

121147



T.C

GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ ENSTİTÜSÜ
MÜHENDİSLİK VE FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ANLIK BASINÇ ETKİSİ ALTINDAKİ
TAKVİYELİ KATMANLI KOMPOZİT
PLAKLARIN DİNAMİK ANALİZİ

UFUK YAVUZ
YÜKSEK LİSANS TEZİ
TASARIM VE İMALAT MÜHENDİSLİĞİ
ANABİLİM DALI

TEZ DANIŞMANI
Yrd. Doç. Dr. Hasan KURTARAN

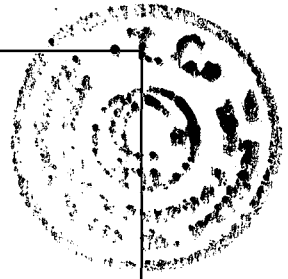
GEBZE

2005



**GEBZE YÜKSEK TEKNOLOJİ
ENSTİTÜSÜ**

YÜKSEK LİSANS JÜRİ ONAY FORMU



Ufuk YAVUZ'un tez çalışması, G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun 07.07.2005 Tarih ve 2005/27 sayılı kararıyla oluşturulan jüri tarafından Tasarım ve İmalat Mühendisliği Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS tezi olarak kabul edilmiştir.

JÜRİ

ÜYE

(TEZ DANIŞMANI) : Yrd. Doç. Dr. Hasan KURTARAN

H. Kurtaran

ÜYE

: Doç. Dr. Halit S. TÜRKMEN

Halit Turkmen

ÜYE

: Yrd. Doç. Dr. Babür ÖZÇELİK

B. Ozcelik

ONAY

G.Y.T.E. Mühendislik ve Fen Bilimleri Enstitüsü Yönetim Kurulu'nun
08.09.2005 Tarih ve 2005/32 sayılı kararı.



ÖZET

Bu tez çalışmasında karbon fiber epoksiden yapılmış çeşitli geometrik yapılara sahip katmanlı kompozit levhaların anlık basınç yükleme durumu altındaki elastik yapı davranışı sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak bilgisayar ortamında numerik çözdürülmüş ve sonuçlar yorumlanıp içlerinden en iyi geometrik yapı belirlenmiştir.

Çalışmada öncelikle kompozit malzemeler hakkında kısa ve özet bilgilere yer verilmiştir. Kompozitlerin genel özellikleri, içerdiği maddeler, çeşitleri ile lamine kompozitlerin özellikleri, mekaniği, elastik yapı denklemleri, izotropik ve ortotropik davranışı hakkında bilgiler sunulmuştur. Bu bilgiler ışığında çeşitli geometrilere sahip takviyeli lamine kompozit levhaların geometrik modelleri bilgisayar ortamında oluşturulup, anlık basınç yüklemesi altında davranışını incelemek için sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak yine bilgisayar ortamında sonlu elemanlar modeli hazırlanmıştır. Çeşitli geometriler için Ansys sonlu elemanlar programı ile analizler yapıp elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır. Sonuçlardan elde edilen en iyi geometrik model optimum sonuç olarak kabul edilmiştir.

Yapılan araştırma takviyeli lamine kompozit yapıların mekaniğini ve davranışını anlamada ve gelecekte yapılacak olan yeni çalışmalar için geometrik yapıların belirlemede veya seçmede bir kaynak teşkil etmektedir.

SUMMARY

In this thesis, dynamic behavior of different shaped laminated composite plates made of carbon fiber epoxy under compression load is analyzed with the finite element method in computer environment. As a result of the analysis, best geometrical shape (construction) is determined.

This study includes brief and summarized knowledge about composite materials. The general attributes of composites, samples and laminated composite's properties, mechanical properties, elastic construction equations, isotropic and orthotropic behaviors are also described. Using this data's different geometrical stiffened laminated composite plates modeled in computer environment to investigate the behavior under impact pressure load and it is modeled with finite element methodology. Then all geometries are analyzed with finite elements method. When the results determined the best geometrical shape accepted as optimum result.

This study will be a source for future works on behavior and mechanic of stiffened laminated composite materials construction. This study will also provide basis in designing composites under different loading conditions.

TEŞEKKÜR

Bu tez çalışmasında benden yardımlarını ve çalışmamın her aşamasında bilgi ve becerilerini esirgemeyen danışmanım Yard. Doç. Dr. Hasan KURTARAN'a, maddi ve manevi destekleri ile her zaman yanımda olan, her koşulda ve durumda destekleri ve sevgileri ile benim ilerlememde büyük pay sahibi olan aileme sonsuz teşekkür ederim.

Gebze, Haziran 2005

Ufuk YAVUZ



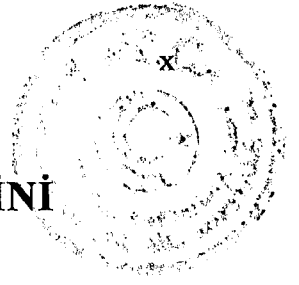
İÇİNDEKİLER DİZİNİ

	<u>Sayfa</u>
ÖZET	iv
SUMMARY	v
TEŞEKKÜR	vi
İÇİNDEKİLER DİZİNİ	vii
SİMGE VE KISALTMALAR	ix
ŞEKİLLER DİZİNİ	xi
TABLolar DİZİNİ	xii
1. GİRİŞ	1
1.1. Tez Konusuna Ait Çalışmaların Kısa Özeti	1
1.2. Konunun Amacı	3
2. KOMPOZİT MALZEMELER	4
2.1. Giriş	4
2.2. Kompozit Malzemelerin Genel Özellikleri	4
2.3. Kompozit Malzemelerde Kullanılan Malzemeler	7
2.3.1. Kuvvetlendirici Elyaf lar	7
2.3.1.1. Cam Elyaf ları	7
2.3.1.2. Aramid Elyaf ları	8
2.3.1.3. Karbon Elyaf ları	8
2.3.1.4. Diğer Plastik Elyaf lar	8
2.3.1.5. Boron Elyaf lar	9
2.3.1.6. Tahta	9
2.3.2. Matris	9
2.3.2.1. Plastik Reçine Matrisler	9
2.3.2.2. Metal Matrisler	11
2.3.2.3. Seramik Matrisler	11
2.3.3. Çekirdek (Core) Malzemesi	11
2.3.3.1. PVC Köpükler	11

2.3.3.2. Balsa	12
2.3.3.3. Tahta	12
2.3.3.4. Bal Peteği (Honeycomb)	12
2.4. Kompozit Malzemelerin Çeşitleri	12
2.4.1. Polimer Matris Kompozitler (PMC)	13
2.4.2. Metal Matris Kompozitler (MMC)	13
2.4.3. Seramik Matris Kompozitler (CMC)	13
2.5. Lamine Kompozitlerin Özellikleri	14
2.5.1. Lamine Kompozit Malzemenin Ortotropikliği	15
2.5.2. Karışım, Bütünleşim ve Etkileşim Yöntemleri	17
2.6. Lamine Kompozit Malzemelerin Mekanığı	20
2.6.1. Elastik Yapı Denklemleri	20
2.6.1.1. Şekil Değiştirme-Yer Değiştirme İlişkisi	20
2.6.1.2. Gerilme-Şekil Değiştirme İlişkisi	21
2.6.2. Düzlemsel İzotropik Tabakaların Davranışı	23
2.6.2.1. Simetrik Olmayan Lamine Tabakalarde Eğilme ve Uzama	23
2.6.3. Ortotropik Tabakalar	27
2.6.3.1. Ortotropik Tabakalar İçin Gerilme-Şekil Değiştirme İlişkisi	28
2.6.3.2. Belli Bir Açı ile Yönlendirilmiş Ortotropik Tabakalar	31
2.6.3.3. Ortotropik Katmer Lamineleri	34
3. LAMİNE KOMPOZİTLER İÇİN HASAR KRİTERLERİ	39
3.1. Fiber Takviyeli Ortotropik Tabakaların Hasarı	39
3.1.1. Maksimum Gerilme Ve Maksimum Şekil Değiştirme Kriteri	40
3.1.2. Tsai-Hill Kriteri	41
3.1.3. Tsai-Wu Kriteri	43
3.2. Tabakalı Kompozitlerin Hasarı	46
3.2.1. Düzlem Yükleme Altında Hasar	49
3.2.1.1. Maksimum Şekil Değiştirme Hasar Kriteri	50
3.2.1.2. Maksimum Gerilme Hasar Kriteri	50
3.2.1.3. Laminelerin İlerleyen Hasarları	51
3.2.2. Eğilme Yükleri Altında Hasar	52
4. ANLIK BASINÇ ETKİSİ ALTINDAKİ TAKVİYELİ KATMANLI KOMPOZİT PLAKLARIN DİNAMİK ANALİZLERİ	54
4.1. Problemin Tanımı	54

4.1.1. Kullanılan Veriler	55
4.1.2. Malzeme Özellikleri	58
4.1.3. Geometrik Veriler	58
4.2. Geometrik ve Sonlu Elemanlar Modeli	60
4.3. Sonlu Elemanlar Analizleri	71
4.3.1. Model 1'in Analiz Sonuçları	71
4.3.2. Model 2'nin Analiz Sonuçları	74
4.3.3. Model 3'ün Analiz Sonuçları	75
4.3.4. Model 3a'nın Analiz Sonuçları	76
4.3.5. Model 4'ün Analiz Sonuçları	77
4.3.6. Model 4a'nın Analiz Sonuçları	78
4.3.7. Model 5'in Analiz Sonuçları	79
4.3.8. Model 5a'nın Analiz Sonuçları	80
4.3.9. Model 6'nın Analiz Sonuçları	81
4.3.10. Model 6a'nın Analiz Sonuçları	82
4.4. Sonlu Elemanlar Analiz Sonuçları	83
5. SONUÇLAR/ÖNERİLER	84
KAYNAKLAR	86
ÖZGEÇMİŞ	88

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ



<u>Simgeler</u>	<u>Açıklamalar</u>
m	Alt indisleri matris elemana ait olduğunu gösterir.
f	Alt indisleri fiber elemana ait olduğunu gösterir.
E	Elastisite modülü
G	Kayma modülü
ν	Poisson oranı
x_1	Fiber doğrultusundaki yön
x_2	Fiber doğrultusuna dik yön
E_1	Tabakanın fiber doğrultusundaki elastisite modülü
E_2	Tabakanın fiber doğrultusuna dik elastisite modülü
G_{12}	Tabakanın kayma modülü
ν_{12}	Tabakanın Poisson oranı
V	Fiber hacim kesri
δ	Deformasyon
P	Kuvvet
A	Kesit alanı
L	Uzunluk
x, y, z	Koordinat eksenleri
u, v, w	Yer değiştirmeler
ε	Şekil değişimi
γ	Kayma şekil değişimi
σ	Gerilme
C	Rijitlik matrisi
τ	Kayma gerilmesi
U	Enerji yoğunluğu
M	Moment
κ	Eğrilik
N	Tabaka sayısı
Q	Malzemenin indirgenmiş rijitlik matrisi
B	Coupling matrisi



D	Malzemenin esneme rijitlik matrisi
T	Transformasyon matrisi
h	Lamine kalınlığı
θ	Oryantasyon açısı
$\bar{Q}$	İndirgenmiş transformasyon rijitlik matrisi
ε^o	Orta düzlem şekil değişimi
A	Genişletilmiş malzeme rijitlik matrisi
t	Tabaka kalınlığı
X	Fiber yönü boyunca limit gerilme
Y	Fiber yönüne dik limit gerilme
t	Alt indisi çekme (tension) ifade eder.
c	Alt indisi basma (compression) ifade eder.
S	Limit kayma gerilmesi
r	Gerilme oranı
p	Basınç
t	Zaman
d	Mesafe
ρ	Yoğunluk
m	Kütle



ŞEKİLLER DİZİNİ

<u>Şekil</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Kompozit Malzemelerin Bileşenlerinin Değişik Formları	5
2.2. Tabakalardaki Fiber Düzenlerine Göre Kompozit Yapıların Birkaç Örneği; A: Rasgele Kısa Fiberli, B: Yönlendirilmiş Kısa Fiberli, C: Sürekli Fiberli, D: Düz Dokumalı, E: Üç Eksen Dokumalı, F: Çift Düzlem Dokumalı	6
2.3. Kompozit bir malzemedeki lif ve matris bileşenlerinin oranına göre çekme uzama eğrisi	7
2.4. Tek Yönlü Fiber Takviyeli Kompozit Tabakanın Elastik Özellikleri	16
2.5. Karışım Kuralına Göre Kompozit Tabakanın Boyuna Rijitliği	18
2.6. Karışım Kuralına Göre Kompozit Tabakanın Enine Rijitliği	19
2.7. Üç Boyutlu Ortamda Gerilme Bileşenleri	22
2.8. Simetrik Olmayan Laminelerde Şekil Değişimi ve Gerilme Dağılımı	24
2.9. Simetrik Olmayan Laminelerde Düzlemsel Şekil Değişimi	26
2.10. Ortotropik Tabaka İçin Malzeme Simetri Düzlemleri	28
3.1. Kompozit Laminelerin İlerleyen Hasarları	48
4.1. Anlık Basınç Eğrisi	56
4.2. Basıncın Zamanla Değişim Eğrisi	56
4.3. Modellerin Parametrik Geometrilere	59
4.4. Modellerin Geometrik Dataları	59
4.5. Model 1'in Geometrik Modeli	61
4.6. Model 1'in Sonlu Elemanlar Modeli	61
4.7. Model 2'nin Geometrik Modeli	62
4.8. Model 2'nin Sonlu Elemanlar Modeli	62
4.9. Model 3'ün Geometrik Modeli	63
4.10. Model 3'ün Sonlu Elemanlar Modeli	63
4.11. Model 3a'nın Geometrik Modeli	64
4.12. Model 3a'nın Sonlu Elemanlar Modeli	64
4.13. Model 4'ün Geometrik Modeli	65
4.14. Model 4'ün Sonlu Elemanlar Modeli	65
4.15. Model 4a'nın Geometrik Modeli	66



4.16. Model 4a'nın Sonlu Elemanlar Modeli	
4.17. Model 5'in Geometrik Modeli	
4.18. Model 5'in Sonlu Elemanlar Modeli	
4.19. Model 5a'nın Geometrik Modeli	68
4.20. Model 5a'nın Sonlu Elemanlar Modeli	68
4.21. Model 6'nın Geometrik Modeli	69
4.22. Model 6'nın Sonlu Elemanlar Modeli	69
4.23. Model 6a'nın Geometrik Modeli	70
4.24. Model 6a'nın Sonlu Elemanlar Modeli	70
4.25. Model 1'in Analiz Sonuçları	72
4.26. Model 1'in Deney ve Ansys Sonuçlarının Karşılaştırması	73
4.27. Model 2'nin Analiz Sonuçları	74
4.28. Model 3'ün Analiz Sonuçları	75
4.29. Model 3a'nın Analiz Sonuçları	76
4.30. Model 4'ün Analiz Sonuçları	77
4.31. Model 4a'nın Analiz Sonuçları	78
4.32. Model 5'in Analiz Sonuçları	79
4.33. Model 5a'nın Analiz Sonuçları	80
4.34. Model 6'nın Analiz Sonuçları	81
4.35. Model 6a'nın Analiz Sonuçları	82

TABLÖLAR DİZİNİ

<u>Tablo</u>	<u>Sayfa</u>
2.1. Kompozit Malzeme Bileşenleri ve Kompozit Tipleri	13
2.2. Fiber Takviyeli Kompozit Tabakaların Özellikleri	16
2.3. Lamine Sabitleri Cinsinden A, B, D Matrisleri	37
4.1. Yükleme parametreleri ve şartları	55
4.2. Zaman ve Basınç Değerleri	57
4.3. Modellerin Kütleleri	58
4.4. Maksimum Yer Değiştirme ve Gerilme Değerleri	83



1. GİRİŞ

Kompozit malzemeler başta uçak ve uzay sanayi olmak üzere gemi sanayii, tıp sanayii ve çağdaş teknik uygulamalarda yaygın olarak kullanılmaktadır. Malzeme bilimcilerin üzerinde yoğun biçimde çalıştıkları kompozit malzemeler giderek artan çeşitleri ve değişik uygulamaları ile günlük yaşantımıza girmiş durumdadırlar. Kompozit malzemelerin bu derece de yaygınlaşması, bu malzemelerin diğer geleneksel malzemelerden bir çok yönden (düşük ağırlık, yüksek mukavemet ve rijitlik vs.) üstünlüklere sahip olması ile ilgilidir. Bu ve benzeri nedenlerden ötürü bir çok bilim dalı mekanik, fizik, kimya vb. Bu malzemelerin kendi branşlarına uygun problemlerini incelemektedirler. Bu incelenen problemler içerisinde en önemli ve gerekli görülen yerlerden biri; kompozit malzemelerin veya bu malzemelerden hazırlanmış yapı elemanlarının mekaniğine ait olan problemlerin, sürekli ortamlar mekaniği çerçevesinde teorik ve deneysel araştırılmasıdır. Gelişmiş ülkelerde bahsedilen konuya ilişkin çok sayıda periyodik bilimsel dergiler (Mechanics of Composite Materials and Structures, Journal of Composite Materials, Journal of Reinforcing Plastics Composites, Mechanics of Composite Materials vb.) yayınlanmakta ve birçok kitap basılmaktadır. Buradan da anlaşılacağı üzere gelecekte kompozitler günlük yaşamımızda daha da fazla yer alacaktır.

1.1. Tez Konusuna Ait Çalışmaların Kısa Özeti

Günümüzde kompozit malzemeler ile ilgili birçok yayın yapılmasına rağmen takviyeli lamine (katmanlı) kompozit malzemelerin dinamik davranışının, özellikle sonlu elemanlar ile analizi konusunu içeren yayın sayısı pek fazla değildir. Ama bu konularda son yıllarda önem kazanmaya başladığından yayın sayısı da her geçen gün artmaktadır.

Literatürde kompozit malzemelerin değişik çeşitleri, geometrileri ve yapıları hakkında bir çok yayın bulunmaktadır. Bu yayınlardan sonlu elemanlar yöntemini kullanarak takviyeli lamine kompozit malzemelerin dinamiğini inceleyen biri, bu tezin de baş kaynağı olarak kullanılan, Türkmen ve Mecitoğlu [1]'nin yayınladığı, "Dynamic Response of A Stiffened Laminated Composite plate subjected Blast Load" isimli yayındır. Bu yayında takviyeli lamine kompozit malzeme ani basınç yüküne maruz kalmakta ve bu basınç yükü ile malzemede oluşan deformasyonlar incelenmiştir. LPG-O₂ karışımının detonasyonu ile oluşturulmuş ve kenarlarından ankastre mesnetlenmiş takviyeli lamine kompozit malzemedan yapılmış levha üzerine patlatma ile basınç yükü gönderilmiştir. Mesnetlenmiş kompozit malzemenin belirli noktalarındaki şekil değiştirmeler deneysel ve sayısal incelenmiş elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır.

Başka bir çalışmada sabit hızla hareket eden tekil kuvvetin lamine kompozitlerin dinamik davranışı incelenmiştir. Üç boyutlu sonlu eleman modeli klasik lamine teorisine uygun olarak kullanılmıştır. Hareket eden kuvvet etkisinde lamine kompozit kirişler için sonuçlar izotropik basit kirişler ile karşılaştırılmıştır. Böylece kuvvetin hareket hızı ve katman oryantasyonunun kompozit kirişlerin dinamik cevapları üzerindeki etkisi incelenmiştir [2].

Diğer bir çalışmada ise yanal/halka/ortotropik berkitmeli, katlı kompozit dairesel kesitli silindirlerin üç boyutlu sayısal benzetimleri, iki farklı sonlu elemanlar analiz kodu ile elde edilerek sunulmaktadır. Üç boyutlu olarak oluşturulan modeller, COMPAN sonlu elemanlar kodu ve ticari yazılım ANSYS ile oluşturulmuş ve sonuçlar karşılaştırılmış. Yanal/halka/ortogonal berkitmeli dairesel kesitli silindirler, değişik üç boyutlu eleman çeşitleri kullanılarak oluşturulmuş. Katlı kompozit silindirik kabukların davranışları, iç basınç yüklemeleri altında yer değiştirme, gerilme ve genleme dağılımlarından yararlanılarak incelenmiş, modelleme farklılıklarından doğan sonuçlar karşılaştırılarak tartışılmış. Berkitmesiz ana gövde ile değişik berkitmelere sahip kompozit silindirlerde, bu iki farklı bölgenin kesiştiği topuk olarak adlandırılan bölgelerde oluşan gerilme ve genleme yığılmaları ortalama maksimum değerler verilerek tespit edilmiş [3].

Sonlu elemanlar metodu ile mesnetlenmiş ve mesnetlenmemiş kompozit plakların transient dinamik cevapları incelenmiştir. Plak ve takviyenin ara yüzünün eşit yer değiştirmelere maruz kaldığı konsepti ile plak için 8 düğüm noktalı izoparametrik kuadratik eleman ve takviye için 3 düğüm noktalı eğrisel takviye elemanı kullanılmış. Ardından takviyeli ve takviyesiz yapıların çeşitli değişken yükleme koşulları için transient dinamik cevabı incelenmiş ve sonuçlar karşılaştırılmış [4].

Isıl etkilerin dahil olduğu bir çalışma da ise termal ve mekanik yükleme koşulları etkisi altında fiberli kompozit panellerin sonlu elemanlar ile sayısal çözümü yapılmış ve elde edilen sonuçlar deney sonuçları ile karşılaştırılmış [5].

Son olarak başka bir çalışmada ise mesnetlenmiş lamine bir plak için yeni bir eleman tipi kullanılarak transient analizler ile lamine kompozit plağın dinamik cevabı incelenmiştir [6].

1.2. Konunun Amacı

Bu tez çalışması takviyeli lamine kompozit malzemelerin dinamiği hakkında ileri ki çalışmalar için bir fikir oluşması ve elde edilen sonuçların bir tanesinin daha önceden yapılmış deneyler ile tutarlı olması, yapılan diğer farklı geometriler için de geçerli olabileceği bir yöntem olması açısından önem teşkil etmektedir.

Bu çalışmada takviyeli lamine kompozit malzemelerden yapılmış çeşitli levhaların anlık basınç yüklemesi durumu altındaki elastik davranışı incelenmiştir. Bu levhalar karbon epoksi malzemeden yapılmış ve bu inceleme sayısal olarak sonlu elemanlar yöntemi (SEY) kullanılarak bilgisayar ortamında yapılmıştır. Bilgisayar ortamında çözüm ve sonuçları elde etmek için gelişmiş bir sonlu elemanlar programı olan ANSYS programı kullanılmıştır. Bu programın ANSYS 9.0 versiyonu kullanılmıştır.

2. KOMPOZİT MALZEMELER

2.1. Giriş

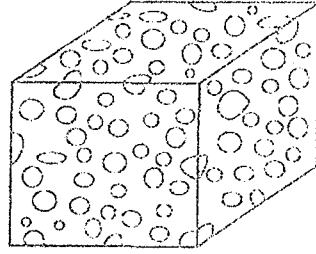
Bu bölümde kompozit malzemelerin genel özellikleri, içerdği maddeler ve çeşitleri ile lamine kompozitlerin özellikleri, mekaniği, elastik yapı denklemleri, izotropik ve ortotropik davranışı hakkında bilgiler verilmiştir.

2.2. Kompozit Malzemelerin Genel Özellikleri

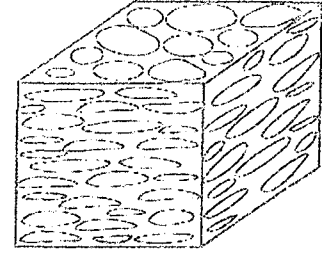
İki veya daha fazla malzemenin, iyi özelliklerini bir araya toplamak ya da ortaya yeni bir özellik çıkarmak için, mikro veya makro seviyede heterojen karışımıyla oluşan malzemeye kompozit malzeme denir. Kompozit yapı oluşumuyla geliştirilmesi istenen özelliklerin birkaçı şöyle sıralanabilir.

- yorulma dayanımı
- aşınma dayanımı
- korozyon dayanımı
- kırılma tokluğu
- yüksek sıcaklık özellikleri
- elektrik iletkenliği
- ısı iletkenlik
- akustik iletkenlik
- ağırlık
- rijitlik
- fiyat
- estetik görünüm vs...

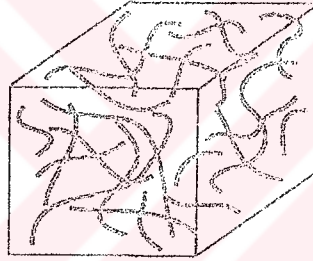
Kompozit malzemeleri oluşturan iki ana madde vardır. Hacim (Bulk) Yapı (Matris) ve takviye elemanı. Matris eleman katılaştığı zaman içine yerleştirilmiş bulunan takviye yapıyı belli bir formda tutacak ve onu dış etkenlere karşı koruyacak olan uniform dolgu elemanıdır. Takviye elemanının başlıca görevi reçine sisteminin mekanik özelliklerini artırmaktır. Şekil.2.1’de kompozit malzemelerin bileşenlerinin değişik formları gösterilmektedir[7].



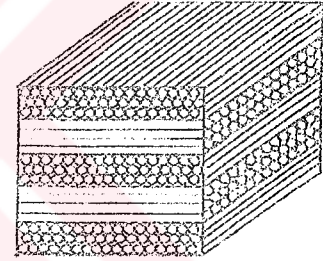
a) Tanecikli Kompozit



b) İnce Tabakalı Kompozit



c) Fiber Takviyeli Kompozit

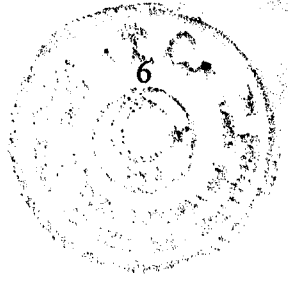


d) Lamine Kompozit

Şekil 2.1. Kompozit Malzemelerin Bileşenlerinin Değişik Formları

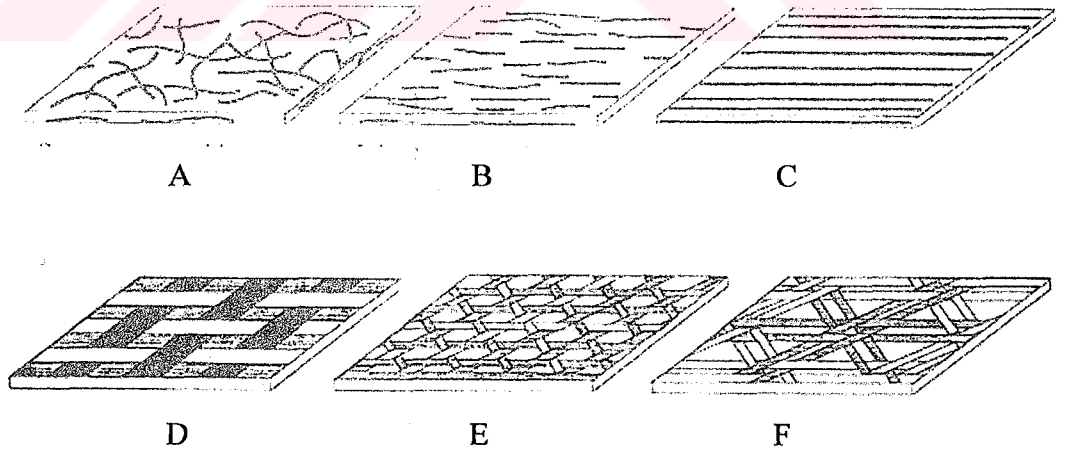
Takviye elemanı genelde fiber (elyaf, lif) formdadır. Şekil.2.2’de kompozit malzemelerde tabakalar içinde kullanılan fiberlerin dizilişleri ve düzenleri gösterilmektedir. Lif takviyeli kompozit yapıda lif seçimine etki eden başlıca faktörler şunlardır[7].

- hafiflik (özellik ağırlık)
- mukavemet ve modül (çekme ve basma)
- yorulma mukavemeti
- yorulmadaki kopma mekanizması (malzemenin gevrek yada sünek olması)

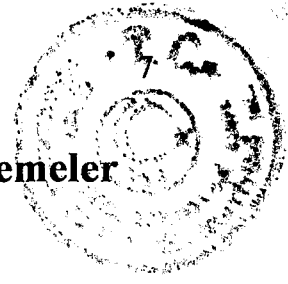


- elektrik ve ısı iletkenliği
- ekonomiklik vs...

Lifin istenen başarıyı göstermesi uygun matris seçimine bağlıdır. Matrisin başlıca görevleri; kuvvetleri life iletmek, lifleri korozyon ve oksidasyon gibi ortamın etkisi ve darbelerden korumaktır. Matris seçiminde malzemenin nem ve su geçirgenliği özelliklerinin göz önünde bulundurulması gerekir. Kayma sertliği, boyuna basınç mukavemeti, uzama, kopma, yorulma özellikleri, darbe özellikleri çok önemlidir. Matrisin yüksek kayma modülüne sahip olması istenir. Böylece kompozitten istenen kayma katılığı sağlanır. Kayma gerilmesi ve kayma modülü, matris için mukavemetten daha önemli bir unsurdur. Matrislerin birçoğu sıvı halde kullanıldığı için viskoziteleri önemlidir. Erime noktası, kür zamanı, sıcaklık gibi fiziksel özellikler de matrislerin diğer önemli noktalarıdır. Ayrıca bazı kompozit maddelerde kor (core) olarak adlandırılan üçüncü bir maddeden de söz edilebilir[8]. Kompozit bir katmandaki korun amacı düşük yoğunluklu kor maddesi ile katmanın kalınlığını artırarak katmanın rijitliğini artırmaktır. Bu ağırlıkta küçük bir artışa sebep olurken rijitlik oldukça artar.



