = e^{-\alpha t} \tilde{F}(x, t)$ şeklinde önceki bölümde uygulanan dönüşüm uygulanırsa

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 e^{-\alpha t} \tilde{F}(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 e^{-\alpha t} \tilde{F}(x, t)}{\partial t^2} - \beta \frac{\partial e^{-\alpha t} \tilde{F}(x, t)}{\partial t} \\ - \chi_{xtn}^2 \exp e^{-\alpha t} \tilde{F}(x, t) = -f(x, t) \end{aligned} \quad (3.42)$$

bulunur. Bu denklem ortak $e^{-\alpha t}$ parantezine alınarak

$$\begin{aligned} e^{-\alpha t} \left(\frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \left(\alpha^2 \tilde{F}(x, t) - 2\alpha \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial t^2} \right) \right. \\ \left. - \beta \left(-\alpha \tilde{F}(x, t) + \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} \right) - \chi_{xt}^2 \tilde{F}(x, t) \right) \\ = -f(x, t) \end{aligned} \quad (3.43)$$

bulunur. Her iki taraf $e^{-\alpha t}$ ile bölünerek

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \left(\alpha^2 \tilde{F}(x, t) - 2\alpha \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial t^2} \right) \\ - \beta \left(-\alpha \tilde{F}(x, t) + \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} \right) - \chi_{xt}^2 \tilde{F}(x, t) \\ = -e^{\alpha t} f(x, t) \end{aligned} \quad (3.44)$$

olmak üzere, yeniden düzenlenirse

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial t^2} + \left(\frac{2\alpha}{c^2} - \beta \right) \frac{\partial \tilde{F}(x, t)}{\partial t} \\ + \left(\alpha\beta - \frac{\alpha^2}{c^2} - \chi_{xt}^2 \right) \tilde{F}(x, t) = -e^{\alpha t} f(x, t) \end{aligned} \quad (3.45)$$

denklemini bulunur. $\alpha = \beta c^2/2$ olduğundan, bu denklem yeniden yazılırsa

$$\frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \tilde{F}(x, t)}{\partial t^2} + \left(\frac{c^2 \beta^2}{4} - \chi_{xt}^2 \right) \tilde{F}(x, t) = -e^{\frac{\beta c^2}{2} t} f(x, t) \quad (3.46)$$

olarak homojen olmayan Klein-Gordon denklemini elde edilir. Bu denklem $\alpha = \beta c^2/2$ ilişkisini vermesi bakımından önemlidir.

3.2.3.5. Klein-Gordon Denkleminin Green Fonksiyonu

Homojen olmayan Klein-Gordon denkleminin çözümü Green fonksiyonu yardımıyla bulunabilir. Bunun için $G_n = G_n(x, t|x', t')$ bu denklem için Green fonksiyonu olmak üzere

$$\frac{\partial^2 G_n}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 G_n}{\partial t^2} - \left(\chi_{xt}^2 - \frac{c^2 \beta^2}{4} \right) G_n = -\delta(x - x') \delta(t - t') \quad (3.47)$$

diferansiyel denklemini sağlar. Buradan Green fonksiyonu

$$G_n = \frac{c}{2} H[c\tau - |X|] J_0 \left(\sqrt{\left(\chi_{xt}^2 - \frac{c^2 \beta^2}{4} \right) (c^2 \tau^2 - X^2)} \right) \quad (3.48)$$

olarak bulunur [Sertlek and Aksoy, 2013b]. Burada $\tau = t - t'$, $X = x - x'$, c ses hızını, $J_0[\cdot]$ sıfırıncı mertebeden Bessel fonksiyonunu ve $H[\cdot]$ Heaviside basamak fonksiyonunu gösterir. Fiziksel bir çözüme karşı gelmesi bakımından zaman uzayı çözümünde karmaşık sayıların olması beklenmez. Bu nedenle Bessel fonksiyonu reel değerler almalıdır. Bu şartı sağlamak için 2.48 denklemindeki karekök içindeki ifade sıfırdan küçük olmamalıdır. Yani, β 'nin alabileceği en büyük değer (β_{max})

$$\beta_{max} = \frac{2\pi}{ch} \quad (3.49)$$

olarak bulunur. Bu şartı sağlamayan β değerleri fiziksel çözüm vermeyecektir.

3.2.3.6. Kayıplı Dalga Denkleminin Genel Çözümü

Başlangıç koşulları genel halde

$$F_n(x, t)|_{t=0} = g(x), \quad \left. \frac{\partial F_n(x, t)}{\partial t} \right|_{t=0} = h(x) \quad (3.50)$$

olarak yazılabilir. Bu durumda $F(x, t) = e^{-at} \tilde{F}(x, t)$ olmak üzere homojen olmayan Klein-Gordon fonksiyonu için genel çözüm Green teoremi kullanılarak [Duffy, 2001; Geyi, 2006]

$$F_n(x, t) = e^{-\frac{\beta c^2}{2}t} \left[\int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} e^{\frac{\beta c^2}{2}t'} f(x', t') G_n dx' dt' - \frac{1}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(g(x') \frac{\partial G_n}{\partial t'} \Big|_{t'=0} - G_n|_{t'=0} h(x') \right) dx' \right] \quad (3.51)$$

olarak verilir. Bu durumda kayıplı ortamlar için dalga denkleminin genel çözümü

$$\begin{aligned} u(x, z, t) &= \frac{1}{\rho_0} \sum_{n=1}^{\infty} A^2 \sin(\chi_{zn} z_0) \sin(\chi_{zn} z) \left[\int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\beta c^2}{2}(t-t')} f G_n dx' dt' \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(g \frac{\partial G_n}{\partial t'} \Big|_{t'=0} - G_n|_{t'=0} h \right) dx' \right]. \end{aligned} \quad (3.52)$$

şeklinde yazılabilir. Burada χ_{xtn} ve χ_{zn} sırasıyla derinlik ve menzil-zaman yönündeki dalga sayıları (veya mod sabitleri) olarak adlandırılabilir. χ_{xtn} ve χ_{zn} tek katmanlı problem için birbirlerine eşittirler ve

$$\chi_{zn} = \frac{n\pi}{h} \quad (3.53)$$

olarak verilir. Fakat çok katmanlı problemler için aralarındaki bağıntı daha karmaşık olacaktır¹.

3.3. Kayıpsız Dalga Kılavuzu

Kayıpsız dalga denklemi kayıplı durumun $\beta = 0$ için özel bir hali olup

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c(z)^2} \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial t^2} \\ = -\delta(x)\delta(z - z_0)T(t) \end{aligned} \quad (3.54)$$

şeklinde ele alınarak değişkenlere ayırıştırma tekniği ile incelenmelidir. Bu bağlamda tek katmanlı ve sabit ses hızına sahip bir akustik dalga kılavuzu için değişkenlerine ayırıştırma yöntemiyle ($u(x, z, t) = F(x, t)Z(z)$)

$$\frac{d^2 Z(z)}{dz^2} + \chi_{zn}^2 Z(z) = 0 \quad (3.55)$$

ve

$$\frac{\partial^2 F(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F(x, t)}{\partial t^2} - \chi_{xt}^2 F(x, t) = -T(t)\delta(x) \quad (3.56)$$

olmak üzere Sturm-Liouville ve homojen olmayan Klein-Gordon tipinde iki diferansiyel denklem elde edilir. Uygun sınır koşulları altında kayıpsız durum ($\beta = 0$) için önceki bölümde izlenen adımlara benzer adımların izlenmesiyle çözüme ulaşılır [Sertlek and Aksoy, 2013b].

¹ Benzer olarak frekans uzayı çözümlerinde alt ve üst katmandaki dalga sayıları arasındaki ilişki bir transandantal denklemle ifade edilir.

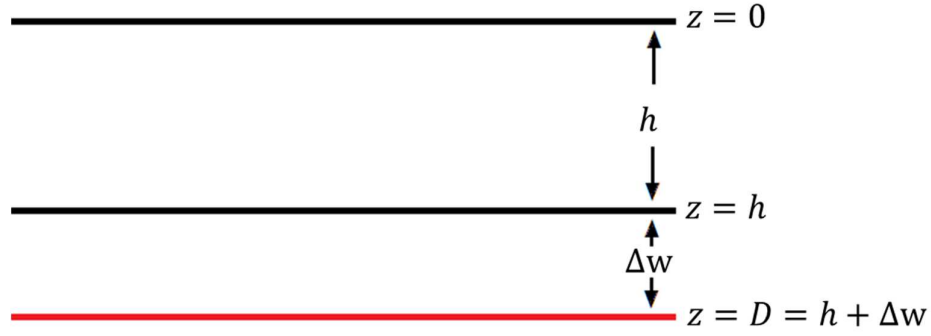
$$u(x, z, t) = \frac{1}{\rho_0} \sum_{n=1}^{\infty} A^2 \sin(\chi_{zn} z_0) \sin(\chi_{zn} z) \left[\int_0^t \int_{-\infty}^{\infty} f G_n dx' dt' - \frac{1}{c^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(g \frac{\partial G_n}{\partial t'} \Big|_{t'=0} - G_n|_{t'=0} h \right) dx' \right] \quad (3.57)$$

Burada G_n (3.48) denkleminin $\beta = 0$ için elde edilen halidir.

Bu tez çalışmasında Zaman uzayı çözümü kayıplı tek katmanlı dalga klavuzu için dalga denklemi analitik olarak çözülerek elde edilmiştir, Böylece hacimsel kayıpların zaman işaretine etkisi incelenmiştir. Tek katmanlı problem için frekans uzayında özdeğerler frekanstan bağımsız iken çift katmanlı problem için frekansa bağlıdır. Bu durum çift katmanlı Pekeris problemi için analitik çözümü zorlaştırır. Ancak, etkin derinlik yaklaşımından faydalanarak bulunan çözüm katmanlı dalga kılavuzlarına da uygulanabilir. Bu çalışma düz deniz yüzeyi, deniz dibi ve sabit ses hızı için çözüm sağlar. Sığ deniz problemlerine uygulanabilir. İlerleyen bölümlerde sonuçları nümerik zaman uzayı yöntemleri çözümleri ile karşılaştırılarak doğrulanacaktır.

3.4. Etkin Derinlik Kavramı

Birçok analitik ve pratik çözümü literatüre kazandırmış olan Weston'un çalışmalarında sıklıkla tek katmanlı dalga kılavuzu kullanılarak çözüm elde edilerek takibinde bu çözümler gerçekçi dalga kılavuzlarına pratik olarak uygulanmıştır [Weston, 1960b]. Weston tek katmanlı dalga kılavuzları ile çift katmanlı klavuzları arasındaki ilişkiyi “etkin derinlik” kavramıyla tanımlamıştır. Böylece matematiksel model basitçe korunabilir ve tek katmanlı dalga kılavuzu ile katmanlı (Pekeris) dalga kılavuzları arasında dönüşüm sağlayabilecek bir yaklaşım ile çözüm elde edilebilir. Etkin derinlik yaklaşımına göre gerçek su derinliğinden daha derin gerçek su derinliğinin sahip olduğu yansımalar karşı gelen başka bir etkin derinlik bulunabilir. Etkin derinlikteki yansımalar tek katmanlı dalga kılavuzundaki yansımalar eşdeğer kabul edilerek özdeğerler analitik olarak hesaplanabilir. Etkin derinlik kavramı Şekil 3.2’de gösterilmiştir.



Şekil 3.2. Etkin derinlik kavramının gösterimi.

Gerçek derinlikle etkin derinlik arasındaki fark “dalga ötelemesi (wave shift)” olarak bilinir [Weston, 1960b] ve

$$\Delta w = \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{1}{k_1 \sin \theta_c} \quad (3.58)$$

olarak verilir. Burada ρ_2/ρ_1 ikinci katmandaki sıvı yoğunluğunun birinci katmandaki sıvı yoğunluğuna oranı, k_1 dalga sayısı ve θ_c kritik açıdır. Bu denkleme göre Δw düşük frekanslarda daha büyük olup yüksek frekanslarda ihmal edilebilir. Δw kullanılarak etkin derinlik

$$D = h + \Delta w \quad (3.59)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu durumda en genel halde özdeğerler

$$\chi_{zn} = \frac{n\pi}{D} = \frac{n\pi}{h + \Delta w} \quad (3.60)$$

olarak elde edilmiştir. Bu yüzden $h \gg \Delta w$ durumunda, tek katman çözümü için bulunan özdeğerlere yakın sonuçlar bulunur. Bu yaklaşım kullanılarak monokromatik kaynaklar için çift katmanlı dalga kılavuzlarında çözüm elde edilebilir.