Şekil 2.2.Tabakalardaki Fiber Düzenlerine Göre Kompozit Yapıların Birkaç Örneği; A: Rasgele Kısa Fiberli, B: Yönlendirilmiş Kısa Fiberli, C: Sürekli Fiberli, D: Düz Dokumalı, E: Üç Eksen Dokumalı, F: Çift Düzlem Dokumalı



2.3. Kompozit Malzemelerde Kullanılan Malzemeler

Kompozitlerde kullanılan malzemeleri:

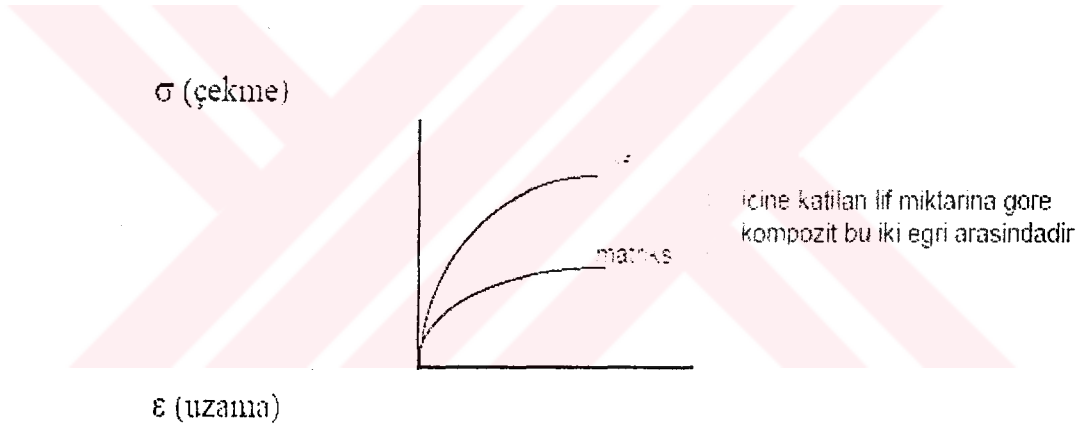
Kuvvetlendirici elyaflar,

Matris,

Kor (Çekirdek) malzemeleri olarak sınıflandırabiliriz.

2.3.1. Kuvvetlendirici Elyaflar

Ana matrisin içerisinde özel mukavemet sağlanması istenen yerlerde/yönlerde bu amaçla kuvvetlendirici elyaflar kullanılır. Şekil.2.3'de kompozit malzemelerde kullanılan fiberlerin etkisi açıkça görülmektedir[8]. Kuvvetlendirici elyafları şu şekilde sınıflandırabiliriz:



Şekil 2.3. Kompozit bir malzemede lif ve matris bileşenlerinin oranına göre çekme uzama eğrisi

2.3.1.1. Cam Elyafları

İlk kompozit panellerin yapımında kullanılan elyaf cam elyafı idi. Günümüzde çeşitli mukavemet özelliklerine sahip E, S ve R tipi cam elyafları üretilmekte ve kullanılmaktadır. Cam elyafları oldukça iyi ıslanabilen ve kullanımı nisbeten kolay elyaflardır.



2.3.1.2. Aramid Elyafı

1960'lı yılların sonlarında DuPont de Nemours tarafından piyasaya sürülen Kevlar aramidlerin en bilinenidir. Son yıllarda çeşitli imalatçılar değişik ticari isimlerle piyasaya aramid elyaflar sürmüşlerdir. Aramid elyafların spesifik çekme mukavemeti çelikten yaklaşık 5 kat daha fazladır (Yani 1 m boyunda 1 kg ağırlığında bir aramid halat, aynı boy ve ağırlıkta bir çelik halattan 5 kat daha fazla yük taşıyabilir). Bu üstün çekme mukavemeti özelliği aramidlerin balistik koruma amaçlarıyla da kullanılmasına imkan tanımıştır. Sürtünme ve aşınmaya da çok dayanıklı olan bu tip elyaflar basmada aynı performansa sahip değildir. Düşük yoğunlukları ve naylon temelli hidrofob yapıları kullanılan plastik matrisin aramid elyaflarını oldukça problemli yapmaktadır. Aramidlerde, çok ileri reçine sistemlerinde bile, yapıdaki elyaf oranında %50'den iyisini elde etmek mümkün olamamaktadır. Ayrıca depolamada rutubet almaları ıslanmayı çok daha zor hale getirdiğinden yapısal bütünlük için bir tehlike oluşturur[8].

2.3.1.3. Karbon Elyafı

Mukavemet olarak cam ve aramid elyaflarından çok daha üstün özellikler taşırlar. Darbelerin yutulması için ve çok düşük ağırlıkla rijitlik sağlamak amacıyla kullanılırlar. Düşük uzama seviyeleri ve kırılabilirlikleri başlarda problem olmuşsa da günümüzdeki yüksek uzamalı karbon elyaflarının bulunmasıyla bu problemler ortadan kalkmıştır. Plastik matris içerisinde ıslanabilme özellikleri oldukça iyidir.

2.3.1.4. Diğer Plastik Elyaf

Kompozit yapılarda, az miktarda olsa da amaca uygun olarak naylon (Nomex) ve polietilen elyaflar da kullanılmaktadır.



2.3.1.5. Boron Elyaf lar

Metal takviyeli metal (MRM) kompozitlerde boron elyaf lar kullanılır. Gaz türbini kanatları gibi yüksek ısıda üstün mukavemet gerektiren yerlerde alüminyum oksit matris içerisinde boron elyaf ları kullanılır.

2.3.1.6. Tahta

Çok katlı laminasyonlarda (cold moulding) şeritler halinde kuvvetlendirici elyaf olarak tahta kullanılır.

2.3.2. Matris

İçine yerleştirilmiş kuvvetlendirici elyaf ları katılaştığında belli bir formda tutacak ve toplam mukavemette de bir görev üstlenecek üniform dolguya matris denir. Yapıları itibariyle matrisler plastik reçineler, metal ve seramik olarak ayrılabilir.

2.3.2.1. Plastik Reçine Matrisler

Plastik matrisler içindeki solvent buharlaşması, kimyasal polimerizasyon veya soğuyup katılarak sertleşen tiplerde olur.

Polyesterler: Reçine matrislerin bilinen en eskilerinden ve en çok kullanılanıdır. Islak yatırma için uygundur. Sertleşmesi egzoterm kimyasal bir polimerizasyon sonucu olur. Bu arada solventi styrenmonomer açığa çıkar. Genelde ortoftalik ve izoftalik olarak iki tip polyester kullanılır. Polyesterin saf halde korozyif elementlere ve suya mukavemeti çok iyi değildir. İmalatta çalışma süresi 30-40 dakika ile sınırlıdır. Bu süreyi uzatmak için çeşitli inhibitörler kullanılabilir. Ancak

reaksiyonun egzoterm özelliği ve hızının güç kontrol edilebilmesi vakum altında imalatı çok büyük zorluklar getirir[8].

Vinilesterler: Polyesterlerden sonra bulunmuş bir matris tipidir. Vinilester reçine ıslak yatırma için uygundur. Sertleşmesi egzoterm kimyasal bir polimerizasyon sonucu olur. Bu arada solventi styrenmonomer açığa çıkar. Vinilesterler su ve koroziyflere karşı yüksek dirence sahiptirler. Polimerizasyon çeşitli ajanlar vasıtası ile 10-12 saate kadar uzatılabilir, bu sayede büyük yüzeylerde vakum tatbikatı yapılabilir.

Epoksiler: Epoksi reçineler de polyester ve vinilesterler gibi kimyasal polimerizasyon sonucu sertleşir. Ancak yapılarında açığa çıkan bir solvent yoktur. İmalatta çalışma süresi oda sıcaklığında 15 saat civarında olabilir. Epoksi reçineler karışımı yapılmış halde, soğuk ortamlarda (0 °C altında) iki aya kadar muhafaza edilebilir. Bu özellik *prepreg* (pre emprenye=önceden reçineyle ıslatılmış kuvvetlendirici elyaflar) sistemlerinde kullanılmasına imkan tanımaktadır. Prepreg tipi sistemlerde polimerizasyon yüksek ısı (75-180 °C) altında başlatılır ve sonuçlandırılır. Ultraviyole ile polimerize olan tip reçineler de vardır. Desert Storm harekatında savaş alanındaki kompozit tamirler UV Curing Prepreg'lerle yapılmıştır. Polimerize olurken parlak bir yüzey oluşturdıklarından ikinci yapıştırma için özel tedbir alınması gereklidir. Reçine/elyaf oranının sıkı olarak kontrol edildiği prepreg sistemler uçak sanayiinde, yarış otomobili imalinde yoğun olarak kullanılmaktadır[8].

Termoplastik reçineler: Isıtılıp sıvılaştırılan bu reçineler soğuyunca katılaşır. Genelde enjeksiyon kalıplarında kullanılır.

2.3.2.2. Metal Matrisler

Metal matrisler genelde oldukça yüksek ısı altında çalışan ve olağan dışı mukavemet özellikleri beklenen parçalarda kullanılır. Bakır, alüminyum oksit bazı metal matrislerdir. Bu tip yapılarda genel mukavemetin yanı sıra termal gerilmeler de hesaba katılır.

2.3.2.3. Seramik Matrisler

Yüksek termal performans (HTP: High Thermal Performance) arandığı durumlarda seramik matrisler kullanılır. Rijit fiberli seramikler (RFC: Rigid Fibrous Ceramic) bu aileden bir ürün sistemidir.

2.3.3. Çekirdek (Core) Malzemesi

Çekirdek, sandviç yapılarda elyaf/matris sisteminde oluşturulan iki deri (skin) arasına mukavemetini arttırmak üzere yerleştirilen bir malzemedir. Çekirdek olarak kullanılan malzemeler:

2.3.3.1. PVC Köpükler

PVC köpükler çok kullanılan bir çekirdek malzemesidir. Rutubet/su absorpsiyonu direnci iyidir. 40-300 kg/m³ yoğunluklarda bulunabilir. Yapılarına göre:

Çapraz Bağlı (Cross linked): Nisbeten kırılğan,

Lineer: Mukavemet özellikleri bozulmadan deformasyon kabul edebilen,

Yüksek ısı dirençli tipleri vardır.

2.3.3.2. Balsa

Hafif balsa ağacı, elyafları deriye dik gelecek şekilde (end grain) kesilerek çekirdek olarak kullanılır. Balsa çekirdekli sandviçler çok iyi bir rijitlik sağlarlar. Ancak, kırılmaları ani ve büyük boyutlu (catastrophic failure) olur. Bunun yanı sıra, tabii kaynaklı malzemenin standardizasyonu imkansız denecek kadar zordur. Nisbeten yüksek yoğunluğu ise, PVC köpük gibi geniş bir seçim şansı vermez.

2.3.3.3. Tahta

Balsa dışında tahta da, bilhassa iyi ezilme mukavemeti beklenen yerlerde çekirdek malzemesi olarak kullanılabilir. Genelde kontraplak veya lamine şeklindedir. Standardizasyonu balsadan daha iyi kontrol edilebilir. Ağırlığı önemli bir dezavantajıdır.

2.3.3.4. Bal Peteği (Honeycomb)

Bal pетеği metalik veya kompozit esaslı olabilir. Metalik bal pетеği çok ince alüminyumdan, kompozit bal pетеği ise kağıt veya naylon/aramid elyafları ve epoksi veya fenolik bir reçineden yapılırlar. Ateşe dayanıklı Nomex en popüler bal petek sistemlerinden biridir. Bal petek sistemleri dış derilere yapıştırılması oldukça zor ama üstün mukavemet/ağırlık oranları sağlayan çekirdek yapıları oluştururlar. Ayrıca, eğimli yüzeyleri bal pетеği ile dönmek için özel bir teknik gerekmektedir.

2.4. Kompozit Malzemelerin Çeşitleri

Kompozitler genel olarak üç gruba ayrılırlar.

Polimer Matris Kompozitler

Metal Matris Kompozitler

Seramik Matris Kompozitler

Tablo 2.1’de matris ve takviye elemanı tipleri ile oluşan kompozit yapının tipleri görülmektedir[8].

2.4.1. Polimer Matris Kompozitler (PMC)

FRP – Fiber Reinforced Polymers (veya Plastics) – olarak bilinirler. Bu çeşit kompozit malzemelerde matris olarak polimer esaslı reçineler kullanılır. Destek elemanı olarak cam, karbon, aramid gibi çeşitli fiber türleri kullanılır.

2.4.2. Metal Matris Kompozitler (MMC)

Bu çeşit kompozit malzemelerde matris yapı olarak alüminyum gibi metal malzemeler kullanılır. Destek elemanı olarak silikon karpit gibi fiberler kullanılır.

2.4.3. Seramik Matris Kompozitler (CMC)

Bu çeşit kompozit malzemelerde matris yapı olarak seramik kullanılır. Destek elemanı olarak silikon karpit ve boron nitritten yapılmış kısa fiberler veya whisker kullanılır. Yüksek sıcaklıktaki ortamlarda kullanılırlar.

Tablo 2.1. Kompozit Malzeme Bileşenleri ve Kompozit Tipleri

Matris Malzemeleri	Takviye Elemanları	Kompozit Yapının Şekli
Polimerler	Fibres	Tabakalar
Metaller	Whiskers	Film – Folye
Seramikler	Pudra	Honey – Combs
	Yonga	Paralel Sarılmış Yapılar
	Granül	Kaçaklar

2.5. Lamine Kompozitlerin Özellikleri

Tabakalı kompozit malzemeler, değişik özelliklere sahip birden çok malzemenin bir yapıştırıcıyla birleştirilmesiyle oluşturulurlar. Bu tür kompozitler, “Lamine kompozit Malzeme” diye de adlandırılmaktadır.

Tabakalı kompozitler genelde levha malzeme niteliğindedir. Lamine kirişler veya direkler gibi elemanlar, parçanın üst üste yapıştırılması yoluyla, laminat tekniğiyle üretilmektedir. Ancak bu malzemeler, son derece sınırlı bir gruba oluşturmaktadır. Üretimin büyük bir kısmı, boyutlarından biri diğer ikisine oranla çok daha küçük olan levha şeklindedir. Bu levhalar, değişik nitelik gösteren tabakaların birleştirilmesiyle meydana getirilirler.

Çeşitli tabakaların birbirlerine yapıştırılmaları şeklindeki üretimin bir sonucu olarak, tabakalı kompozit malzemeler, yapısal nitelikleri bakımından diğer kompozit malzeme türlerinden farklılık göstermektedirler. Diğer kompozit malzeme türlerinde, taneli kompozitlerde veya liflerle donatılı kompozitlerde yapılan sürekli faz ve dağınık faz veya matris ve faz gibi nitelikleme ve ayrımlar, tabakalı malzeme için aynı anlamda genelde kullanılmamaktadır.

Tabakalı kompozit malzemeler, çeşitli yönlerden farklılıklar gösteren tabakaların biraraya getirilmesiyle üretilmektedir. Bu farklılık, mukavemet, ısı iletimi, gözeneklilik, ağırlık, yüzey sertliği, suya veya diğer dış etkilere karşı direnç gösterme gibi çok çeşitli yönlerden olabilmektedir. Tabakalı kompozitlerde genelde kompoziti oluşturan farklı özelliklere sahip tabakalardan her biri, kompoziti iki yönde katetmektedir. Bu tabakalar, herhangi bir teknikle veya yapıştırıcıyla bir araya getirilmektedir.

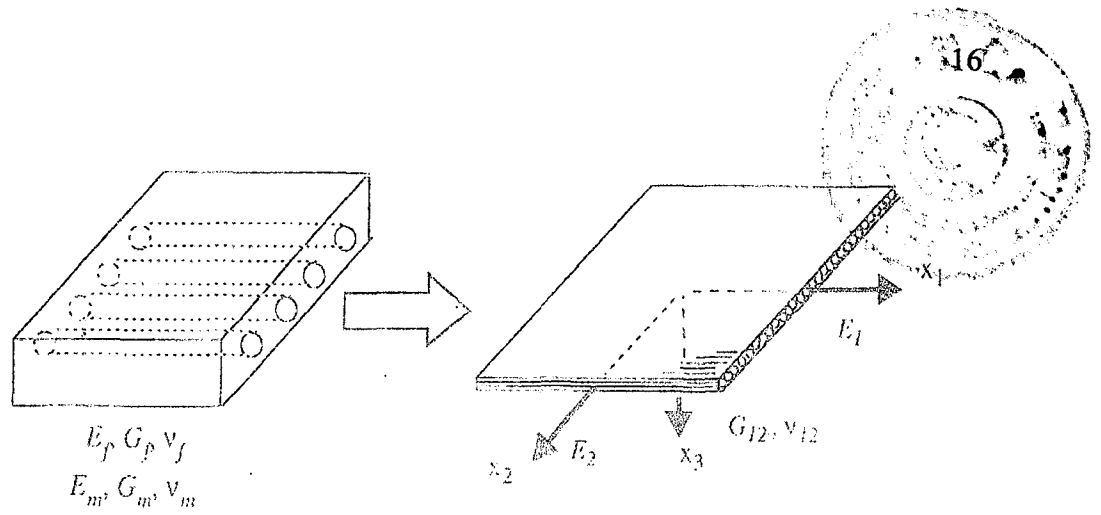
Tabakalı kompozitler en az iki tabakadan oluşurlar. Ancak, dayanım ve mekanik özelliklerin özellikle önem taşıdığı ve kompozitin tabakaların düzlemindeki birbirine dik iki ayrı doğrultusunda birbirine yakın özelliklerin beklendiği hallerde,

malzemenin hedeflenen bu özelliklere sahip olabilmesi için en az üç veya daha fazla tabaka kullanılmaktadır. Bu tabakaları oluşturan malzemeler farklı olabileceği gibi, aynı tür malzemeden de yapılabilmektedir.

2.5.1. Lamine Kompozit Malzemenin Ortotropikliği

Lamine yapıda kompozit tabakanın özellikleri takviyenin şekline bağlıdır. Fiber takviyeli lamine yapıda fiber yönü birçok özelliği belirler. Her yönde aynı özellikleri gösteren malzemeler izotropik malzeme diye adlandırılırken buna zıt olarak her yönde farklı özellik gösteren malzemelere de anizotropik malzeme denir. Anizotropikliğin özel bir durumuna, malzeme özelliklerin karşılıklı iki dik düzlemde farklı olmasına, ortotropiklik denir. Kısa veya devamlı lifli olan fiber kompozitler ortotropiktir. Çoğu kompozitlerde, özellikler tabaka düzleminin iki yönünde tanımlanır; fiber yönü ve bu fiber yönüne dik olan diye.

Rijitlik (Stiffness); tek yönlü fiber takviyeli kompozitlerin ortotropik malzeme özelliğinin bir örneğidir. Fiberleri bir arada tutan kompozitlerin matris bölümüdür ve genellikle izotropiktir. Tüm uygulamalarda fiberler, çoğunlukla matris malzemeden daha sert olurlar ve bunlar da izotropiktir. Bununla birlikte bir araya getirildiklerinde malzeme özellikleri artık izotropik değildir. Örnek olarak Şekil.2.4'te fiber takviyeli malzeme gösterilmekte[7], fiber yönü x_1 , veya fiber yönüne dik x_2 boyunca yük uygulandığı dikkate alınırsa, yük fiber yönü boyunca uygulandığında meydana gelecek şekil değişimi fiberlere dik yönde yük uygulandığında daha az miktarda olacaktır. Kompozitin rijitliği fiber yönündeki rijitliğe daha yakın olacaktır ve fiber yönüne dik olan rijitlik daha çok malzeme özelliklerinden meydana gelir, E_m , G_m ve ν_m . Fiber boyunca ve fibere dik yönlerde malzemenin asal yönleri yada asal eksenler denir.



Şekil 2.4. Tek Yönlü Fiber Takviyeli Kompozit Tabakanın Elastik Özellikleri

Ortotropik tabakanın malzeme özelliklerini tanımlamada dört elastik özellik sabiti vardır. Bunlar iki tane Young Modülü E_1 ve E_2 , sırası ile biri fiber boyunca biri fiber boyuna diktir, kayma modülü G_{12} ve tabaka düzlemindeki Poisson oranı ν_{12} . Bu özellikler kompozit tabakanın içerdiği fiber miktarı ile ilişkilidir. V_f , fiber hacim kesri diye adlandırılır ve kompozit malzemedeki fiber miktarını ölçmede kullanılır. Tablo.2.2’de çeşitli tek yönlü kompozit malzemeler için fiber hacim kesri ve bunların malzeme özellikleri verilmiştir[7].

Tablo 2.2. Fiber Takviyeli Kompozit Tabakaların Özellikleri

Material	Constituents	E_1 10 ⁶ psi (GPa)	E_2 10 ⁶ psi (GPa)	G_{12} 10 ⁶ psi (GPa)	ν_{12}	V_f
T300/5208	Graphite/Epoxy	26.5 (181)	1.49 (10.3)	1.04 (7.17)	0.28	0.7
AS4/3501	Graphite/Epoxy	20.0 (138)	1.30 (8.96)	1.03 (7.10)	0.30	0.66
B(4)/5505	Boron/Epoxy	29.6 (204)	2.68 (18.5)	0.81 (5.59)	0.23	0.5
Kevlar49/Ep	Aramid/Epoxy	11.0 (76)	0.80 (5.50)	0.33 (2.30)	0.34	0.6
Scotchply1002	Glass/Epoxy	5.60 (38.6)	1.20 (8.27)	0.60 (4.14)	0.26	0.45

Source: Tsai and Hahn, 1980.

Bazı fiber takviyeli kompozitlerin özellikleri, bileşenlerinin özelliklerinin basit hesaplamaları ile elde edilebilir ama diğerlerinin ise ölçülmesi gereklidir. Üç farklı yöntem ile içeriklerinden kompozit malzemelerin özellikleri elde edilir.



2.5.2. Karışım, Bütünleşim ve Etkileşim Yöntemleri

Kompozit malzemelerin özelliklerinin hesaplanmasında kullanılan yöntemlerden biri; bütün malzemelerin bileşenlerinin özelliklerinin dağılımının teker teker toplanması ile elde edilir. Bu metod genelde karışım kuralı diye adlandırılır. Bu karışım kuralı kompozit özelliklerini belirlemede bileşenlerinin hacim kesrini kullanır. Örneğin devamlı fiber takviyeli bir kompozit tabakasında V_f fiber hacim kesri ve V_m matris hacim kesri vardır. İkisinin toplamı

$$V_f + V_m = 1 \quad (2.1)$$

şeklinde olmalıdır.

Karışım kuralına göre p özelliği bileşenlerinin özelliklerinden elde edilir.

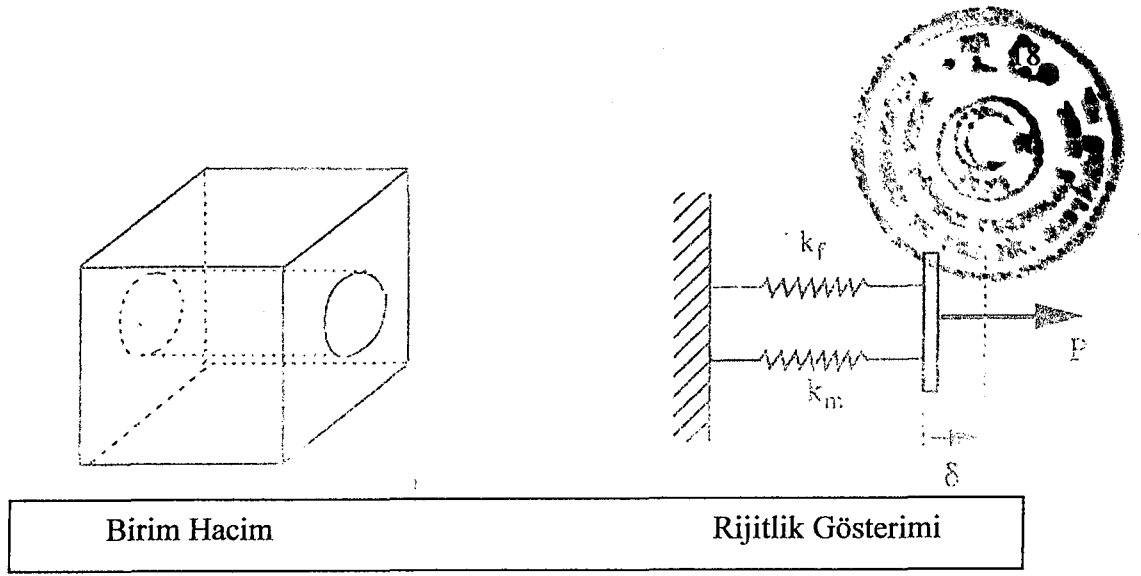
$$p = p_f V_f + p_m V_m = p_f V_f + p_m (1 - V_f) \quad (2.2)$$

Mesela kompozitin boyuna (fiber doğrultusunda) rijitlik özelliği E_1 , bileşenlerinin Young Modülü E_f ve E_m ile hesaplanır ve karışım kuralına göre

$$E_1 = E_f V_f + E_m V_m \quad (2.3)$$

şeklindedir.

Denklem (2.3) paralel bağlanmış yayların toplam rijitliğinin hesaplanmasına benzer (bkz. Şekil.2.5). Fiberlerin matrise tamamen bağlı ve kompozitin toplam deformasyonu δ nın fiber ve matris için aynı olduğu farzedilir ($\delta_f = \delta_m = \delta$). Deformasyona neden olan toplam kuvvet kısmen fiberlerle, kısmen de matris ile taşınır.



Şekil 2.5. Karışım Kuralına Göre Kompozit Tabakanın Boyuna Rijitliği

$$P = P_f + P_m \quad (2.4)$$

Her bileşenin aksenal bar gibi davrandığı farzedilir ve kuvvet-yer değiştirme ilişkisi $\delta = PL/AE$ (A kesit alanı) ile Denklem (2.4)

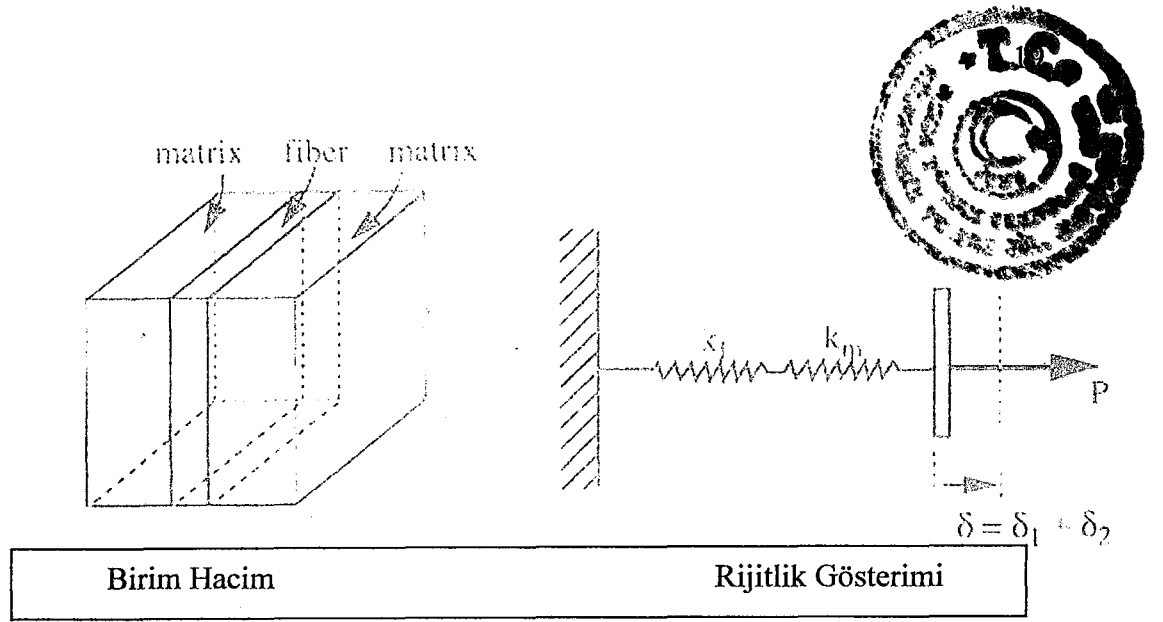
$$\frac{\delta AE_1}{L} = \frac{\delta A_f E_f}{L} + \frac{\delta A_m E_m}{L} \quad (2.5)$$

şekline gelir.

Kesit alanları fiber kesri ile orantılı olduğundan ($A_f = V_f A$, $A_m = V_m A$) Denklem (2.3) ü elde edilir.