4. SAYISAL ÖRNEKLER

Bu bölümde ZUNM yöntemi 50 m derinliğindeki tek katmanlı dalga klavuzu için akustik basıncın hesaplanması amacıyla kullanılmıştır. 25 m derinliğindeki Gauss darbe kaynağı ve monokromatik kaynak için hesaplar tekrarlanmıştır. Kayıp parametresi 10^{-6} olmak üzere 750 m uzaktaki alıcı noktasında görülen akustik basınç hesaplanmıştır. Derinlik, kayıp, kaynak derinliği ve menzil değerleri sistematik olarak değiştirilerek doğrulama çalışmaları için farklı senaryolar ele alınmıştır. Karşılaştırmalarda kullanılan örnekler detaylı olarak Bölüm 4.2’de verilmiştir.

Bu kapsamda tek katman için ZUNM yöntemiyle elde edilen sonuçlar, Zaman Uzayı Görüntü (ZUG) ve Zaman Uzayı Sonlu Farklar (ZUSF) yöntemi sonuçlarıyla karşılaştırılarak doğrulanmıştır. ZUNM yöntemi tek çalışma zamanında çözüm sağlayabilen, doğrulama testlerinde karşılama testi (benchmark) olarak kullanılabilecek doğrulukta sonuçlar verebilen ve başlangıç koşullarının etkisini hesaba katarak nedensel olarak çözüm sağlayan bir yöntem olduğundan avantajlıdır.

4.1. Doğrulama Yöntemleri

4.1.1. Zaman Uzayı Görüntü Yöntemi

Zaman Uzayı Görüntü (ZUG) yöntemi Şekil 4.1’de gösterildiği gibi sınırlardaki mükemmel yansımalar nedeniyle D derinlikli akustik dalga klavuzun dışında ayna prensibi ile eş kaynakların olması mantığına dayalıdır [Jensen et al., 1994]. **Bu yöntemle göre akustik basınç**

$$u(r, z) = S(t) * \sum_{m=0}^{\infty} [G(R_{m1}, t) - G(R_{m2}, t) - G(R_{m3}, t) + G(R_{m4}, t)] \quad (4.1)$$

olarak ifade edilir. Burada $S(t)$ kaynak fonksiyonu ve $G(r, t)$ kayıplı dalga denklemi için Green fonksiyonuna karşı gelmektedir. $R_{mn} = \sqrt{r^2 + z_{mn}^2}$ olmak üzere ($n = 1, 2, 3, 4$), z_{mn} değerleri

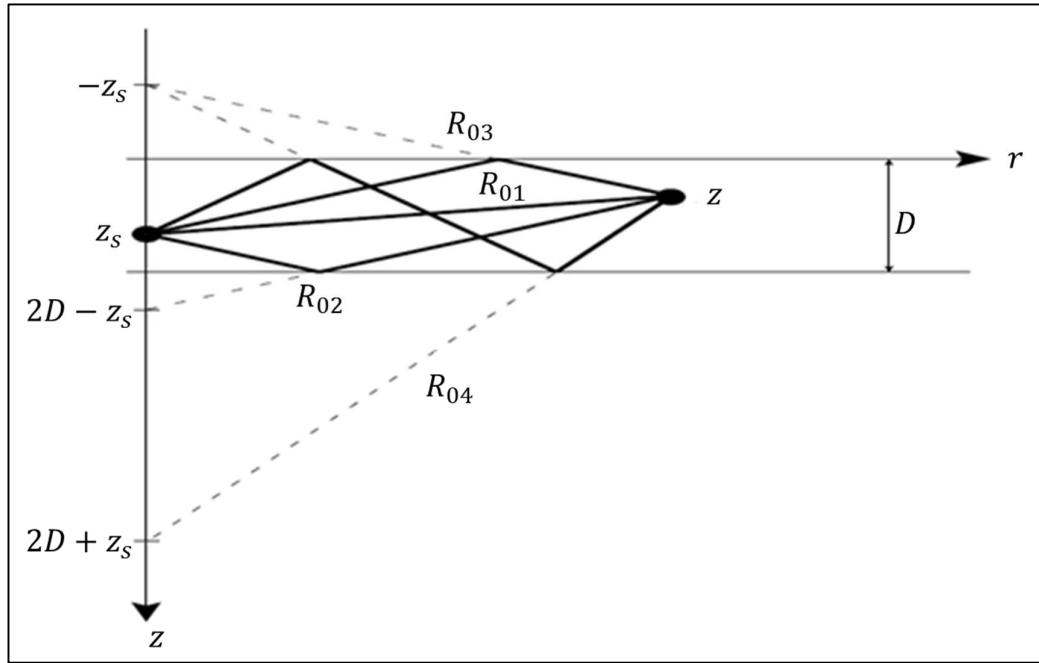
$$z_{m1} = 2mh - z_s + z \quad (4.2)$$

$$z_{m2} = 2h(m + 1) - z_s - z \quad (4.3)$$

$$z_{m3} = 2hm + z_s + z \quad (4.4)$$

$$z_{m4} = 2h(m + 1) + z_s - z \quad (4.5)$$

olarak bulunur.



Şekil 4.1: Görüntü yöntemi ve eş kaynakların gösterilmesi.

Kayıplı dalga denklemi için Green fonksiyonu

$$G(r, t) = H(t - r/c) \frac{e^{-\frac{t\beta c^2}{2}} \cosh\left(\frac{\beta c^2}{2} \sqrt{t^2 - \left(\frac{r}{c}\right)^2}\right)}{\sqrt{t^2 - \left(\frac{r}{c}\right)^2}} \quad (4.6)$$

olarak verilmiştir. Burada $H(.)$ Heavide fonksiyonunu göstermektedir [Sezginer and Weng, 1984]. Buradan ZUG çözümündeki konvolüsyon ifadesi

$$S(t) * G(r, z, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^t \frac{s(t-\tau) u\left(t - \frac{r}{c}\right) e^{-\frac{\tau\beta c^2}{2}} \cosh\left(\frac{\beta c^2}{2} \sqrt{\tau^2 - \left(\frac{r}{c}\right)^2}\right)}{\sqrt{\tau^2 - \left(\frac{r}{c}\right)^2}} d\tau \quad (4.7)$$

olarak verilir. Bu konvolüsyon integralleri nümerik olarak hesaplanabilir.

4.1.2. Zaman Uzayı Sonlu Farklar Yöntemi

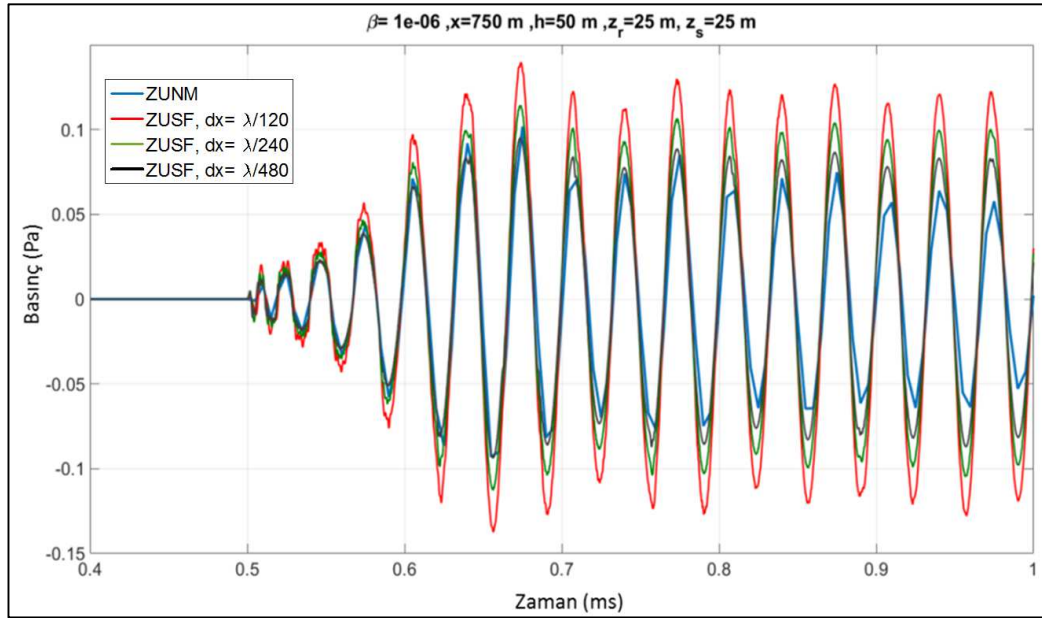
Zaman Uzayı Sonlu Farklar (ZUSF) yöntemi elektromagnetik teoride Maxwell denklemlerinin nümerik çözümlerinin elde edilmesi amacı ile yaygın kullanılan yöntemlerden birisidir [Yee, 1966]. ZUSF yöntemi zamana ve konuma göre analitik türevlerin ayrıklaştırılarak sayısal türevler biçiminde yazılması prensibine dayanmaktadır. Daha sonra her bir zaman adımı için zaman uzayında iteratif olarak çözüm elde edilir. ZUSF yöntemi bu çalışmada ZUNM analitik çözümün doğrulanması için kullanılmıştır. Buna göre iki boyutlu kayıplı dalga denklemi

$$\frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u(x, z, t)}{\partial t^2} - \beta \frac{\partial u(x, z, t)}{\partial t} = 0 \quad (4.8)$$

olmak üzere türevlerin ayrıklaştırılarak yazılmasıyla, ZUSF güncelleme denklemi

$$\begin{aligned} u_{i,j}^{n+1} = & \frac{1}{2 + \beta c^2 \Delta t} \left[2 \left(\frac{c \Delta t}{\Delta x} \right)^2 (u_{i+1,j}^n + u_{i-1,j}^n) \right. \\ & + 2 \left(\frac{c \Delta t}{\Delta z} \right)^2 (u_{i,j+1}^n + u_{i,j-1}^n) \\ & + \left[4 \left(1 - \left(\frac{c \Delta t}{\Delta x} \right)^2 - \left(\frac{c \Delta t}{\Delta z} \right)^2 \right) \right] u_{i,j}^n \\ & \left. - (2 - \beta c^2 \Delta t) u_{i,j}^{n-1} \right] \end{aligned} \quad (4.9)$$

olarak elde edilir [Özakın ve Aksoy, 2011]. Burada Δx ve Δz , sırasıyla menzil ve derinlik yönündeki konum adımını, Δt zaman adımı boyutu, n zaman adımı sayısını, i ve j sırasıyla x ve z yönündeki birim hücre numaralarını göstermektedir. ZUSF ve ZUNM karşılaştırmalarına başlamadan önce, ZUSF sayısal bir yöntem olduğu için doğru konumsal çözünürlük değerlerinin elde edilmesi amacı ile yakınsama testleri yapılmıştır. Şekil 4.2’de konumsal çözünürlük değerleri $dx = \lambda/120$, $dx = \lambda/240$ ve $dx = \lambda/480$ için ZUSF çözümleri elde edilmiş ve dx küçüldükçe ZUNM çözümüne yakınsadığı gözlemlenmiştir. Bu çalışmada ZUSF çözümünde 30 Hz frekansında bir monokromatik kaynak ve birinci mertbe MUR tipi soğurucu sınır koşulları kullanılmıştır.



Şekil 4.2: $dx = \lambda/120$, $dx = \lambda/240$ ve $dx = \lambda/480$ için ZUSF sonuçlarının ZUNM çözümüyle karşılaştırılması.

Şekil 4.2’den görüleceği üzere analitik ZUNM çözümüne yakın sonuçlar edilmesi için ZUSF çözümünde oldukça küçük konumsal çözünürlük değerleri gerekmektedir. Ancak çok küçük konumsal çözünürlüklerin kullanılması hesap yükünü artırdığından pratik olarak kullanımı etkin değildir.

4.2. Doğrulama için Karşılaştırmalar

Bu bölümde geliştirilen ZUNM yönteminin geçerliliği ve doğruluğu araştırılmıştır. ZUNM yöntemi kullanılarak farklı ortam parametreleri için akustik basınç hesaplanmış ve zamana göre değişimleri incelenmiştir. Elde edilen sonuçlar Gauss darbe ve monokromatik kaynak için ZUSF ve ZUG yöntemleriyle sistematik olarak karşılaştırmıştır. Karşılıklılık ilkesi Normal Mod çözümleri kapsamında sağlandığından farklı alıcı derinlikleri için karşılaştırmalar tekrarlanmamıştır.

4.2.1. Gauss Darbe Kaynak

Gauss darbe kaynak fonksiyonu

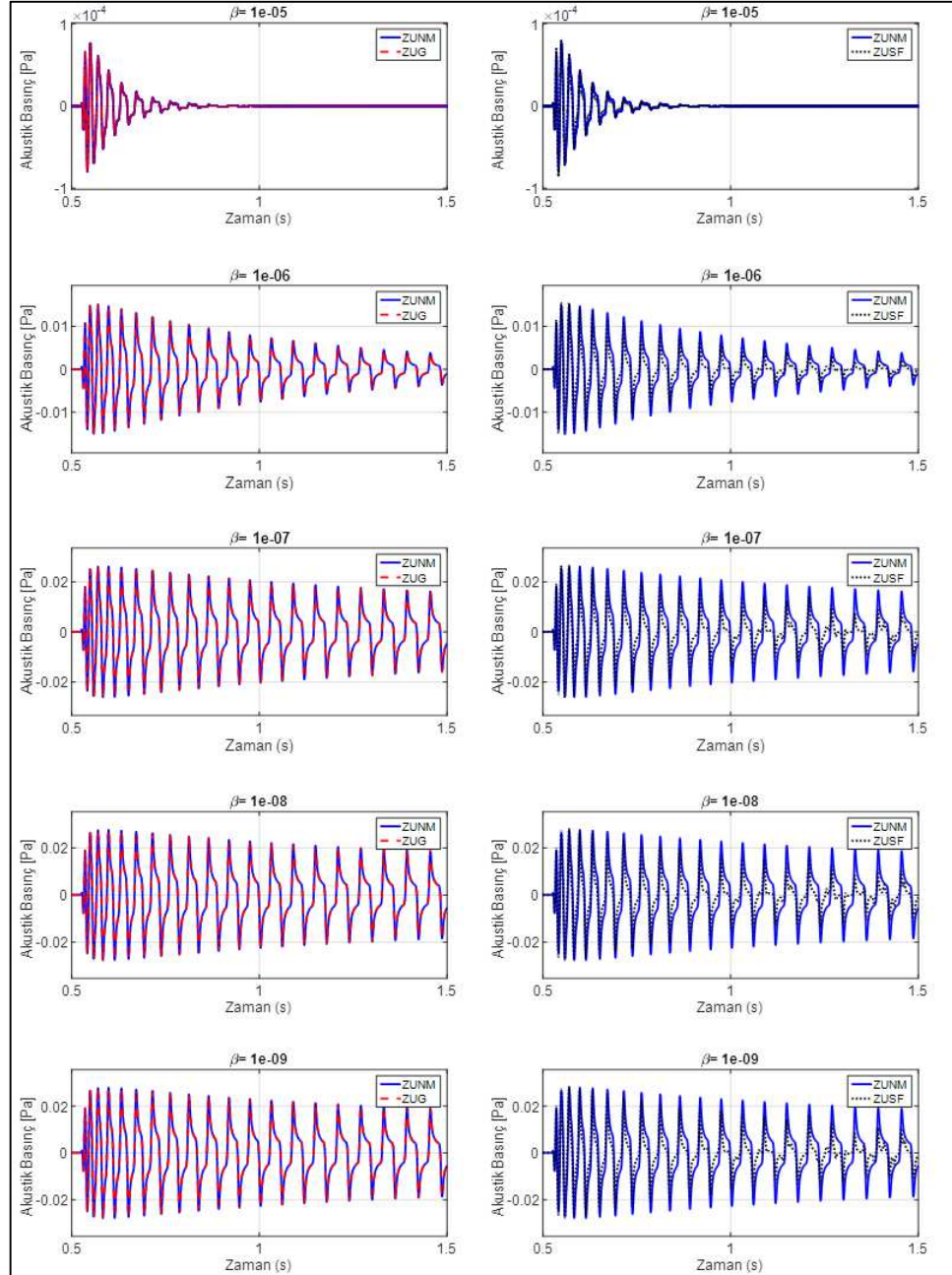
$$s(t) = \exp\left(-\left(\frac{t - t_0}{W}\right)^2\right) \quad (4.10)$$

olarak tanımlanmıştır. Burada $W = 0.003$ ve $t_0 = 0.3$ s olarak seçilmiştir. Doğrulama çalışmalarında bilgisayar yükünü azaltarak daha fazla sayıda karşılaştırmalar yapılmasını sağlamak amacıyla $dx = \lambda/120$ olarak seçilmiştir. Bu nedenle sonuçlar arasında genlik değerlerinde küçük farklılıklar beklenilmektedir. $h = 50$ m, kaynak ve alıcı derinlikleri $h/2$ m, kayıp parametresi 10^{-6} , mesafe 750 m olarak seçilmiştir. Her bir karşılaştırma testinde sadece bir parametre değiştirilmiştir. Karşılaştırmalarda kullanılan parametreler Tablo 4.1’de sıralanmıştır.

İlk olarak Şekil 4.3’de farklı kayıp parametreleri için karşılaştırmalar yapılmıştır. ZUNM yöntemi sonuçları Şekil 4.3’ün sol sütununda ZUG yöntemi ve sağ sütununda ZUSF yöntemi sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Şekil 4.4, Şekil 4.5 ve Şekil 4.6’de sırasıyla farklı derinlik, mesafe ve kaynak derinlikleri için karşılaştırmalar gösterilmiştir. ZUG ve ZUNM yöntemlerinde kullanılan integraller MATLAB ortamında quadgk komutu kullanılarak nümerik olarak hesaplanmıştır [Shampine, 2008].

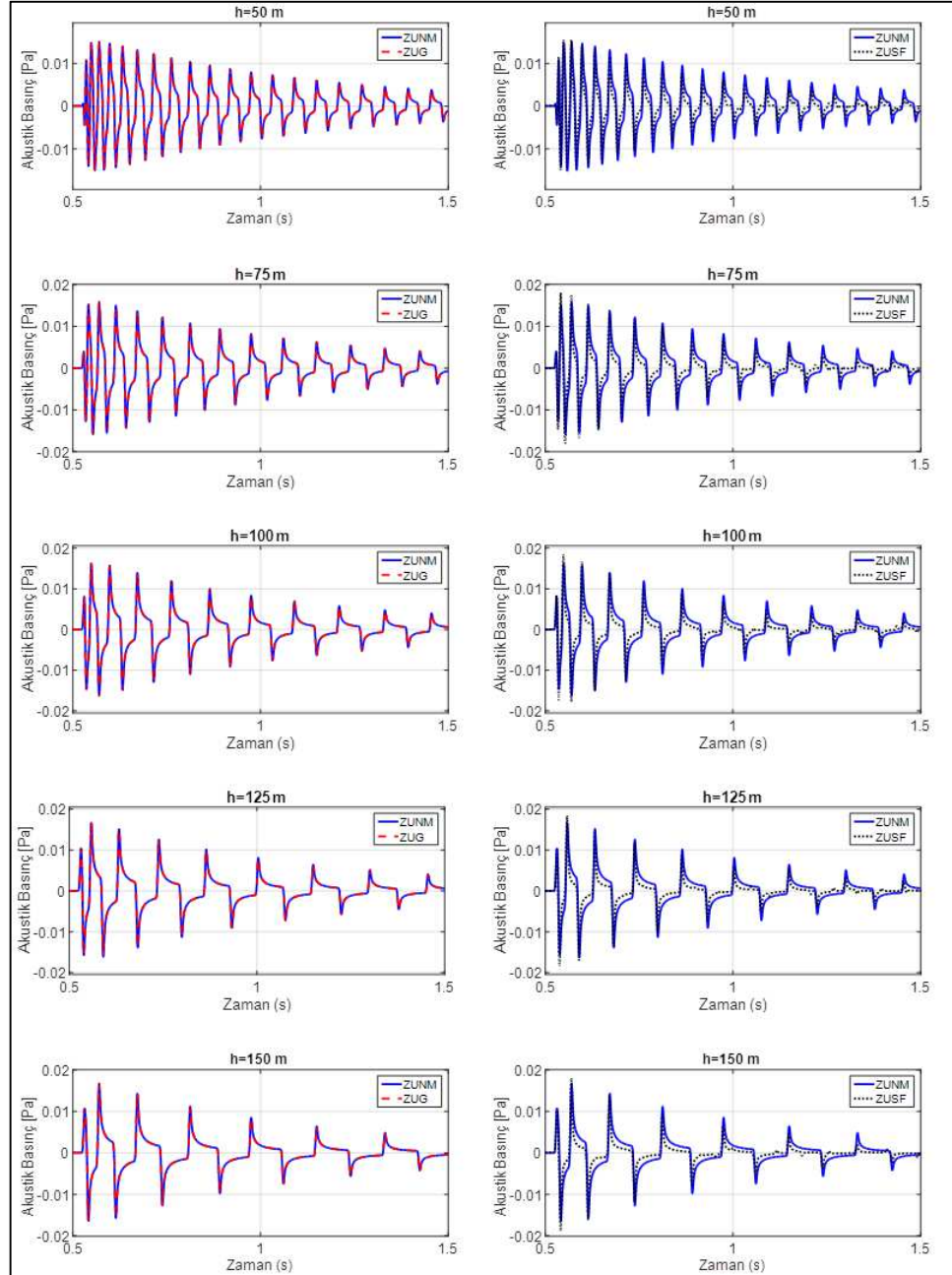
Tablo 4.1. Gauss Darbe kaynak için karşılaştırmalarda kullanılan parametreler

	β	h [m]	x [m]	z_s [m]	Kaynak tipi
Farklı β değerleri için karşılaştırmalar	10^{-5}	50	750	25	Gauss Darbe
	10^{-6}	50	750	25	Gauss Darbe
	10^{-7}	50	750	25	Gauss Darbe
	10^{-8}	50	750	25	Gauss Darbe
	10^{-9}	50	750	25	Gauss Darbe
Farklı h [m] değerleri için karşılaştırmalar	10^{-6}	50	750	25	Gauss Darbe
	10^{-6}	75	750	25	Gauss Darbe
	10^{-6}	100	750	25	Gauss Darbe
	10^{-6}	125	750	25	Gauss Darbe
	10^{-6}	150	750	25	Gauss Darbe
Farklı x [m] değerleri için karşılaştırmalar	10^{-6}	50	750	25	Gauss Darbe
	10^{-6}	50	1000	25	Gauss Darbe
	10^{-6}	50	1250	25	Gauss Darbe
	10^{-6}	50	1500	25	Gauss Darbe
	10^{-6}	50	1750	25	Gauss Darbe
Farklı z_s [m] değerleri için karşılaştırmalar	10^{-6}	50	750	10	Gauss Darbe
	10^{-6}	50	750	20	Gauss Darbe
	10^{-6}	50	750	25	Gauss Darbe
	10^{-6}	50	750	30	Gauss Darbe
	10^{-6}	50	750	40	Gauss Darbe