Matristeki fiber şekline ve fiber miktarına göre fiberlere dik yöndeki elastisite modülü için daha gelişmiş bir yöntemle ihtiyaç duyulur. Bundan dolayı Şekil.2.6'daki gibi fiber ve matrisi iki elastik yayın seri bağlanması şeklinde hesaplayabiliriz. Bu model ile, kuvvetin uyguladığı noktadaki, fiberlere dik yöndeki, yerdeğiştirme fiber ve matrisin yerdeğiştirmelerin toplamı şeklindedir. Enine elastisite modülünün nihai ifadesi

$$\frac{1}{E_2} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{V_m}{E_m} \quad (2.6)$$



Şekil 2.6. Karışım Kuralına Göre Kompozit Tabakanın Enine Rijitliği

Denklem (2.6) karışım kuralı diye yorumlanır, Denklem (2.2) $1/E$ esnekliğine uygulanırsa Benzer argümanları kullanarak, kompozit malzeme için Poisson oranı ve kayma modülü aşağıdaki formda elde edilir.

$$\nu_{12} = \nu_f V_f + \nu_m V_m \quad \text{ve} \quad \frac{1}{G_{12}} = \frac{V_f}{G_f} = \frac{V_m}{G_m} \quad (2.7)$$

Bütünleşim metodu; kompozit malzemenin bileşenlerinin özelliklerine sahip olmasıdır. Bütünleşim kompoziti oluşturan bileşenlerden birinin diğerlerinde olmayan farklı bir özelliğinin katkıda bulunması sonuç olarak kompozitin bu özelliği kazanması demektir. Örneğin çoğu matris malzemesi elektriği iletmez. Böyle bir matris malzemesi ile elektrik iletkenliği iyi olan fiberler birleştirilirse sonuçta iletken bir kompozit elde edilir. Ayrıca çoğu polimer matris kompozit malzemeler çevre koşullarından etkilenir, nem gibi. Böyle etkilerden korunmak için yüzey tabakanın neme karşı dayanıklı bir malzeme ile kaplanması efektif bir çözüm olur. Bu da bütünleşim metoduna bir örnek teşkil eder.

Son metod, etkileşim, yüksek kaliteli kompozit özelliklerini elde etmede kullanılan en önemli yöntemlerden biridir. Bu kompozit özelliklerinin bileşenlerinin bireysel sahip olduğu özelliklerden daha iyi özellik gösteren yegane yöntemdir. Örneğin cam elyaf takviyeli plastiğin çekme mukavemeti hem plastik matristen hem

de cam elyaftan daha üstündür. Bu fenomenin açıklaması; fiber ve matrisin etkileşerek birbirine yük transfer etmesidir. Fibere gelen yük matrise aktarılır ve matris ile de diğer fiberlere aktarılır, bu sayede tek fiberin dayanacağı kuvvetin çok daha fazlası bir kuvvete etkileşim ile karşı konulabilir. Yani kompozitin yük taşıma kapasitesi artırılır.

2.6. Lamine Kompozit Malzemelerin Mekanikliği

Bu bölümde tasarım prosesi boyunca değişen lamine kompozit malzemelerin değişkenlerinden elastik özelliklerinin nasıl hesaplanacağı incelenecektir. Yine bu bölümde lamine kompozitin üç boyutlu izotropik ortamdaki lineer elastik davranışının temel (ve özet) bağlantı ve bunların nasıl iki veya daha fazla ince izotropik tabakaların bir araya gelip katmanlı iki boyutlu bağlantılara indirildiğinden bahsedilecektir ve ortotropik davranışları incelenecektir.

2.6.1. Elastik Yapı Denklemleri

Lamine kompozit malzemelerin elastik yapı denklemleri

2.6.1.1. Şekil Değiştirme-Yer Değiştirme İlişkisi

Yüklemeye altında bir elastik yapı alanı üzerinde yer değiştirmeye uğrar. Bu yer değiştirmeler sırası ile x, y ve z koordinat eksenleri boyunca u, v ve w şeklinde ifade edilir. Küçük deformasyonlar için aşağıdaki şekil değiştirme yer değiştirme bağlantılarının lineer formu elde edilir.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \gamma_{yz} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}, \end{aligned} \quad (2.8)$$

Burada ε_x , ε_y ve ε_z sırası ile x , y ve z yönlerindeki normal şekil değiştirmeleri, γ_{yz} , γ_{zx} ve γ_{xy} de kayma şekil değiştirmelerini göstermektedir.

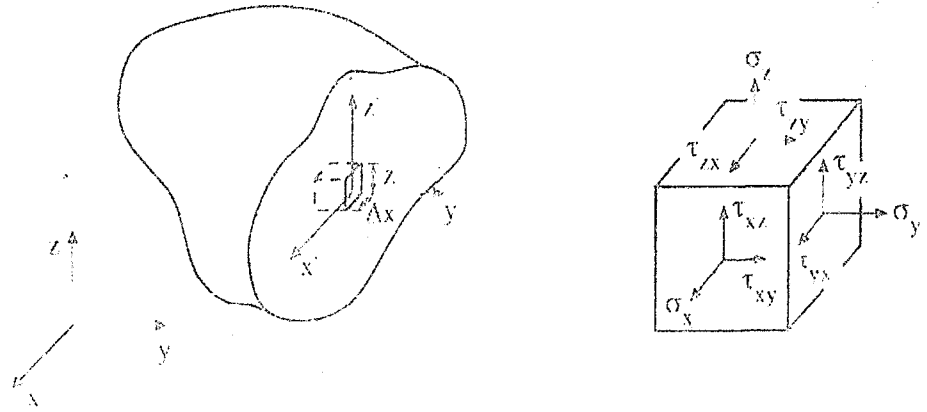
2.6.1.2. Gerilme-Şekil Değiştirme İlişkisi

Elastisite problemlerinin çözümünde, şekil değiştirme-yer değiştirme bağıntılarına ek olarak gerilme ve şekil değiştirme ilişkisine de bakılması gerekmektedir. Şekil değiştirme-gerilme ilişkisi, üç boyutlu anizotropik lineer elastik ortam için, Hooke kanunu olarakta bilinir, aşağıdaki matris formunda ifade edilir.

$$\sigma = C\varepsilon \quad (2.9)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.10)$$

Simetriden dolayı 21 tane bağımsız malzeme sabiti vardır. C matrisi malzemenin rijitlik matrisi σ ve ε da gerilme ve şekil değiştirme bileşenlerinin vektörlerini göstermektedir (bkz. Şekil.2.7, [7]). τ_{zy} , τ_{xz} , τ_{yx} , ile ifade edilen üç tane başka gerilme bileşeni daha vardır bunlar da $\tau_{zy} = \tau_{yz}$, $\tau_{xz} = \tau_{zx}$ ve $\tau_{yx} = \tau_{xy}$ ilişkisi vardır. Malzemenin rijitlik (katılık) matrisinin simetri olmasından $C_{ij} = C_{ji}$ olur, bu ilişki şekil değiştirme enerji yoğunluğu U 'nun varlığı ile ispatlanmıştır.



Şekil 2.7. Üç Boyutlu Ortamda Gerilme Bileşenleri

Üç boyutlu izotropik malzeme her yönde aynı özelliklere sahip olduğu için sadece iki bağımsız malzeme sabiti ile denklem (2.10) aşağıdaki şekilde bir denkleme dönüşür.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{C_{11}-C_{12}}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.11)$$

Rijitlik katsayıları C_{11} ve C_{12} elastisite modülü (Young modülü) ve Poisson oranı ν ile ilişkilidir.

$$C_{11} = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad \text{ve} \quad C_{12} = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2.12)$$

Köşegendeki terimler kayma şekil değiştirmelerinin kayma gerilmesi ile ilişkisine bağlıdır ve genelde kayma modülü G diye adlandırılır ve elastisite modülü ve Poisson oranı terimleri ile elde edilir.

$$C_{44} = C_{55} = C_{66} = \frac{C_{11} - C_{12}}{2} = \frac{E}{2(1 + \nu)} = G \quad (2.13)$$

Malzeme özelliklerinin yönünün derecesine bağlı olarak çeşitli özel durumlar ortaya çıkabilir, tamamen anizotropik durum denklem (2.10) ve en basit durum izotropik davranış denklem (2.11) de bahsedildi. İleriki bölümlerde daha değişik hallerden bahsedilecektir.

2.6.2. Düzlemsel İzotropik Tabakaların Davranışı

İnce yapılar malzemenin ince tabaka yada tabakalardan meydana gelen aslında iki farklı tipteki mekanizma yükü taşır. Bir mekanizma kendi düzlemindeki tabaka çekmesi yada basmayı içerir. Bu mekanizma bazen membran davranışı olarak ifade edilir. Diğer mekanizma ise tabaka(ları) eğmeyi içerir. Bu bölümde bütün deformasyonların tabakalar ile aynı düzlemde olduğu problem olarak ele alınacak. İki boyutlu levha probleminde, bütün yükleme levhanın düzlemine limitlenmiş ve hiçbir yük eğme bileşeni vermemektedir. İleriki bölümde alışlagelmiş notasyon ile z eksenini tabakaların normal yönünü belirtmektedir.

2.6.2.1. Simetrik Olmayan Lamine Tabakalarda Eğilme ve Uzama

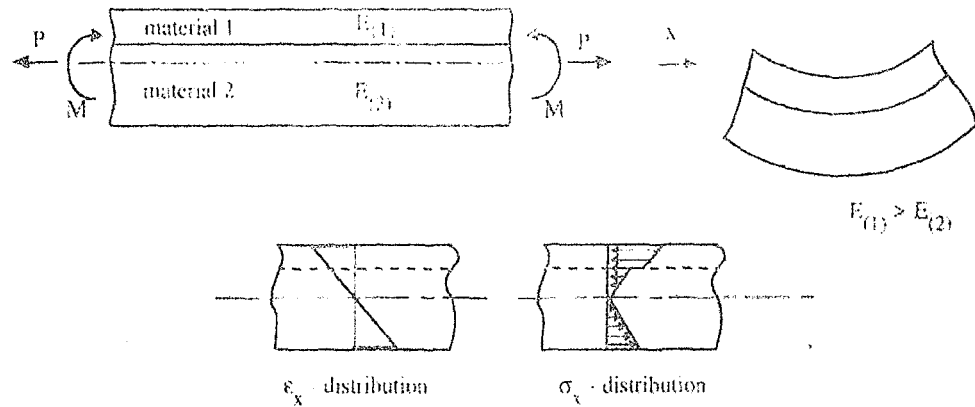
Simetrik laminelerde orta-düzlem bir ayna gibidir ve alt ve üst tarafları eşit olarak ikiye böler. Böyle yapılarda düzlemdeki yüklemeler, kalınlık boyunca sabit şekil değiştirme ve tabaka içerisinde sabit ama tabakadan tabakaya değişken gerilme oluşturur. Burada moment sıfır olur. Sadece eğilme deformasyonlarında, başka bir deyişle, kalınlık boyunca şekil değiştirme ve gerilme dağılımları lineer ve orta-düzleme göre asimetriktir. Simetriden dolayı da gerilme bileşenlerinin integrali sıfırdır.

Düzlem yüklemesi ve sadece eğilme durumlarına simetrik olmayan tabakaların davranışı esas itibarı ile farklıdır. İleride anlatılacağı üzere, düzlem yüklemesi, düzlem şekil değiştirmeyi kadar eğilme şekil değiştirmeyi oluşturur. Tersine eğilme yüklemesi yada momenti eğilme şekil değiştirmeyi kadar düzlem şekil değiştirmeyi oluşturur.

İki malzemeden oluşmuş simetrik olmayan lamine bir kompozit Şekil.2.8'deki gibi M momenti ile eğilirse κ eğriliği oluşur[7]. Bunun yanında düzlem yükü P uygulandığında orta-düzlemdeki şekil değiştirme ε^o sıfır olur. Kirchhoff-Love varsayımına göre; kalınlık boyunca şekil değiştirme dağılımı lineerdir ve orta-düzleme göre simetriktir. Her tabakada lineer dağılım gerilme, her tabakanın rijitlik özelliğine bağlı olan büyüklüğü, orta düzleme göre simetrik olmayan bir davranış gösterir. Simetrik laminelerde saf eğilme durumunda sonuçta oluşan gerilme sıfırdır lakin kalınlık boyunca gerilme integrasyonu yok olmayacak ve düzlemde oluşan gerilme değeri sıfır olmayacaktır. N tabakalı genel lamineler için sonuçta oluşan gerilme

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_{(k)} dz \quad (2.14)$$

şeklinde ifade edilir.



Şekil 2.8. Simetrik Olmayan Laminelerde Şekil Değişimi ve Gerilme Dağılımı

Gerilme-şekil değiştirme $\sigma = Q\varepsilon$ (Burada Q malzemenin indirgenmiş rijitlik matrisidir) bağıntısı ve şekil değiştirme-eğrilik bağıntısı $\varepsilon_x = z\kappa_x$, $\varepsilon_y = z\kappa_y$ ve $\gamma_{xy} = z\kappa_{xy}$ leri ve denklem (2.14) te yerine konursa

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \left(\sum_{k=1}^N Q_{(k)} \int_{z_{k-1}}^{z_k} z dz \right) \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.15)$$

elde edilir.

Burada matris B bileşenleri

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N Q_{ij(k)} (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (2.16)$$

şeklinde verilir.

B matrisine *Coupling matrisi* denir ve denklem (2.15) matris notasyonu ile

$$N = B\kappa \quad (2.17)$$

şeklinde gösterilir.

Simetrik olmayan gerçek tabakalar için orta-düzlemdeki saf eğilme şekil değiştirmesi sıfır değeri ile ve tabakaların düzlemdeki rijitliğinin sonlu orta-düzlem şekil değiştirmenin birleşimi gerçek şekil değiştirme dağılımını verir.

Bu denklem (2.17) ve $N = A\varepsilon^0$ ile birleştirilmesi ile

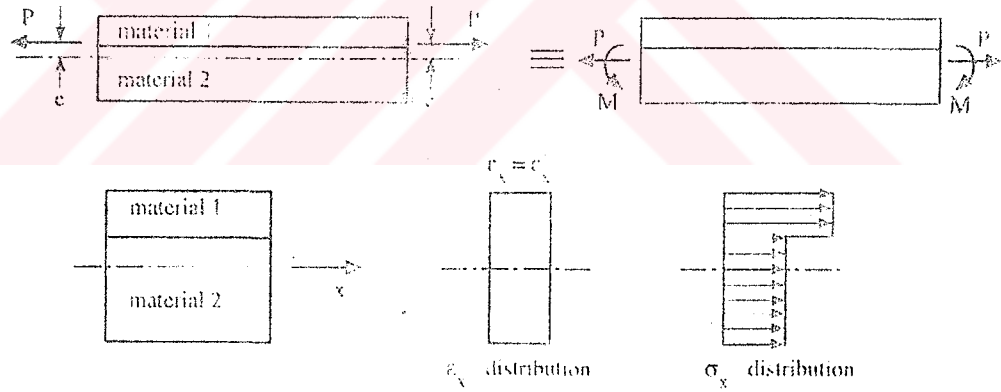
$$N = B\kappa + A\varepsilon^0 \quad (2.18)$$

şeklini alır.

Simetrik olmayan lamine için eğriliğin olmadığı düzlem şekil değiştirme durumunu göz önüne alalım. Kalınlık boyunca oluşan şekil değiştirme, orta düzlemdeki şekil değiştirme ε^o sabittir ve her tabakadaki gerilme değeri de sabittir. Şekil.2.9'da görüldüğü gibi gerilme profilinin simetrik olmaması bir moment doğurur[7]. Ortaya çıkan moment tanımından başlayarak ve şekil değiştirmelerin sabit olduğunu gerçeğini kullanarak,

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^N Q_{(k)} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix}_{(k)} dz = \left(\sum_{k=1}^N Q_{(k)} \int_{z_{k-1}}^{z_k} dz \right) \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \varepsilon_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (2.19)$$

elde edilir.



Şekil 2.9. Simetrik Olmayan Laminelerde Düzlemsel Şekil Değişimi

Şekil değiştirme vektörünün önündeki matris terimleri saf eğilme durumu denklem (2.15) ile aynıdır. Bu nedenle sonuçla ortaya çıkan moment ile düzlemdeki şekil değiştirme bileşenleri arasında şöyle bir ilişki yazılabilir.



$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (2.20)$$

matris notasyonunda

$$M = B\varepsilon^0 \quad (2.21)$$

Eğer dışardan eğilme momenti uygulanırsa düzlem yükler yok iken denklem (2.21) düzlemsel deformasyonlar görülebilir. $M = D\kappa$ de verildiği gibi uygulanırsa eğilme momentleri eğriliğe neden olabilir. Sonuç olarak oluşan deformasyon durumu düzlem ve eğilme deformasyonlarının birleşimidir

$$M = B\varepsilon^0 + D\kappa \quad (2.22)$$

Burada

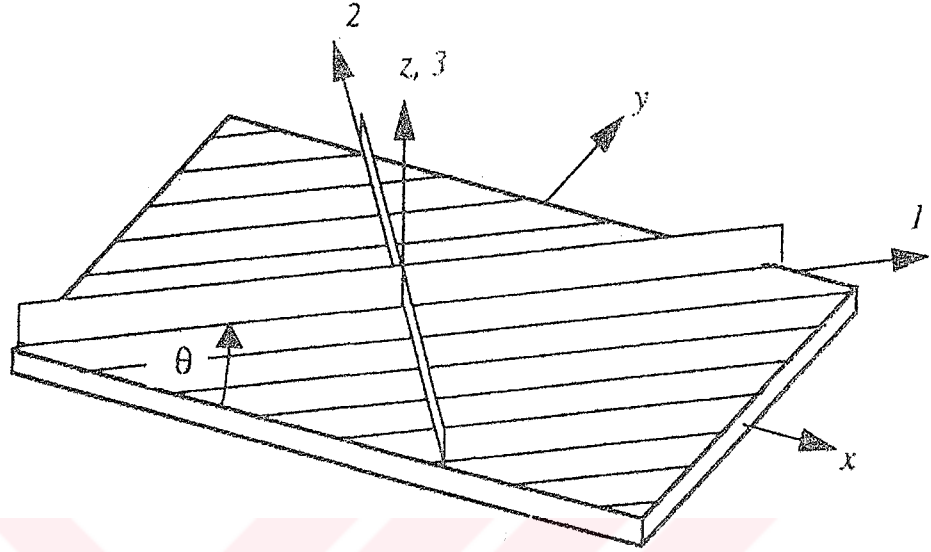
$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N Q_{ij} (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (2.23)$$

şeklindedir.

2.6.3. Ortotropik Tabakalar

İzotropik tabakaları, fiber-takviyeli tabakalar yer değiştirmek temel yapısal lamine bağlantılarında bir değişiklik yapmadan sadece gerilme-şekil değiştirme tabakasındaki ilişkiyi etkiler. Bununla birlikte tek tabakalar yönlü özelliklere sahiptir. Tek yönlü fiber takviyeli katmanlar için iki tane dik simetri düzlemi vardır ve bunlar malzeme özelliklerinin iki asal eksenidir(bkz. Şekil.2.10, [7]). Bu asal eksenler, fiberlerin yönünü ve fiberlere dik yönü gösterir (aynı zamanda ileriki bölümlerde sırası ile 1 ve 2 alt indisi ile gösterilecektir). Böyle tabakalara ortotropik ve 1-2 eksenlerine de ortotropik asal eksenleri diye adlandırılır. Laminenin ortotropik asal

eksenleri θ açısı ile yönlendirildiği zaman lamine davranışı anizotropik malzeme karakteristiğine sahip olur ve gözlenir. Bunun yanında lamine hala ortotropik ve genel ortotropik olarak adlandırılır.



Şekil 2.10. Ortotropik Tabaka İçin Malzeme Simetri Düzlemleri

2.6.3.1. Ortotropik Tabakalar İçin Gerilme-Şekil Değişirme İlişkisi

Ortotropik bir lamine için malzemenin asal eksenlerinde gerilme-şekil değişirme ilişkisi aşağıdaki dokuz bağımsız sabitle oluşturulmuş denklem seti ile verilir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.24)$$



C_{ij} terimlerinin ortotropik mühendislik sabitleri ile $E_1, E_2, E_3, G_{12}, G_{23}, G_{31}$ ve ν_{ij} ile ifadeleri

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{E_1(1 - \nu_{23}\nu_{32})}{\Delta}, \quad C_{12} = \frac{E_1(\nu_{21} + \nu_{23}\nu_{31})}{\Delta}, \quad C_{13} = \frac{E_1(\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32})}{\Delta} \\ C_{21} &= \frac{E_2(\nu_{12} + \nu_{13}\nu_{32})}{\Delta}, \quad C_{22} = \frac{E_2(1 - \nu_{13}\nu_{31})}{\Delta}, \quad C_{23} = \frac{E_2(\nu_{12}\nu_{31} + \nu_{32})}{\Delta} \\ C_{31} &= \frac{E_3(\nu_{13} + \nu_{12}\nu_{23})}{\Delta}, \quad C_{32} = \frac{E_3(\nu_{13}\nu_{21} + \nu_{23})}{\Delta}, \quad C_{33} = \frac{E_3(1 - \nu_{12}\nu_{21})}{\Delta} \end{aligned} \quad (2.25)$$

Burada

$$\Delta = 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{13}\nu_{31} - \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} - \nu_{13}\nu_{21}\nu_{32} - \nu_{23}\nu_{32} \quad (2.26)$$

ve

$$C_{44} = G_{23}, \quad C_{55} = G_{13}, \quad C_{66} = G_{12} \quad (2.27)$$

Önceki denklemlerde üç elastisite modülü ve üç kayma modülüne ek olarak altı Poisson oranı mevcuttur bu da toplam oniki mühendislik sabitini verir. Bununla birlikte sadece dokuz sabit bağımsızdır. Aşağıdaki karşılıklı üç ifade C_{ij} terimlerinin dokuz bağımsız malzeme sabiti ile tamamlamasında kullanılır.

$$\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1}, \quad \frac{\nu_{31}}{E_3} = \frac{\nu_{13}}{E_1} \quad \text{ve} \quad \frac{\nu_{23}}{E_2} = \frac{\nu_{32}}{E_3} \quad (2.28)$$

Düzlem dışında bir kuvvet etkiyorsa bir ince tabaka için, düzlem gerilme varsayımı ile, 1-2 malzeme asal eksenlerinde

$$\sigma_3 = 0, \quad \tau_{23} = 0 \quad \text{ve} \quad \tau_{31} = 0 \quad (2.29)$$

ile

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (2.30)$$

gerilme-şekil değiştirme ilişkisine indirgenir.

Burada Q_{ij} ler indirgenmiş rijitliktir ve asal eksenlerdeki dört bağımsız mühendislik malzeme sabiti ile aşağıdaki gibidir.

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}},$$

ve

$$Q_{66} = G_{12} \quad (2.31)$$

Bu malzeme sabitlerinin ikisi 1 ve 2 yönlerindeki elastisite modülleri E_1 ve E_2 dir. Diğer iki malzeme sabitleri, 1-2 düzlemindeki kayma modülü G_{12} ve major Poisson oranı ν_{12} dir. Major Poisson oranı 2 yönündeki şekil değiştirme ε_2 nin 1 yönündeki şekil değiştirme olan ε_1 ye negatif oranıdır. Minor Poisson oranı ise $\nu_{12} = -\varepsilon_1 / \varepsilon_2$ ile tanımlanır. ν_{12} ve ν_{21} ile arasında şu ilişki mevcuttur.

$$\nu_{21} = \frac{E_2}{E_1} \nu_{12} \quad (2.32)$$

Düzlem gerilme varsayımında kalınlık boyunca şekil değiştirme varlığı yok sayılır. Denklem (2.29) nın ilk eşitliği ve denklem (2.24) in ilk satırından kalınlık boyunca şekil değiştirme değeri çözülebilir.

$$\varepsilon_3 = -\frac{C_{13}}{C_{33}}\varepsilon_1 - \frac{C_{23}}{C_{33}}\varepsilon_2 \quad (2.33)$$

Denklem (2.25)deki C_{ij} lerin ifadesini kullanarak, denklem (2.33) malzemenin mühendislik özellikleri cinsinden ifade edilebilir.

$$\varepsilon_3 = \frac{\nu_{31} + \nu_{32}\nu_{21}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}\varepsilon_1 - \frac{\nu_{32} + \nu_{31}\nu_{12}}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}\varepsilon_2 \quad (2.34)$$

Burada çeşitli ν_{ij} Poison oranları denklem (2.28) ten hesaplanabilir.

2.6.3.2. Belli Bir Açılı ile Yönlendirilmiş Ortotropik Tabakalar

Ortotropik tabakalar genelde x-y referans koordinat sistemine göre döndürülürler. Gerilme-şekil değiştirme ilişkisi asal eksenlerde verilir. Denklem (2.30) daki denklem referans eksenlerine göre dönüştürülmelidir. Gerilme ve şekil değiştirmelerin dönüştürülmesi

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = T \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = T \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.35)$$

ile elde edilir. Burada ε_{xy} ve ε_{12} tensörel kayma şekil değiştirmesidir ve mühendislik kayma şekil değiştirmesinin yarısı kadardır.

$$\varepsilon_{xy} = \frac{\gamma_{xy}}{2}, \quad \varepsilon_{12} = \frac{\gamma_{12}}{2} \quad (2.36)$$

ve transformasyon matrisi

$$T = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix}, \quad m = \cos \theta, \text{ ve } n = \sin \theta \quad (2.37)$$

şeklinde verilir.

Şekil değiştirme transformasyon bağıntısını şekil değiştirme tensör notasyonundan mühendislik şekil değiştirme notasyonuna çevirmek için, transformasyon matrisi önce R matrisi ardından R' nin tersi ile sondan matris çarpımı yapılır, sırası ile

Burada

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = R \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

mühendislik şekil değiştirmesi için transformasyon matrisi

$$T_e = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & mn \\ n^2 & m^2 & -mn \\ -2mn & 2mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

şeklindedir.

Denklem (2.30) a gerilme ve mühendislik şekil değişimi için transformasyon bağıntılarını yazarsak

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = T^{-1} Q R T R^{-1} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.40)$$

elde edilir.

Bu transformasyon

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.41)$$

i üretir. Burada indirgenmiş transformasyon rijitliği $\bar{Q}_{ij}$ ler Q_{ij} ile ilişki içindedir.

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta, \\ \bar{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ \bar{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \end{aligned} \quad (2.42)$$

Bu denklemler fiber yönlendirme açısı θ nın sinüs ve kosinüs kuvvetleri trigonometrik bağıntılar kullanılarak 2θ ve 4θ cinsinden daha basit bir forma getirilebilir. Tsai ve Pagano (1968) aşağıdaki malzeme özelliklerini aşağıdaki gibi tanımlamıştır[7].

$$\begin{aligned} U_1 &= \frac{1}{8}(3Q_{11} + 3Q_{22} + 2Q_{12} + 2Q_{66}) \\ U_2 &= \frac{1}{2}(Q_{11} - Q_{22}) \\ U_3 &= \frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66}) \\ U_4 &= \frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{22} + 6Q_{12} - 4Q_{66}) \\ U_5 &= \frac{1}{8}(Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} + 4Q_{66}) \end{aligned} \quad (2.43)$$

ile indirgenmiş transformasyon rijitliğini denklem (2.41) den

$$\begin{aligned}
\bar{Q}_{11} &= U_1 + U_2 \cos 2\theta + U_3 \cos 4\theta \\
\bar{Q}_{12} &= U_4 - U_3 \cos 4\theta \\
\bar{Q}_{22} &= U_1 - U_2 \cos 2\theta + U_3 \cos 4\theta \\
\bar{Q}_{16} &= \frac{1}{2} U_2 \sin 2\theta + U_3 \sin 4\theta \\
\bar{Q}_{26} &= \frac{1}{2} U_2 \sin 2\theta - U_3 \sin 4\theta \\
\bar{Q}_{66} &= U_5 - U_3 \cos 4\theta
\end{aligned} \tag{2.44}$$

elde edilmiştir.

U 'lar ve Q 'lar katmer (ply) oryantasyonundan bağımsız iken $\bar{Q}$ ler ise katmer oryantasyonuna bağlıdır. Denklem (2.44) deki indirgenmiş rijitlik $\bar{Q}_{11}$, $\bar{Q}_{12}$, $\bar{Q}_{22}$ ve $\bar{Q}_{66}$ deki sabitler U_1 , U_4 ve U_5 katmer oryantasyonuna bağlı olmaması avantaj sağlar. Bu nedenle U lar bazen malzeme değişmezi diye adlandırılır.

2.6.3.3. Ortotropik Katmer Lamineleri

Tek yönlü özelliklere sahip katmerlerin bir araya getirilmesi kullanılan kabul aynıdır. Bu klasik lamine teorisi (classical lamination theory, CLT) sonsuz ince birleştirme çizgisi ile mükemmel birleştirilmiş ve birleştirme-çizgisinde düzlem deformasyonlarının sürekli olduğu kabul edilir. Düzlem yükleme durumundaki kalınlık boyunca şekil değiştirme dağılımı ϵ^o sabit ve kalınlık boyunca da lineer varsayımı ile, $\epsilon_x = z\kappa_x$, $\epsilon_y = z\kappa_y$ ve $\gamma_{xy} = z\kappa_{xy}$, eğilme yükü durumunda süperimpoze edilebilir. Şekil değiştirme dağılımı

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x^o \\ \epsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \tag{2.45}$$

elde edilir. Burada üst indis ^{o} orta düzlem şekil değiştirmelerini gösterir ve κ eğriligi kalınlık boyunca sabittir Bu nedenle k katmerdeki gerilme, belirli

katmerdeki indirgenmiş rijitlik terimleri denklem (2.45) in gerilme-şekil değiştirme ilişkisi denklem (2.41) e yazılması ile ifade edilir.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_{(k)} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.46)$$

Sonuçta laminenin kesit alanının birim genişliğinde ortaya çıkan her katmerin kalınlık boyunca gerilme integrasyonu ile elde edilir.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_{(k)} dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} dz \quad (2.47)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_{(k)} z dz = \sum_{k=1}^N \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} z dz \quad (2.48)$$

Denklem (2.46) yerine konursa aşağıdaki lamine için yapısal bağıntıları elde edilir

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.49)$$

ve

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2.50)$$

Burada

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_{(k)} (z_k - z_{k-1}) \quad (2.51)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_{(k)} (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (2.52)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_{ij})_{(k)} (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (2.53)$$

Denklem (2.49) ve denklem (2.50) matris formunda

$$N = A\varepsilon^o + B\kappa \quad (2.54)$$

$$M = B\varepsilon^o + D\kappa \quad (2.55)$$

şeklinde yazılabilir.