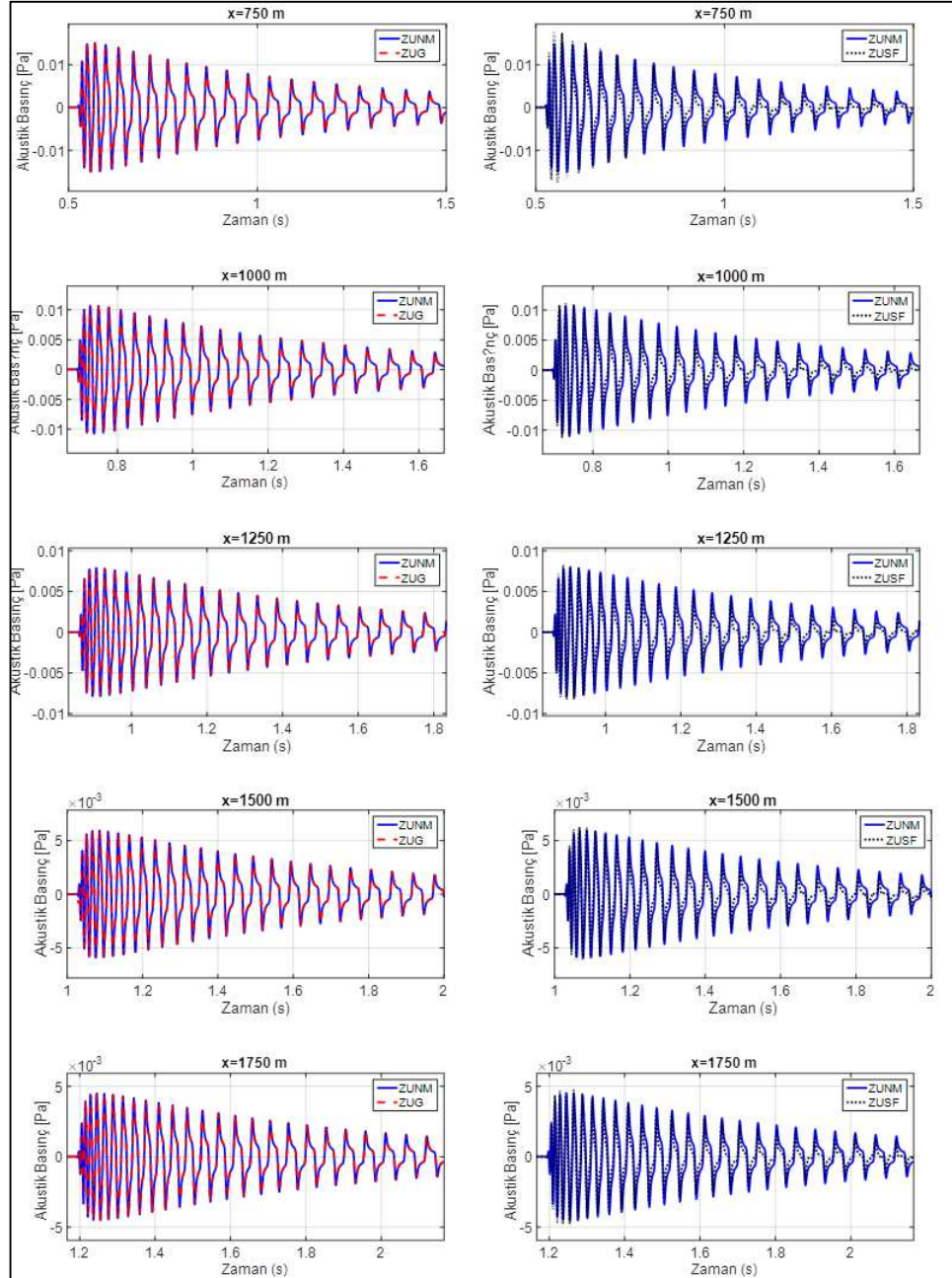
Şekil 4.3: Farklı kayıp parametreleri (β) için ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının darbe kaynak durumunda karşılaştırılması.

Sonuçlara göre ZUNM yöntemi ZUG yöntemi sonuçları ile oldukça benzerdir. ZUSF yöntemi büyük kayıp parametreleri ($\beta = 10^{-5}$) için daha tutarlı sonuçlar vermekteyken kayıp parametresinin küçülmesi ile tutarlılık azalmaktadır. Bu durumun ZUSF yöntemindeki zaman adımı değerinin seçimi ilgili olduğu düşünülmektedir. Zaman adımı küçüldükçe tutarlılığın arttığı gözlemlenmiştir.



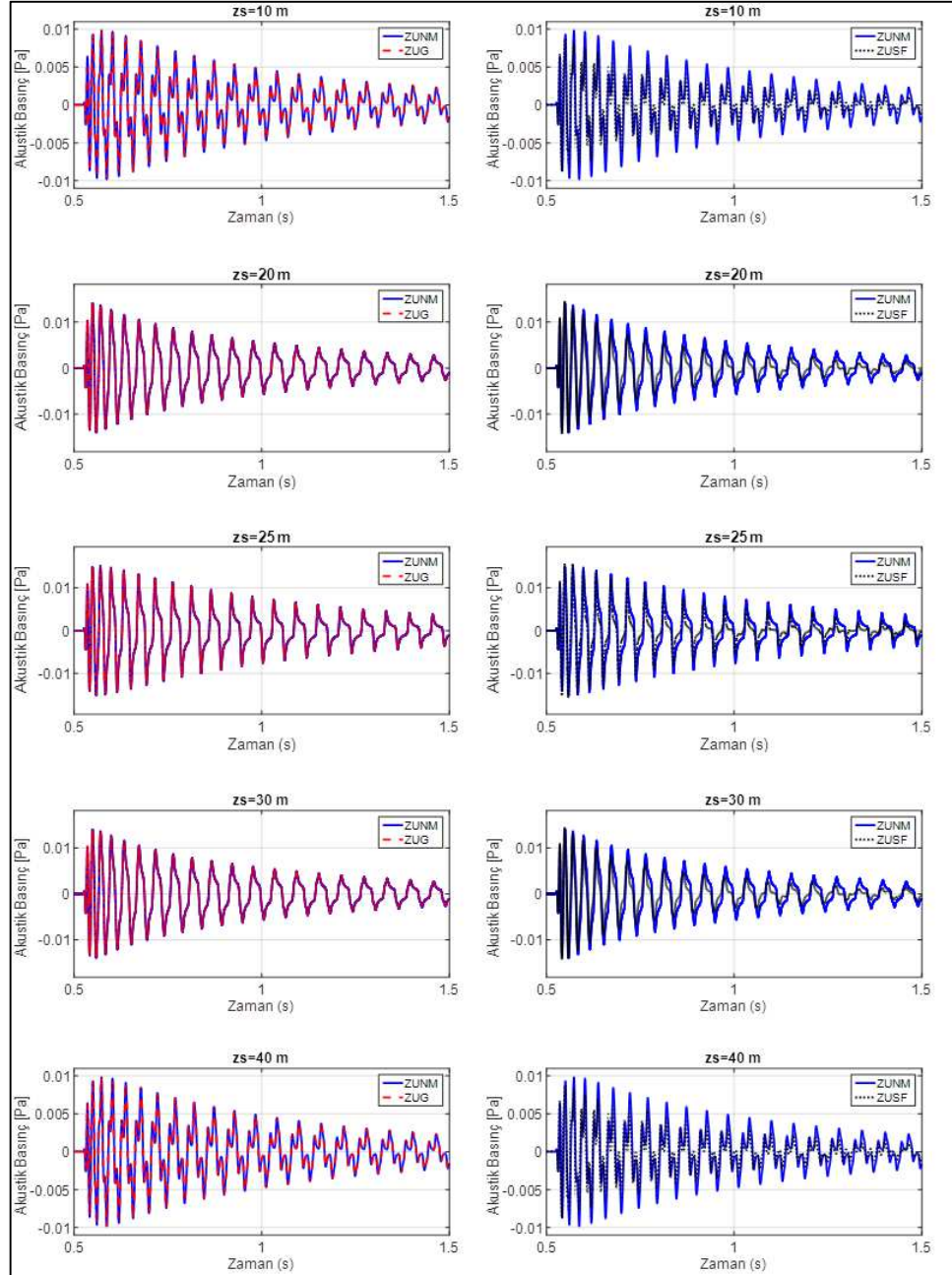
Şekil 4.4: Farklı derinlikler (h) için ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının darbe kaynak durumunda karşılaştırılması.

Sonuçlara göre ZUNM yöntemi ZUG yöntemi sonuçları ile oldukça tutarlıdır. ZUSF ve ZUNM yöntemlerinde gözlemlenen pik değerlerinin periyodundaki tutarlılık derinliğin değişmesiyle ilgilidir. ZUSF yöntemi sonuçlarındaki küçük farklılığın nedeni önceki karşılaştırmada bahsedildiği üzere kayıp parametresinin seçimi ile alakalıdır.



Şekil 4.5: Farklı mesafeler için (x) ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının darbe kaynak durumunda karşılaştırılması.

Sonuçlara göre beklenildiği üzere mesafe arttıkça basınç değerlerinin azalması her üç yöntem için de benzer olarak gözlenmiştir. ZUNM ve ZUG sonuçları tutarlılığını farklı mesafeler için de korumaktadır. ZUNM ve ZUSF sonuçları arasında küçük farklılıklar gözlemlenmiştir. Bu farklılıkların ZUSF çözümünde daha küçük adım boyları seçilmesi durumunda azalacağı beklenilmektedir [Sertlek and Aksoy, 2012].



Şekil 4.6: Farklı kaynak derinlikleri (z_s) için ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının darbe kaynak durumunda karşılaştırılması.

Karşılaştırmalara göre ZUNM ve ZUG yöntemi sonuçları farklı kaynak derinlikleri için de oldukça tutarlıdır. ZUNM ve ZUSF sonuçları genel olarak tutarlıdır. Özellikle 10 m ve 40 m kaynak derinlik değerleri için görülen hızlı salınımlar her iki yöntem sonuçlarında da benzer olarak gözlenmektedir.

Tüm sonuçlar genel olarak Gauss darbe kaynak için yapılan karşılaştırmaların tutarlılığını göstermektedir. ZUNM yöntemi özellikle ZUG yöntemi ile çok yakın

sonuçlar vermiştir. ZUSF yöntemi sonuçları ile diğeri iki yöntem arasındaki küçük farklılıklar ZUSF yönteminin gerektirdiği nümerik yaklaşımlar ve seçilen nümerik parametrelerle ilgilidir [Sertlek and Aksoy, 2012]. Bu alışmada ZUSF yönteminin iyileştirilmesi yerine analitik bir çözüm olan ZUNM yöntemi odaklanılmıştır. Elde edilen sonuçlar aynı zamanda analitik çözüm yöntemlerinin nümerik çözüm yöntemlerine kıyasla daha kararlı sonuçlar verdiğinin bir göstergesidir. Yüksek hassasiyet ve doğruluk gerektiren uygulamalar için ZUSF sonuçlarının hesaplanması ve yorumlanması durumunda dikkatli olunmalı ve ayrıca yüksek bilgisayar hafızası ve hesap süresi gereksinimleri de gözden kaçırılmamalıdır.

4.2.2. Monokromatik Kaynak

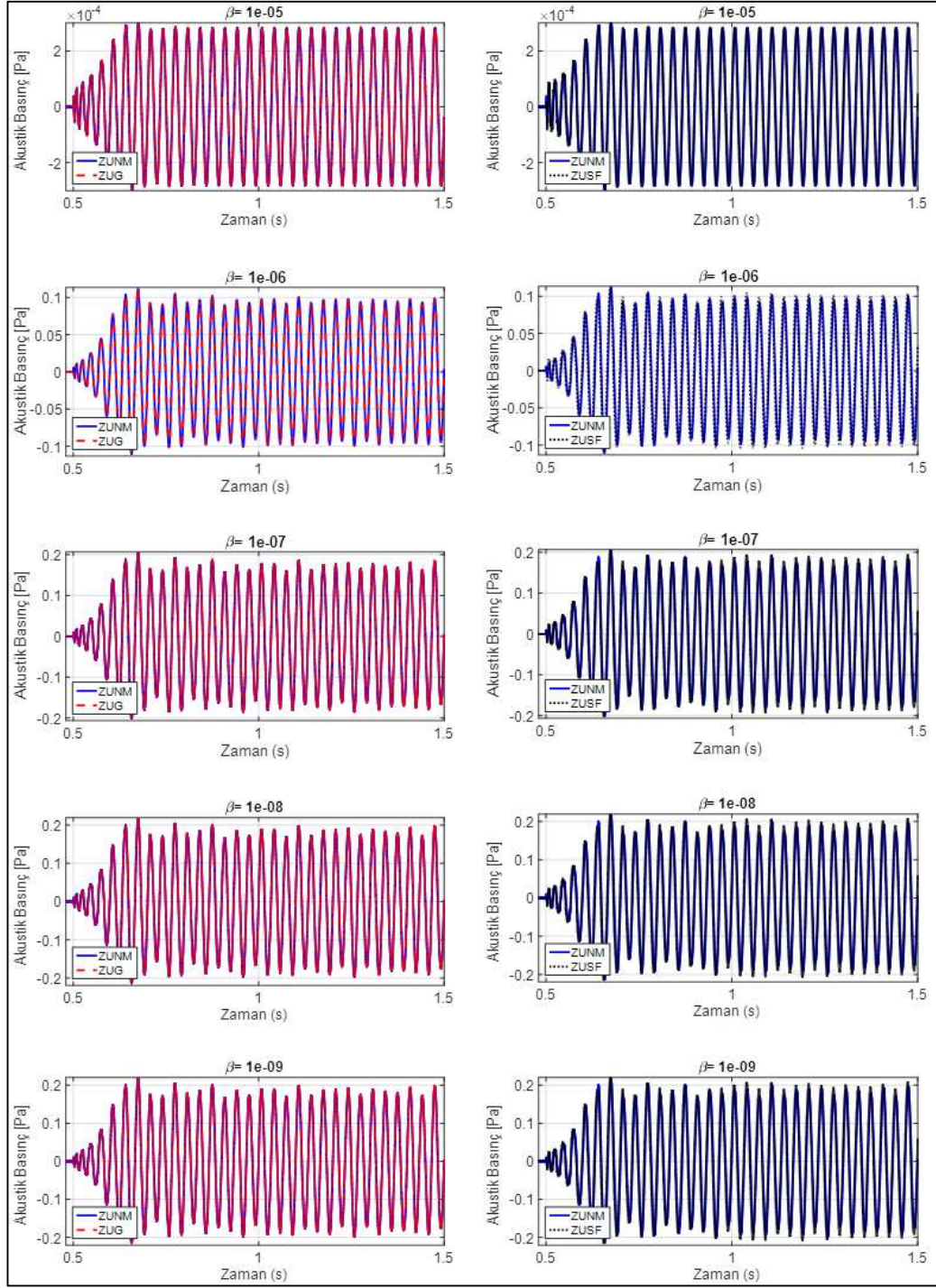
Monokromatik kaynak fonksiyonu

$$s(t) = \cos(2\pi ft)H(t) \quad (4.11)$$

olarak kullanılmıştır. Burada $f = 30$ Hz, $h = 50$ m, kaynak ve alıcı derinlikleri $h/2$ m, kayıp parametresi $\beta = 10^{-6}$, $x = 750$ m olarak seilmistir. Her bir karşılaştırma testinde sadece bir parametre değiştirilmiştir. Karşılaştırmalarda kullanılan parametreler Tablo 4.2’de gösterilmiştir.

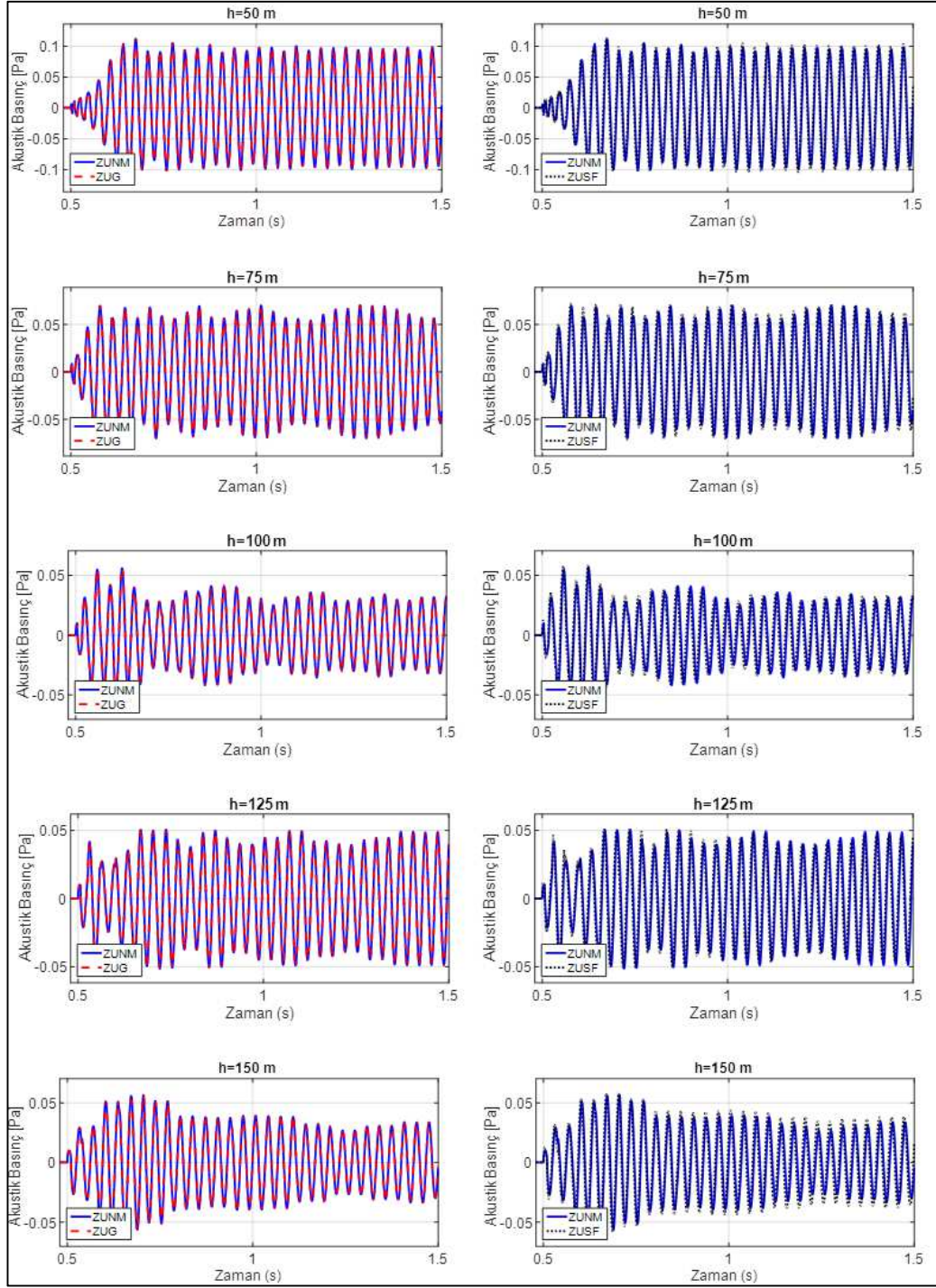
Tablo 4.2. Monokromatik kaynak için karşılaştırmalarda kullanılan parametreler

	β	h [m]	x [m]	z_s [m]	Kaynak tipi
Farklı β değerleri için karşılaştırmalar	10^{-5}	50	750	25	Monokromatik
	10^{-6}	50	750	25	Monokromatik
	10^{-7}	50	750	25	Monokromatik
	10^{-8}	50	750	25	Monokromatik
	10^{-9}	50	750	25	Monokromatik
Farklı h [m] değerleri için karşılaştırmalar	10^{-6}	50	750	25	Monokromatik
	10^{-6}	75	750	25	Monokromatik
	10^{-6}	100	750	25	Monokromatik
	10^{-6}	125	750	25	Monokromatik
	10^{-6}	150	750	25	Monokromatik
Farklı x [m] değerleri için karşılaştırmalar	10^{-6}	50	750	25	Monokromatik
	10^{-6}	50	1000	25	Monokromatik
	10^{-6}	50	1250	25	Monokromatik
	10^{-6}	50	1500	25	Monokromatik
	10^{-6}	50	1750	25	Monokromatik
Farklı z_s [m] değerleri için karşılaştırmalar	10^{-6}	50	750	10	Monokromatik
	10^{-6}	50	750	20	Monokromatik
	10^{-6}	50	750	25	Monokromatik
	10^{-6}	50	750	30	Monokromatik
	10^{-6}	50	750	40	Monokromatik



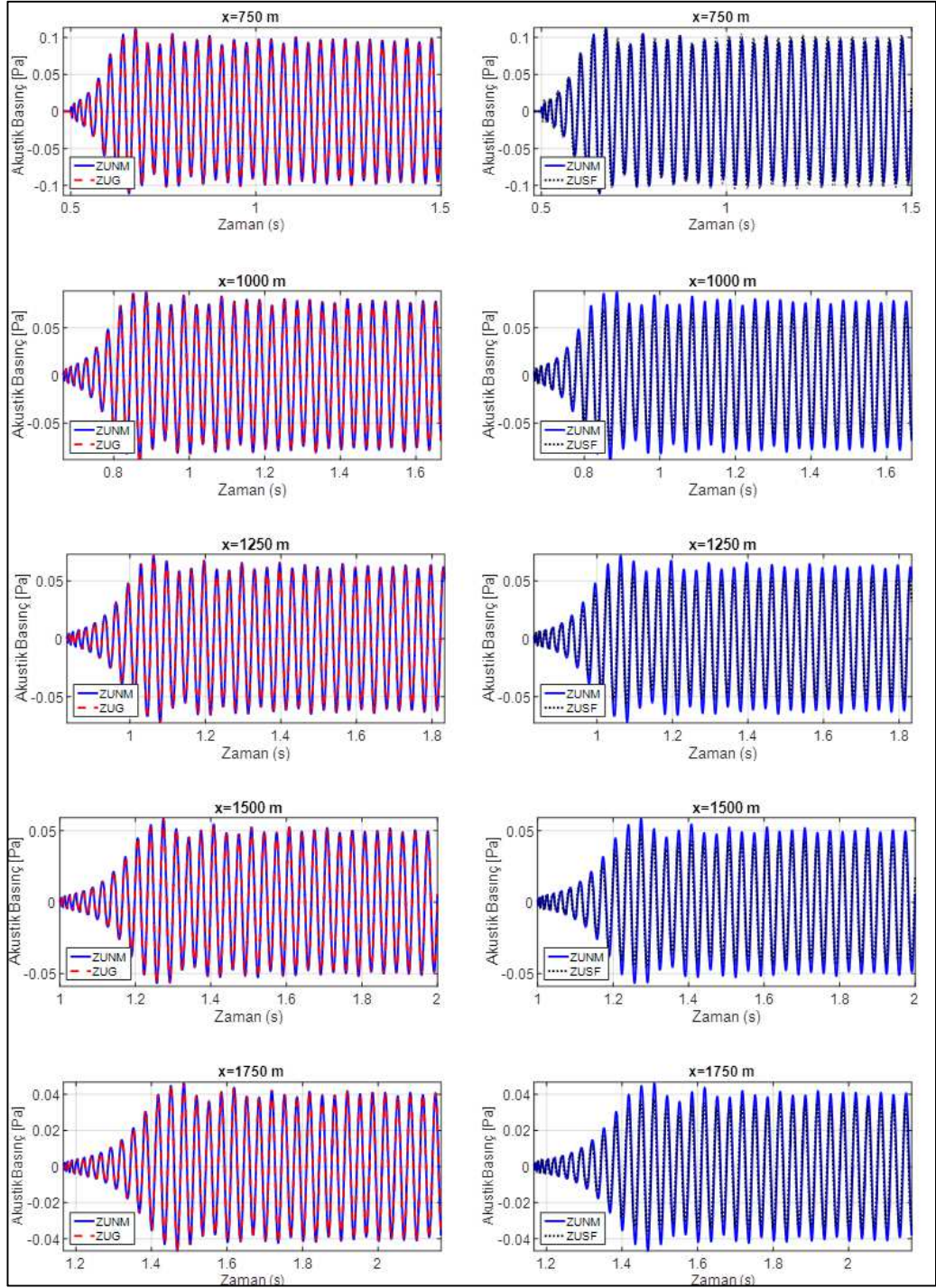
Şekil 4.7: Farklı kayıp parametreleri (β) için ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının monokromatik kaynak durumunda karşılaştırılması.