Bazen sinüs ve cosinus açıların katlı halleri daha kullanışlı olabilir (2θ , 4θ vs...)

Denklem (2.51-53) ün integral formundan başlayarak

$$\{A_{11}, B_{11}, D_{11}\} = \int_{-h/2}^{h/2} \bar{Q}_{11} \{1, z, z^2\} dz \quad (2.56)$$

ve her tabakanın aynı malzemeden yapıldığını farz ederek

$$\{A_{11}, B_{11}, D_{11}\} = U_1 \left\{ h, 0, \frac{h^3}{12} \right\} + U_2 \int_{-h/2}^{h/2} \cos 2\theta \{1, z, z^2\} dz + U_3 \int_{-h/2}^{h/2} \cos 4\theta \{1, z, z^2\} dz \quad (2.57)$$

elde edilir

Benzer ifadeler diğer rijitlik terimleri için bulunabilir ve Tablo.2.3'de özetlenmiştir[7]. Buradaki V ler aşağıdaki gibidir.



Tablo 2.3. Lamine Sabitleri Cinsinden A, B, D Matrisleri

	$V_{0\{A,B,D\}}$	$V_{1\{A,B,D\}}$	$V_{2\{A,B,D\}}$	$V_{3\{A,B,D\}}$	$V_{4\{A,B,D\}}$
$\{A_1, B_1, D_1\}$	U_1	U_2	0	U_3	0
$\{A_{1s}, B_{1s}, D_{1s}\}$	0	$-U_2$	0	U_3	0
$\{A_2, B_2, D_2\}$	0	0	0	U_3	0
$\{A_{2s}, B_{2s}, D_{2s}\}$	0	0	0	U_3	0
$2\{A_{1c}, B_{1c}, D_{1c}\}$	0	0	U_3	0	$2U_4$
$2\{A_{2c}, B_{2c}, D_{2c}\}$	0	0	U_3	0	$-2U_4$

$$V_{0\{A,B,D\}} = \left\{ h, 0, \frac{h^3}{12} \right\},$$

$$V_{1\{A,B,D\}} = \int_{-h/2}^{h/2} \cos 2\theta \{1, z, z^2\} dz$$

$$V_{2\{A,B,D\}} = \int_{-h/2}^{h/2} \sin 2\theta \{1, z, z^2\} dz$$

$$V_{3\{A,B,D\}} = \int_{-h/2}^{h/2} \cos 4\theta \{1, z, z^2\} dz$$

$$V_{4\{A,B,D\}} = \int_{-h/2}^{h/2} \sin 4\theta \{1, z, z^2\} dz \quad (2.58)$$

Örneğin A_{12} ve B_{12} ifadeleri

$$A_{12} = U_4 V_{0A} - U_3 V_{3A} = hU_4 - U_3 \int_{-h/2}^{h/2} \cos 4\theta dz \text{ ve}$$

$$B_{11} = U_1 V_{0B} + U_2 V_{1B} + U_3 V_{3B} = U_2 \int_{-h/2}^{h/2} \cos 2\theta \{z\} dz + U_3 \int_{-h/2}^{h/2} \cos 4\theta \{z\} dz \quad (2.59)$$

gibidir.

Her tabakada fiber yönlendirme açısı θ kalınlık boyunca sabit olduğunda denklem (2.58) deki integral seti toplam şeklinde yazılabilir. İntegralleri toplam şeklinde yer değiştirdikten sonra ve her bir tabaka kalınlığı enince integrasyona tabi tutulursa, V terimleri aşağıdaki formu alır.



$$\begin{aligned} V_{1\{A,B,D\}} &= \sum_{k=1}^N \cos 2\theta_{(k)} \left\{ t_k, t_k \bar{z}_k, t_k (z_k^2 - 2z_k z_{k-1} + z_{k-1}^2) \right\} \\ V_{2\{A,B,D\}} &= \sum_{k=1}^N \sin 2\theta_{(k)} \left\{ t_k, t_k \bar{z}_k, t_k (z_k^2 - 2z_k z_{k-1} + z_{k-1}^2) \right\} \\ V_{3\{A,B,D\}} &= \sum_{k=1}^N \cos 4\theta_{(k)} \left\{ t_k, t_k \bar{z}_k, t_k (z_k^2 - 2z_k z_{k-1} + z_{k-1}^2) \right\} \\ V_{4\{A,B,D\}} &= \sum_{k=1}^N \sin 4\theta_{(k)} \left\{ t_k, t_k \bar{z}_k, t_k (z_k^2 - 2z_k z_{k-1} + z_{k-1}^2) \right\} \end{aligned} \quad (2.60)$$

burada $t_k = z_k - z_{k-1}$ tabaka kalınlığı ve $\bar{z}_k = (z_k + z_{k-1})/2$ laminenin orta-düzleminden k . tabakanın orta-düzlemine ölçülen z koordinatıdır.



3. LAMİNE KOMPOZİTLER İÇİN KRİTERLERİ



3.1. Fiber Takviyeli Ortotropik Tabakaların Hasarı

İki boyutlu gerilme durumu için izotropik malzemelerde asal gerilmelerin büyüklükleri hasar tahmini için yeterlidir. Burada yönden bağımsız olarak asal gerilmeler büyüklük olarak malzemenin limit dayanıklılığı ile karşılaştırılır ve hasara uğrayıp uğramayacağı tesbit edilir. İzotropik malzeme ile tek yönlü fiber takviyeli kompozit malzemeler arasındaki başlıca fark makro seviyede dayanıklılığın yöne bağlı olmasıdır.

Bölüm 2’de bahsedildiği üzere kompozit malzemeler fiber yönünde, fiber yönüne dik olan yöne göre daha dayanıklıdır. Fiberlere paralel uygulanan basma ve çekme kuvveti için malzeme dayanıklılığı fiber hasarına göre belirlenir. Fiberlerin enine yüklenmesinde ise hasar daha dayanıksız olan matris malzemenin kontrolündedir.

Burada dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta var oda fiber boyunca ve fiberlere dik olan yönler, malzeme ortotropisinin asal eksenleri olan yönlerdir. Bu bölümün kalan kısımlarında σ_1 ve σ_2 malzemenin asal eksenlerindeki gerilmeler olarak ifade edilecektir. Bunlar fiber boyunca ve fiberlere dik yöndeki gerilmelerdir. İzotropik malzemelerdeki asal gerilmeler değildir. İzotropik malzemelerdeki üç farklı dayanım büyüklüğüne (basma, çekme ve kaymaya) karşı fiberli kompozitlerde beş tane dayanım özelliği mevcuttur. basma çekme ikişer tane (biri fiber yönünde diğeri fiberlere dik yönde) ve bir tane kayma dayanımı.

3.1.1. Maksimum Gerilme Ve Maksimum Şekil Değiştirme Kriteri

Fiber takviyeli tabakalar için en basit hasar tesbiti yöntemlerinden biri maksimum gerilme ve maksimum şekil değiştirme kriteridir ve bu aynı izotropik malzemelerde olduğu gibidir. Maksimum gerilme değeri aşıldığında fiber yönünde veya fiberlere dik olan yönde hasar tahmini yapılır. Hasar zarfı normal gerilme altında

$$\sigma_1, \sigma_2 > 0 \text{ için } \sigma_1 < X_t, \quad \sigma_2 < Y_t \quad (3.1)$$

$$\sigma_1, \sigma_2 > 0 \text{ için } \sigma_1 > -X_c, \quad \sigma_2 > -Y_c \quad (3.2)$$

şeklinde tanımlanır. Burada X ve Y fiber yönü boyunca ve fiberlere dik yöndeki en son dayanımı ifade eder. Fiberli tabakaların dayanımı basma ve çekmede farklılık gösterebilirler. Ayırt edilmesi için alt indis t (tension: çekme) ve c (compression: basma) kullanılacaktır. (X_c ve Y_c basma gerilmesinin izin verilen büyüklüğünü gösterir ve pozitif bir değerdir). Daha önce bahsedildiği üzere σ_1 ve σ_2 fiber boyunca ve fiberlere dik yönlerdeki gerilmelerdir, izotropik haller için kullanılan asal gerilmeler değildir.

Normal gerilme ile hasar başlamış ise, fiberli kompozit yapı kayma gerilmesinden dolayı hasara uğrayabilir. Kayma gerilmesi için maksimum gerilme kriteri

$$|\tau_{12}| < S \quad (3.3)$$

şeklini alır. Burada S en son kayma dayanım noktasını belirtmekte ve τ_{12} malzemenin asal yönündeki kayma gerilmesi (maksimum kayma gerilmesi değildir).

Maksimum şekil değiştirme kriteri benzer şekilde işlemektedir ve aşağıdaki eşitsizliklerin biri aşıldığında hasar meydana gelir.

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0 \text{ için} \quad \varepsilon_1 < \varepsilon_1^t = \frac{X_t}{E_1}, \quad \varepsilon_2 < \varepsilon_2^t = \frac{Y_t}{E_2} \quad (3.4)$$

$$\varepsilon_1, \varepsilon_2 < 0 \text{ için} \quad \varepsilon_1 > -\varepsilon_1^c = -\frac{X_c}{E_1}, \quad \varepsilon_2 > -\varepsilon_2^c = -\frac{Y_c}{E_2} \quad (3.5)$$

$$|\gamma_{12}| < \gamma_{12}^s = \frac{S}{G_{12}} \quad (3.6)$$

3.1.2. Tsai-Hill Kriteri

Hasar mekanizmalarında maksimum gerilme ve maksimum şekil değiştirme kriteri, farklı gerilme bileşenlerinin etkileşimi olduğunda hatalara neden olmaktadır. Deneysel gözlemlerden hem izotropik hem de ortotropik, fiber takviyeli, malzemeler için bu tür etkileşimler malzemenin hasarını etkilediği izlenmiştir. Von Misses kriterine benzer kuadratik hasar kriteri bu gerilme etkileşimini hesaba katabilir.

Kompozit tabakalar için çeşitli kuadratik hasar kriterleri mevcuttur. En çok kullanılanları Tsai-Hill, Hoffman ve Tsai-Wu kriterleridir. Bu alt bölümde Tsai-Hill ve Hoffman kriterinden bahsedilecektir.

Hill, Von Misses'in basma ve çekme de eşit dayanımlı anizotropik malzemeler için akma kriterinin bir uzantısını ileri sürmüştür. Üç boyutlu gerilme durumu için, Hill kriteri

$$F(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + G(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + H(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + L\tau_{23}^2 + M\tau_{13}^2 + N\tau_{12}^2 < 1 \quad (3.7)$$

şeklindedir. Burada gerilme katsayıları farklı yönlerdeki akma dayanımı ile ilgilidir. Tsai, Hill'in fiberli kompozitler için enlemesine ve kayma hasar dayanımlarına göre katsayıları X , Y ve S sırası ile, düzenlemiştir. Hasar durumundaki bir çekme test modeli için ($\sigma_1 = X_b$, $\sigma_2 = \sigma_3 = \tau_{ij} = 0$), Hill kriteri

$$(F + H)X_t^2 = 1 \quad (3.8)$$

şekline indirgenir.

Benzer şekilde 2 ve 3 yönlerindeki eksenel olmayan testlerde

$$(F + G)Y_t^2 = 1 \quad \text{ve} \quad (G + H)Y_t^2 = 1 \quad (3.9)$$

şekline dönüşür. Hasar gerilmesi 2 ve 3 yönlerinde Y_t ye eşittir. Denklem (3.8) ve denklem (3.9) un çözümünden

$$F = \frac{1}{2X_t^2}, \quad G = \frac{1}{Y_t^2} - \frac{1}{2X_t^2} \quad \text{ve} \quad H = \frac{1}{2X_t^2} \quad (3.10)$$

elde edilir.

Düzlem gerilme yaklaşımı ile denklem (3.7) Tsai-Hill kriterine dönüşür.

$$\frac{1}{X_t^2}\sigma_1^2 + \frac{1}{Y_t^2}\sigma_2^2 - \frac{1}{X_t^2}\sigma_1\sigma_2 + \frac{1}{S^2}\tau_{12}^2 < 1 \quad (3.11)$$

Burada son katsayı N denklem (3.7) deki, S 'deki hasara neden olan saf τ_{12} gerilme bileşenleri, σ_1 veya σ_2 , basma şeklinde ise; buna karşılık gelen dayanım büyüklüğü, X_t veya Y_t , tam benzeri ile yer değiştirilir.

Hill kriterinin farklı çekme ve basma dayanımlarına izin veren genelleştirilmiş halini Hoffman tarafından ileri sürülmüştür.

$$F(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + G(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + H(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + P\sigma_1 + Q\sigma_2 + R\sigma_3 + L\tau_{23}^2 + M\tau_{13}^2 + N\tau_{12}^2 < 1 \quad (3.12)$$

Katsayılar Tsai-Hill kriterinde olduğu gibi basit yükleme koşulları altında elde edilen sonuçlar ile elde edilir. Bu durum için, her normal gerilme yönü için iki deneyden elde edilen sonuçlar kullanılır, bir basma ve biride çekme. Katsayıların hesabı ile Hoffman kriteri elde edilir.

$$\frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + \left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \right) \sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) \sigma_2 + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} < 1 \quad (3.13)$$

3.1.3. Tsai-Wu Kriteri

Düzlem gerilme varsayımı altında ortotropik malzemeler için daha genel bir hasar kriteri aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\tau_{12}^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2F_{16}\sigma_1\tau_{12} + 2F_{26}\sigma_2\tau_{12} + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 + F_6\tau_{12} < 1 \quad (3.14)$$

Dayanım katsayıları F_{11} , F_{22} , F_{66} , F_{12} , F_{16} , F_{26} , F_1 , F_2 ve F_6 tek yönlü fiber takviyeli test modellerin basit yükleme koşulu altındaki deney sonuçlarından hesaplanabilir. Örneğin, eğer test modelin hasar gerilmesi kadar çekme ve basma, X_t ve X_c , şeklinde fiber yönünde yük uygulanırsa,

$$F_{11}X_t^2 + F_1X_t = 1 \quad (3.15)$$

$$F_{11}X_c^2 - F_1X_c = 1 \quad (3.16)$$

elde edilir. denklemler (3.15) ve denklemler (3.16) iki bilinmeyenli iki denklem ve çözümü

$$F_1 = \frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \quad \text{ve} \quad F_{11} = \frac{1}{X_t X_c} \quad (3.17)$$

Diğer başka bir denklem seti, denklemler (3.15) ve denklemler (3.16) ya benzer şekilde, fiber yönünün enine çekme ve basma testi ile elde edilir.

$$F_{22}Y_t^2 + F_2Y_t = 1 \quad (3.18)$$

$$F_{22}Y_c^2 - F_2Y_c = 1 \quad (3.19)$$

çözümü

$$F_1 = \frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \text{ ve } F_{22} = \frac{1}{Y_t Y_c}$$

(3.20)

Test modelin hasar gördüğü ($\tau_{12} = \pm S$) gerilme seviyesinde saf pozitif ve negatif kayma testi yapıldığını varsayarsak.

$$F_{66}S^2 + F_6S = 1 \text{ ve } F_{66}S^2 - F_6S = 1 \quad (3.21)$$

Bu denklemlerden

$$F_6 = 0 \text{ ve } F_{66} = \frac{1}{S^2} \quad (3.22)$$

elde edilir.

$|\tau_{12}| > 0$, $\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 > 0$ ve $\sigma_1 / \tau_{12} = \pm r$ olduğu test için model, $\tau_{12} = \pm S_{comp}$ de hasar görür ve denklem (3.14)

$$F_{11}r^2S_{comp}^2 + F_{66}S_{comp}^2 + 2F_{16}rS_{comp}^2 + F_1rS_{comp} = 1 \quad (3.23)$$

olur. Burada S_{comp} kayma yönünden bağımsızdır.

$$F_{11}r^2S_{comp}^2 + F_{66}S_{comp}^2 - 2F_{16}rS_{comp}^2 + F_1rS_{comp} = 1 \quad (3.24)$$

denklem (3.24) ten denklem (3.23) çıkarılırsa

$$F_{16} = 0 \quad (3.25)$$

elde edilir.

Benzer şekilde σ_2 ve τ_{12} için uygulanırsa



$$F_{26} = 0$$

(3.26)

elde edilir.

Belirlenmesi gereken tek katsayı, F_{12} , hasar durumunda iki normal gerilmenin etkileşimini gösterir.

$$\frac{1}{X_t X_c} \sigma_1^2 + \frac{1}{Y_t Y_c} \sigma_2^2 + \frac{1}{S^2} \tau_{12}^2 + 2F_{12} \sigma_1 \sigma_2 + \left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \right) \sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) \sigma_2 < 1 \quad (3.27)$$

Bu katsayı için değişik fikirler öne sürülmüştür. Örneğin Narayanasami ve Adelman $F_{12} = 0$ kabul edip, etkileşim yok kabulü yapmışlardır. Örneğin $F_{12} = -1/2 X_t^2$ ve $X_t = X_c$ ve $Y_t = Y_c$ kabulü ile Tsai-Hill, ve $F_{12} = -1/2 X_t X_c$ kabulü ile Hoffman kriterine indirgenebilir.

Von Misses kriterine benzeterek elde edilen kritere Tsai-Wu kriteri denmektedir.

$$\sigma_1^* = \sqrt{F_{11}} \sigma_1, \quad \sigma_2^* = \sqrt{F_{22}} \sigma_2, \quad \tau_{12}^* = \sqrt{F_{66}} \tau_{12} \quad (3.28)$$

Normalize edilmiş dayanım katsayıları

$$F_1^* = \frac{F_1}{\sqrt{F_{11}}}, \quad F_2^* = \frac{F_2}{\sqrt{F_{22}}}, \quad F_{12}^* = \frac{F_{12}}{\sqrt{F_{11} F_{22}}} \quad (3.29)$$

ve denklem (3.27) tekrar yazılırsa

$$\sigma_1^{*2} + \sigma_2^{*2} + \tau_{12}^{*2} + 2F_{12}^* \sigma_1^* \sigma_2^* + F_1^* \sigma_1^* + F_2^* \sigma_2^* < 1 \quad (3.30)$$

İzotropik malzeme için $X_t = X_c = Y_t = Y_c$, $F_1^* = F_2^* = 0$ ve asal gerilme durumu için, $\tau_{12}^* = \tau_{12} = 0$. denklem (3.30)



$$F_{12}^* = -\frac{1}{2}$$

veya

$$F_{12} = -\frac{1}{2\sqrt{X_t X_c Y_t Y_c}} \quad (3.32)$$

seçimi ile Von Misses kriterine dönüşür.

Bu seçim ile Tsai-Wu kriteri

$$\frac{\sigma_1^2}{X_t X_c} + \frac{\sigma_2^2}{Y_t Y_c} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sqrt{X_t X_c Y_t Y_c}} + \left(\frac{1}{X_t} - \frac{1}{X_c} \right) \sigma_1 + \left(\frac{1}{Y_t} - \frac{1}{Y_c} \right) \sigma_2 < 1 \quad (3.33)$$

şeklindedir.

3.2. Tabakalı Kompozitlerin Hasarı

Tek tabakanın bileşik gerilme durumu için mukavemetini tespit ettiğimizde laminenin mukavemetinin tahmini için ilerleme kaydedebiliriz. Laminenin mukavemetinin tahmini, temeli 2. bölümdeki klasik lamine teorisine dayanan, her bir tabakanın gerilme durumunu geliştirerek gerçekleştirilir. Bu ünitenin girişinde söz edildiği gibi, önemli olan laminenin hasarını oluşturan etkenlerin tespit edilmesidir.

Bir laminede, tabakalardaki gerilme değişikyoryantasyon veya farklı malzeme özelliklerinden dolayı genellikle farklıdır. Bu yüzden bazı tabakalar diğer tabakalaragöre daha önce gerilme limitlerine ulaşırlar ve ilk olarak hasara uğrarlar. Bu durum ilk katmer hasarı (first-ply failure) olarak adlandırılır. Sünek tabakalardan oluşan laminelerde, bu tarz hasarlar tabakalarda lokal akmlar şeklinde kendini gösterir öyle ki lokal hasar bölgesinin çevresindeki yükler kademeli olarak bitişik tabakalara yıkıcı bir hasar durumu olmadan (without catastrophic failure)aktarılır. Akma durumu hasarı başlatmasına rağmen, malzeme çoğu zaman sabit yükler altındaki plastik duruma yükleme durumu giderek artmasına rağmen dayanır.

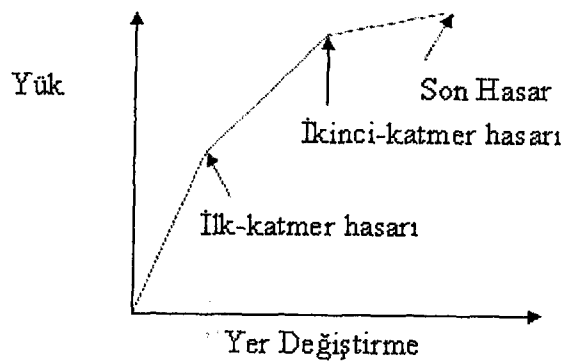


Bir fiber takviyeli lamine, ilk hasarın doğasına ve gerilmenin mertebesine bağlı olarak, hasar başlangıç yüklerinden daha fazlasını taşıyabilir veya taşıyamaz. Bu davranışa katkıda bulunan iki durum mevcuttur. İlki, birçok kompozit laminayı oluşturan malzemeler doğaları gereği gevrekler ve lokal hasarları yeterince tolere edemezler. Akmanın lokal olarak kalmaması, hasar başlangıcı noktaları etrafındaki lokal gerilme konsantrasyonlarının açığa çıkmasına yardım eder, bu da kararsız gevrek kırılma durumuna bağlı olarak laminenin yıkımsal (catastrophic) hasarına sebep olur. Bu davranış kompozit laminenin tabakalı doğasından dolayı zayıf tabakalar arası normal mukavemetinden dolayı giderek zorlaşır. Basma yükleri altında, örneğin, yük taşıyan tabakanın hasarı kalınlık boyunca kusurlara yol açar ve laminenin tabakaları arasında hasara yol açar ki bu da lokal üç boyutlu gerilme durumunu yaratabilir. Lamineler arası mukavemet veya lamineler arası kırılma tokluğu (malzemenin çatlak gelişimine karşı gösterdiği direncin ölçüsüdür) tabakalar arasındaki hızlı çatlak gelişimine karşı yeterince direnç gösteremeyebilir, bu da laminenin kararsızlaşmasına götürür.

İkinci faktörde tabakadaki iki ana malzemenin yönleri arasındaki büyük rijitlik ve mukavemet farkıdır. Çeşitli oryantasyon açılarındaki fiberlerden oluşan ve x eksenini boyunca yüklemeye maruz olan bir laminede, x eksenini boyunca uzanan 0° tabakası (eğer varsa) uygulanan yükün büyük kısmını taşır. Örneğin $E_1/E_2=15,4$ olan %50 0° %50 90° tabakalı Grafit/epoksi lamineinde, neredeyse yükün %94' ü 0° tabakası tarafından taşınır. Yani izotrop laminede ($0^\circ, +45^\circ, 90^\circ$) 0° tabakası toplam kalınlığın % 25 ini oluşturmakla beraber, uygulanan yükün %58 ini taşır. Bu şartlar altında, yük taşıyan tabakanın hasarı laminenin hasarını zorunlu kılar. Bu durum özellikle yer değiştirme kontrollü yüklemeden ziyade yük kontrollü testlere maruz lamineler için doğrudur, öyleki kalan tabakalardaki gerilme de ani sıçramalar gerçekleşecektir. Bu durum yük taşıyan 0° tabakasının laminenin iç kısımlarına hasar toleransı göz önünde bulundurularak yerleştirilmesinin kesin nedenidir. $\pm 45^\circ$ tabakaları dış tabakalarda yapmak dış darbelere maruz kalmalarına sebep olur, böylece yük taşıma kapasitesindeki kayıp minimize edilir.



Yük eksenini boyunca bulunan tabakalar uygulanan yükün büyük kısmını taşımasına rağmen, fiber doğrultusundaki mukavemet özellikleri enine mukavemetlerine göre oldukça yüksektir. Bu yüzden dolayı düşük ölçekli yükler altındaki tabakalar laminelerde ilk hasar durumuyla karşılayabilir. Örneğin, $[0,90]_s$ crossply lamine x eksenini boyunca basma yüklerine maruz, 90° tabakası uygulanan yükün %6' sından azını taşır. Buna rağmen, düşük mukavemetinden dolayı, matris ezilme hasarı. Tabakadaki lokal hasara benzer. Çarpışma üzerine, tabakanın rijitliği lokal olarak azalacak ve laminenin diğer tabakaları uygulanan yükün daha büyük kısmını taşıyacak, üzerlerindeki gerilme artacak. Ancak, düşük rijitlik matrisi uygulanan yükün düşük bir kısmını taşıdığı için, diğer tabakalardaki artan gerilme göçmeye neden olmaz ve bütün laminenin bütünlüğü korunur. Bu durum yük ekseniniyle 90° açı yapan tabakanın enine matris çekme hasarı için doğru olabilir. Tabakanın enine çekme hasarı fiberler arasındaki matris çatlakları şeklinde baş gösterir. Her ne kadar laminenin rijitlik özellikleri bütün olarak kayda değer derecede değişse de, tabakalardaki enine çatlak gelişimi basitçe laminenin içinde gerilmenin yeniden dağılımına yol açarken hala daha yüksek yükler taşınabilir. Şekil 3.1'de laminenin bu tarz hasar durumu için yük-yer değişimi diagramı görülmektedir[7]. Dikkat edin ki hasar üstüne, başlangıç yük çizgisinin eğimi değişir, rijitliğin azalışını ispatlar. Girişte bahsedildiği gibi hasarların sayısı bir tabaka daha hasar olana kadar artarak ilerleyecek ki kalan tüm tabakalar hasara uğrayacak bu tarz bir hasar örneği bölüm 3.2.1'de görülecektir.



Şekil 3.1. Kompozit Laminelerin İlerleyen Hasarları

Bazı durumlarda lokal hasar istenmez, enine matris formunda olsa dahi, bu laminenin elastik özelliklerini değiştirir. Ayrıca bu tarz lokal hasarlar laminede zayıf bağlantılar oluşturma eğilimindedirler bu da ileride oluşacak hasarları başlatır.. Bu yüzden, çoğu kez tabakanın başlangıç hasarı, lamine hasarını ima eder. Bu durum first ply failure criterion (ilk katmer hasar kriteri) olarak adlandırılır. ilk katmer hasar kriteri matris çatlakları biçimindeki ilk hasarın lamine hasarına yol açmayacağı farz eden koruyucu bir lamine hasar yük durumunu destekler.

Enine matris çatlakları biçimindeki lokal hasarları kabul eden durumlarda bile, ilk katmer hasar kriteri kullanışlı olabilir. Maksimum gerilme maksimum şekil değiştirme hasar kriterinin tabaka tabaka uygulanmasının sadece X_t ve X_c (Y_t Y_c ihmal) gözönüne alınarak uygulanması amaca hizmet edebilir.

Son olarak, kompozit laminede var olan artık gerilme veya şekil değiştirmenin mukavemet analizinde hesaba katılması önemlidir. İmalat sırasında oluşan artık gerilme seviyesi sadece işlem sıcaklığına ve neme değil, ayrıca laminelerin dizilme durumuna bağlıdır. Bu artık şekil değiştirmeler katmerin yük taşıma kapasitesine olumlu veya olumsuz etkiler, uygulanan yükün yönüne bağlı olarak.

3.2.1. Düzlem Yükleme Altında Hasar

Düzlem gerilme için hasar kriterinin uygulanması doğrudur. Kalınlık boyunca şekil değiştirme sabit ve aynı oryantasyondaki tabakaların gerilmeleri özdeştir. Bu yüzden şekil değiştirme veya gerilme tabanlı kriterlerin tabaka tabaka uygulanması sadece farklı özellikteki veya fiber oryantasyonundaki tabakalar için hesaplama gerektirir. Bölüm 3.2.2’de bahsedileceği üzere, eğilme yükleri ve deformasyonları altında hasarın tahmini daha kapsamlıdır.

3.2.1.1. Maksimum Şekil Değiştirme Hasar Kriteri

Laminenin nihai gerilmesi veya ortalama lamine gerilmesinin özel değerleri için hasar kriterlerinin uygulanması her bir fiber oryantasyonu için asal malzeme eksenleri boyunca şekil değiştirmeleri denklem (3.34)den hesaplanır.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} = A^{-1} \begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = hA^{-1} \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_x \\ \bar{\sigma}_y \\ \bar{\tau}_{xy} \end{Bmatrix} = A^{*-1} \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_x \\ \bar{\sigma}_y \\ \bar{\tau}_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.34)$$

$A^* = A/h$, h lamine kalınlığı olmak üzere, lamine şekil değiştirmelerinin bilinmesi ile, asal malzeme sistemindeki her bir tabakadaki şekil değiştirme, mühendislik şekil değişimi transformasyon matrisi kullanılarak hesaplanabilir.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}_{(k)} = T_e^{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & mn \\ n^2 & m^2 & -mn \\ -2mn & -2mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix}_{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} \quad (3.35)$$

Burada $m = \cos\theta_k$, $n = \sin\theta_k$ dır.