Sonuçlara göre ZUNM, ZUG ve ZUSF yöntemleri oldukça tutarlı sonuçlar vermiştir.



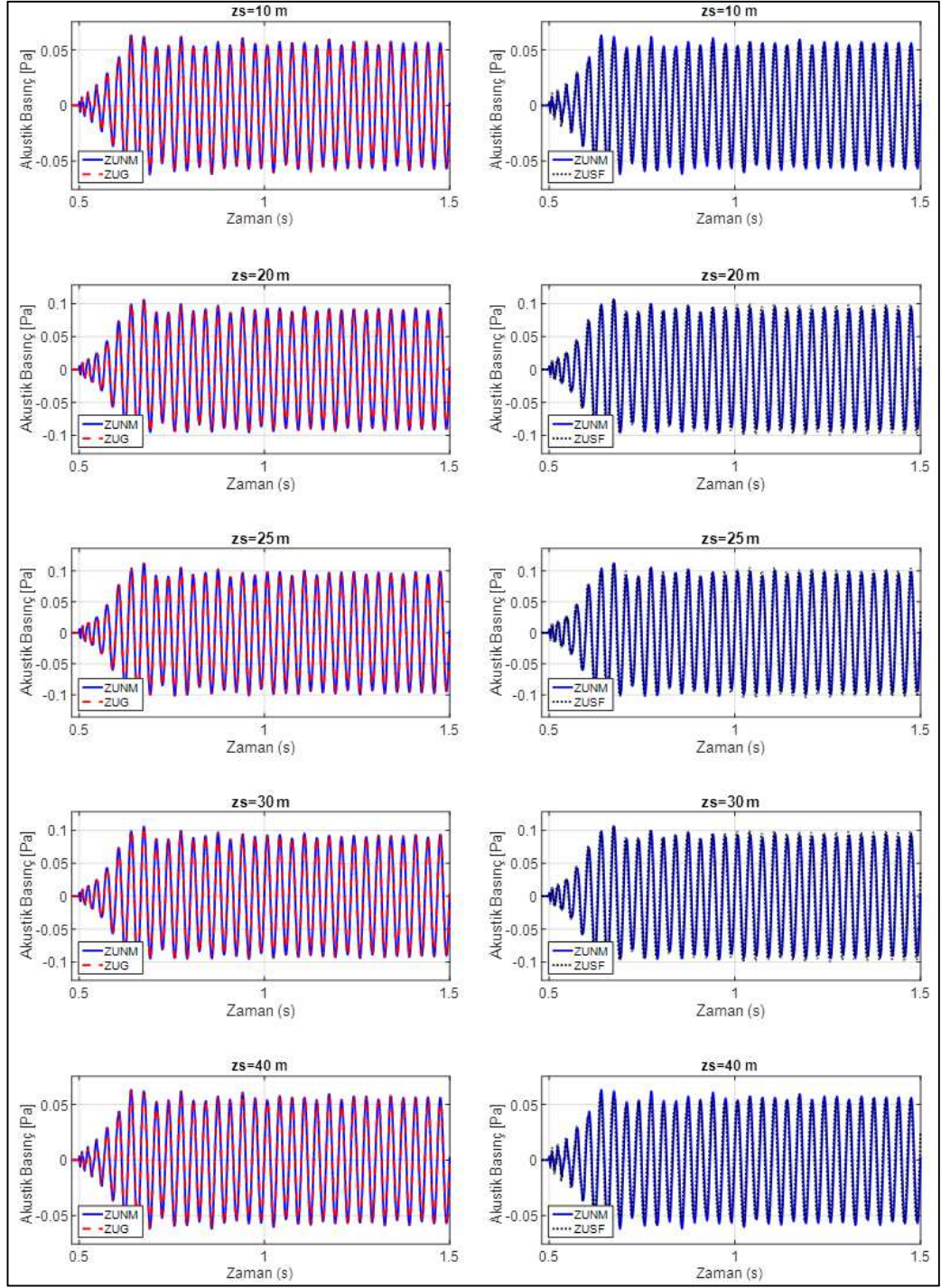
Şekil 4.8: Farklı derinlikler (h) için ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının monokromatik kaynak durumunda karşılaştırılması.

Sonuçlara göre ZUNM, ZUG ve ZUSF yöntemleri farklı derinlikler için benzer olarak değişmiş ve tutarlılığını korumuştur.



Şekil 4.9: Farklı mesafeler (x) için ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının monokromatik kaynak durumunda karşılaştırılması.

Sonuçlara göre farklı mesafelerde basınç değerlerinin benzer olarak azaldığı gözlemlenmiştir. Zaman gecikmeleri de tutarlıdır. ZUNM, ZUG ve ZUSF yöntemleri tutarlılığını farklı mesafeler için de korumuştur.



Şekil 4.10: Farklı kaynak derinlikleri (z_s) için ZUG (solda) ve ZUSF (sağda) sonuçlarının monokromatik kaynak durumunda karşılaştırılması.

Monokromatik kaynak için elde edilen sonuçlar Gauss darbe kaynak sonuçlarına kıyasla daha tutarlıdır. Gauss darbe işareti içerisinde birçok frekans bileşenini barındırdığından nispeten kayıp parametresi denklem 3.16 da gösterildiği

üzere farklı frekans değerlerinde farklı etkileşimler gösterebilir. Bu nedenle ZUSF yönteminde zaman ve konum adımı boyutları tüm frekans değerleri için doğru çözüme karşı gelecek şekilde seçilmelidir.

4.2.3. Ses Basınç Seviyesi Karşılaştırmaları

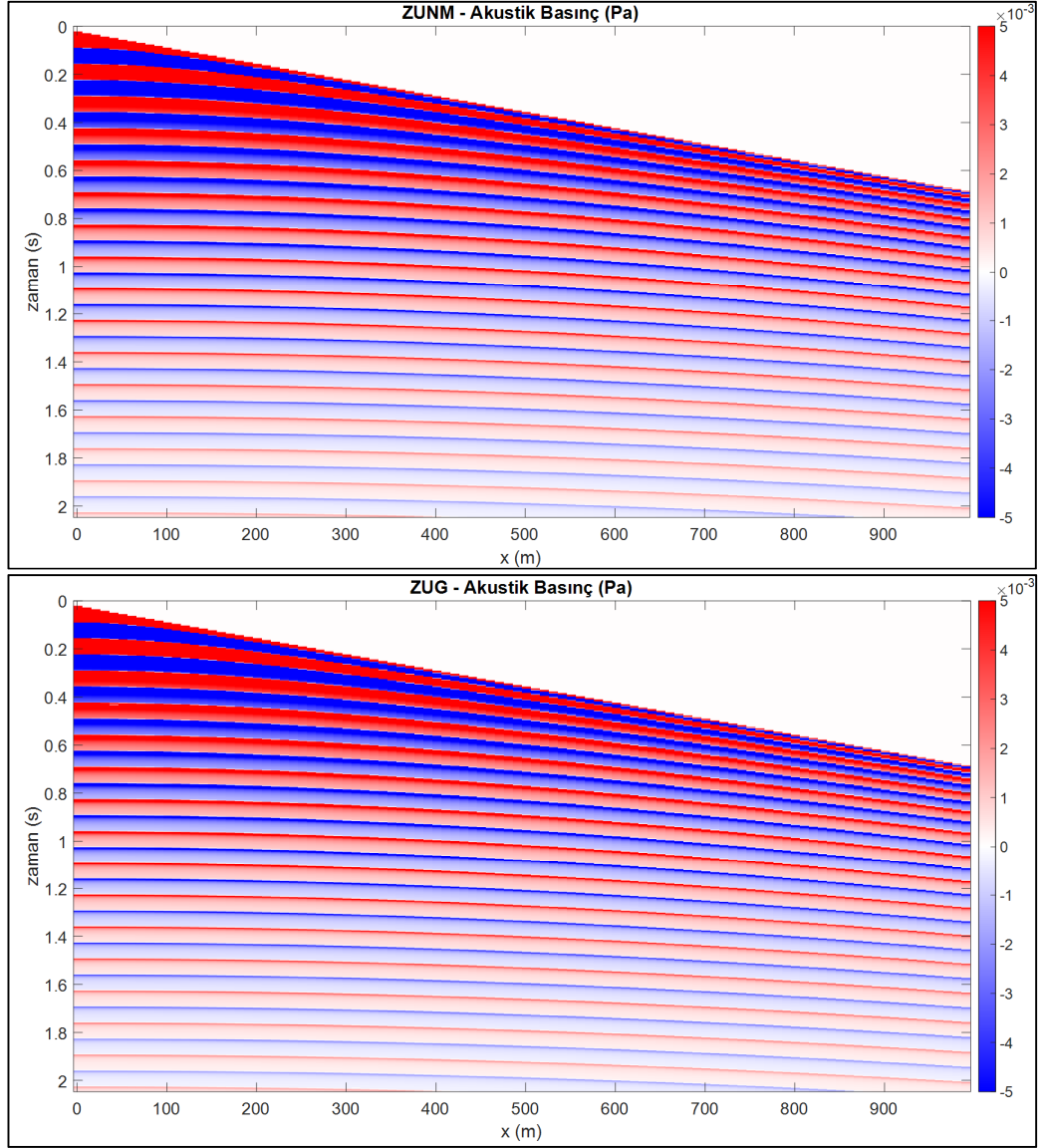
SPL ses basınç seviyesini (Sound Pressure Level) göstermek üzere

$$SPL = 10 \log_{10} \left(\frac{p^2}{p_{ref}^2} \right) \text{ dB re } 1 \mu\text{Pa}^2 \quad (4.12)$$

olarak tanımlanmıştır [ISO, 2017]. Burada p akustik basınç, $p_{ref} = 1 \mu\text{Pa}$ referans basınç değeri olarak tanımlanmıştır. Monokromatik kaynaklar için