3.2.1.2. Maksimum Gerilme Hasar Kriteri

Her bir tabakanın asal malzeme yönlerindeki şekil değişimi verildiği zaman, k . Tabakadaki gerilme

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}_{(k)} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}_{(k)} \quad (3.36)$$

denklem (3.34) ve denklem (3.35) yukarıdaki denklemde yerine koyduktan sonra hesaplanabilir ve yeniden düzenlenirse

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}_{(k)} = K_{(k)} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^o \\ \varepsilon_y^o \\ \gamma_{xy}^o \end{Bmatrix} = K_{(k)} A^{*-1} \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_x \\ \bar{\sigma}_y \\ \bar{\tau}_{xy} \end{Bmatrix} \quad (3.37)$$

ü elde ederiz, K matrisi şöyledir.

$$K_{(k)} = \begin{bmatrix} m^2 Q_{11} + n^2 Q_{12} & n^2 Q_{11} + m^2 Q_{12} & mn(Q_{11} - Q_{12}) \\ m^2 Q_{12} + n^2 Q_{22} & n^2 Q_{12} + m^2 Q_{22} & mn(Q_{12} - Q_{22}) \\ -2mnQ_{66} & 2mnQ_{66} & (m^2 - n^2)Q_{66} \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

3.2.1.3. Laminelerin İlerleyen Hasarları

Klasik lamine teorisinde, laminenin ekstra yüklemeye karşı taşıma kapasitesinin tahmini laminenin rijitliğinin tek veya grup katmerinin hasara uğramasını takip etmesi temeline dayanır. Bu tür modelleme araştırılmaya devam edilmektedir. Ön dizaynda sınırlamaları tanımlarken, basit ve korumacı yaklaşım benimsenir, hasara uğrayan katmerleri elastik sabitleri çok düşük değerler olarak ayarlanır. Bu hasara uğramış katmerlerin kapladığı laminedeki geometrik alanın önceden planlanmış hasar alanıyla aynı olduğunu farzedebilir ve de katmerlerdeki sonlu şekil değişimi ve eğriler tahmin etmek için lamine analizi kullanılır. Şunu belirtmek önemlidir ki, bu şekil değiştirmeler anlamsızdır ve hasar öncesi analizleri için temel oluşturamazlar; katmerlerdeki gerilme seviyeleri yok denecek kadar küçük değerde olacaktır. hasara uğramış katmerler için seçilen elastik sabitler dolayısıyla.

E_1 , E_2 ve G_{12} elastik sabitlerinin seçici azalışını temel alan daha az korumacı yaklaşım olan laminelerin azalan efektif rijitliği modellenmesi kullanılır. Bu tarz yaklaşımlar özel katmerlerin hasar mekanizmalarının oldukça detaylı olarak anlaşılmasına dayanan çalışmalardan elde edilmiştir. Örneğin, eğer katmer hasarının nedeni matris çatlağı ise, katmerin kayma yüklerini taşıma kapasitesini kaybettiği varsayılır. Ayrıca uygulanan yük çekme kuvveti üretiyorsa bu da matris malzemede çatlaklar açar, elastik saabit E_2 olarak kabul edilir. Buna rağmen, fiber yönü önceki gibi yükleri taşımaya devam edecek. Dikkat edilmelidir ki eğer basma yükleri fiber

yönünde uygulanıyor ise ancak hasarlanmış matris malzeme yerel fiber kararsızlığının başlamasından sorumludur. Bu tarz örneklerde, hasarlı katmerin E_1 elastik sabiti modifiye edilmelidir ve bu tarz durumlar için doğru yaklaşımı bulmak oldukça zordur. Sonuçta, bu tarz yaklaşımda fiberlerin hasarlarında her bir sabit E_1 , E_2 ve G_{12} nin özel katmerde sıfır kabul edilmesi önerilir. İlerleyen hasar modelin daha rafine modeli yakın zamanda Tsai tarafından geliştirilmiştir, kendisi iki çeşit malzeme özelliğinin düşürülmesini önermiştir. Bunlar fiber ve matris mod düşürülmesidir, micromekanik denklemlerden esas alınmıştır. Matris mod düşürülmesi enine yükler altında matris malzemedeki mikro çatlakların biçimini farzeder ve bir takım deneysel sabitler içerir. Fiber mod düşürülmesi modeli ayrıca bir deneysel fiber düşürülme faktörü kullanır. Bu durumda hem fiber hem de matrisin özellikleri yıkıma uğrar, bu da mikromekanik bağıntılar doğrultusunda tabakalardaki her rijitlik özelliğinde (E_1 , E_2 , G_{12} ve ν) değişime yol açar.

3.2.2. Eğilme Yükleri Altında Hasar

Eğilme yükleri altında, şekil değişimi laminenin kalınlığı boyunca lineer olarak değişir. Şekil değişimlerin lineer değişiminin anlamı, aynı özellik ve oryantasyondaki tabakalar limit gerilme ve şekil değişimlerine eş zamanlı olarak ulaşmazlar, düzlem gerilme durumundaki gibi. Bu yüzden eğilme ile alakalı hasar durumunda kalınlık boyunca hasar yeri daha lokalize olacaktır, bu yüzden ilk katmer hasar kriterindeki tutuculuğun derecesi artacaktır.

Eğilme altındaki izotrop monolitik plakalar için, hasar şekil değişimlerin en yüksek seviyede olduğu yüzeye yakın yerlerde oluşur. Kompozit malzemeler için bu durum önemli değildir. Bileşik yükleme altında şu olasıdır ki, laminenin orta düzlemine göre aynı tarafta yer alan ve aynı oryantasyona sahip iki tabakadan, orta düzleme yakın olan tabaka yüzeye daha yakın olan tabakadan daha önce hasara uğrar. Örneğin, eğer lamineye uygulanan yük kalınlık boyunca sabit kayma gerilmesi yaratır fakat her tabaka arasında lineer değişen normal gerilmeler yaratıyorsa, lamine yüzeyine yakın oluşan yüksek normal gerilmelerin varlığı bu tabakalardaki kayma gerilmesinin etkilerini dağıtarak kayma hasarını önler. Hala laminenin orta

düzlemine yakın tabakada aynı kayma gerilmesi hasarına neden olabilecek kadar yüksek olabilir. Bundan başka, eğer lamine simetrikse, mukavemet kriteri çekme ve basma için değişik limitlerden dolayı laminenin her iki tarafında da kontrol edilmelidir. Bu yüzden, güvenli tarafta olmak için, mukavemet kriterlerinin her tabaka için geliştirilmesi önerilir.



4. ANLIK BASINÇ ETKİSİ ALTINDAKİ TAKVİYELİ KATMANLI KOMPOZİT PLAKLARIN DİNAMİK ANALİZLERİ

Bu bölümde çeşitli geometrilere sahip takviyeli katmanlı kompozit plakların bilgisayar ortamında geometrik modellerinin nasıl inşa edildiği, geometrik özellikleri, sonlu elemanlar modeli, sonlu elemanlar yöntemi ile çözülürken kullanılan malzeme özellikleri, yüklemeler, yapılan yaklaşım ve kabuller ele alınacaktır. Ardından sonlu elemanlar yöntemi ile çözüldükten sonra elde edilen sonuçlara yer verilmiştir.

4.1. Problemin Tanımı

Bölüm 1’de açıklandığı üzere daha önceden Halit S. Türkmen ve Z. Mecitoğlu[1]’nun yaptığı bir yayın referans alınarak, geliştirilen bir problem olarak incelenmiştir.

Referans yayında takviyeli katmanlı kompozit bir kare levha ani basınç yüklemesi ile yüklenmiş ve bu yükleme karşısında kompozit malzemenin dinamik cevabı irdelenmiştir ve sonuçlar deneysel ve sayısal olarak karşılaştırılmıştır. Yapılan deneyde basınç tüp içinde LPG-O₂ reaksiyonu şeklinde gerçekleştirilerek detonasyon ile elde edilmiştir. Detonasyon ile oluşan basınç dalgası, karşısında mesnetlenmiş olan takviyeli katmanlı kompozit levhaya çarpmakta ve basınç dalgasının etkisi ile oluşan şekil değişimleri straingeycer ile ölçülmektedir. Ardından ANSYS sonlu elemanlar metodu ve analizi programı ile belirli noktalardaki şekil değişimler sayısal olarak elde edilmiştir. Elde edilen deneysel sonuçlar ile sonlu elemanlar yöntemi sonuçları grafiksel olarak karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmalara ek olarak farklı geometrik modellere aynı yükleme şartları uygulanarak bu modellerin dinamik analizleri yapılmıştır.

4.1.1. Kullanılan Veriler

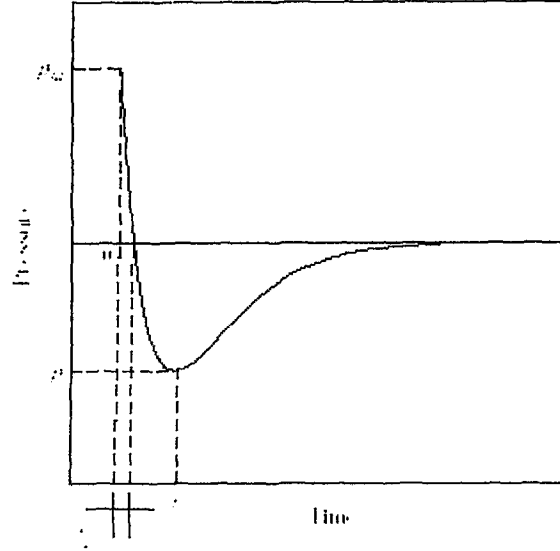
Bu problemde basınç değerlerini elde etmek için modifiye edilmiş Friedlander çökme fonksiyonu[9] kullanılmıştır.

$$p(t) = p_m \left(1 - t/t_p\right) e^{-\alpha t/t_p} \quad (4.1)$$

Bu fonksiyonda kullanılan parametreler de Tablo 4.1’de görülmektedir[1]. Parametrelerin ifade ettiği sabitler ile bu parametreler ile fonksiyonun ifade ettiği eğri Şekil 4.1’de gösterilmiştir[1]. Parametreler detonasyon dalgası ile levha arasında 100 cm’lik bir mesafe var iken elde edilen değerlerdir. Aynı zamanda bu basınç yüklemesi 40 noktalı bir zaman fonksiyonu olarak ve zaman artımı da 0.1 ms kabul edilerek bir çözüm yapılmıştır. Bu çözümde transient analiz yöntemi kullanılmış ve küçük yer değiştirmeler varsayımı yapılmıştır.

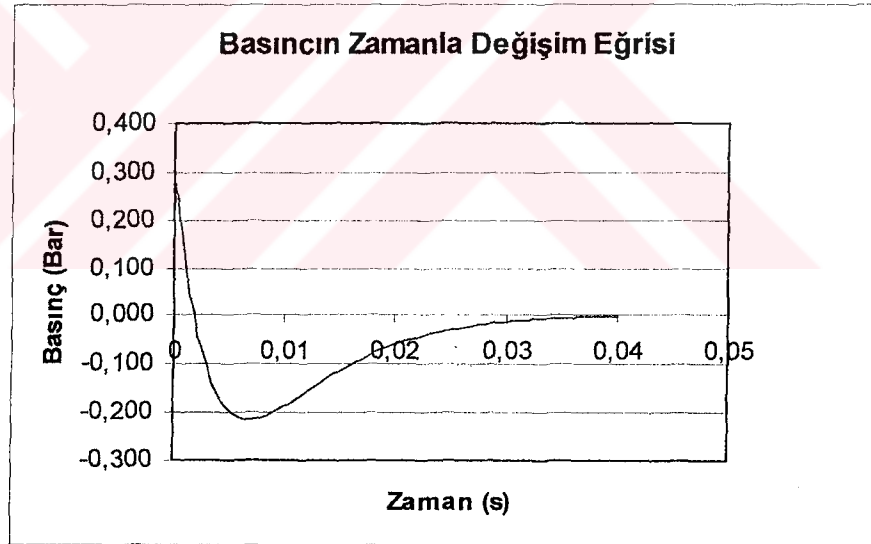
Tablo 4.1. Yükleme parametreleri ve şartları

Parametreler	Yükleme Şartları
p_m (N/m ²)	28906
p_c (N/m ²)	0
d (cm)	100
α	0.35
t_p (s)	0.0018
Basınç dağılımı	uniform



Şekil 4.1. Anlık Basınç Eğrisi

Basınç değerlerinin zamana göre değişimi Tablo 4.2.'de listelendiği gibidir ve bu değerlerden elde edilen anlık basınç eğrisi de Şekil 4.2.'de gösterilmektedir.



Şekil 4.2. Basıncın Zamanla Değişim Eğrisi



Tablo 4.2. Zaman ve Basınç Değerleri

Zaman (s)	Basınç (bar)
0	0,289
0,001	0,106
0,002	-0,022
0,003	-0,108
0,004	-0,162
0,005	-0,194
0,006	-0,210
0,007	-0,214
0,008	-0,210
0,009	-0,201
0,01	-0,188
0,011	-0,174
0,012	-0,159
0,013	-0,144
0,014	-0,129
0,015	-0,115
0,016	-0,102
0,017	-0,090
0,018	-0,079
0,019	-0,069
0,02	-0,060
0,021	-0,052
0,022	-0,045
0,023	-0,039
0,024	-0,034
0,025	-0,029
0,026	-0,025
0,027	-0,021
0,028	-0,018
0,029	-0,016
0,03	-0,013
0,031	-0,011
0,032	-0,010
0,033	-0,008
0,034	-0,007
0,035	-0,006
0,036	-0,005
0,037	-0,004
0,038	-0,004
0,039	-0,003
0,04	-0,003



4.1.2. Malzeme Özellikleri

Takviyeli katmanlı kompozit malzemenin yapısı karbon fiber fabrik katmerdir. Bu malzeme çapraz bağlı (cross-ply) denen bir yapıda imal edilmiş olduğundan ortotropik malzeme olarak kabul edilebileceğinden dört malzeme sabiti bu malzemenin elastik özelliklerini belirlemede yeterli olmaktadır.

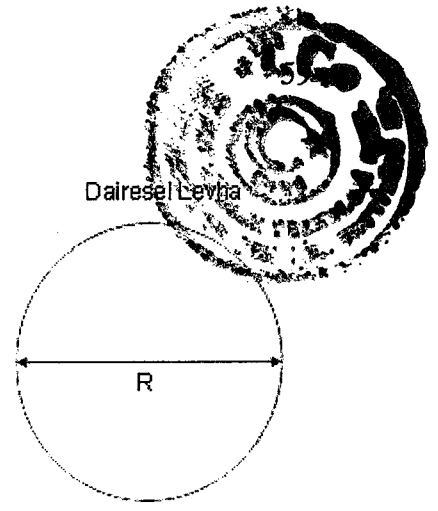
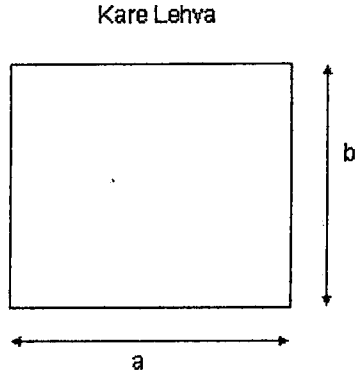
Kullanılan malzeme özellikleri $E_1=59.32$ GPa, $E_2=59.32$ GPa, $G_{12}=3.86$ GPa, $\nu_{12}=0.06$, $\rho=1430$ kg/m³ olarak belirlenmiştir[1].

4.1.3. Geometrik Veriler

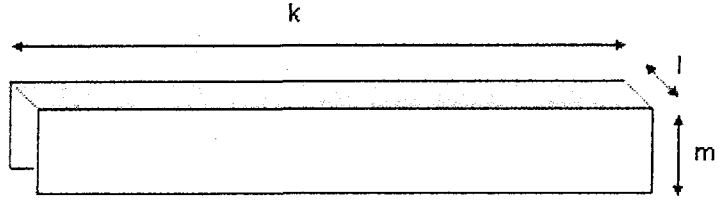
Burada referans model üzerinden gidilerek çeşitli geometriler türetilmiştir. Basıncın etkidiği levhalardaki kütle sabit olmak üzere, takviyelerin şekli ve tabakaların kalınlığı oynanarak çeşitli modeller oluşturulmuştur. Modellerde toplam kütle aralığı $138 < m < 140$ gram olarak alınmıştır fakat 3a, 4a, 5a ve 6a modelleri bu kriter dışında yer almıştır. Böylelikle kütle sabit geometriler farklı olması nedeniyle aynı basınç yüklemesi altında takviyeli katmanlı kompozit levhaların vereceği dinamik cevaplar incelenerek dolaylı optimizasyon yapılmıştır. Geometrik özellikler aşağıdaki gibidir.

Tablo 4.3. Modellerin Kütleleri

Model No	Kütle (gram)
Model 1	138.3
Model 2	139.3
Model 3	139.3
Model 3a	145.6
Model 4	138.3
Model 4a	140.4
Model 5	139.3
Model 5a	141.7
Model 6	138.3
Model 6a	142.6



Takviye Elemanının Boyut Parametreleri



t et kalınlığı

Şekil 4.3. Modellerin Parametrik Geometrilere

Model No	a	b	R	k	l	m	takviye sayısı	takviye kalınlığı (t_T)	takviyenin katman kalınlığı
Model 1	220	220	-	220	20	16	1	1.05	0.35
Model 2	220	220	-	220	20	16	2	0.6	0.2
Model 3	220	220	-	220	20	16	2 (çapraz)	0.6	0.2
Model 3a	220	220	-	291	20	16	2 (çapraz)	0.6	0.2
Model 4	-	-	248.2	220	20	16	1	1.05	0.35
Model 4a	-	-	248.2	233.7	20	16	1	1.05	0.35
Model 5			248.2	220	20	16	2	0.6	0.2
Model 5a			248.2	233.7	20	16	2	0.6	0.2
Model 6			248.2	192.5	20	16	2	0.6	0.2
Model 6a			248.2	240.8	20	16	2	0.6	0.2

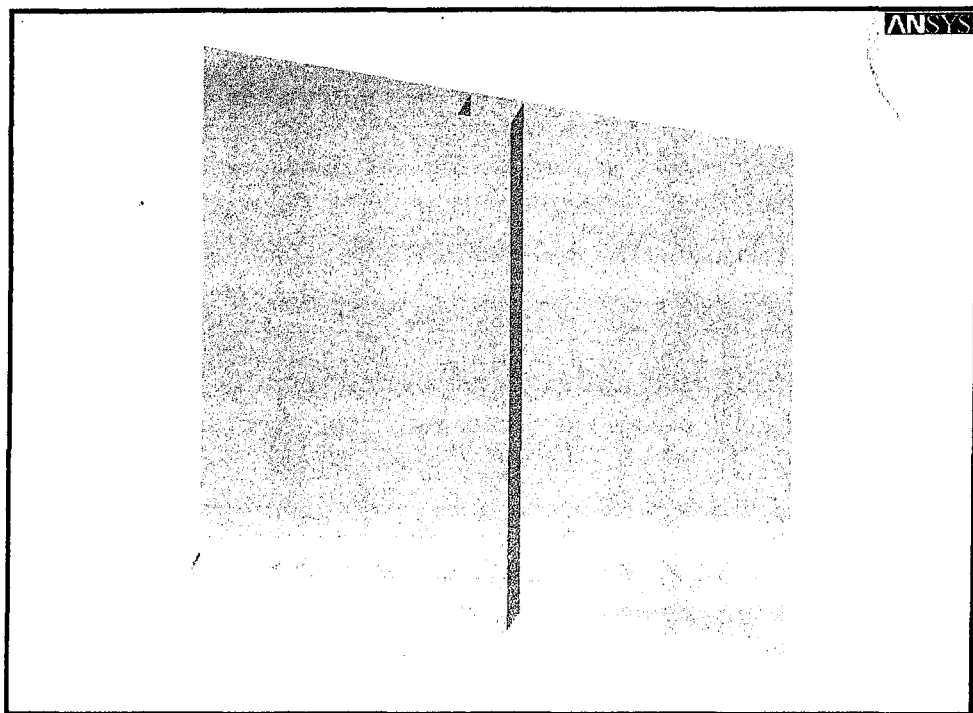
Şekil 4.4. Modellerin Geometrik Dataları

Bu modellerin hepsi için plak kalınlığı 1.75 mm plak katman kalınlığı 0.35 mm alınmıştır.

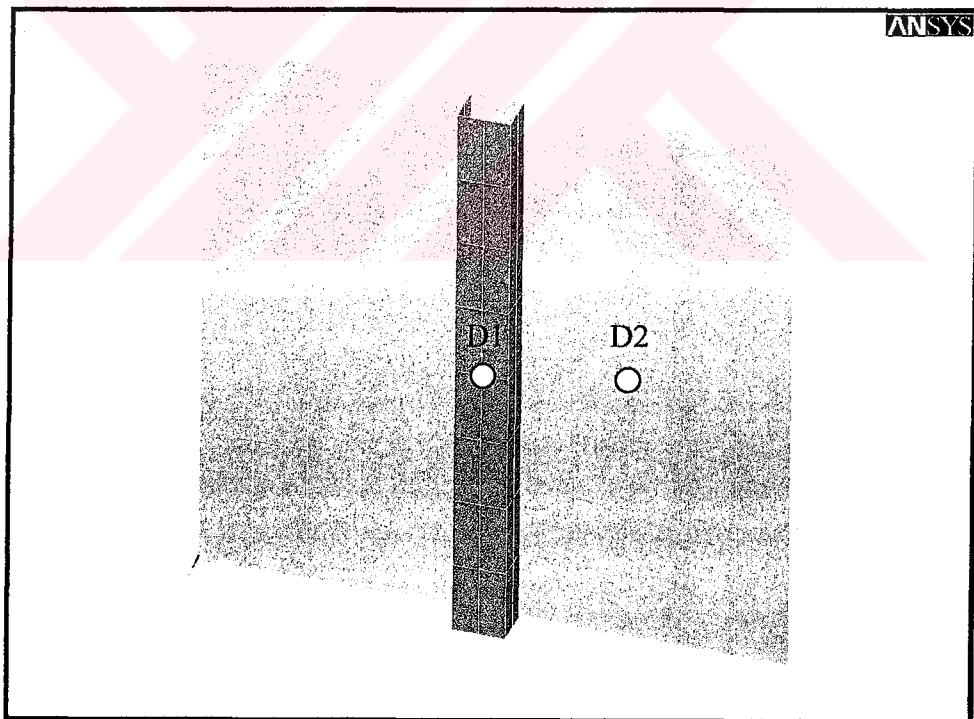
4.2. Geometrik ve Sonlu Elemanlar Modeli

Geometrik dataları mevcut olan yapılar sonlu elemanlar analiz programı olan ANSYS'te öncelikle bilgisayar ortamında geometrik modeli (CAD modeli) oluşturulmuş ardından eleman tipi, malzeme sabitleri ve malzeme özellikleri belirlenmiştir. Eleman tipi olarak lineer olmayan çözümlere de izin veren Shell91 adlı eleman tipi kullanılmıştır[10]. Ardından sonlu elemanlar modeli (FEM modeli) oluşturmak için uygun mesh atılmıştır. Aşağıdaki şekillerde her modelin geometrik ve sonlu elemanlar modeli gösterilmektedir.

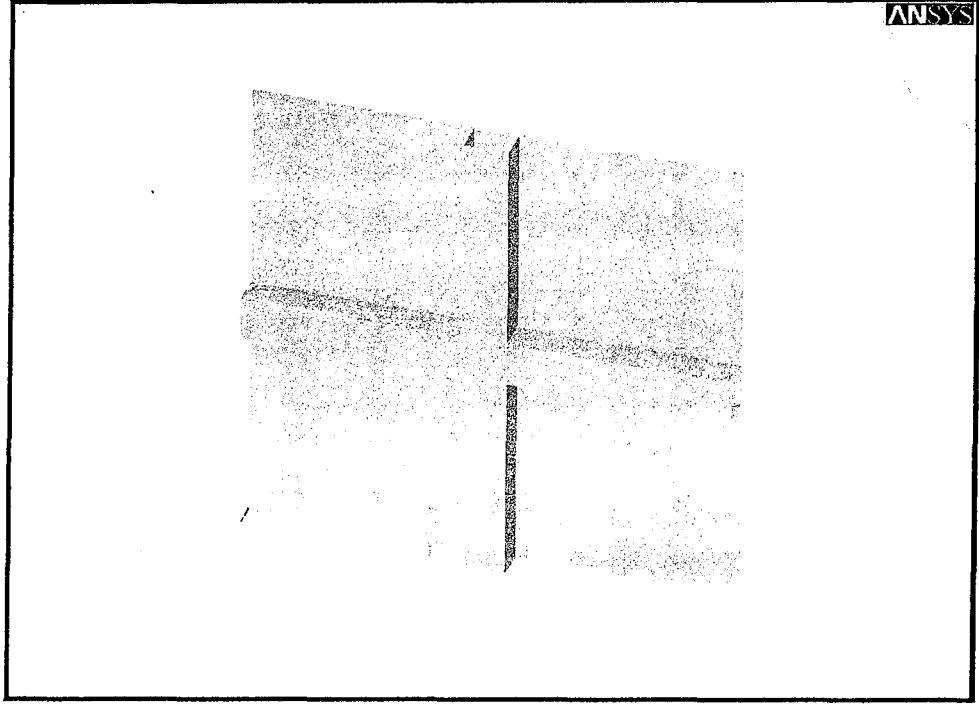




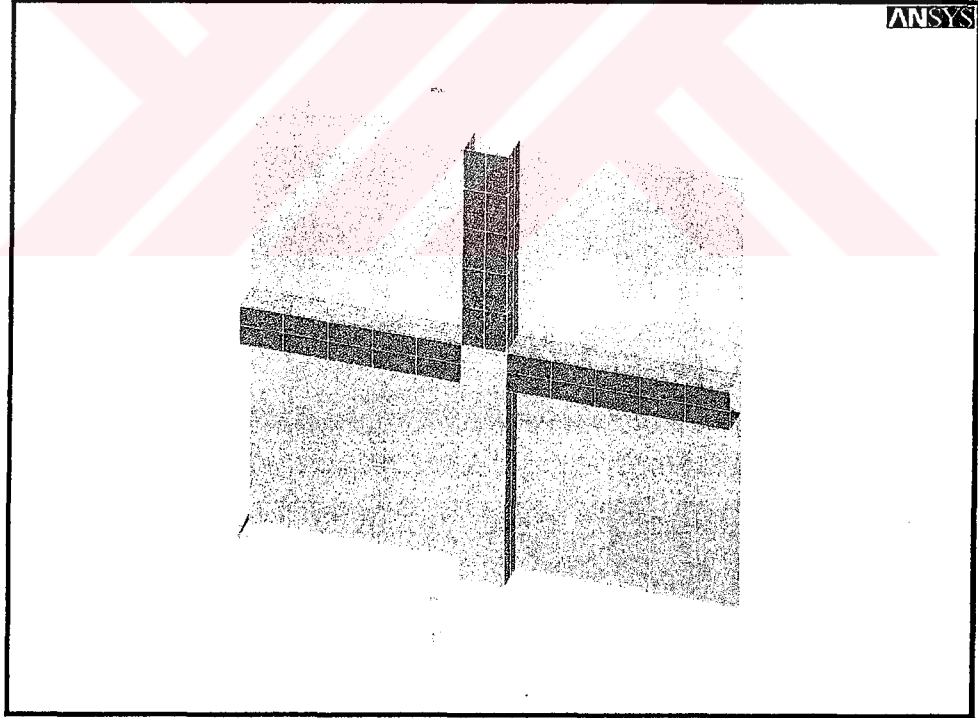
Şekil 4.5. Model 1'in Geometrik Modeli



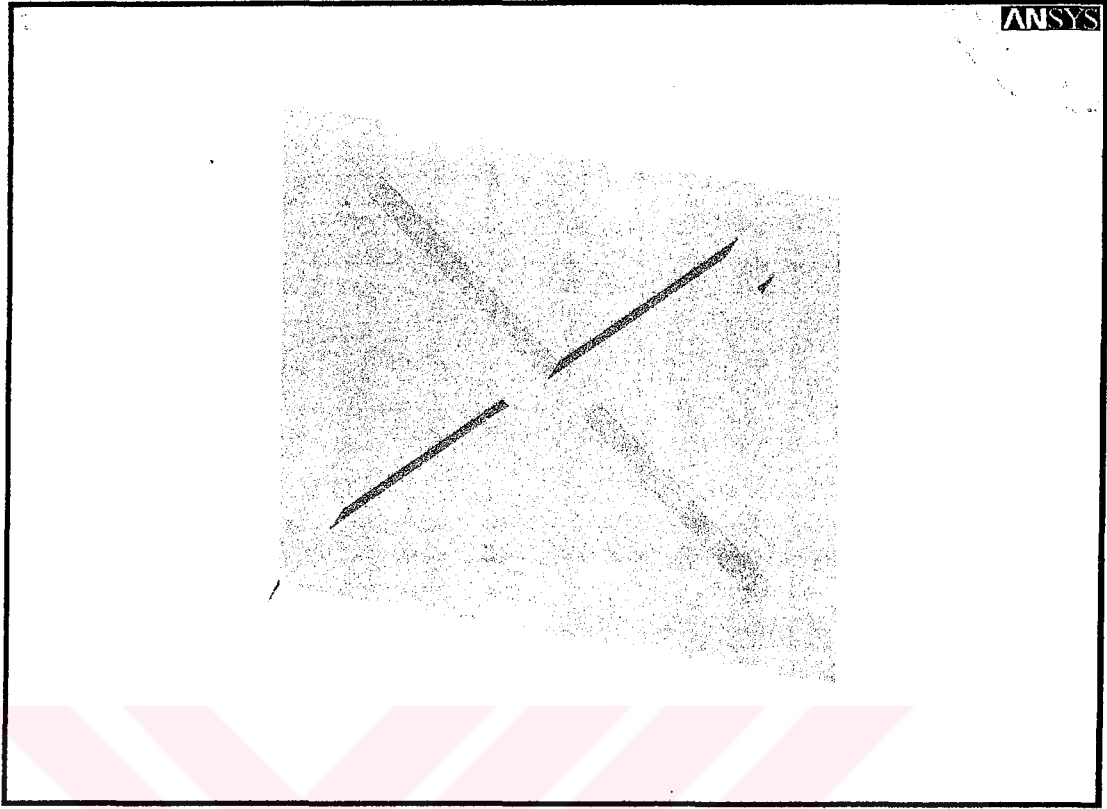
Şekil 4.6. Model 1'in Sonlu Elemanlar Modeli