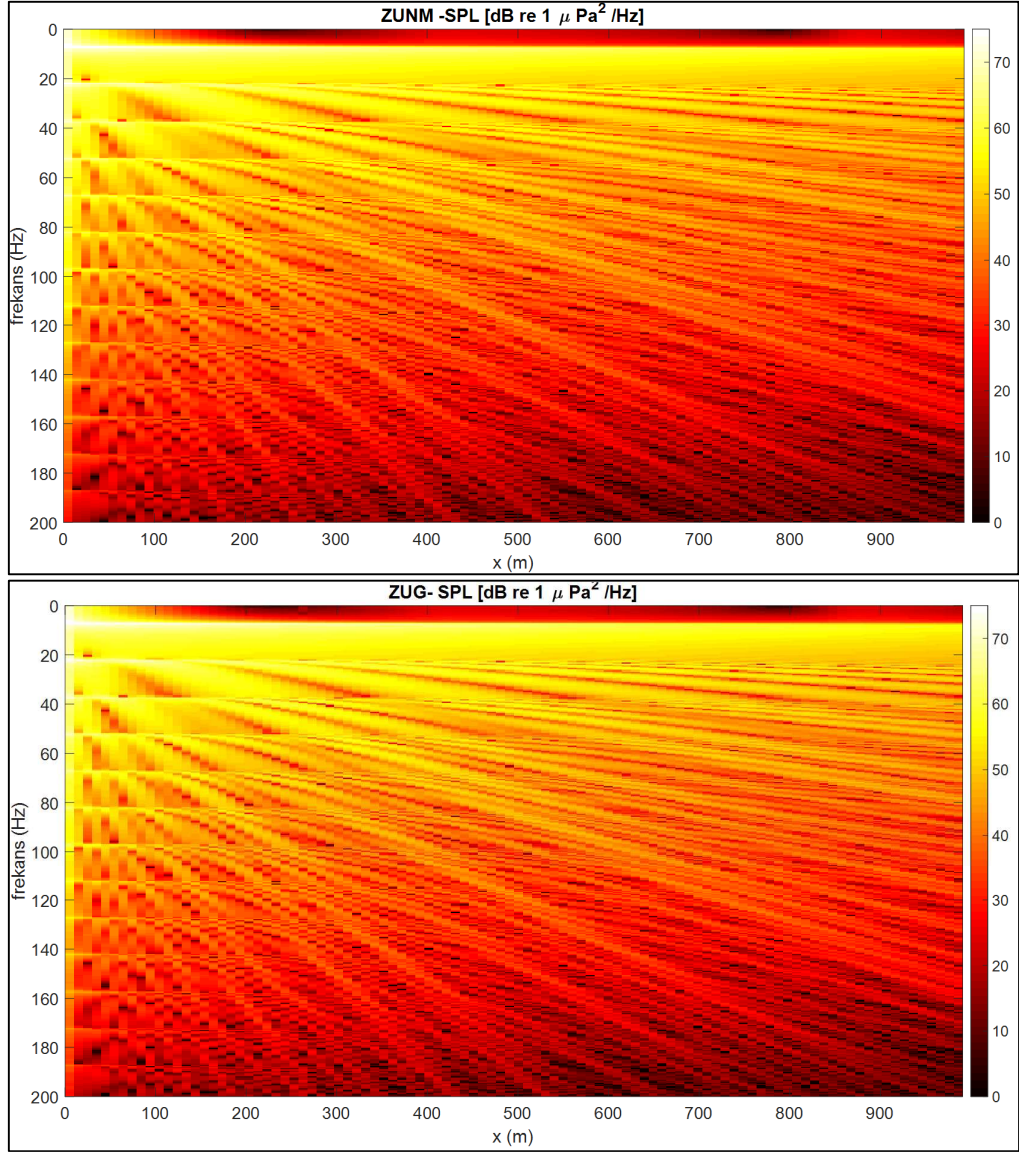
$$SPL = SL - PL \quad (4.13)$$

bağıntısı SL (Source Level) kaynak seviyesi ve PL (Propagation Loss) yayılım kaybı olmak üzere geçerlidir. Ancak, darbe kaynakların kullanılması durumunda bu bağıntı geçerliliğini yitirir [Sertlek et al., 2012]. Bu durumda ses basınç seviyesinin doğru hesabi için zaman dispersiyonunun bilinmesi gerekir. Frekans tabanlı akustik yayılım yöntemleriyle zaman dispersiyonun hesabı zordur. ZUNM yöntemi ile darbe kaynak fonksiyonunun sualtı akustik kanalına uygulanmasıyla birçok frekans bileşeni için ses basınç seviyelerinin tek seferde hesaplanması mümkündür. Bu çalışmada Gauss darbe fonksiyonu önceki bölümdeki hesaplara benzer olarak $W = 0.003$ ve $t_0 = 0.3$ s olmak üzere $s(t) = e^{-\left(\frac{t-t_0}{W}\right)^2}$ olarak tanımlanmıştır. Sonuçları kesim frekansı etkilerinden uzaklaşmak amacıyla bu karşılaştırmada derinlik artırılarak $h = 100$ m olarak seçilmiştir. Kaynak ve alıcı derinlikleri $x=50$ m, kayıp parametresi $\beta = 10^{-6}$ olarak belirlenmiş ve $dx = 10$ m çözünürlükle 1 km'ye kadar hesaplamalar yapılmıştır. Zaman çözünürlüğü $dt = 10^{-4}$ s olarak seçilmiştir. Maksimum mod sayısı olarak 100 mod seçilmiştir. ZUNM ile elde edilen sonuçlar ZUG yöntemi sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Şekil 4.11 konum-zaman grafiği sonuçları görülmektedir.



Şekil 4.11: Konum-zaman değişiminin a) ZUNM ve b) ZUG yöntemleriyle hesabı.

Sonuçlara göre ZUNM ve ZUG yöntemleri tutarlıdır. Şekil 4.11’de verilen konum-zaman sonuçları için frekans spektrumunu elde etmek üzere Fourier dönüşümü uygulanırsa ve ses basınç seviyesi hesaplanırsa Şekil 4.12 deki sonuçlar elde edilir.

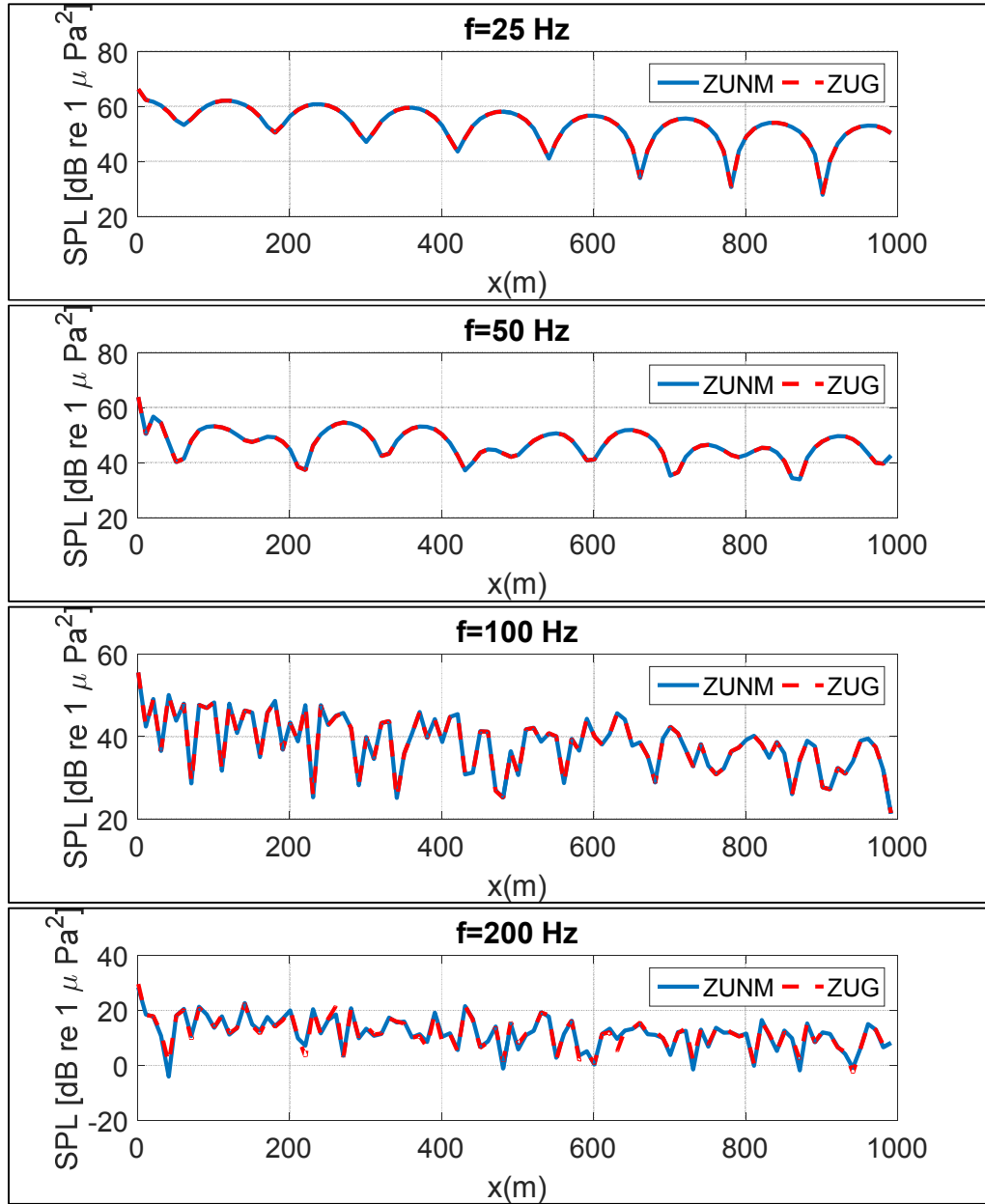


Şekil 4.12. Akustik basınç seviyesinin (SPL) ZUNM (üstte) ve ZUG (altta) yöntemleriyle hesabı.

Sonuçlara göre ZUNM ve ZUG yöntemleri tutarlıdır. Özellikle düşük frekanslar (<120 Hz) ve yakın alanda (<250 m) görülen frekanslar arasındaki geçişlerdeki süreksizlikler sadece ayırık modların kullanılması ve sürekli mod toplamının hesaba katılmamasıyla alakalıdır [Yağımlı and Sertlek, 2013].

Şekil 4.12’de gösterilen konum-frekans sonuçları ilgili frekans bileşeni için ses basınç seviyesinin konuma göre değişiminin elde edilmesinde kullanılabilir. Şekil 4.12’den seçilen her bir yatay kesit ses basınç seviyesinin mesafeyle değişimini

gösterir. Şekil 4.13 de ise detaylı olarak seçilen bazı frekanslarda ZUNM ve ZUG karşılaştırmaları gösterilmiştir.

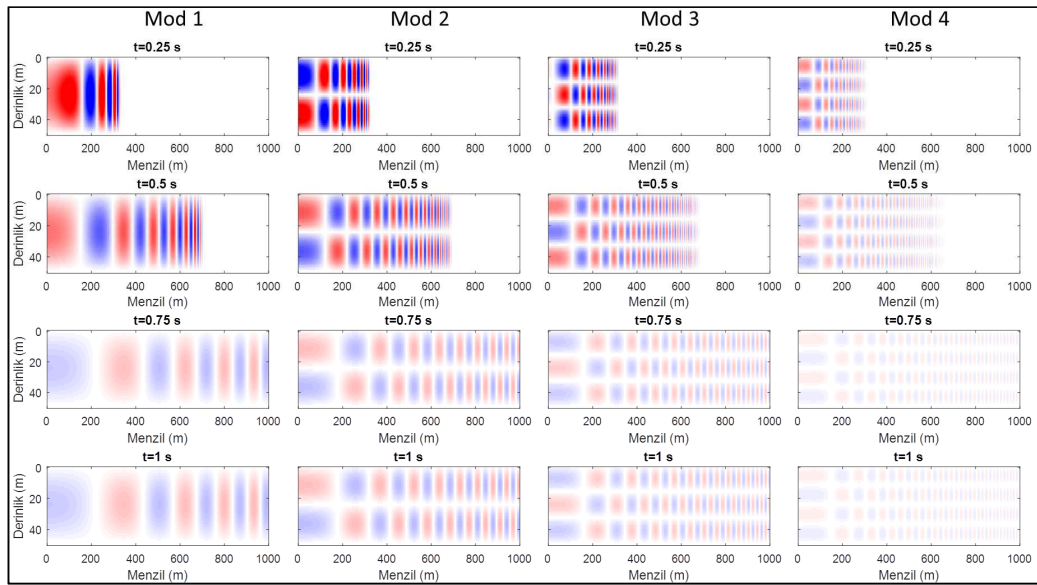


Şekil 4.13: ZUNM ve ZUG yöntemleriyle hesaplanan ses basınç seviyesinin (SPL) için karşılaştırılması.

Sonuçlara göre ZUNM ve ZUG yöntemleri oldukça tutarlıdır. ZUNM yönteminde seçilen ayrık mod sayısının (100) yüksek frekanslar için yetersiz kalmasına bağlı olarak 200 Hz üzeri frekanslarda küçük farklılıklar ve tutarsızlıklar görülmektedir.