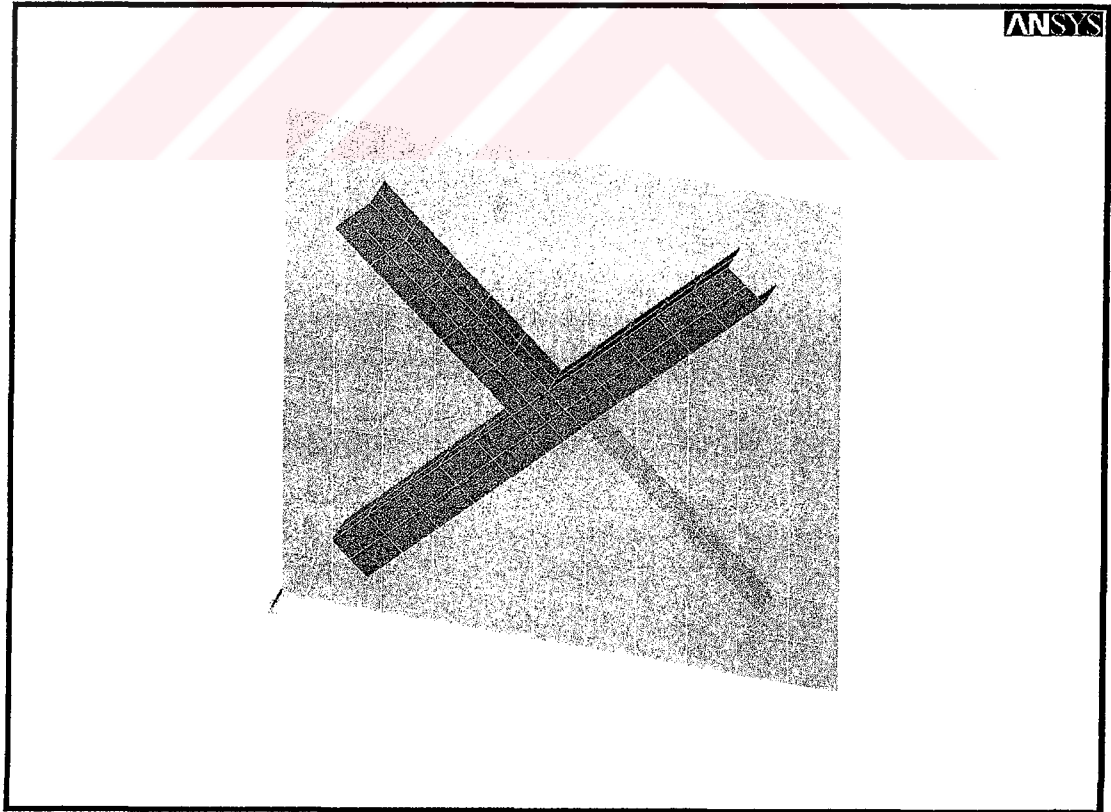
Şekil 4.7. Model 2'nin Geometrik Modeli



Şekil 4.8. Model 2'nin Sonlu Elemanlar Modeli

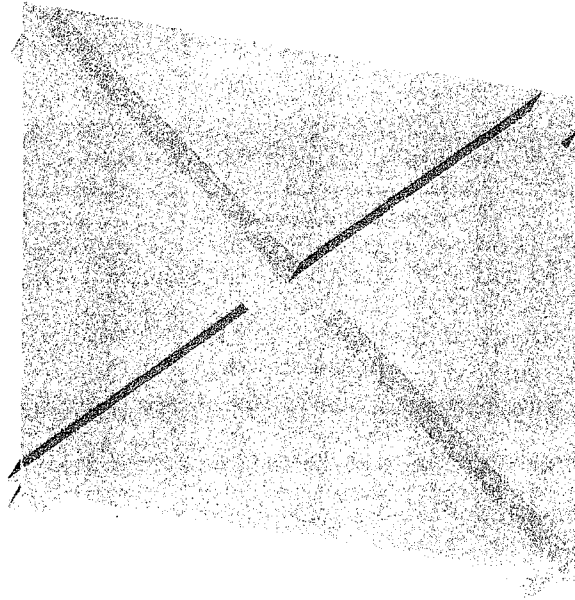


Şekil 4.9. Model 3'ün Geometrik Modeli



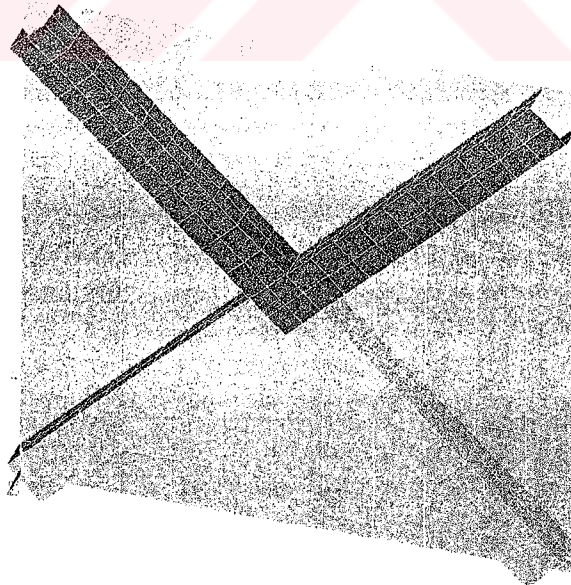
Şekil 4.10. Model 3'ün Sonlu Elemanlar Modeli

ANSYS

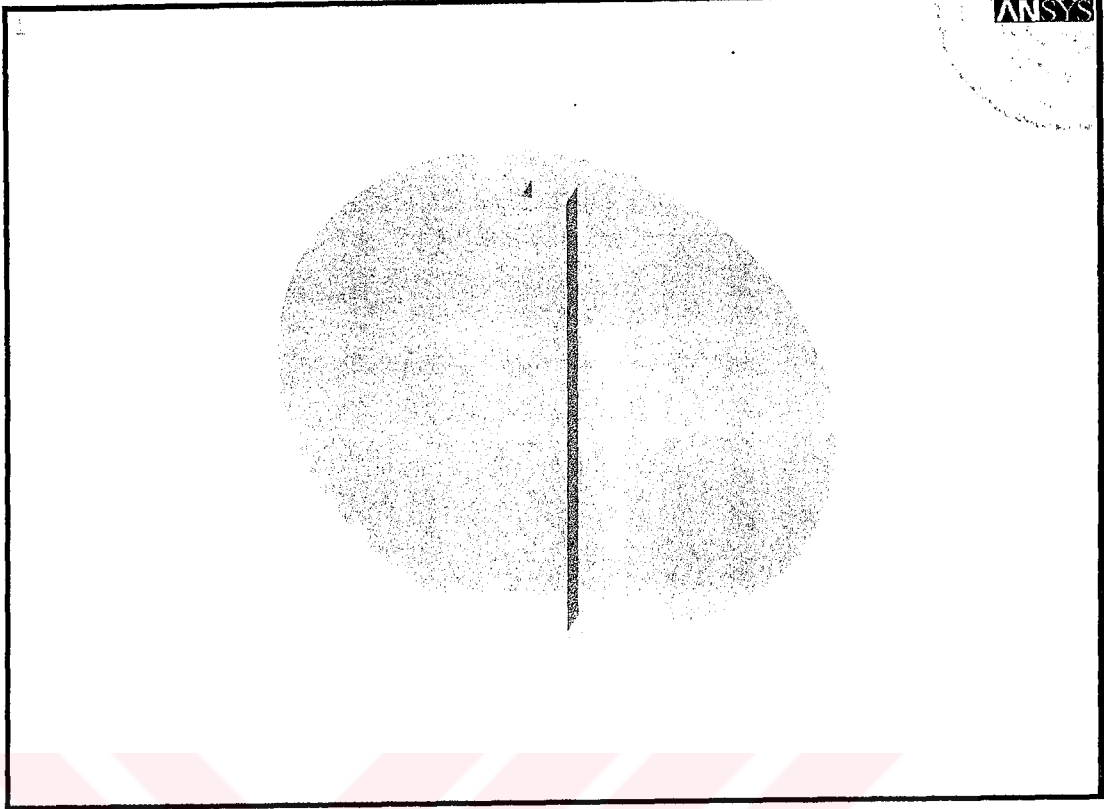


Şekil 4.11. Model 3a'nın Geometrik Modeli

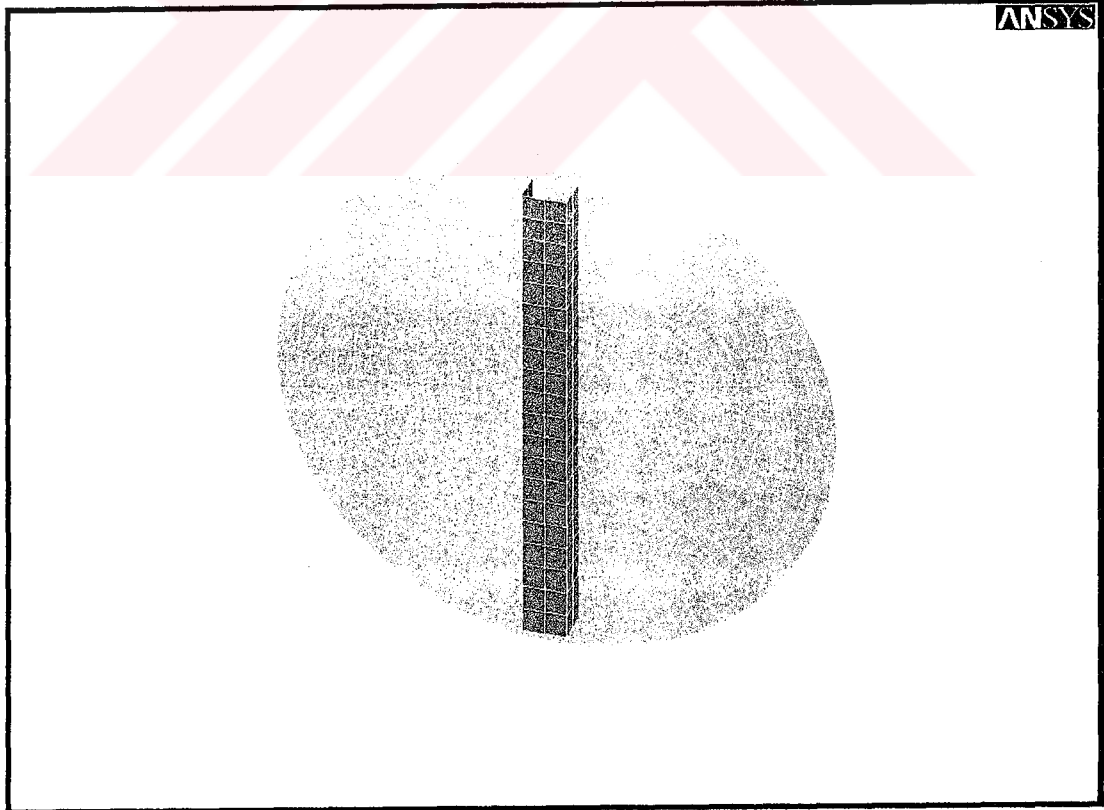
ANSYS



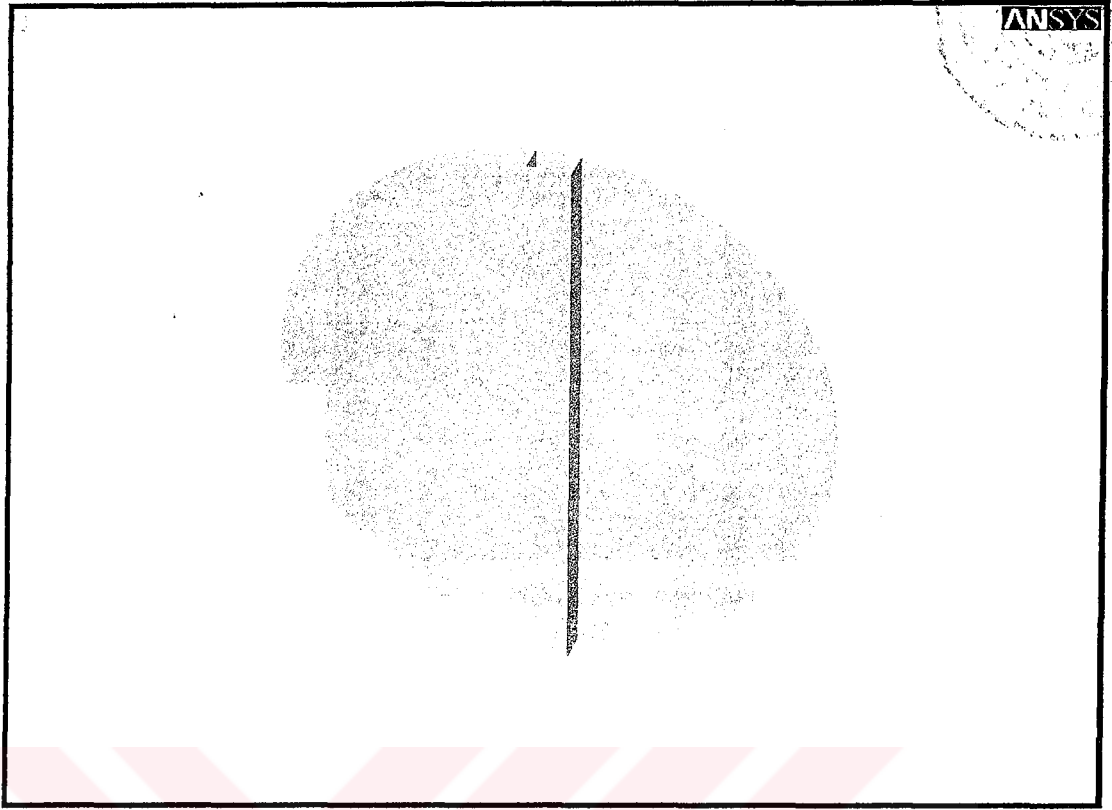
Şekil 4.12. Model 3a'nın Sonlu Elemanlar Modeli



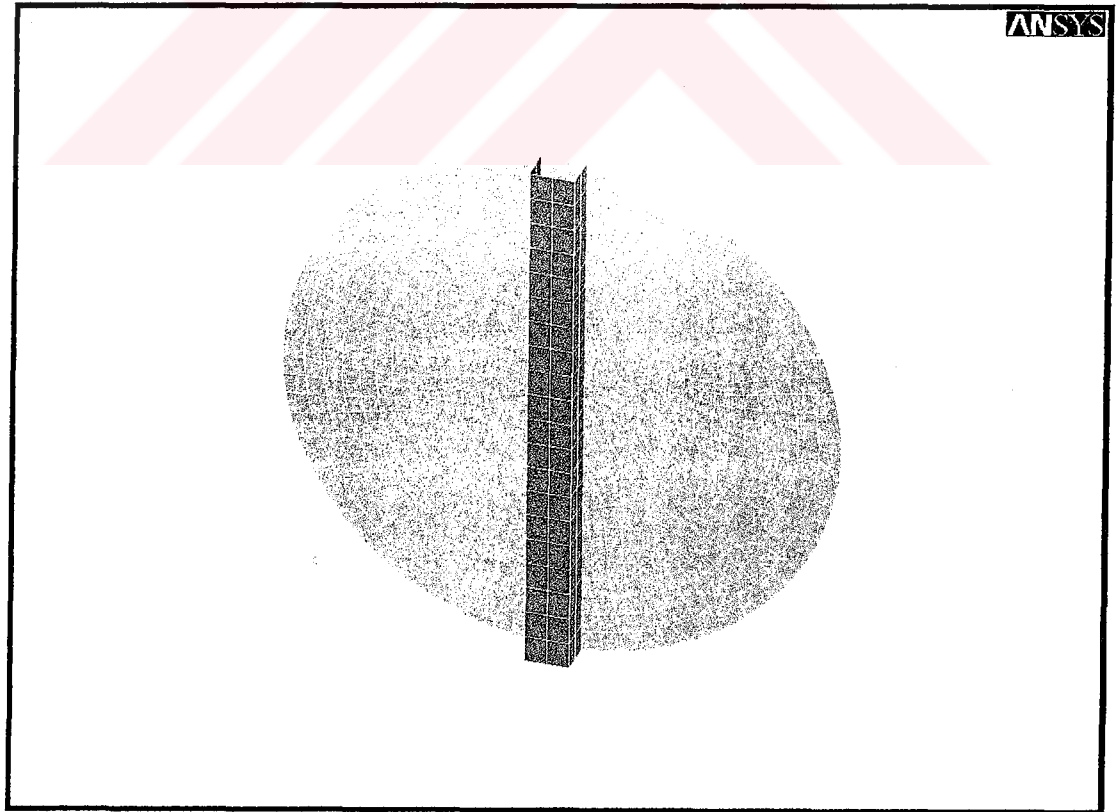
Şekil 4.13. Model 4'ün Geometrik Modeli



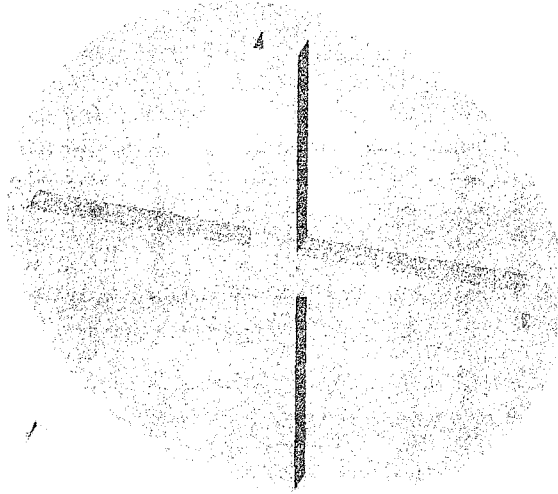
Şekil 4.14. Model 4'ün Sonlu Elemanlar Modeli



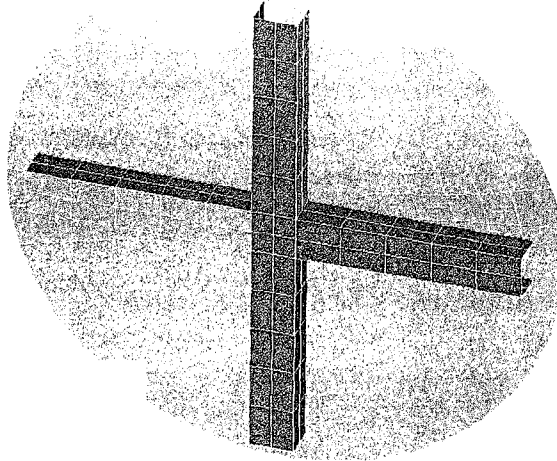
Şekil 4.15. Model 4a'nın Geometrik Modeli



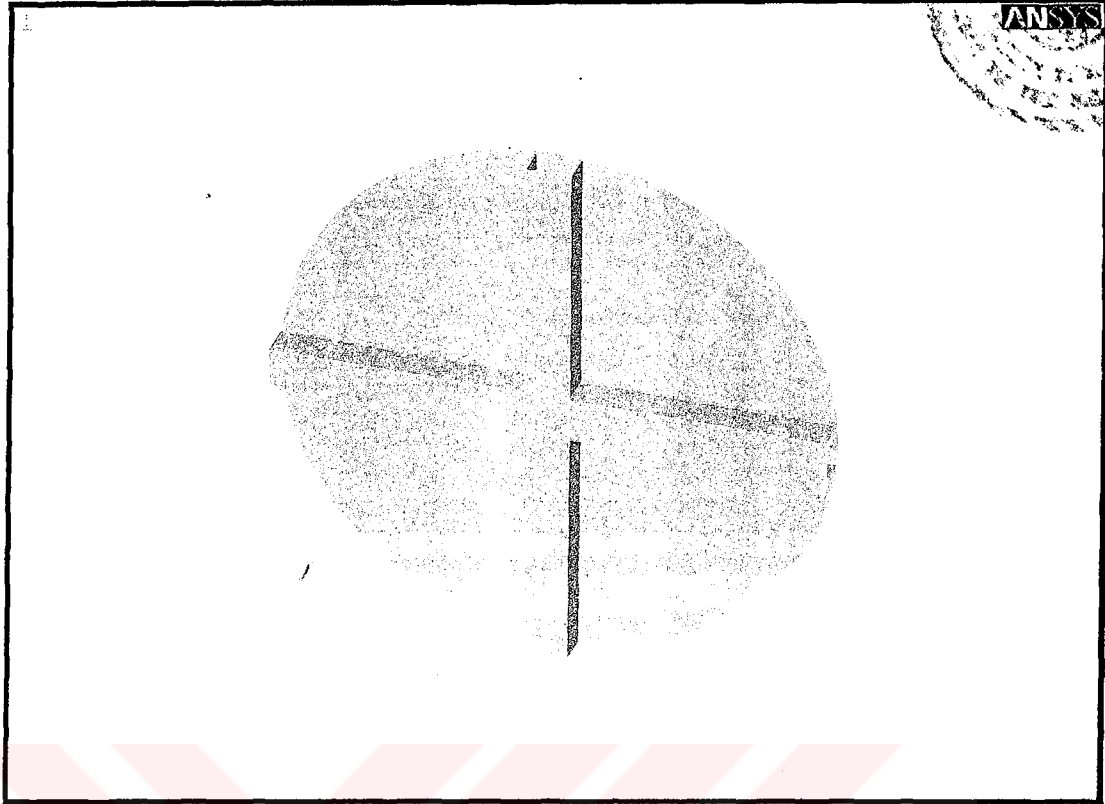
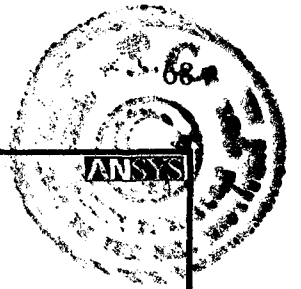
Şekil 4.16. Model 4a'nın Sonlu Elemanlar Modeli



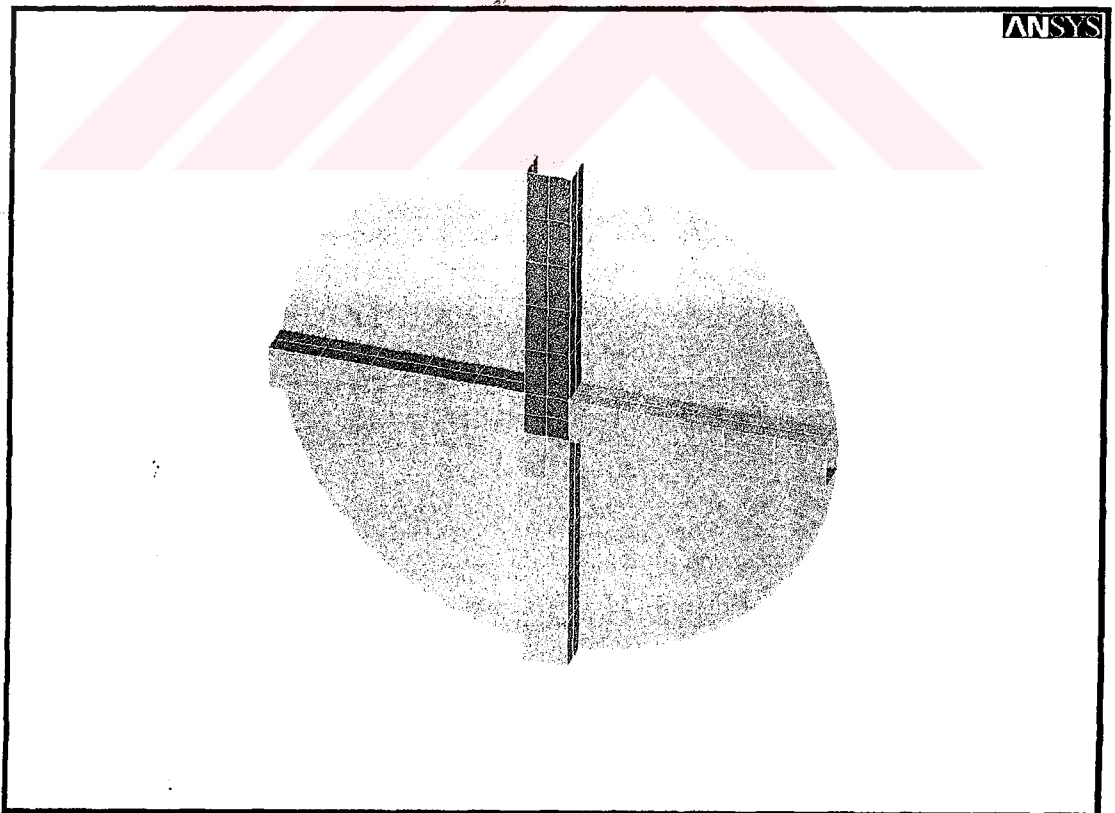
Şekil 4.17. Model 5'in Geometrik Modeli



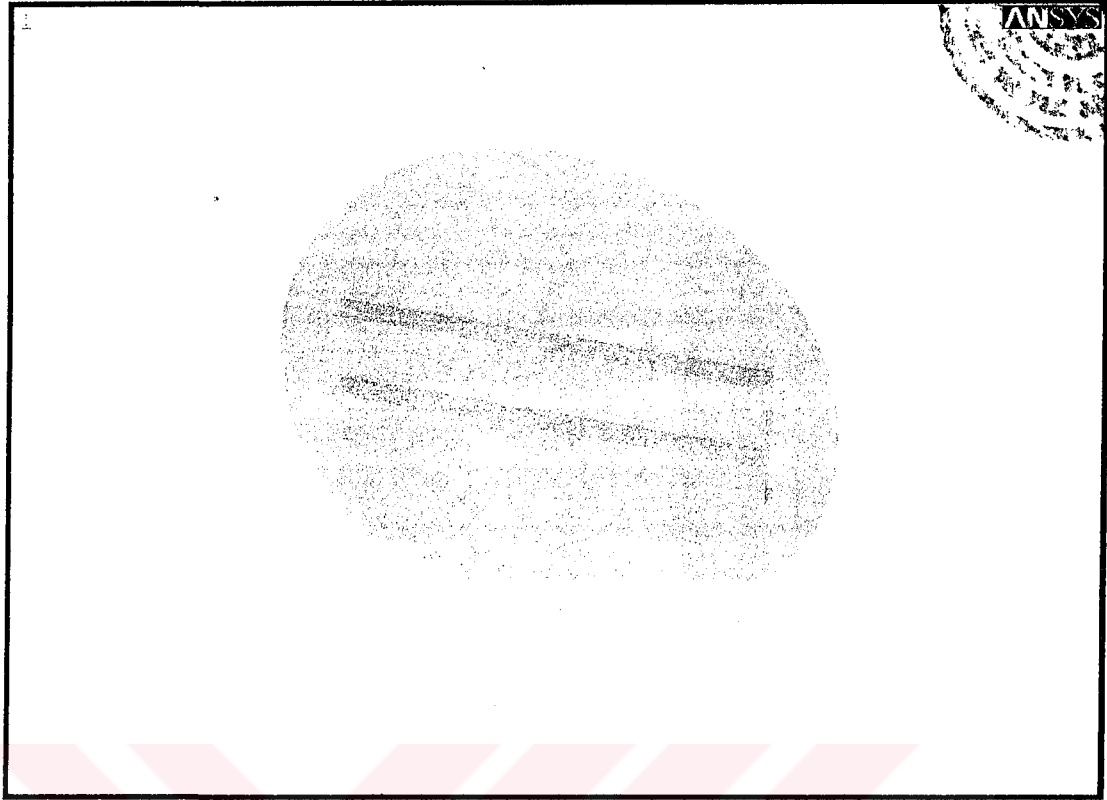
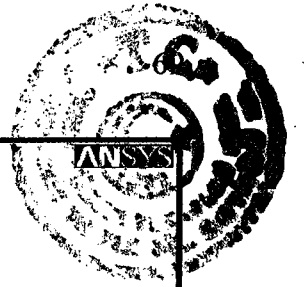
Şekil 4.18. Model 5'in Sonlu Elemanlar Modeli



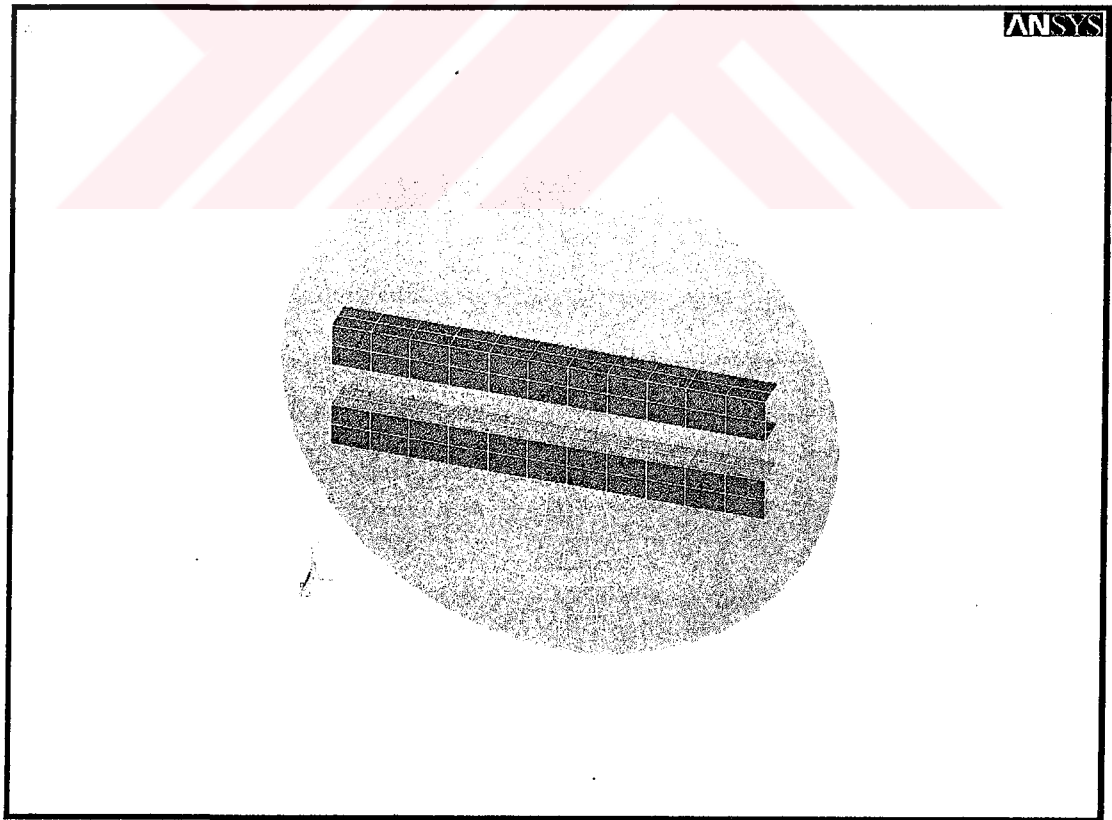
Şekil 4.19. Model 5a'nın Geometrik Modeli



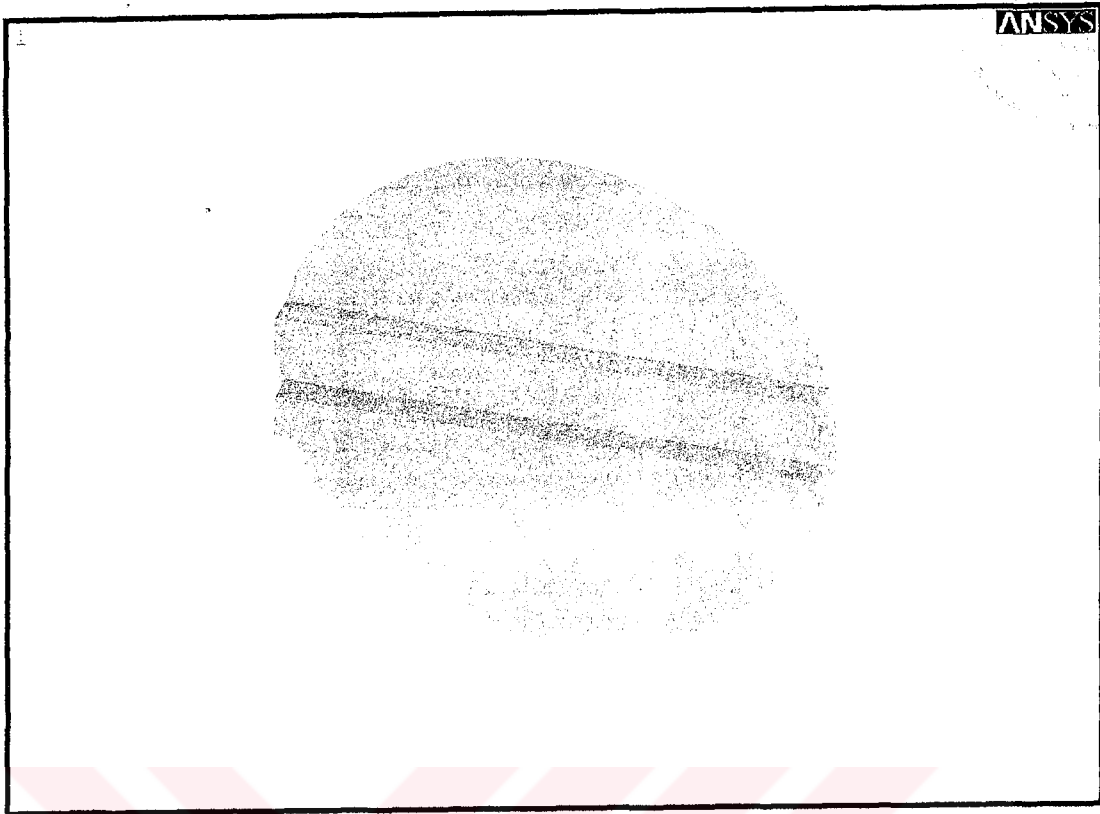
Şekil 4.20. Model 5a'nın Sonlu Elemanlar Modeli



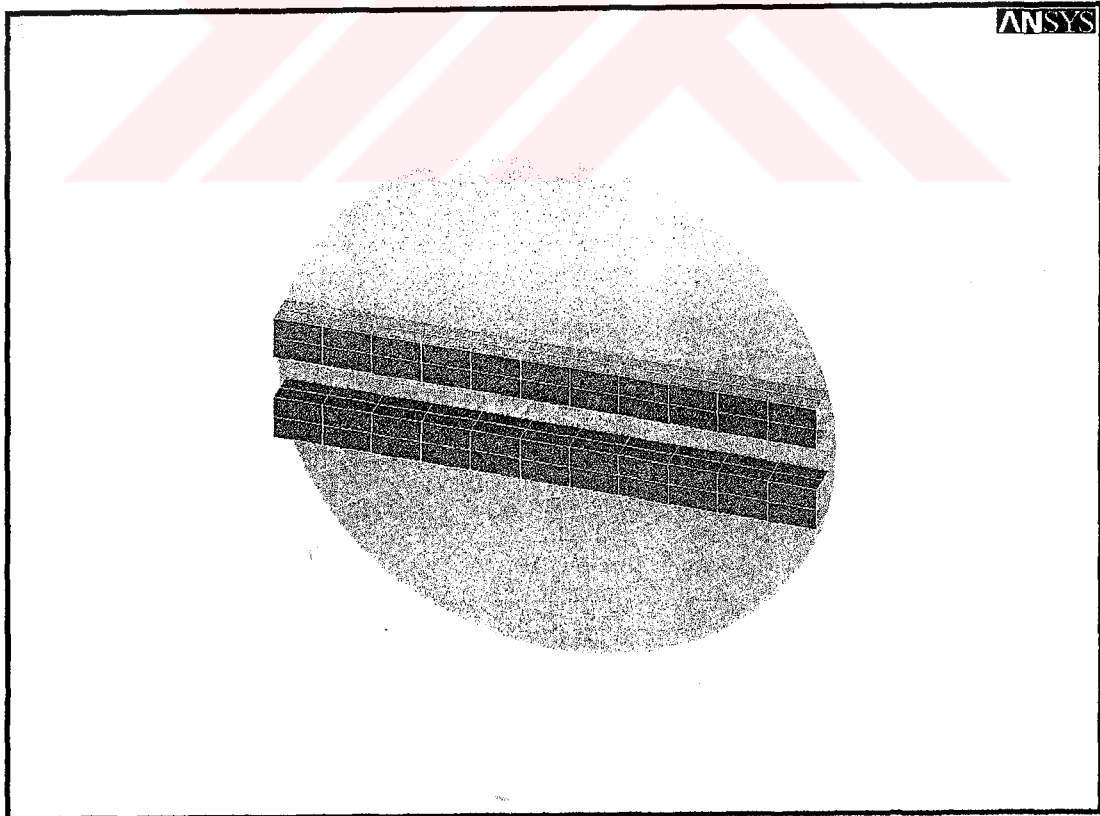
Şekil 4.21. Model 6'nın Geometrik Modeli



Şekil 4.22. Model 6'nin Sonlu Elemanlar Modeli



Şekil 4.23. Model 6a'nın Geometrik Modeli



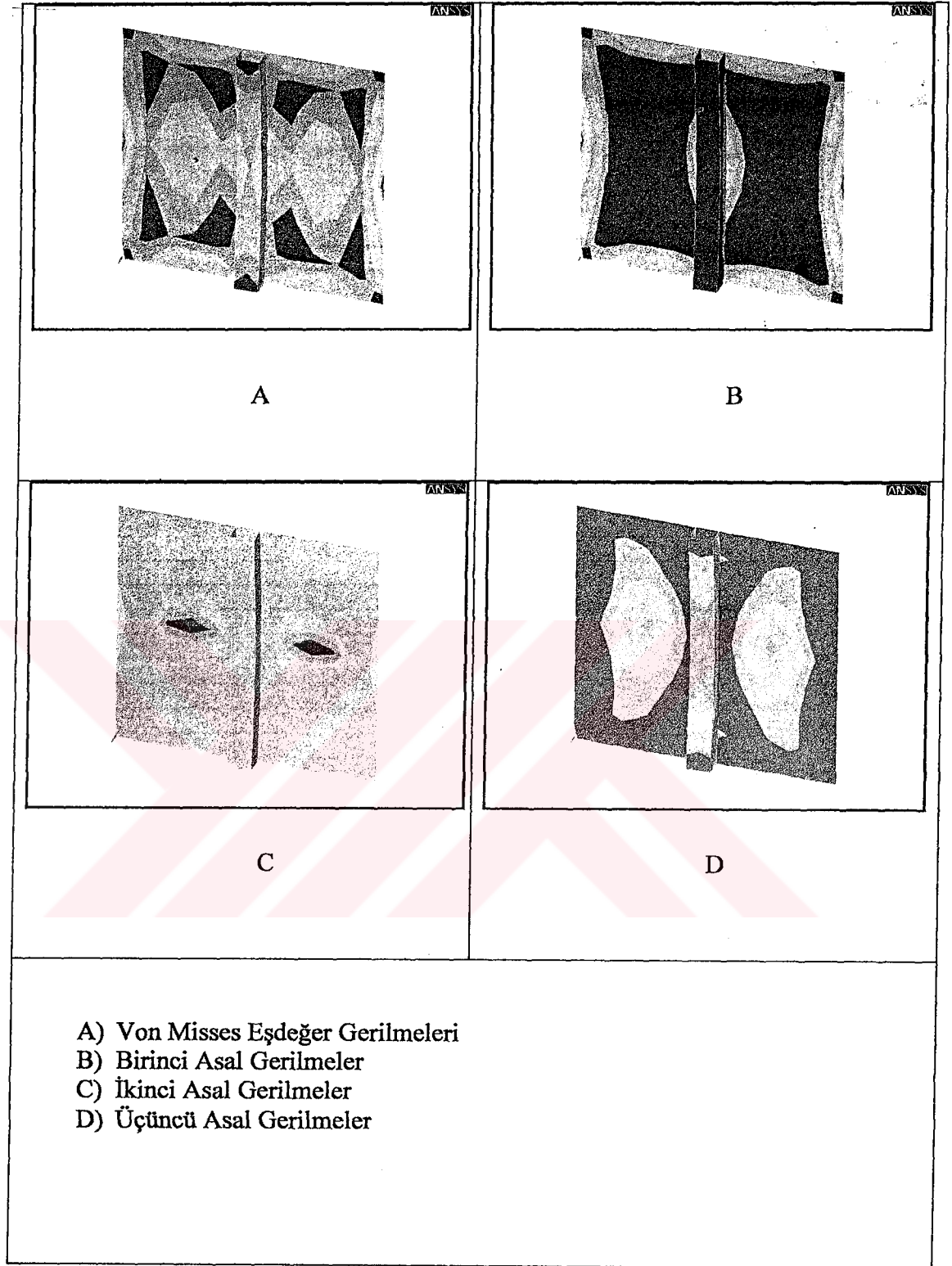
Şekil 4.24. Model 6a'nın Sonlu Elemanlar Modeli

4.3. Sonlu Elemanlar Analizleri

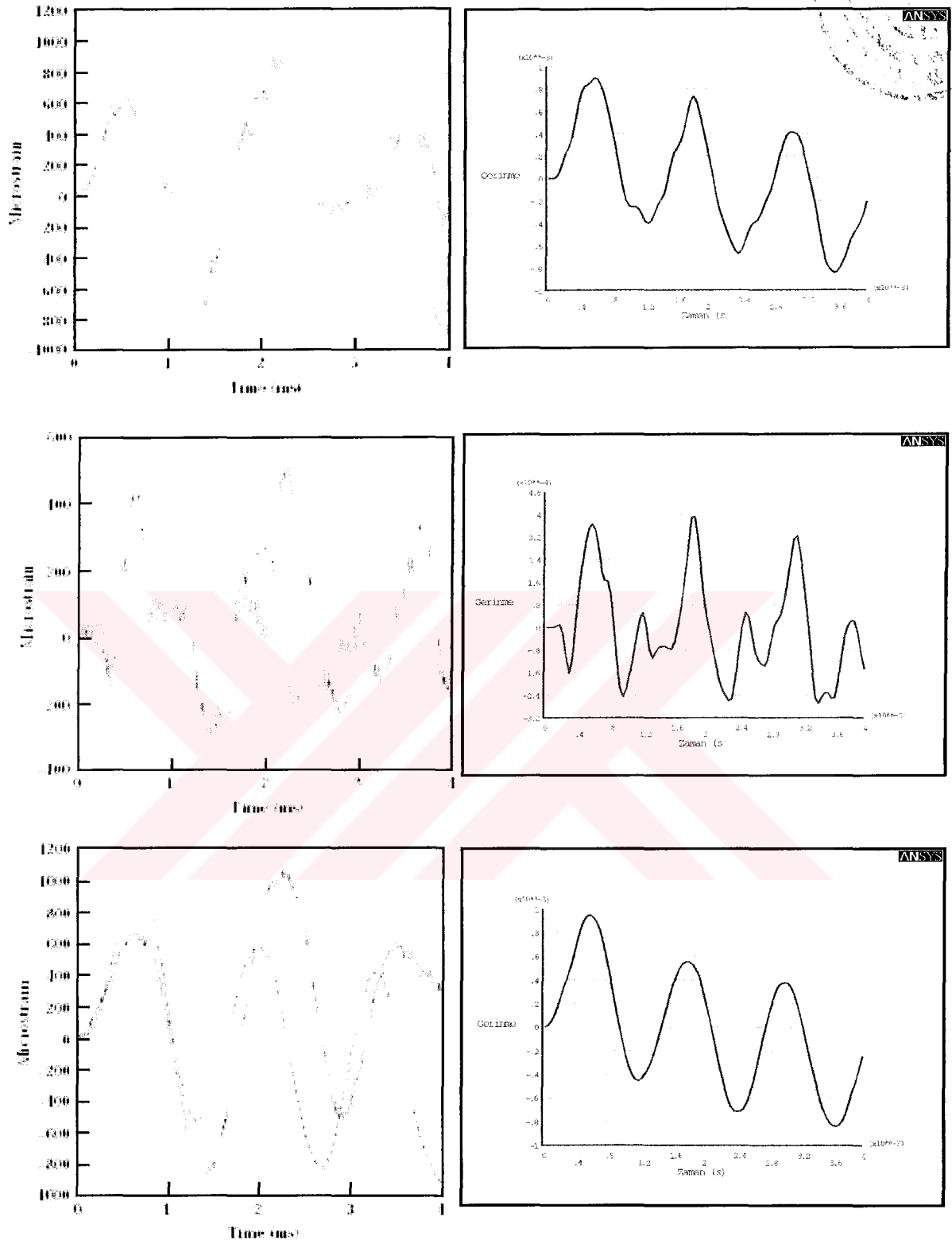
Sonlu elemanlar modeli oluşturulduktan sonra yükleme şartları, sınır koşulları ve czm yöntemi ile ilgili değer ve bilgiler Ansys programında tanımlanmıştır. Denklem 4.1’de verildiği üzere basınç eğrisinden elde edilen değerler basınç yüklemesi olarak, fonksiyon olarak, programına tanımlanmıştır ve ardından 40 adımlı zaman fonksiyonu olarak geçici (transient) analiz yapılmıştır. Czm adımları 0.1 ms alınarak 40 adımlı zaman fonksiyonu şeklinde tanımlanmıştır. Son olarak czm yapılarak elde edilen sonuçlar incelenmiştir. Tüm modeller için D1 noktası referans alınarak sonuçlar elde edilmiştir, D1 noktası her modelin ağırlık merkezine denk gelen düğüm noktasıdır. Sadece model 1 için ek olarak D2 noktası için de sonuçlar incelenmiştir, D2 noktası ise model 1’in x eksenine göre ikiye bölünmesi ile elde edilen kısmın y eksenı ile simetri düzleminin orta noktasını ifade etmektedir. şekil 4.6’da görülmektedir.

4.3.1. Model 1’in Analiz Sonuçları

Bu model referans model olduğu için, sadece bu modele ait olmak üzere analizden elde edilen sonuçlar ile deney sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Diğer modellerde ise deney sonuç dataları olmadığından karşılaştırma yapılmamıştır.



Şekil 4.25. Model 1'in Analiz Sonuçları

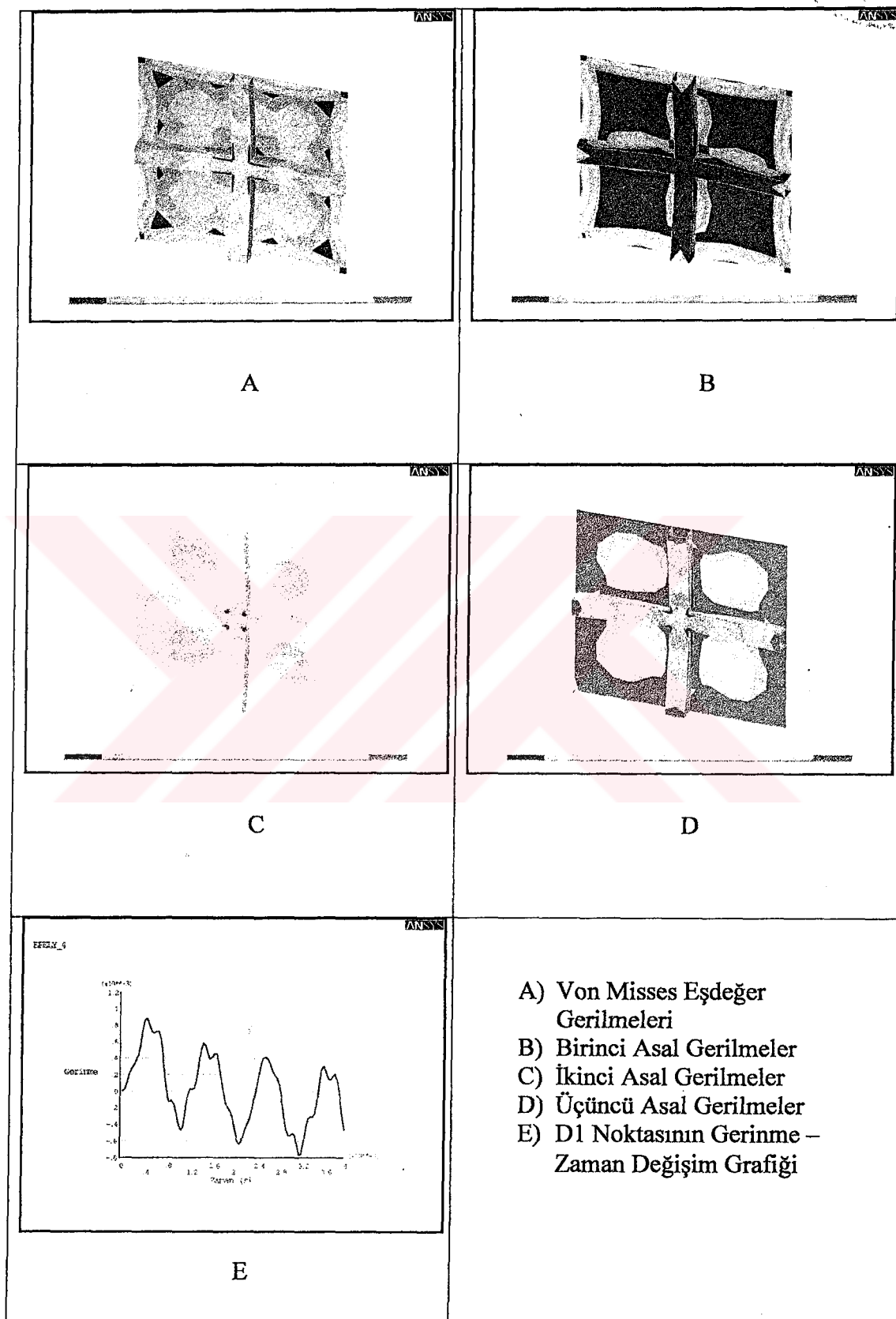


D2 noktasının sırası ile x ve y yönlerindeki ve D1 noktasının y yönündeki gerinme-zaman değişim grafiklerinin karşılaştırmaları,

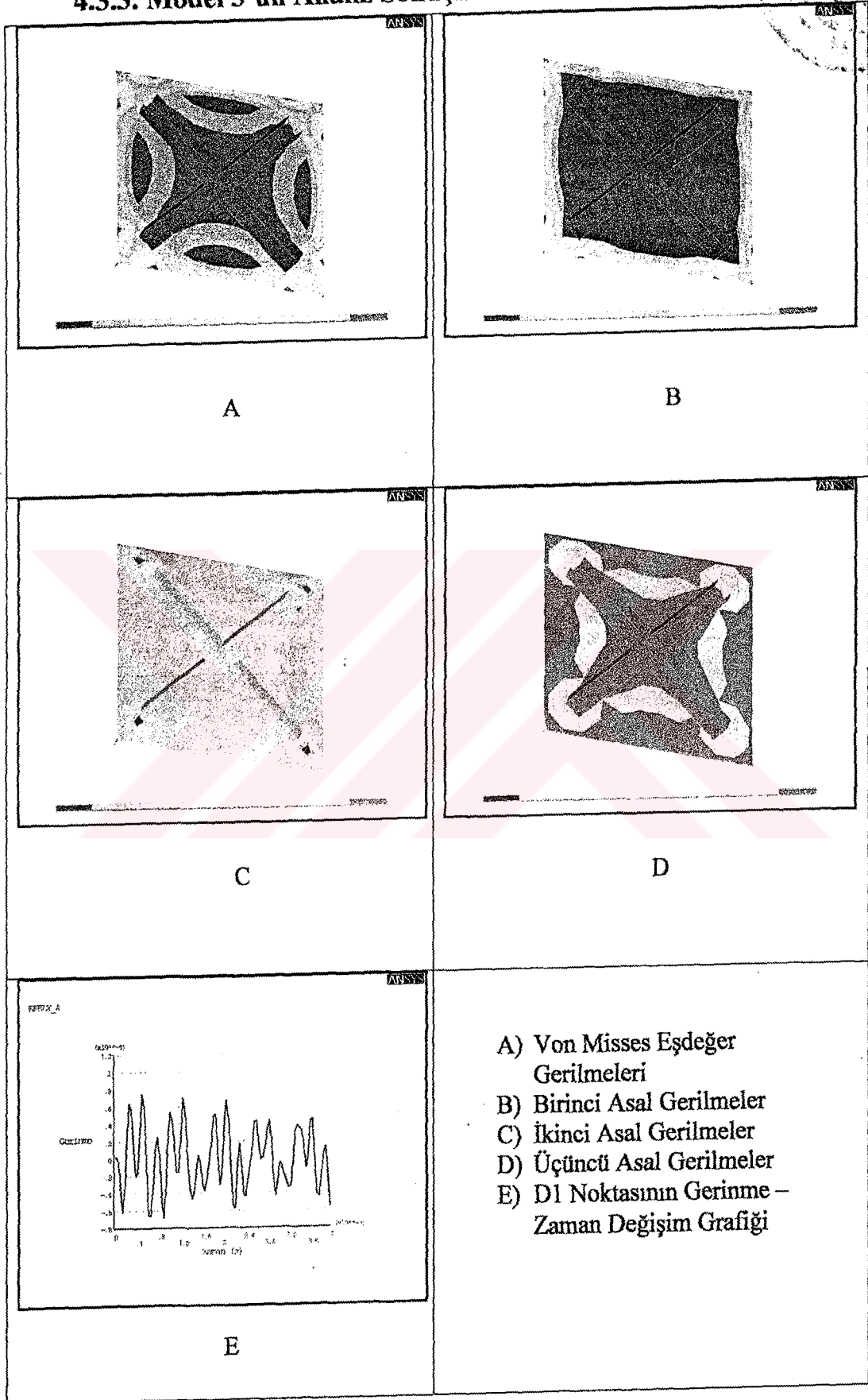
- Deney Sonuçları
- Ansys Sonuçları (eski)
- Ansys Sonuçları (yeni)