4.2.4. Modların Konumsal Dağılımları

ZUNM yöntemi kullanılarak modların farklı zaman adımlarında konumsal dağılımları elde edilebilir. Modlar dalga klavuzunun kesim frekansına bağlı olarak farklı genliklere sahiptir. Şekil 4.14’de ilk 4 modun konumsal değişimi farklı zaman adımlarında (0.25 s, 0.5 s, 0.75 s ve 1 s) incelenmiştir. Denklem (3.10) ile verilen Gauss darbe kaynağı kullanılmıştır. Dalga kılavuzunun derinliği $h = 50$ m, kaynak derinliği 25 m, kayıp parametresi $\beta = 10^{-6}$ ve menzil $x = 1$ km olarak seçilmiştir. Normal mod çözümü için gerekli özdeğerler denklem (2.26) ile hesaplanmıştır.



Şekil 4.14. İlk 4 modun farklı zaman adımlarında konumsal yerleşimleri.

Gözlemlendiği ve beklenildiği üzere artan mod sayısı ile mod genlik değerleri azalmaktadır. Mod 4’ün genliği bu nedenle en azdır. Düşük mertebeden modlar daha geç sönümlenir ve daha uzak mesafelere yayılabilir. Mod 1’in genliğinin en fazla olduğu görülmektedir. ZUNM yöntemi mod yerleşimlerini analitik olarak zaman uzayında hesaplaması bakımından önemlidir.

5. SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada kayıplı akustik dalga denkleminin zaman uzayında analitik çözümleri incelenmiştir. Değişkenlerine ayrıştırma yöntemi kullanılarak Zaman Uzayında Normal Mod (ZUNM) yöntemiyle dalga denkleminin herhangi bir kaynak için analitik çözümü elde edilmiştir. Elde edilen çözümün doğruluğu Gauss darbe ve monokromatik kaynaklar için uygulanarak farklı derinlik, menzil, kayıp parametresi ve kaynak yerleri için incelenmiştir. Geliştirilen ZUNM yöntemi önceki bölümde gösterildiği üzere ZUG ve ZUSF yöntemleriyle tutarlı sonuçlar vermektedir.

ZUNM yöntemi analitik bir yöntem olduğundan pratik bir çözüm sağlar. Sonlu elamanlar veya sonlu farklar gibi sayısal yöntemlerin ihtiyaç duyduğu hesaplama ızgaraları, uzun yakınsama testleri, detaylı programlama teknikleri gibi karışık yaklaşımlara ihtiyaç duymaz. Örneğin, önceki bölümde bahsedilen ZUSF yönteminin içerdiği konum ve zaman çözünürlüklerinin seçimine bağlı sayısal hataları içermez. Bu parametrelerin daha küçük seçimiyle ZUSF çözümü iyileştirilebilir. Ancak, yüksek hesap yükü problemlerine neden olur. ZUNM çözümü analitik bir çözüm olduğundan ötürü uzun hesap zamanlarına ve bellek kullanımına gerek duymaz. Öte yandan, ZUNM yöntemi yeni ve geliştirilmekte olan bir yöntem olduğundan uygulandığı alanlar kısıtlıdır. Menzile bağlı değişen ortam parametrelerine sahip katmanlı deniz ortamı gibi gerçekçi problemlere de ZUNM yönteminin gelecekte uygulanması hedeflenmektedir. Böylece frekans uzayında çözümü zor olan geniş bantlı birçok problemin Fourier dönüşümü kullanılmadan zaman uzayında direkt çözümü elde edilebilecektir. Bu tez kapsamında kayıplı ve tek katmanlı dalga klavuzları için geliştirilen ZUNM yöntemi ileride yapılabilecek detaylı ZUNM yöntemi uygulamalarının ilk basamağını oluşturmaktadır. Böylece, Fourier dönüşümü içermeyen zaman uzayında Normal Mod yönteminin kullanılabileceğini kanıtlayarak, bu yönteme klasik frekans uzayı çözümlerinden farklı olarak yeni bir bakış açısı katmaktadır.

KAYNAKLAR

- Ainslie M.A., (2010), "Principles of Sonar Performance Modeling", Praxis Publishing, Chichester, UK, 1-694.
- Aksoy S., "Zaman Uzayı Sonlu Farklar Yöntemi (ZUSF) Ders Notları", Gebze Teknik Üniversitesi, Kocaeli, Türkiye.
- Aksoy S., Tretyakov O.A. (2003), "Evolution equation for analytical study of digital signals in waveguides", Journal of Electromagnetic Waves and Applications, 17-12, 1665-1682.
- Anderson D. V., Barnes C., (1953), "The dispersion of a pulse propagated through a cylindrical tube", J. Acoust. Soc. Am., 25(3), 525-528.
- Buckingham M. J., (1987), "Theory of three-dimensional acoustic propagation in a wedge-like ocean with a penetrable bottom", J. Acoust. Soc. Am., 82(1), 198-210.
- Coppens A. B., (1966), "Exact solutions for the propagation of two simple acoustic transients in waveguides with perfectly reflecting walls", J. Acoust. Soc. Am., 40(2), 331-341.
- Collins M. D., (1993), "A split-step Padé solution for the parabolic equation method", J. Acoust. Soc. Am., 93, 1736-1742.
- Duffy D. G., (2001), "Green Functions With Applications", Chapman and Hal/CRC.
- Etter P. C., (2003) "Underwater Acoustic Modeling and Simulation", 3rd Edition, Spon Press, London and New York.
- Fisher F. H. , Simmons V. P., (1977), "Sound absorption in sea water", J. Acoust. Soc. Am., 6, 558-564.
- Frisk, G. V., (1994), "Ocean and Seabed Acoustics: A Theory of Wave Propagation", Prentice-Hall, Englewoods Cliffs.
- Geyi W.,(2006), "A time domain theory of waveguide", Progress In Electromagnetics Research, 59, 267-297.
- Hancock M. J, (2004), "Linear Partial Differential Equations Lecture notes: Solutions to Problems for the 1-D Wave Equation", Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, USA.
- Holm S., (2015), "Four ways to justify temporal memory operators in the lossy wave equation", IEEE Ultrason. Symp., Taipei.
- ISO 18405, (2017), "Underwater acoustics terminology", International Organization for Standardization.

Jensen F. B., Kuperman W. A., Porter M. B., Schmidt H., (1994), "Computational Ocean Acoustics", AIP Series in Modern Acoustics and Signal Processing, American Institute of Physics, New York, 1-581.

Jensen F. B., (1988), "Wave theory modeling: convenient approach to CW and pulse propagation modeling in low-frequency acoustics", IEEE J. Ocean Eng., 13(4), 186–197.

Kornhauser E. T., Raney W. P., (1955), "Attenuation in shallow-water propagation due to an absorbing bottom", J. Acoust. Soc. Am, 27(4), 689-692.

Leroy C. C., (1967), "Sound propagation in the Mediterranean Sea", in Underwater Acoustics, ed. V. M. Albers, 2, 203-241.

MacGillivray A. O., Chapman N. R., (2012), "Modeling underwater sound propagation from an airgun array using the parabolic equation method", Canadian Acoustics, 40, 1, 19-25.

Madsen, P. A, (2005). "Marine mammals and noise: Problems with root mean square sound pressure levels for transients", J. Acoust. Soc. Am., 117(6), 3952–3957.

Mellen R. H., Akal T., Hug E. H., Browning D. G., (1985), "Low-frequency sound attenuation in the Mediterranean Sea", J. Acoust. Soc. Am., 78, S70.

Özakın M. B., Aksoy S., (2011), "Kuvazi-statik ZUSF yöntemi ile dalga denklemi tabanlı iki boyutlu Kartezyen koordinatlarda düşük frekanslı metal detektörü benzetimi", 4. Ulusal Savunma Uygulamaları Modelleme ve Simülasyon (USMOS) Konferansı, 332-341, Ankara, Türkiye, 14 - 15 Haziran.

Pekeris C. L., (1948), "Theory of propagation of explosive sound in shallow water", Geo. Soc. Amer., 27, 1-116.

Schulkin M., Marsh H. W., (1962), "Sound absorption in sea water", J. Acoust Soc. Am. 34, 864-865.

Sertlek H. Ö., Slabbekoorn H., ten Cate C., Ainslie M. A., (2012), "Insights into the calculation of metrics for transient sounds in shallow water", Proc. Mtgs. Acoust., 17, 070076.

Sertlek H. Ö., Ainslie M. A., (2013), "Propagation loss model comparisons on selected scenarios from the Weston Memorial Workshop", Proc. 1st International Conference on Underwater Acoustic (UAC) ,441-448, Corfu, Greece, 23-28 June.

Sertlek H. Ö., Aksoy S., (2013a), "Benchmarking of acoustic pulse propagation problems in an isovelocity waveguide by an analytical time domain normal mode method", Proc. Mtgs. Acoust., 17, 070103.

Sertlek H. Ö., Aksoy S., (2013b), "Analytical time domain normal mode solution of an acoustic waveguide with perfectly reflecting walls", J. Comp. Acoust., 21, 1250026.

Sezginer A., Chew W.C., (1984), "Closed form expression of the Green's function for the time-domain wave equation for a lossy two-dimensional medium," IEEE Trans. Antennas Prop., AP- 32, 5, 527-528.

Shampine L. F., (2008), "Vectorized adaptive quadrature in MATLAB", J. Comput. Appl. Math., 211(2), 131-140.

Thorp W. H., (1965), "Deep ocean sound attenuation in the sub and low kilocycle-per-second region", J. Acoust. Soc. Am. 38, 648-654.

Thorp W. H., (1967), "Analytic description of the low-frequency attenuation coefficient" J. Acoust. Soc. Am. ,42, 270-271.

Till B. C., Driessen P. F., (2011), "A time-domain derivation of the telegraph equation to describe sound propagation in rigid tubes", Proceedings of IEEE Pacific Rim Conference on Communications, Computers and Signal Processing, Victoria, BC, Canada, 23-26 Augustus.

Tretyakov O. A., Kaya M., (2012), "The real-valued time-domain te-modes in Lossy waveguides", Progress In Electromagnetics Research, 127, 405.

Weston D. E., (1960a), "Underwater explosions as acoustic sources", Proceedings of the Physical Society, 76, 2, 233-249.

Weston D. E., (1960b), "A Moiré fringe analog of sound propagation in shallow water", J. Acoust. Soc. Am. 32-6, 647-654.

Yee K. S., (1966), "Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media", IEEE Antennas ve Propagation, 2, 302-307.

Ziolkowski, A., (1970), "A method for calculating the output pressure waveform from an air-gun", Geophys. J. R. Astr. Soc., 21, 137 - 161.

ÖZGEÇMİŞ

Hüseyin Özkan Sertlek, 2006 yılında Gebze Teknik Üniversitesi (eski adıyla Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü) Mühendislik Fakültesi Elektronik Mühendisliği Bölümü'nde lisans eğitimini tamamladı. Aynı yıl TÜBİTAK BİDEB Yüksek Lisans bursu ile başladığı yüksek lisans eğitimini Gebze Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektronik Mühendisliği Anabilim Dalında 2008 yılında tamamladı. 2006-2011 yılları arasında TÜBİTAK BTE ve BİLGEM'de su altı akustik yayılım konusunda araştırmacı ve uzman araştırmacı olarak çalıştı. 2009 yılında İtalya'daki NATO CMRE merkezinde misafir araştırmacı olarak bulundu. 2011-2016 yılları arasında Hollanda TNO ve Leiden Üniversitesi'nde su altı gürültü haritalarının modellenmesi ve deniz hayatına etkileri üzerine Hollanda Bilimsel Araştırmalar Kurumu (NWO) tarafından desteklenen Ulusal Okyanus ve Kıyı araştırma programında doktora araştırmacısı olarak görev aldı. 2016 yılından itibaren Hollanda Delft Teknik Üniversitesi'nde araştırmacı olarak çalışmaktadır.

EKLER

Ek A: Tez Çalışması Kapsamında Yapılan Yayınlar

Sertlek H. Ö., Aksoy S., (2013), “Analytical time domain normal mode solution of an acoustic waveguide with perfectly reflecting walls”, J. Comp. Acous., 21, 1250026.

H. Ö. Sertlek, S. Aksoy, (2013), “Benchmarking of acoustic pulse propagation problems in an isovelocity waveguide by an analytical time domain normal mode method”, Proc. Mtgs. Acoust., 17, 070103.