Şekil 4.26. Model 1'in Deney ve Ansys Sonuçlarının Karşılaştırması

4.3.2. Model 2'nin Analiz Sonuçları

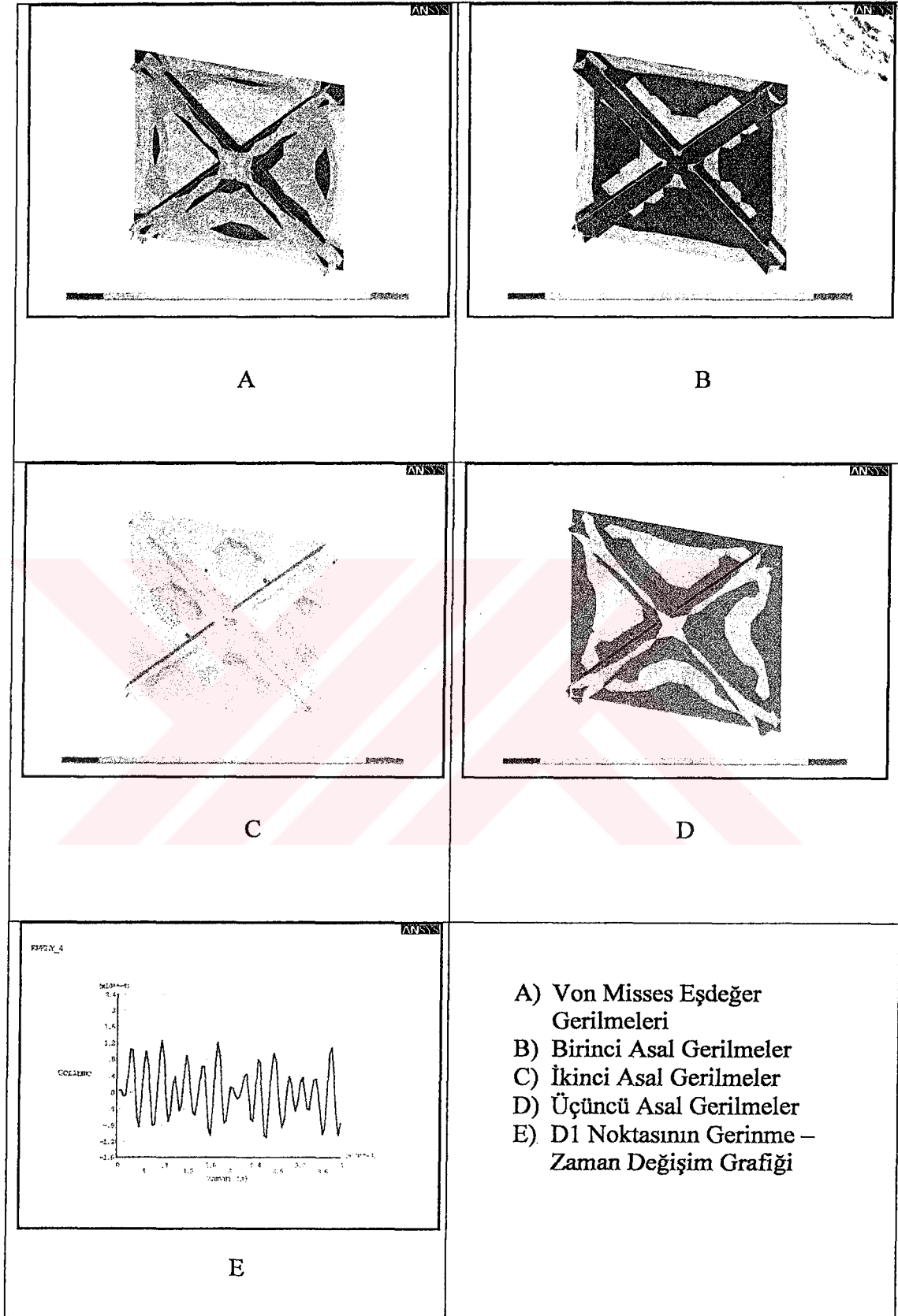


4.3.3. Model 3'ün Analiz Sonuçları

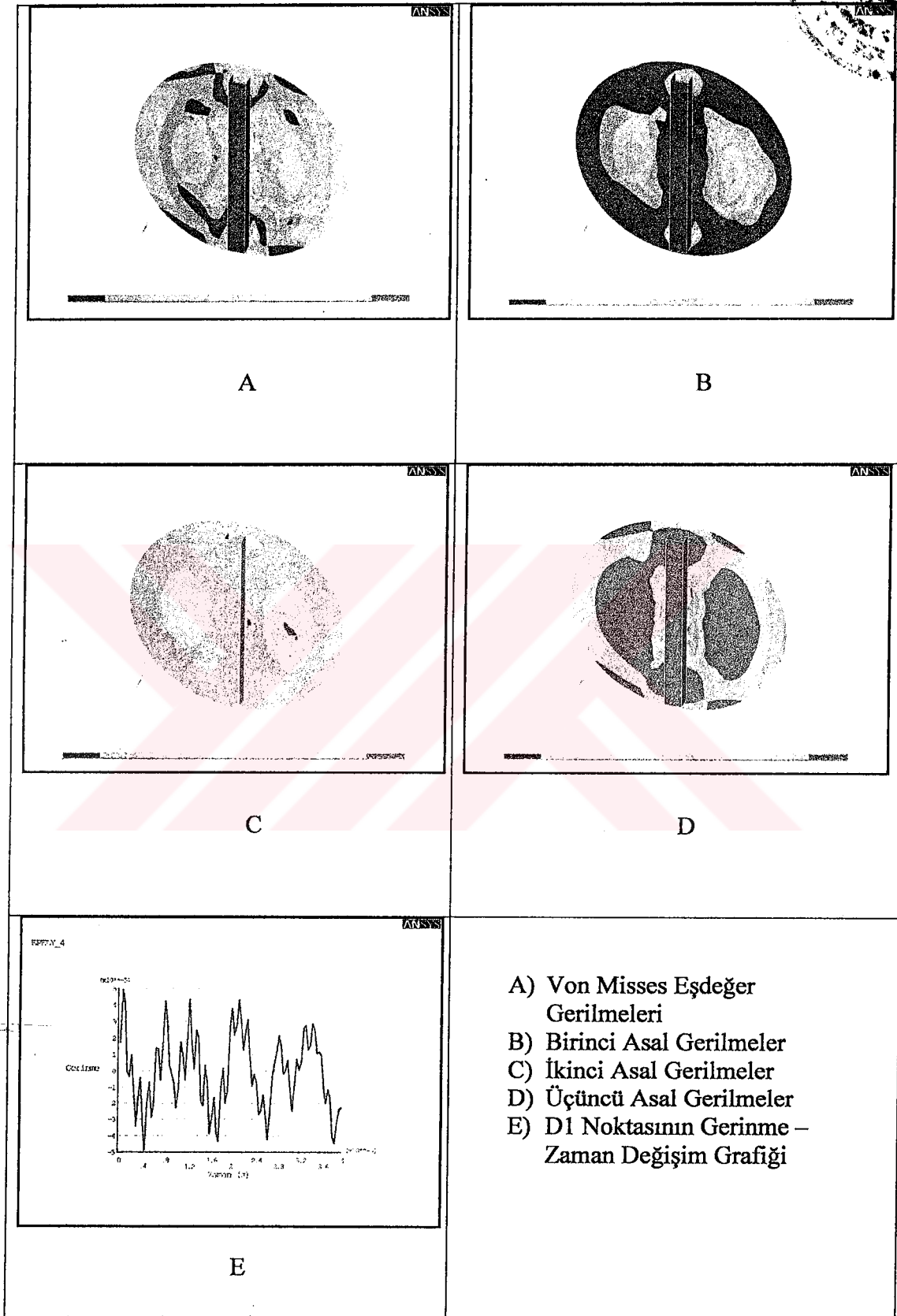


Şekil 4.28. Model 3'ün Analiz Sonuçları

4.3.4. Model 3a'nın Analiz Sonuçları

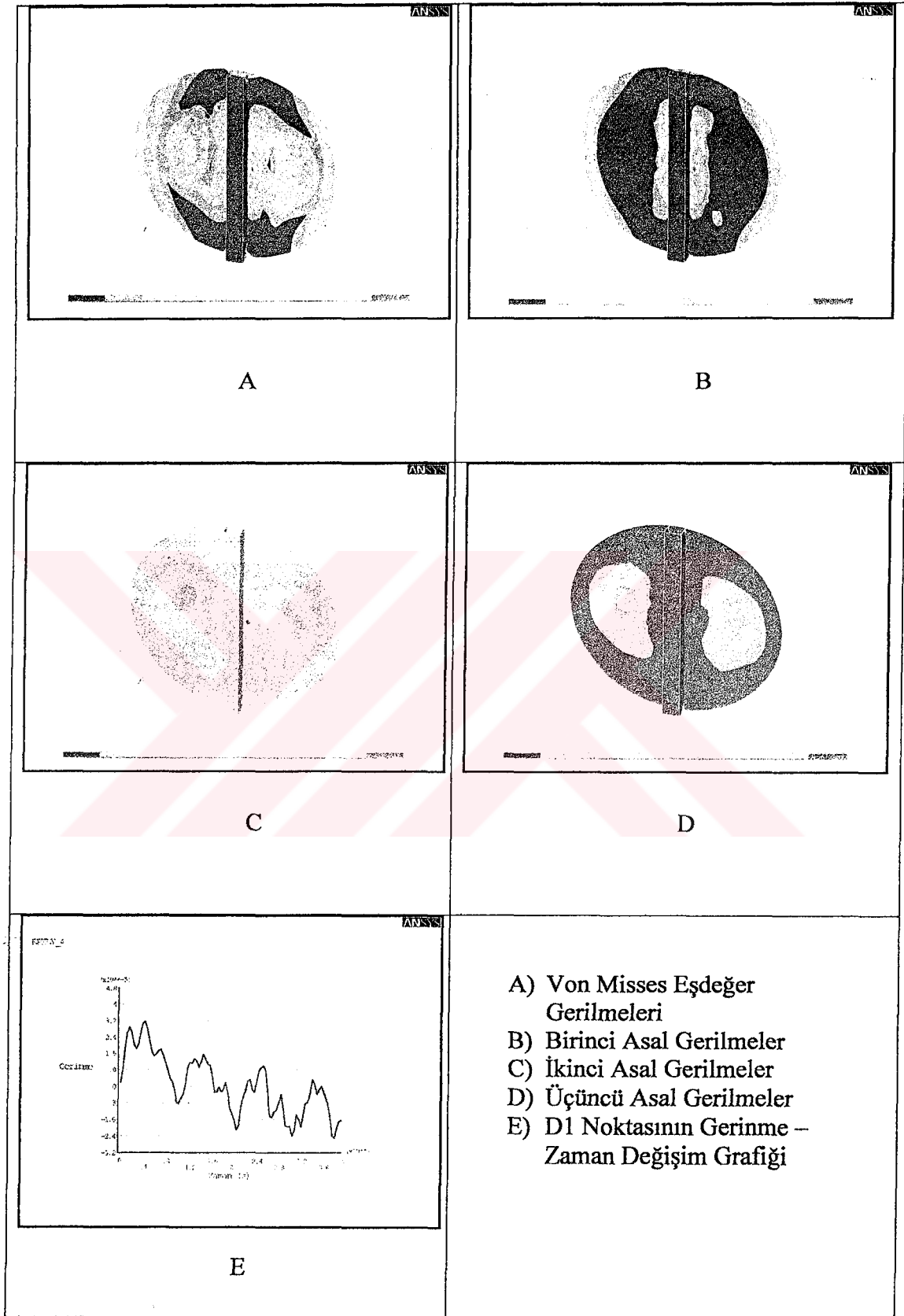


4.3.5. Model 4'ün Analiz Sonuçları



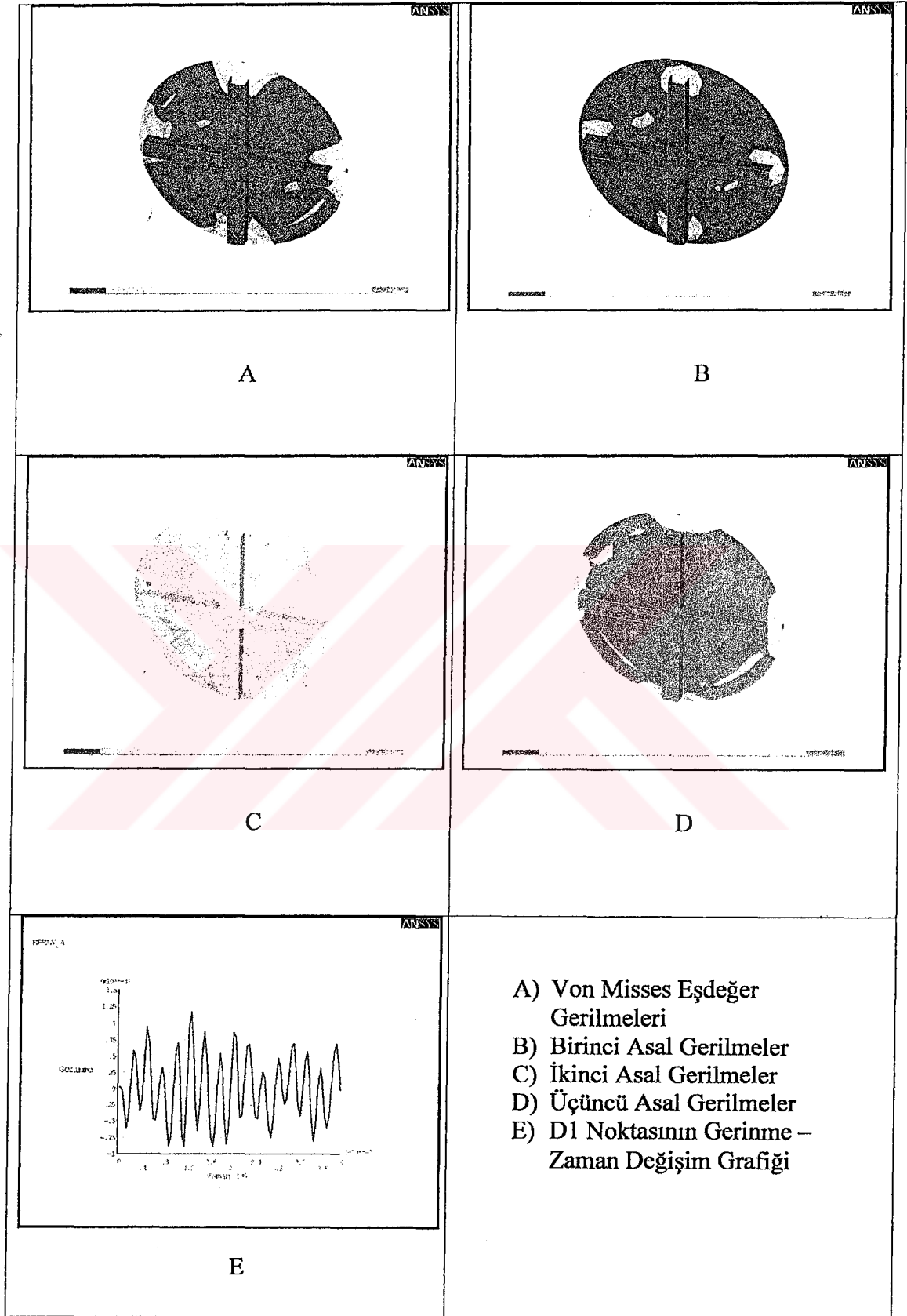
Şekil 4.30. Model 4'ün Analiz Sonuçları

4.3.6. Model 4a'nın Analiz Sonuçları



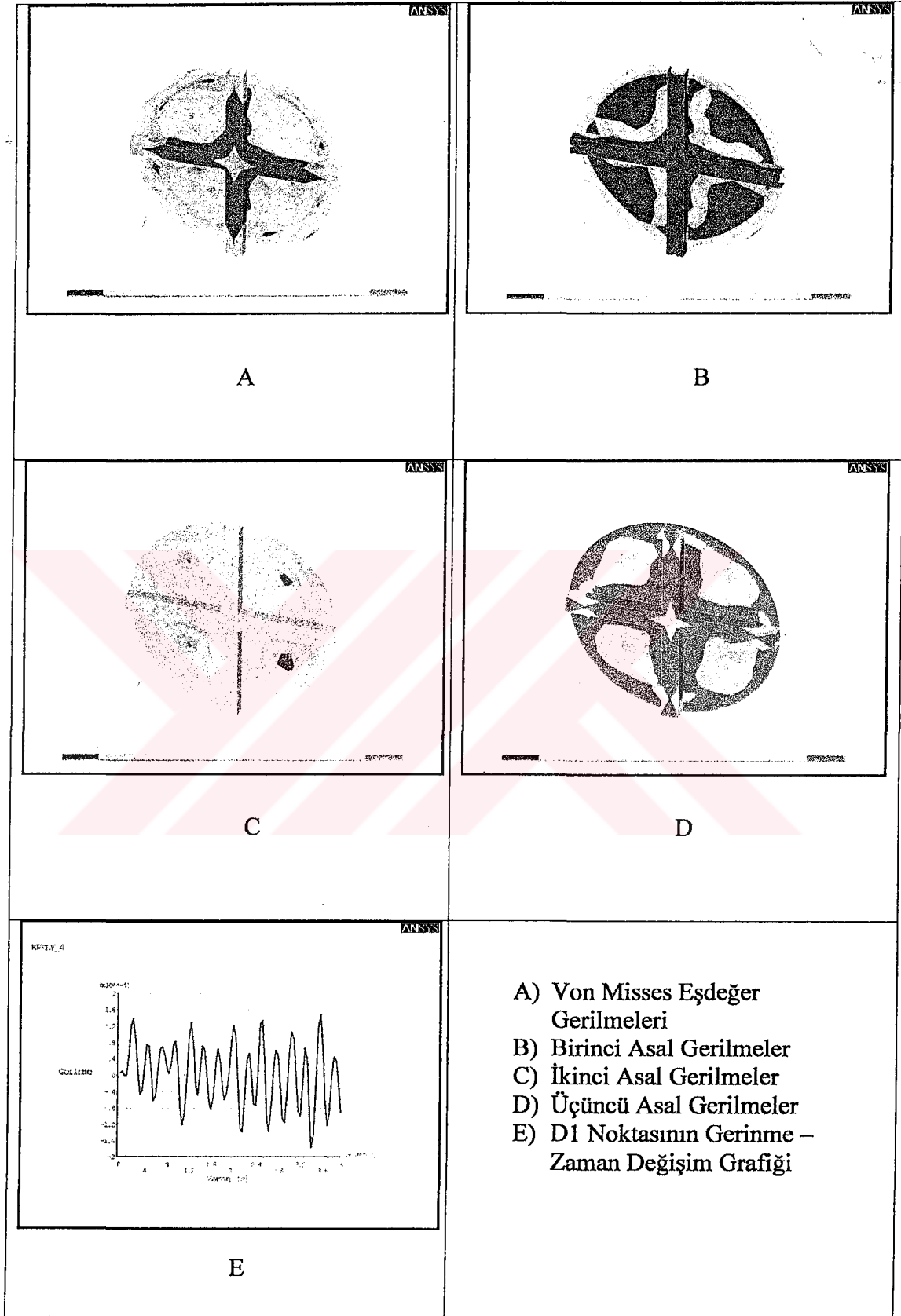
Şekil 4.31. Model 4a'nın Analiz Sonuçları

4.3.7. Model 5'in Analiz Sonuçları



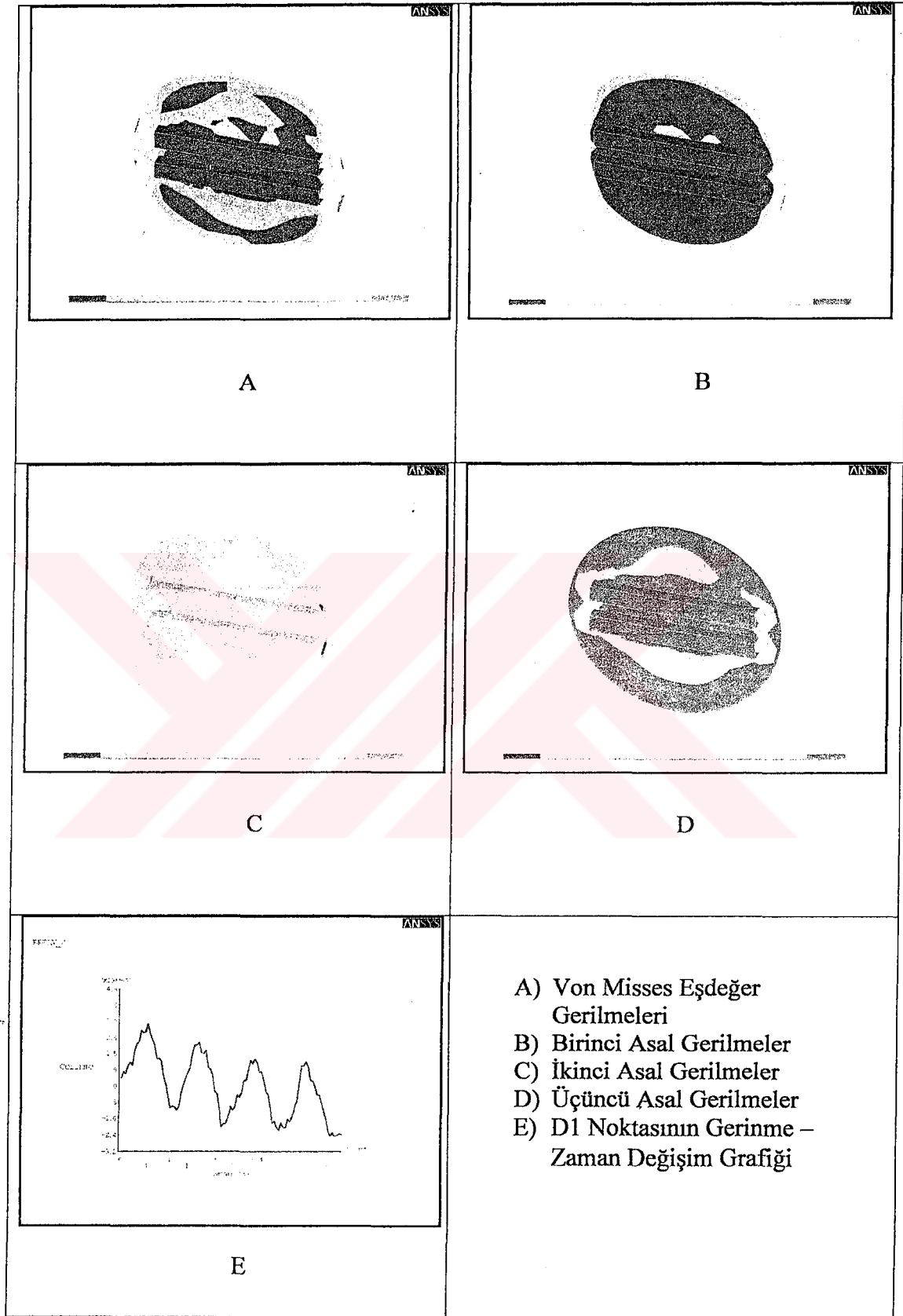
Şekil 4.32. Model 5'in Analiz Sonuçları

4.3.8. Model 5a'nın Analiz Sonuçları



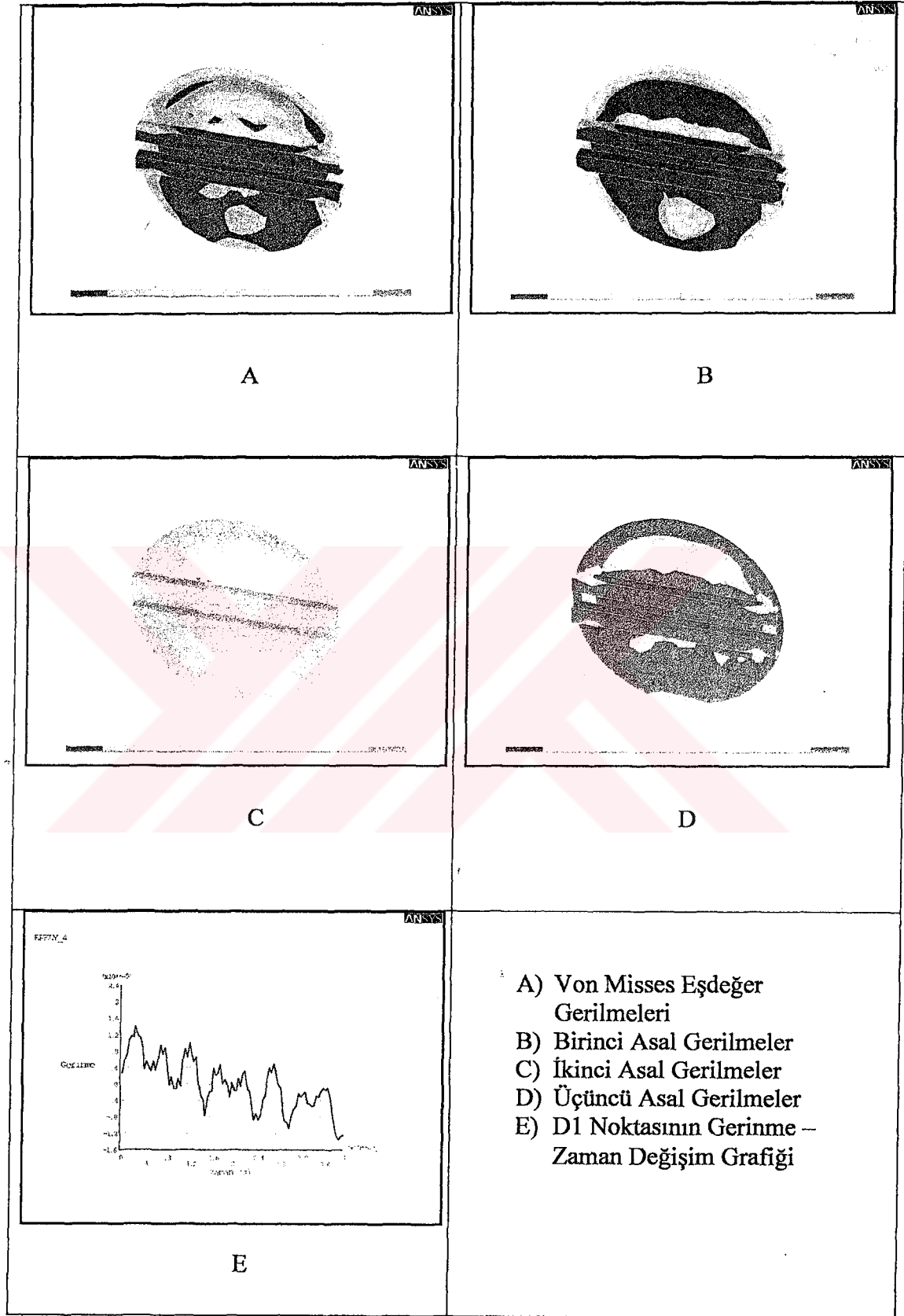
Şekil 4.33. Model 5a'nın Analiz Sonuçları

4.3.9. Model 6'nın Analiz Sonuçları



Şekil 4.34. Model 6'nın Analiz Sonuçları

4.3.10. Model 6a'nın Analiz Sonuçları



Şekil 4.35. Model 6a'nın Analiz Sonuçları

4.4. Sonlu Elemanlar Analiz Sonuçları

Analizler ile elde edilen maksimum yer değiştirme ve maksimum gerilme değerleri aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 4.4. Maksimum Yer Değiştirme ve Gerilme Değerleri

Model No	Maksimum Yer Değiştirme (m)	Maksimum Gerilme (Pa)
Model 1	0.254e-03	0.25e08
Model 2	0.278e-03	0.31e08
Model 3	0.226e-03	0.79e08
Model 3a	0.114e-03	0.31e08
Model 4	0.387e-03	0.28e08
Model 4a	0.362e-03	0.75e08
Model 5	0.909e-04	0.43e08
Model 5a	0.276e-03	0.45e08
Model 6	0.503e-03	0.11e09
Model 6a	0.278e-03	0.61e08

5. SONUÇLAR/ÖNERİLER

Bu çalışmada takviyeli katmanlı kompozit malzemeden yapılmış farklı geometrik yapılarıdaki levhaların anlık basınç yüklemesi altında dinamik davranışının sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak bilgisayar ortamında analizi ve simülasyonları yapılmıştır.

Yapılan araştırma ve incelemeler doğrultusunda hazırlanan modellerin tek tek analizi yapılmış ve çıkan sonuçlar incelenmiştir. Bu sonuçların gerilme-şekil değiştirme, şekil değiştirme-zaman, yer değiştirme-zaman, gerilme-zaman gibi değişimleri incelenmiştir.

Başlıca iki tip model oluşturulmuştur. Bu modeller kare ve daire olmak üzere diğer modeller bu kare ve daire modellerin varyasyonları şeklindedir. Model 1, 2, 3 ve 3a kare modeli varyasyonları şeklindedir. Diğer modeller ise daire modelin varyasyonları şeklindedir. Model .a' lar takviyenin uçlara kadar uzatılması ile elde edilen modellerdir böylece uç etkisinin modeller üzerine etkisi incelenmiştir. Bu inceleme sonucunda Tablo 4.4'de görüldüğü üzere, yer değiştirme değerlerinde daha düşük değerler elde edilmektedir, en az yer değiştirme değeri Model 3a'ya aittir. Fakat bu uç etkisi gerilme değerlerinde ise genelde artışa neden olmaktadır, yine Tablo 4.4'e bakıldığında en düşük gerilme değerinin yine Model 3a'ya ait olduğu gözükmektedir.

Model 1'in deney sonuçları ile Ansys sonlu elemanlar programı ile elde edilen sayısal sonuçlar karşılaştırılmış ve bu sonuçların birbiri ile benzer olduğu görülmüştür. Ardından aynı kabul ve yaklaşımlar diğer modellere de uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlara göre Model 5'in maksimum yerdeğiştirme sonucunun en iyi olduğu, Model 1'in ise maksimum gerilme değeri bakımından en iyi olduğu görülmüştür. Ancak iki özellik bakımından göz alındığı durumda ise Model 3a'nın daha iyi olduğu görülmektedir. Kısaca Model 3a'nın diğer modellere göre her açıdan daha üstün olduğu ve bu modelin optimum sonuç olarak kabul edebileceğini göstermiştir.

Sonuç olarak bu çalışma gelecekte yapılacak olan lamine kompozit malzemelerin sonlu elemanlar ile analizi için referans kabul edilebilir. Anlık basınç yüklemesinin nasıl uygulanacağı, farklı geometriler üzerine etkisi ve basınç etkisi altında çeşitli modellerin cevabı hakkında bir ön bilgi edinilmesini sağlamaktadır. İleri ki çalışmalara bir ışık tutması amacı için modellerin geometrilerinin parametrik yapılması büyük bir avantaj sağlayacaktır.





KAYNAKLAR

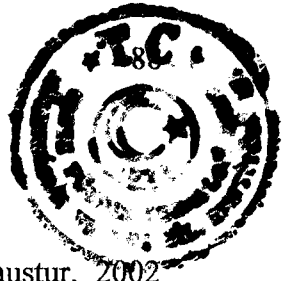
- [1] H. S. Türkmen and Z. Mecitoğlu. Dynamic Response of a Stiffened Laminated Composite Plate Subjected to Blast Loading, Journal of Sound and Vibration (1999), 221 (3), 371-389.
- [2] Binnur Gören Kiral, Zeki Kiral and Buket Okutan Baba. Dynamic Behavior of Laminated Composite Beams Subjected to a Moving Load, Journal of Applied Sciences 4 (2004), 271-276.
- [3] Ezgi Günay, Abdurrahim Nazlım ve Cengiz Hakan Gür, İç Basınç Altındaki Berkitmeli Silindirik Kabukların Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Üç Boyutlu Benzetimleri, Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Der. Cilt 17, No:2, (2002), 53-73.
- [4] B. Gangadhara Prusty and S. K. Satsangi, Finite Element Transient Dynamic Analysis of Laminated Stiffened Shells, Journal of Sound and Vibration (2001), 248(2), 215-233.
- [5] Raimund Rolfes, Stefan Tacke and Rolf Zimmermann, Development and Experimental Verification of FE-Model for Stringer-Stiffened Fibre Composite Panels Under Combined Thermal and Mechanical Loading Conditions, DLR, Institute of Structural Mechanics Reports (1999).
- [6] Y.V. Satish Kumar and Madhujit Mukhopadhyay, Transient Response Analysis of Laminated Stiffened Plates, Elsevier Composite Structures 58 (2002), 97-107.
- [7] Zafer Gürdal, Raphael T. Haftka and Prabhat Hajela. Design and Optimization of Laminated Composite Materials, 17-85.
- [8] Kaan N.Z. Onuk. Kompozit Malzemeler Notları, İ.T.Ü Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, 3-9



[9] A. D. Gupta, F. H. Gregory, R. L. Bitting and S.Bhattacharya: Dynamic Analysis of an Explosively Loaded Hinged Rectangular Plate, Computers and Structures (1987), 26, 339-344.

[10] ANSYS Release 9.0 Documentation, Element Reference, Element Library, SAS IP, Inc., Chapter 4, 625-636, 2005





ÖZGEÇMİŞ

Ufuk Yavuz, 1980 yılında Samsun ilinin Bafra ilçesinde doğmuştur. 2002 yılında İstanbul Teknik Üniversitesi Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi Uçak Mühendisliği Bölümü'nden mezun olmuştur. 2002 yılından itibaren Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Tasarım ve İmalat Mühendisliği Bölümü'nde yüksek lisans eğitimine başlamıştır. İyi derecede İngilizce ve Almanca bilmektedir. Halen Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü Tasarım ve İmalat Mühendisliği Bölümü'nde araştırma görevlisi olarak çalışmaktadır.

